

Universidade Federal do Mato Grosso do Sul

Física Bacharelado

Introdução e Demonstração do Teleporte de Energia via Computação Quântica

Julio Cesar Martinez Junior

Orientador: Prof. Dr. Alexandre Martins de Souza

Campo Grande
Novembro – 2025

Sumário

1	Introdução	3
2	Fundamentos	3
2.1	Teoria de informação quântica	3
2.2	Flutuações e energia do vácuo	7
2.3	Computação Quântica	8
2.4	Teleporte de estados	10
2.5	Passividade	12
3	Teleporte de Energia	13
3.1	O modelo mínimo [10]	14
3.2	Protocolo de teleporte a longas distâncias [22]	17
3.3	Protocolo de armazenamento de energia [23]	18
3.4	Origem da energia	19
3.5	Correlações e temperatura	21
3.6	Teleporte de energia menos restritivo [24]	22
3.7	Protocolo totalmente unitário [4]	24
3.8	Aplicações	25
4	Simulação e Resultados	27
4.1	Modelo mínimo	27
4.2	Teleporte a longas distâncias	30
4.3	Armazenamento de energia	32
4.4	Teleporte menos restritivo	34
4.5	Totalmente unitário	36
5	Conclusão	38
6	Agradecimentos	38
	Referências	39
7	Apêndice	43

1 Introdução

Em 1993, foi proposto um protocolo amplamente utilizado e realizado experimentalmente, que permite transportar o estado quântico de um qubit para outro através de qualquer distância, sem interação entre eles. Isto é possível em razão do emaranhamento entre as partículas. Como o estado é transferido de um qubit para outro sem que haja interação direta, esse protocolo é chamado de teleporte de estado [1], na literatura, *Quantum State Teleportation* (QST).

Em 2008, Masahiro Hotta [2] propôs outro protocolo muito similar ao QST, utilizando os mesmos recursos para teleportar energia, denominado *Quantum Energy Teleportation* (QET). Apesar de interessante, o protocolo foi pouco desenvolvido por outros autores nos anos seguintes, surgindo apenas um sugestão não realizada de realização experimental [3].

Em 2023, demonstrou-se pela primeira vez que o protocolo pode ser realizado através de uma simulação ¹ utilizando um computador quântico via ressonância magnética nuclear [4]. Essa realização resultou em uma nova fase de publicações, incluindo propostas de novos protocolos e possíveis aplicações. Apesar do desenvolvimento, o teleporte de estado permanece pouco explorado e seu entendimento ainda levanta dúvidas.

O teleporte de energia pode ser aplicado em sistemas de partículas: cadeias de spin [2], armadilhas de ions [5], cadeias de osciladores harmônicos [6], entre outros. Já em sistemas de campos quânticos explorou-se modelos de campo escalar livre de dimensão 1+1 [7], o modelo Callan–Giddings–Harvey–Strominger (CGHS) para estudo de buracos negros [8], sistema de *Quantum Hall* em um campo quiral de canais de borda [3], etc. Este trabalho concentra-se em sistemas de partículas, com comentários específicos em relação a sistemas de campos.

Apresenta-se uma explicação introdutória do protocolo base, as suas extensões e as interpretações para a origem da energia extraída.

Os resultados incluem simulações em computadores quânticos da IBM e todos os circuitos encontram-se disponíveis no repositório do [GitHub](#).

2 Fundamentos

Neste capítulo apresenta-se um breve resumo de alguns aspectos teóricos necessários para a discussão do teleporte de energia.

Serão revisados: o formalismo da matriz densidade utilizado para a análise dos sistemas e a visualização dos estados de qubits através da esfera de Bloch; introdução à aspectos de computação quântica e a representação por meio de circuitos quânticos; apresentação do conceito de estados passivos, do teleporte de estado e de medidas de correlações quânticas. Também se faz necessário revisar o surgimento de flutuações de energia e sua quantificação em sistemas quânticos.

2.1 Teoria de informação quântica

Matriz densidade

Ao lidar com estados mistos, é conveniente representá-los por meio da matriz densidade. Seja $\{|a_0\rangle, |a_{0+1}\rangle, \dots, |a_n\rangle\}$ um conjunto de vetores que definem uma base ortonormal para um estado puro $|\psi\rangle$, a matriz densidade do estado é dada pela seguinte expressão:

$$\rho = |\psi\rangle\langle\psi| = \sum_{k=0}^n c_k |a_k\rangle\langle a_k|. \quad (1)$$

¹O experimento consistiu apenas em uma simulação do protocolo, não se trata de um sistema físico real onde a extração de energia tenha ocorrido de fato.

No caso de um estado composto por dois sistemas:

$$|\psi\rangle = \sum c_{ab} |a\rangle \otimes |b\rangle,$$

onde $\{|b_k\rangle\}$ constitui o conjunto ortonormal para os estados do segundo sistema, seguindo a mesma estrutura pode-se descrever o estado formado por N subsistemas. Um estado é representado de maneira única por sua matriz densidade, porém uma mesma matriz densidade pode representar diferentes estados.

A aplicação de uma operação qualquer U e em seguida outra operação V ao estado ρ gera um estado descrito pela matriz densidade:

$$\rho' = V^\dagger U^\dagger |\psi\rangle \langle \psi| UV. \quad (2)$$

O traço da matriz densidade pode ser calculado por:

$$\text{Tr}(\rho') = \langle \psi| U^\dagger V^\dagger VU |\psi\rangle. \quad (3)$$

O traço de uma matriz densidade é sempre igual a 1, pois os elementos da diagonal principal representam as probabilidades de medir cada autoestado do sistema conjunto.

O valor médio de um operador qualquer O pode ser calculado a partir da matriz densidade da seguinte maneira:

$$\langle O \rangle = \text{Tr}(\rho' O) = \langle \psi| U^\dagger V^\dagger O VU |\psi\rangle. \quad (4)$$

O traço parcial é utilizado para analisar o estado de um subsistema local:

$$\rho_A = \text{Tr}_B(\rho) \quad \rho_B = \text{Tr}_A(\rho)$$

onde,

$$\text{Tr}_A(\rho) = \sum_b (I \otimes \langle b| |\psi\rangle \langle \psi| (I \otimes |b\rangle). \quad (5)$$

Sejam as matrizes de Pauli:

$$\sigma^x = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad \sigma^y = \begin{bmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{bmatrix}, \quad \sigma^z = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}.$$

Uma medição projetiva é descrita pelos operadores de medição $M = \sum_m m P(m)$, formada pelos projetores P_m com autovalores m . Medições projetivas nas bases das matrizes de Pauli assumem a forma:

$$M = \frac{1}{2}(I + \mu\sigma), \quad (6)$$

onde $\mu = \{-1, +1\}$ são os autovalores das matrizes de Pauli $\sigma = \{\sigma^x, \sigma^y, \sigma^z\}$.

Em obediência a completude e ortogonalidade:

- $M(+\mu) + M(-\mu) = \frac{1}{2}(I + \mu\sigma) + \frac{1}{2}(I - \mu\sigma) = I$.
- $M(+\mu) \cdot M(-\mu) = 0$.

Após uma medição com resultado m o sistema colapsa para o estado dado por:

$$\frac{P_m |\psi\rangle}{\sqrt{p(m)}}. \quad (7)$$

Pode-se representar um estado que considera uma medição com qualquer resultado m utilizando o operador M da seguinte maneira:

$$\rho' = M^\dagger \rho M.$$

O estado ρ' resultante dessa operação é um estado misto, ou seja, não se sabe qual o resultado da medição e cada um é proporcional a probabilidade $p(m)$. Em estados mistos, as probabilidades de se medir cada estado estão associadas tanto a incertezas de origem clássica, quanto à natureza intrinsecamente probabilística da mecânica quântica.

Sejam estados quânticos representados por $\rho_0, \rho_1, \dots, \rho_N$, se um sistema for preparado no estado ρ_k com probabilidade $p(k)$, o estado resultante é um estado misto representado por:

$$\sum_{k=0}^N p(k) \rho_k. \quad (8)$$

Seguindo a representação de matriz densidade para estados puros e mistos, dadas pelas Equações (1) e (8), a definição geral de matriz densidade é:

$$\rho \equiv \sum_{k=0}^N p(k) |\psi_k\rangle \langle \psi_k|. \quad (9)$$

Esfera de Bloch

A esfera de Bloch é uma maneira útil de visualizar o estado de um qubit. Neste trabalho será empregada para destacar o efeito do processo de rotação capaz de extrair energia.

Seja o estado geral de um qubit parametrizado por dois ângulos, θ e ϕ , tal que:

$$\begin{aligned} |\psi\rangle &= \alpha |0\rangle + \beta |1\rangle \\ &= \cos(\theta/2) |0\rangle + e^{i\phi} \sin(\theta/2) |1\rangle, \end{aligned}$$

com matriz densidade

$$|\psi\rangle \langle \psi| = \frac{\mathbf{I} + \sin(\theta) \cos(\phi) \sigma^x + \sin(\theta) \sin(\phi) \sigma^y + \cos(\theta) \sigma^z}{2}.$$

É possível reescrever essa equação como um vetor \vec{u} em três coordenadas:

$$|\psi\rangle \langle \psi| = \frac{1}{2}(\mathbf{I} + \vec{u} \cdot \vec{\sigma}), \quad (10)$$

onde

$$\vec{u} = (\sin(\theta) \cos(\phi), \sin(\theta) \sin(\phi), \cos(\theta)).$$

Estados puros correspondem a vetores localizados na superfície da esfera e estados mistos vetores no interior da esfera.

Qualquer operação unitária em um qubit pode ser descrita por rotações na esfera de Bloch, a expressão geral é:

$$R_n(\theta) = \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \mathbf{I} - i \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) (\vec{n} \cdot \vec{\sigma}), \quad (11)$$

onde \vec{n} é o vetor unitário que define o eixo de rotação, ex: uma rotação R_x rotaciona o vetor \vec{u} em torno do eixo x e assim por diante.

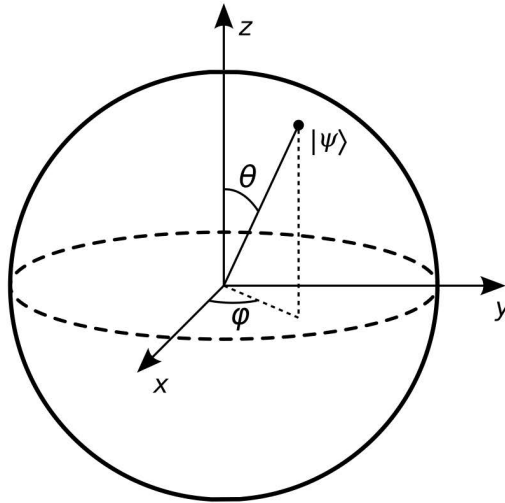


Figura 1: Esfera de Bloch.

Correlações quânticas

O emaranhamento é fundamental para a realização do teleporte de estado, ainda que os estados apresentem diferentes graus dessa correlação. O emaranhamento de um estado pode ser quantificado, levando ao estudo da relação entre sua quantidade e a eficiência do teleporte de estado [9], e conseqüentemente, o emaranhamento passou a ser interpretado como um recurso quântico.

Há diferentes maneiras de quantificar as correlações quânticas, para emaranhamento por exemplo tem-se a negatividade, a concorrência e a entropia de emaranhamento. Neste trabalho serão tratadas as relações já estudadas no teleporte de energia [10, 11, 12, 13, 14, 15].

Além de emaranhamento, outras duas medições de correlação a se considerar são:

- *Informação quântica mútua*: Uma medida que inclui as correlações clássicas e quânticas de um sistema.

Em um sistema clássico a entropia de informação mede a quantidade de ignorância em relação a uma variável, $\mathcal{H}(X) = \sum_x p(X = x) \cdot \log p(X = x)$. Sendo $\mathcal{H}(X|Y)$ a entropia de X dado Y , a informação mútua é dado por:

$$\mathcal{J}(X : Y) = \mathcal{H}(X) - \mathcal{H}(X|Y).$$

Como a entropia de informação está diretamente relacionada com a probabilidade, através da regra de Bayes é possível obter uma expressão equivalente para a informação mútua, sendo ela:

$$\mathcal{I}(X : Y) = \mathcal{H}(X) + \mathcal{H}(Y) - \mathcal{H}(X, Y).$$

- *Discórdia* [16]: Na física quântica as correlações desses sistemas podem gerar valores diferentes para \mathcal{I} e \mathcal{J} . A discórdia é uma medida de correlações quânticas definida pela diferença entre as duas medidas de informação mútua. Em especial, a discórdia apresenta valor não nulo mesmo quando o emaranhamento é nulo, recebendo o nome de dissonância neste caso.

Investigar o efeito das correlações permite entender melhor a natureza desses sistemas e aprimorar a exploração tecnológica de fenômenos quânticos.

2.2 Flutuações e energia do vácuo

Todo sistema, clássico ou quântico, apresenta flutuações em torno de sua posição de equilíbrio. Em um sistema composto, pode-se encontrar diferentes variações de energia em cada sub-sistema. Durante o teleporte, as flutuações de energia em um deles podem ser suprimidas para criar uma região de menor densidade energética, em contrapartida há um aumento das flutuações em outra região. Esse processo é chamado de *squeezing* e sugere-se que tenha influência na extração de energia feita pelos protocolos de teleporte de energia [7, 5, 8, 10, 17, 18].

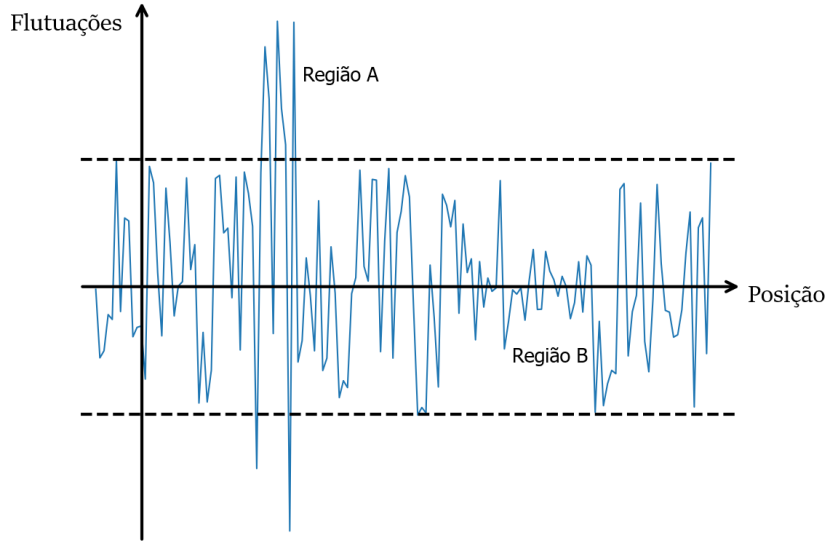


Figura 2: Flutuações de energia ao longo de um campo, na região A as flutuações são ampliadas e na região B as flutuações são suprimidas, gerando uma densidade de energia negativa em B em troca de uma densidade de energia positiva em A.

Mesmo para estados fundamentais de sistemas quânticos, as flutuações são exigidas pelo princípio da incerteza: variações de momento e posição implicam que a energia do sistema não se mantém constante.

Para o vácuo, a ausência de matéria não limita a presença de campos eletromagnéticos, que também estão sujeitos as flutuações e, portanto possuem alguma energia variável. Essa energia, denominada *energia do vácuo*, é responsável pelo efeito Casimir. Aplicar o teleporte de energia em estados fundamentais de campos quânticos implica na extração da *energia do vácuo* [7], no entanto, sua exploração é tópico de muitas controversas.

