Universidade Federal de Mato Grosso do Sul
Instituto de Matemática
Programa de Pós-Graduação
Mestrado Profissional em
Matemática em Rede Nacional

Cássio Moscardini

Jogos de Habilidade, Jogos de Azar e Probabilidades: Uma Abordagem Educacional

Campo Grande - MS
2025

Universidade Federal de Mato Grosso do Sul
Instituto de Matemática
Programa de Pós-Graduação
Mestrado Profissional em
Matemática em Rede Nacional

Cássio Moscardini

Jogos de Habilidade, Jogos de Azar e Probabilidades: Uma Abordagem Educacional

Orientador Prof. Dr. Leandro Bezerra de Lima

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional do Instituto de Matemática da Universidade Federal de Mato Grosso do Sul - INMA/UFMS, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre.

Campo Grande - MS
2025

Jogos de Habilidade, Jogos de Azar e Probabilidades: Uma Abordagem Educacional

Cássio Moscardni

Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional do Instituto de Matemática da Universidade Federal de Mato Grosso do Sul - INMA/UFMS, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre.

Aprovado pela banca examinadora:

Prof. Dr. Leandro Bezerra de Lima (Orientador)
Universidade Federal de Mato Grosso do Sul - UFMS

Prof. Dr. Willy Alves de Oliveira Soler
Universidade Federal de Mato Grosso do Sul - UFMS

Prof. Dr. Aroldo José de Oliveira
Universidade Federal de Rondonópolis - UFR

Campo Grande - MS, 04 de Agosto 2025

Agradecimentos

A realização deste trabalho marca não apenas o encerramento de uma importante etapa acadêmica, mas também a concretização de um sonho, construído com o apoio e a presença de muitas pessoas especiais. Gostaria de expressar meu mais profundo e sincero agradecimento a todos que fizeram parte da minha trajetória até aqui.

Agradeço, em primeiro lugar, à Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, ao Instituto de Matemática e ao Programa de Pós-Graduação do Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT), pela oportunidade de crescimento acadêmico e pessoal proporcionada ao longo desta jornada.

Ao meu orientador, Prof. Dr. Leandro Bezerra de Lima , expresso minha imensa gratidão pela orientação, paciência, incentivo e dedicação ao longo de todo o processo. Sua confiança e apoio foram fundamentais para a construção deste trabalho e para o meu desenvolvimento como pesquisador.

Aos meus pais, a minha irmã e a minha esposa Jessica Dias da Silva, agradeço pelo apoio incondicional em todos os momentos e pela base sólida que sempre me proporcionaram. Vocês são meu alicerce, e tudo o que conquistei até aqui devo, em grande parte, a vocês.

Sou também profundamente grato a todos os professores que fizeram parte da minha formação, desde os primeiros anos escolares até o mestrado. Cada ensinamento, cada orientação e cada desafio contribuíram significativamente para o meu crescimento intelectual e humano.

Aos meus amigos e colegas de jornada Eder Pereira, Guilherme Monteiro, Gleyson Valhejo, Tiago Lio e Lucas Rojas, obrigado por cada momento de estudo compartilhado, pelas conversas, pelas risadas e pelo apoio nas horas difíceis. A presença de vocês tornou esta caminhada mais leve e significativa.

Aos membros da banca Prof. Dr. Willy Alves de Oliveira Soler e Prof. Dr. Aroldo José de Oliveira e também aos membros suplentes Prof. Dra. Lilian Milena Ramos Carvalho e e Prof. Dr. Renato Moraes Silva, que aceitaram participar deste momento importante em minha vida, assim como por suas contribuições.

A todas as pessoas que, de alguma forma, cruzaram o meu caminho, e me ensinaram algo valioso, me ajudaram ou me inspiraram.

A todos vocês, que fizeram e fazem parte da minha história, deixo o meu mais sincero e eterno agradecimento. Meu coração transborda de gratidão por ter tido a bênção de contar com pessoas tão especiais ao meu lado. Muito obrigado!

Resumo

O presente trabalho investiga a história, os fundamentos matemáticos dos jogos, com ênfase tanto nos jogos de habilidade quanto nos jogos de azar, salientando como suas práticas podem interferir na educação financeira e na formação de consciência crítica entre jovens. Para isso, a abordagem adotada analisa aspectos culturais de jogos de habilidade como Xadrez e *Go*, que se destacam pela ausência de sorte, até os jogos de azar como Jogo de Dados, *Blackjack*, *Bets* (apostas esportivas) e Loterias, nos quais o acaso desempenha papel central. A dissertação também apresenta um panorama da Teoria dos Jogos, com destaque para o conceito de Equilíbrio de Nash e sua aplicabilidade prática em contextos econômicos e cotidianos, buscando ampliar a compreensão sobre a lógica das decisões estratégicas. A abordagem interdisciplinar une matemática, psicologia e educação, evidenciando como a ilusão de controle, a impulsividade e a incompreensão das probabilidades favorecem o comportamento de risco, especialmente entre jovens. Nesse sentido, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) é utilizada como documento norteador, pois regulamenta a inclusão do tema nas escolas, visando fomentar o pensamento estatístico e a tomada de decisões conscientes. No que se refere à seção dedicada à conscientização financeira, é apresentado o crescimento das apostas *online* e o endividamento decorrente, abordando também os impactos sociais e psicológicos do vício em jogos de azar. São propostas intervenções educativas e estudos de caso que demonstram a eficácia de atividades pedagógicas voltadas ao esclarecimento sobre as reais chances de ganho. Por fim, a sequência didática apresenta sugestões de aulas práticas como simulações de jogos, análises de probabilidades em contextos lúdicos e estudos de casos com o objetivo de aproximar os estudantes do conteúdo matemático por meio de situações concretas . O documento destaca que o ensino de probabilidade por meio dos jogos como recurso didático pode proporcionar a compreensão dos conteúdos matemáticos envolvidos e também gerar implicações sociais e éticas, contribuindo para a formação de cidadãos críticos, autônomos e financeiramente conscientes.

Palavras-chave: probabilidade; jogos de azar; jogos de habilidade; educação financeira; ensino interdisciplinar; BNCC.

