



FUNDAÇÃO UNIVERSIDADE FEDERAL DE MATO GROSSO DO SUL
FACULDADE DE ENGENHARIAS, ARQUITETURA E URBANISMO E GEOGRAFIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EFICIÊNCIA ENERGÉTICA E SUSTENTABILIDADE
CURSO DE MESTRADO PROFISSIONAL EM EFICIÊNCIA ENERGÉTICA E SUSTENTABILIDADE

UM MODELO MATEMÁTICO PARA UM PROBLEMA DE PLANEJAMENTO DE PRODUÇÃO EM INDÚSTRIAS ALIMENTÍCIAS

Marco Antonio Medeiros

FUNDAÇÃO UNIVERSIDADE FEDERAL DE MATO GROSSO DO SUL
FACULDADE DE ENGENHARIAS, ARQUITETURA E URBANISMO E GEOGRAFIA
MESTRADO PROFISSIONAL EM EFICIÊNCIA ENERGÉTICA E SUSTENTABILIDADE

**UM MODELO MATEMÁTICO PARA UM PROBLEMA DE
PLANEJAMENTO DE PRODUÇÃO EM INDÚSTRIAS ALIMENTÍCIAS**

MARCO ANTONIO MEDEIROS

Trabalho de Conclusão de Curso do Mestrado Profissional apresentado à Faculdade de Engenharias, Arquitetura e Urbanismo e Geografia da Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, para obtenção do título de Mestre em Eficiência Energética e Sustentabilidade, na área de concentração Sustentabilidade.

Orientador: Prof. Dr. Willy Alves de Oliveira Soler

Coorientadora: Profa. Dra. Adriane Angélica Farias Santos Lopes de Queiroz

CAMPO GRANDE

AGOSTO / 2022



Serviço Público Federal
Ministério da Educação
Fundação Universidade Federal de Mato Grosso do Sul



FOLHA DE APROVAÇÃO

MARCO ANTONIO MEDEIROS

Um Modelo Matemático para um Problema de Planejamento de Produção em Indústrias Alimentícias

Redação final do Trabalho de Conclusão de Curso, aprovada pela Banca Examinadora em 19 de agosto de 2022, na Faculdade de Engenharias, Arquitetura e Urbanismo e Geografia da Universidade Federal de Mato Grosso do Sul para obtenção do título de Mestre em Eficiência Energética e Sustentabilidade.

Banca examinadora:

Prof. Dr. Willy Alves de Oliveira Soler – Orientador

Faculdade de Engenharias, Arquitetura e Urbanismo e Geografia
Universidade Federal de Mato Grosso do Sul

Profa. Dra. Ana Paula da Silva Milani

Faculdade de Engenharias, Arquitetura e Urbanismo e Geografia
Universidade Federal de Mato Grosso do Sul

Profa. Dra. Adriane Angelica Farias Santos Lopes de Queiroz

Escola de Administração e Negócios
Universidade Federal de Mato Grosso do Sul

Profa. Dra. Rubia Mara de Oliveira Santos

Faculdade de Engenharias, Arquitetura e Urbanismo e Geografia
Instituto de Matemática



Documento assinado eletronicamente por **Willy Alves de Oliveira Soler, Professor do Magistério Superior**, em 12/09/2022, às 16:46, conforme horário oficial de Mato Grosso do Sul, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **Ana Paula da Silva Milani, Professora do Magistério Superior**, em 13/09/2022, às 07:59, conforme horário oficial de Mato Grosso do Sul, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **Adriane Angelica Farias Santos Lopes de Queiroz, Professora do Magistério Superior**, em 13/09/2022, às 11:04, conforme horário oficial de Mato Grosso do Sul, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **Rubia Mara de Oliveira Santos, Professora do Magistério Superior**, em 13/09/2022, às 15:05, conforme horário oficial de Mato Grosso do Sul, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site https://sei.ufms.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0, informando o código verificador **3548160** e o código CRC **A6E69CE6**.

COLEGIADO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EFICIÊNCIA ENERGÉTICA E SUSTENTABILIDADE

Av Costa e Silva, s/nº - Cidade Universitária

Fone:

CEP 79070-900 - Campo Grande - MS

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus, em primeiro lugar, pois minha fé e confiança vêm Dele.

Sou imensamente grato ao professor Dr. Willy, por sua enorme paciência e dedicação, essenciais para que pudéssemos cumprir mais esta etapa deste trabalho. À professora Dra. Adriane por suas valiosas contribuições em momentos importantes no decorrer deste trabalho.

Sou grato a todos os professores que compartilharam seus conhecimentos e experiências, inclusive naqueles momentos em que todos tivemos que aprender a superar as barreiras impostas pela pandemia da Covid-19, não deixando de nos apoiar para que pudéssemos cumprir esta jornada.

Agradeço imensamente aos meus pais, pois foram os grandes incentivadores no meu caminho em busca de conhecimentos; minha mãe (*in memoriam*) foi quem me forneceu os primeiros passos para que, no futuro, eu pudesse realizar mais esta conquista. Agradeço a todos os familiares, principalmente a minha esposa e filhos, por entenderem a necessidade de me esforçar para colher os frutos da educação como fonte do desenvolvimento pessoal e da sociedade.

Agradeço especialmente a algumas pessoas que Deus colocou no meu caminho e que me ajudaram nesta caminhada: ao amigo, desde a graduação, e professor Dr. Leandro Sauer, por todo o tempo em que estive à disposição para me ensinar e para dirimir minhas dúvidas; à professora Dra. Rubia Mara de Oliveira Santos, por seus conselhos, apoio e por abrir as portas para esta edificante parte da educação; e também à professora Dra. Giovana Cristina Giannesi, por sua paciência, seus conselhos, dicas e indicações que me foram fundamentais para a conclusão deste trabalho.

O presente trabalho foi realizado com o apoio da Universidade Federal de Mato Grosso do Sul – UFMS/MEC – Brasil e da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (Capes) – Código de Financiamento 001. A pesquisa foi desenvolvida com a utilização dos recursos computacionais do Centro de Ciências Matemáticas Aplicadas à Indústria (CeMEAI), financiados pela FAPESP (proc.2013/07375-0).

*“Por trás de cada sucesso, há uma palavra
mágica: Atreva-se!”*

Mehmet Murat Ildan

RESUMO

Nesta dissertação aborda-se um problema de planejamento da produção observado em algumas indústrias alimentícias brasileiras que processam carnes embaladas. O objetivo é propor ferramentas matemáticas e computacionais para subsidiar o processo de tomada de decisão no contexto industrial considerado. O problema estudado leva em conta diversas linhas de produção que compartilham os mesmos recursos produtivos (trabalhadores, ferramentas e máquinas), de modo que, devido à escassez desses recursos, apenas um subconjunto das linhas pode operar em cada período produtivo. Dessa forma, é necessário decidir quais linhas de produção devem ser utilizadas em cada período, respeitando-se os limites de capacidade dos recursos necessários e considerando-se ainda que os itens produzidos são perecíveis, podendo permanecer estocados por um período limitado de tempo. O problema estudado supõe ainda a existência de uma demanda determinística e a limitação da capacidade de produção, além dos seguintes custos: de atraso no atendimento das demandas, de armazenamento dos itens produzidos, de *setup* e de tempo de configuração. Neste trabalho, propõe-se um modelo matemático de otimização inteira mista para representação do problema abordado. Em seguida, por meio de uma reformulação, é realizada a prova matemática de que o problema pertence à classe de problemas NP-difícil, ou seja, não é possível obter soluções em tempo polinomial. Apresenta-se um estudo computacional no intuito de identificar a eficiência de um *solver* de alto desempenho para obtenção de soluções (primais e duais) em tempo computacional aceitável. Foi realizada uma análise de sensibilidade para avaliar o comportamento do modelo mediante alterações nos custos de armazenamento e custos dos recursos dos recursos produtivos. Constatou-se que o modelo foi capaz de elaborar planos de produção eficientes que proporcionaram a absorção parcial da elevação dos custos proporcionando benefícios para indústrias de todos os portes.

Palavras-chave: Dimensionamento de lotes. Recursos escassos. Indústrias alimentícias. Linhas de produção. Modelo de otimização.

ABSTRACT

This dissertation addresses a production planning problem observed in some Brazilian food industries that process packaged meats. The objective is to propose mathematical and computational tools to support the decision-making process in the considered industrial context. The problem studied takes into account several production lines that share the same productive resources (workers, tools and machines), so that, due to the scarcity of these resources, only a subset of the lines can operate in each production period. Thus, it is necessary to decide which production lines should be used in each period, respecting the capacity limits of the necessary resources and also considering that the items produced are perishable and may remain stocked for a limited period of time. The problem studied also assumes the existence of a deterministic demand and the limitation of production capacity, as well as the following costs: delay in meeting demands, storage of produced items, setup and configuration time. In this work, a mixed integer optimization mathematical model is proposed to represent the problem addressed. Then, by means of a reformulation, it is done the mathematical proof that the problem belongs to the class of NP-hard problems, that is, it is not possible to obtain solutions in polynomial time. A computational study is presented in order to identify the efficiency of a high-performance solver for obtaining solutions (primal and dual) in acceptable computational time. A sensitivity analysis was performed to evaluate the behavior of the model with changes in storage costs and resource costs of production resources. It was found that the model was able to elaborate efficient production plans that provided partial absorption of the cost increase, providing benefits for industries of all sizes.

Keywords: Lot sizing. Scarce resources. Food industries. Production lines. Optimization model.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Análise de Sensibilidade para o Custo de Armazenamento.....	61
Figura 2 - Análise de Sensibilidade para o Custo de Abertura	65

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Características das cinco classes das instâncias de teste	33
Tabela 2 – Comparativo entre as soluções (1800s x 3600s x 7200s)	35
Tabela 3 – Desempenho do modelo em relação ao aumento no custo de estoque	38
Tabela 4 – Valores médios por classe na análise de sensibilidade do custo de estoque.....	39
Tabela 5 – Variação percentual dos custos entre os experimentos por classe	40
Tabela 6 – Valores médios dos experimentos em relação à variação no custo de estoque ...	41
Tabela 7 – Variação percentual em relação aos custos de referência	43
Tabela 8 – Desempenho do modelo em relação ao aumento no custo de abertura	46
Tabela 9 – Valores médios dos experimentos em relação ao custo de abertura	49
Tabela 10 – Valores médios por classe na análise de sensibilidade do custo de abertura.....	50

LISTA DE SIGLAS E ABREVIATURAS

CLSD	<i>Capacitated Lotsizing Problem with Sequence Dependent Setup Costs</i>
CLSP	<i>Capacitated Lot Sizing Problem</i>
CSLP	<i>Continuous Setup Lotsizing Problem</i>
DLSP	<i>Discrete Lot sizing and Scheduling Problem</i>
ELSP	<i>Economic Lot Scheduling Problem</i>
EOQ	<i>Economic Order Quantity</i>
GC	Geração de Colunas
GLSP	<i>General Lotsizing and Scheduling Problem</i>
GLSPPL	<i>General Lotsizing and Scheduling Problem for Parallel Production Lines</i>
INS	<i>Iterative Neighborhood Search</i>
MLGLSP	<i>Multi-Level General Lotsizing and Scheduling Problem</i>
ONU	Organização das Nações Unidas
PDL	Problema de Dimensionamento de Lotes
PLSP	<i>Proportional Lotsizing Problem</i>
SSC	<i>Sustainable Supply Chain</i>
VNS	<i>Variable Neighborhood Search</i>

SUMÁRIO

1	Introdução	12
1.1	<i>Descrição do Problema</i>	12
1.2	<i>Objetivo geral.....</i>	14
1.3	<i>Objetivos específicos.....</i>	15
1.4	<i>Contribuições à sustentabilidade.....</i>	15
1.5	<i>Organização do texto.....</i>	16
2	Revisão da Literatura	17
2.1	<i>Problemas de Dimensionamento de Lote</i>	17
3	Modelagem do Problema.....	25
3.1	<i>Apresentação dos Parâmetros, Variáveis de Decisão e do Modelo Matemático</i>	25
3.2	<i>Descrição do modelo.....</i>	26
3.3	<i>Complexidade do PDL-PPRE.....</i>	30
4	Resultados Computacionais	33
4.1	<i>Ambiente e Instâncias de Teste</i>	33
4.2	<i>Análise de Desempenho.....</i>	34
4.3	<i>Análise de Sensibilidade em Relação às Variações no Custo de Estoque.....</i>	37
4.4	<i>Análise de Sensibilidade em Relação às Variações no Custo de Abertura</i>	45
5	Conclusões e Perspectivas Futuras	52
	Referências Bibliográficas.....	55
	Apêndice A – Análise de Sensibilidade do Custo de Estoque (detalhado)	58
	Apêndice B – Análise de Sensibilidade do Custo de Abertura (detalhado)	62

1 INTRODUÇÃO

1.1 Descrição do Problema

O Problema de Dimensionamento de Lotes (PDL) consiste em determinar quais produtos devem ser produzidos em cada período de um horizonte de planejamento, bem como a quantidade a ser produzida de cada produto (tamanho dos lotes), com o objetivo de garantir o atendimento das demandas dos clientes (previamente conhecidas) e minimizar os custos incorridos no processo de produção, que, segundo Guimarães, Klabjan e Almada-Lobo (2014), normalmente se referem aos custos associados à manutenção de produtos em estoque e aos procedimentos de preparação para produção. De acordo com Glock, Grosse e Ries (2014), o PDL foi introduzido na literatura por Ford Whitman Harris em 1913.

Para Almeder e Almada-Lobo (2011), o aumento da complexidade dos processos e sistemas de produção tem tornado desafiador o gerenciamento do ambiente produtivo industrial. Em virtude disso, encontra-se na literatura diversas pesquisas que abordam o PDL por meio da proposição de novos modelos matemáticos (cf. Karmarkar e Schrage (1985); Trigeiro, Thomas e McClain (1989); Fleischmann (1990); Haase (1996); Fleischmann e Meyr (1997)) e também nas extensões de modelos clássicos para representação de sistemas complexos de produção (cf. Drexel e Haase (1995); Meyr (2000); James e Almada-Lobo (2011); Oliveira e Santos (2017); Soler, Poldi e Santos (2019); Wei *et al.* (2019); Soler, Santos e Akartunali (2021)).

Dentre os trabalhos que abordam novos modelos matemáticos, encontra-se o de Costa *et al.* (2014), que propôs um modelo para considerar um PDL com produtos perecíveis que surge na produção de hortaliças, enquanto que o trabalho de Soler, Poldi e Santos (2019) estende um modelo proposto por Haase (1996) para abordar um PDL com flexibilidade de atendimento das demandas que ocorrem em indústrias alimentícias brasileiras que processam carnes embaladas.

Este trabalho aborda um problema de planejamento da produção, difícil do ponto de vista computacional. Mais especificamente, trata-se de um problema representado por um modelo de otimização inteira mista pertencente a classe NP-difícil, envolvendo um elevado número de variáveis contínuas, variáveis binárias e de restrições.

Um modelo matemático está sendo proposto para abordar o problema e para avaliar sua eficiência será aplicada a análise de sensibilidade, onde o comportamento do modelo será observado ao aplicar variações em seus parâmetros. Assim, o problema estudado é uma extensão do PDL motivada pela análise do sistema de produção adotado pelo ambiente industrial.

A matéria-prima utilizada no sistema de produção é de origem animal. O tipo de matéria-prima (bovina, suína, aves ou outras) dependerá do mercado de atuação da indústria. Desta forma, logo após o abate, ela deve ser processada, gerando um produto que deve ser mantido em temperatura controlada de modo a manter suas qualidades nutricionais.

Para atender as normas sanitárias, o produto deve ser armazenado de acordo com o mercado de destino: se for destinado ao mercado interno ele poderá ser resfriado ou congelado; se o destino for para exportação, entretanto, ele deve ser congelado. O produto resfriado tem prazo de validade menor, geralmente de alguns dias. Já o produto congelado tem prazo de validade maior, geralmente de vários meses.

Para a transformação da matéria-prima são utilizadas diversas linhas de produção, que são postos de trabalho ocupados por trabalhadores utilizando-se de ferramentas e máquinas adequadas para desempenhar suas atividades laborais. No entanto, os trabalhadores, máquinas e ferramentas constituem os recursos produtivos escassos que devem ser compartilhados pelas linhas de produção. Por conta da escassez desses recursos e da inviabilidade de aquisição de novos recursos, conforme detalhadamente discutido por Soler, Santos e Akartunali (2021), apenas um subconjunto das linhas pode operar durante cada período produtivo. Desse modo, torna-se necessário decidir, para cada período produtivo, quais linhas devem ser ativadas (ou montadas) para produção, respeitando-se as quantidades disponíveis de cada recurso necessário. Nesse ambiente industrial, as linhas de produção são especializadas, de modo que, para cada produto, normalmente existe uma única linha apta a produzi-lo. Dessa forma, a escolha das linhas de produção que são ativadas determina o conjunto de produtos que podem ser produzidos em cada período.