Pelo princípio da incerteza de Heisenberg, associa-se as flutuações com as incertezas dos observáveis:

$$\Delta O = O_{rms} = \sqrt{\langle O^2 \rangle - \langle O \rangle^2}, \quad (12)$$

O cálculo dos valores médios pode ser feita a partir da Equação (4).

Pelo princípio da incerteza nota-se que um aumento na precisão de um observável pode causar a diminuição na precisão de outro, desde que não haja comutação. Interessantemente, tais observáveis podem pertencer ao mesmo Hamiltoniano, originando processos de *squeezing*. Na Figura 2 esse processo pode ser observado por uma supressão nas flutuações em uma região B, diminuindo a incerteza, a custa de um aumento nas flutuações de outra região A.

2.3 Computação Quântica

Diversos sistemas físicos podem ser empregados para implementação de computadores quânticos, como armadilhas de íons, ressonância magnética nuclear, átomos neutros e supercondutores. Os circuitos são uma maneira generalizada de representar os algoritmos para qualquer tipo de hardware.

Utiliza-se a base de σ^z para representar os estados dos qubits (base computacional). Os qubits iniciam no estado $|0\rangle$ e em geral a primeira seção dos circuitos é a preparação de um estado inicial desejado.


Os circuitos são representados por diagramas nos quais operações são representadas por portas e medições dos qubits, qualquer operação unitária pode ser decomposta em um conjunto portas base. Algumas portas relevantes e seu efeito são:

- Porta Hadamard 

$$H = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$$

Efeito: Transforma estados base em superposição:

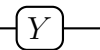
$$H|0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle), \quad H|1\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle - |1\rangle)$$

- Porta X ou NOT 

$$X = \sigma^x = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Efeito: Inverte o bit:


$$X|0\rangle = |1\rangle, \quad X|1\rangle = |0\rangle$$

- Porta Y 

$$Y = \sigma^y = \begin{bmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{bmatrix}$$

Efeito: Rotação com fase complexa:

$$Y|0\rangle = i|1\rangle, \quad Y|1\rangle = -i|0\rangle$$

- Porta Z 


$$Z = \sigma^z = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$

Efeito: Inverte a fase do estado $|1\rangle$:

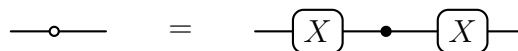
$$Z|0\rangle = |0\rangle, \quad Z|1\rangle = -|1\rangle$$

- CNOT e portas controladas

Uma porta pode ser executada condicionada ao estado de um ou mais qubits. A porta CNOT, por exemplo, aplica uma porta X no qubit alvo caso o qubit de controle se encontre no estado $|1\rangle$,

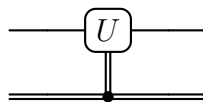
$$\text{CNOT} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$



Para portas condicionadas pelo estado $|0\rangle$ do qubit controle, utiliza-se um círculo aberto:



$$\text{---} \circ \text{---} = \text{---} \boxed{X} \text{---} \bullet \text{---} \boxed{X} \text{---}$$

Uma porta também pode ser controlada a partir de um bit clássico, representado por linhas duplas.



- Uma operação unitária qualquer é indicada por .

O circuito da Figura 3 é utilizado para preparação do estado de Bell ψ^+ , empregado no teleporte de estado. Ele consiste na aplicação de um Hadamard no primeiro qubit, seguido da aplicação de um CNOT do primeiro qubit no segundo.

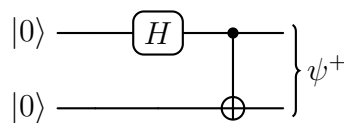


Figura 3: Circuito para preparação do estado de Bell ψ^+ .

Para obter os resultados, os qubits são medidos na base computacional ao final do circuito, resultando em 0 ou 1. É possível realizar outras medições a partir de uma mudança de base.

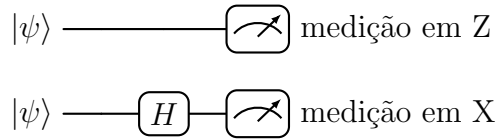


Figura 4: Medições na base Z e Y em um circuito.

Para realizar medições na base do operador σ^x utiliza-se um Hadamard antes da medição, como na Figura 4

A aplicação do Hadamard realiza uma mudança de base, mapeando o estado $|0\rangle$ para o estado excitado $|+\rangle$ de σ^x e $|1\rangle$ para o estado $|-\rangle$,

$$|0\rangle \rightarrow |+\rangle, \quad H|0\rangle = |+\rangle. \quad (13)$$

$$|1\rangle \rightarrow |-\rangle, \quad H|1\rangle = |-\rangle. \quad (14)$$

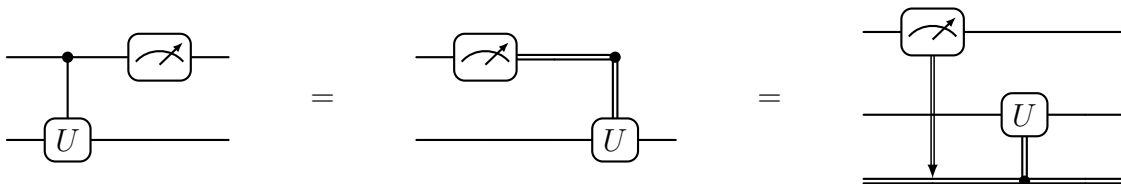
Para retornar a base computacional basta usar a reversibilidade de H,

$$H|+\rangle = |0\rangle.$$

Para o teleporte de energia supõe-se que os sistemas já iniciam no estado desejado. Como a preparação do estado inicial não faz parte do protocolo em si, ela será incluída apenas nos circuitos implementados experimental no capítulo de resultados.

Princípio da medição adiada

Uma porta controlada por um bit clássico sempre comuta com a medição se o qubit medido for o qubit controle:



Nos dois últimos circuitos a operação U ocorre após a medição, no primeiro circuito a medição ocorre antes da medição e mesmo assim continua dependente de seu resultado. O princípio da medição adiada garante que, para o caso acima, medições que ocorram em uma parte intermediária do circuito sempre podem ser posicionadas ao final.

Matematicamente o resultado dos circuitos não é alterado pelo princípio, porém a interpretação física não é mantida em alguns casos como os teleportes de estado e energia.

2.4 Teleporte de estados

O teorema da não clonagem garante que não se pode conhecer um estado indeterminado sem utilizar infinitas cópias do mesmo. Suponha que se deseje transmitir uma única cópia de um estado desconhecido de um laboratório para outro, mas não é possível transportá-lo fisicamente, apenas comunicar informação. A princípio, uma medição desse sistema não seria suficiente para reconstruí-lo e portanto deve-se optar por um método não trivial de transmiti-lo. Neste caso, uma solução é o protocolo de teleporte de estados, representado na Figura 5.

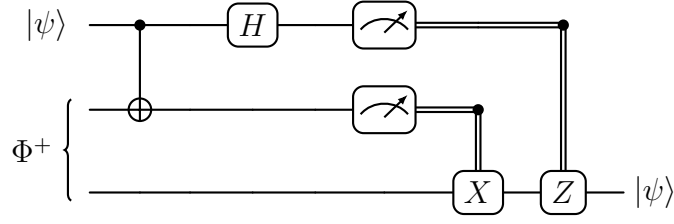


Figura 5: Circuito do teleporte de estado, os dois primeiros qubits estão com Alice e o último com Bob.

Para realizar o protocolo dois qubits A e B são preparados no estado de Bell ψ^+ (maximamente emaranhado) e em seguida separados, o qubit A está com Alice e o qubit B com Bob em seus laboratórios, separados por uma grande distância.

$$|\psi^+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle + |11\rangle).$$

Alice possui um terceiro qubit x em um estado qualquer $|\psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$ e deseja enviá-lo a Bob, o estado inicial do sistema é:

$$\begin{aligned} |\Psi\rangle &= |\psi\rangle |\psi^+\rangle \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} [\alpha|0\rangle(|00\rangle + |11\rangle) + \beta|1\rangle(|00\rangle + |11\rangle)]. \end{aligned}$$

Alice então aplica uma porta CNOT, Seção 2.3, entre os qubits A e x e um Hadamard em x resultando em:

$$|\Psi\rangle = \frac{1}{2} [|00\rangle(\alpha|0\rangle + \beta|1\rangle) + |01\rangle(\alpha|1\rangle + \beta|0\rangle) + \quad (15)$$

$$|10\rangle(\alpha|0\rangle - \beta|1\rangle) + |11\rangle(\alpha|1\rangle - \beta|0\rangle)], \quad (16)$$

onde os estados à esquerda são os qubits de Alice e os estados à direita de Bob.

Em seguida Alice faz uma medição de seus qubits e comunica o resultado para Bob, de acordo com a Tabela 1 o estado de Bob é exatamente o estado inicial de A caso Alice meça 00, para os outros resultados recupera o estado desejado ao aplicar uma operação X e/ou Z em B.

Alice	Bob	Operação
00	$\alpha 0\rangle + \beta 1\rangle$	-
01	$\alpha 1\rangle + \beta 0\rangle$	X
10	$\alpha 0\rangle - \beta 1\rangle$	Z
11	$\alpha 1\rangle - \beta 0\rangle$	XZ

Tabela 1: Tabela representando os possíveis resultados da medição de Alice, o estado de Bob pós medição e a operação que se deve aplicar em B para recuperar o estado inicial de A.

O protocolo explora a natureza não familiar do emaranhamento, uma partícula se relaciona a com outra independente da distância entre elas e de maneira instantânea. No teleporte os qubits são operados apenas localmente e o canal de comunicação entre Alice e Bob é clássico, não há interação direta entre os qubits, esta combinação de operações locais e comunicação clássica é denominado LOCC, do inglês *local operations and classical communication*. Bob só é

capaz de obter o estado correto utilizando a informação recebida de Alice, ou seja, utiliza-se operações condicionais baseadas nas medições de A.

O teleporte de estado tem sido amplamente explorado pela computação e informação quântica, não só para levar um estado de um local a outro mas principalmente no desenvolvimento da criptografia. O teleporte de energia é similar ao teleporte de estados, utilizando LOCC e correlações quânticas.

2.5 Passividade

Para entender quando é possível extrair energia de um sistema pode-se utilizar a passividade [19], essa característica está relacionada ao equilíbrio e surge principalmente em estados fundamentais emaranhados, um estado é passivo quando não é possível extrair energia através de operações unitárias cíclicas. Dado um conjunto de sistemas idênticos e com temperatura não nula, a probabilidade de encontrar um sistema em um dado estado excitado ou fundamental é proporcional a temperatura, estados em equilíbrio térmico são chamados de estados de Gibbs e são passivos.

No contexto do teleporte de energia é interessante introduzir outra característica semelhante denominada de passividade local forte e refere-se ao estado de um subsistema de um sistema composto. Isto é, dado um sistema S que possui um subsistema C, um estado apresenta passividade local forte caso não seja possível extrair energia por meio de uma operação local geral que atua localmente em C. Se o Hamiltoniano é simétrico para os subsistemas, então a presença de passividade local forte em apenas um deles é suficiente para que todos os subsistemas também sejam.

A passividade local forte surge em estados mistos quando há alta probabilidade de encontrar sistemas no estado fundamental e em estados de Gibbs a partir de uma certa temperatura [20, 21], porém apresentar um estado fundamental emaranhado não é uma condição suficiente ou necessária para apresentar passividade local forte, assim como há estados que a apresentam para qualquer temperatura ou população de sistemas no estado fundamental, um estado não precisa ser passivo para apresentar passividade local forte. O teleporte de energia é uma alternativa para quebrar essa passividade e tem sido aplicado em muitos estados com passividade local forte, neste trabalho todos os estados utilizados nos protocolos apresentam esta característica.

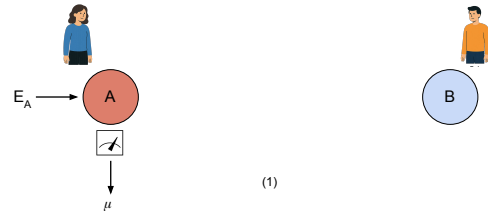
3 Transporte de Energia

Suponha que Alice e Bob estejam separados por uma grande distância e compartilhem dois subsistemas correlacionados, A e B, cada um composto por múltiplos constituintes.

O protocolo fundamental de teleporte de energia é composto pelas seguintes etapas:

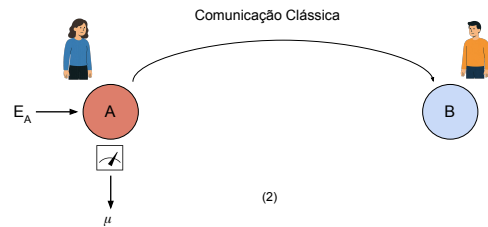
Alice realiza uma medição do subsistema A e obtém o resultado μ . Devido às correlações, esse resultado contém

1. alguma informação sobre o estado do subsistema B. O processo de medição injeta uma certa energia E_A no sistema.



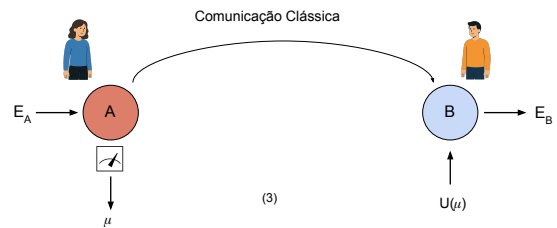
O resultado μ é comunicado para Bob de maneira clássica, com velocidade muito superior a evolução natural do sistema.

2. Dessa maneira, o subsistema de Bob permanece localmente no estado anterior a medição, pois a energia injetada ainda não alcançou B.



Bob realiza uma operação unitária dependente de μ no subsistema B, representada por $U(\mu)$, a qual é capaz de extrair energia para o sistema externo que a executa. Posteriormente, a energia injetada em A propaga-se até B por meio da evolução natural do sistema.

- 3.



Observações: A energia extraída por Bob não excede a energia injetada por Alice ($E_A \geq E_B$) caso o teleporte seja realizado no estado fundamental do sistema total. A conservação de energia é preservada. Não é necessário que Alice e Bob estejam separados por grandes distâncias; o protocolo pode ser aplicado desde que a evolução natural seja significativamente maior que o tempo de execução de todas as etapas.

Esse é o procedimento fundamental para o teleporte de energia, os demais protocolos propostos até o momento podem ser vistos como extensões diretas. Os protocolos podem ser aplicados em diferentes sistemas e diferentes estados do mesmo sistema, sendo que as operações de medição e extração de energia devem ser escolhidas para o estado específico selecionado. Muitas características são válidas para sistemas de partículas e de campos quânticos.

Um desenvolvimento generalizado do protocolo de teleporte de energia pode ser encontrado nas referências [2, 7, 17].

3.1 O modelo mínimo [10]

O modelo mínimo é o sistema mais simples capaz de realizar o protocolo de teleporte de energia. Ele é composto por dois qubits, A e B, em um sistema de qubits de cadeias de spin de Ising sob ação de um campo magnético transversal, cujo Hamiltoniano é dado por $H = H_A + H_B + V$, onde:

$$\begin{aligned} H_A &= h\sigma_A^z + \frac{h^2}{\sqrt{h^2 + \kappa^2}}, \\ H_B &= h\sigma_B^z + \frac{h^2}{\sqrt{h^2 + \kappa^2}}, \\ V &= 2\kappa\sigma_A^x\sigma_B^x + \frac{2\kappa^2}{\sqrt{h^2 + \kappa^2}}. \end{aligned} \quad (17)$$

H_A e H_B são os Hamiltonianos locais dos qubits A e B, e V o Hamiltoniano de interação entre os dois subsistemas.

