



2025

Análise comparativa dos critérios normativos brasileiro, americano e europeu para verificação de deformações em vigas retangulares de concreto armado

Gustavo Thomas Damazio ^a; Andrés Batista Cheung ^b

^a Aluno de Graduação em Engenharia Civil, gustavodamazio1250@gmail.com

^b Professor Orientador, Doutor, andres.cheung@ufms.br

Faculdade de Engenharias, Arquitetura e Urbanismo e Geografia. Universidade Federal de Mato Grosso do Sul. Av. Costa e Silva, s/nº | Bairro Universitário | 79070-900 | Campo Grande, MS, Brasil.

RESUMO

O controle de deformações em estruturas de concreto armado, regido pelo Estado Limite de Serviço, é requisito fundamental para a durabilidade e funcionalidade das edificações. A flecha diferida, causada pela fluência e retração, é particularmente crítica e exige metodologias que considerem a variação da rigidez ao longo do tempo. Este trabalho apresenta uma análise comparativa dos procedimentos para determinação de flechas diferidas em vigas retangulares biapoiadas, confrontando as prescrições da NBR 6118:2023, ACI 318-25 e EN 1992-1-1:2023. A investigação integrou uma revisão teórica sobre momento de fissuração, inércia efetiva e efeitos reológicos. A metodologia paramétrica adotou a premissa de observar as divergências no momento de fissuração e igualá-los visando isolar o impacto das diferentes metodologias de rigidez e dos coeficientes de flecha diferida, removendo a discrepância inicial do cálculo da resistência à tração. Os resultados mostram que a norma americana atinge o limite brasileiro de deformação excessiva primeiramente, seguida pela brasileira e europeia. O Eurocode 2 demonstrou sensibilidade única à retração, gerando flecha mesmo sem carga e exibindo o comportamento contraintuitivo onde o aumento da armadura de tração eleva a deflexão por retração. É concluído que a escolha do procedimento normativo altera significativamente a previsão de deformação, sendo que as principais fontes de discrepâncias residindo na definição do momento de fissuração, na forma de considerar a inércia efetiva e na metodologia para flecha diferida.

Palavras-chave: Análise comparativa; Deformação; Flecha diferida; Estados-limite de serviço.

ABSTRACT

The control of deformations in reinforced concrete structures, governed by the Serviceability Limit State, is a fundamental requirement for the durability and functionality of buildings. Deferred deflection, caused by creep and shrinkage, is particularly critical and requires methodologies that consider the variation of stiffness over time. This work presents a comparative analysis of procedures for determining deferred deflections in simply supported rectangular beams, comparing the prescriptions of NBR 6118:2023, ACI 318-25, and EN 1992-1-1:2023. The investigation included a theoretical review of cracking moment, effective inertia, and rheological effects. The parametric methodology adopted the premise of observing the divergences in the cracking moment and equalizing them in order to isolate the impact of different stiffness methodologies and deferred deflection coefficients, removing the initial discrepancy in the calculation of tensile strength. The results show that the American standard reaches the Brazilian limit of excessive deformation first, followed by the Brazilian and European standards. Eurocode 2 demonstrated unique sensitivity to shrinkage, generating deflection even without load and exhibiting counterintuitive behavior where increasing tensile reinforcement raises shrinkage deflection. It is concluded that the choice of normative procedure significantly alters the deformation prediction, with the main sources of discrepancies residing in the definition of the cracking moment, the way effective inertia is considered, and the methodology for deferred deflection.

Keywords: Comparative analysis; Deformation; Deferred deflection; Service limit states.

1. INTRODUÇÃO

O concreto armado consolidou-se como um dos principais sistemas construtivos adotados mundialmente, estando no centro do desenvolvimento tecnológico da engenharia civil, em especial no Brasil (Santos, 2008). Sua ampla utilização deve-se à combinação de resistência à compressão do concreto e resistência à tração do aço, permitindo a execução de estruturas seguras, econômicas e duráveis. Contudo, o projeto de estruturas de concreto não deve atender apenas ao estado limite último, relacionado à segurança contra o colapso, mas também aos estados limites de serviço (ELS), que envolvem aspectos de durabilidade, funcionalidade, conforto dos usuários e aparência da edificação conforme a NBR 6118 (ABNT, 2023).

Dentre os ELS, o controle de deformações excessivas em vigas de concreto armado destaca-se pela sua relevância. A deflexão corresponde ao deslocamento vertical sofrido pelo elemento estrutural em função das cargas atuantes, quando excessiva, pode comprometer a estética da construção, ocasionar fissuras visíveis, prejudicar o funcionamento de elementos não estruturais e até comprometer o desempenho estrutural em longo prazo (Junges, 2011). Além disso, vibrações indesejáveis, deslocamentos que dificultem o uso da edificação e custos adicionais de manutenção são consequências frequentes do não atendimento a esses critérios.

A dificuldade em prever tais deformações decorre do comportamento diferenciado do concreto fissurado, que apresenta inércia variável ao longo da peça devido à coexistência de seções em regime não fissurado (Estádio I) e fissurado (Estádio II). Isso torna o cálculo complexo e sujeito a diferentes considerações. Com o avanço das técnicas construtivas e o uso de estruturas cada vez mais esbeltas e com maiores vãos, a previsão precisa desses deslocamentos tornou-se ainda mais indispensável, exigindo métodos de cálculo que representem adequadamente o comportamento real (Junges, 2011).

No cenário internacional, diversas normas técnicas tratam do controle de deformações, porém de maneira não uniforme. No Brasil, a referência principal é a NBR 6118 (ABNT, 2023), nos Estados Unidos, o ACI 318 (ACI, 2025) é amplamente adotado, enquanto na Europa o Eurocode 2, EN 1992-1-1 (CEN, 2023) estabelece diretrizes unificadas para os países da União Europeia, ainda que com adaptações nacionais. Apesar de todas objetivarem a segurança e funcionalidade estrutural, essas normas divergem em

aspectos conceituais, metodológicos e numéricos, o que pode resultar em diferentes valores de flechas para um mesmo projeto. Tais discrepâncias impactam diretamente o dimensionamento estrutural: a superestimação das deformações tende a aumentar o consumo de materiais e os custos da obra, enquanto a subestimação representa risco à segurança e à durabilidade da estrutura.

Essa ausência de consenso normativo evidencia a necessidade de análises comparativas. Mais do que aplicar fórmulas de maneira mecânica, cabe ao engenheiro compreender os fundamentos técnicos que sustentam cada critério normativo, identificando convergências e divergências entre eles e refletindo sobre suas implicações práticas no projeto.

Diante desse contexto, este trabalho tem como objetivo analisar comparativamente os critérios normativos para verificação das deformações diferidas em vigas retangulares de concreto armado, segundo a NBR 6118:2023, o ACI 318-25 e o EN 1992-1-1:2023. Dessa forma, busca fornecer subsídios para o desenvolvimento de projetos mais seguros, econômicos e alinhados às boas práticas internacionais.

2. REVISÃO DE LITERATURA

2.1 Estado limite de serviço - deformação excessiva

2.1.1 Contexto e relevância

Historicamente, a verificação das deformações em estruturas de concreto armado passou por uma evolução metodológica. Segundo Andregghetoni e Wiese (2024), inicialmente os projetos eram baseados no Método das Tensões Admissíveis, que embora tivesse grande relevância para o desenvolvimento da engenharia estrutural, apresentava limitações importantes, como a incapacidade de representar adequadamente fenômenos como redistribuição de esforços e deformações excessivas. De acordo com Brito et al. (2025), o uso de coeficientes de segurança globais, típico desse método, fornecia apenas uma compensação simplificada para incertezas, sem captar a real complexidade do comportamento estrutural.

Para superar tais restrições, foi introduzido o Método dos Estados Limites, que trouxe uma abordagem probabilística mais realista e abrangente. Diferente do método anterior, este permite avaliar não apenas a segurança última da estrutura, mas também seu desempenho em condições usuais de utilização, abrangendo critérios de fissuração, deformações e durabilidade. Assim, além de garantir segurança, possibilita projetos mais econômicos e consistentes

com a realidade de serviço das estruturas. Esse avanço metodológico impactou profundamente a elaboração das normas técnicas atuais, que têm como base o método dos estados limites.

Nesse contexto, o ELS desempenha papel essencial para assegurar o desempenho funcional da estrutura ao longo de sua vida útil, contemplando conforto dos usuários, estética, integridade de elementos não-estruturais e durabilidade (Junges, 2011). As deflexões são variáveis críticas nesse estado limite, pois deslocamentos excessivos podem causar fissuras aparentes em revestimentos, prejudicar o funcionamento de portas, janelas e alvenarias, além de gerar desconforto visual e vibrações indesejáveis.

A previsão de deflexões, entretanto, é complexa. Duas razões principais explicam essa dificuldade: o comportamento não linear do concreto fissurado, que resulta em rigidez variável ao longo do vão, e a grande variabilidade das propriedades dos materiais e da execução, como módulo de elasticidade, resistência a tração, qualidade dos agregados, condições de cura e efeitos de retração e fluência (Pinheiro, 2020). Essas incertezas fazem com que os cálculos de flechas sejam tratados como estimativas sujeitas a margens de erro, justificando o uso de procedimentos normativos conservadores ou validação por modelos numéricos e ensaios experimentais.

Complementarmente, a literatura destaca que em uma viga sob cargas de serviço diferentes regiões podem trabalhar em estádios, o que torna a rigidez não uniforme ao longo do elemento (Carvalho e Figueiredo, 2024). Isso reforça a importância de adotar o conceito de inércia efetiva, capaz de representar essa transição. Diversos pesquisadores propuseram formulações para esse parâmetro, que acabaram influenciando diretamente os critérios normativos atuais.

Em síntese, embora todas as normas reconheçam a influência da fissuração e do *tension-stiffening* no cálculo das deformações, cada uma adota fórmulas e prescrições próprias: a NBR 6118:2023 baseia-se em Branson, incorporando cálculos próprios para a flecha diferida, o ACI 318-25 evoluiu para recomendações baseadas em Bischoff, incorporando cálculos próprios para a flecha diferida, e o EN 1992-1-1:2023 oferece alternativas tanto por cálculos simplificados, que estima a flecha de longo prazo a partir da deflexão elástica linear corrigida por fatores práticos que incorporam os efeitos de fissuração, *tension-stiffening* e fluência/retração, quanto por método geral, que determina a flecha por integração da curvatura ao longo do vão, usando os momentos de inércia apropriados para cada estágio e incluindo *tension-*

stiffening, fluência e retração. Essas diferenças refletem abordagens distintas para um mesmo objetivo, assegurar que as flechas se mantenham dentro de critérios de serviço adequados.