Abstract

The present study investigates the history and the mathematical foundations of games, with an emphasis on both skill-based and chance-based games, highlighting how playing them can influence financial education and the development of critical awareness among young people. For this purpose, the adopted approach analyzes cultural aspects of skill-based games such as Chess and Go, which stand out for the absence of luck, as well as games of chance such as Dice, Blackjack, sports betting, and Lotteries, in which randomness plays a central role. The dissertation also presents an overview of Game Theory, highlighting the concept of Nash Equilibrium and its practical applicability in both economic and everyday contexts, seeking to broaden the understanding of the logic behind strategic decision-making. The interdisciplinary approach combines mathematics, psychology, and education, demonstrating how the illusion of control, impulsivity, and misunderstanding of probabilities foster risk-taking behavior, particularly among young people. In this sense, Brazil's National Common Curricular Base (BNCC) is used as a guiding document, as it regulates the inclusion of the topic in schools, seeking to develop statistical thinking and conscious decision-making. The growth of online betting and the resulting indebtedness are shown in the section dedicated to financial awareness. The social and psychological impacts of gambling addiction are also addressed. Educational interventions and case studies are proposed. They demonstrate the effectiveness of pedagogical activities aimed at clarifying the real odds of winning. Lastly, the teaching sequence presents suggestions for practical lessons such as game simulations, probability analyses in playful contexts, and case studies. These aim to bring students closer to mathematical content through concrete situations. This document emphasizes that teaching probability through skill-based games as a teaching resource can enhance the understanding of the mathematical content involved and also create social and ethical implications, contributing to the formation of critical, autonomous, and financially conscious citizens.

Keywords: probability; gambling; skill-based games; financial education; interdisciplinary teaching; BNCC.

Sumário

Lista de tabelas

Lista de ilustrações

1 Introdução

A história dos jogos é um campo vasto, que não apenas reflete a evolução das culturas e sociedades, mas também os avanços na lógica, na matemática e nas ciências comportamentais. Segundo Huizinga (2007), os jogos sempre desempenharam um papel central nas interações humanas, desde as civilizações antigas até os tempos modernos, sendo uma forma de lazer, uma ferramenta de aprendizagem ou um meio de expressão cultural. O xadrez, por exemplo, remonta ao século VI, na Índia, e se espalhou por todo o mundo, simbolizando não apenas um jogo de estratégia, mas uma atividade que exige um raciocínio lógico sobre movimentos, consequências e probabilidades. Por outro lado, jogos como dados, bets, as loterias e os jogos de cassino como o *Blackjack* são exemplos de como o acaso e a sorte têm sido, historicamente, do comportamento humano, muitas vezes misturados com a tentativa de prever ou controlar o destino.

Embora os jogos de habilidade, como o Xadrez e o Go, envolvam estratégias complexas baseadas em raciocínio lógico, os jogos de azar, como *Bets* e Loterias, têm um apelo devido à imprevisibilidade e à promessa de ganhos. A divisão entre jogos de habilidade e jogos de azar nem sempre é clara, o que levanta questões importantes sobre os impactos psicológicos e financeiros desses jogos. Nos últimos anos, a popularização das apostas *online* e os altos prêmios das loterias trouxeram à tona preocupações sobre o aumento do endividamento, especialmente entre os jovens. Isso torna essencial o entendimento sobre as probabilidades, os riscos envolvidos e as implicações financeiras das apostas, sendo que a educação financeira pode ser uma ferramenta poderosa para prevenir decisões impulsivas e prejudiciais.

A educação financeira, conforme preconizado pela Base Nacional Comum Curricular (BNCC), é fundamental para o desenvolvimento de cidadãos capazes de tomar decisões responsáveis em relação ao consumo e ao manejo de seus recursos. Nesse sentido, a compreensão dos conceitos matemáticos por trás de probabilidades e suas aplicações nos jogos pode ser utilizada de forma pedagógica para ensinar os alunos a identificar riscos e a refletir sobre as consequências de suas escolhas financeiras. Mais do que aprender a calcular probabilidades, é essencial que os jovens desenvolvam uma visão crítica sobre os jogos de azar e a forma como eles podem influenciar seu comportamento financeiro.

Este trabalho tem como objetivo explorar a história e a evolução dos jogos, bem como analisar suas interações com o conceito de probabilidades e os impactos sociais, especialmente no que se refere ao endividamento e ao vício. A proposta é utilizar uma abordagem interdisciplinar que articule áreas como matemática, psicologia e educação financeira, com o intuito de desenvolver uma conscientização mais profunda entre os jovens sobre os perigos das apostas e a importância de uma gestão financeira equilibrada. Através da análise de casos práticos, a discussão sobre a Teoria dos Jogos e o estudo das probabilidades aplicadas aos jogos, busca-se proporcionar aos estudantes ferramentas para que possam, de forma consciente e informada, tomar decisões que protejam seu bem-estar financeiro, evitando a armadilha dos jogos de azar.

Ao longo deste estudo, serão apresentados exemplos históricos e contemporâneos dos jogos, com ênfase nas suas aplicações práticas no contexto educacional. O objetivo é mostrar como os jogos podem ser utilizados de forma construtiva, como uma ferramenta pedagógica para ensinar conceitos de matemática, raciocínio lógico, probabilidades e, sobretudo, a importância de escolhas financeiras mais conscientes. Além disso, serão discutidas propostas de intervenção educativa, com base em estudos de caso, para conscientizar sobre os riscos financeiros que envolvem jogos de azar, proporcionando aos alunos uma visão crítica sobre as práticas de consumo e o uso responsável de recursos financeiros. Assim, o trabalho se insere dentro de uma proposta educativa mais ampla, buscando, por meio da reflexão e do aprendizado prático, promover uma formação cidadã mais crítica e autônoma.