Para que o produto seja produzido por uma linha de produção, é necessário realizar alguns procedimentos de configuração e limpeza das máquinas, acarretando o consumo de tempo (*setup time*), que também representa um determinado custo de preparação (*setup cost*).

A indústria objeto deste trabalho se caracteriza ainda pela produção de produtos perecíveis que necessitam ser armazenados em ambientes com temperatura rigorosamente monitorada, o que eleva significativamente os custos de armazenamento por conta do elevado consumo de energia elétrica para manutenção das baixas temperaturas. A característica de perecibilidade também exige o controle do tempo em que cada produto permanece armazenado em estoque, visando a garantir que eles não sejam deteriorados pelo prazo de validade e evitando, portanto, o descarte desnecessário de alimentos. Por fim, supõe-se ainda que as demandas dos clientes possam ser atendidas com atrasos de alguns períodos, isto é, permite-se o chamado *backlogging*. Contudo, como os atrasos nos atendimentos das demandas são indesejáveis e podem resultar em perdas de clientes, os custos relacionados aos atrasos (*backlogging costs*) são elevados.

Em suma, o problema considerado consiste em determinar, para cada período produtivo: a) quais linhas de produção devem ser ativadas (montadas); b) quais produtos produzir em cada linha ativada; e c) a quantidade a ser produzida de cada produto, tendo em vista o objetivo de garantir o atendimento das demandas dos clientes, mesmo com eventuais atrasos, evitando que os produtos sejam deteriorados pelo prazo de validade e minimizando os custos totais envolvidos no processo produtivo. Este trabalho difere dos demais encontrados na literatura por abordar os seguintes custos integrados:

- armazenamento, já que a manutenção de produtos em ambientes com baixas temperaturas requer um elevado consumo de energia;
- atrasos no atendimento das demandas;
- preparação para produção; e
- montagem das linhas de produção.

1.2 Objetivo geral

Desenvolver ferramentas matemáticas e computacionais para subsidiar os gestores nos processos de tomada de decisões referentes ao planejamento e ao controle da produção em algumas indústrias alimentícias brasileiras que processam carnes embaladas.

1.3 Objetivos específicos

- Propor um modelo matemático para representar o problema;
- avaliar o desempenho computacional do modelo obtido;
- estudar alterações no plano de produção frente às modificações em determinados custos operacionais;
- avaliar os benefícios obtidos com a utilização do modelo proposto.

1.4 Contribuições à sustentabilidade

A produção mundial de carne bovina tem previsão de crescimento de aproximadamente 4,3 milhões de toneladas equivalente de carcaça (TEC) até o ano de 2030, segundo relatório da OECD/FAO (2020), sendo que 73% desse aumento virá de países em desenvolvimento e 27% de países desenvolvidos. Aumentar a produção nacional vai exigir um grande comprometimento de todo o setor produtivo para que continue sustentável.

A produção de animais para abate envolve o consumo de matérias-primas tais como ração e pastagem, sendo que ambas estão se tornando mais caras para produzir e/ou adquirir, em função do preço dos grãos destinados à exportação. Durante a fase de produção, os animais também consomem água, outro insumo que, atualmente, tem sua disponibilidade afetada por fatores concorrentes, tais como a expansão das cidades (o que aumenta o consumo de água pelos seres humanos), o desmatamento para o cultivo de grãos e as queimadas, que causam a elevação da temperatura, levando a períodos de estiagem maiores. Todos esses fatores acabam interferindo na produção e na qualidade dos animais que vão para o abate.

Este trabalho traz contribuições para os Objetivos de Desenvolvimento Sustentável¹ propostos pela Organização das Nações Unidas até o ano de 2030, buscando atender o Objetivo 7 – “Assegurar o acesso confiável, sustentável, moderno e a preço acessível à energia para todos”, sobretudo no que se refere ao item 7.3 – “dobrar a taxa de eficiência energética”. Mais especificamente, como os produtos das indústrias aqui analisadas devem ser armazenados em ambiente com temperatura controlada, o consumo de energia elétrica

¹ O site oficial com todos os objetivos está disponível em <https://brasil.un.org/pt-br/sdgs>.

utilizada na refrigeração eleva o custo da produção, sendo que, ao determinar o que será armazenado e por quanto tempo, busca-se minimizar o consumo de energia, aumentando a eficiência no uso deste recurso. Além disso, o trabalho relaciona-se ao Objetivo 12 – “Assegurar padrões de produção e de consumo sustentáveis”, principalmente ao item 12.3, que aborda a necessidade de reduzir o desperdício de alimentos *per capita* mundial, nos níveis de varejo e do consumidor, e também reduzir as perdas de alimentos ao longo das cadeias de produção e abastecimento, incluindo perdas pós-colheita, pois o modelo evita o desperdício de alimentos.

Indústrias que possuem estação de tratamento para a água utilizada em suas dependências atendem ao Objetivo 6 – “Assegurar a disponibilidade e gestão sustentável da água e saneamento para todas e todos”, especificamente no item 6.3, que trata da melhoria da qualidade da água, reduzindo à metade a proporção de águas residuais não tratadas e aumentando a reciclagem e reutilização segura. Durante o processo de preparação para o abate e posterior evisceração, a higienização do animal e do ambiente de produção requerem um grande consumo de água. Ao destinar a água utilizada para a estação de tratamento permite que seja posteriormente reutilizada, possibilitando a economia de milhares de litros de água², diminuindo a quantidade retirada dos rios ou do lençol freático, melhorando a sustentabilidade do empreendimento.

1.5 Organização do texto

A seguir, no Capítulo 2, apresenta-se uma revisão da literatura sobre Problemas de Dimensionamento de Lotes (PDL), incluindo os principais modelos matemáticos. No Capítulo 3, é descrito e analisado um modelo matemático para o problema, além de estabelecer sua complexidade computacional. No Capítulo 4, apresentam-se os testes computacionais e também duas análises de sensibilidade. No Capítulo 5, apresentam-se as conclusões e propostas futuras, mais especificamente, propostas relacionadas a possíveis métodos de solução, bem como adaptações do modelo obtido para considerar outros objetivos sustentáveis.

² O Relatório de Sustentabilidade 2020 divulgado pela JBS na seção de Gestão Ambiental, disponível em: <https://jbs.com.br/wp-content/uploads/2021/08/-relatorio-de-sustentabilidade-jbs-2020.pdf>.

2 REVISÃO DA LITERATURA

2.1 Problemas de Dimensionamento de Lote

Na literatura, o problema de planejamento da produção em ambientes industriais envolvendo decisões sobre quanto e quando produzir é denominado Problema de Dimensionamento de Lotes (PDL). De acordo com Glock, Grosse e Ries (2014), Ford Whitman Harris foi o primeiro a abordar o PDL, em 1913, quando propôs um modelo matemático conhecido como *Economic Order Quantity* (EOQ). Este modelo considera um cenário em que um único produto deve ser produzido em uma única linha de produção com capacidade ilimitada. Supõe-se que o horizonte de planejamento seja infinito e que as demandas associadas aos períodos sejam previamente conhecidas. O objetivo é minimizar a soma entre os custos de preparação para produção e manutenção de estoque. O EOQ possui uma importância histórica e teórica, mas representa um sistema produtivo bastante simplificado que, em geral, não pode ser diretamente aplicado para tratar problemas reais. Assim, ao longo dos anos, novos modelos foram propostos com o objetivo de considerar características efetivamente observadas em ambientes industriais.

Rogers (1958) propôs o *Economic Lot Scheduling Problem* (ELSP) como uma extensão do EOQ que considera que vários produtos devem ser produzidos em uma mesma máquina, de modo que se devem decidir tanto o tamanho do lote para cada produto quanto quando cada lote deve ser produzido. O ELSP apresenta as seguintes características: é monoestágio, capacitado, multi-itens e com horizonte de planejamento infinito.

Wagner e Whitin (1958) propuseram um algoritmo de programação dinâmica para solução de um problema monoestágio, não capacitado, de único item e com custo de preparação. O algoritmo proposto é capaz de determinar a solução ótima para o problema e possui complexidade $O(T^2)$, em que T é o número de períodos considerados no horizonte de planejamento. A ideia principal do algoritmo reside na caracterização das soluções ótimas do problema. Mais especificamente, os autores mostraram que, na ausência de restrições de capacidade, só deverá haver produção (e consequentemente custos de preparação) quando o estoque for nulo.

Karmarkar e Schrage (1985) propuseram um modelo para o PDL denominado *Continuous Setup Lotsizing Problem* (CSLP). O CSLP supõe a existência de uma única máquina

com restrição de capacidade que pode produzir vários tipos de produtos e um horizonte finito de planejamento subdividido em períodos produtivos, que normalmente correspondem a um dia ou um turno de um dia. Nesse modelo, um único tipo de produto pode ser produzido em cada período.

Eppen e Martin (1987) propuseram uma técnica de redefinição de variáveis na qual um novo conjunto de variáveis é utilizado para acelerar a busca por soluções de problemas de otimização inteira. Tais variáveis são muito importantes para o desenvolvimento deste trabalho pois serão utilizadas para controlar a perecibilidade dos produtos.

Em Trigeiro, Thomas e McClain (1989), o PDL foi estudado considerando restrições de capacidade de produção da linha, tempos e custos de preparação, que podem variar entre os diferentes períodos, bem como a conservação do estado de preparação da linha de produção entre períodos adjacentes (*setup carryover*). Para tanto, foi proposto um modelo intitulado *Capacitated Lot Sizing Problem* (CLSP). Algoritmos baseados em relaxação Lagrangeana foram desenvolvidos de modo que as restrições de capacidade fossem dualizadas. Dessa forma, o modelo relaxado pôde ser decomposto em diversos subproblemas não capacitados e que consideram um único produto. Assim, foi possível utilizar o eficiente algoritmo de Wagner e Whitin (1958) para a solução de cada subproblema. Por fim, um procedimento heurístico foi proposto para construir soluções factíveis a partir das soluções duais.

Fleischmann (1990) propôs o modelo *Discrete Lot sizing and Scheduling Problem* (DLSP), no qual se considera que vários produtos devem ser produzidos em uma única linha de produção. Supõe-se uma demanda dinâmica e determinística, conhecida *a priori*, que deve ser atendida sem atrasos. O objetivo é minimizar a soma dos custos de estoque e de preparação da produção. No DLSP, um horizonte finito de planejamento é decomposto em diversos períodos discretos que podem consistir em um dia, uma semana ou um mês, a depender da aplicação considerada. Por fim, no DLSP adota-se a política do “tudo ou nada”, ou seja, para cada período de tempo, se a linha é preparada para produção de um determinado produto, então toda a sua capacidade produtiva é empregada para a produção da maior quantidade possível desse produto. Já em Fleischmann (1994) foi proposta uma reformulação do DLSP para considerar os custos de preparação dependentes da sequência. O problema foi reformulado como um problema do caixeiro viajante com janelas de tempo

(TSPTW). Foram desenvolvidos procedimentos usando relaxação Lagrangeana para determinar os limites superior e inferior, obtendo resultados nem sempre satisfatórios.

O DLSP foi adaptado por Drexler e Haase (1995) visando a eliminar a restritiva suposição imposta pela política “tudo ou nada”. Desse modo, foi proposto o modelo *Proportional Lotsizing Problem* (PLSP), em que até dois diferentes tipos de produtos podem ser produzidos em cada período produtivo. O PLSP considera a preservação do estado de preparação da linha (*setup carryover*) e, em cada período t , o primeiro item a ser produzido deve ser o mesmo que estava sendo produzido ao final do período precedente ($t - 1$).

Em Haase (1996), o PDL foi estudado considerando o limite de capacidade produtiva e os custos de preparação para produção dependentes da sequência. Para tanto, foi proposto o modelo *Capacitated Lotsizing Problem with Sequence Dependent Setup Costs* (CLSD). O CLSD é uma importante generalização do modelo PLSP em que se permite a produção de diversos tipos de produtos em um mesmo período. Considera-se o *setup carryover* e é possível determinar a sequência em que os itens são produzidos. O objetivo é minimizar a soma dos custos de preparação e de armazenamento do estoque.

Uma reformulação para o modelo CLSD, caracterizada pela inclusão de variáveis binárias para indicar se cada produto é ou não produzido em cada período, foi proposta por Oliveira e Santos (2017). Nesse trabalho, foi considerado o tempo de preparação para produção. Os autores propuseram ainda uma nova regra de ramificação para acelerar a convergência de algoritmos do tipo *Branch-and-Bound* quando empregados na solução do CLSD. Resultados computacionais, realizados em um conjunto de 240 instâncias de teste, evidenciaram que a reformulação proposta é bastante promissora do ponto de vista computacional.

Fleischmann e Meyr (1997) propuseram um modelo para o PDL considerando restrições de capacidade, tempos e custos de preparação. O modelo *General Lotsizing and Scheduling Problem* (GLSP) permite que vários tipos diferentes de produtos sejam produzidos em um mesmo período e, assim como o CLSD, também é capaz de determinar a ordem em que os itens devem ser produzidos em cada período. Supõe-se um horizonte finito de planejamento e demandas determinísticas, conhecidas *a priori*, que devem ser completamente atendidas sem atrasos, isto é, não se permite o *backlogging*. Para encontrar soluções de boa qualidade, foram propostas três heurísticas baseadas em busca local.

Meyr (2000) estendeu o modelo GLSP para considerar os tempos de preparação dependentes da sequência, originando o modelo GLSPST. Em Meyr (2002), uma extensão do modelo GLSP, intitulada *General Lotsizing and Scheduling Problem for Parallel Production Line* (GLSPPL), foi proposta para considerar ambientes industriais que operam por meio de várias linhas paralelas de produção.

Uma importante revisão de trabalhos sobre PDL foi apresentada por Karimi, Fatemi Ghomi e Wilson (2003). Os autores descreveram diversas variações do PDL e apresentaram as principais abordagens de soluções, tanto heurísticas como exatas, que foram empregadas com sucesso para a solução do PDL.

Outra importante revisão dos trabalhos da literatura que abordaram o PDL foi apresentada por Guimarães, Klabjan e Almada-Lobo (2014). Os autores enfatizam os diferentes modelos matemáticos propostos na literatura e apresentaram um completo estudo computacional, no qual é possível identificar as técnicas de modelagem mais promissoras para representação do PDL.

Em James e Almada-Lobo (2011), o CLSD foi considerado em um ambiente com linhas paralelas. Foi proposto um procedimento heurístico de duas fases: uma fase de busca local e outra de modificação de vizinhança, sendo esta segunda fase semelhante à *Variable Neighborhood Search* (VNS) que foi proposta por Mladenović e Hansen (1997). O procedimento proposto foi denominado *Iterative Neighborhood Search* (INS). Esse procedimento apresentou boas soluções para o problema tanto de única como de várias linhas de produção.

Em Almeder e Almada-Lobo (2011), os modelos CLSD e GLSP foram estendidos para considerar um PDL com várias linhas de produção que compartilham alguns recursos escassos, tais como máquinas e ferramentas. Esse problema ocorre em diversos processos de fabricação, tais como na indústria de semicondutores para testagem de *wafers* e na indústria de bebidas durante a produção e o engarrafamento de refrigerantes. Os autores observaram que o CLSD foi capaz de obter melhores soluções factíveis em menor tempo computacional.

Soler, Poldi e Santos (2019) abordaram um PDL que ocorre em indústrias alimentícias brasileiras que processam carnes embaladas, onde existe flexibilidade para aceitação das demandas dos clientes. As demandas dos clientes são realizadas na forma de pedidos

indivisíveis que devem ser completamente aceitos e produzidos ou completamente rejeitados. Os pedidos aceitos devem ser entregues de uma única vez em um período dentro de uma janela de tempo especificada pelo próprio cliente. Os autores estenderam o modelo CLSD para considerar essas novas características e propuseram um procedimento heurístico de solução composto por três fases: construção, melhoria determinística e melhoria estocástica. Os resultados computacionais evidenciaram que a abordagem heurística proposta é capaz de oferecer melhores soluções do que o algoritmo *Branch-and-Bound* de um *solver* comercial de alto desempenho.

Em Soler, Santos e Akartunali (2021), foi abordado um PDL que ocorre em indústrias alimentícias brasileiras que processam carnes embaladas. No ambiente considerado, os produtos são perecíveis e, assim como em Almeder e Almada-Lobo (2011), diversas linhas de produção compartilham dos mesmos recursos escassos. Nesse trabalho, o CLSD foi adaptado para considerar as características de perecibilidade e compartilhamento de recursos escassos. Foi proposta uma heurística construtiva do tipo *relax-and-fix* que se mostrou capaz de fornecer boas soluções factíveis em tempo computacional aceitável, mostrando-se mais promissora do que outras heurísticas da literatura e do algoritmo exato de um *solver* comercial de alto desempenho, quando o tempo máximo de execução é inferior a três horas. Além disso, a heurística *relax-and-fix* obteve limitantes duais competitivos.