Um dos objetivos do criador do protocolo é demonstrar sua capacidade de extrair energia de um sistema no estado fundamental. Visto que muitos sistemas de multipartículas apresentam emaranhamento em seu estado fundamental, grande parte dos estudos desenvolvem o protocolo nessa condição, embora isto não seja um requisito.

Por sugestão do autor Masahiro Hotta, adiciona-se um termo constante ao Hamiltoniano do sistema, de modo que a energia do estado fundamental seja nula. Essa escolha visa exaltar a possibilidade de extração de energia em um sistema com energia mínima, sugerindo a possibilidade de extração de *energia do vácuo* (ver Seção 2.2). Novamente, tal ajuste não é uma exigência do protocolo.

Os termos à direita das equações em (17) decorrem dessas considerações. Seja $|g\rangle$ o estado fundamental, as constantes são calculadas a partir das condições:

$$\langle g|H_A|g\rangle = \langle g|H_B|g\rangle = \langle g|V|g\rangle = 0.$$

Conforme demonstrado no Apêndice A,

$$h > \frac{h^2}{\sqrt{h^2 + \kappa^2}} \quad \text{para, } h > 0 \quad \text{e} \quad \kappa > 0,$$

os Hamiltonianos locais possuem um estado de autovalor positivo, $|+\rangle$, e um estado de autovalor negativo, $|-\rangle$. O sistema total encontra-se em seu estado fundamental; porém os subsistemas locais não, oscilando entre estados de energia mais alta ou mais baixa. A energia de um subsistema consiste na soma do Hamiltoniano local correspondente com o Hamiltoniano de interação: $H_{A,B} + V$.

O estado fundamental do sistema total é dado por

$$|g\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{1 - \frac{h}{\sqrt{h^2 + \kappa^2}}}|0\rangle_A|0\rangle_B - \frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{1 + \frac{h}{\sqrt{h^2 + \kappa^2}}}|1\rangle_A|1\rangle_B, \quad (18)$$

Em que $|0\rangle$ e $|1\rangle$ são os estados de σ^z , correspondendo aos estados da base computacional (ver Seção 2.3).

Observe que $|g\rangle$ não é autoestado dos Hamiltonianos locais e que $[H_{A,B}, V] \neq 0$. Além disso, $|g\rangle$ exhibe emaranhamento, de modo que ao medir o subsistema A obtêm-se alguma informação sobre o estado do subsistema B.

A medição ideal a ser feita em A é projetiva em σ^x , Equação (6):

$$M_A(\mu) = \frac{1}{2}(\mathbb{I} + \mu\sigma_A^x). \quad (19)$$

Em outras palavras, mede-se a projeção do subsistema A na direção σ^x , observando os resultados $\mu = \pm 1$. Pelas relações de comutação, $[H_B, M_A] = [V, M_A] = 0$, assegura-se que a operação de medição não altera o estado local do subsistema B.

Sendo $p_A(\mu)$ a probabilidade de medir μ , o sistema passa do estado fundamental para o estado excitado

$$|A(\mu)\rangle = \frac{1}{\sqrt{p_A(\mu)}} M_A(\mu)|g\rangle, \quad (20)$$

A energia média após a medição é:

$$\begin{aligned} E_A &= \sum_{\mu} \langle g|M_A(\mu)^\dagger H M_A(\mu)|g\rangle \\ &= \sum_{\mu} \langle A(\mu)| H |A(\mu)\rangle \\ &= \frac{2h^2}{\sqrt{h^2 + \kappa^2}}. \end{aligned}$$

Como a energia média do estado fundamental é nula e $M_A(\mu)$ atua localmente, E_A representa a energia injetada pela medição, a qual permanece concentrada no subsistema A. Ao final do protocolo, essa energia de A é exatamente E_A , ou seja, o protocolo foi executado antes da evolução natural do sistema e a energia extraída origina-se totalmente do subsistema B.

A Figura 6 ilustra a localidade da energia no modelo mínimo.

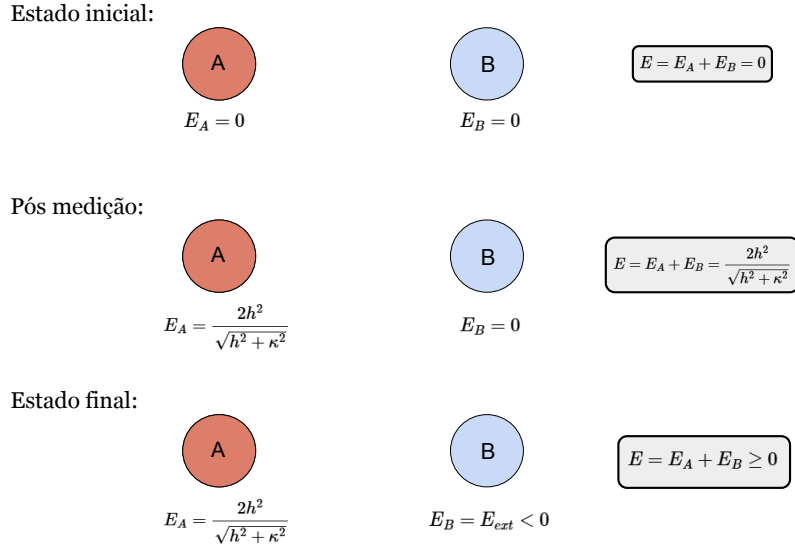


Figura 6: Dinâmica da energia no modelo mínimo, inicialmente os subsistemas iniciam com energia nula, ao longo do protocolo a energia em A permanece localizada e não chega em B para ser extraída. Sendo E_{ext} a energia extraída de B dada pela Equação (22).

O resultado da medição é comunicado para Bob, que executa uma operação unitária dependente de μ , expressa por:

$$U_B(\mu) = \mathbb{I} \cos \theta - i\mu\sigma_B^y \text{sen} \theta, \quad (21)$$

com

$$\cos(2\theta) = \frac{h^2 + 2\kappa^2}{\sqrt{(h^2 + 2\kappa^2)^2 + h^2\kappa^2}},$$

$$\text{sen}(2\theta) = \frac{h\kappa}{\sqrt{(h^2 + 2\kappa^2)^2 + h^2\kappa^2}}.$$

Esta equação descreve uma rotação em torno de y para o qubit B, conforme a Equação (11),

$$U_B(\mu) = R_y(2\theta).$$

A energia de B depende dos operadores σ^x e σ^z , uma rotação em y pode alterar o estado do subsistema nos dois eixos. Medindo A infere-se o estado de B, sem alterá-lo; por meio do resultado μ , o subsistema B pode ser rotacionado para seu estado de menor energia utilizando $U_B(\mu)$.

A operação (21) é ideal para este sistema, embora outras operações sejam capazes de extrair energia de B. De todo modo, é necessário que a operação seja dependente de μ , uma vez que $|g\rangle$ é um estado passivo forte (ver Seção 2.5), e a aplicação de uma operação unitária genérica tenderia, em média, a fornecer energia ao sistema, em vez de extraí-la.

Após aplicação de $U_B(\mu)$ a energia média do sistema é

$$\text{Tr}(\rho H) = \sum_{\mu} \langle g | M_A(\mu) U_B(\mu)^\dagger H U_B(\mu) M_A(\mu) | g \rangle,$$

subtraindo a energia injetada, E_A , obtém-se a energia extraída pelo protocolo:

$$\begin{aligned} E_B &= E_A - \text{Tr}(\rho H) \\ &= \frac{1}{\sqrt{h^2 + \kappa^2}} [h\kappa \text{sen}(2\theta) - (h^2 + 2\kappa^2) [1 - \cos(2\theta)]] . \end{aligned} \quad (22)$$

Após aplicação do protocolo, a evolução natural do sistema conduz o sistema para um estado excitado qualquer, ou retorna ao estado fundamental se $E_A = E_B$. De acordo com os princípios de conservação, a energia injetada origina-se do sistema que executa $M_A(\mu)$ e a energia extraída é transferida para o sistema que executa $U_B(\mu)$. O transporte de energia é feito por meio desses três sistemas, sendo os qubits A e B utilizados como sistema auxiliar.

O modelo mínimo pode ser aplicado a partir do circuito ilustrado na Figura 7.

Modelo Mínimo

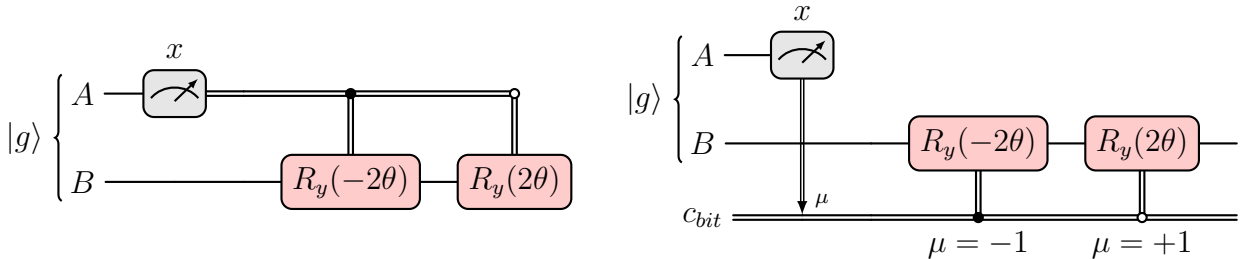


Figura 7: Circuito utilizado para implementação do modelo mínimo, ambas as representações são equivalentes.

O foco do protocolo é a extração de energia do subsistema B; entretanto, Alice pode recuperar parte da energia E_A , desde que a energia residual seja suficiente para retornar o sistema ao estado fundamental.

As operações de medição e rotação apresentadas são ideias para esse modelo, o leitor pode encontrar suas demonstrações e as formas generalizadas em [10, 17]. Onde também se encontra a demonstração de passividade forte do estado fundamental.

3.2 Protocolo de teleporte a longas distâncias [22]

O modelo mínimo possui apenas dois qubits. em geral, sistemas compostos apresentam diferentes níveis de correlação entre seus componentes; por exemplo, em um sistema de cadeia linear de partículas espera-se que a partícula localizada na primeira posição esteja mais fracamente ligada a partículas em posições afastadas.

Essa limitação pode ser contornada utilizando o protocolo de teleporte a longas distâncias. Nesse protocolo apenas Alice necessita de um sistema com alto grau de correlação, no entanto é necessário que Alice e Bob compartilhem um estado emaranhado capaz de realizar o teleporte de estado.

O sistema utilizado para a realização desse protocolo consiste de quatro qubits. Alice controla três qubits, sendo dois na configuração de modelo mínimo — representados por A e B' (Equações (17) e (18)) — e um qubit emaranhado com qubit Bob, ambos na configuração de um teleporte de estado (Figura 5).

O protocolo consiste em teleportar o estado do qubit B' para o qubit B de Bob, que então aplicará a operação de extração de energia U_B após o processo de QST. Como o teleporte de estado preserva o emaranhamento, Bob recebe um estado totalmente emaranhado com o qubit A. Esse processo é fundamental para contornar a perda de correlações causada pela distância.

Após o teleporte de estado o sistema composto pelos qubits A e B encontra-se no mesmo estado descrito pela Equação (20). Assim, utiliza-se a mesma operação de extração de energia e resultado equivalentes com o modelo mínimo.

O circuito para implementação do protocolo de teleporte de energia nesse sistema pode ser visualizado na Figura 8.

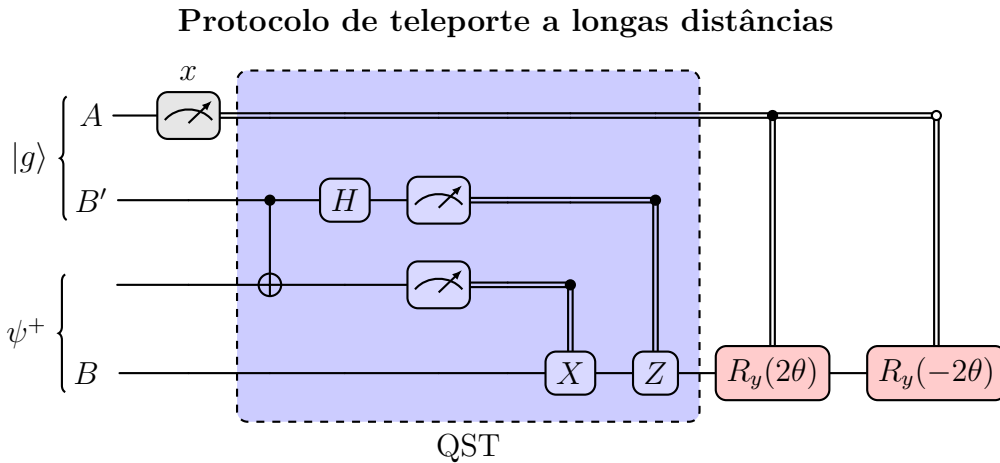


Figura 8: Circuito para implementação do teleporte a longas distâncias. Bob controla somente o qubit B.

Há outro protocolo para teleporte a longas distâncias, desenvolvido no contexto de sistemas de campos. Nesse protocolo explora-se os estados comprimidos (*squeezed states*), os quais são capazes de manter correlações mais fortes sob distâncias longas [18].

3.3 Protocolo de armazenamento de energia [23]

Neste protocolo a energia extraída é redirecionada a um qubit adicional, permanecendo armazenada para uso em outro processo. Essa escolha é natural, visto que, a energia extraída de um único qubit possui ordem de grandeza relevante apenas em sistemas microscópicos.

O sistema escolhido para esse protocolo possui constantes de acoplamento, h , individuais para cada subsistema:

$$\begin{aligned} H_\nu &= -h_\nu \sigma_\nu^z + h_\nu f(h_A, h_B, \kappa), \\ V &= 2\kappa \sigma_A^x \sigma_B^x + \frac{4\kappa^2}{h_A + h_B} f(h_A, h_B, \kappa), \end{aligned} \quad (23)$$

onde $\nu \in \{A, B\}$ e

$$f(h_A, h_B, \kappa) = \sqrt{\frac{4\kappa^2}{(h_A + h_B)^2} + 1}.$$

O qubit de armazenamento inicia independente dos qubits A e B, no estado $|0\rangle$ e com energia $H_C = -h_C \sigma_C^z + h_C$. O Hamiltoniano que descreve o sistema é:

$$H = H_\nu + H_C + V. \quad (24)$$

Com estado fundamental:

$$|g'\rangle = \cos(\Theta) |00\rangle - \sin(\Theta) |11\rangle \otimes |0\rangle, \quad (25)$$

onde

$$\tan(\Theta) = \sqrt{\left(\frac{h_A + h_B}{2\kappa}\right)^2 + 1} - \frac{h_A + h_B}{2\kappa}.$$

No caso particular $h_A = h_B$, o sistema se reduz ao modelo mínimo; no entanto, as probabilidades dos estados $|00\rangle$ e $|11\rangle$ são invertidas em relação ao estado $|g\rangle$, essa inversão de fase não altera o valor médio dos observáveis, mantendo a equivalência entre os resultados.