1.1 Problemática

A problemática central deste estudo gira em torno do impacto dos jogos de azar na educação financeira, especialmente entre os jovens, alunos do ensino médio. Com o crescente acesso a plataformas de apostas *online* e o aumento da popularidade das loterias, observa-se uma preocupação crescente com o endividamento e os riscos associados a esses jogos (FEBRABAN, estudo IPESPE, 2024). Muitos indivíduos, em especial os mais jovens, podem ser atraídos pela ilusão de riqueza instantânea, o que pode levar a decisões financeiras impulsivas e prejudiciais. A ausência de uma compreensão sólida sobre as probabilidades envolvidas nesses jogos muitas vezes contribui para essa percepção distorcida de sorte e azar, favorecendo escolhas financeiras arriscadas.

A questão principal que se coloca é como a falta de conscientização sobre as probabilidades dos jogos de azar e os riscos financeiros pode afetar negativamente a saúde financeira de indivíduos, levando-os ao endividamento, viciação e até mesmo ao comportamento compulsivo. Em muitos casos, a falta de uma educação financeira adequada não apenas impede que os jovens desenvolvam a capacidade de distinguir entre jogos de habilidade e de azar, mas também compromete sua habilidade de tomar decisões financeiras responsáveis no futuro (GRIFFITHS, 2010a). O problema é exacerbado pela cultura do consumo excessivo e pela disseminação de práticas de apostas de risco, que incentivam um ciclo vicioso de expectativas irrealistas e promessas de ganhos fáceis.

Neste contexto, a problemática também se estende à necessidade urgente de integrar conceitos de educação financeira e probabilidades no currículo escolar. A falta de habilidades financeiras adequadas pode gerar um efeito cascata, onde o não entendimento sobre riscos e probabilidades compromete a capacidade dos indivíduos de gerenciar seu próprio dinheiro de forma eficaz e responsável. Assim, a questão não se relaciona apenas com o vício em jogos de azar, mas também com as possíveis consequências financeiras a longo prazo, afetando a estabilidade econômica dos indivíduos e, por consequência, a sociedade como um todo.

A reflexão sobre esse problema é essencial para a construção de estratégias de conscientização e prevenção, que permitam aos jovens desenvolver um pensamento crítico em relação aos jogos de azar e suas implicações financeiras. Portanto, é necessário investigar formas de promover uma educação financeira mais eficaz, que inclua uma compreensão profunda das probabilidades envolvidas nos jogos, e, ao mesmo tempo, ofereça alternativas de aprendizagem que envolvam análise estratégica e decisões financeiras conscientes. O desafio está em como tornar essas questões acessíveis e relevantes para os estudantes, preparando-os para enfrentar os desafios financeiros do cotidiano com maior segurança e autonomia.

1.2 Objetivos

Objetivo Geral

Desenvolver a Conscientização Financeira: Promover atividades educativas que mostrem como o envolvimento em jogos de azar pode afetar as finanças pessoais, incentivando práticas financeiras responsáveis e a tomada de decisões mais conscientes no contexto do consumo e do jogo.

Objetivos Específicos

- Compreender a História dos Jogos: Analisar de forma breve a evolução dos jogos de habilidade e de azar e sua influência nos comporatamento sociedade.
- Estudar as Probabilidades nos Jogos: Realizar simulações práticas de jogos de azar, como loterias e *Blackjack*, para entender como as probabilidades podem ser utilizadas nas tomadas de decisões, devido ao fato de representarem uma medida com base em informações que se tem a priori, das expectativas de resultados, e aplicar esses conceitos em diferentes contextos de jogo.

1.3 Justificativa

A expansão das plataformas digitais de cassinos *online* e apostas esportivas tem ampliado significativamente o acesso dos jovens aos jogos de azar no Brasil. Pesquisa do

Datafolha (2024) aponta que 15% da população brasileira já realizou apostas esportivas digitais, sendo que quase 30% dos jovens entre 16 e 24 anos já apostaram, o dobro da média nacional. Essa faixa etária é a mais suscetível à ilusão de ganhos rápidos e ao endividamento.

Grande parte dos jogadores desconhece as reais probabilidades envolvidas nesses jogos, superestimando suas chances de vitória. Esse fenômeno, denominado ilusão de controle, foi descrito por Langer (1975) como a crença equivocada de que é possível influenciar resultados de eventos puramente aleatórios. Tal percepção contribui para decisões impulsivas e para o comportamento de risco, incluindo dívidas e problemas sociais. Um estudo recente da Universidade Federal de São Paulo (UNIFESP), por meio do Levantamento Nacional de Jogos de Azar e Apostas (LENAD, 2025), revelou que 10,9 milhões de brasileiros apresentam uso problemático de apostas, sendo que entre adolescentes de 14 a 17 anos, 10,5% já apostaram no último ano, e mais da metade destes (55,2%) está em situação de risco.

No campo educacional, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) estabelece como diretriz a formação de cidadãos críticos e responsáveis, destacando a importância da educação financeira e do pensamento probabilístico (BRASIL, 2018). Integrar o ensino de probabilidades à educação financeira, portanto, constitui uma estratégia pedagógica capaz de conscientizar os estudantes sobre os riscos dos jogos de azar e estimular práticas de consumo mais seguras.

Assim, este trabalho justifica-se pela necessidade de analisar a relação entre jogos, probabilidades e educação financeira, defendendo a inserção de propostas educativas que contribuam para a prevenção do endividamento juvenil e para a promoção de decisões financeiras conscientes, em consonância com as competências estabelecidas pela BNCC.

1.4 Organização do Trabalho

O restante deste trabalho está organizado da seguinte forma:

Capítulo 1: O qual apresenta o contexto, a problemática, os objetivos, a justificativa e a organização do trabalho. Este capítulo também destaca a importância do tema e sua relevância para a educação financeira e o ensino de probabilidades.

Capítulo 2: Aborda a evolução dos jogos de habilidade e de azar ao longo da história, suas características e impactos culturais e sociais. São discutidos exemplos como Xadrez, Go, Roleta e Loterias.

Capítulo 3: Com foco nos fundamentos teóricos, incluindo o conceito de Equilíbrio de Nash e suas aplicações em contextos econômicos e cotidianos. Este capítulo também explora a relação entre jogos, estratégias e tomada de decisão.