A perecibilidade é uma característica bastante importante do problema estudado neste trabalho. Ambientes produtivos com essa característica foram amplamente estudados na literatura. Por exemplo, Costa *et al.* (2014) trataram um problema de planejamento de produção de hortaliças. Para tanto, os autores propuseram um modelo para decidir qual cultura deve ser plantada em cada área disponível, satisfazendo restrições que permitam o cultivo sustentável. O modelo é capaz de controlar a idade (número de períodos) em que cada produto permanece em estoque, evitando que os produtos sejam deteriorados pelo prazo de validade e que tenham seu valor de mercado significativamente reduzido.

Em Pires *et al.* (2015), foi desenvolvido um modelo para o planejamento da produção de diversos produtos alimentícios perecíveis abrangendo a data de validade, o comportamento dos clientes e os custos de descarte. O modelo foi estendido para contabilizar o valor do frescor dos alimentos e a demanda dependente da idade.

Amorim *et al.* (2013) elaboraram uma revisão de modelos que tratam de problemas de planejamento da produção e distribuição de produtos perecíveis, na qual foi proposta uma estrutura transversal e unificada para classificar a perecibilidade. A estrutura foi dividida em três partes: a) tarefas de planejamento da produção; b) tarefas de planejamento da distribuição; e c) abordagens integradas.

Em Amorim *et al.* (2013a) foi considerado um problema operacional de produção e distribuição no qual um conjunto de linhas paralelas com capacidade limitada produz um conjunto de produtos perecíveis que serão entregues a um conjunto de clientes. Foram apresentados dois modelos: a) um considera apenas os lotes e b) o outro, uma extensão do primeiro, considera o dimensionamento de lotes. Os resultados mostraram que o dimensionamento de lotes é capaz de diminuir os custos de produção e distribuição gerando uma economia na ordem de 6,5%.

Para incorporar a perecibilidade em sua formulação, foi elaborada por Wei *et al.* (2019) uma extensão do problema clássico GLSP multinível (MLGLSP), na qual consideraram que a perecibilidade surge desde o processo de aquisição de matéria-prima, produção e gerenciamento do estoque. No processo de produção multinível os componentes são divididos entre matéria-prima, intermediários e produtos finais, cada qual com tempo de validade diferente. O objetivo foi controlar a vida útil restante dos materiais e manter um nível de estoque positivo destes para cada etapa da produção ao longo do horizonte de planejamento, assegurando a qualidade dos produtos finais.

Na literatura encontram-se trabalhos que obtiveram sucesso com a utilização de métodos matemáticos para a solução de problemas relacionados à construção civil. A seguir são apresentados alguns destes trabalhos.

De Araujo, Arenales e Clark (2008) realizaram testes com métodos baseados na estratégia de *relax-and-fix* para resolver um modelo de dimensionamento de lotes e sequenciamento com horizonte rolante em pequenas fundições. O problema abordado integra o dimensionamento e o sequenciamento de lotes em uma única máquina (forno) para a produção de ligas metálicas que posteriormente são transformadas em produtos que utilizam apenas um tipo de liga de acordo com a demanda. Com o objetivo de minimizar o atraso no atendimento às demandas, foram propostos quatro métodos de solução usando *relax-and-fix* e três variantes de busca de vizinhança. Os resultados mostraram que os

métodos ajudam as pequenas fundições a reduzir os atrasos e melhoram o sequenciamento, quando comparados ao plano de produção criado manualmente pela fundição.

Vassoler, Poltroniere e de Araujo (2016) abordaram o problema de produção de vigotas na indústria de lajes treliçadas. O problema foi modelado como um problema de corte de estoque multiperíodo, em que um objeto maior dimensão (forma) é dividido em itens de menor comprimento de acordo com a especificação informada pelos clientes.

Baseados em informações reais fornecidas por uma indústria de produção de placas de núcleo oco utilizadas na construção civil, Signorini, de Araujo e Melega (2021) abordaram um planejamento da produção integrado ao problema de otimização do uso de moldes. Os autores propuseram dois modelos baseados em formulações compactas e ampliadas do problema de corte de estoque multiperíodo. Os resultados para o modelo estendido usando um procedimento de geração de colunas (GC) obtiveram melhores limitantes inferiores e no modelo compacto uma heurística *relax-and-fix* encontrou mais soluções viáveis e melhores limitantes superiores, ambos em relação ao *solver* de alto desempenho.

Trabalhos sobre a Cadeia de Suprimentos Sustentável (SSC) foram revisados por Barbosa-Póvoa, da Silva e Carvalho (2018). Os autores destacam que a SSC se tornou uma questão crítica para qualquer empresa que busca a sustentabilidade, não apenas pelas suas próprias atividades, mas com a participação de todos os envolvidos na cadeia de suprimentos. Foi utilizada uma metodologia de revisão sistemática buscando identificar as seguintes dimensões: nível de decisão, pilar de sustentabilidade e método de Pesquisa Operacional utilizado. Os autores verificaram que os pesquisadores têm se concentrado nos aspectos econômicos e ambientais, com poucos trabalhos abordando o aspecto social.

Uma revisão elaborada por Akbar e Irohara (2018), na qual analisam 50 trabalhos que incorporam algumas questões ambientais no modelo do problema, identificou 13 tipos de funções-objetivo e 26 tipos de restrições, incorporando indicadores econômicos, ambientais e sociais, sendo que os modelos incluem uma combinação de fatores econômicos e ao menos um dos aspectos ambientais ou sociais em sua função objetivo ou no conjunto de restrições. Os indicadores de custo energético e gases do efeito estufa têm predominância entre os trabalhos.

Neste trabalho, é abordado um Problema de Dimensionamento de Lotes que abrange recursos escassos e perecibilidade integrados. O problema será denominado como Problema de Dimensionamento de Lotes considerando Produtos Perecíveis e linhas de produção que compartilham Recursos Escassos – PDL-PPRE.

Além da importância para diversas indústrias, o PDL-PPRE pode ser visto como um caso particular do problema proposto por Soler, Santos e Akartunali (2021). Desta forma, o desenvolvimento de abordagens eficientes para lidar com o PDL-PPRE poderá beneficiar os métodos de solução propostos por Soler, Santos e Akartunali (2021).

É proposto um modelo de otimização inteira mista do PDL-PPRE. Faz-se, ainda, a análise do desempenho computacional por meio de análises de sensibilidade quando o mesmo é solucionado por um *solver* comercial de alto desempenho. O modelo apresentado é uma adaptação dos modelos propostos em Haase (1996) e em Soler, Santos e Akartunali (2021), nos quais foi utilizada a redefinição de variáveis proposta por Eppen e Martin (1987) para a modelagem da perecibilidade.

3 MODELAGEM DO PROBLEMA

3.1 Apresentação dos Parâmetros, Variáveis de Decisão e do Modelo Matemático

Esta seção é dedicada à construção de um modelo de otimização inteiro mista com o objetivo de auxiliar os gestores nos processos de tomada de decisões referentes ao planejamento da produção. O modelo proposto considera as seguintes características:

a) L linhas de produção (indexados por l) que compartilham dos mesmos K recursos escassos (indexados por k), os quais utilizam o índice $k = 0$ para representar os trabalhadores e o índice $k > 0$ para os demais recursos;

b) demanda é dinâmica e determinística, com d_{jt} representando a demanda do produto j que deve ser atendida no período t ;

c) produtos são perecíveis e não devem sofrer deterioração em estoque, com sl_j representando o prazo de validade do produto j ;

d) procedimentos de preparação, com sc_{lj} e st_{lj} representando o custo de *setup* e o tempo de preparação, respectivamente, para produzir o produto j na linha l . Note que, quando os procedimentos forem iniciados em um dado período, devem ser completamente concluídos nesse período. Por sua vez, ac_l representa o custo abertura da linha l ;

e) tempo disponível para produção representado por C_{lt} , sendo a capacidade produtiva (em tempo) da linha l durante o período t , de modo que esta deve ser respeitada;

f) número de períodos é representado por T (indexados por t e p);

g) quantidade de produtos é representada por J (indexados por j), enquanto que P_l representa o conjunto de produtos que podem ser produzidos na linha l ;

h) tempo utilizado para produzir um único produto j na linha l representado por a_{lj} , enquanto que m_{lj} representa a quantidade mínima do produto j a ser produzido quando a linha l está preparada para produzi-lo;

i) para manter um produto j armazenado existe um custo que será representado por h_j , que identifica o custo para armazenar o produto j . Caso não haja produto disponível para atender a demanda, será cobrada uma penalidade pelo produto j em atraso e será representado por b_j .

j) a linha de produção somente poderá ser montada em um período se houver recursos disponíveis. Utiliza-se R_k para representar a quantidade disponível de recursos k no período t , enquanto que r_{kl} representa a quantidade de recursos k necessários para montar a linha l ;

k) cada linha de produção possui um limite máximo por período, com γ representando esse limite.

A utilização da reformulação via localização de facilidades, conforme proposto por Eppen e Martin (1987), requer a utilização de um parâmetro auxiliar. Mais especificamente, seja hb_{jtp} o custo unitário associado à produção do produto j , durante o período t , para atendimento da demanda referente ao período p . Observe que, quando $p > t$, o parâmetro hb_{jtp} deve representar o custo unitário para manter o produto j em estoque do período t até o período p . Por outro lado, $p < t$ indica que a produção da demanda ocorreu com atraso e, nesse caso, o parâmetro hb_{jtp} deve representar o custo unitário relacionado ao atraso de $(t - p)$ períodos no atendimento de uma demanda pelo produto j . Portanto,

$$hb_{jtp} = \begin{cases} h_j(p - t), & \text{se } p \geq t \\ b_j(t - p), & \text{se } p < t \end{cases} \quad (3.1)$$

Para decidir qual produto deve ser produzido e quando será efetivamente produzido, o modelo utiliza variáveis de decisão em que:

a) a quantidade de produtos j produzidos na linha l durante o período t para atender a demanda no período p é representada por x_{ljtp} ;

b) a indicação de produção do produto j na linha l durante o período t (utiliza-se o valor 1, e valor 0 caso contrário) é representada por w_{ljt} ;

c) a indicação de montagem da linha l durante o período t (utiliza-se o valor 1, e valor 0 caso contrário) é representada por δ_{lt} .

3.2 Descrição do modelo

O objetivo é minimizar os custos totais de produção, obtidos por meio da soma dos custos de manutenção de estoque, custos de atraso nos atendimentos das demandas, custos de preparação das linhas de produção e custos de montagem das linhas de produção. Segue assim, a função objetivo (3.2).

$$\min \sum_{l=1}^L \sum_{j=1}^J \sum_{t=1}^T \sum_{p=1}^T hb_{ljtp} x_{ljtp} + \sum_{l=1}^L \sum_{j=1}^J \sum_{t=1}^T sc_{lj} w_{ljt} + \sum_{l=1}^L \sum_{t=1}^T ac_l \delta_{lt} \quad (3.2)$$

A seguir, são descritas detalhadamente as restrições que visam a representar as características do problema abordado.

Atendimento das demandas: no problema considerado, faz-se necessário assegurar que as demandas dos clientes sejam completamente atendidas até o final do horizonte de planejamento, podendo ocorrer atrasos, isto é, eventualmente a produção dos produtos utilizados no atendimento da demanda de um período t pode ser completada em um período posterior p (com $p > t$). Além disso, como os produtos são perecíveis, é necessário garantir que os produtos utilizados para atendimento das demandas de cada período estejam dentro do prazo de validade (sl_j). Para representar essas características, são inseridas as restrições (3.3). Essas restrições garantem que, para cada produto j e cada período t , a soma dos produtos produzidos durante o horizonte de planejamento é suficiente para o atendimento da demanda d_{jp} .

$$\sum_{t=\max\{1, p-sl_j\}}^T \sum_{l=1}^L x_{ljtp} = d_{jp}, \forall j, p \quad (3.3)$$

Capacidade das linhas de produção: é preciso garantir que o tempo disponível para produção seja respeitado para todas as linhas e períodos. Observe que a capacidade produtiva C_{lt} é consumida por meio tanto da produção dos itens como dos tempos destinados aos procedimentos de preparação para produção. Portanto, são introduzidas as restrições (3.4) para garantir que, para toda linha e período, a soma entre os tempos consumidos com a produção e os tempos gastos com os procedimentos de preparação não excedam a capacidade disponível.

$$\sum_{j \in P_l} \sum_{p=1}^T a_{lj} x_{ljtp} + \sum_{j=1}^J st_{lj} w_{ljt} \leq C_{lt}, \forall l, t \quad (3.4)$$

A produção só pode ocorrer após a preparação da respectiva linha: a fim de que ocorra a produção de um produto j em uma linha l e período t , isto é, $\sum_p x_{ljtp} > 0$, é necessário que a respectiva linha esteja preparada ($w_{ljt} = 1$). Desse modo, são introduzidas

as restrições lógicas (3.5) para assegurar que os itens não possam ser produzidos sem a realização do procedimento de preparação, ou seja, quando $w_{ljt} = 0$.

$$\sum_{p=1}^T x_{ljtp} \leq \frac{C_{lt}}{a_{lj}} w_{ljt}, \forall l, t, j \in P_l \quad (3.5)$$

A produção só pode ocorrer em linhas ativadas: em cada período produtivo, faz-se necessário garantir que apenas as linhas ativadas ($\delta_{lt} = 1$) sejam utilizadas para produção. Desse modo, são inseridas as restrições lógicas (3.6) para garantir que não haverá produção em linhas não ativadas. Nessas restrições, o parâmetro γ representa um limitante superior para o número máximo de diferentes tipos de produtos que podem ser produzidos em cada linha e período. No ambiente industrial considerado neste trabalho, é comum utilizar $\gamma = 6$ ou $\gamma = 8$. Porém, observa-se que a introdução desse parâmetro não implica em perda de generalidade para o modelo obtido. No caso geral, deve-se adotar $\gamma = J$.

$$\sum_{j \in P_l} w_{ljt} \leq \gamma \delta_{lt}, \forall l, t \quad (3.6)$$

Capacidade dos recursos produtivos necessários para ativação das linhas: as restrições (3.7) representam os limites de capacidade dos recursos (trabalhadores, máquinas e ferramentas) necessários para ativação das linhas de produção. Mais especificamente, para cada tipo de recurso k e período produtivo t , essas restrições garantem que a soma das quantidades efetivamente utilizadas do recurso k não excedam a quantidade disponível R_k .

$$\sum_{l=1}^L r_{kl} \delta_{lt} \leq R_k, \forall k, t \quad (3.7)$$

Controle do prazo de validade: para garantir que o prazo de validade dos produtos seja respeitado, são introduzidas as restrições (3.8), para que um produto j não seja produzido com antecedência maior do que sl_j períodos. Já as restrições (3.9) garantem que os produtos não sejam produzidos para atender demandas que extrapolem o prazo de validade.

$$x_{ljtp} = 0, \forall l, j, p, t < \max\{1, p - sl_j\} \quad (3.8)$$

$$x_{ljtp} = 0, \forall l, j, t, p > t + sl_j \quad (3.9)$$

Domínio das variáveis de decisão: a seguir, as restrições (3.10), (3.11) e (3.12) definem os domínios das variáveis de decisão.

$$x_{ljtp} \geq 0, \forall l, j, t, p \quad (3.10)$$

$$w_{ljt} \in \{0, 1\}, \forall l, j, t \quad (3.11)$$

$$\delta_{lt} \in \{0, 1\}, \forall l, t \quad (3.12)$$

Foi observado que o modelo apresentado neste trabalho pode conter até LJT^2 variáveis contínuas, $LJT + LT$ variáveis binárias e $2LT + (L + 1)JT + KT$ restrições, excetuando-se as restrições que definem apenas os domínios das variáveis de decisão. Neste caso, ao considerar as dimensões de indústrias de grande porte descritas em Soler, Santos e Akartunali (2021), caracterizadas, por exemplo, pela definição de parâmetros $J = 150$, $T = 15$, $L = 8$ e $K = 7$, um problema com até 270000 variáveis contínuas, 18120 variáveis binárias e 20595 restrições será obtido.