Dada a correspondência entre os modelos, utiliza-se a medição $M_A(\mu)$, descrita pela Equação (19), e a rotação em torno do eixo y , descrita pela Equação (21), com mudança para o ângulo de rotação δ igual a:

$$\delta = \phi - \Theta. \quad (26)$$

O ângulo ϕ será definido na próxima seção, Equação (33).

O sistema externo que realiza a extração de energia deve ser utilizado para armazená-la no qubit C. É necessário que o qubit de armazenamento esteja preparado para receber o valor máximo de energia extraída, esse procedimento é feito a partir de uma rotação de ângulo $-\delta$.

Partindo do estado inicial $|g'\rangle \otimes |0\rangle_C$, o protocolo segue as seguintes etapas:

1. Alice realiza a medição $M_A(\mu)$ no qubit A, obtendo resultado $\mu = \pm$. Bob realiza uma operação de rotação $R_y(\pi)$ no qubit de armazenamento C para enviá-lo ao estado fundamental, $|1\rangle$ ².
2. Alice envia o resultado de sua medição para Bob, que em seguida prepara o qubit C por meio de uma rotação $R_y(\mp 2\delta)$, afim de armazenar toda a energia extraída.

²Alternativamente, o qubit C pode iniciar diretamente no estado $|1\rangle$.

- Bob realiza uma operação $R_y(\pm\delta)$ em B que extrai energia, a mesma operação é imediatamente realizada em C e a energia extraída é armazenada.

Bob pode enviar a energia de B para C de duas maneiras: O subsistema B cria e envia um pulso para o qubit C, nesse processo energia é retirada de B para criação do pulso e é recebida por C. Ou, o mesmo processo físico que extrai energia de B atua em C, realizando o transporte de energia entre os dois subsistemas. Um processo semelhante é sugerido para um teste experimental, não simulado, do protocolo fundamental de teleporte de energia [3].

O circuito da Figura 9 ilustra o protocolo de armazenamento de energia.

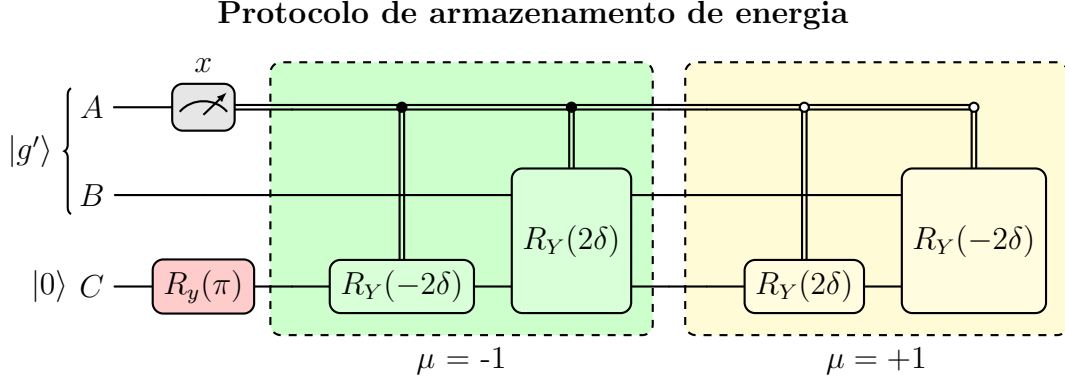


Figura 9: Circuito para implementação do protocolo de armazenamento de energia.

3.4 Origem da energia

Será utilizado o sistema do protocolo de armazenamento de energia para visualizar a dinâmica dos estados dos qubits ao longo do protocolo. O estado fundamental $|g'\rangle$, Equação (25), pode ser reescrito em termos dos autoestados de σ_A^y como:

$$|g'\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|+\rangle |b^+\rangle + |-\rangle |b^-\rangle), \quad (27)$$

onde

$$|b^\pm\rangle = \cos(\Theta) |0\rangle \mp \sin(\Theta) |1\rangle, \quad (28)$$

Os estados de Bob pós medição, $|b^\pm\rangle$, são condicionados ao resultado da medição de Alice. Observa-se que esses estados não são ortogonais nem correspondem aos estados fundamentais locais do subsistema B.

Para determinar a operação ideal de extração de energia no modelo mínimo, Equação (21), Hotta [10] utiliza técnicas de maximização. A análise local do subsistema B, a partir dos autoestados de seu Hamiltoniano efetivo $H_{eff} = H_B + V$, oferece uma abordagem simplificada para obtenção dos ângulos de rotação de máxima extração de energia.

A evolução natural estado do sistema geral imediatamente após Alice medir o estado $|+\rangle$ em seu qubit é:

$$|A'(+1)(t)\rangle = \frac{M_A(+1)}{\sqrt{P_A(+1)}} |g'(t)\rangle = |+\rangle |b^+(t)\rangle. \quad (29)$$

O operador de medição correspondente é o projetor desse estado $\frac{M_A(+1)}{\sqrt{P_A(+1)}} = |+\rangle \langle +|$, seu efeito nas bases é: $\langle +|\sigma^z|+\rangle = 0$ e $\langle +|\sigma^x|+\rangle = 1$. Suponha que Alice continue medindo seu estado constantemente, a equação de Schrodinger assume o seguinte formato:

$$\begin{aligned}
|A(+1)(t + dt)\rangle &= (|+\rangle\langle+| \otimes \mathbb{I})(e^{-iHdt}) |A'(+1)(t)\rangle \\
&= (|+\rangle\langle+| \otimes \mathbb{I})(\mathbb{I} - iHdt) |b^+(t)\rangle \\
&= [I - i(-h_B\sigma_B^z + \kappa\sigma_B^x)dt] |b^+(t)\rangle.
\end{aligned} \tag{30}$$

As medições no qubit A impedem que o subsistema sofra evolução natural. A ação do operador projetor é eliminar os termos relacionados ao qubit A na equação de Schrodinger. Reescrevendo a equação, obtêm-se:

$$i\frac{\partial}{\partial t} |b^+(t)\rangle = (-h_B\sigma_B^z + \kappa\sigma_B^x) |b^+(t)\rangle. \tag{31}$$

As medições de Alice em seu subsistema induzem o qubit de Bob a um Hamiltoniano efetivo $H_{eff}^+ = -h_B\sigma_B^z + \kappa\sigma_B^x$. De maneira equivalente, o efeito de repetir a medição constantemente pode ser reproduzido por interações em intervalos suficientemente curtos, de modo que a evolução natural do sistema se torne desprezível, assim como no teleporte de energia.

Como o Hamiltoniano efetivo está sujeito ao resultado da medição de Alice, para o modelo de armazenamento de energia, os autoestados de H_{eff} sujeitos a $\mu = \pm 1$ são:

$$\begin{aligned}
|g^\pm\rangle &= \cos(\phi)|0\rangle \mp \sin(\phi)|1\rangle, \\
|e^\pm\rangle &= \pm \sin(\phi)|0\rangle + \cos(\phi)|1\rangle,
\end{aligned} \tag{32}$$

e

$$\tan(\phi) = \sqrt{\left(\frac{h_B}{2k}\right)^2 + 1} - \frac{h_B}{2k}. \tag{33}$$

Os autovalores são $\pm\sqrt{h_B^2 + 4\kappa^2}$, para máximo armazenamento é ideal que a constante do qubit de armazenamento seja o autovalor de maior energia $h_C = \sqrt{h_B^2 + 4\kappa^2}$.

Os estados $|b^\pm\rangle$ podem ser expressos em função dos estados fundamentais $|g^\pm\rangle$ e excitados $|e^\pm\rangle$ do Hamiltoniano local de B:

$$|b^\pm\rangle = \cos(\delta) |g^\pm\rangle \pm \sin(\delta) |e^\pm\rangle. \tag{34}$$

Com mesmo $\delta = \phi - \Theta$ na Equação (26).

Ao aplicar a rotação $R_y(\mp\delta)$ o subsistema B, no estado $|b^\pm\rangle$, é rotacionado para o estado de menor energia, $|g^\pm\rangle$.

Este resultado mostra que a energia extraída no teleporte de energia tem origem na dinâmica dos estados locais. A extração torna-se possível porque o subsistema B não se encontra em seu estado fundamental local, mesmo quando o sistema total está no estado fundamental $|g'\rangle$.

Flutuações

Seguindo a discussão da Seção 2.2, demonstra-se a ocorrência do processo de *squeezing* nos subsistemas A e B do protocolo de armazenamento de energia. As flutuações foram calculadas a partir da Equação (12) em cada etapa do protocolo. Considerou-se $h_A = h_B = \kappa = 1$ para obter valores numéricos apresentados na Tabela 2.

Observa-se, na Figura 10, o efeito da rotação $R_y(\mp 2\delta)$ entre os estados $|e^\pm\rangle$ e $|g^\pm\rangle$ na esfera de Bloch. Verifica-se que a rotação em torno do eixo Y é ideal, pois rotaciona o estado pós medição do qubit B, $|b^\pm\rangle$, ao estado de menor energia, resultando em extração de energia.

As interpretações apresentadas não são mutuamente excludentes. Em sistemas dominados por variáveis contínuas, como os de campos quânticos, o processo de *squeezing* se mostra mais

Estado	$\Delta(H_A + V)$	$\Delta(H_B + V)$
Fundamental	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$
Pós Medição	≈ 1.323	$\frac{1}{2}$
Final	$\frac{3}{\sqrt{5}} \approx 1.341$	10^{-8}

Tabela 2: Flutuações de energia no teleporte de energia, as flutuações de B são suprimidas e as flutuações de A são ampliadas caracterizando o processo de *squeezing*.

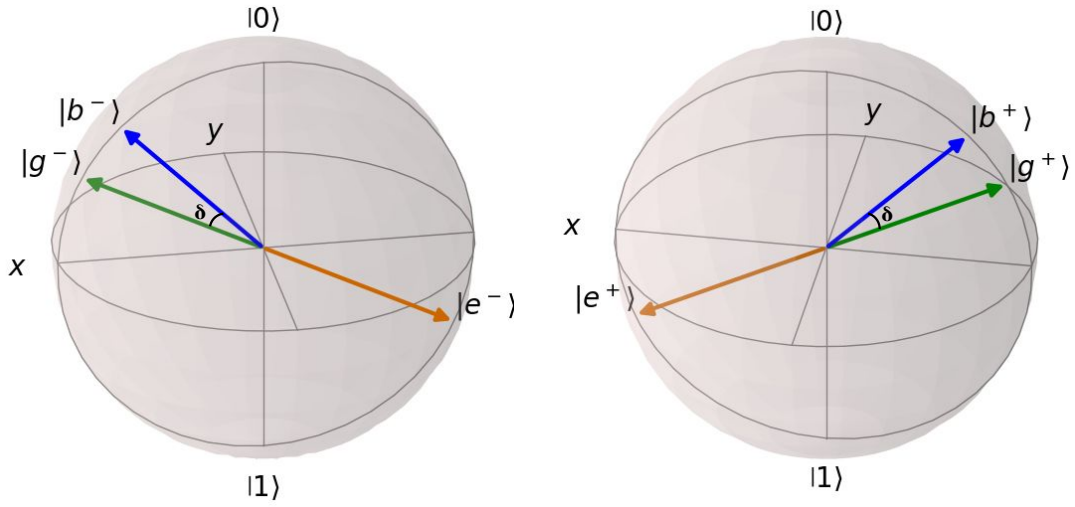


Figura 10: Estados pós medição, excitado e final do qubit B para $h_A = h_B = \kappa = 1$. A operação unitária rotaciona o subsistema para seu estado de menor equilíbrio, realizando extração de energia.

adequado, enquanto em sistemas discretos, a equivalência pode ser estabelecida por meio de rotações de estados.

3.5 Correlações e temperatura

Até o momento, os sistemas foram analisados sob a condição de temperatura nula ($T = 0$). Contudo, estudos teóricos investigaram a dependência da extração de energia por QET em função da temperatura, para o modelo mínimo [11] e sistema de Ising com 3 qubits [12].

À medida que a temperatura aumenta, surgem estados que não apresentam passividade, permitindo a extração de energia por operações locais. Nesse regime, a energia extraída por QET é inferior à obtida por métodos convencionais, embora a extração ainda seja possível, conforme ilustrado na Figura 11.

Existem também regimes em que os estados não exibem emaranhamento; ainda assim, é possível extrair energia em algumas dessas condições. Os resultados sugerem que a discórdia pode ser a fonte das correlações nessas condições, Figura 12.

Propõe-se que correlações clássicas também possam servir como recurso para o teleporte de energia, por meio da informação quântica mútua [10]. Porém, essa medição quantifica correlações quânticas além do emaranhamento, o que não foi considerado no trabalho citado.

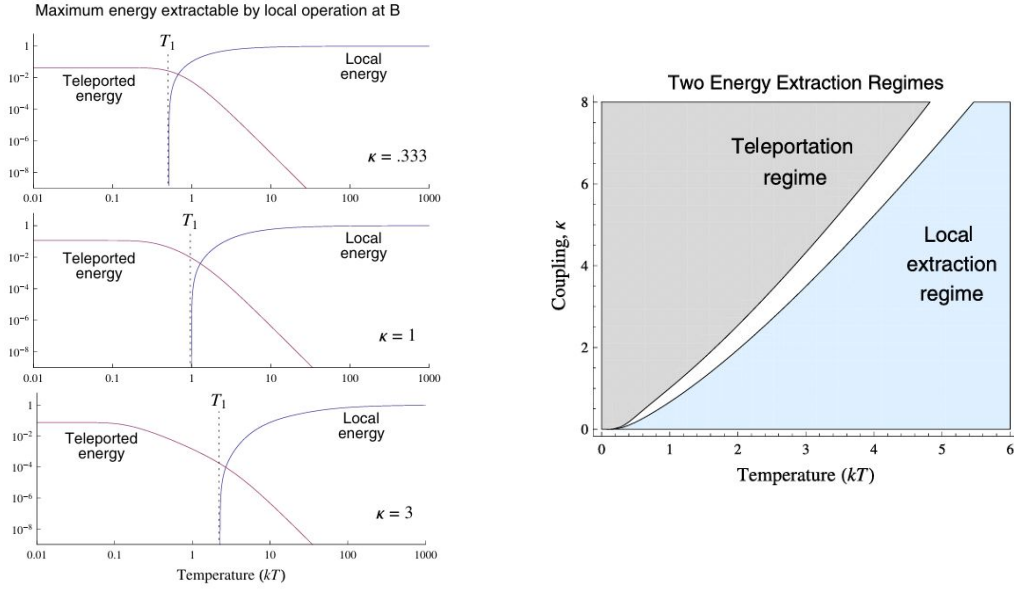


Figura 11: Resultados obtidos no artigo [11]. Demonstra como a temperatura influencia a quantidade de energia teleportada, a partir de uma certa temperatura T_1 os estados perdem a passividade e torna-se possível extrair energia através de operações locais.

Outros artigos exploram as correlações no protocolo [13, 14, 15]. Essas relações são relevantes não apenas para aumentar a eficiência do teleporte de energia, mas também de maneira inversa, utilizando os protocolos como método para determinação das correlações no sistema.

3.6 Teleporte de energia menos restritivo [24]

Os resultados apresentados na seção anterior demonstraram que o teleporte de energia pode ser executado em estados não emaranhados. No teleporte menos restritivo o teleporte será executado sem a presença de emaranhamento e utilizando a técnica do Hamiltoniano efetivo.