2.1.2 Efeito *tension-stiffening*

O cálculo das flechas em elementos de concreto armado depende de diversos parâmetros, entre os quais se destaca o efeito *tension-stiffening*, um dos mais complexos de modelar. Esse fenômeno descreve a contribuição do concreto na zona tracionada entre fissuras, que, devido à aderência com as barras de aço, ainda participa parcialmente da rigidez do elemento mesmo após a fissuração. Assim, a viga fissurada apresenta maior rigidez e menores deslocamentos do que se fosse considerada totalmente fissurada, sendo essa contribuição essencial para uma previsão realista das flechas (Guarda, 2005; Morelli et al., 2017).

Ignorar o *tension-stiffening* e considerar o concreto como incapaz de resistir à tração após a fissuração conduz, em geral, à superestimação das flechas, já que se desconsidera a contribuição significativa do concreto tracionado. Por isso, a adoção de modelos que representem esse fenômeno é indispensável, sobretudo em vigas com baixas taxas de armadura, mais dependentes do efeito para manter a rigidez. Em contrapartida, em vigas fortemente armadas, a influência do *tension-stiffening* é menos expressiva (Araújo, 2004).

Diversos autores e normas estruturais reconhecem a importância desse efeito no cálculo das deformações. Métodos clássicos, como o de Branson, incorporam o *tension-stiffening* por meio de uma inércia efetiva que pondera a rigidez dos estágios fissurado e não fissurado. Reformulações posteriores, como as de Bischoff e outros pesquisadores, buscaram melhorar a representatividade do modelo, em especial para elementos pouco armados, em que o efeito é mais sensível (Junges, 2011). De forma geral, os procedimentos normativos diferem na forma de considerar o fenômeno, mas todos partem da mesma premissa, a rigidez efetiva de um elemento fissurado é maior do que a obtida se o concreto tracionado fosse simplesmente desconsiderado.

2.2 Parâmetros que influenciam a deformação

2.2.1 Combinações de ações

A avaliação das deformações excessivas no Estado Limite de Serviço depende não apenas das propriedades mecânicas dos materiais e da geometria da seção, mas também da forma como as ações são combinadas ao longo do tempo de vida da estrutura. A NBR 6118 (ABNT, 2023) estabelece que a

consideração adequada do caráter temporal das cargas é essencial, diferenciando as ações permanentes daquelas variáveis, que podem ter natureza rara, frequente ou quase-permanente.

No contexto do controle de flechas, a norma brasileira adota a seguinte diretriz:

- Combinação quase-permanente: utilizada para verificar deslocamentos sob ações de longa duração (ex.: cargas permanentes associadas a parte das cargas variáveis);
- Combinação frequente: aplicada quando os deslocamentos excessivos decorrem de ações variáveis recorrentes, como vento ou variações de temperatura, sendo também recomendada para a verificação de vibrações excessivas;
- Combinação rara: empregada em verificações de estados limites últimos ou em deformações transitórias menos usuais, não sendo usualmente adotada para controle de flechas de serviço.

Assim, esta orienta que, para o ELS de deslocamentos excessivos em vigas, a verificação seja conduzida principalmente pela combinação quase permanente, enquanto a combinação frequente é reservada a situações específicas em que as ações decorrentes de vento ou temperatura podem comprometer as vedações. A combinação quase permanente, utilizada para casos correntes, é definida conforme item 11.8.3.2 da NBR 6118 (ABNT, 2023) com a seguinte expressão:

$$F_{d,ser} = \sum F_{gi,k} + \sum \psi_{2j} F_{qj,k} \quad (1)$$

Sendo:

$F_{d,ser}$ é o valor de cálculo das ações;

$F_{gi,k}$ são as ações permanentes diretas;

ψ_{2j} é o fator de redução de combinação quase permanente;

$F_{qj,k}$ são as ações variáveis diretas.

Foi considerado o cálculo para áreas com ocupação residencial ou hospedagem e áreas de acesso restrito, sendo para estes casos ψ_2 conforme item 11.7.1 da norma brasileira tendo o valor de 0,3.

Neste trabalho, embora tenha sido realizada a comparação entre diferentes normas internacionais quanto ao cálculo de flechas, foi adotado exclusivamente os critérios de combinação de ações definidos na NBR 6118 (ABNT, 2023). A decisão é pelo fato de que o objeto de interesse é a aplicação prática em projetos estruturais no Brasil, onde a norma nacional estabelece os parâmetros oficiais a serem seguidos.

Assim, enquanto aspectos comparativos são explorados para ampliar o entendimento técnico, no que diz respeito a combinações de ações manteve-se a aderência integral às prescrições brasileiras, garantindo alinhamento às exigências normativas locais.

2.2.2 Módulo de elasticidade de concreto

O módulo de elasticidade do concreto é um parâmetro essencial para a estimativa das deformações, em especial no cálculo das flechas de elementos fletidos, ele expressa a relação entre tensão e deformação, sendo influenciado diretamente pelas propriedades do material, como o tipo de agregado, a pasta de cimento e a zona de transição (Bastos, 2023).

O fib Model Code (FIB, 2020) reconhece que o módulo de elasticidade do concreto é significativamente influenciado pelo tipo de agregado e pelo grau de compactação, embora adote em suas formulações de projeto uma correlação simplificada, principalmente em função da resistência à compressão. O Código confirma o princípio fundamental de que este é governado pelas propriedades da pasta de cimento e do agregado, no entanto, não exige ou apresenta uma metodologia que demande a formulação exata da influência da porcentagem de pasta ou o módulo individual dos constituintes, visto que este procedimento seria de difícil aplicação prática, exigindo ensaios individuais da pasta e dos agregados para cada dosagem.

Em razão disso, pesquisadores e normas de projeto adotam expressões empíricas para simplificar a estimativa de E_c , relacionando-o principalmente à resistência característica à compressão do concreto, hipótese que se justifica pela influência semelhante da porosidade tanto sobre o módulo de elasticidade da pasta quanto sobre sua resistência à compressão.

No Brasil, a normativa estabelece a expressão para cálculo do módulo de elasticidade em função do f_{ck} e de um coeficiente de correção associado ao agregado. Entretanto, resultados experimentais apontam divergências relevantes, como observado em estudo realizado por Mendes et al. (2024), que mostrou subestimação significativa entre o valor recomendado pela norma para α_E para agregados graúdos de origem basáltica (1,20) e o experimental (0,87), evidenciando a necessidade de calibração regional.

Neste trabalho, adotou-se a formulação prescrita pela NBR 6118 (ABNT, 2023) por se tratar da norma aplicável ao contexto brasileiro. Ressalta-se, contudo, que para maior precisão no dimensionamento estrutural é indispensável a calibração experimental do módulo de elasticidade, prática recomendada não

apenas no Brasil, mas em qualquer realidade construtiva. O módulo de elasticidade deve ser obtido segundo item 8.2.8 da normativa, com as seguintes equações para resistência característica à compressão do concreto (f_{ck}) ≤ 50 MPa:

$$E_{ci} = \alpha_E \times 5600 \sqrt{f_{ck}} \quad (2)$$

Sendo:

E_{ci} é o módulo de elasticidade inicial do concreto [MPa];

α_E é o parâmetro em função da natureza do agregado, sendo 1,2 para basalto e diabásio, 1,0 para granito e gnaiss, 0,9 para calcário e 0,7 para arenito;

f_{ck} é a resistência característica à compressão do concreto [MPa].

$$E_{cs} = \alpha_i \times E_{ci} \quad (3)$$

Sendo:

E_{cs} é o módulo de deformação secante do concreto.

$$\alpha_i = 0,8 + 0,2 \times \frac{f_{ck}}{80} \leq 1,0 \quad (4)$$

2.2.3 Módulo de elasticidade do aço

No mundo, diferentes códigos adotam valores convencionais distintos para o módulo de elasticidade do aço, a NBR 6118 (ABNT, 2023) adota no item 8.4.5 o valor de $E_s = 210$ GPa, enquanto o EN 1992-1-1:2023, item 5.2.4, e o ACI 318-25, item 20.2.2.2, utilizam $E_s \approx 200$ GPa. Essa diferença decorre de convenções normativas históricas e de arredondamentos práticos nas recomendações internacionais, aliado ao fato de que o módulo real do aço varia com composição e processo produtivo. Na prática, a discrepância ($\approx 5\%$) altera a razão modular E_s/E_c e, portanto, afeta ligeiramente os valores de inércia homogeneizada e as previsões de flecha.

Visto isso, segue-se o valor prescrito de acordo com a normativa brasileira, para manter coerência com o contexto aplicado.

2.2.4 Momento de inércia da seção bruta de concreto

O momento de inércia da seção bruta de concreto é uma propriedade geométrica fundamental utilizada para determinar a rigidez de um elemento estrutural no Estádio I do comportamento à flexão. Este estágio ocorre quando a peça está submetida a baixos níveis de carregamento, e as tensões de tração ainda não superaram a resistência do concreto. Nesse cenário, a seção transversal se comporta de maneira íntegra, sem fissuras.

A maioria das normas adota uma abordagem simplificada, calculando o momento de inércia desconsiderando a presença das armaduras de aço e utilizando apenas as dimensões geométricas da seção

bruta de concreto. Esta simplificação é justificada porque, no Estádio I, a contribuição da armadura para a rigidez da peça é mínima e pode ser desprezada sem perda significativa de precisão.

Para uma seção retangular, que é a mais comum em vigas, o cálculo do momento de inércia em relação ao seu eixo de centróide é dado pela seguinte fórmula clássica:

$$I_c = \frac{bh^3}{12} \quad (5)$$

Sendo:

I_c é o momento de inércia da seção bruta do concreto;

b é a largura da seção transversal;

h é a altura total da seção transversal.