Capítulo 4: Analisando os impactos das apostas online no endividamento, especialmente entre jovens, e propondo estratégias educativas alinhadas à Base Nacional Comum Curricular (BNCC). Inclui estudos que ilustram a eficácia de intervenções pedagógicas.

Capítulo 5: Explorando a aplicação dos conceitos de probabilidade em jogos como Go e Jogo de Dados. Este capítulo inclui análises estatísticas e comparações entre jogos de habilidade e de azar.

Capítulo 6: Com propostas de atividades práticas para o ensino de probabilidades e conscientização financeira, utilizando jogos como ferramentas pedagógicas. As atividades são projetadas para engajar os estudantes,promover o pensamento crítico e a conscientização sobre os impactos causados pela jogatina na vidas das pessoas, principalmente financeiros.

Capítulo 7: Sintetizando os principais achados do trabalho, suas implicações para a educação e sugestões para futuras pesquisas. Este capítulo também reforça a importância da abordagem interdisciplinar para combater os problemas atrelados a normalização dos jogos de azar.

2 Histórico dos Jogos

2.1 O Jogo

O conceito de jogo faz parte da experiência humana desde os tempos mais remotos. Desde a infância, interagimos com diferentes formas de jogos, como xadrez, damas, cartas, incluindo baralho tradicional e variantes modernas como Uno, além de esportes e jogos eletrônicos (OLIVEIRA, 2025). Entretanto, a noção de jogo transcende o mero entretenimento. A lógica dos jogos está presente em inúmeros aspectos da vida cotidiana, incluindo negociações empresariais, disputas políticas, tomadas de decisão estratégicas e até mesmo conflitos geopolíticos. A razão para isso é que muitas dessas situações envolvem interações estratégicas entre os participantes, nas quais as escolhas de um influenciam os resultados dos outros, caracterizando um jogo no sentido formal.

De maneira geral, um jogo pode ser definido como uma atividade estruturada que envolve regras e objetivos claros, podendo ser praticado individualmente, contra outros participantes ou ainda contra sistemas computacionais. Quando há mais de um jogador, as decisões tomadas são interdependentes, isto é, as escolhas de cada participante influenciam o resultado final. Já nos jogos individuais ou contra máquinas, o desafio está em superar obstáculos ou algoritmos programados, exigindo estratégias que considerem as condições impostas pelas regras do jogo.

Ainda segundo Oliveira (2025), para entender a estrutura de um jogo, ele pode ser descrito formalmente por três elementos fundamentais:

• Jogadores: São os agentes envolvidos no jogo, que podem ser indivíduos, grupos, empresas, países ou qualquer outra entidade que tome decisões estratégicas. Em termos matemáticos, o conjunto de jogadores é frequentemente representado como

$$N = \{1, 2, \ldots, n\}$$

onde n é o número total de participantes.

• Estratégias: Cada jogador i possui um conjunto de estratégias S_i que engloba todas as opções de ação disponíveis para ele. No xadrez, por exemplo, as estratégias incluem jogadas como "mover o bispo para e5"ou "capturar a torre do adversário".(OLIVEIRA, 2025).

• Função de Recompensa ($Payoff$): Em Teoria dos Jogos, a função de recompensa, também chamada de função $Payoff$, representa o retorno ou ganho de um jogador diante de determinada combinação de decisões/jogadas feitas por todos os participantes. Cada jogador possui uma função de recompensa vi, que associa a cada conjunto de estratégias $s = (s_1, s_2 \ldots, s_n)$ um valor numérico que representa o ganho do jogador. Esse valor pode ser concreto (como dinheiro em apostas) ou abstrato (como satisfação pessoal ou vantagem competitiva) (PIM, 2021).

Os jogos podem ser categorizados com base em suas regras, objetivos e nível de interação estratégica. A seguir, alguns exemplos ilustram diferentes formas de jogos:

• Xadrez: Um exemplo clássico de jogo de estratégia pura, onde dois jogadores competem para derrotar o adversário. Cada movimento é escolhido em resposta às ações do oponente, exigindo planejamento, antecipação e cálculos. A profundidade estratégica do xadrez foi extensivamente estudada por pesquisadores, como De Groot (1965), que analisou o pensamento dos jogadores durante as partidas.

• Pôquer: Um jogo que combina estratégia, probabilidade e blefe. Os jogadores precisam decidir quando apostar, passar ou aumentar suas apostas, levando em conta tanto as probabilidades matemáticas quanto o comportamento dos oponentes. Von Neumann e Morgenstern (1995) demonstraram que a Teoria dos Jogos pode ser aplicada para analisar estratégias ótimas no pôquer.

• Loterias: Diferente dos jogos anteriores, as loterias são baseadas exclusivamente na sorte. Os jogadores compram bilhetes e aguardam o sorteio aleatório de números. Mesmo com chances extremamente baixas de vitória, milhões de pessoas continuam participando, o que pode ser explicado por fatores psicológicos como a percepção distorcida de probabilidade e o viés da esperança (RAYLU; OEI, 2004).

• Apostas esportivas: Os apostadores precisam considerar não apenas as habilidades dos times e atletas, mas também as estratégias das casas de apostas e a influência das apostas de outros jogadores no mercado. As apostas esportivas são um exemplo de jogo onde a interação estratégica é crucial, pois as odds (cotações) mudam conforme o volume de apostas e a expectativa dos participantes (KING; DELFABBRO, 2005).

Muitos jogos não envolvem apenas ganhos numéricos, mas também preferências subjetivas dos jogadores. Nessas situações, as decisões são guiadas por critérios individuais de satisfação (ou utilidade).

Para analisar essas escolhas, utilizam-se relações de preferência, que devem satisfazer propriedades de racionalidade — em particular, completude e transitividade, conforme a formulação padrão em MAS-COLELL, WHINSTON & GREEN (1995).

Seja A um conjunto não vazio de *ações* disponíveis ao decisor. Cada $a \in A$ induz um *resultado* em X, conjunto de alternativas possíveis. A avaliação desses resultados é feita por meio de uma *relação de preferência*.