Seja o sistema dado pelo Hamiltoniano:

$$H = -h\sigma_A^z - h\sigma_B^z + \kappa(\sigma_A^x \otimes \sigma_B^x + \sigma_A^y \otimes \sigma_B^y). \quad (35)$$

Em ordem de energia, os autoestados e autovalores desse Hamiltoniano são:

$$\begin{aligned} \frac{|01\rangle - |10\rangle}{\sqrt{2}}, & \quad -2\kappa, \\ |00\rangle, & \quad -2h, \\ |11\rangle, & \quad +2h, \\ \frac{|01\rangle + |10\rangle}{\sqrt{2}}, & \quad +2\kappa. \end{aligned} \quad (36)$$

O teleporte de energia será realizado no primeiro estado excitado $|00\rangle$, este é um estado produto (sem correlações quânticas), $|00\rangle = |0\rangle_A \otimes |0\rangle_B$. Porém, ainda apresenta passividade forte.

Nesse caso, não será adicionado a constante que neutraliza as energias, dada pela condição:

$$\langle g|H_A|g\rangle = \langle g|H_B|g\rangle = \langle g|V|g\rangle = 0.$$

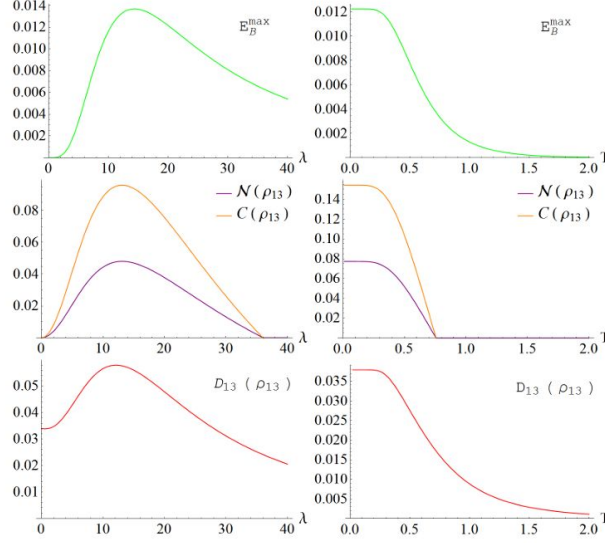


Figura 12: Resultados obtidos no artigo [12]. Acima a energia teleportada; ao meio duas quantificações de emaranhamento, negatividade e concorrência; abaixo a discórdia. Em ambos os regimes, esquerda e direita, observa-se extração de energia por QET mesmo na ausência de emaranhamento.

Logo, é necessário subtrair a energia inicial da energia extraída $E_{ext} = E_B - (-h)$.

As operações empregadas são idênticas às do modelo mínimo, conforme descrito pelas Equações (19) e (21). Observa-se aqui outra restrição a menos em relação ao modelo mínimo, neste caso a medição M_A não comuta com o Hamiltoniano de interação $[M_A, \sigma_A^y \sigma_B^y] \neq 0$. Contudo, em todas as etapas do protocolo, vale a relação $\langle 00 | \sigma_A^y \sigma_B^y | 00 \rangle = 0$.

Os Hamiltonianos efetivos são iguais ao de armazenamento de energia, $H_{eff}^\pm = -h_B \sigma_B^z \pm \kappa \sigma_B^x$, com autovalores e autovetores semelhantes:

$$\begin{aligned}
 -\sqrt{h^2 + \kappa^2}, \quad |g^\pm\rangle &= \cos(\Phi)|0\rangle \mp \text{sen}(\Phi)|1\rangle, \\
 \sqrt{h^2 + \kappa^2}, \quad |e^\pm\rangle &= \pm \text{sen}(\Phi)|0\rangle + \cos(\Phi)|1\rangle,
 \end{aligned} \tag{37}$$

e

$$\tan(2\Phi) = \kappa/h. \tag{38}$$

O estado do qubit B pós medição permanece igual, $|0\rangle$, uma vez que não há emaranhamento. Reescrevendo em termos dos autoestados de H_{eff} :

$$|0\rangle = \cos(\Phi) |g^\pm\rangle \pm \text{sen}(\Phi) |e^\pm\rangle. \tag{39}$$

Essa é a Equação (34), com $|b^\pm\rangle = |0\rangle$; logo, utiliza-se uma operação de rotação $R_Y(\mp 2\Phi)$. A energia extraída é:

$$E_{ext} = 2 \text{sen}^2(\Phi) \sqrt{h^2 + \kappa^2}, \tag{40}$$

Em que já se subtraiu a energia do estado inicial $-h$.

Trata-se, do mesmo protocolo fundamental de teleporte de energia, aplicado a um sistema menos restrito do que modelo mínimo. O circuito correspondente é ilustrado na Figura 13, o circuito possui a mesma estrutura que o do modelo mínimo Figura 7, com estado inicial e ângulo de rotação diferentes.

Teleporte de energia menos restritivo

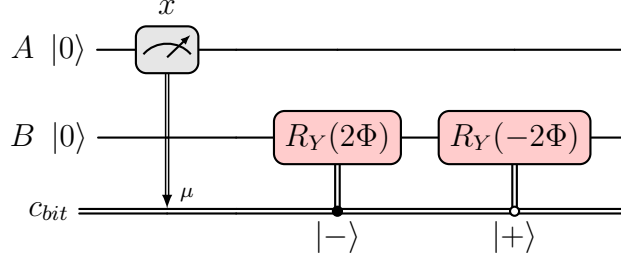


Figura 13: Circuito para implementação do teleporte de energia menos restritivo.

3.7 Protocolo totalmente unitário [4]

Medições colapsam o sistema em um estado que não pode ser restaurado pela mesma operação e, portanto, não são unitárias. Suponha uma condição na qual não é possível ou não se deseja realizar uma medição em um subsistema, o teleporte de energia ainda pode ser implementado por meio do protocolo totalmente unitário.

Esse protocolo foi originalmente desenvolvido para a primeira demonstração experimental de teleporte de energia em um sistema de ressonância magnética nuclear, entretanto ele pode ser aplicado em qualquer tipo de sistema quântico. Nesse protocolo, o transporte de informação de A para B feito por LOCC é substituído por um subsistema auxiliar que transporta a informação de A para B.

O protocolo foi implementado para o mesmo sistema do protocolo de armazenamento de energia, Equação (23). Por consistência com a referência original, o estado fundamental será representado por:

$$|g\rangle = \frac{F_+ |00\rangle - F_- |11\rangle}{\sqrt{2}}, \quad (41)$$

onde $F_{\pm} = \sqrt{1 \pm f(h_A, h_B, \kappa)}$, sendo $f(h_A, h_B, \kappa)$ definido pela Equação (3.3).

O subsistema auxiliar, denominado An , é iniciado no estado excitado $|0\rangle$. A primeira etapa do protocolo consiste em emaranhar os subsistemas An e A , maximizando a informação mútua entre ambos. Para esse sistema a operação unitária ideal é:

$$U_{AnA} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (42)$$

Alice procede enviando An para Bob em uma velocidade muito superior à evolução natural do sistema, em seguida Bob utiliza An para realizar uma operação conjunta entre An e B . Essa operação é representada por matrizes unitárias da seguinte maneira:

$$U_{BAn} = U_{\text{Rot}} U_{\text{diag}}, \quad \text{com}$$

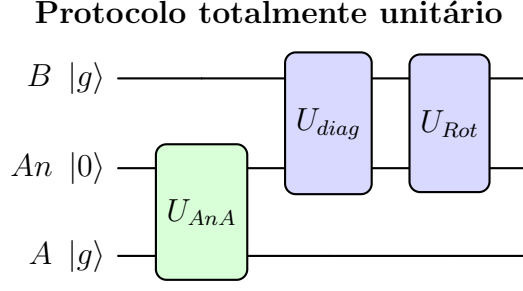


Figura 14: Circuito para implementação do protocolo totalmente unitário. Os subsistemas A e B iniciam no estado fundamental de H e An no estado $|0\rangle$.

$$\begin{aligned}
 U_{\text{Rot}} &= \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} F_{2+} & F_{2-} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -F_{2-} & F_{2+} \\ 0 & 0 & F_{2-} & F_{2+} \\ -F_{2-} & F_{2+} & 0 & 0 \end{pmatrix}, \\
 U_{\text{diag}} &= \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} F_- & F_+ & 0 & 0 \\ F_+ & F_- & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -F_- & F_+ \\ 0 & 0 & F_+ & F_- \end{pmatrix}.
 \end{aligned} \tag{43}$$

e $F_{2\pm} = \sqrt{1 \pm h_B / \sqrt{h_B^2 + 4\kappa^2}}$.

Como o subsistema auxiliar transporta apenas informação e a energia extraída tem origem em B, o protocolo executa teleporte de energia. O sistema e operações apresentados são totalmente equivalentes ao modelo mínimo quando $h_A = h_B$.

3.8 Aplicações

O teleporte de energia quântico (QET) permite transferir energia entre sistemas quânticos correlacionados sem que haja fluxo de energia entre eles. Essa característica elimina perdas por dissipação térmica, tornando-o promissor para nanodispositivos e sistemas quânticos sensíveis ao calor, como computadores quânticos [17].

- Utilizando um modelo CGHS de buracos negros (1+1D), sugere-se que a extração de energia por QET nesse sistema pode causar a redução do horizonte de eventos [8].
- Em sistemas com temperatura não nula, o teleporte atua como um mecanismo de resfriamento, reduzindo a temperatura e aumentando a população no estado fundamental. O protocolo de teleporte de energia alcança eficiência superior à de outros procedimentos de resfriamento e purificação [4].
- Recentemente, propôs-se um esquema de provas interativas quânticas que combina os teleportes de estado e energia. Um recurso de verificação criptográfica e de distinção de estados [25].
- O teleporte de energia tem se mostrado uma ferramenta útil para identificar transições de fase quânticas, onde picos de energia teleportada coincidem com mudanças nas correlações quânticas. Isso foi observado em modelos de campo quântico [26, 13], em sistemas com fases protegidas por simetria topológica (SPT) [27] e sistemas apresentando efeito Kondo [28].

- Assim como o teleporte de estados, QET explora um fenômeno físico distinto altamente ilustrativo e seus circuitos podem ser implementados de maneira simples. Constituindo um bom exemplo de estudo em cursos introdutórios de informação e computação quântico.

O teleporte de energia quântica está fortemente relacionado a teoria de informação, atuando na transferência de energia, análise de correlações, sistemas compostos e estudo da entropia em sistemas quânticos. Suas possíveis aplicações abrangem a física fundamental e aplicações tecnológicas em dispositivos e redes quânticas.

4 Simulação e Resultados

Para demonstrar os protocolos, utilizaram-se computadores quânticos nos determinados sistemas desenvolvidos anteriormente. A energia do qubit B foi medida após a aplicação dos protocolos para diferentes valores de h, h_A, h_B e κ , com energia negativa correspondente à extração de energia.

Serão apresentados os circuitos utilizados experimentalmente nos computadores da IBM, sendo eles: `ibm_fez`, `ibm_torino`, `ibm_sherbrooke` e `ibm_brisbane`. Os circuitos devem ser preparados para o observável que se deseja medir e o método de medição selecionado, há dois métodos de medição para estes hardwares, *Sampler* e *Estimator*, para detalhes refira-se ao apêndice B; os circuitos específicos serão apresentados apenas para o modelo mínimo e aos demais apenas o circuito base para implementação sob qualquer método e observável.

O leitor pode se referir ao apêndice C para a discussão da metodologia na escolha dos resultados e ao repositório do [GitHub](#) para os códigos.

4.1 Modelo mínimo

Devido a não comutação entre H_B e V , deve-se adaptar os circuitos para medição de cada observável, as mudanças de base devem ser feitas manualmente ao utilizar o *Sampler*; para utilização do *Estimator* é necessário que todos os qubits retornem a base computacional ao final. Em geral, os hardwares não possuem suporte para portas condicionadas a medições, os circuitos experimentais utilizam o princípio da medição adiada para contornar essa limitação (ver Seção 2.3).

Os circuitos são apresentados na Figura 15, as barreiras dividem as etapas do protocolo, sendo elas: preparação do estado inicial $|g\rangle$, medição (adiada) $M_A(\mu)$, operações unitárias de extração de energia $R_y(\pm 2\theta)$ e medição final dos observáveis. A medição final não faz parte do protocolo, mas é necessária para verificar se o estado final possui energia menor que a inicial. O circuito (c) corresponde ao circuito base para implementação desse modelo. A aplicação do Hadamard após a medição retorna a o qubit A à base computacional, completando o processo de medição adiada. Afim de reduzir o número de portas, no circuito (a) o qubit A permanece na base X , pois não há dependência do operador σ_A^z com a energia extraída; similarmente, não se completa o processo de medição adiada em (b).

O estado inicial para o modelo em questão deve ser preparado utilizando o ângulo $\alpha = -\arccos\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{1 - \frac{h}{\sqrt{h^2 + \kappa^2}}}\right)$, conforme os circuitos da figura.

Os resultados completos das simulação nos computadores quânticos estão apresentados na Tabela 3, para melhor visualização, a Figura 16 compara os valores de energia extraída em função da razão h/κ . Os resultados mostram que o *Estimator* obteve extração de energia (valores negativos de $\langle E_B \rangle$) em todos os parâmetros testados, aproximando-se satisfatoriamente dos valores teóricos. Os resultados não foram satisfatórios ao utilizar o *Sampler*, falhando principalmente na medição do observável de interação $\langle V \rangle$. A alta variação nas incertezas é uma limitação esperada no hardware quântico atual.

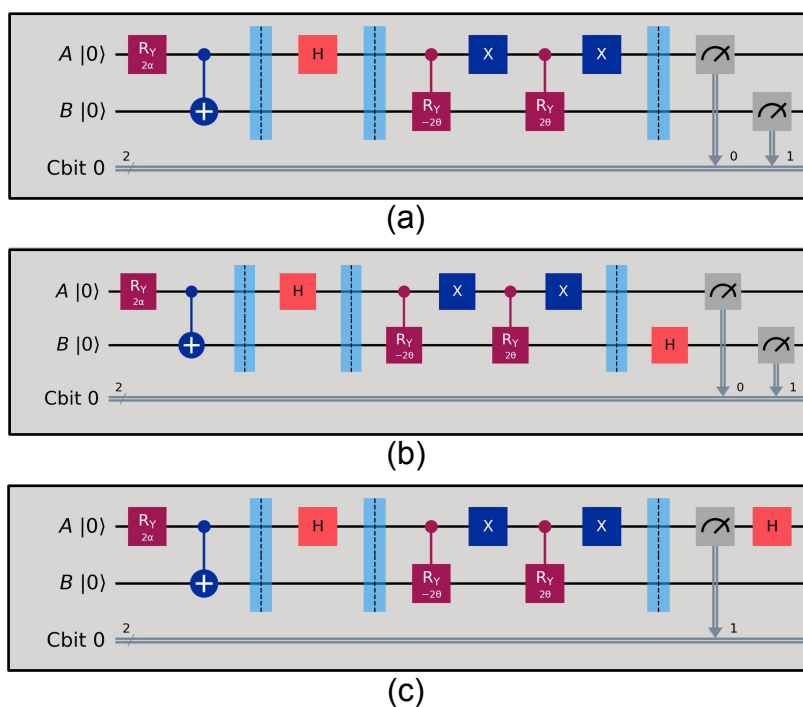


Figura 15: Circuitos utilizados para implementação do protocolo em hardware real, os circuitos são alterados pelo princípio da medição adiada e mudanças de base. Circuito *Sampler* σ_z^B (a), circuito *Sampler* $\sigma_A^y \sigma_B^y$ (b) e circuito para *Estimator* (c).