Abaixo, apresenta-se o modelo completo.

$$\min \sum_{l=1}^L \sum_{j=1}^J \sum_{t=1}^T \sum_{p=1}^T hb_{ljtp} x_{ljtp} + \sum_{l=1}^L \sum_{j=1}^J \sum_{t=1}^T sc_{lj} w_{ljt} + \sum_{l=1}^L \sum_{t=1}^T ac_l \delta_{lt}$$

Sujeito a

$$\sum_{t=\max\{1, p-s_l\}}^T \sum_{l=1}^L x_{ljtp} = d_{jp}, \forall j, p$$

$$\sum_{j \in P_l} \sum_{p=1}^T a_{lj} x_{ljtp} + \sum_{j=1}^J st_{lj} w_{ljt} \leq C_{lt}, \forall l, t$$

$$\sum_{p=1}^T x_{ljtp} \leq \frac{C_{lt}}{a_{lj}} w_{ljt}, \forall l, t, j \in P_l$$

$$\sum_{j \in P_l} w_{ljt} \leq \gamma \delta_{lt}, \forall l, t$$

$$\sum_{l=1}^L r_{kl} \delta_{lt} \leq R_k, \forall k, t$$

$$x_{ljtp} = 0, \forall l, j, p, t < \max\{1, p - s_l\}$$

$$x_{ljtp} = 0, \forall l, j, t, p > t + sl_j$$

$$\delta_{lt} \in \{0, 1\}, \forall l, t$$

$$w_{ljt} \in \{0, 1\}, \forall l, j, t$$

$$x_{ljtp} \geq 0, \forall l, j, t, p$$

3.3 Complexidade do PDL-PPRE

A seguir será analisada a complexidade computacional requerida para a solução do problema abordado. Chen e Thizy (1990) mostraram que o PDL com restrições de capacidade é NP-difícil. O PDL-PPRE em seu caso mais simples, caracterizado pela existência de recursos suficientes para ativação simultânea de todas as linhas e que cujos prazos de validade dos produtos excedem o tamanho do horizonte de planejamento ($sl_j > T, \forall j$), pode ser decomposto em L PDLs tradicionais com restrições de capacidade. Portanto, segue que o PDL-PPRE é também NP-difícil, conforme afirmado na Proposição 1.

Proposição 1: O PDL-PPRE pertence à classe de problemas NP-difícil.

Prova: Será mostrado que resolver qualquer instância α do tradicional PDL, abordado em Chen e Thizy (1990), é equivalente a resolver uma instância β do PDL-PPRE, com a instância β obtida a partir da instância α em tempo polinomial.

Nesta demonstração, será adotada uma reformulação do PDL-PPRE caracterizada pela inclusão das restrições (3.13) no modelo apresentado. Nessas restrições, o parâmetro M_{jtp} representa qualquer limitante superior para a quantidade produzida do produto j durante o período t para o atendimento da demanda referente ao período p . Naturalmente, uma possível definição de valores para esses parâmetros é $M_{jtp} = d_{jp}, \forall j, t, p$.

$$x_{ljtp} \leq M_{jtp} w_{ljt}, \forall l, j, t, p \quad (3.13)$$

As restrições (3.13) garantem que a produção só pode ocorrer em linhas previamente configuradas. Esse fato também é garantido pelas restrições (3.5), de modo que a inclusão das restrições (3.13) é opcional. No entanto, tais restrições são válidas e serão úteis nesta demonstração.

Considere uma instância α para o PDL onde T representa o número de períodos, J representa o número de produtos, s_j denota o custo de preparação para produção do item j , h_j denota o custo unitário de estoque do item j , d_{jt} representa a demanda do item j durante o período t , pr_j é o tempo requerido para produção de uma unidade do item j e, finalmente, Cap_t representa a capacidade de produção do período t . A fim de definir uma instância β para o PDL-PPRE a partir da instância α descrita, serão considerados todos os parâmetros em comum (T, J, h_j e d_{jt}) e definir os valores para os demais parâmetros necessários, de acordo com as notações estabelecidas na Seção 3.1, conforme segue:

- $L = 1$, isto é, uma única linha de produção;
- $K = 1$, ou seja, considera-se um único recurso produtivo;
- $P_l = P_1 = J$. Assim, todos os produtos considerados podem ser produzidos na única linha de produção disponível;
- $C_{lt} = C_{1t} = Cap_t, \forall t \in T$. As capacidades produtivas consideradas na instância β são as mesmas consideradas na instância α ;
- $a_{lj} = a_{1j} = pr_j, \forall j \in J$. Consideram-se os mesmos tempos de processamento dos produtos;
- $m_{lj} = m_{1j} = 0, \forall j \in J$. Não será considerado o tamanho mínimo do lote de produção;
- $M_{jtp} = d_{jp}, \forall j \in J$ e $\forall t, p \in T$ com $p \geq t$ e $M_{jtp} = 0, \forall j \in J$ e $\forall t, p \in T$ com $p < t$. Com essa definição dos parâmetros M_{jtp} , as restrições (3.10) e (3.13) garantem que as demandas não poderão ser atendidas com atrasos, isto é, $x_{ljtp} = 0$ sempre que $p < t$;
- $b_j = 0, \forall j \in J$. Não serão considerados os custos de atraso no atendimento das demandas;
- $sc_{lj} = sc_{1j} = s_j, \forall j \in J$. Assim, os custos de preparação para produção considerados na instância β são os mesmos considerados na instância α ;
- $st_{lj} = st_{1j} = 0, \forall j \in J$, ou seja, não será considerado o tempo de preparação para produção;
- $r_{kl} = r_{11} = 0$. Assim, a linha de produção não requer a designação de recursos produtivos para que possa operar;
- $R_k = R_1 = 0$. Não será considerada a existência de recursos produtivos;
- $sl_j = T + 1, \forall j \in J$. Desse modo, todos os produtos podem permanecer em estoque durante todo o horizonte de planejamento;

- $ac_l = ac_1 = 0$. Não existem custos para montagem da linha de produção;
- $\gamma = J$. Portanto, todos os diferentes tipos de produtos podem ser produzidos em um mesmo período produtivo.

Nessas condições, encontrar a solução ótima para a instância α do PDL é equivalente a encontrar a solução ótima para a instância β do PDL-PPRE. Portanto, como o PDL é NP-difícil (conforme provado em Chen e Thizy (1990)), segue que o PDL-PPRE também é NP-difícil. \square

4 RESULTADOS COMPUTACIONAIS

4.1 Ambiente e Instâncias de Teste

O modelo PDL-PPRE foi implementado em linguagem C++ com auxílio da ferramenta *Concert Technology* do *solver* comercial de alto desempenho IBM ILOG Cplex 20.1. Os testes computacionais foram realizados em um nó de processamento do computador de alto desempenho (*cluster*) chamado Euler de propriedade do Centro de Ciências Matemáticas Aplicadas à Indústria – CeMEAI, com 2 processadores Intel Xeon E5-2680v2 de 2.8 GHz, 10 cores, 2 threads/core, 25 MB SmartCache e 128 GB de memória RAM padrão DDR3 a 1866 MHz. Foi utilizada a configuração padrão do *solver* Cplex.

Para a realização dos experimentos computacionais foram utilizadas 100 instâncias propostas no trabalho de Soler, Santos e Akartunali (2021). Um processo denominado análise de sensibilidade, que visa mensurar a variação nos resultados do modelo em relação à mudança em seus parâmetros, será utilizado em instâncias adaptadas para atender as variações propostas. Será analisado o desempenho computacional em duas situações: uma quando o custo de armazenamento é reajustado diversas vezes e outra quando os custos dos recursos necessários para a abertura das linhas de produção são reajustados.

Tabela 1 – Características das cinco classes das instâncias de teste

Classe	T	L	J	K	φ^d	φ_k^r	φ_0^r	Φ^b	Φ^e	γ
1	10	7	45	5	100	0.8	0.6	0	0	6
2	10	10	80	6	100	0.8	0.6	0	0	8
3	14	10	90	6	90	0.6	0.5	0	0	8
4	12	10	110	7	90	0.6	0.55	100	150	8
5	14	10	110	7	90	0.6	0.55	50	150	8

Fonte: Soler, Santos e Akartunali (2021)

Legenda: T – número de períodos; L – número de linhas de produção; J – número de produtos; K – número de recursos; φ^d – parâmetro utilizado na geração das demandas, conforme explicitado na seção 5.1; φ_k^r e φ_0^r – percentual em relação a quantidade total de recursos do tipo k necessário para a montagem simultânea de todas as linhas de produção, quando $k = 0$ representa os trabalhadores; Φ^b e Φ^e representam os custos unitários mínimos e máximos, respectivamente, de cada tipo de recurso produtivo considerado; γ – número máximo de produtos que podem ser produzidos em cada linha por período produtivo.

Foram necessárias adaptações no custo de *setup* e no tempo de preparação que consideram uma estrutura dependente de sequência, pois o PDL-PPRE os considera como independentemente da sequência. As instâncias estão subdivididas em cinco classes com 20

instâncias cada. As classes foram definidas para representar as indústrias de diferentes portes. Na Tabela 1 são apresentadas as características principais das instâncias consideradas. Uma descrição completa dessas características foi feita no trabalho de Soler, Santos e Akartunali (2021).

Seguindo a notação estabelecida no Capítulo 3, as características principais das instâncias utilizadas (número de períodos, linhas, produtos e recursos) são apresentadas na Tabela 1. Os demais parâmetros foram gerados da seguinte forma:

- $d_{jt} \in U \left[0, \frac{c_{lt} - \min_j \{st_{l,j}\} \gamma - \varphi^d}{|P_l|} \right], \forall j, t$, com φ^d especificado na Tabela 1;
- $C_{lt} = 480, \forall l, t$;
- $a_{lj} = 1, \forall l, j$;
- $m_{lj} = 2, \forall l, j$;
- $st_{lj} \in U[15,45], \forall l, j$;
- $sc_{lj} = 2 * st_{lj}, \forall l, j$;
- $r_{kl} \in U[0,2], \forall k \neq 0, l$;
- $r_{0l} \in U[5,10], \forall l$;
- $R_k = \max\{\max_{l=1,\dots,L}\{r_{k,l}\}, \varphi_k^r \sum_{l \in |L|} r_{k,l}\}, \forall k$, onde φ_k^r é um parâmetro especificado na Tabela 1;
- $sl_j \in U[4,T], \forall j$;
- $h_j \in U[1,10], \forall j$;
- $b_j = 10 * h_j, \forall j$.

4.2 Análise de Desempenho

O experimento realizado tem a finalidade de verificar quanto pode ser melhorada a qualidade das soluções obtidas pelo algoritmo *Branch-and-Bound* do *solver* IBM ILOG Cplex, ao considerar os tempos máximos de processamento de 1800 segundos (30 minutos), de 3600 segundos (uma hora) e de 7200 segundos (duas horas).

Para este experimento foi utilizado o conjunto de instâncias descritas por Soler, Santos e Akartunali (2021). A fim de obter um parâmetro de avaliação da solução encontrada em cada instância, utilizar-se-á o desvio percentual médio entre a melhor solução primal (FO)

obtida e o melhor limitante dual (DUAL) encontrado, denominado GAP. Para o cálculo do GAP, foi utilizada a equação (4.1).

$$GAP = 100 * \frac{(FO - DUAL)}{FO} \quad (4.1)$$

Decidiu-se fazer esta avaliação de desempenho computacional, pois numa primeira abordagem verificou-se que o *solver* não obteve soluções ótimas para as instâncias mais desafiadoras e ainda que o GAP de algumas instâncias mais complexas ainda era elevado utilizando o tempo máximo de processamento de 1800s.

Na Tabela 2, é apresentado o desempenho computacional em função do tempo de execução, 1800s x 3600s x 7200s, sendo que a coluna PROC representa o tempo máximo para processamento de cada instância, a coluna FO representa o valor médio da função objetivo da classe, a coluna DUAL representa o valor médio do limitante dual da classe, a coluna GAP MÉDIO representa a média dos valores do GAP de cada classe, GAP MIN e GAP MAX representam o menor e o maior GAP, respectivamente, e a coluna SO representa a quantidade de soluções ótimas encontradas por classe.

Tabela 2 – Comparativo entre as soluções (1800s x 3600s x 7200s)

CLASSE	PROC	FO	DUAL	GAP MÉDIO	GAP MIN	GAP MAX	TEMPO MÉDIO	SO
1	1800	55447	55443	0.007	0.000	0.010	4.568	20
2	1800	72210	72203	0.010	0.007	0.010	32.450	20
3	1800	160802	150811	5.781	0.055	22.547	1802.323	0
	3600	159933	152731	4.237	0.010	15.388	3517.594	1
	7200	159448	154354	3.000	0.010	13.200	6534.090	4
4	1800	228199	214574	5.743	0.439	15.918	1802.759	0
	3600	226780	217112	4.110	0.068	14.713	3603.479	0
	7200	226461	219026	3.170	0.010	12.480	7126.680	1
5	1800	273847	251369	8.127	1.021	19.024	1801.886	0
	3600	271174	254264	6.197	0.780	16.545	3604.254	0
	7200	270624	256670	5.130	0.320	14.810	7204.820	0
MÉDIA GERAL	1800	158101	148880	3.934	-	-	1088.797	8.0
	3600	157109	150351	2.912	-	-	2152.475	8.2
	7200	156838	151539	2.260	-	-	4180.520	9.0

Fonte: O Autor (2022)

Observa-se que nas classes 1 e 2 todas as instâncias de cada classe foram solucionadas até a otimalidade pelo *solver*, pois as instâncias que compõem essas classes representam as indústrias de pequeno porte. O tempo de processamento das instâncias também é muito baixo, sendo inferior a 5s para classe 1 e 33s para a classe 2, em média.

Na classe 3, o *solver* utilizou praticamente todo o tempo disponível; entretanto, não obteve soluções ótimas com o tempo de processamento de 1800s. Já com o tempo máximo de 3600s apenas uma instância foi solucionada até a otimalidade, entretanto utilizando o tempo processamento de 7200s, foram solucionadas até a otimalidade 4 instâncias. Observando os valores do GAP para a classe 3, ao comparar o resultado de 3600s x 1800s há uma queda de 26,7% e ao comparar o resultado de 7200s x 1800s há uma queda de 51,6%.

O *solver* também utilizou todo o tempo disponível para o processamento na classe 4 em 1800s, 3600s e 7200s. No entanto, somente foi possível obter apenas uma solução ótima com o tempo de 7200s. Observando os valores do GAP para esta classe, quando compara-se o resultado a 3600s há uma queda de 28,4% em relação à 1800s e ao comparar o resultado a 7200s há uma queda de 44,8% em relação à 1800s.

Já na classe 5, o *solver* utilizou todo o tempo disponível para o processamento das instâncias para os três experimentos, no entanto, não obteve soluções ótimas apenas soluções factíveis. Observando os valores do GAP desta classe, ao comparar 3600s x 1800s e 7200s x 1800s houve queda de 23,7% e 36,9%, respectivamente.

O GAP médio geral quando o tempo máximo é de 1800s alcançou 3,93%; já quando se considera o tempo máximo de 3600s, este alcançou 2,91% e ao considerar o tempo máximo de 7200s este alcançou 2,26%. Os resultados obtidos com os tempos máximos de processamento de 3600s e 7200s apresentam uma queda de aproximadamente 26% e 42,6% em relação a 1800s, respectivamente, indicando que, ao estender o tempo de processamento, há melhoria significativa na qualidade das soluções obtidas pelo *solver*.

Observa-se ainda na Tabela 2 que, em virtude das características do problema abordado, mesmo após estender o tempo de processamento para 3600s e posteriormente para 7200s não foi suficiente para que o *solver* fornecesse soluções ótimas para todas as instâncias. No entanto, não sendo obtida a solução ótima foi obtida uma solução viável para as instâncias mais desafiadoras. No restante deste trabalho será adotado o tempo de 3600s

em função do grande número de instâncias a serem analisadas, entretanto caso um tempo superior seja utilizado os resultados serão ligeiramente melhores.

4.3 Análise de Sensibilidade em Relação às Variações no Custo de Estoque

Nesta seção serão avaliadas as soluções apresentadas pelo *solver* mediante variações nos custos de armazenamento dos produtos. Para a realização dos experimentos, foram adaptados os custos de armazenamento conforme a equação (4.2). Nessa equação foi incluída a variável *perc*, que será utilizada para representar o percentual de reajuste utilizado em cada experimento. Os valores percentuais estabelecidos para os experimentos são: 25%, 50%, 75% e 100%.

$$hb_{jtp} = \begin{cases} h_j(p - t) * (1 + perc), & \text{se } p \geq t \\ b_j(t - p), & \text{se } p < t \end{cases} \quad (4.2)$$

As instâncias utilizadas nos experimentos foram baseadas em instâncias disponíveis na literatura, com as devidas adaptações nos custos de armazenamento. O tempo máximo permitido ao *solver* para o processamento de cada instância foi estabelecido em 3600s. A Tabela 3 apresenta os resultados obtidos em cada experimento em todas as classes.

Observa-se na Tabela 3 que o menor tempo de execução médio ocorre quando o percentual é de 75% em todas as classes, enquanto que o maior tempo médio ocorre no experimento BASE para as classes 1, 2 e 4. Já para as classes 3 e 5, foram os experimentos de 25% e 50%, respectivamente. Na classe 1, o tempo de execução é inferior a 5 segundos, e, na classe 2, não ultrapassa os 33 segundos. Nas classes 3, 4 e 5, o mesmo fica próximo ao limite máximo permitido de 3600 segundos.

Para as classes 1 e 2 o *solver* solucionou todas as instâncias até a otimalidade fazendo com que o GAP médio fosse inferior a 0.010%. Na classe 3 o *solver* solucionou até a otimalidade ao menos uma instância e no máximo três instâncias por experimento, sendo que as demais instâncias obtiveram soluções viáveis, fazendo com que o GAP médio superasse 4%. Na classe 4 apenas uma instância foi solucionada até a otimalidade por experimento, com exceção do experimento BASE, no qual o *solver* obteve apenas soluções viáveis em todas as instâncias. Por último, na classe 5 o *solver* obteve apenas soluções viáveis para todas as instâncias dos experimentos proporcionando GAP médio acima de 6%.