Definição 1 (Preferência irrestrita). Uma relação binária $\succeq \subseteq X \times X$ é chamada de *preferência irrestrita* quando, para quaisquer $x, y \in X$,

$$x \succeq y$$

significa que "x é pelo menos tão bom quanto y".

A partir dessa relação geral, derivam-se noções específicas de comparação (cf. MAS-COLELL, WHINSTON & GREEN, 1995):

Definição 2 (Preferência estrita). Para $x, y \in X$,

$$x \succ y \iff \big(x \succeq y \ \wedge \ \neg(y \succeq x)\big),$$

interpretada como "x é estritamente preferível a y".

Definição 3 (Indiferença). Para $x, y \in X$,

$$x \sim y \iff \big(x \succeq y \ \wedge \ y \succeq x\big),$$

situação em que x e y são considerados igualmente satisfatórios.

Segundo MAS-COLELL, WHINSTON & GREEN (1995), para que uma relação de preferência seja considerada *racional* ela deve satisfazer dois axiomas fundamentais:

Definição 4 (Completude). A relação $\succeq$ é *completa* se, para quaisquer $x, y \in X$,

$$x \succeq y \ \vee \ y \succeq x.$$

Esse axioma garante que todo par de alternativas pode ser comparado.

Definição 5 (Transitividade). A relação $\succeq$ é *transitiva* se, para quaisquer $x, y, z \in X$,

$$(x \succeq y \ \wedge \ y \succeq z) \Rightarrow x \succeq z.$$

Esse axioma assegura consistência global das escolhas, evitando contradições como preferir $x \succeq y$, $y \succeq z$ e, simultaneamente, $z \succeq x$.

Essas preferências são essenciais para compreender decisões estratégicas em contextos abstratos, como eleições políticas, negociações diplomáticas e escolhas econômicas (PIM, 2021).

A compreensão dos jogos e de suas dinâmicas estratégicas tem implicações diretas em diversas áreas do conhecimento. Alguns exemplos notáveis incluem:

• Economia: A Teoria dos Jogos é amplamente utilizada para modelar competições entre empresas, precificação de produtos e negociações de mercado. O conceito de Equilíbrio de Nash descreve um estado em que nenhum jogador tem incentivo para alterar unilateralmente sua estratégia, sendo uma ferramenta essencial na análise de mercados oligopolistas (NASH, 1950).

• Ciência Política: A Teoria dos Jogos é aplicada no estudo de eleições, formação de coalizões políticas e estratégias de negociação em relações internacionais. Axelrod (1984) demonstrou como estratégias cooperativas podem emergir em interações repetidas entre países.

• Biologia: A Teoria dos Jogos Evolutivos é utilizada para modelar a competição por recursos e a cooperação entre organismos. Maynard Smith (1982) introduziu o conceito de Estratégia Evolutivamente Estável (ESS), que explica como certos comportamentos podem se tornar dominantes em populações ao longo do tempo.

• Educação: Jogos são frequentemente empregados como ferramentas pedagógicas para ensinar conceitos matemáticos, lógicos e estratégicos. Gee (2003) argumenta que jogos eletrônicos podem promover aprendizado significativo ao desafiar os jogadores a resolver problemas complexos de maneira interativa.

O principal objetivo do ensino é promover a aprendizagem. Mas, se aceitarmos essa afirmação, surgem algumas questões importantes: o que significa realmente aprender? Que tipo de aprendizagem estamos buscando? Para responder a essas perguntas, podemos recorrer à interpretação epistemológica cognitivista proposta por Ausubel(2003). Nesse sentido, a aprendizagem ocorre quando a informação é compreendida de forma significativa,ou seja, quando não é arbitrária (sem sentido ou aleatória), mas sim lógica, plausível e relacionada ao que o aluno já sabe. Além disso, essa aprendizagem não deve ser apenas literal, mas sim carregada de significado (AUSUBEL, 2003).

Assim, jogos são muito mais do que uma simples forma de entretenimento; eles representam interações estratégicas que permeiam diversas áreas da vida. A abordagem formal dos jogos permite analisar desde situações recreativas até decisões complexas em economia, política e biologia. A Teoria dos Jogos fornece um arcabouço matemático poderoso para entender essas interações, ajudando a modelar cenários competitivos e cooperativos de maneira rigorosa.

Ao compreender melhor os jogos e suas implicações, podemos desenvolver habilidades analíticas e estratégicas valiosas para a tomada de decisões em diferentes contextos. Seja no planejamento de uma jogada no xadrez, na escolha de uma aposta esportiva ou na formulação de uma estratégia empresarial, os princípios dos jogos manifestam-se constantemente em nossa vida social e econômica, moldando escolhas e estratégias cotidianas

2.2 Jogos de Habilidades

Os jogos de habilidades têm uma história milenar, sendo praticados em diversas culturas ao redor do mundo. Eles são caracterizados por exigirem dos jogadores não apenas sorte, mas principalmente habilidades cognitivas, como raciocínio lógico, estratégia, antecipação e tomada de decisões. Esses jogos podem ser usados como ferramentas para o desenvolvimento intelectual e social, servindo como ferramentas educacionais e de entretenimento ao longo da história. Dois dos exemplos mais emblemáticos desses jogos são o Xadrez e o *Go*, ambos com origens antigas e profundas influências culturais e educacionais.

Os jogos de habilidades são aqueles em que o resultado depende principalmente da capacidade do jogador, e não do acaso. Eles exigem pensamento estratégico, memória, concentração e capacidade de planejamento. Exemplos clássicos incluem o xadrez, um jogo de estratégia que simula um campo de batalha, onde cada peça tem movimentos específicos; o *Go*, um jogo de tabuleiro que envolve o controle de territórios por meio da colocação de pedras; o gamão, que combina estratégia e probabilidade; e jogos de cartas estratégicos, como o *Bridge* e o Pôquer, que exigem leitura de oponentes e gestão de recursos (KISSHIKAWA, 2011).