2.2.5 Momento de inércia da seção fissurada no estágio II

A inércia da seção fissurada, representa a rigidez de uma seção transversal no Estádio II puro. Neste estágio, assume-se que o concreto tracionado não contribui de forma alguma para a resistência, e os esforços de tração são integralmente absorvidos pela armadura de aço. O cálculo dessa inércia é feito a partir da seção homogeneizada, na qual a área de aço é convertida em uma área equivalente de concreto, considerando a razão entre os seus módulos de elasticidade. As formulações consideram o equilíbrio de forças na seção e resultam em equações que, para uma seção retangular, são dadas por:

$$x_{II} = \frac{-(B) \pm \sqrt{(B)^2 - 4 \times A \times C}}{2 \times A} \quad (6)$$

$$A = \frac{b}{2}; B = \alpha_e(A_s + A_s'); C = -\alpha_e(A_s d + A_s' d')$$

Sendo:

x_{II} é a altura da linha neutra da seção de concreto no estágio II [cm];

α_e é a razão entre o módulo de elasticidade do aço e do concreto;

A_s é a área da seção transversal da armadura longitudinal de tração [cm²];

d é a altura útil da seção transversal para armadura longitudinal de tração [cm];

A_s' é a área da seção transversal da armadura longitudinal de compressão [cm²];

d' é a altura útil da seção transversal para armadura longitudinal de compressão [cm].

$$I_{II} = \frac{bx_{II}^3}{3} + \alpha_e A_s (x_{II} - d)^2 + (\alpha_e - 1) A_s' (x_{II} - d')^2 \quad (7)$$

Sendo:

I_{II} é o momento de inércia da seção de concreto no estágio II.

2.2.6 Momento de fissuração

O momento de fissuração (M_r ou M_{cr}) é um parâmetro fundamental no projeto de estruturas de concreto armado, especialmente na verificação dos ELS. Ele representa o limiar a partir do qual as tensões de tração em um elemento fletido superam a resistência à tração do concreto, resultando no surgimento das primeiras fissuras, assim ele marca a transição do Estádio I para o Estádio II. A partir desse ponto, o concreto na região tracionada fissa e não contribui mais (ou contribui pouco) para resistir aos esforços de tração, que passam a ser absorvidos quase integralmente pela armadura de aço. Esse fenômeno de fissuração altera a rigidez da peça, o que impacta diretamente o cálculo de deslocamentos e a verificação da abertura de fissuras (Andreghetoni e Wiese, 2024).

2.2.6.1 NBR 6118:2023

Define no item 17.3.1

$$M_r = \frac{\alpha f_{ct,m} I_c}{y_t} \quad (8)$$

Sendo:

M_r é o momento de fissuração;

α é o fator de forma geométrica que correlaciona aproximadamente a resistência à tração na flexão com a resistência à tração direta, e que para vigas de seção retangular = 1,5;

$f_{ct,m}$ é a resistência média à tração do concreto;

y_t é a distância do centro de gravidade da seção à fibra mais tracionada.

Sendo a equação para a resistência média a tração, item 8.2.5, para $f_{ck} \leq 50\text{MPa}$:

$$f_{ct,m} = 0,3 f_{ck}^{2/3} \quad (9)$$

2.2.6.2 EN 1992-1-1:2023

A abordagem é conceitualmente similar à brasileira, mas com diferenças nos parâmetros. A norma define o momento de fissuração (M_{cr}) como o momento que causa na fibra mais tracionada uma tensão igual à resistência à tração do concreto. A expressão geral:

$$M_{cr} = \frac{f_{ctm} I_g}{y_t} \quad (10)$$

Sendo:

M_{cr} é o momento de fissuração;

f_{ctm} é a resistência média à tração axial do concreto;

I_g é o momento de inércia da seção bruta do concreto.

Sendo a equação para a resistência média a tração axial, item 5.1.3, para $f_{ck} \leq 50\text{MPa}$:

$$f_{ctm} = 0,3 f_{ck}^{2/3} \quad (11)$$

2.2.6.3 ACI 318-25

Estabelece o momento de fissuração (M_{cr}) de forma análoga às outras normas, utilizando a resistência à ruptura do concreto na flexão, com a equação conforme item 24.2.3.5:

$$M_{cr} = \frac{f_r I_g}{y_t} \quad (12)$$

Sendo:

f_r é o módulo de ruptura à flexão.

No caso do módulo de ruptura, é definido no item 19.2.3.1, sendo a expressão correspondente já ajustada para o sistema internacional de unidades (SI):

$$f_r = 0,62 \lambda \sqrt{f_c'} \quad (13)$$

Sendo:

λ é o fator de modificação para concretos de baixa densidade, e para concretos de peso normal, item 19.2.4.3, $\lambda = 1,0$;

f_c' é a resistência à compressão especificada do concreto [MPa].

2.2.7 Inércia efetiva

O cálculo de flechas imediatas em elementos de concreto armado requer a determinação da rigidez à flexão (EI) da peça. No entanto, a rigidez não é constante ao longo do elemento, pois a fissuração do concreto na zona tracionada altera suas propriedades geométricas, tornando o comportamento do material não linear. Para considerar essa variação, modelos simplificados foram desenvolvidos para determinar uma inércia efetiva, que busca representar de forma simplificada tanto os trechos fissurados quanto os não fissurados de uma viga, incluindo a contribuição do concreto entre fissuras (*tension-stiffening*).

2.2.7.1 NBR 6118:2023

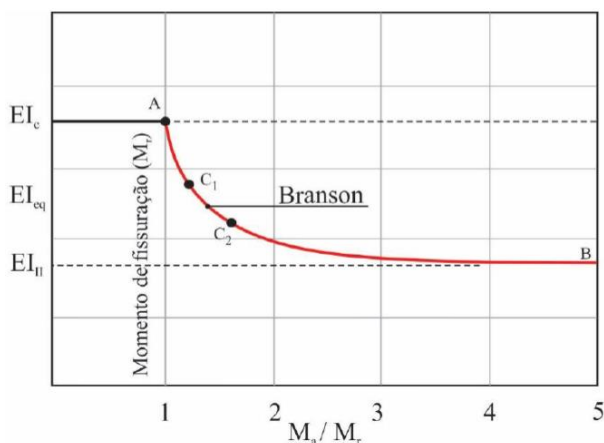
A inércia efetiva de vigas de concreto armado é atualmente determinada pelo método simplificado proposto por Branson, sendo este inicialmente incorporado em normas de projeto pelo American Concrete Institute em 1966, constituindo-se no primeiro método normativo para o cálculo simplificado da flecha imediata em vigas de concreto armado (Junges, 2011). Desde então, a formulação permaneceu presente nas atualizações do ACI, até a sua substituição na edição de 2019.

No Brasil, na versão anterior da norma, a NBR 6118:1978, recomendava utilizar a inércia do Estádio II puro para o cálculo de flechas em elementos lineares, procedimento que frequentemente resultava em valores superestimados, uma vez que desconsiderava a contribuição do concreto tracionado entre fissuras para a rigidez da peça. A partir da

atualização de 2003, passou-se a adotar a fórmula de Branson para o cálculo, avanço que foi consolidado na versão de 2007, substituindo definitivamente a prática anterior.

Essa formulação busca representar a rigidez equivalente do elemento estrutural, variando gradualmente entre a inércia da seção bruta (não fissurada) e a da seção fissurada, em função da relação entre o momento atuante e o momento de fissuração. Assim, é possível modelar de forma mais realista o comportamento de vigas parcialmente fissuradas no estado limite de serviço. A Figura 1 ilustra graficamente essa transição, evidenciando o decréscimo progressivo da rigidez à medida que os momentos solicitantes superam o momento de fissuração.

Figura 1 – Relação entre o momento aplicado e a rigidez.
Fonte: Cheung (2020)



O método, de caráter semiempírico, foi desenvolvido a partir de ensaios em vigas de seção retangular e T, simplesmente apoiadas e contínuas, submetidas a carregamentos de curta duração (Pinheiro, 2020). Na prática, adota-se uma única inércia média para representar simultaneamente os trechos fissurados e não fissurados, incorporando de maneira simplificada os efeitos da fissuração e a contribuição do concreto tracionado entre fissuras. A formulação é dada, no item 17.3.2.1.1, por:

$$(EI)_{eq,t0} = E_{cs} \left\{ \left(\frac{M_r}{M_a} \right)^3 I_c + \left[1 - \left(\frac{M_r}{M_a} \right)^3 \right] I_{II} \right\} \leq E_{cs} I_c \quad (14)$$

Sendo:

$(EI)_{eq,t0}$ é a rigidez equivalente;

M_a é o momento fletor na seção crítica do vão considerado.

Embora amplamente difundido, o modelo de Branson apresenta limitações. Gilbert e Ranzi (2010) destacam que, para elementos levemente armados ou carregados próximos ao momento de fissuração, a equação tende a superestimar a rigidez e, consequentemente, subestimar as flechas. Do mesmo modo, Barbosa et al. (2024) apontam que essa simplificação pode subestimar deformações quando a não-linearidade do concreto se torna mais acentuada, sobretudo em peças com baixas taxas de armadura.

2.2.7.2 EN 1992-1-1:2023

Para este trabalho foi adotado o método simplificado descrito no item 9.3.3, uma vez que ele apresenta maior compatibilidade conceitual com as formulações empregadas. Assim como as outras normas, este se baseia em expressões empíricas para estimar a flecha diferida, utilizando coeficientes e relações simplificadas que incorporam os efeitos de fissuração, fluência e retração de forma global. Essa abordagem é apropriada para estruturas usuais de edifícios e permite estabelecer uma comparação direta entre os critérios normativos, já que todos se apoiam em métodos aproximados de rigidez equivalente.

Vale lembrar que o item 9.3.4 também está presente na norma europeia, oferecendo um modelo mais rigoroso baseado na integração da curvatura ao longo do vão e na consideração explícita de efeitos não lineares. Contudo, por sua complexidade e pelo foco deste trabalho em métodos normativos de aplicação prática, o método geral não foi adotado como base comparativa, sendo apenas mencionado como alternativa de análise avançada.