Tabela 3 – Desempenho do modelo em relação ao aumento no custo de estoque

CLASSE	PERC	FO	DUAL	GAP	GAP MIN	GAP MAX	GAP VAR	TEMPO EXEC	SO
1	BASE	55447	55443	0.007	0.000	0.010	0.000	4.631	20
	25	60954	60949	0.008	0.000	0.010	0.000	4.349	20
	50	66434	66429	0.007	0.000	0.010	0.000	4.088	20
	75	71872	71868	0.005	0.000	0.010	0.000	3.887	20
	100	77288	77284	0.005	0.000	0.010	0.000	3.971	20
2	BASE	72210	72203	0.010	0.007	0.010	0.000	32.417	20
	25	78855	78848	0.009	0.003	0.010	0.000	30.112	20
	50	85384	85376	0.009	0.007	0.010	0.000	29.654	20
	75	91860	91852	0.009	0.000	0.010	0.000	24.649	20
	100	98289	98281	0.009	0.000	0.010	0.000	26.274	20
3	BASE	159933	152731	4.237	0.010	15.388	24.507	3517.594	1
	25	175246	167263	4.216	0.010	14.849	24.758	3577.128	2
	50	190125	181171	4.435	0.010	14.771	17.619	3547.419	2
	75	207425	194401	5.758	0.010	31.960	58.118	3472.310	3
	100	221306	211096	4.001	0.010	32.148	52.173	3575.483	1
4	BASE	226780	217112	4.110	0.068	14.713	16.076	3603.479	0
	25	242823	231321	4.568	0.010	12.383	15.078	3594.731	1
	50	257727	242842	5.556	0.010	16.300	27.774	3513.334	1
	75	271478	257145	5.107	0.010	15.521	21.691	3497.772	1
	100	285986	269458	5.589	0.010	15.125	22.737	3550.790	1
5	BASE	271174	254264	6.197	0.780	16.545	21.082	3604.254	0
	25	291140	269122	7.370	0.529	16.726	28.854	3603.946	0
	50	308395	283988	7.726	0.530	16.731	23.999	3604.356	0
	75	324319	300426	7.241	0.790	18.615	21.979	3603.605	0
	100	341623	314811	7.699	1.463	18.768	16.458	3604.150	0
MÉDIA GERAL		181363	172227	3.355	-	-	-	2145.375	8.5

Fonte: O Autor (2022)

Legenda: FO – contém o valor médio da função objetivo; DUAL – contém o valor médio do limitante dual; a coluna GAP contém o valor médio do GAP calculado em cada instância; GAP MIN e GAP MAX – contém o valor mínimo e máximo, respectivamente, do GAP calculado para cada instância; GAP VAR – contém a variância do GAP calculado em cada experimento realizado a cada classe; TEMPO EXEC – contém o tempo médio de processamento das instâncias em segundos; e, finalmente, SO – apresenta o número de soluções ótimas encontradas.

Na Tabela 4 é apresentado um resumo referente a cada classe, onde a coluna GAP contém o valor médio do GAP (em percentual), GAP MIN e GAP MAX contém o valor mínimo e máximo do GAP (em percentual), respectivamente, TEMPO MÉDIO contém o tempo médio

de execução da classe e SOLUÇÕES ÓTIMAS contém o número médio de soluções ótimas encontradas pelo *solver*.

Tabela 4 – Valores médios por classe na análise de sensibilidade do custo de estoque

CLASSE	GAP (%)	GAP MIN (%)	GAP MAX (%)	TEMPO MÉDIO	SOLUÇÕES ÓTIMAS
1	0.006	0.000	0.010	4.19	20.0
2	0.009	0.000	0.010	28.62	20.0
3	4.530	0.010	32.148	3537.99	1.8
4	4.986	0.010	16.300	3552.02	0.8
5	7.246	0.529	18.768	3604.06	0.0
MÉDIA GERAL	3.355			2145.38	8.5

Fonte: O Autor (2022).

Nota-se que nas classes 1 e 2 o *solver* chegou a otimalidade em todas as instâncias utilizando um tempo de processamento de 4,19s e 28,62s, respectivamente. Já nas classes 3 e 4 mesmo utilizando o tempo máximo de processamento de 3600s, o *solver* obteve uma grande maioria de soluções factíveis e apenas algumas soluções ótimas já na classe 5 foi possível obter apenas soluções factíveis. Algumas instâncias das classes 3, 4 e 5 são bastante desafiadoras para o *solver*, podendo ser constatado por seu GAP MAX superando 16 pontos percentuais e alcançando 32 pontos percentuais. Ao considerar todas as classes destaca-se que o GAP médio alcançou 3,355%, o tempo de execução foi de apenas 2145,38s e o número de soluções ótimas é de 8,5.

A Tabela 5 apresenta a variação incorrida nos custos a cada experimento. A tabela foi elaborada da seguinte maneira: em cada classe os resultados obtidos a cada experimento foram comparados ao experimento anterior, tornando possível analisar o comportamento do modelo frente à variação dos custos de armazenamento.

Os resultados obtidos pelos experimentos serão analisados da seguinte maneira: inicialmente será comparado o resultado obtido a partir dos dados originais (BASE) com o experimento em que foi aplicado um reajuste no custo de armazenamento em 25%. Posteriormente, comparar-se-á o resultado do experimento de 50% em relação ao de 25%, o resultado do experimento de 75% em relação ao de 50% e, finalmente, o resultado do experimento de 100% em relação ao de 75%.

Tabela 5 – Variação percentual dos custos entre os experimentos por classe

CLASSE	FAIXA	FO	CUSTO ESTOQUE	CUSTO ABERTURA	CUSTO SETUP	CUSTO ATRASO
1	25	+9.93%	+24.27%	N/A	+0.88%	+0.22%
	50	+8.99%	+19.38%	N/A	+0.40%	+0.51%
	75	+8.19%	+15.81%	N/A	+0.24%	+1.00%
	100	+7.54%	+13.86%	N/A	+0.20%	+0.57%
2	25	+9.20%	+22.74%	N/A	+1.63%	+0.86%
	50	+8.28%	+18.34%	N/A	+1.51%	+0.71%
	75	+7.58%	+16.04%	N/A	+0.48%	+0.50%
	100	+7.00%	+12.99%	N/A	+0.52%	+1.75%
3	25	+9.57%	+22.20%	N/A	+0.78%	+1.33%
	50	+8.49%	+16.58%	N/A	+0.65%	+2.47%
	75	+9.10%	+16.15%	N/A	+0.18%	+3.48%
	100	+6.69%	+11.65%	N/A	+0.37%	+1.93%
4	25	+7.07%	+21.68%	+0.67%	+1.23%	+2.38%
	50	+6.14%	+17.23%	+0.48%	+0.92%	+1.70%
	75	+5.34%	+12.76%	+0.23%	+0.94%	+2.52%
	100	+5.34%	+10.43%	+0.20%	+0.56%	+4.53%
5	25	+7.36%	+19.79%	+1.06%	+1.95%	+4.53%
	50	+5.93%	+16.31%	+0.15%	+0.78%	+2.69%
	75	+5.16%	+12.95%	+0.87%	+1.37%	+1.49%
	100	+5.34%	+12.02%	+0.08%	+0.33%	+3.36%

Fonte: O Autor (2022)

Legenda: as colunas da tabela contêm a variação percentual: da função objetivo (FO); do custo de armazenamento dos produtos (CUSTO ESTOQUE); dos custos dos recursos necessários para que a linha de produção possa ser iniciada (CUSTO ABERTURA); dos custos de preparação da linha de produção (CUSTO SETUP); e dos custos de atraso no atendimento às demandas (CUSTO ATRASO). O valor “N/A” informa que não se aplica, pois as instâncias destas classes não possuem previsão para o custo de abertura.

De acordo com os dados apresentados na Tabela 5, todos os experimentos realizados foram impactados pelo aumento no custo de armazenamento. Notadamente o experimento de 25% foi aquele em que todos os custos ocorreram com os maiores índices de elevação.

Verifica-se também que, ao realizar os demais experimentos, os índices de aumento geralmente caem gradativamente entre o experimento atual e o anterior. Isto não implica dizer que houve queda nos custos, mas sim que o *solver* propôs um plano de produção eficiente em que a elevação dos demais custos é necessária para que o reajuste no custo de

armazenamento possa ser parcialmente absorvido, proporcionando um menor impacto no custo total de produção.

Para evidenciar o comportamento do modelo em relação às variações no custo de armazenamento, serão apresentados os resultados para cada classe de acordo com o percentual de reajuste proposto.

Tabela 6 – Valores médios dos experimentos em relação à variação no custo de estoque

CLASSE	PERC	FO	CUSTO ESTOQUE	CUSTO ABERTURA	CUSTO SETUP	CUSTO ATRASO
1	BASE	55447	22099	N/A	10625	22723
	25	60954	27462	N/A	10719	22773
	50	66434	32783	N/A	10762	22889
	75	71872	37965	N/A	10788	23119
	100	77288	43227	N/A	10810	23251
2	BASE	72210	26813	N/A	20356	25041
	25	78855	32911	N/A	20687	25257
	50	85384	38948	N/A	20999	25437
	75	91860	45195	N/A	21100	25565
	100	98289	51068	N/A	21209	26012
3	BASE	159933	63865	N/A	25149	70919
	25	175246	78042	N/A	25345	71859
	50	190125	90983	N/A	25510	73632
	75	207425	105674	N/A	25557	76194
	100	221306	117987	N/A	25652	77667
4	BASE	226780	62054	61507	23845	79374
	25	242823	75505	61918	24139	81261
	50	257727	88513	62215	24360	82639
	75	271478	99810	62359	24588	84721
	100	285986	110216	62485	24725	88560
5	BASE	271174	74545	86193	27224	83212
	25	291140	89297	87104	27755	86984
	50	308395	103861	87234	27972	89328
	75	324319	117314	87992	28354	90659
	100	341623	131412	88062	28448	93701
MÉDIA GERAL		181363	70702	29883	21867	58911

Fonte: O Autor (2022)

NOTA: O valor N/A informa que não se aplica, pois nas instâncias destas classes não há previsão para o custo de abertura.

A Tabela 6 apresenta a distribuição dos custos, incluindo o valor médio da solução encontrada (FO) e os valores médios de cada integrante da função objetivo, a saber: o custo de armazenamento dos produtos (CUSTO ESTOQUE), o custo dos recursos necessários para abertura das linhas (CUSTO ABERTURA), o custo de preparação e montagem das linhas (CUSTO SETUP) e o custo de atraso no atendimento das demandas (CUSTO ATRASO).

Observa-se que, em todas as classes, o custo por atraso no atendimento das demandas apresenta pequenos aumentos para todos os experimentos realizados. As classes 1, 2 e 3 contam apenas com o custo de preparação da linha de produção, o custo por atraso no atendimento das demandas e o custo de armazenamento dos produtos. À medida que os reajustes no custo de armazenamento são aplicados, o custo de preparação apresenta pequenos incrementos, indicando a necessidade de diversificação dos produtos a serem produzidos. O custo por atraso também é incrementado, indicando que as demandas não serão atendidas dentro prazo estipulado.

Já nas classes 4 e 5, o custo de abertura das linhas de produção foi incorporado às instâncias. Nota-se que, ao computar os custos dos recursos (máquinas, ferramentas e trabalhadores), este é incrementado levemente entre os experimentos. Entretanto, os percentuais vão se tornando menores a cada experimento, indicando que, em conjunto com o custo de preparação, o plano de produção propõe que outros produtos sejam produzidos. O custo por atraso no atendimento das demandas continua a aumentar, pois não compensa produzir para armazenar, por conta do alto custo. Observa-se ainda que o custo de armazenamento tem o menor impacto nas classes 4 e 5.

Utilizando os valores das soluções apresentadas pelo *solver* e disponíveis na Tabela 6, foi elaborada a Figura 1 que possibilita visualizar a evolução dos componentes da função objetivo em cada experimento, disponibilizada no Apêndice A.

Para observar o impacto que os reajustes no custo de estoque causam à indústria, a Tabela 7 apresenta a variação percentual em relação às instâncias de referência (BASE) da classe para cada experimento.

Na Tabela 7, os valores apresentados são em relação às instâncias de referência (BASE) de cada classe. A coluna FAIXA indica o percentual utilizado no experimento, a coluna CUSTO TOTAL contém a variação percentual do valor médio da função objetivo; CUSTO ESTOQUE

contém a variação percentual do valor médio do custo de armazenamento dos produtos; CUSTO ABERTURA contém a variação percentual do valor médio dos custos dos recursos necessários para que a linha de produção possa ser iniciada; CUSTO SETUP contém a variação percentual do valor médio do custo de preparação da linha de produção; CUSTO ATRASO contém a variação percentual do valor médio do custo de atraso no atendimento às demandas; e ECONOMIA contém o percentual economizado em relação à variação do custo de estoque.

Tabela 7 – Variação percentual em relação aos custos de referência

CLASSE	FAIXA	CUSTO TOTAL	CUSTO ESTOQUE	CUSTO ABERTURA	CUSTO SETUP	CUSTO ATRASO	ECONOMIA
1	25	+9.93%	+24.27%	N/A	+0.88%	+0.22%	-0.73%
	50	+19.82%	+48.35%	N/A	+1.29%	+0.73%	-1.65%
	75	+29.62%	+71.80%	N/A	+1.53%	+1.74%	-3.20%
	100	+39.39%	+95.61%	N/A	+1.74%	+2.32%	-4.39%
2	25	+9.20%	+22.74%	N/A	+1.63%	+0.86%	-2.26%
	50	+18.24%	+45.26%	N/A	+3.16%	+1.58%	-4.74%
	75	+27.21%	+68.56%	N/A	+3.65%	+2.09%	-6.44%
	100	+36.12%	+90.46%	N/A	+4.19%	+3.88%	-9.54%
3	25	+9.57%	+22.20%	N/A	+0.78%	+1.33%	-2.80%
	50	+18.88%	+42.46%	N/A	+1.44%	+3.83%	-7.54%
	75	+29.69%	+65.46%	N/A	+1.62%	+7.44%	-9.54%
	100	+38.37%	+84.74%	N/A	+2.00%	+9.52%	-15.26%
4	25	+7.07%	+21.68%	+0.67%	+1.23%	+2.38%	-3.32%
	50	+13.65%	+42.64%	+1.15%	+2.16%	+4.11%	-7.36%
	75	+19.71%	+60.84%	+1.39%	+3.12%	+6.74%	-14.16%
	100	+26.11%	+77.61%	+1.59%	+3.69%	+11.57%	-22.39%
5	25	+7.36%	+19.79%	+1.06%	+1.95%	+4.53%	-5.21%
	50	+13.73%	+39.33%	+1.21%	+2.75%	+7.35%	-10.67%
	75	+19.60%	+57.37%	+2.09%	+4.15%	+8.95%	-17.63%
	100	+25.98%	+76.29%	+2.17%	+4.50%	+12.61%	-23.71%

Fonte: O Autor (2022)

NOTA: O valor N/A informa que não se aplica, pois nas instâncias destas classes não há previsão para o custo de abertura.

De acordo com os resultados apresentados na Tabela 7, a utilização do modelo proporcionou economia em todos os experimentos realizados para todas as classes. Destaca-se que os maiores ganhos ocorrem nas classes 4 e 5, nas quais as instâncias são mais

desafiadoras, tornando a dificuldade do problema muito maior. Os menores ganhos ocorrem nos experimentos de 25% em todas as classes, sendo que na classe 1 encontra-se o experimento que proporcionou o menor ganho entre todos os realizados.

Verifica-se que, nas classes 1, 2 e 3, à medida que o percentual utilizado pelo experimento aumenta, o *solver* busca absorver parte desse reajuste da seguinte maneira: a) ligeiro aumento na produção de itens diferentes, causando a elevação no custo de preparação da linha de produção; e b) atraso no atendimento das demandas de alguns itens, pois o custo para armazená-los seria superior à penalidade imposta pelo atraso. Destaca-se o experimento de 100% das classes 2 e 3, em que o atraso no atendimento às demandas foi de 3,88% e 9,52%, respectivamente, o que proporcionou economia no custo de armazenamento de 9,54% e 15,26%, respectivamente.

Nas classes 4 e 5, que consideram também o custo de abertura, o *solver* novamente busca absorver os reajustes propostos de modo a: a) realizar um ligeiro aumento na produção de itens diferentes, causando a elevação no custo de preparação da linha de produção; b) aumentar, conseqüentemente, a utilização de recursos necessários para iniciar essas linhas; e c) atrasar o atendimento às demandas, evitando-se que alguns produtos produzidos sejam armazenados, o que causaria elevação nos custos.