Com registros em civilizações como o Egito, a Grécia e a China. Esses jogos eram vistos não apenas como entretenimento, mas também como ferramentas de ensino e preparação para a vida. No Egito Antigo, o *Senet*, um dos jogos de tabuleiro mais antigos conhecidos, era praticado por faraós e nobres. Acreditava-se que o jogo tinha significados religiosos e simbólicos, representando a jornada da alma após a morte (PICIONE, 1980). Na Grécia Antiga, o *Petteia* era um jogo de estratégia semelhante ao xadrez, praticado por filósofos e guerreiros. Platão mencionou o jogo em seus diálogos, destacando sua importância para o desenvolvimento intelectual. Na China Antiga, o *Go*, conhecido como *Weiqi*, surgiu há mais de 2.500 anos e era considerado uma das Quatro Artes que um erudito deveria dominar, ao lado da caligrafia, pintura e música (HATTORI, 1998).

Ao longo dos séculos, esses jogos se espalharam por diferentes culturas, sofrendo adaptações e ganhando novas formas. Por exemplo, o xadrez, originário da Índia como Chaturanga, foi adaptado na Pérsia como *Shatranj* e, posteriormente, na Europa medieval, onde se transformou no xadrez moderno (MURRAY, 1913). O *Go* se difundiu no Japão, onde se tornou uma prática cultural e intelectual profundamente enraizada, associada à filosofia e ao desenvolvimento mental (KISHIKAWA, 2011).

No século XV, por exemplo, o Xadrez foi incorporado às cortes europeias como símbolo de nobreza e inteligência, sendo utilizado para treinar líderes em estratégia e tomada de decisões (MURRAY, 1913). Já no século XX, o avanço das competições internacionais e a atuação de grandes mestres como Garry Kasparov e, posteriormente, Magnus Carlsen contribuíram para consolidar o xadrez como esporte intelectual de alto rendimento, com ampla difusão midiática (SHENK, 2007). No Japão, o jogo de *Go* foi associado ao desenvolvimento de paciência, disciplina e pensamento estratégico. Praticado por filósofos, estrategistas e monges budistas como forma de meditação ativa, também foi explorado como recurso para o ensino de gestão de recursos e análise de cenários complexos (KISHIKAWA,2011).

No contexto contemporâneo, esses jogos continuam a ser valorizados, especialmente no âmbito educacional. Eles são utilizados para estimular o pensamento crítico, a criatividade e a capacidade de resolver problemas complexos, competências essenciais para a formação de indivíduos preparados para os desafios do mundo moderno. Programas educacionais utilizam jogos como o xadrez e o *Go* para ensinar matemática, lógica e estratégia. Por exemplo, o Projeto Xadrez nas Escolas no Brasil tem como objetivo melhorar o desempenho acadêmico e a socialização de estudantes (ALMEIDA, 2010). No Japão, o *Go* é ensinado em escolas como uma forma de desenvolver o pensamento crítico e a paciência (KISHIKAWA,2011).

A história dos jogos de habilidades, como o Xadrez e o *Go*, demonstra sua capacidade de transcender culturas e épocas, consolidando-se como práticas que unem entretenimento e desenvolvimento intelectual. Sua longa trajetória evidencia não apenas seu valor lúdico, mas também seu potencial como ferramentas poderosas para o aprimoramento de habilidades essenciais, tanto no passado quanto no presente. No mundo moderno, esses jogos continuam a ser relevantes, contribuindo para a formação de indivíduos mais criativos, estratégicos e preparados para os desafios da vida.

2.3 Jogos de Azar

A história dos jogos de azar está profundamente entrelaçada com a evolução das sociedades humanas, refletindo não apenas transformações culturais e econômicas, mas também avanços tecnológicos e mudanças nas percepções morais e legais ao longo do tempo. Desde a Antiguidade, a prática de apostar em eventos incertos, confiando na sorte como fator determinante, esteve presente em diversas civilizações, ganhando novas formas e significados conforme as sociedades se desenvolveram.

Na Antiguidade, os jogos de azar não eram meramente uma forma de entretenimento, mas também possuíam forte caráter religioso e ritualístico. No Egito Antigo, por exemplo, há registros de que os dados eram utilizados em práticas divinatórias, onde acreditava-se que o resultado de um lançamento poderia revelar a vontade dos deuses (WILSON, 2007). Já na Grécia Antiga, os jogos de azar eram amplamente aceitos e associados a divindades, especialmente Hermes, considerado o deus da sorte e dos comerciantes. Os gregos frequentemente apostavam em eventos atléticos e jogos de dados, muitas vezes relacionando os resultados ao destino traçado pelos deuses.

Em Roma durante o Império Romano, os jogos de azar eram igualmente populares, principalmente entre soldados e cidadãos comuns, que viam essas práticas como uma forma de lazer e socialização. No entanto, a disseminação desse hábito levou à criação de regulamentações específicas, como a Lex Aleatoria, uma lei que restringia o jogo em determinadas circunstâncias, especialmente para evitar abusos e fraudes (SCHWARTZ, 2006). Apesar dessas proibições, o jogo permaneceu uma atividade comum, tanto entre a aristocracia quanto entre as camadas populares.

Durante a Idade Média, a moral cristã teve um impacto significativo sobre os jogos de azar, que passaram a ser amplamente condenados pela Igreja Católica. A doutrina religiosa considerava essas práticas um desvio moral e um incentivo ao vício, associando-as à ganância e à corrupção espiritual. Como resultado, diversos decretos e proibições foram implementados em diferentes reinos europeus, restringindo a prática dos jogos de azar, especialmente entre os estratos sociais mais baixos. No entanto, essa rejeição não impediu que os jogos continuassem a ser praticados, sobretudo nas cortes reais e entre a nobreza, onde apostas em cartas e dados eram comuns. Paralelamente, mercados e feiras medievais muitas vezes abrigavam jogos de azar clandestinos, que serviam como forma de entretenimento e, em alguns casos, como fonte de renda para viajantes e mercadores (SCHWARTZ, 2006).