Para seções retangulares, as deflexões de longo prazo podem ser determinadas a partir da análise elástica linear usando seções brutas de concreto e assumindo propriedades de longo prazo de acordo com o item 9.3.3:

$$\delta = k_1 [\delta_{loads} + k_s \delta_{ecs}] \quad (15)$$

Sendo:

δ é a deflexão de longo prazo;

k_1 é o coeficiente que leva em conta a fissuração e a fluência;

δ_{loads} é a deflexão elástica linear, que deve ser calculada usando $E_{c,eff}$, determinada para condições não fissuradas, devido à combinação quase permanente de ações;

k_s é o coeficiente para contabilizar o efeito da fissuração na deflexão da retração;

δ_{ecs} é a deflexão elástica linear, determinada para condições não fissuradas, devido à retração diferencial determinada pela aplicação, no modelo elástico linear, da curvatura dada pela eq. 21.

$$k_1 = \begin{cases} \zeta \frac{I_g}{I_{cr}} + (1 - \zeta), & \text{seção fissurada} \\ 1,00, & \text{seção não fissurada} \end{cases} \quad (16)$$

Sendo:

ζ é o fator zeta que, para vigas, pode ser determinado com base na razão entre o momento de fissuração e o momento fletor sob a combinação característica de ações, assumindo uma análise de longo prazo;

I_{cr} é o momento de inércia da seção fissurada do concreto.

$$\zeta = 1 - 0,5 \left(\frac{M_{cr}}{M_k} \right)^2 \quad (17)$$

$$\frac{I_g}{I_{cr}} = \frac{1}{2,7(\alpha_{e,ef}\rho)^{0,6} \left(\frac{d}{h} \right)^3} \quad (18)$$

Sendo:

$\alpha_{e,ef}$ é a razão modular efetiva do módulo de elasticidade do aço e efetivo do concreto;

ρ é a taxa de armadura de tração fornecida relacionada a $(b \cdot d)$ no meio do vão para elementos simplesmente apoiados.

$$E_{c,eff} = \frac{1,05 \times E_{cm}}{1 + \varphi(t, t_0)} \quad (19)$$

Sendo:

E_{cm} é o módulo secante do concreto;

$\varphi(t, t_0)$ é o coeficiente de fluência, que define a fluência entre os instantes t e t_0 , relacionado à deformação elástica aos 28 dias.

$$k_s = \begin{cases} 455\rho_l^2 - 35\rho_l + 1,6, & \text{fissurada} \\ 1,00, & \text{não fissurada} \end{cases} \quad (20)$$

Sendo:

ρ_l é a taxa de armadura para armadura longitudinal aderente na zona de tração devido à flexão em relação à área nominal de concreto $(b \cdot d)$.

$$\left(\frac{1}{r} \right)_{\varepsilon_{cs}} = \frac{E_s}{E_{c,eff}} \varepsilon_{cs} \frac{S_s}{I_g} \quad (21)$$

Sendo:

$\left(\frac{1}{r} \right)_{\varepsilon_{cs}}$ é a curvatura devido retração diferencial;

ε_{cs} é a deformação de retração livre do concreto;

S_s é o primeiro momento da área das armaduras de tração e compressão reais em relação ao centroide da seção transversal bruta de concreto.

2.2.7.3 ACI 318-25

Segundo a norma americana, a aproximação do momento efetivo de inércia, desenvolvida por Bischoff (2005), demonstrou resultar em deflexões calculadas com precisão suficiente para uma ampla gama de taxas de armadura (Bischoff e Scanlon, 2007).

Já que a equação anterior de Branson, demonstrou posteriormente subestimar as deflexões para elementos com baixas taxas de armadura, o que ocorre frequentemente em lajes, além de não considerar os efeitos de restrições.

Para elementos com armadura superior a 1% e momento de serviço pelo menos duas vezes maior que o momento de fissuração, há pouca diferença entre as deflexões calculadas através de Branson (1965) ou Bischoff e Scanlon (2007). Outros estudos comparativos confirmam que o método de Bischoff resulta em valores de inércia efetiva menores (e, portanto, flechas maiores e mais realistas) para elementos levemente armados, enquanto para elementos com taxas de reforço usuais, os resultados de ambos os métodos são muito similares (Pinheiro, 2020; Venâncio e Cheung, 2025).

Com o objetivo de superar essas restrições, Bischoff (2005) propôs uma nova formulação para o cálculo da inércia efetiva, fundamentada no conceito de *tension-stiffening* e na utilização de uma média ponderada das flexibilidades em vez das rigidezes. Além disso, Scanlon e Bischoff (2008) recomendaram que o momento de fissuração (M_{cr}) seja multiplicado por dois terços para considerar a restrição que pode reduzir o momento efetivo de fissuração, bem como para contabilizar a redução da resistência à tração do concreto durante a construção, que pode levar à fissuração que posteriormente afeta as deflexões de serviço.

A principal diferença matemática entre os métodos está na substituição do expoente cúbico da equação de Branson por um quadrático na equação de Bischoff, além da modificação estrutural da fórmula. A expressão proposta por Bischoff (2005) no item 24.2.3.5 da norma americana é dada por:

$$I_e = \frac{I_{cr}}{1 - \left(\frac{(2/3)M_{cr}}{M_a} \right)^2 \left(1 - \frac{I_{cr}}{I_g} \right)} \quad (22)$$

Sendo:

I_e é o momento de inércia da seção efetiva do concreto.

2.2.8 Flecha diferida

A flecha diferida é o acréscimo de deslocamento que se manifesta ao longo do tempo de vida da estrutura, sendo usualmente maior do que o deslocamento imediato. Este aumento é provocado por fenômenos reológicos inerentes ao concreto, principalmente a fluência e a retração.

Os métodos normativos para estimar a flecha diferida podem ser amplamente divididos em duas categorias:

o método do fator multiplicador e o método baseado na curvatura média e superposição de efeitos.

2.2.8.1 NBR 6118:2023

A norma adota um método simplificado para o cálculo da flecha diferida, que é uma adaptação das formulações de Branson (1965). Este método utiliza um fator multiplicativo aplicado à parcela imediata da flecha causada pelas cargas de longa duração, calculado de acordo com item 17.3.2.1.2:

$$\delta_{diferida} = \delta_{imediate} \times (1 + \alpha_f) \quad (23)$$

Sendo:

$\delta_{diferida}$ é a deformação diferida no tempo;

$\delta_{imediate}$ é a deformação imediata;

α_f é o fator empírico que considera os efeitos combinados da fluência e da retração.

$$\alpha_f = \frac{\Delta\xi}{1 + 50\rho'} \quad (24)$$

Sendo:

$\Delta\xi$ é a diferença do coeficiente em função do tempo;
 ρ' é a taxa geométrica da armadura longitudinal de compressão ($A_s'/b.d$).

$$\Delta\xi = \xi(t) - \xi(t_0) \quad (25)$$

Sendo:

$\xi(t)$ é o coeficiente em função do tempo do valor final da flecha diferida de interesse [meses];

$\xi(t_0)$ é o coeficiente em função da idade relativa à data de aplicação da carga de longa duração, considerando como $t = 0$ o momento da concretagem [meses].

$$\xi(t) = \begin{cases} 0,68(0,996^t)t^{0,32}, & t \leq 70 \text{ meses} \\ 2, & t > 70 \text{ meses} \end{cases} \quad (26)$$

Sendo:

t é o tempo quando se deseja o valor da flecha diferida [meses].

Este método, que é o mesmo adotado na norma americana, é criticado por diversos autores devido à sua incapacidade de modelar com precisão fenômenos complexos e dependentes do tempo. A principal limitação é a simplificação excessiva da variação da rigidez estrutural, que, segundo Ghali e Favre (1994), não considera a fissuração progressiva nem a redistribuição de esforços ao longo do tempo. Além disso, Bazant e Baweja (1995) apontam que esses métodos podem superestimar as deformações em elementos com alta taxa de armadura ou concreto de alta resistência, pois desconsideram o aumento da rigidez proporcionado por esses fatores.

Os métodos empíricos também falham ao lidar com as condições ambientais e históricas de carregamento, Neville e Brooks (2010) alertam que, em ambientes muito secos ou sob carregamentos prolongados, os

efeitos de fluência e retração podem ser significativamente maiores do que o previsto, levando à subestimação das flechas, e Mehta e Monteiro (2014) adicionam que variações locais de umidade e temperatura também não são consideradas adequadamente, apesar de afetarem criticamente a fluência e a retração.

2.2.8.2 EN 1992-1-1:2023

Adota uma abordagem detalhada para calcular a flecha de longo prazo em elementos de concreto armado, tratando os efeitos da fluência e da retração separadamente e utilizando o princípio da superposição dos efeitos.

O efeito da fluência é integrado no cálculo da rigidez através da substituição do módulo de elasticidade secante do concreto pelo módulo de deformação efetivo do concreto. Ao utilizá-lo nas equações de curvatura para as parcelas de carregamento de longa duração, o cálculo da flecha devida a estas cargas já incorpora a deformação adicional causada pela fluência. Este método é amplamente conhecido como Effective Modulus Method (EMM). É fundamental notar que o EMM, em sua forma original, assume que a tensão no concreto é constante ao longo do tempo.

A retração é tratada separadamente, pois a restrição imposta pela armadura provoca curvaturas adicionais mesmo na ausência de carregamento externo, essa é calculada como a curvatura de retração.

Esta metodologia, que ajusta a rigidez (módulo efetivo) e adiciona um efeito de curvatura (retração) de forma individualizada, se diferencia substancialmente de métodos empíricos de inércia efetiva, os quais utilizam um único fator multiplicador sobre a flecha instantânea para simular toda a flecha diferida. Esta abordagem permite uma avaliação mais precisa e fundamental dos fenômenos reológicos.

2.2.8.3 ACI 318-25

Aborda a flecha diferida, causada pela fluência e pela retração, através de um método de fator multiplicativo que complementa o cálculo da flecha elástica imediata, igual à da norma brasileira, porém a americana depende da duração total do carregamento, mas não considera uma redução do seu valor em função da idade de aplicação do primeiro carregamento, o que o distingue, resultando muitas vezes em valores de flechas diferidas maiores (Guarda, 2005).

Esta forma é considerada satisfatório pelo ACI para ser usado em conjunto com os procedimentos do código para flechas imediatas e com os limites apresentados.

A equação abaixo contida no item 24.2.4.1.1 foi desenvolvida em Branson (1971), onde o termo $(1 + 50\rho')$ explica o efeito da armadura de compressão na redução das deflexões dependentes do tempo.

$$\lambda_d = \frac{\xi}{1 + 50\rho'} \quad (27)$$

Sendo:

λ_d é o fator empírico que considera os efeitos combinados da fluência e da retração;

ξ é o coeficiente em função do tempo.

O valor do fator ξ dependente do tempo para cargas sustentadas deve estar de acordo com a tabela 1 abaixo presente no item 24.2.4.1.3 da normativa.

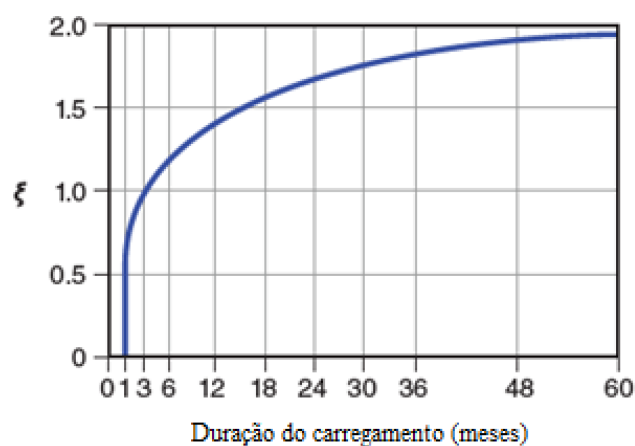
Tabela 1 – Fator dependente do tempo.