Modelo Mínimo

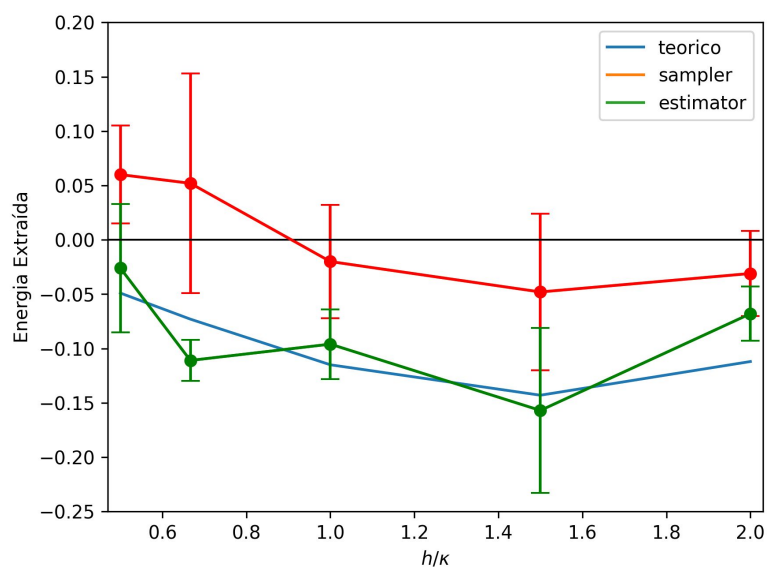


Figura 16: Energia extraída pelo modelo mínimo para h/κ . Valores abaixo de zero significam extração de energia.

Tabela 3: Resultados Modelo Mínimo.

Parâmetros	Energia	Teoria	<i>Sampler</i>	<i>Estimator</i>
$h = 0.5$ $\kappa = 1$	$\langle H_B \rangle$	0.102	0.108 ± 0.009	0.112 ± 0.023
	$\langle V \rangle$	-0.151	-0.048 ± 0.036	-0.138 ± 0.036
	$\langle E_B \rangle$	-0.049	0.060 ± 0.045	-0.026 ± 0.059
$h = 1$ $\kappa = 0.5$	$\langle H_B \rangle$	0.187	0.223 ± 0.013	0.218 ± 0.014
	$\langle V \rangle$	-0.260	-0.254 ± 0.026	-0.286 ± 0.011
	$\langle E_B \rangle$	-0.073	-0.031 ± 0.039	-0.068 ± 0.025
$h = 1$ $\kappa = 1$	$\langle H_B \rangle$	0.260	0.275 ± 0.016	0.287 ± 0.015
	$\langle V \rangle$	-0.375	-0.295 ± 0.036	-0.383 ± 0.017
	$\langle E_B \rangle$	-0.115	-0.020 ± 0.052	-0.096 ± 0.032
$h = 1$ $\kappa = 1.5$	$\langle H_B \rangle$	0.238	0.248 ± 0.024	0.261 ± 0.006
	$\langle V \rangle$	-0.350	-0.196 ± 0.077	-0.372 ± 0.013
	$\langle E_B \rangle$	-0.112	0.052 ± 0.101	-0.111 ± 0.019
$h = 1.5$ $\kappa = 1$	$\langle H_B \rangle$	0.348	0.347 ± 0.036	0.335 ± 0.018
	$\langle V \rangle$	-0.491	-0.395 ± 0.036	-0.492 ± 0.058
	$\langle E_B \rangle$	-0.143	-0.048 ± 0.072	-0.157 ± 0.076

4.2 Teleporte a longas distâncias

Neste protocolo utilizou-se o mesmo sistema do modelo mínimo, logo espera-se medir resultados equivalentes. Neste protocolo e nos demais, será apresentado apenas o circuito base para implementação do protocolo, sem as mudanças necessárias para cada tipo de medição. Seguindo o circuito experimental, Figura 17, tem-se: preparação do estado inicial (estado $|g\rangle$ e estado de Bell Ψ^+), medição adiada $M_A(\mu)$, preparação para o teleporte de estado (CNOT + Hadamard), operações condicionais de teleporte de estado de B' para B (portas X e/ou Z), rotações de extração de energia $R_y(\pm 2\theta)$ e retorno do qubit A a base computacional.

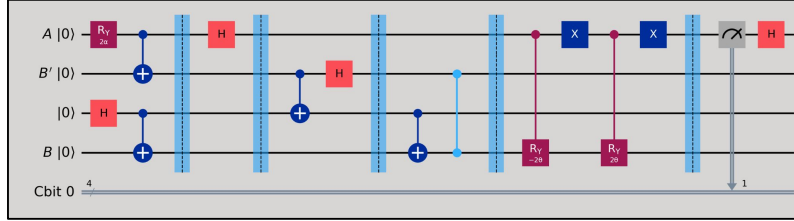


Figura 17: Circuito base para implementação do teleporte de energia a longas distâncias.

Os resultados completos estão disponíveis na Tabela 4, nota-se que este é o circuito com maior complexidade computacional e a quantidade e tipo de portas necessários diminuí consideravelmente a qualidade dos resultados. Contudo, observou-se extração de energia ao utilizar as técnicas de correção de erro fornecidas pelo *Estimator*.

Através da Figura 18, este protocolo foi o que apresentou os resultados mais distantes do valor teórico, tanto para o *Estimator* quanto para o *Sampler*.

Teleporte a Longas Distâncias

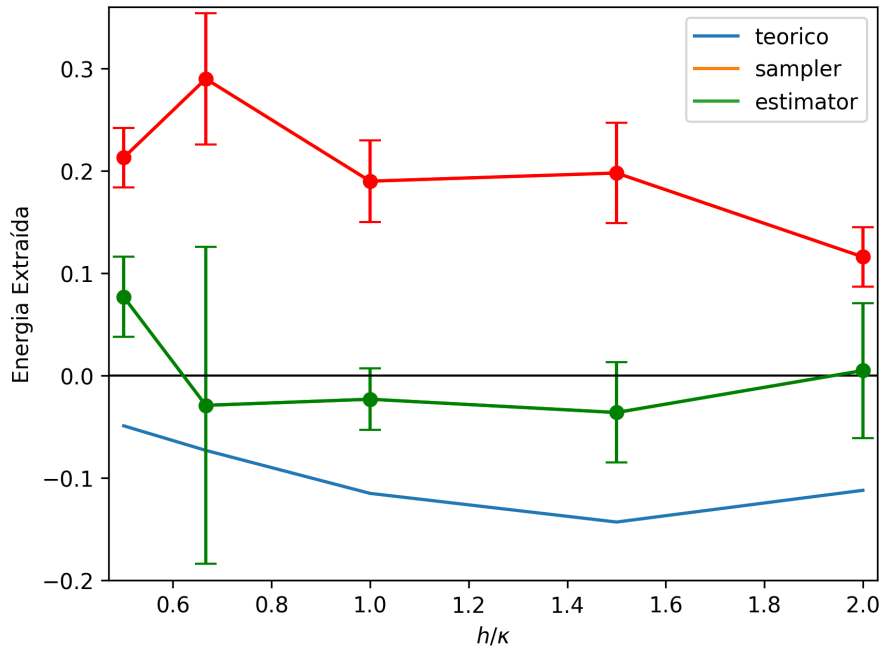


Figura 18: Energia extraída para o protocolo de teleporte a longas distâncias em função de h/κ .

Tabela 4: Resultados Protocolo de teleporte a longas distâncias.

Parâmetros	Energia	Teoria	<i>Sampler</i>	<i>Estimator</i>
$h = 0.5$ $\kappa = 1$	$\langle H_B \rangle$	0.102	0.113 ± 0.009	0.109 ± 0.027
	$\langle V \rangle$	-0.151	0.100 ± 0.020	-0.032 ± 0.012
	$\langle E_B \rangle$	-0.049	0.213 ± 0.029	0.077 ± 0.039
$h = 1$ $\kappa = 0.5$	$\langle H_B \rangle$	0.187	0.290 ± 0.015	0.236 ± 0.040
	$\langle V \rangle$	-0.260	-0.174 ± 0.014	-0.231 ± 0.026
	$\langle E_B \rangle$	-0.073	0.116 ± 0.029	0.005 ± 0.066
$h = 1$ $\kappa = 1$	$\langle H_B \rangle$	0.260	0.318 ± 0.017	0.270 ± 0.009
	$\langle V \rangle$	-0.375	-0.128 ± 0.023	-0.293 ± 0.021
	$\langle E_B \rangle$	-0.115	0.190 ± 0.040	-0.023 ± 0.030
$h = 1$ $\kappa = 1.5$	$\langle H_B \rangle$	0.238	0.258 ± 0.031	0.263 ± 0.019
	$\langle V \rangle$	-0.350	0.032 ± 0.033	-0.292 ± 0.136
	$\langle E_B \rangle$	-0.112	0.290 ± 0.064	-0.029 ± 0.155
$h = 1.5$ $\kappa = 1$	$\langle H_B \rangle$	0.348	0.467 ± 0.023	0.353 ± 0.045
	$\langle V \rangle$	-0.491	-0.269 ± 0.026	-0.389 ± 0.004
	$\langle E_B \rangle$	-0.143	0.198 ± 0.049	-0.036 ± 0.049

4.3 Armazenamento de energia

Utilizou-se os parâmetros $h = h_A = h_B$ para manter a equivalência com os sistemas anteriores. Neste caso, há uma inversão de populações em relação ao modelo mínimo (ver Seção 3.3). Conseqüentemente, os ângulos de rotação das operações R_y que extraem energia são invertidos, para esse protocolo e os seguintes.

O circuito base na Figura 19 ilustra as etapas: preparação do estado inicial $|g'\rangle$, medição adiada $M_A(\mu)$, preparação do qubit de armazenamento $R_y(\pi \mp 2\delta)$, extração de energia do qubit B para o qubit C $R_y(\pm 2\delta)$ e o retorno do qubit A à base computacional.

O ângulo para preparação do estado inicial é dado por³:

$$\tan(\alpha) = \sqrt{\left(\frac{h_A}{2\kappa} + \frac{h_B}{2\kappa}\right)^2 + 1} - \left(\frac{h_A}{2\kappa} + \frac{h_B}{2\kappa}\right). \quad (44)$$

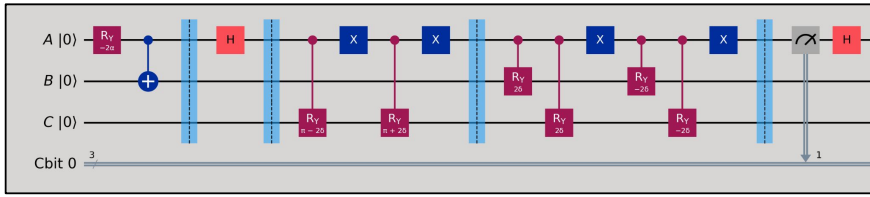


Figura 19: Circuito base para implementação do protocolo de armazenamento de energia.

Os resultados para esse protocolo são apresentados na Tabela 5. Além da energia final do qubit B, também apresenta-se o valor final da energia do qubit C, a qual possui dependência apenas no observável σ_C^z . Nota-se que o valor extraído de B consiste em uma pequena fração da energia final do qubit C. Pela Figura 20, observa-se que as incertezas para E_C são significativamente menores que as incertezas obtidas para E_B . Não obteve-se extração de energia para o *Sampler*, porém houve resultados satisfatórios ao utilizar o método *Estimator*.

Armazenamento de Energia

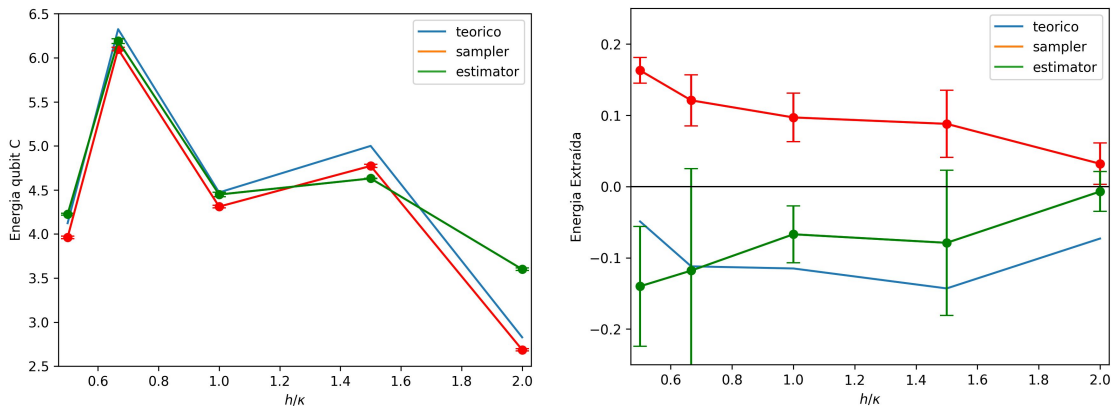


Figura 20: Energia extraída de B e armazenada em C pelo protocolo de armazenamento de energia em função de h/κ .

³Mesmo ângulo que define o estado fundamental dado pela Equação (25).

Tabela 5: Resultados protocolo de armazenamento de energia.

Parâmetros	Energia	Teoria	<i>Sampler</i>	<i>Estimator</i>
$h = 0.5$ $\kappa = 1$	$\langle H_B \rangle$	0.102	0.125 ± 0.009	0.106 ± 0.012
	$\langle V \rangle$	-0.151	0.038 ± 0.009	-0.246 ± 0.072
	$\langle E_B \rangle$	-0.049	0.163 ± 0.018	-0.140 ± 0.084
	$\langle E_C \rangle$	4.123	3.962 ± 0.015	4.225 ± 0.012
$h = 1$ $\kappa = 0.5$	$\langle H_B \rangle$	0.187	0.215 ± 0.014	0.229 ± 0.015
	$\langle V \rangle$	-0.260	-0.183 ± 0.015	-0.236 ± 0.014
	$\langle E_B \rangle$	-0.073	0.032 ± 0.029	-0.007 ± 0.029
	$\langle E_C \rangle$	2.828	2.686 ± 0.014	3.600 ± 0.015
$h = 1$ $\kappa = 1$	$\langle H_B \rangle$	0.260	0.317 ± 0.017	0.267 ± 0.025
	$\langle V \rangle$	-0.375	-0.220 ± 0.017	-0.334 ± 0.015
	$\langle E_B \rangle$	-0.115	0.097 ± 0.034	-0.067 ± 0.040
	$\langle E_C \rangle$	4.472	4.311 ± 0.015	4.448 ± 0.025
$h = 1$ $\kappa = 1.5$	$\langle H_B \rangle$	0.238	0.261 ± 0.018	0.229 ± 0.092
	$\langle V \rangle$	-0.350	-0.140 ± 0.018	-0.347 ± 0.051
	$\langle E_B \rangle$	-0.112	0.121 ± 0.036	-0.118 ± 0.143
	$\langle E_C \rangle$	6.325	6.099 ± 0.021	6.190 ± 0.028
$h = 1.5$ $\kappa = 1$	$\langle H_B \rangle$	0.348	0.461 ± 0.023	0.382 ± 0.001
	$\langle V \rangle$	-0.491	-0.373 ± 0.024	-0.461 ± 0.101
	$\langle E_B \rangle$	-0.143	0.088 ± 0.047	-0.079 ± 0.102
	$\langle E_C \rangle$	5.000	4.773 ± 0.019	4.631 ± 0.001

4.4 Teleporte menos restritivo

O protocolo de teleporte menos restritivo é implementado usando os mesmos circuitos do Modelo Mínimo (Figura 15), mas não há preparação de estado inicial. O circuito base é apresentado na Figura 21, os ângulos de rotação para a operação $R_y(\pm 2\Phi)$ são dados pela Equação (38).