Nos séculos XVIII e XIX, os jogos de azar ganharam um novo *status* social, impulsionados pela urbanização e pelo crescimento do capitalismo. Durante esse período, surgiram os primeiros cassinos organizados na Europa, proporcionando um ambiente mais regulamentado e luxuoso para a prática de apostas. Um dos marcos mais emblemáticos dessa época foi o surgimento da roleta, na França do século XVIII. Esse jogo rapidamente se tornou um dos principais símbolos dos cassinos europeus, especialmente em Monte Carlo, onde atraiu a aristocracia e a burguesia emergente. O fascínio pela roleta e por outros jogos de apostas refletia uma nova mentalidade econômica, na qual o risco e a incerteza passaram a ser vistos como elementos naturais da sociedade capitalista em ascensão (SORTEADOR, 2024).

Nos séculos XX e XXI, os jogos de azar passaram por uma transformação radical, impulsionada pelo avanço tecnológico. A invenção dos cassinos modernos e a regulamentação das apostas em diversas partes do mundo consolidaram a indústria do jogo como um dos setores mais lucrativos da economia global. No entanto, a verdadeira revolução ocorreu com a popularização da internet, que possibilitou a migração dos jogos de azar para plataformas digitais. Cassinos virtuais, apostas esportivas online e jogos de loteria passaram a estar disponíveis a qualquer hora e em qualquer lugar, tornando-se acessíveis a um público global. Essa democratização do acesso, no entanto, trouxe desafios significativos, como a falta de regulamentação em diversos países, o aumento dos casos de ludopatia (vício em jogos) e a dificuldade de monitoramento do comportamento dos jogadores. Além disso, o uso de criptomoedas e outros métodos de pagamento anônimos facilitou transações ilegais e lavagem de dinheiro em plataformas não regulamentadas (KING; DELFABBRO,2005).

Dessa forma, a evolução dos jogos de azar reflete as mudanças tecnológicas e econômicas, e variações nas normas sociais e jurídicas que buscam equilibrar o entretenimento e os riscos associados a essa prática. Enquanto, em alguns contextos, os jogos são regulamentados e utilizados como fonte de arrecadação para o Estado, em outros, são alvo de proibições e restrições rigorosas. O futuro da indústria do jogo dependerá da capacidade das sociedades de encontrar um equilíbrio entre liberdade de entretenimento e proteção contra os efeitos negativos do vício e da exploração financeira.

Diferentemente dos jogos de habilidades, como xadrez e *Go*, que exigem raciocínio lógico, estratégia e planejamento, os jogos de azar são regidos pela sorte e pelas probabilidades. Sua essência está na imprevisibilidade, no risco e na possibilidade de ganhos rápidos e significativos. Essa característica, ao mesmo tempo que os torna atraentes, também os coloca no centro de debates sobre seus impactos sociais, econômicos e psicológicos.

Por definição, os jogos de azar são aqueles em que o resultado depende principalmente do acaso, e não da habilidade do jogador. Eles são baseados em probabilidades e estatísticas, e seu apelo está na possibilidade de ganhos rápidos e significativos. Exemplos clássicos incluem:

•Roleta: Um jogo de cassino em que os jogadores apostam em números, cores ou grupos de números, com base no giro de uma roda. A roleta é um dos símbolos mais icônicos dos cassinos modernos, tendo surgido na França no século XVIII (SORTEADOR,2024).

•Dados: Jogos como o craps, onde os jogadores apostam no resultado do lançamento de dados. Os dados são um dos jogos de azar mais antigos, com registros que remontam à Antiguidade (WILSON, 2007).

•Loterias: Jogos de números em que os participantes compram bilhetes com a esperança de acertar uma combinação sorteada aleatoriamente. As loterias modernas, como a Mega-Sena no Brasil, são uma fonte significativa de arrecadação para o governo, com parte dos recursos destinados a programas sociais e culturais (BRASIL, 2025).

2.4 Loterias e Jogos de Apostas na Modernidade

Os jogos de azar passaram por uma transformação significativa ao longo dos séculos, evoluindo de práticas informais para atividades regulamentadas e institucionalizadas. As loterias, por exemplo, surgiram na Europa no século XV como uma forma de financiar projetos públicos, como a construção de portos, universidades e outras infraestruturas. A primeira loteria pública na Inglaterra, em 1569, marcou o início de uma tendência que se espalhou globalmente. Nos Estados Unidos, as loterias foram utilizadas para financiar a construção de universidades e outras obras de grande escala, consolidando-se como uma ferramenta eficaz para arrecadar fundos (GROTE, 2011). No Brasil, a Loteria Federal e a Mega-Sena seguem esse modelo, com parte dos recursos destinados a programas sociais e culturais (BRASIL, 2025).

No século XX, os cassinos se consolidaram como atrações turísticas em cidades como Las Vegas nos Estados Unidos e Mônaco na Europa, impulsionados pela indústria do entretenimento e pela mídia. A combinação de jogos de azar com serviços de luxo, como hotéis e restaurantes, transformou esses locais em destinos globais. No entanto, a popularização dos cassinos também trouxe preocupações com o vício e a exposição de jovens a esses ambientes. A transição para o ambiente digital no século XXI revolucionou a indústria, com o surgimento de cassinos virtuais e apostas online, que oferecem acesso irrestrito e anonimato, especialmente com o uso de criptomoedas. Essa acessibilidade, aliada à falta de educação sobre probabilidades e riscos, aumentou a vulnerabilidade dos jogadores, principalmente os jovens, ao vício em jogos de azar (McCORMICK,2012).

As apostas esportivas também ganharam destaque com a digitalização, tornando-se uma das formas mais populares de jogo online. Plataformas digitais oferecem uma experiência imersiva e altamente viciante, com apostas ao vivo e gamificação. A gamificação, que incorpora recompensas instantâneas e sistemas de pontos, mantém os jogadores engajados por mais tempo, criando um ciclo vicioso de apostas. Essa dinâmica, combinada com a ilusão de controle e a promessa de ganhos rápidos, agrava os riscos de comportamentos compulsivos, especialmente entre jovens adultos, que muitas vezes não têm maturidade para avaliar os riscos envolvidos (DELFABBRO et al., 2005).