Fonte: ACI 318-25

Duração da carga (meses)	ξ
3	1,0
6	1,2
12	1,4
60 ou mais	2,0

Além dela, a curva na figura 2 pode ser usada para estimar valores de ξ para períodos de carregamento inferiores a 5 anos.

Figura 2 – Multiplicadores para o fator dependente do tempo. Fonte: ACI 318-25



Se for desejado considerar a fluência e a retração separadamente, a normativa permite que as equações aproximadas fornecidas em Branson (1965, 1971, 1977) e no Comitê ACI 435 de 1966 sejam utilizadas.

2.2.9 Limites de flecha de serviço

2.2.9.1 NBR 6118:2023

A norma brasileira, em seu item 13.3, estabelece valores-limite para os deslocamentos, que são apresentados na tabela 13.3 da norma. Esses limites são classificados em grupos, de acordo com o efeito

que se deseja evitar, sendo os mais comuns considerados:

1. Aceitabilidade sensorial (Visual): Para evitar deslocamentos visíveis em elementos estruturais, o deslocamento total não pode exceder $\ell/250$, onde ℓ é o vão do elemento.
2. Efeitos estruturais em serviço (superfícies que devem drenar água): Como coberturas e varandas, o deslocamento total não pode exceder $\ell/250$

Tendo também limites para efeitos em elementos não estruturais, ou que provoquem afastamento em relação às hipóteses de cálculos adotadas.

Segundo Carvalho e Figueiredo (2024), em versões anteriores, era definida uma altura a partir da qual era dispensado o cálculo dos deslocamentos, porém nas últimas versões, inclusive na atual, não há altura útil a partir da qual é dispensado o cálculo dos deslocamentos, ou seja, sempre é necessário avaliar as flechas nos elementos estruturais.

2.2.9.2 EN 1992-1-1:2023

A norma delega aos Anexos Nacionais a definição de valores específicos, mas fornece valores recomendados, onde ℓ é o vão do elemento, sendo que na EN 1990:2023, estes são com base na tabela A.1.10:

1. Teto não acessível (cobertura e forro): $\ell / 250$
2. Piso e teto acessível (cobertura, paredes divisórias internas, pisos): $\ell / 250$

Ela acrescenta que desde que vigas ou lajes de concreto armado em edifícios, submetidas a cargas predominantemente uniformemente distribuídas, sejam dimensionadas em conformidade com os limites da relação vão/altura efetiva dados na tabela 9.3 da norma europeia, suas deflexões podem ser consideradas como não excedendo uma deflexão total de $1/250$. Nesses casos, a verificação explícita das deflexões pode ser omitida.

A prescrição também diz que as deformações reais podem diferir dos valores estimados, particularmente se os valores dos momentos aplicados estiverem próximos do momento de fissuração. As diferenças dependerão da dispersão das propriedades do material, das condições ambientais, do histórico de carga, das restrições nos apoios, das condições do solo, etc.

2.2.9.3 ACI 318-25

A norma americana, em sua tabela 24.2.2, especifica os deslocamentos computados máximos permitidos para vigas e lajes unidirecionais. Esses limites são

definidos com base no tipo de elemento, na sua função (piso ou cobertura) e na sua ligação com componentes não estruturais. Onde ℓ é o comprimento do vão do elemento, os limites são os seguintes:

1. Coberturas planas que não suportam ou não estão ligadas a elementos não estruturais suscetíveis a danos por grandes deslocamentos: $\ell / 180$
2. Pisos que não suportam ou não estão ligados a elementos não estruturais suscetíveis a danos por grandes deslocamentos: $\ell / 360$, sendo a flecha devida apenas à carga accidental.
3. Coberturas ou pisos que suportam ou estão ligados a elementos não estruturais que podem ser danificados por grandes deslocamentos (por exemplo, paredes de alvenaria): $\ell / 480$
4. Coberturas ou pisos que suportam ou estão ligados a elementos não estruturais que não são danificados por grandes deslocamentos: $\ell / 240$

O item 9.3.2.1 estabelece que, para vigas de concreto armado não protendidas que não suportam ou não estão ligadas a elementos não estruturais suscetíveis a danos por grandes deformações, o cálculo da flecha pode ser dispensado. Essa dispensa é válida se a altura total da viga satisfizer os limites mínimos exigidos na tabela 9.3.1.1, sendo este $\ell/16$ para vigas simplesmente apoiadas.

No entanto, o código adverte que o cálculo detalhado das deflexões é obrigatório em situações críticas, como quando a viga suporta elementos sensíveis à deformação ou possui cargas permanentes incomumente pesadas. Adicionalmente, estudos técnicos, como os de Bischoff e Scanlon (2009), sugerem que o simples cumprimento dessas alturas mínimas de projeto pode não ser conservador em todos os casos.

3. METODOLOGIA

3.1 Caracterização do estudo

Este trabalho é baseado em pesquisa bibliográfica e documental. Inicialmente, foram identificados e selecionados os trechos pertinentes das normas NBR 6118:2023, ACI 318-25 e EN 1992-1-1:2023 relativos ao estado limite de serviço para deformações em vigas. Em seguida, organizada a coleta desses critérios (fórmulas, limites e parâmetros), de modo a evidenciar convergências e diferenças metodológicas. Para ilustrar a aplicação prática, foram feitos gráficos de momento atuante x flecha deferida, no qual se calculam estas previstas por cada norma, considerando parâmetros típicos de seção e material,

permitindo quantificar diferenças de resultado em situação controlada.

A análise comparativa inicial revelou distorções significativas nos resultados das flechas, decorrentes principalmente das diferentes formulações normativas para o momento de fissuração, ponto importante que demarca a transição entre os estados não-fissurado e fissurado, não permitindo uma comparação direta e isenta do comportamento pós-fissuração entre as normas.

Assim, visando a padronização adotou-se a premissa de igualar todos os momentos de fissuração para um mesmo valor, baseado na metodologia da NBR 6118:2023, estabelecendo assim uma base comum. Para refinar a modelagem do fenômeno, optou-se por seguir a recomendação de Scanlon e Bischoff (2008) com o momento de fissuração multiplicado por dois terços.

Estas premissas permitem isolar o impacto das diferentes metodologias de cálculo de inércia efetiva e *tension-stiffening* de cada norma, garantindo que a divergência nos resultados de flecha fosse um reflexo das premissas de rigidez de longo prazo, e não meramente das distintas definições da ocorrência de fissuração.

Esta simulação foi feita até que todas as formulações normativas tenham excedido o limite de flecha de serviço na NBR 6118:2023 de $\ell/250$ e todo o processo seguiu sequência lógica de leitura direcional de fontes relevantes (normas e literatura técnica), extração de dados normativos, elaboração de tabelas e gráficos comparativos.

3.2 Definição do modelo estrutural

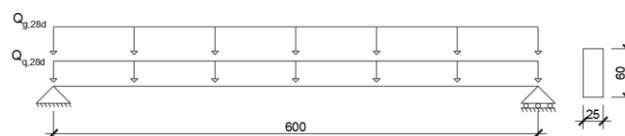
Para exemplificação prática e padronização dos cálculos, definiu-se uma viga de referência com os seguintes critérios:

Classe de agressividade ambiental: II com cobrimento de 3,0cm.

Carregamento: Considerado carregamento distribuído uniformemente sobre a viga, atuando em regime quase-permanente, com valor da combinação variando afim de ver o efeito do aumento do momento atuante na deformação.

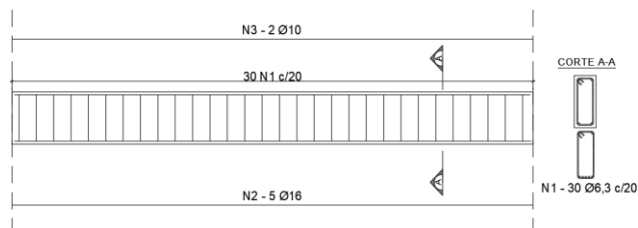
Elemento estrutural: viga retangular biapoiada com seção de 25x60cm conforme figura 3.

Figura 3 – Modelo estrutural tipo. Fonte: Autor



Armadura: Considerado para armadura inferior com 2 barras de diâmetro de 10mm, para armadura superior com 5 barras de diâmetro de 16mm, e estribos com diâmetro de 6,3mm representada pela figura 4.

Figura 4 – Elemento de estudo. Fonte: Autor



Ademais, os parâmetros adotados nos casos estudados estão inseridos nas figuras 5 a 7.

Figura 5 – Dados de entrada para caso 1. Fonte: Autor

Dados necessários			
H (m)	0,60	f_{ck} (MPa)	25
d (m)	0,56	f_{yk} (MPa)	500
b (m)	0,25	Natureza agregados	Basalto e diabásio
d' (m)	0,04	L (m)	6,00
A_s (cm ²)	10,05	A_s' (cm ²)	1,57
t (meses)	100	t_0 (dias)	28
$\varphi(t, t_0)$	2,06	ϵ_{cs} ($\times 10^{-6}$ mm/mm)	389,00

Figura 6 – Dados de entrada para caso 2. Fonte: Autor

Dados necessários			
H (m)	0,60	f_{ck} (MPa)	30
d (m)	0,56	f_{yk} (MPa)	500
b (m)	0,25	Natureza agregados	Basalto e diabásio
d' (m)	0,04	L (m)	6,00
A_s (cm ²)	10,05	A_s' (cm ²)	1,57
t (meses)	100	t_0 (dias)	28
$\varphi(t, t_0)$	1,80	ϵ_{cs} ($\times 10^{-6}$ mm/mm)	383,00

Figura 7 – Dados de entrada para caso 3. Fonte: Autor

Dados necessários			
H (m)	0,60	f_{ck} (MPa)	40
d (m)	0,56	f_{yk} (MPa)	500
b (m)	0,25	Natureza agregados	Basalto e diabásio
d' (m)	0,04	L (m)	6,00
A_s (cm ²)	10,05	A_s' (cm ²)	1,57
t (meses)	100	t_0 (dias)	28
$\varphi(t, t_0)$	1,44	ϵ_{cs} ($\times 10^{-6}$ mm/mm)	376,00

Para observar a influência da armadura na deflexão causada pela retração, calculada pela norma europeia, foi adotado o caso 1 variando o valor de suas armaduras superiores e inferiores.