Dessa forma, houve aumento significativo no atraso ao atendimento das demandas nas classes 4 e 5. Destaca-se que o experimento de 100% dessas classes registra atraso de 11,57% e 12,61%, respectivamente. O plano de produção proposto pelo *solver* que gerou a maior economia para o custo de armazenamento ocorreu no experimento de 100% em ambas as classes, sendo que os índices alcançados foram de 22,39% e 23,71%, respectivamente.

No Apêndice A encontra-se uma planilha contendo os custos detalhados obtidos em cada experimento, agrupados por classe, sua variação entre os experimentos e em relação às instâncias de referência (BASE).

Os resultados apresentados pelo *solver* na elaboração dos planos de produção indicam que o modelo é benéfico para a indústria e que sua utilização ajuda a reduzir os custos de produção mesmo em condições adversas, como é o caso do reajuste do custo de armazenamento dos produtos. Assim, o plano de produção elaborado de acordo com os experimentos fez com que o custo total de produção não fosse majorado na mesma proporção

que o custo de armazenamento, melhorando o aproveitamento dos recursos disponíveis, aprimorando o uso das linhas de produção e ainda decidindo se um produto deverá ter a produção atrasada para não permanecer armazenado. Assim, ao manter os custos de produção sob controle, faz com que a indústria possa apresentar produtos com custos menores, reduzir o consumo de energia e tornar-se econômica e ambientalmente sustentável. Observa-se ainda que as indústrias de maior porte obtêm melhores resultados, pois sua capacidade de absorver um reajuste é superior a uma indústria de pequeno porte.

A utilização do modelo, mesmo em um cenário desafiador, como o do aumento nos custos de energia, mostrou-se benéfica para indústrias de todos os portes. De acordo com os experimentos nas indústrias de pequeno porte, representadas pelas classes 1 e 2, o percentual de economia é menor que nas demais classes para os mesmos percentuais. Já as indústrias de médio e grande porte, representadas pelas classes 3, 4 e 5, por conta da maior estrutura, destacaram-se por terem atingido os maiores índices de economia.

4.4 Análise de Sensibilidade em Relação às Variações no Custo de Abertura

Nesta seção são avaliadas as soluções apresentadas pelo *solver* mediante variações nos custos de abertura das linhas de produção. Utilizam-se as instâncias baseadas naquelas apresentadas em Soler, Santos e Akartunali (2021), em que apenas o custo de abertura de cada linha é redefinido enquanto que as demais características das instâncias permanecem inalteradas.

Assim, foi criado um novo conjunto de instâncias de referência, denominada REF, no qual o custo de cada recurso utilizado para a abertura da linha de produção foi estabelecido como zero, e outros três conjuntos de instâncias, nos quais o custo de cada recurso foi uniformemente distribuído no intervalo de 50 a 100, 100 a 150 e finalmente de 150 a 200 unidades monetárias. Uma vez estabelecido o custo de cada recurso disponível, o custo de abertura de cada linha de produção é calculado utilizando-se da equação (4.3).

$$ac_l = \sum_k p_k \cdot r_{kl}, \quad \forall l \quad (4.3)$$

Onde:

p_k representa o custo do recurso k

r_{kl} representa a quantidade de recurso k utilizado pela linha l

ac_l representa o custo de abertura da linha l

Para cada instância proposta por Soler, Santos e Akartunali (2021), foi realizado o cálculo do custo de abertura para cada linha de produção utilizando a equação (4.3), fazendo $p_k = 0$, $p_k \in U[50,100]$, $p_k \in U[100,150]$ e $p_k \in U[150,200]$, respectivamente. O tempo máximo para o processamento de cada instância foi estabelecido em 3600s.

Tabela 8 – Desempenho do modelo em relação ao aumento no custo de abertura

CLASSE	FAIXA	FO	DUAL	GAP	GAP MIN	GAP MAX	GAP VAR	TEMPO EXEC	SO
1	REF	55447	55443	0.007	0.000	0.010	0.000	5.08	20
	50-100	91157	91149	0.008	0.002	0.010	0.000	7.09	20
	100-150	115786	115775	0.009	0.007	0.010	0.000	9.31	20
	150-200	143202	143188	0.010	0.006	0.010	0.000	28.69	20
2	REF	72210	72203	0.009	0.003	0.010	0.000	32.66	20
	50-100	128637	128624	0.010	0.010	0.010	0.000	67.56	20
	100-150	166711	166694	0.010	0.010	0.010	0.000	206.73	20
	150-200	189970	189951	0.010	0.010	0.010	0.000	586.63	20
3	REF	159496	153142	3.808	0.010	16.460	21.145	3569.31	2
	50-100	238295	229062	3.704	0.010	19.195	18.451	3505.15	2
	100-150	278979	263747	5.230	0.010	16.504	17.173	3494.99	1
	150-200	320548	302571	5.417	0.049	17.181	16.764	3604.59	0
4	REF	164798	153451	6.488	0.010	20.333	49.680	3507.50	1
	50-100	223297	214056	3.968	0.010	16.373	17.329	3586.29	1
	100-150	262950	252891	3.751	0.036	14.268	12.529	3604.24	0
	150-200	313542	301897	3.641	0.146	11.706	11.993	3605.11	0
5	REF	183798	169082	7.796	0.848	18.617	25.533	3604.21	0
	50-100	257793	242728	5.725	0.532	16.695	23.799	3604.65	0
	100-150	306037	287087	6.123	0.296	15.170	23.438	3604.89	0
	150-200	343302	324882	5.297	1.006	13.113	16.241	3605.09	0
MÉDIA GERAL		200798	192881	3.051	-	-	-	2191.99	8.4

Fonte: O Autor (2022).

A Tabela 8 é apresentado o desempenho do modelo em relação ao aumento no custo de abertura. A seguir descrevem-se as colunas presente na tabela, o valor médio das soluções obtidas pelo *solver* (FO), o valor médio do limitante dual (DUAL), o valor médio do GAP (em percentual); os valores mínimos e máximos para o GAP (GAP MIN e GAP MAX,

respectivamente), a variância do GAP para cada faixa (GAP VAR), o tempo médio de execução (TEMPO EXEC, em segundos) e finalmente o número de soluções ótimas (SO).

Verifica-se que para a classe 1 o *solver* obteve soluções ótimas em todas as instâncias e utilizou em média 12,54 segundos. A solução média obtida é de 101398, enquanto que a média do limitante dual é de 101389, ao passo que o GAP médio é de 0,009% e a variância é inferior a 0,001 pontos em todos os experimentos. Nota-se que nessa classe o experimento 150-200 é de 28,69s, superando em 128% o tempo médio de execução.

Observa-se que na classe 2 foram obtidas soluções ótimas em todas as instâncias e que foram utilizados, em média, 223,40 segundos para resolver o conjunto de instâncias. A solução média obtida é de 139382 e o dual médio obtido é de 139368, enquanto que o GAP médio é de 0,010% e a variância é inferior a 0,001 pontos em todos os experimentos. Destacam-se nesta classe dois experimentos em relação ao tempo de processamento, 100-150 e 150-200, sendo que o primeiro alcança 206,73 segundos, ou seja, 92% do tempo médio de execução enquanto que o segundo alcança 586,63 segundos, ou seja superando em 162% do tempo médio de execução.

Na classe 3, foram obtidas soluções ótimas em apenas duas instâncias de referência (REF) e três para os demais experimentos. O tempo de execução utilizado em média alcançou 3543,51 segundos. O valor médio das soluções obtidas pelo *solver* é de 249330, enquanto que o valor médio do limitante dual é de 237130. Já o GAP médio é de 4,540% e a variância obteve valores entre 16 e 18, sendo inferior ao conjunto de instâncias de referência, que superou 21 pontos. Observa-se que em dois experimentos a média do GAP foi superada, indicando uma maior dificuldade para obter soluções factíveis para esses experimentos.

Destaca-se que na classe 4 foi obtida apenas uma solução ótima para uma instância de referência e outra nos demais experimentos, enquanto que para as demais instâncias foram obtidas soluções viáveis. O valor médio das soluções é de 241147 e o valor médio do limitante dual é de 230574. O tempo de execução utilizado alcançou 3575,79 segundos, sendo que o GAP médio foi de 4,462% e a variância ficou entre 11 e 18 pontos, sendo inferior à variância das instâncias de referência, que superou 49 pontos.

Na classe 5 o *solver* obteve apenas soluções viáveis em todas as instâncias dos experimentos, sendo o valor médio das soluções de 272732, e o valor médio do limitante dual

de 255945. O tempo médio de execução alcançou 3604,71 segundos, já o valor do GAP médio é de 6,235%. A variância dos valores do GAP está no intervalo de 16 a 23 pontos, sendo inferior à variância das instâncias de referência, que superou a 25 pontos.

Observa-se ainda que, nas classes 4 e 5, à medida que p_k aumenta, o problema inverte o comportamento, ou seja, ele se torna ligeiramente mais fácil de ser solucionado, uma vez que o GAP médio diminui e também há redução no GAP MAX.

Na Tabela 9 são apresentados o valor médio dos valores da função objetivo (FO), o valor médio do custo para armazenamento dos produtos (CUSTO ESTOQUE), o valor médio do custo dos recursos utilizados na abertura das linhas de produção (CUSTO ABERTURA), o valor médio do custo de preparação das linhas para iniciar a produção (CUSTO SETUP) e o valor médio do custo por não atender as demandas no prazo exigido (CUSTO ATRASO). Os valores estão acompanhados pela variação em percentual entre os experimentos em cada classe.

Verifica-se que na classe 2 encontram-se os experimentos em que há a maior variação nos custos de armazenamento. No experimento da faixa de 50-100, a variação alcançou 21,54%, pois, em decorrência do aumento no custo de abertura da linha de produção, houve a necessidade de permanecer produzindo em vez de realizar a mudança para outro produto, o que causou uma redução no custo médio de *setup* de -8,53%. Essas condições fizeram com que houvesse um leve aumento do atraso no atendimento das demandas, na ordem de 0.15%.

Observa-se que na classe 4 é encontrada a maior variação percentual no custo de abertura entre os experimentos, com o experimento da faixa 100-150 alcançando um índice de 66,24%, o que causou uma redução de -2,22% na preparação das linhas de produção e proporcionou uma leve melhora na taxa de sucesso no atendimento das demandas, uma vez que houve queda de -0,17%. Entretanto, houve aumento no custo de armazenamento em +3,34%, o que elevou o custo total em +17,76%.

Verifica-se que o custo total (FO) tem a maior elevação entre as instâncias de referência e o experimento da faixa de 50-100 em todas as classes; posteriormente, esses percentuais diminuem entre os demais experimentos da classe. A maior variação ocorreu na classe 2, alcançando um índice de 78,14%. Já a menor variação foi encontrada no experimento da faixa de 150-200 na classe 5, em que o índice alcançou 12,18%. Houve, entretanto, uma

exceção que ocorreu no experimento da faixa de 150-200 na classe 4, em que variação foi superior àquela registrada pelo experimento na faixa 100-150.

Tabela 9 – Valores médios dos experimentos em relação ao custo de abertura

CLASSE	FAIXA	FO	CUSTO ESTOQUE	CUSTO ABERTURA	CUSTO SETUP	CUSTO ATRASO
1	REF	55447	22098	0	10623	22726
	50-100	91157 (+64.40%)	23981 (+8.52%)	34344 (N/A)	10200 (-3.98%)	22632 (-0.41%)
	100-150	115786 (+27.02%)	28533 (+18.98%)	55103 (+60.44%)	9343 (-8.40%)	22807 (+0.77%)
	150-200	143202 (+23.68%)	32031 (+12.26%)	79355 (+44.01%)	8821 (-5.59%)	22995 (+0.82%)
2	REF	72210	26819	0	20350	25041
	50-100	128637 (+78.14%)	32597 (+21.54%)	52346 (N/A)	18615 (-8.53%)	25079 (+0.15%)
	100-150	166711 (+29.60%)	39549 (+21.33%)	84882 (+62.16%)	17122 (-8.02%)	25158 (+0.32%)
	150-200	189970 (+13.95%)	43307 (+9.50%)	104888 (+23.57%)	16421 (-4.09%)	25354 (+0.78%)
3	REF	159496	63548	0	25122	70826
	50-100	238295 (+49.41%)	65281 (+2.73%)	77898 (N/A)	24717 (-1.61%)	70399 (-0.60%)
	100-150	278979 (+17.07%)	68263 (+4.57%)	114317 (+46.75%)	23941 (-3.14%)	72458 (+2.92%)
	150-200	320548 (+14.90%)	72998 (+6.94%)	151732 (+32.73%)	22982 (-4.01%)	72836 (+0.52%)
4	REF	164798	60698	0	24257	79843
	50-100	223297 (+35.50%)	62475 (+2.93%)	57721 (N/A)	23769 (-2.01%)	79332 (-0.64%)
	100-150	262950 (+17.76%)	64560 (+3.34%)	95953 (+66.24%)	23242 (-2.22%)	79195 (-0.17%)
	150-200	313542 (+19.24%)	69621 (+7.84%)	141973 (+47.96%)	22120 (-4.83%)	79828 (+0.80%)
5	REF	183798	71913	0	28108	83777
	50-100	257793 (+40.26%)	73526 (+2.24%)	73526 (N/A)	27492 (-2.19%)	83249 (-0.63%)
	100-150	306037 (+18.71%)	77523 (+5.44%)	117478 (+59.78%)	26312 (-4.29%)	84724 (+1.77%)
	150-200	343302 (+12.18%)	80329 (+3.62%)	152142 (+29.51%)	25655 (-2.50%)	85176 (+0.53%)

Fonte: O Autor (2022)

No Apêndice B encontra-se uma planilha contendo os custos detalhados obtidos em cada experimento, agrupados por classe, sua variação entre os experimentos e em relação às instâncias de referência (REF).

Observa-se que em todas as classes, à medida que o custo de abertura é elevado a cada experimento, o *solver* busca realizar as compensações para amortizar os reajustes. Destaca-se que o modelo proporciona ganhos à indústria, mesmo diante de cenários em que os custos dos recursos utilizados para a abertura das linhas de produção possam sofrer variações. Em sua utilização nas instâncias mais desafiadoras, o *solver* proporcionou ganhos significativos, com destaque para as classes 4 e 5, em que a variação do custo total no experimento de 150-200 em relação à instância de referência obteve índices de +90,26% e +86,78%, respectivamente.

Constata-se que as indústrias de maior porte obtêm os melhores resultados mesmo em um cenário desafiador, onde, por conta de sua capacidade de implantar planos de produção mais arrojados, trazem resultados superiores. Nas indústrias de pequeno porte, representadas pelas classes 1 e 2, também há ganhos, mas sua capacidade para implantar planos de produção é mais limitada.

Na Tabela 10 é apresentado um resumo referente a cada classe, onde a coluna GAP contém o valor médio do GAP (em percentual), GAP MIN e GAP MAX contém o valor mínimo e máximo do GAP (em percentual), respectivamente, TEMPO MÉDIO contém o tempo médio de execução da classe e SOLUÇÕES ÓTIMAS contém o número médio de soluções ótimas encontradas pelo *solver*.

Tabela 10 – Valores médios por classe na análise de sensibilidade do custo de abertura

CLASSE	GAP (%)	GAP MIN (%)	GAP MAX (%)	TEMPO MÉDIO	SOLUÇÕES ÓTIMAS
1	0.009	0.000	0.010	12.54	20.0
2	0.010	0.003	0.010	223.4	20.0
3	4.540	0.010	19.195	3543.51	1.25
4	4.462	0.010	20.333	3575.79	0.5
5	6.235	0.296	18.617	3604.71	0.0
MÉDIA GERAL	3.051			2191.99	8.4

Fonte: O Autor (2022)

Nota-se que nas classes 1 e 2 o solver chegou a otimalidade em todas as instâncias utilizando um tempo de processamento de 12,5s e 223,4s respectivamente. Já nas classes 3 e 4 mesmo utilizando o tempo máximo de processamento de 3600s, o *solver* chegou a otimalidade em apenas algumas instâncias e na classe 5 foi possível obter apenas soluções factíveis. Algumas instâncias das classes 3, 4 e 5 são bastante desafiadoras para o *solver* podendo ser constatado por seu GAP MAX estando próximo de 20 pontos percentuais. Quando são consideradas todas as classes destaca-se que o GAP médio alcançou 3,051%, o tempo de execução foi de apenas 2191,99s e o número de soluções ótimas é de 8,4.

Utilizando os valores das soluções apresentadas pelo *solver* e disponíveis na Tabela 9, foi elaborada a Figura 2, que possibilita visualizar a evolução dos componentes da função objetivo em cada experimento, disponibilizada no Apêndice B.

5 CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS FUTURAS

Neste trabalho foi abordado um Problema de Dimensionamento de Lotes que ocorre em indústrias alimentícias brasileiras que processam carnes embaladas. Foi proposto um modelo matemático de otimização inteiro mista para representar o problema. A dificuldade computacional do problema abordado é provada e pertencente à classe NP-difícil.