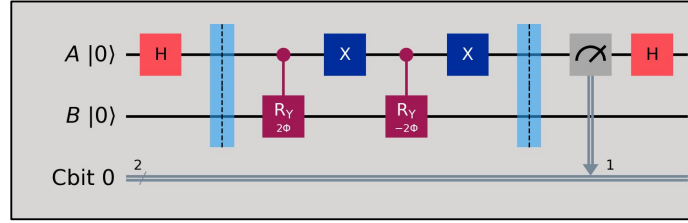


Figura 21: Circuito base para implementação do teleporte menos restritivo.

Os resultados detalhados podem ser visualizados na Tabela 6. para este protocolo, o Hamiltoniano do sistema utilizado possui um observável adicional com dependência do operador σ^y , Equação (35), a medição nessa base introduz duas portas extras por qubit, totalizando quatro portas. No entanto, as incertezas do observável $V_{Y\gamma}$ foram aceitáveis. A Figura 22 demonstra que tanto o *Estimator* quanto o *Sampler* atingiram valores de energia extraída próximos ao teórico, com incertezas abaixo dos demais protocolos.

Modelo Menos Restritivo

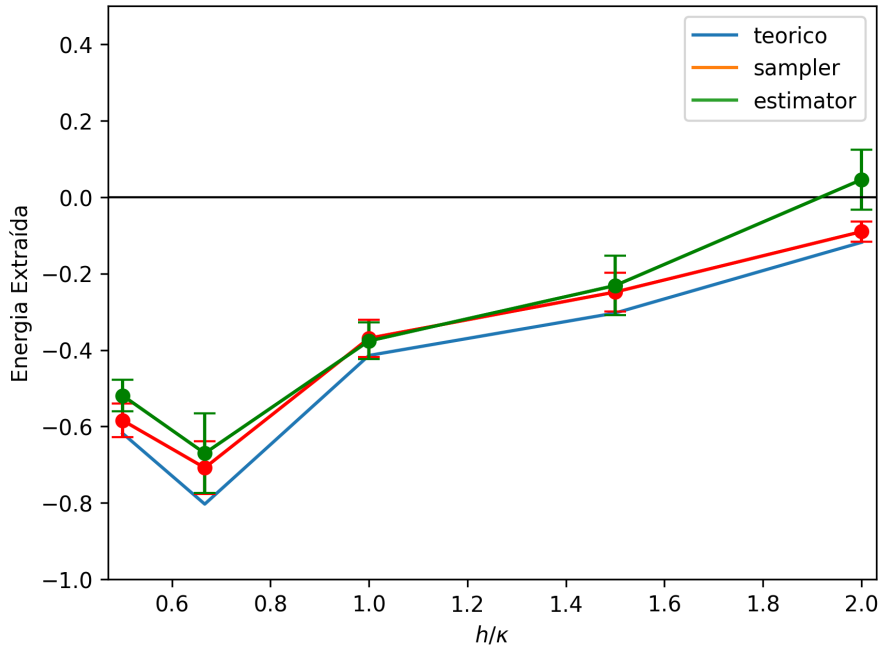


Figura 22: Energia extraída utilizando o modelo menos restritivo em função de h/κ .

Tabela 6: Resultados modelo menos restritivo.

Parâmetros	Energia	Teoria	<i>Sampler</i>	<i>Estimator</i>
$h = 0.5$ $\kappa = 1$	$\langle H_B \rangle$	-0.224	-0.226 ± 0.008	-0.193 ± 0.018
	$\langle V_{XX} \rangle$	-0.894	-0.853 ± 0.018	-0.852 ± 0.008
	$\langle V_{YY} \rangle$	0.000	-0.005 ± 0.018	0.026 ± 0.015
	$\langle E_{ext} \rangle$	-0.618	-0.584 ± 0.044	-0.519 ± 0.041
$h = 1$ $\kappa = 0.5$	$\langle H_B \rangle$	-0.894	-0.875 ± 0.009	-0.738 ± 0.025
	$\langle V_{XX} \rangle$	-0.224	-0.212 ± 0.009	-0.213 ± 0.033
	$\langle V_{YY} \rangle$	0.000	-0.003 ± 0.009	-0.003 ± 0.020
	$\langle E_{ext} \rangle$	-0.118	-0.090 ± 0.027	0.046 ± 0.078
$h = 1$ $\kappa = 1$	$\langle H_B \rangle$	$-1/\sqrt{2}$	-0.697 ± 0.013	-0.724 ± 0.013
	$\langle V_{XX} \rangle$	$-1/\sqrt{2}$	-0.551 ± 0.018	-0.553 ± 0.030
	$\langle V_{YY} \rangle$	0.000	-0.021 ± 0.018	0.001 ± 0.005
	$\langle E_{ext} \rangle$	-0.414	-0.369 ± 0.049	-0.376 ± 0.048
$h = 1$ $\kappa = 1.5$	$\langle H_B \rangle$	-0.555	-0.542 ± 0.015	-0.486 ± 0.043
	$\langle V_{XX} \rangle$	-1.248	-1.144 ± 0.027	-0.184 ± 0.061
	$\langle V_{YY} \rangle$	0.000	-0.022 ± 0.027	0.000 ± 0.000
	$\langle E_{ext} \rangle$	-0.803	-0.708 ± 0.069	-0.670 ± 0.104
$h = 1.5$ $\kappa = 1$	$\langle H_B \rangle$	-1.248	-1.234 ± 0.015	-1.229 ± 0.026
	$\langle V_{XX} \rangle$	-0.555	-0.503 ± 0.018	-0.528 ± 0.037
	$\langle V_{YY} \rangle$	0.000	-0.011 ± 0.018	0.026 ± 0.015
	$\langle E_{ext} \rangle$	-0.303	-0.248 ± 0.051	-0.231 ± 0.078

4.5 Totalmente unitário

Neste protocolo utilizou-se o mesmo sistema que o protocolo de armazenamento de energia, mantendo $h = h_A = h_B$ e α dado pela Equação (44). O circuito base é fornecido na Figura 23, por consistência com o artigo optou-se por inverter os qubits A e B, da esquerda para a direita tem-se: preparação do estado inicial, aplicação da operação U_{AnA} decomposta em portas usuais e aplicação da operação U_{BA_n} decomposta nas operações unitárias U_{rot} e U_{diag} .

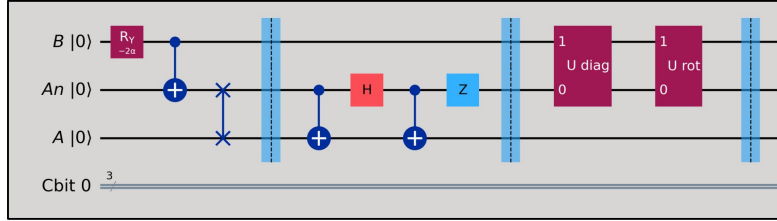


Figura 23: Circuito base para implementação do protocolo totalmente unitário, os qubits A e B são invertido em relação aos demais protocolos e a operação U_{AnA} está decomposta.

Ao visualizar os resultados através da Tabela 7 e Figura 24, observa-se que os resultados apontam para a extração de energia e a equivalência com o modelo mínimo. Ainda que mascarado pelas operações unitárias U_{rot} e U_{diag} , este protocolo e o protocolo de teleporte a longas distâncias apresentam os maiores números de portas, o que se reflete nos resultados.

Protocolo Totalmente Unitário

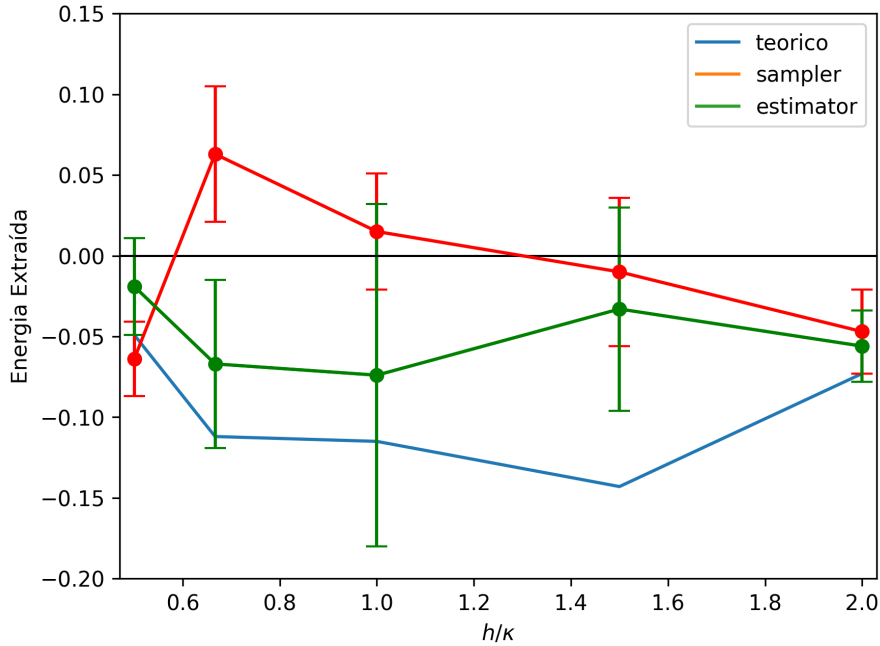


Figura 24: Energia extraída utilizando o protocolo totalmente unitário em função da razão h/κ .

Tabela 7: Resultados Protocolo totalmente unitário.

Parâmetros	Energia	Teoria	<i>Sampler</i>	<i>Estimator</i>
$h = 0.5$ $\kappa = 1$	$\langle H_B \rangle$	0.102	0.105 ± 0.009	0.116 ± 0.004
	$\langle V \rangle$	-0.151	-0.169 ± 0.014	-0.135 ± 0.026
	$\langle E_B \rangle$	-0.049	-0.064 ± 0.023	-0.019 ± 0.030
$h = 1$ $\kappa = 0.5$	$\langle H_B \rangle$	0.187	0.186 ± 0.013	0.210 ± 0.006
	$\langle V \rangle$	-0.260	-0.233 ± 0.013	-0.266 ± 0.016
	$\langle E_B \rangle$	-0.073	-0.047 ± 0.026	-0.056 ± 0.022
$h = 1$ $\kappa = 1$	$\langle H_B \rangle$	0.260	0.267 ± 0.016	0.256 ± 0.000
	$\langle V \rangle$	-0.375	-0.252 ± 0.020	-0.330 ± 0.106
	$\langle E_B \rangle$	-0.115	0.015 ± 0.036	-0.074 ± 0.106
$h = 1$ $\kappa = 1.5$	$\langle H_B \rangle$	0.238	0.267 ± 0.018	0.247 ± 0.051
	$\langle V \rangle$	-0.350	-0.204 ± 0.024	-0.314 ± 0.001
	$\langle E_B \rangle$	-0.112	0.063 ± 0.042	-0.067 ± 0.052
$h = 1.5$ $\kappa = 1$	$\langle H_B \rangle$	0.348	0.377 ± 0.022	0.358 ± 0.048
	$\langle V \rangle$	-0.491	-0.387 ± 0.024	-0.391 ± 0.015
	$\langle E_B \rangle$	-0.143	-0.010 ± 0.46	-0.033 ± 0.069

5 Conclusão

O teleporte de energia explora as correlações quânticas de sistemas compostos para realizar o transporte de um agente físico apenas transferindo informação. Suas simulações em computadores quânticos tem influenciado a comunidade científica a produzir mais trabalhos para seu desenvolvimento, porém ainda continua pouco explorado. O teleporte de energia possui potencial de contribuir para o desenvolvimento de tecnologias quânticas graças a capacidade de contornar a geração de calor; e aprofundar o conhecimento em diversas áreas da física, como a teoria de informação quântica.

É importante enfatizar que as simulações são prova de conceitos para os protocolos, nenhum dos experimentos representa uma realização real de teleporte de energia. Os circuitos estão sujeitos aos Hamiltonianos de sistemas supercondutores dos computadores quânticos da IBM, já os protocolos são desenvolvidos para cadeias de spins. Pelo processo de transpilação, os circuitos são decompostos em um conjunto de portas base características de cada hardware, ocorre que as operações de extração de energia transformam-se em um conjunto de operações cujo efeito não garante extração de energia (principalmente porque realizar uma operação em si utiliza energia). Por fim, o princípio da medição adiada garante a equivalência matemática dos circuitos, mas não preservam a interpretação física.

Para uma realização real do teleporte de energia, o sistema a ser utilizado deve ser pensado especificamente para tal fim. A exemplo, a proposição experimental feita em [3] com sistemas de *Quantum Hall* faz uso de um pulso que aumenta de energia ao atuar no subsistema B. No protocolo de armazenamento, o pulso segue para o subsistema C e deposita sua energia extra.

Nos resultados, verificou-se que o aumento no número de portas do circuito causa um grande impacto, os circuitos com maior quantidade de portas (longas distâncias e totalmente unitário) apresentaram os resultados mais distantes do previsto teoricamente, enquanto o circuito mais simples (modelo menos restritivo) foi capaz de gerar resultados próximos à teoria para ambos os métodos de medição.

Observa-se que as técnicas de mitigação e correção de erro implementadas pelo *Estimator* possibilitaram obter extração de energia em protocolos nos quais o *Sampler* não obteve sucesso. Em geral, as simulações falham em obter resultados satisfatórios ao medir o observável $\sigma^x \sigma^x$.

6 Agradecimentos

Agradeço ao instituto de física da UFMS, em especial ao professor João Vitor Batista Ferreira pelo suporte. Ao centro brasileiro de pesquisas físicas pelas escolas de verão e inverno e ao meu orientador Alexandre Martins de Souza pela oportunidade de orientação. A Boris Ragula pela ajuda e discussão a respeito do protocolo totalmente unitário. A IBM por disponibilizar os computadores quânticos utilizados nesse estudo e a comunidade de QISKIT.