3.3 Ferramenta de cálculo

A análise comparativa foi implementada em planilha Excel, que permitiu calcular de forma automatizada as flechas diferidas previstas por cada norma. Para os coeficientes de fluência ($\varphi(t, t_0)$) e retração (ϵ_{cs}) da

norma europeia foi utilizado programa desenvolvido por Lima e Cheung (2020). Os cálculos seguiram a sequência: (i) determinação de parâmetros adotados comuns (módulo de elasticidade, inércia da seção bruta, linha neutra no estágio II), (ii) determinação do momento de fissuração, (iii) aplicação do modelo normativo de inércia efetiva, (iv) obtenção da flecha imediata, (v) obtenção da flecha diferida.

3.4 Observações práticas

A adoção de $f_{ck} \leq 50$ MPa justifica-se pela representatividade em estruturas correntes e pela consistência com os limites normativos de aplicação das fórmulas analisadas. Além disso, ao se fixar a idade do concreto em 28 dias, busca-se manter uniformidade comparativa, evitando variações de resistência e módulo de elasticidade decorrentes de idades distintas de ensaio.

4. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Os resultados iniciais obtidos para o momento de fissuração demonstram a primeira e mais fundamental divergência entre os modelos normativos analisados. Conforme a tabela 2, o momento de fissuração calculado pela NBR 6118:2023 é consistentemente superior aos valores obtidos pelo EN 1992-1-1:2023 e pelo ACI 318-25 para os mesmos parâmetros de seção e resistência do concreto.

Tabela 2 – Diferenças no momento de fissuração.

Fonte: Autor

Seção (cm x cm)	f_{ck} (MPa)	$M_{f,NBR6118}$ (kN.m)	$M_{f,EN1992-1-1}$ (kN.m)	$(2/3)M_{f,ACI}$ (kN.m)
25 x 60	25	57,71	38,47	31,14
	30	65,17	43,45	34,11
	40	78,95	52,63	39,39

Essa diferença decorre, sobretudo, da forma como cada código trata a resistência à tração do concreto sob flexão, também conhecida como módulo de ruptura.

A NBR 6118:2023 adota uma abordagem particular ao introduzir o fator de forma geométrica $\alpha = 1,5$, que converte a resistência média à tração direta do concreto em resistência à tração na flexão. Essa correlação tende a elevar o valor do momento de fissuração, implicando que a viga seja considerada não fissurada por um intervalo mais amplo de momentos aplicados.

Já o EN 1992-1-1:2023 utiliza diretamente o valor médio de resistência à tração axial para determinar o momento de fissuração, sem aplicar um coeficiente, ou em outras palavras, considera que o f_{ctm} já representa a resistência efetiva à tração para efeitos de flexão, dispensando o ajuste geométrico. Essa escolha

leva a momentos de fissuração menores, e portanto, a um início mais precoce da fissuração, o que reduz a rigidez inicial e aumenta ligeiramente as flechas previstas.

Por sua vez, o ACI 318-25 adota um modelo empírico baseado no módulo de ruptura flexional, o qual, apesar de incorporar a influência da densidade do concreto, tende a produzir valores de f_r mais conservadores do que aqueles obtidos pela expressão brasileira, além de adotar $M_a > (2/3) M_{cr}$ para cálculo da inércia efetiva por Bischoff, visando considerar a restrição que pode reduzir o momento de fissuração efetivo, bem como para contabilizar a redução da resistência à tração do concreto durante a construção qual pode levar à fissuração que posteriormente afeta as deflexões de serviço, o que implica em um comportamento mais flexível (menor rigidez efetiva) e flechas ligeiramente maiores.

Os gráficos 1 a 3 apresentam os resultados das comparações realizadas.

Gráfico 1 – Momento fletor x flecha diferida para caso 1.
Fonte: Autor

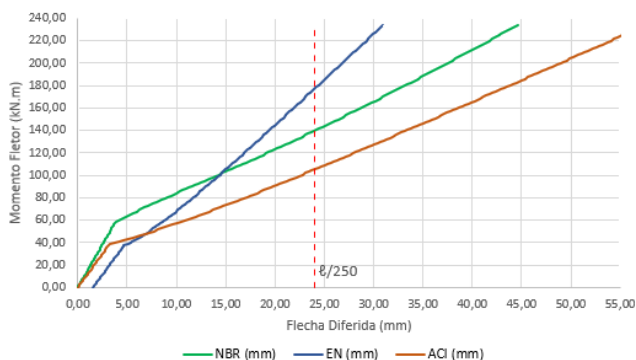


Gráfico 2 – Momento fletor x flecha diferida para caso 2.
Fonte: Autor

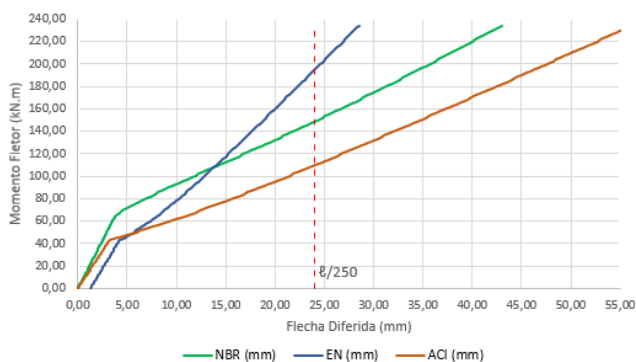
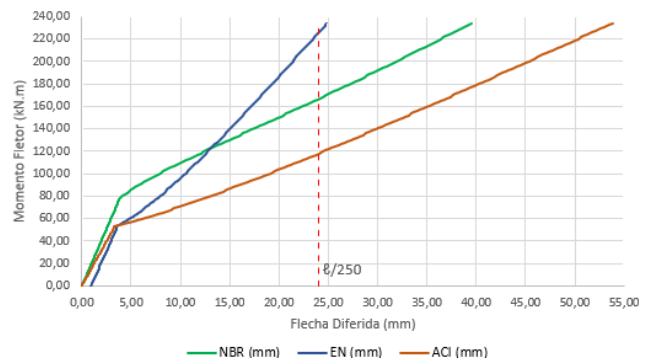


Gráfico 3 – Momento fletor x flecha diferida para caso 3.
Fonte: Autor



A análise destes revela tendências consistentes no comportamento dos modelos normativos para o cálculo da flecha imediata. A comparação feita na tabela 3 indica que para os três casos analisados, o momento necessário para que a flecha ultrapasse o limite de $l/250$ é significativamente diferente entre as normas.

Tabela 3 – Momentos críticos para exceder a flecha limite.

Fonte: Autor

Caso	NBR (kN.m)	EN (kN.m)	EN/NBR	ACI (kN.m)	ACI/NBR
1	140,40	177,30	1,26	105,30	0,75
2	149,49	195,03	1,30	109,89	0,74
3	167,31	225,81	1,35	118,17	0,71

É visto que a EN 1992-1-1:2023 exige valores de momento entre 26% e 35% maiores que a NBR 6118:2023 para que ocorra a mesma deflexão. Essa tendência está ligada ao fato da normativa europeia incorporar de forma explícita os efeitos diferidos (retração e fluência) já na formulação inicial de curvatura, resultando em maiores curvaturas e, consequentemente, menor capacidade de momento antes de atingir o limite de flecha.

Por outro lado, o ACI 318-25 apresenta momentos limitantes entre 25% e 29% menores que os obtidos pela NBR 6118:2023. Isso ocorre porque a abordagem da norma americana é mais conservadora para deflexões imediatas e, ao mesmo tempo, adota coeficientes globalmente menores para efeitos diferidos, fazendo com que o limite de flecha seja atingido sob momentos menores quando comparado à brasileira.

Para cargas onde o momento solicitante é próximo ao momento de fissuração, a norma brasileira consistentemente prevê a menor flecha diferida, sugerindo que a formulação de Branson pode superestimar a rigidez da peça para este estágio inicial de fissuração, enquanto a americana prevê os maiores valores de flecha, o que é um resultado esperado, visto

que sua formulação de Bischoff foi desenvolvida para corrigir a superestimação da inércia efetiva em elementos levemente armados, já a europeia apresenta um comportamento intermediário.

Para cargas maiores, a curva da norma brasileira ultrapassa a europeia, e a americana continua com os maiores valores. No entanto, as inclinações das curvas brasileira e americana tornam-se notavelmente similares após a estabilização da fissuração, indicando que, neste estágio, ambos os modelos convergem para valores semelhantes de rigidez efetiva.

A influência da resistência do concreto é evidente na comparação entre os gráficos, pois este resulta em uma redução expressiva nas flechas diferidas em todos os métodos. Isso ocorre pois o concreto de maior resistência implica em um módulo de elasticidade e uma resistência à tração mais elevados, que promovem um aumento no momento de fissuração e na rigidez da seção.

A abordagem europeia, baseada no princípio da superposição de efeitos reológicos, estrutura o cálculo da flecha diferida para incluir uma parcela que existe mesmo na ausência de carregamento externo, o que é devido à retração do concreto, cujo é uma redução volumétrica que, ao ser restringida por uma armadura longitudinal assimétrica, gera um momento interno de curvatura de retração que causa deformação mesmo quando o momento é zero. Como essa deflexão por retração é tratada de forma individualizada, e não como um fator multiplicador único, como em outras normas, causa o deslocamento inicial da curva, que não passa pela origem do gráfico.

Além disso, foi visto um comportamento contraintuitivo apresentado na tabela 4, o aumento na armadura inferior resulta no aumento da deflexão gerada pela retração, assim como o aumento da armadura superior resulta na diminuição dela, tal fenômeno é explicado pelo aumento no momento estático, que quantifica a assimetria acentuada da armadura tracionada com a comprimida, amplificando o braço de alavanca da força de restrição do aço.

Tabela 4 – Influência da armadura na curvatura de retração pelo EN-1992-1-1:2023 no caso 1.