O tempo utilizado para o processamento das instâncias apresentou-se como um importante requisito utilizado pelo *solver* para a obtenção de soluções de qualidade. Utilizando o conjunto de instâncias da literatura, avaliou-se o impacto que o fator tempo representa na busca por soluções para o problema. Foram realizados experimentos em que o tempo máximo de execução foi fixado em 1800s, 3600s e 7200s. Observou-se que, nas classes em que as instâncias são mais desafiadoras, o *solver*, mesmo utilizando o tempo de 7200s, obteve solução ótima para apenas uma instância, enquanto que para as demais instâncias foram obtidas soluções viáveis. Ao avaliar o GAP médio dessas classes, verificou-se que houve redução, indicando melhoria significativa na qualidade das soluções após o tempo ser estendido.

Para avaliar o impacto da elevação do custo de armazenamento dos produtos em ambiente com temperatura rigorosamente controlada, aplicou-se a análise de sensibilidade. Foram realizados experimentos propondo reajustes de 25%, 50%, 75% e 100% no custo de armazenamento dos produtos, utilizando um tempo máximo de execução de 3600s. Foram utilizadas 100 instâncias da literatura e que geraram outras 400 instâncias alteradas de modo a considerar os reajustes propostos. Todas as instâncias das classes 1 e 2 foram solucionadas até a otimalidade; entretanto, nas classes 3 e 4 apenas algumas instâncias foram solucionadas até a otimalidade, sendo que para as demais instâncias foram obtidas soluções viáveis. Já na classe 5 apenas soluções viáveis foram obtidas.

Constatou-se que a utilização do modelo proporciona economia para indústrias de todos os portes. De acordo com resultados obtidos, verificou-se que as indústrias de pequeno porte podem atingir uma economia de até 9,54%, já as indústrias de médio porte podem atingir até 15,26%, enquanto que as indústrias de grande porte podem atingir até 23,71%. As indústrias de grande porte revelaram-se mais propícias à execução de planos de produção

mais arrojados que possibilitaram absorver uma parte mais significativa da elevação dos custos de armazenamento em relação às indústrias de pequeno porte.

Em outra análise de sensibilidade, foi avaliado o impacto da elevação dos custos dos recursos produtivos. Foram realizados experimentos nos quais se propuseram custos variando de 50 a 100, de 100 a 150 e de 150 a 200 unidades monetárias, além de um conjunto de instâncias de referência em que os custos dos recursos foram estabelecidos em zero. O tempo máximo para execução foi estipulado em 3600s. Foram utilizadas 400 instâncias baseadas nas instâncias da literatura para essa análise em que apenas os valores dos recursos utilizados para a abertura das linhas de produção foram alterados e as demais características foram mantidas.

Verificou-se que os reajustes nos custos dos recursos produtivos fizeram com que o *solver* elaborasse planos de produção para absorver parcialmente tais reajustes. À medida que o experimento reajusta valores dos recursos utilizados, houve redução nos custos de *setup*, indicando a necessidade de continuar produzindo o mesmo produto para que não fossem utilizados outros recursos, aumentando assim o custo total de produção.

Os resultados apresentados nas duas análises de sensibilidade mostraram que a indústria pode ser beneficiada com a utilização do modelo, trazendo-lhe resultados positivos. Os planos de produção apresentados proporcionaram economia para indústrias de todos os portes avaliados, pois, ao propor a elevação de um dos componentes do custo total de produção, o plano elaborado pelo *solver* utilizando o modelo absorveu uma parte substancial do reajuste e assim diminuindo o impacto causado no custo total de produção.

De acordo com os resultados as empresas de maior porte conseguem obter melhores resultados, pois dispõem de um número maior de linhas de produção, máquinas, ferramentas e trabalhadores. Por outro lado, as indústrias de pequeno porte, por conta de sua estrutura, têm dificuldade em absorver os reajustes, o que acaba impactando mais fortemente no custo total de produção.

Verificou-se através das análises de sensibilidade que as instâncias de grande porte são bastante desafiadoras do ponto de vista computacional, evidenciando a necessidade de investigação de métodos customizados para aprimorar as soluções do problema abordado.

Como perspectivas para trabalhos futuros, de acordo com a literatura, podem ser indicadas a investigação de abordagens baseadas em relaxação Lagrangiana, bem como heurísticas baseadas na formulação matemática do problema, tais como *relax-and-fix* e *fix-and-optimize*. Fazendo modificações simples no modelo matemático proposto, ele se aplica à indústria automobilística e a outras indústrias que se utilizam de múltiplas linhas e recursos escassos para a produção. Por fim, salienta-se que é possível estender o modelo para considerar explicitamente a sustentabilidade, considerando os aspectos ambientais e sociais em conjunto com os aspectos econômicos na cadeia de suprimentos, tendo em vista que ainda há necessidade de investigação sobre o tema, (cf. Barbosa-Póvoa, da Silva e Carvalho (2018)).

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- AKBAR, Muhammad; IROHARA, Takashi. Scheduling for sustainable manufacturing: A review. **Journal of Cleaner Production**, [S. l.], v. 205, p. 866–883, 2018. DOI: 10.1016/J.JCLEPRO.2018.09.100.
- ALMEDER, Christian; ALMADA-LOBO, Bernardo. Synchronisation of scarce resources for a parallel machine lot-sizing problem. **International Journal of Production Research**, [S. l.], v. 49, n. 24, p. 7315–7335, 2011. DOI: 10.1080/00207543.2010.535570.
- AMORIM, P.; BELO-FILHO, M. A. F.; TOLEDO, F. M. B.; ALMEDER, C.; ALMADA-LOBO, B. Lot sizing versus batching in the production and distribution planning of perishable goods. **International Journal of Production Economics**, [S. l.], v. 146, n. 1, p. 208–218, 2013. a. DOI: 10.1016/j.ijpe.2013.07.001.
- AMORIM, P.; MEYR, H.; ALMEDER, C.; ALMADA-LOBO, B. Managing perishability in production-distribution planning: a discussion and review. **Flexible Services and Manufacturing Journal**, [S. l.], v. 25, n. 3, p. 389–413, 2013. b. DOI: 10.1007/s10696-011-9122-3.
- BARBOSA-PÓVOA, Ana Paula; DA SILVA, Cátia; CARVALHO, Ana. Opportunities and challenges in sustainable supply chain: An operations research perspective. **European Journal of Operational Research**, [S. l.], v. 268, n. 2, p. 399–431, 2018. DOI: 10.1016/J.EJOR.2017.10.036.
- CHEN, W. H.; THIZY, J. M. Analysis of relaxations for the multi-item capacitated lot-sizing problem. **Annals of Operations Research**, [S. l.], v. 26, n. 1–4, p. 29–72, 1990. DOI: 10.1007/BF02248584.
- COSTA, Alysso M.; DOS SANTOS, Lana Mara R.; ALEM, Douglas J.; SANTOS, Ricardo H. S. Sustainable vegetable crop supply problem with perishable stocks. **Annals of Operations Research**, [S. l.], v. 219, n. 1, p. 265–283, 2014. DOI: 10.1007/s10479-010-0830-y.
- DE ARAUJO, Silvio A.; ARENALES, Marcos N.; CLARK, Alistair R. Lot sizing and furnace scheduling in small foundries. **Computers & Operations Research**, [S. l.], v. 35, n. 3, p. 916–932, 2008. DOI: 10.1016/J.COR.2006.05.010.
- DREXL, Andreas; HAASE, Knut. Proportional lot-sizing and scheduling. **International Journal of Production Economics**, [S. l.], v. 40, n. 1, p. 73–87, 1995. DOI: 10.1016/0925-5273(95)00040-U.
- EPPEN, Gary D.; MARTIN, R. Kipp. Solving Multi-Item Capacitated Lot-Sizing Problems Using Variable Redefinition. **Operations Research**, [S. l.], v. 35, n. 6, p. 832–848, 1987. DOI: 10.1287/opre.35.6.832.
- FLEISCHMANN, Bernhard. The discrete lot-sizing and scheduling problem. **European Journal of Operational Research**, [S. l.], v. 44, n. 3, p. 337–348, 1990. DOI: 10.1016/0377-2217(90)90245-7.
- FLEISCHMANN, Bernhard. The discrete lot-sizing and scheduling problem with sequence-dependent setup costs. **European Journal of Operational Research**, [S. l.], v. 75, n. 2, p. 395–404, 1994. DOI: 10.1016/0377-2217(94)90083-3.

- FLEISCHMANN, Bernhard; MEYR, Herbert. The general lotsizing and scheduling problem. **Operations-Research-Spektrum**, [S. l.], v. 19, n. 1, p. 11–21, 1997. DOI: 10.1007/BF01539800.
- GLOCK, Christoph H.; GROSSE, Eric H.; RIES, Jörg M. The lot sizing problem: A tertiary study. **International Journal of Production Economics**, [S. l.], v. 155, p. 39–51, 2014. DOI: 10.1016/j.ijpe.2013.12.009.
- GUIMARÃES, Luis; KLABJAN, Diego; ALMADA-LOBO, Bernardo. Modeling lotsizing and scheduling problems with sequence dependent setups. **European Journal of Operational Research**, [S. l.], v. 239, n. 3, p. 644–662, 2014. DOI: 10.1016/j.ejor.2014.05.018.
- HAASE, Knut. Capacitated lot-sizing with sequence dependent setup costs. **Operations-Research-Spektrum**, [S. l.], v. 18, n. 1, p. 51–59, 1996. DOI: 10.1007/BF01539882.
- JAMES, Ross J. W.; ALMADA-LOBO, Bernardo. Single and parallel machine capacitated lotsizing and scheduling: New iterative MIP-based neighborhood search heuristics. **Computers & Operations Research**, [S. l.], v. 38, n. 12, p. 1816–1825, 2011. DOI: 10.1016/j.cor.2011.02.005.
- KARIMI, B.; FATEMI GHOMI, S. M. T.; WILSON, J. M. The capacitated lot sizing problem: a review of models and algorithms. **Omega**, [S. l.], v. 31, n. 5, p. 365–378, 2003. DOI: 10.1016/S0305-0483(03)00059-8.
- KARMARKAR, Uday S.; SCHRAGE, Linus. The Deterministic Dynamic Product Cycling Problem. **Operations Research**, [S. l.], v. 33, n. 2, p. 326–345, 1985. DOI: 10.1287/opre.33.2.326.
- MEYR, Herbert. Simultaneous lotsizing and scheduling by combining local search with dual reoptimization. **European Journal of Operational Research**, [S. l.], v. 120, n. 2, p. 311–326, 2000. DOI: 10.1016/S0377-2217(99)00159-9.
- MEYR, Herbert. Simultaneous lotsizing and scheduling on parallel machines. **European Journal of Operational Research**, [S. l.], v. 139, n. 2, p. 277–292, 2002. DOI: 10.1016/S0377-2217(01)00373-3.
- MLADENOVIĆ, N.; HANSEN, P. Variable neighborhood search. **Computers & Operations Research**, [S. l.], v. 24, n. 11, p. 1097–1100, 1997. DOI: 10.1016/S0305-0548(97)00031-2.
- OECD/FAO. **OECD-FAO Agricultural Outlook 2020-2029**. Paris: OECD Publishing, 2020. DOI: 10.1787/1112c23b-en.
- OLIVEIRA, W. A. De; SANTOS, Maristela Oliveira Dos. A New Branching Rule to Solve the Capacitated Lot Sizing and Scheduling Problem with Sequence Dependent Setups. **TEMA (São Carlos)**, [S. l.], v. 18, n. 3, p. 515–529, 2017. DOI: 10.5540/tema.2017.018.03.0515.
- PIRES, Maria João; AMORIM, Pedro; MARTINS, Sara; ALMADA-LOBO, Bernardo. Production Planning of Perishable Food Products by Mixed-Integer Programming. In: ALMEIDA, João Paulo; OLIVEIRA, José Fernando; PINTO, Alberto Adrego (org.). **Operational Research**. Cham: Springer International Publishing, 2015. p. 331–352. DOI: 10.1007/978-3-319-20328-7_19.
- ROGERS, Jack. A Computational Approach to the Economic Lot Scheduling Problem. **Management Science**, [S. l.], v. 4, n. 3, p. 264–291, 1958. DOI: 10.1287/mnsc.4.3.264.
- SIGNORINI, Caroline de Arruda; DE ARAUJO, Silvio Alexandre; MELEGA, Gislaine Mara. One-dimensional multi-period cutting stock problems in the concrete industry. **International**

Journal of Production Research, [S. l.], p. 1–18, 2021. DOI: 10.1080/00207543.2021.1890261.

SOLER, Willy A. O.; POLDI, Kelly C.; SANTOS, Maristela O. Capacitated Lot Sizing and Scheduling With Order Acceptance and Delivery Time Windows: Mathematical Model and a MIP-Based Heuristic. **Pesquisa Operacional**, [S. l.], v. 39, n. 3, p. 471–496, 2019. DOI: 10.1590/0101-7438.2019.039.03.0471.

SOLER, Willy A. O.; SANTOS, Maristela O.; AKARTUNALI, Kerem. MIP approaches for a lot sizing and scheduling problem on multiple production lines with scarce resources, temporary workstations, and perishable products. **Journal of the Operational Research Society**, [S. l.], v. 72, n. 8, p. 1691–1706, 2021. DOI: 10.1080/01605682.2019.1640588.

TRIGEIRO, William W.; THOMAS, L. Joseph; MCCLAIN, John O. Capacitated Lot Sizing with Setup Times. **Management Science**, [S. l.], v. 35, n. 3, p. 353–366, 1989. DOI: 10.1287/mnsc.35.3.353.

VASSOLER, Ângelo Henrique Dinhane; POLTRONIERE, Sônia Cristina; DE ARAÚJO, Silvio Alexandre. Modelagem matemática para o problema de produção de vigotas na indústria de lajes treliçadas. **C.Q.D. – Revista Eletrônica Paulista de Matemática**, [S. l.], v. 7, p. 68–77, 2016. DOI: 10.21167/cqdv07ermac201623169664ahdvscpsar6877.

WAGNER, Harvey M.; WHITIN, Thomson M. Dynamic Version of the Economic Lot Size Model. **Management Science**, [S. l.], v. 5, n. 1, p. 89–96, 1958. DOI: 10.1287/mnsc.5.1.89.

WEI, Wenchao; AMORIM, Pedro; GUIMARÃES, Luis; ALMADA-LOBO, Bernardo. Tackling perishability in multi-level process industries. **International Journal of Production Research**, [S. l.], v. 57, n. 17, p. 5604–5623, 2019. DOI: 10.1080/00207543.2018.1554916.