Referências

- [1] BENNETT, Charles H. *et al.* Teleporting an unknown quantum state via dual classical and Einstein-Podolsky-Rosen channels. **Phys. Rev. Lett.**, American Physical Society, v. 70, p. 1895–1899, 13 mar. 1993. DOI: [10.1103/PhysRevLett.70.1895](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.70.1895).
- [2] HOTTA, Masahiro. Quantum Energy Teleportation in Spin Chain Systems. **Journal of the Physical Society of Japan**, Physical Society of Japan, v. 78, n. 3, p. 034001, mar. 2009. ISSN 1347-4073. DOI: [10.1143/jpsj.78.034001](https://doi.org/10.1143/jpsj.78.034001).
- [3] YUSA, Go; IZUMIDA, Wataru; HOTTA, Masahiro. Quantum energy teleportation in a quantum Hall system. **Phys. Rev. A**, American Physical Society, v. 84, p. 032336, 3 set. 2011. DOI: [10.1103/PhysRevA.84.032336](https://doi.org/10.1103/PhysRevA.84.032336).
- [4] RODRÍGUEZ-BRIONES, Nayeli A. *et al.* Experimental Activation of Strong Local Passive States with Quantum Information. **Phys. Rev. Lett.**, American Physical Society, v. 130, p. 110801, 11 mar. 2023. DOI: [10.1103/PhysRevLett.130.110801](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.130.110801).
- [5] HOTTA, Masahiro. Quantum Energy Teleportation With Trapped Ions. **Phys. Rev. A**, American Physical Society, v. 80, p. 042323, 4 out. 2009. DOI: [10.1103/PhysRevA.80.042323](https://doi.org/10.1103/PhysRevA.80.042323).
- [6] NAMBU, Yasusada; HOTTA, Masahiro. Quantum energy teleportation with a linear harmonic chain. **Phys. Rev. A**, American Physical Society, v. 82, p. 042329, 4 out. 2010. DOI: [10.1103/PhysRevA.82.042329](https://doi.org/10.1103/PhysRevA.82.042329).
- [7] HOTTA, Masahiro. Quantum measurement information as a key to energy extraction from local vacuums. **Physical Review D**, American Physical Society (APS), v. 78, n. 4, ago. 2008. ISSN 1550-2368. DOI: [10.1103/physrevd.78.045006](https://doi.org/10.1103/physrevd.78.045006).
- [8] HOTTA, Masahiro. Controlled Hawking process by quantum energy teleportation. **Physical Review D**, American Physical Society (APS), v. 81, n. 4, fev. 2010. ISSN 1550-2368. DOI: [10.1103/physrevd.81.044025](https://doi.org/10.1103/physrevd.81.044025).
- [9] VIDAL, G.; WERNER, R. F. Computable measure of entanglement. **Phys. Rev. A**, American Physical Society, v. 65, p. 032314, 3 fev. 2002. DOI: [10.1103/PhysRevA.65.032314](https://doi.org/10.1103/PhysRevA.65.032314).
- [10] HOTTA, Masahiro. Energy entanglement relation for quantum energy teleportation. **Physics Letters A**, Elsevier BV, v. 374, n. 34, p. 3416–3421, jul. 2010. ISSN 0375-9601. DOI: [10.1016/j.physleta.2010.06.058](https://doi.org/10.1016/j.physleta.2010.06.058).
- [11] FREY, Michael R; GERLACH, Karl; HOTTA, Masahiro. Quantum energy teleportation between spin particles in a Gibbs state. **Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical**, IOP Publishing, v. 46, n. 45, p. 455304, out. 2013. DOI: [10.1088/1751-8113/46/45/455304](https://doi.org/10.1088/1751-8113/46/45/455304).
- [12] TREVISON, Jose; HOTTA, Masahiro. Quantum energy teleportation across a three-spin Ising chain in a Gibbs state. **Journal of Physics A: Mathematical and**

Theoretical, IOP Publishing, v. 48, n. 17, p. 175302, abr. 2015. DOI: [10.1088/1751-8113/48/17/175302](https://doi.org/10.1088/1751-8113/48/17/175302).

- [13] IKEDA, Kazuki; LOWE, Adam. Robustness of quantum correlation in quantum energy teleportation. **Phys. Rev. D**, American Physical Society, v. 110, p. 096010, 9 nov. 2024. DOI: [10.1103/PhysRevD.110.096010](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.110.096010).
- [14] FAN, Hao *et al.* The role of quantum resources in quantum energy teleportation. **Quant. Inf. Proc.**, v. 23, n. 11, p. 367, 2024. DOI: [10.1007/s11128-024-04579-4](https://doi.org/10.1007/s11128-024-04579-4).
- [15] HAQUE, Taisanul. **Aspects of Quantum Energy Teleportation**. [*S. l.: s. n.*], 2025. arXiv: [2411.08927](https://arxiv.org/abs/2411.08927) [quant-ph].
- [16] OLLIVIER, Harold; ZUREK, Wojciech H. Quantum Discord: A Measure of the Quantumness of Correlations. **Phys. Rev. Lett.**, American Physical Society, v. 88, p. 017901, 1 dez. 2001. DOI: [10.1103/PhysRevLett.88.017901](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.88.017901).
- [17] HOTTA, Masahiro. Quantum Energy Teleportation: An Introductory Review. **arXiv e-prints**, arxiv:1101.3954, jan. 2011. DOI: [10.48550/arXiv.1101.3954](https://doi.org/10.48550/arXiv.1101.3954).
- [18] HOTTA, Masahiro; MATSUMOTO, Jiro; YUSA, Go. Quantum energy teleportation without a limit of distance. **Phys. Rev. A**, American Physical Society, v. 89, p. 012311, 1 jan. 2014. DOI: [10.1103/PhysRevA.89.012311](https://doi.org/10.1103/PhysRevA.89.012311).
- [19] PUSZ, Wiesław; WORONOWICZ, Stanislaw. Passive states and KMS states for general quantum systems. **Communications in Mathematical Physics**, v. 58, p. 273–290, out. 1978. DOI: [10.1007/BF01614224](https://doi.org/10.1007/BF01614224).
- [20] FREY, Michael; FUNO, Ken; HOTTA, Masahiro. Strong local passivity in finite quantum systems. **Physical Review E**, American Physical Society (APS), v. 90, n. 1, jul. 2014. ISSN 1550-2376. DOI: [10.1103/physreve.90.012127](https://doi.org/10.1103/physreve.90.012127).
- [21] ALHAMBRA, Álvaro M. *et al.* Fundamental Limitations to Local Energy Extraction in Quantum Systems. **Phys. Rev. Lett.**, American Physical Society, v. 123, p. 190601, 19 nov. 2019. DOI: [10.1103/PhysRevLett.123.190601](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.123.190601).
- [22] IKEDA, Kazuki. Long-range quantum energy teleportation and distribution on a hyperbolic quantum network. **IET Quantum Communication**, v. 5, n. 4, p. 543–550, 2024. DOI: <https://doi.org/10.1049/qt2.12090>.
- [23] XIE, Songbo; SAJJAN, Manas; KAIS, Sabre. **Extracting and Storing Energy From a Quasi-Vacuum on a Quantum Computer**. [*S. l.: s. n.*], 2024. arXiv: [2409.03973](https://arxiv.org/abs/2409.03973) [quant-ph].
- [24] XIE, Songbo; SAJJAN, Manas; KAIS, Sabre. **Quantum Energy Teleportation: A Novel Protocol Relaxing Previous Constraints**. [*S. l.: s. n.*], 2025. arXiv: [2502.05288](https://arxiv.org/abs/2502.05288) [quant-ph].

- [25] IKEDA, Kazuki; LOWE, Adam. Quantum interactive proofs using quantum energy teleportation. **Quantum Information Processing**, Springer Science e Business Media LLC, v. 23, n. 6, jun. 2024. ISSN 1573-1332. DOI: [10.1007/s11128-024-04448-0](https://doi.org/10.1007/s11128-024-04448-0).
- [26] IKEDA, Kazuki. Criticality of quantum energy teleportation at phase transition points in quantum field theory. **Phys. Rev. D**, American Physical Society, v. 107, p. 1071502, 7 abr. 2023. DOI: [10.1103/PhysRevD.107.L071502](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.107.L071502).
- [27] IKEDA, Kazuki. Investigating global and topological orders of states by local measurement and classical communication: Study on SPT phase diagrams by quantum energy teleportation. **AVS Quantum Science**, v. 5, n. 3, p. 035002, set. 2023. ISSN 2639-0213. DOI: [10.1116/5.0164999](https://doi.org/10.1116/5.0164999).
- [28] IKEDA, Kazuki; SINGH, Rajeev; SLAGER, Robert-Jan. **Exploring Kondo effect by quantum energy teleportation**. [*S. l.: s. n.*], 2023. arXiv: [2310.15936](https://arxiv.org/abs/2310.15936) [quant-ph].
- [29] HOTTA, Masahiro. A protocol for quantum energy distribution. **Physics Letters A**, Elsevier BV, v. 372, n. 35, p. 5671–5676, ago. 2008. ISSN 0375-9601. DOI: [10.1016/j.physleta.2008.07.007](https://doi.org/10.1016/j.physleta.2008.07.007).
- [30] HOTTA, Masahiro. Quantum energy teleportation with an electromagnetic field: discrete versus continuous variables. **Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical**, IOP Publishing, v. 43, n. 10, p. 105305, fev. 2010. ISSN 1751-8121. DOI: [10.1088/1751-8113/43/10/105305](https://doi.org/10.1088/1751-8113/43/10/105305).
- [31] VERDON-AKZAM, Guillaume; MARTÍN-MARTÍNEZ, Eduardo; KEMPF, Achim. Asymptotically limitless quantum energy teleportation via qudit probes. **Phys. Rev. A**, American Physical Society, v. 93, p. 022308, 2 fev. 2016. DOI: [10.1103/PhysRevA.93.022308](https://doi.org/10.1103/PhysRevA.93.022308).
- [32] GIATAGANAS, Dimitrios; LIN, Feng-Li; LIU, Pei-Hua. Towards holographic quantum energy teleportation. **Phys. Rev. D**, American Physical Society, v. 94, p. 126013, 12 dez. 2016. DOI: [10.1103/PhysRevD.94.126013](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.94.126013).
- [33] RODRÍGUEZ-BRIONES, Nayeli A. *et al.* Correlation-Enhanced Algorithmic Cooling. **Phys. Rev. Lett.**, American Physical Society, v. 119, p. 050502, 5 ago. 2017. DOI: [10.1103/PhysRevLett.119.050502](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.119.050502).
- [34] IKEDA, Kazuki. Demonstration of Quantum Energy Teleportation on Superconducting Quantum Hardware. **Phys. Rev. Appl.**, American Physical Society, v. 20, p. 024051, 2 ago. 2023. DOI: [10.1103/PhysRevApplied.20.024051](https://doi.org/10.1103/PhysRevApplied.20.024051).
- [35] WU, Feng-Lin *et al.* Strong local passive state in the minimal quantum energy teleportation model. **Phys. Rev. A**, American Physical Society, v. 109, p. 062208, 6 jun. 2024. DOI: [10.1103/PhysRevA.109.062208](https://doi.org/10.1103/PhysRevA.109.062208).
- [36] FAN, Hao *et al.* Strong quantum energy teleportation. **Phys. Rev. A**, American Physical Society, v. 110, p. 052424, 5 nov. 2024. DOI: [10.1103/PhysRevA.110.052424](https://doi.org/10.1103/PhysRevA.110.052424).

- [37] IKEDA, Kazuki. Beyond Energy: Teleporting Current, Charge, and More. **Progress of Theoretical and Experimental Physics**, Oxford University Press (OUP), v. 2025, n. 1, dez. 2024. ISSN 2050-3911. DOI: [10.1093/ptep/ptae192](https://doi.org/10.1093/ptep/ptae192).
- [38] HASSAN, Md Shoyib; SHUBHA, Syed Emad Uddin; MAHDY, M. R. C. Enhanced Quantum Energy Teleportation using a 3-Qubit System, 2025. arXiv: [2408.07997](https://arxiv.org/abs/2408.07997) [[quant-ph](https://arxiv.org/archive/quant)].
- [39] WANG, Jinzhao; YAO, Shunyu. Quantum Energy Teleportation versus Information Teleportation. **Quantum**, Verein zur Forderung des Open Access Publizierens in den Quantenwissenschaften, v. 8, p. 1564, dez. 2024. ISSN 2521-327X. DOI: [10.22331/q-2024-12-12-1564](https://doi.org/10.22331/q-2024-12-12-1564).
- [40] FUNAI, Nicholas; MARTÍN-MARTÍNEZ, Eduardo. Engineering negative stress-energy densities with quantum energy teleportation. **Physical Review D**, American Physical Society (APS), v. 96, n. 2, jul. 2017. ISSN 2470-0029. DOI: [10.1103/physrevd.96.025014](https://doi.org/10.1103/physrevd.96.025014).
- [41] NIELSEN, Michael A.; CHUANG, Isaac L. **Quantum Computation and Quantum Information**. [*S. l.*]: Cambridge University Press, jun. 2012. ISBN 978-0-521-63503-5. DOI: [10.1017/cbo9780511976667](https://doi.org/10.1017/cbo9780511976667).
- [42] FORD, L. H. NEGATIVE ENERGY DENSITIES IN QUANTUM FIELD THEORY. **International Journal of Modern Physics A**, World Scientific Pub Co Pte Lt, v. 25, n. 11, p. 2355–2363, abr. 2010. ISSN 1793-656X. DOI: [10.1142/s0217751x10049633](https://doi.org/10.1142/s0217751x10049633).
- [43] JORDAN, Andrew N.; BÜTTIKER, Markus. Entanglement Energetics at Zero Temperature. **Physical Review Letters**, American Physical Society (APS), v. 92, n. 24, jun. 2004. ISSN 1079-7114. DOI: [10.1103/physrevlett.92.247901](https://doi.org/10.1103/physrevlett.92.247901).

7 Apêndice

A - Autovalores do modelo mínimo

Demonstração de que os Hamiltonianos locais do modelo mínimo deve possuir um autovalor negativo e um positivo.

Seja:

$$H = h\sigma^z + \frac{h^2}{\sqrt{h^2 + \kappa^2}}.$$

A matriz de Pauli σ^z possui autovalores 1 e -1 , portanto o primeiro termo fornece h e $-h$. Basta provar que:

$$h > \frac{h^2}{\sqrt{h^2 + \kappa^2}}$$

$$h\sqrt{h^2 + \kappa^2} > h^2$$

$$\sqrt{h^2 + \kappa^2} > h$$

$$\sqrt{h^2 + \kappa^2} > \sqrt{h^2}$$

Como $h > 0$ e $\kappa > 0$, o segundo termo é sempre positivo e menor que $|h|$. O Hamiltoniano será negativo para $-h$ e positivo para h .

Analogamente, o Hamiltoniano de interação V também possui autovalores positivos e negativos.

B - Hardware

Os experimentos foram realizados nos computadores a base de supercondutores disponibilizados gratuitamente pela IBM e utilizando a linguagem de programação *Qiskit*. Há dois métodos de medição possíveis:

- *Sampler*: Fornece o resultado bruto das medições, isto é, o número de medições iguais a 0 e 1 (estados $|0\rangle$ e $|1\rangle$) e utiliza-se esses resultados para calcular o observável desejado. Alguns métodos de correção de erro podem ser implementados automaticamente por esse modo e as medições em outras bases deve ser implementada manualmente.
- *Estimator*: Este método modifica algumas partes do circuito para implementar correção de erro e medições outras bases de maneira automática, a custo de perda de certas informações sobre o circuito, que em geral não são relevantes.

Além disso, pode-se fornecer os observáveis que se deseja medir, ex: fornecer $2\sigma^x\sigma^y$ retorna seu valor médio e desvio padrão. Ao fornecer mais de um observável um circuito diferente é executado para cada.

É recomendado não adicionar as medições finais ao circuito ao utilizar esse método.

C - Metodologia

O objetivo das simulações é realizar provas de conceitos para os protocolos de teleporte de energia. Os resultados apresentados consistem dos melhores valores obtidos através diversos experimentos diferentes; em muitos dos resultados, as configurações de hardware (parametrização, mapeamento e mitigação erro) não são iguais para os observáveis com mesmos parâmetros h e κ .

Não é possível utilizar o mesmo circuito para medir um qubit nas bases σ^x e σ^z , pois não há comutação entre os operadores, $[\sigma^x, \sigma^z] \neq 0$. Para medir os observáveis H_B e V , são realizados experimentos diferentes.

Para afirmar que em um dos experimentos houve extração de energia é necessário medir ambos os operadores, isto significa que não se pode medir a energia de B por meio de um único experimento/circuito. Outras justificativas, como o princípio da medição adiada, são comentadas no capítulo de conclusão