Fonte: Autor

A_s (cm ²)	A_s' (cm ²)	S_z (cm ³)	$(1/r)_{ECS}$ ($\times 10^{-3}$ mm ⁻¹)	δ_{ECS} (mm)
10,05	1,57	206,36	34,20	1,54
10,05	3,14	166,56	27,22	1,23
20,10	1,57	434,14	66,98	3,01
20,10	3,14	394,50	60,02	2,70

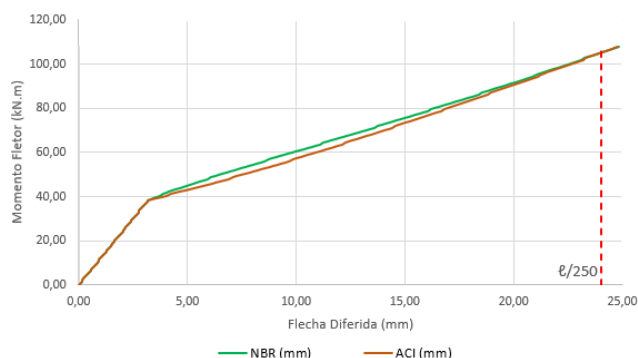
O resultado obtido está em acordo com a literatura. Gilbert e Ranzi (2010) destacam que a retração gera curvatura sempre que a armadura é assimétrica, pois o concreto, ao retrair, comprime o aço e este reage impondo uma força de tração excêntrica em relação ao centroide da seção. Quanto maior a armadura inferior, maior essa excentricidade e, portanto, maior o momento interno de restrição, isso intensifica a curvatura, confirmando o aumento da deflexão por retração. Além disso, segundo experimentos realizados por Guarda (2005), a presença de armadura de compressão nas vigas provocou uma redução dos deslocamentos, principalmente, porque essa armadura adicional também contribui para diminuir a curvatura gerada pela retração do concreto.

Ademais, percebe-se que mesmo aplicando o mesmo momento de fissuração para todas as normas com a redução de $M_a > (2/3)M_{cr}$ para ser considerada fissurada, a curva brasileira continua apresentando um ponto de mudança de inclinação diferente das demais normas. Este resultado é crucial, pois demonstra que a consideração da norma brasileira que a rigidez equivalente deve ser menor ou igual a rigidez da seção bruta, leva ao resultado de que para esta condição o seu momento atuante sempre será maior que o momento de fissuração, independente se ela já esteja fissurada pelo fator de redução.

Outra divergência é observada no cálculo da flecha diferida. Tanto a brasileira quanto a americana utilizam adaptações da formulação de Branson que depende de um coeficiente multiplicador para correlacionar a deformação imediata e a de longo prazo, porém a norma americana não considera a redução do coeficiente em função da idade relativa à data de aplicação da carga.

Esta diferença explica a convergência observada no gráfico 4, com aplicação da carga de longa duração considerada no momento da concretagem ($t = 0$) e igualando o ponto de mudança de inclinação, onde os resultados demonstram maior similaridade.

Gráfico 4 – Flecha diferida para caso 1 com aplicação da carga e M_{cr} equalizados. Fonte: Autor



5. CONCLUSÃO

Retomando o objetivo deste trabalho, é concluído que cada norma adota formulações distintas que influenciam significativamente as deformações calculadas. Os resultados mostram que a brasileira previu consistentemente menores flechas diferidas até certo ponto do que as normas europeia e americana, sendo posteriormente maior que a europeia, sendo a norma americana a que atinge o limite de deformação excessiva primeiramente, seguida pela brasileira e europeia.

De forma geral, verificou-se que a EN 1992-1-1:2023 apresenta comportamento menos rigoroso na previsão de deformações, exigindo momentos entre 26% e 35% superiores aos da NBR 6118:2023 para que a mesma flecha limite seja atingida, principalmente por incorporar os efeitos diferidos já na formulação da curvatura. Em contraste, o ACI 318-25 mostrou-se mais conservador quanto às deformações imediatas, resultando em momentos limitantes entre 25% e 29% inferiores aos da normativa brasileira. Esses resultados evidenciam diferenças estruturais entre os modelos normativos e reforçam que a norma brasileira se posiciona de forma intermediária entre as abordagens europeia e americana no controle de deformações.

A principal fonte de discrepância reside na definição e no cálculo de três parâmetros críticos: momento de fissuração, forma de considerar a inércia efetiva e a metodologia para flecha diferida.

A normativa europeia destaca-se por sua abordagem de superposição de efeitos reológicos, sendo o único a prever uma flecha de retração que ocorre independentemente do carregamento externo, causada pela assimetria da armadura, observando que esta flecha de retração aumenta contraintuitivamente com o aumento da armadura de tração.

Ressalta-se que a análise proposta é teórica e que, para aplicação em projetos executivos, é recomendado a calibração experimental de parâmetros, sendo este estudo realizado em condições ideais, limitações do estudo incluem a não consideração de variações reais do módulo de deformação do concreto e o fato de terem sido adotadas apenas as combinações de ações e cálculo do módulo de elasticidade pela norma brasileira.

Para pesquisas futuras, sugere-se investigar casos experimentais que envolvam vigas submetidas a carregamentos sustentados de longa duração, a fim de confrontar as estimativas normativas com medições reais de deslocamento.

6. AGRADECIMENTOS

Agradeço ao Prof. Dr. Andrés Batista Cheung pela orientação dedicada e pelos valiosos conhecimentos compartilhados, ao Curso de Graduação em Engenharia Civil, cuja sólida formação impulsionaram meu desenvolvimento acadêmico, e à UFMS pelo investimento contínuo em capacitação.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ABNT NBR 6118:2023. Projeto de estruturas de concreto – Procedimento, 2023.

AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. Building Code Requirements for Structural Concrete (ACI 318-25) and Commentary. Farmington Hills, MI, 2025.

ANDREGHETONI, A. L. D.; WIESE, M. Verificação do Estado Limite de Serviço (ELS) de deformações excessivas em vigas de concreto armado segundo a NBR 6118 (2023) e o Eurocode 2 (2004). Revista FT, v. 29, n. 141, 2024.

ARAÚJO, J. M. de. Processos simplificados para cálculo de flechas de vigas de concreto armado. Teoria e Prática na Engenharia Civil, n. 5, p. 1-10, ago. 2004.

BARBOSA, F. A. S.; SERAFINI, R.; WELTER, N. V. de C.; FIGUEIREDO, A. D. de; BITENCOURT JÚNIOR, L. A. G. Abordagens para análise não linear dos deslocamentos em vigas de concreto armado. In: CONGRESSO BRASILEIRO DO CONCRETO, 65, 2024. Anais. São Paulo: IBRACON, 2024.

BASTOS, P. S. Flexão simples – notas de aula da disciplina Estruturas de Concreto I. Bauru: Universidade Estadual Paulista – UNESP, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, 2023.

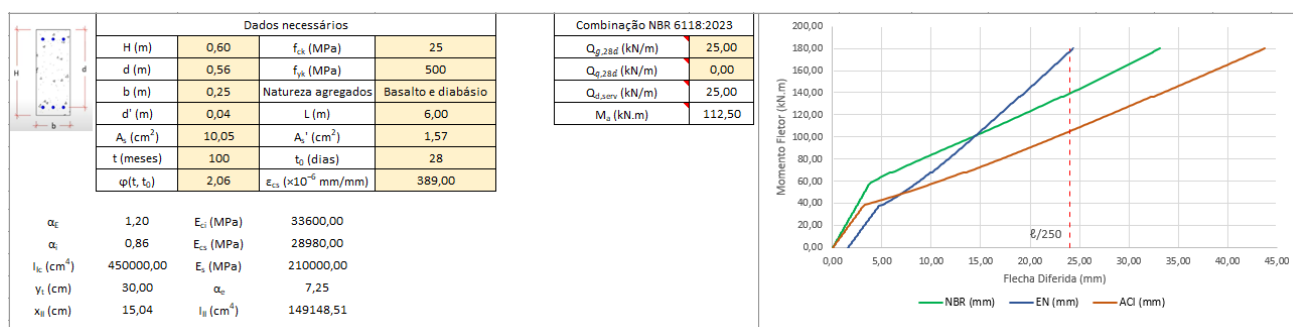
BAZANT, Z. P.; BAWEJA, S. Creep and Shrinkage Prediction Model for Analysis and Design of Concrete Structures: Model B3. Materials and Structures, v. 28, p. 357-365, 1995.

BISCHOFF, P. H. Reevaluation of deflection prediction for concrete beams reinforced with steel and FRP bars. Journal of Structural Engineering, v. 131, n. 5, p. 752–764, 2005.

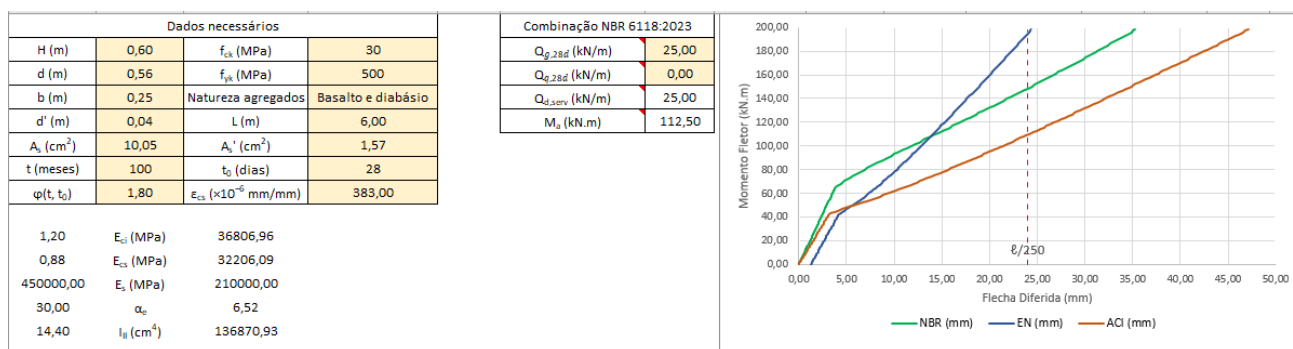
BISCHOFF, P. H.; SCANLON, A. Effective Moment of Inertia for Calculating Deflections of Concrete Members Containing Steel Reinforcement and Fiber-Reinforced Polymer Reinforcement. ACI Structural Journal, v. 104, n. 1, p. 68–75, 2007.