APÊNDICE A – ANÁLISE DE SENSIBILIDADE DO CUSTO DE ESTOQUE (DETALHADO)

	FAIXA	CUSTO TOTAL	CUSTO ESTOQUE	CUSTO ABERTURA	CUSTO SETUP	CUSTO ATRASO	SOLUÇÕES ÓTIMAS	ECO
CLASSE 1								
VALORES MÉDIOS	BASE	55447	22099	N/A	10625	22723	20	
	25	60954	27462	N/A	10719	22773	20	
	50	66434	32783	N/A	10762	22889	20	
	75	71872	37965	N/A	10788	23119	20	
	100	77288	43227	N/A	10810	23251	20	
	MÉDIA	66399	32707	N/A	10740	22951	20	
VAR % ENTRE EXPERIMENTOS	25	+9.93%	+24.27%	N/A	+0.88%	+0.22%		
	50	+8.99%	+19.38%	N/A	+0.40%	+0.51%		
	75	+8.19%	+15.81%	N/A	+0.24%	+1.00%		
	100	+7.54%	+13.86%	N/A	+0.20%	+0.57%		
VAR % EM RELAÇÃO À BASE	25	+9.93%	+24.27%	N/A	+0.88%	+0.22%		-0.73%
	50	+19.82%	+48.35%	N/A	+1.29%	+0.73%		-1.65%
	75	+29.62%	+71.80%	N/A	+1.53%	+1.74%		-3.20%
	100	+39.39%	+95.61%	N/A	+1.74%	+2.32%		-4.39%
CLASSE 2								
VALORES MÉDIOS	BASE	72210	26813	N/A	20356	25041	20	
	25	78855	32911	N/A	20687	25257	20	
	50	85384	38948	N/A	20999	25437	20	
	75	91860	45195	N/A	21100	25565	20	
	100	98289	51068	N/A	21209	26012	20	
	MÉDIA	85320	38987	N/A	20870	25463	20	
VAR % ENTRE EXPERIMENTOS	25	+9.20%	+22.74%	N/A	+1.63%	+0.86%		
	50	+8.28%	+18.34%	N/A	+1.51%	+0.71%		
	75	+7.58%	+16.04%	N/A	+0.48%	+0.50%		
	100	+7.00%	+12.99%	N/A	+0.52%	+1.75%		
VAR % EM RELAÇÃO À BASE	25	+9.20%	+22.74%	N/A	+1.63%	+0.86%		-2.26%
	50	+18.24%	+45.26%	N/A	+3.16%	+1.58%		-4.74%
	75	+27.21%	+68.56%	N/A	+3.65%	+2.09%		-6.44%
	100	+36.12%	+90.46%	N/A	+4.19%	+3.88%		-9.54%

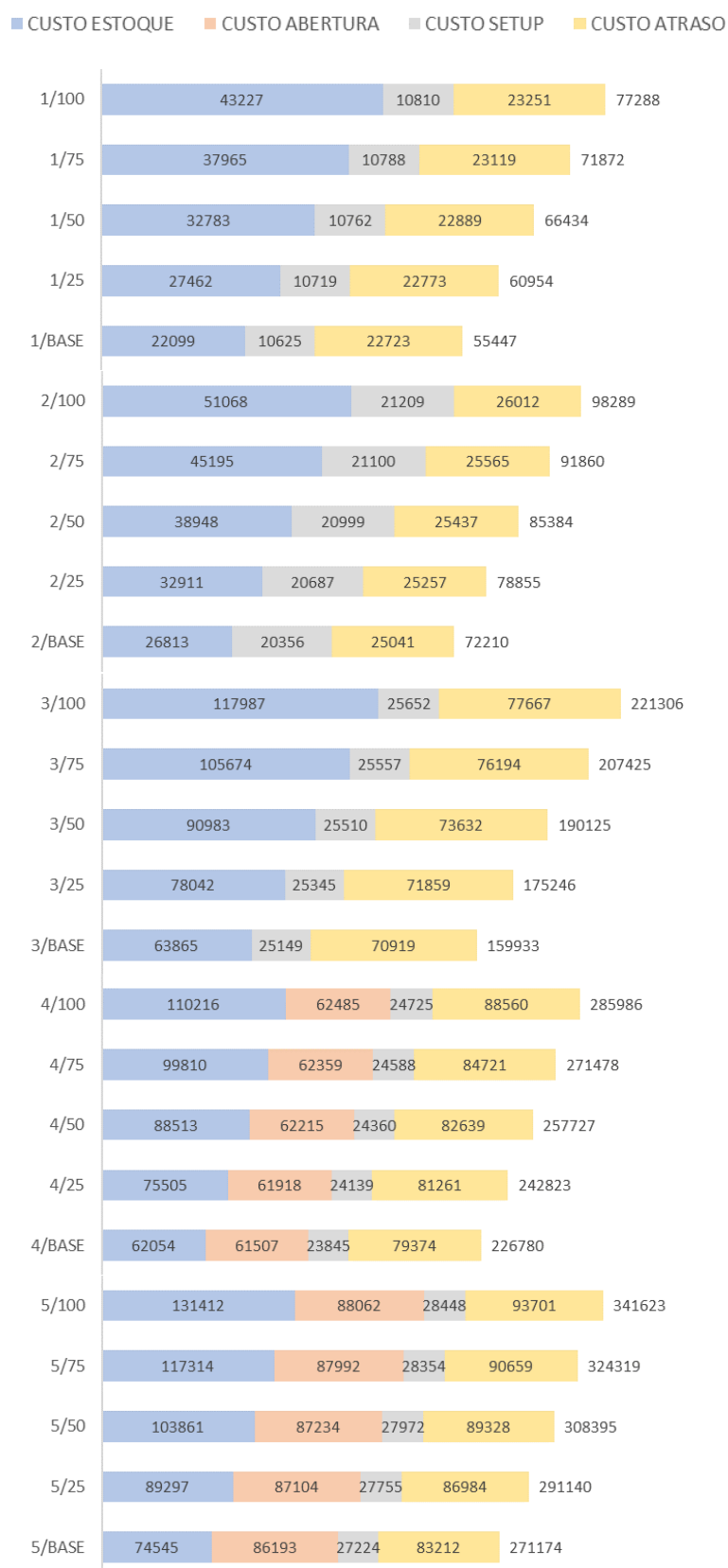
	FAIXA	CUSTO TOTAL	CUSTO ESTOQUE	CUSTO ABERTURA	CUSTO SETUP	CUSTO ATRASO	SOLUÇÕES ÓTIMAS	ECO
CLASSE 3								
VALORES MÉDIOS	BASE	159933	63865	N/A	25149	70919	1	
	25	175246	78042	N/A	25345	71859	2	
	50	190125	90983	N/A	25510	73632	2	
	75	207425	105674	N/A	25557	76194	3	
	100	221306	117987	N/A	25652	77667	1	
	MÉDIA	190807	91310	N/A	25443	74054	1.8	
VAR % ENTRE EXPERIMENTOS	25	+9.57%	+22.20%	N/A	+0.78%	+1.33%		
	50	+8.49%	+16.58%	N/A	+0.65%	+2.47%		
	75	+9.10%	+16.15%	N/A	+0.18%	+3.48%		
	100	+6.69%	+11.65%	N/A	+0.37%	+1.93%		
VAR % EM RELAÇÃO À BASE	25	+9.57%	+22.20%	N/A	+0.78%	+1.33%		-2.80%
	50	+18.88%	+42.46%	N/A	+1.44%	+3.83%		-7.54%
	75	+29.69%	+65.46%	N/A	+1.62%	+7.44%		-9.54%
	100	+38.37%	+84.74%	N/A	+2.00%	+9.52%		-15.26%
CLASSE 4								
VALORES MÉDIOS	BASE	226780	62054	61507	23845	79374	0	
	25	242823	75505	61918	24139	81261	1	
	50	257727	88513	62215	24360	82639	1	
	75	271478	99810	62359	24588	84721	1	
	100	285986	110216	62485	24725	88560	1	
	MÉDIA	256959	87220	62097	24331	83311	0.8	
VAR % ENTRE EXPERIMENTOS	25	+7.07%	+21.68%	+0.67%	+1.23%	+2.38%		
	50	+6.14%	+17.23%	+0.48%	+0.92%	+1.70%		
	75	+5.34%	+12.76%	+0.23%	+0.94%	+2.52%		
	100	+5.34%	+10.43%	+0.20%	+0.56%	+4.53%		
VAR % EM RELAÇÃO À BASE	25	+7.07%	+21.68%	+0.67%	+1.23%	+2.38%		-3.32%
	50	+13.65%	+42.64%	+1.15%	+2.16%	+4.11%		-7.36%
	75	+19.71%	+60.84%	+1.39%	+3.12%	+6.74%		-14.16%
	100	+26.11%	+77.61%	+1.59%	+3.69%	+11.57%		-22.39%

	FAIXA	CUSTO TOTAL	CUSTO ESTOQUE	CUSTO ABERTURA	CUSTO SETUP	CUSTO ATRASO	SOLUÇÕES ÓTIMAS	ECO
CLASSE 5								
VALORES MÉDIOS	BASE	271174	74545	86193	27224	83212	0	
	25	291140	89297	87104	27755	86984	0	
	50	308395	103861	87234	27972	89328	0	
	75	324319	117314	87992	28354	90659	0	
	100	341623	131412	88062	28448	93701	0	
	MÉDIA	307330	103286	87317	27950	88777	0.0	
VAR % ENTRE EXPERIMENTOS	25	+7.36%	+19.79%	+1.06%	+1.95%	+4.53%		
	50	+5.93%	+16.31%	+0.15%	+0.78%	+2.69%		
	75	+5.16%	+12.95%	+0.87%	+1.37%	+1.49%		
	100	+5.34%	+12.02%	+0.08%	+0.33%	+3.36%		
VAR % EM RELAÇÃO À BASE	25	+7.36%	+19.79%	+1.06%	+1.95%	+4.53%		-5.21%
	50	+13.73%	+39.33%	+1.21%	+2.75%	+7.35%		-10.67%
	75	+19.60%	+57.37%	+2.09%	+4.15%	+8.95%		-17.63%
	100	+25.98%	+76.29%	+2.17%	+4.50%	+12.61%		-23.71%

Fonte: O Autor (2022)

Figura 1 - Análise de Sensibilidade para o Custo de Armazenamento

ANÁLISE DE SENSIBILIDADE - CUSTO DE ESTOQUE



Fonte: O Autor (2022)

APÊNDICE B – ANÁLISE DE SENSIBILIDADE DO CUSTO DE ABERTURA (DETALHADO)

	FAIXA	CUSTO TOTAL	CUSTO ESTOQUE	CUSTO ABERTURA	CUSTO SETUP	CUSTO ATRASO	SOLUÇÕES ÓTIMAS
CLASSE 1							
VALORES MÉDIOS	REF	55447	22098	0	10623	22726	20
	50-100	91157	23981	34344	10200	22632	20
	100-150	115786	28533	55103	9343	22807	20
	150-200	143202	32031	79355	8821	22995	20
	MÉDIA	101398	26661	42200	9747	22790	20.0
VAR % ENTRE EXPERIMENTOS	50-100	64.40%	8.52%	N/A	-3.98%	-0.41%	
	100-150	27.02%	18.98%	60.44%	-8.40%	+0.77%	
	150-200	23.68%	12.26%	44.01%	-5.59%	+0.82%	
VAR % EM RELAÇÃO À REF	50-100	64.40%	8.52%	N/A	-3.98%	-0.41%	
	100-150	108.82%	29.12%	N/A	-12.05%	+0.36%	
	150-200	158.27%	44.95%	N/A	-16.96%	+1.18%	
CLASSE 2							
VALORES MÉDIOS	REF	72210	26819	0	20350	25041	20
	50-100	128637	32597	52346	18615	25079	20
	100-150	166711	39549	84882	17122	25158	20
	150-200	189970	43307	104888	16421	25354	20
	MÉDIA	139382	35568	60529	18127	25158	20.0
VAR % ENTRE EXPERIMENTOS	50-100	78.14%	21.54%	N/A	-8.53%	+0.15%	
	100-150	29.60%	21.33%	62.16%	-8.02%	+0.32%	
	150-200	13.95%	9.50%	23.57%	-4.09%	+0.78%	
VAR % EM RELAÇÃO À REF	50-100	78.14%	21.54%	N/A	-8.53%	+0.15%	
	100-150	130.87%	47.47%	N/A	-15.86%	+0.47%	
	150-200	163.08%	61.48%	N/A	-19.31%	+1.25%	

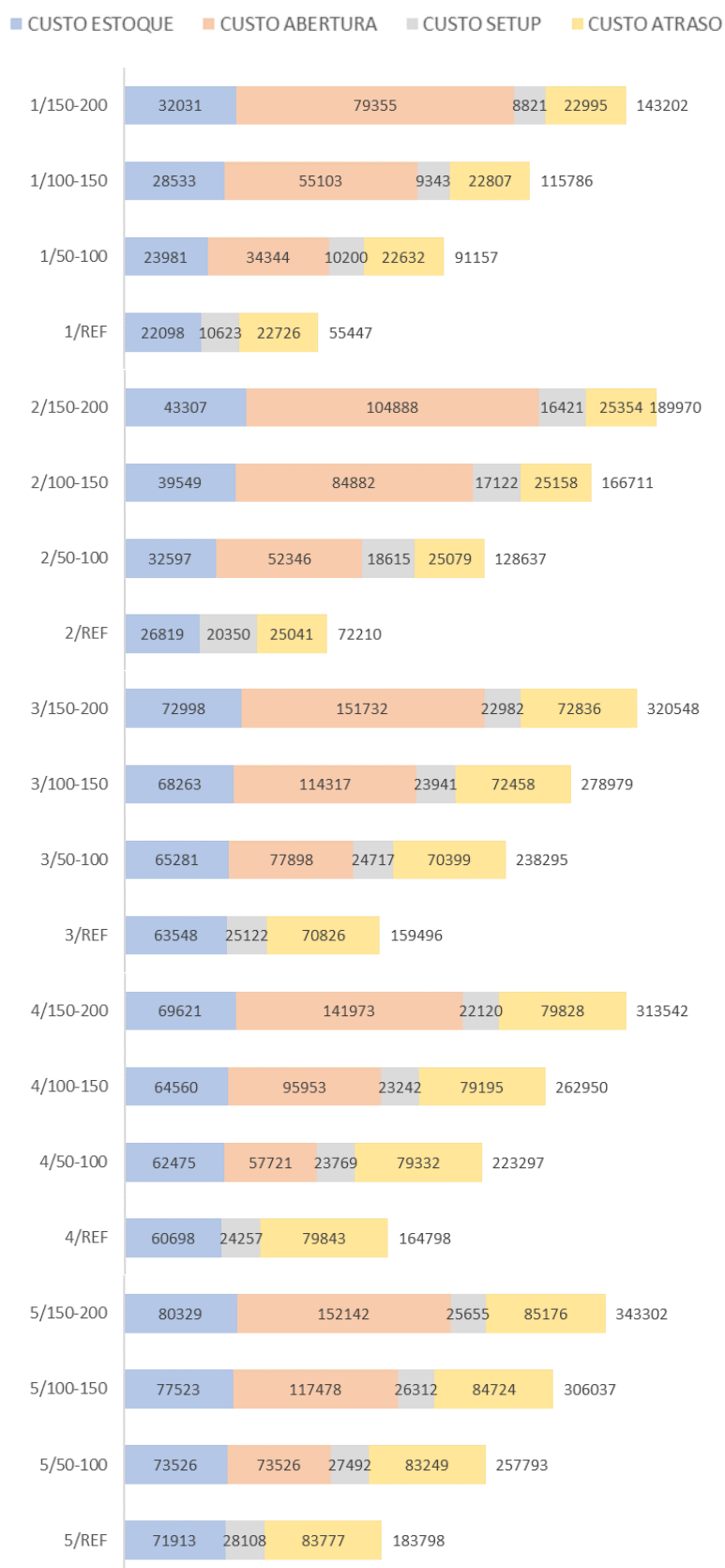
	FAIXA	CUSTO TOTAL	CUSTO ESTOQUE	CUSTO ABERTURA	CUSTO SETUP	CUSTO ATRASO	SOLUÇÕES ÓTIMAS
CLASSE 3							
VALORES MÉDIOS	REF	159496	63548	0	25122	70826	2
	50-100	238295	65281	77898	24717	70399	2
	100-150	278979	68263	114317	23941	72458	1
	150-200	320548	72998	151732	22982	72836	0
	MÉDIA	249330	67522	85987	24191	71630	1.25
VAR % ENTRE EXPERIMENTOS	50-100	49.41%	2.73%	N/A	-1.61%	-0.60%	
	100-150	17.07%	4.57%	46.75%	-3.14%	+2.92%	
	150-200	14.90%	6.94%	32.73%	-4.01%	+0.52%	
VAR % EM RELAÇÃO À REF	50-100	49.41%	2.73%	N/A	-1.61%	-0.60%	
	100-150	74.91%	7.42%	N/A	-4.70%	+2.30%	
	150-200	100.98%	14.87%	N/A	-8.52%	+2.84%	
CLASSE 4							
VALORES MÉDIOS	REF	164798	60698	0	24257	79843	1
	50-100	223297	62475	57721	23769	79332	1
	100-150	262950	64560	95953	23242	79195	0
	150-200	313542	69621	141973	22120	79828	0
	MÉDIA	241147	64339	73912	23347	79550	0.5
VAR % ENTRE EXPERIMENTOS	50-100	35.50%	2.93%	N/A	-2.01%	-0.64%	
	100-150	17.76%	3.34%	66.24%	-2.22%	-0.17%	
	150-200	19.24%	7.84%	47.96%	-4.83%	+0.80%	
VAR % EM RELAÇÃO À REF	50-100	35.50%	2.93%	N/A	-2.01%	-0.64%	
	100-150	59.56%	6.36%	N/A	-4.18%	-0.81%	
	150-200	90.26%	14.70%	N/A	-8.81%	-0.02%	

	FAIXA	CUSTO TOTAL	CUSTO ESTOQUE	CUSTO ABERTURA	CUSTO SETUP	CUSTO ATRASO	SOLUÇÕES ÓTIMAS
CLASSE 5							
VALORES MÉDIOS	REF	183798	71913	0	28108	83777	0
	50-100	257793	73526	73526	27492	83249	0
	100-150	306037	77523	117478	26312	84724	0
	150-200	343302	80329	152142	25655	85176	0
	MÉDIA	272732	75823	85787	26891	84231	0
VAR % ENTRE EXPERIMENTOS	50-100	40.26%	2.24%	N/A	-2.19%	-0.63%	
	100-150	18.71%	5.44%	59.78%	-4.29%	+1.77%	
	150-200	12.18%	3.62%	29.51%	-2.50%	+0.53%	
VAR % EM RELAÇÃO À REF	50-100	40.26%	2.24%	N/A	-2.19%	-0.63%	
	100-150	66.51%	7.80%	N/A	-6.39%	+1.13%	
	150-200	86.78%	11.70%	N/A	-8.73%	+1.67%	

Fonte: O Autor (2022)

Figura 2 - Análise de Sensibilidade para o Custo de Abertura

ANÁLISE DE SENSIBILIDADE - CUSTO DE ABERTURA



Fonte: O Autor (2022)