- BISCHOFF, P. H.; SCANLON, A. Span-Depth Ratios for One-Way Members Based on ACI 318 Deflection Limits. *ACI Structural Journal*, v. 106, n. 5, p. 617–626, 2009.
- BRANSON, D. E. Instantaneous and Time-Dependent Deflections on Simple and Continuous Reinforced Concrete Beams. HPR Report No. 7, Part 1, Alabama Highway Department, Bureau of Public Roads, p. 1–78, 1965.
- BRANSON, D. E. Compression steel effect on long-time deflections. *Journal of the American Concrete Institute*, v. 68, n. 8, p. 555–559, 1971.
- BRANSON, D. E. Deformation of Concrete Structures. New York: McGraw-Hill Book Co., 1977.
- BRITO, J. D. B.; REIS, P. H. M.; SANTOS, W. G. F. Evolução do método de direcionamento de vigas de concreto armado. *Revista FT*, v. 29, n. 147, 2025.
- CARVALHO, R. C.; FIGUEIREDO FILHO, J. R. de. Cálculo e detalhamento de estruturas usuais de concreto armado: segundo a NBR 6118:2023. 5. ed. São Carlos: Edufscar, 2024.
- CHEUNG, A. B. Notas de aula da disciplina Concreto Armado 2: Estado Limite de Deformação. Campo Grande: Universidade Federal de Mato Grosso do Sul (UFMS), 2020.
- COMITÉ EUROPÉEN DE NORMALISATION. Eurocode 2: Design of Concrete Structures – Part 1-1: General rules – Rules for buildings, bridges and civil engineering structures. EN 1992-1-1:2023. Brussels, 2023.
- FÉDÉRATION INTERNATIONALE DU BÉTON. fib Model Code for Concrete Structures (2020). Lausanne, 2020.
- GHALI, A.; FAVRE, R. Concrete Structures: Stresses and Deformations. 2. ed. London: Chapman & Hall, 1994.
- GILBERT, R. I.; RANZI, G. Time-Dependent Behaviour of Concrete Structures. Spon Press, 2010.
- GUARDA, M. C. C. Cálculo de deslocamentos em pavimentos de edifícios de concreto armado. Tese (Doutorado em Engenharia de Estruturas) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2005.
- JUNGES, E. Estudo comparativo entre métodos simplificados e modelos de elementos finitos não lineares para o cálculo de flecha imediata em vigas de concreto armado. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2011.
- LIMA, I. C. S.; CHEUNG, A. B. Software para cálculo de fluência e retração do concreto. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Engenharia Civil). UFMS, 2020.
- MEHTA, P. K.; MONTEIRO, P. J. M. Concrete: Microstructure, Properties, and Materials. 4. ed. Berkeley: McGraw-Hill Education, 2014.
- MENDES, A. A.; FORMAGINI, S.; CHEUNG, A. B.; RIVA, G. S.; ALVES, Y. V. Estimativa dos módulo de elasticidade estático e dinâmico em concretos com areia fina. In: CONGRESSO BRASILEIRO DO CONCRETO – CBC, 65, 2024, Maceió. Anais. São Paulo: IBRACON, 2024.
- MORELLI, F.; AMICO, C.; SALVATORE, W.; SQUEGLIA, N.; STACUL, S. Influence of Tension Stiffening on the Flexural Stiffness of Reinforced Concrete Circular Sections. *Materials*, v. 10, n. 6, p. 669, 2017.
- NEVILLE, A. M.; BROOKS, J. J. Concrete Technology. 2. ed. London: Pearson Education LTD, 2010.
- PINHEIRO, L. G. Procedimentos para avaliação de flechas em elementos estruturais de concreto armado. Projeto de Conclusão de Curso (Graduação em Engenharia Civil) – Universidade Federal Fluminense, Niterói, 2020.
- SANTOS, R. E. A armação do concreto no Brasil: história da difusão da tecnologia do concreto armado e da construção de sua hegemonia. 2008.
- SCANLON, A.; BISCHOFF, P. H. Shrinkage Restraint and Loading History Effects on Deflections of Flexural Members. *ACI Structural Journal*, v. 105, n. 4, p. 498–506, 2008.
- VENÂNCIO, M. M.; CHEUNG, A. B. Análise de flechas em vigas de concreto armado: influência da retração e fluência ao longo do tempo. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Engenharia Civil). UFMS, 2025.

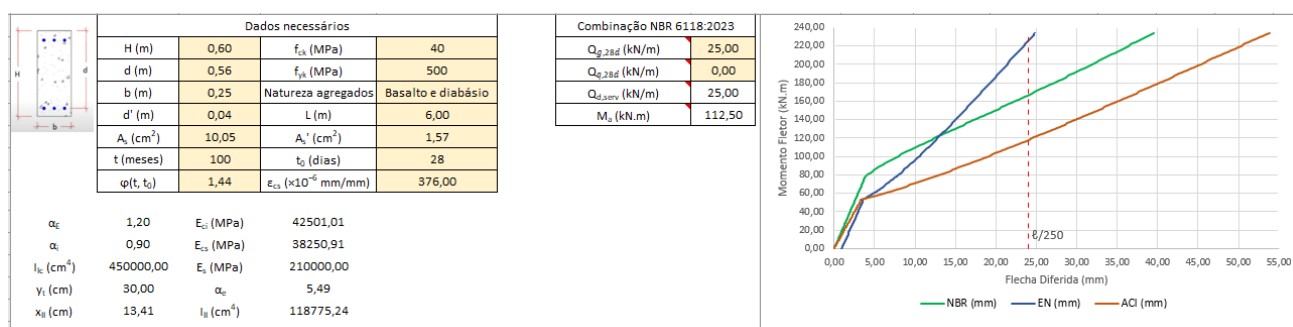
ANEXO A – PLANILHA COM DADOS



NBR 6118:2023				EN 1992-1-1:2023 - item 9.3.3				ACI 318-25			
α	1,50	f_{ctm} (kPa)	2564,96	f_{ctm} (kPa)	2564,96	M_{Lr} (kN.m)	57,71	f_r (kPa)	3113,80	M_{Lr} (kN.m)	57,71
M_r (kN.m)	57,71	$M_d > M_r$?	Sim	$M_d > M_r$?	Sim	$\varphi(t, t_0)$	2,06	$M_d > (2/3)M_{Lr}$?	Sim	I_{cr} (cm ⁴)	149148,51
$(E.I.)_{eq}$ (kN/m ²)	54993,45	$\delta_{imediate}$ (mm)	7,67	$E_{c,eff}$ (MPa)	9928,22	$\alpha_{e,ef}$	21,15	I_e (cm ⁴)	161800,52	$E_c \cdot I_e$ (kN/m ²)	46889,79
ρ' (%)	0,11	t (meses)	100,00	ρ (%)	0,72	I_g/I_{cr}	1,44	$\delta_{imediate}$ (mm)	9,00	ρ' (%)	0,11
t_0 (dias)	28,00	ξ (t)	2,00	ζ	0,87	k_1	1,38	t (meses)	100,00	ξ	2,00
$\xi(t_0)$	0,66	$\Delta\xi$	1,34	δ_{loads} (mm)	9,44	k_s	1,37	λ_d	1,89	$\delta_{diferida}$ (mm)	26,03
α_d	1,27	$\delta_{diferida}$ (mm)	17,38	ϵ_{cs} ($\times 10^{-6}$ mm/mm)	389,00	S_1 (cm ³)	206,36				
				$(1/r)_{ecc}$ ($\times 10^{-8}$ mm ⁻¹)	34,20	δ_{ecc} (mm)	1,54				
				$\delta_{diferida}$ (mm)	15,95						



NBR 6118:2023			EN 1992-1-1:2023 - item 9.3.3				ACI 318-25			
1,50	f_{ctm} (kPa)	2896,47	f_{ctm} (kPa)	2896,47	M_{Lr} (kN.m)	65,17	f_r (kPa)	3411,00	M_{Lr} (kN.m)	65,17
65,17	$M_d > M_r$?	Sim	$M_d > M_r$?	Sim	$\varphi(t, t_0)$	1,80	$M_d > (2/3)M_{Lr}$?	Sim	I_{cr} (cm ⁴)	136870,93
63685,35	$\delta_{imediate}$ (mm)	6,62	$E_{c,eff}$ (MPa)	12069,52	$\alpha_{e,ef}$	17,40	I_e (cm ⁴)	152720,73	$E_c \cdot I_e$ (kN/m ²)	49185,37
0,11	t (meses)	100,00	ρ (%)	0,72	I_g/I_{cr}	1,62	$\delta_{imediate}$ (mm)	8,58	ρ' (%)	0,11
28,00	ξ (t)	2,00	ζ	0,83	k_1	1,51	t (meses)	100,00	ξ	2,00
0,66	$\Delta\xi$	1,34	δ_{loads} (mm)	7,77	k_s	1,37	λ_d	1,89	$\delta_{diferida}$ (mm)	24,81
1,27	$\delta_{diferida}$ (mm)	15,01	ϵ_{cs} ($\times 10^{-6}$ mm/mm)	383,00	S_1 (cm ³)	207,47				
			$(1/r)_{ecc}$ ($\times 10^{-8}$ mm ⁻¹)	28,15	δ_{ecc} (mm)	1,27				
			$\delta_{diferida}$ (mm)	14,38						



NBR 6118:2023				EN 1992-1-1:2023 - item 9.3.3				ACI 318-25			
α	1,50	f_{ctm} (kPa)	3508,82	f_{ctm} (kPa)	3508,82	M_{Lr} (kN.m)	78,95	f_r (kPa)	3938,68	M_{Lr} (kN.m)	78,95
M_r (kN.m)	78,95	$M_d > M_r$?	Sim	$M_d > M_r$?	Sim	$\varphi(t, t_0)$	1,44	$M_d > (2/3)M_{Lr}$?	Sim	I_{cr} (cm ⁴)	118775,24
$(E.I.)_{eq}$ (kN/m ²)	89218,92	$\delta_{imediate}$ (mm)	4,73	$E_{c,eff}$ (MPa)	16428,79	$\alpha_{e,ef}$	12,78	I_e (cm ⁴)	141585,43	$E_c \cdot I_e$ (kN/m ²)	54157,71
ρ' (%)	0,11	t (meses)	100,00	ρ (%)	0,72	I_g/I_{cr}	1,95	$\delta_{imediate}$ (mm)	7,79	ρ' (%)	0,11
t_0 (dias)	28,00	ξ (t)	2,00	ζ	0,75	k_1	1,71	t (meses)	100,00	ξ	2,00
$\xi(t_0)$	0,66	$\Delta\xi$	1,34	δ_{loads} (mm)	5,71	k_s	1,37	λ_d	1,89	$\delta_{diferida}$ (mm)	22,54
α_d	1,27	$\delta_{diferida}$ (mm)	10,71	ϵ_{cs} ($\times 10^{-6}$ mm/mm)	376,00	S_1 (cm ³)	209,07				
				$(1/r)_{ecc}$ ($\times 10^{-8}$ mm ⁻¹)	20,78	δ_{ecc} (mm)	0,93				
				$\delta_{diferida}$ (mm)	11,97						