O impacto dos jogos de azar na sociedade contemporânea é ambivalente. Por um lado, eles são uma fonte significativa de arrecadação para governos e uma forma de entretenimento para milhões de pessoas. Por outro, estão associados a problemas graves, como vício, endividamento e impactos psicológicos negativos.

•Vício em Jogos de Azar:

O vício em jogos de azar, conhecido como ludopatia, é um distúrbio psicológico que pode levar a graves consequências, como endividamento, problemas familiares e até mesmo crimes. A ilusão de controle e a crença em sorte podem levar a comportamentos impulsivos (AMERICAN PSYCHIATRIC ASSOCIATION, 2013). Estudos mostram que os jogadores patológicos tendem a subestimar as probabilidades de perda e superestimar as chances de ganho, o que os leva a apostar de forma compulsiva (KING; DELFABBRO, 2014).

•Consequências Financeiras e Psicológicas:

As loterias oferecem prêmios elevados, mas as chances de vitória são extremamente baixas, criando uma ilusão de controle e esperança irrealista. Essa dinâmica, aliada à falta de educação financeira, contribui para o jogo compulsivo, resultando em consequências negativas como ansiedade, endividamento e danos às relações sociais. A transição para o ambiente digital ampliou esses problemas, com plataformas online facilitando o acesso e aumentando os riscos de comportamentos problemáticos (RAYLU; OEI, 2004).

•Regulamentação e Políticas Públicas:

A falta de regulamentação eficaz e a dificuldade de monitorar atividades online agravam os problemas associados aos jogos de azar. A BNCC propõe que a educação prepare os alunos para lidar com riscos financeiros de maneira crítica, abordando além de probabilidades, e as consequências sociais e psicológicas do comportamento impulsivo (BRASIL,2017). Programas de conscientização e educação financeira são essenciais para capacitar os jovens a tomar decisões informadas e responsáveis.

A popularização dos jogos de azar, tanto no ambiente físico quanto no digital, trouxe benefícios econômicos e desafios significativos. Enquanto as loterias e cassinos geram receitas e empregos, o vício em jogos de azar e seus impactos negativos na saúde mental e financeira exigem atenção urgente. A educação financeira e a conscientização sobre as probabilidades são fundamentais para mitigar esses problemas, especialmente entre os jovens, que são os mais vulneráveis às apostas *online*. Nesse contexto, instrumentos como o Imposto de Pigou, que busca taxar atividades com custos sociais elevados, podem ser aplicados ao setor de jogos de azar como forma de compensar os danos coletivos e financiar políticas de prevenção. Assim, a regulamentação rigorosa, aliada a políticas públicas que priorizem a saúde e o bem-estar dos cidadãos, é essencial para equilibrar os benefícios e os riscos dos jogos de azar na sociedade contemporânea.

3 Teoria dos Jogos

Esse capítulo analisa fundamentos históricos e teóricos da Teoria dos Jogos, evidencia como surgiu, evoluiu e se aplicou ao longo da história. Em seguida, serão examinadas as contribuições dessa teoria para entender comportamentos estratégicos em diferentes contextos sociais, econômicos e políticos, com foco no conceito de Equilíbrio de Nash, que constitui um dos principais alicerces desse campo. Ademais, serão explorados exemplos de situações em que a tomada de decisão racional entre agentes interdependentes evidencia a complexidade e a relevância da Teoria dos Jogos na compreensão das dinâmicas humanas e institucionais.

A Teoria dos Jogos é um dos ramos da matemática aplicada e da economia que estuda situações estratégicas nas quais os participantes tomam decisões baseadas na expectativa de comportamento dos demais envolvidos (AZEVEDO, 2010).

Tavares, (2009, p. 10-11) define a Teoria dos Jogos como:

> A análise quantitativa de qualquer situação que envolva pelo menos duas partes em conflito, com o objetivo de indicar as estratégias ótimas para cada uma delas e alcançar os melhores resultados possíveis. [...] A Teoria dos Jogos pressupõe que os jogadores estabeleçam um programa de jogo que lhes possibilite alcançar resultados ótimos, considerando que os concorrentes também tentam formular planos semelhantes.

Marinho (2000, p. 41) complementa essa visão ao afirmar que a Teoria dos Jogos é um método matemático que formaliza processos de tomada de decisão por agentes que reconhecem sua interação mútua, destacando o raciocínio estratégico "Penso que você pensa o que eu penso sobre você mesmo."

Essa interdependência torna o estudo da teoria essencial para analisar os processos de tomada de decisão em diversos campos. Segundo Almeida (2003, p. 183), a Teoria dos Jogos investiga matematicamente situações de conflito de interesses para identificar as melhores opções diante de condições específicas, permitindo alcançar os objetivos desejados por um jogador racional.

O estudo dessa teoria é particularmente relevante em cenários nos quais há múltiplos agentes buscando maximizar seus próprios ganhos, tornando-se uma ferramenta essencial na administração de conflitos e negociações. Oliveira Filho (2011, p. 251) destaca que:

> O uso de experimentos por modelos de jogos para formalizar situações de conflito visa detectar os aspectos mais importantes de cada circunstância e como influenciam as deliberações e o comportamento dos agentes.

O estudo da Teoria dos Jogos remonta ao século XVII, mas seu desenvolvimento mais significativo ocorreu no século XX, especialmente após a Primeira Guerra Mundial, quando matemáticos passaram a tratá-la como uma ciência formal (ALMEIDA 2003, p. 177).

Um dos pioneiros nesse campo foi o matemático francês Émile Borel, que, ao estudar o pôquer, analisou o conceito de blefe e percebeu que um jogador baseia sua jogada na expectativa das ações do adversário. Borel buscava determinar a existência e viabilidade de uma estratégia ótima que garantisse a vitória do jogador (AZEVEDO 2010, p. 54). Tavares (2009, p. 6) destaca que Borel foi o primeiro a definir a expressão "jogos de estratégia"e a publicar estudos sobre jogos envolvendo dois participantes e múltiplas estratégias.

Azevedo (2010, p. 53) reforça essa ideia ao afirmar que "Um jogador baseia suas ações no pensamento que ele tem da jogada do seu adversário, que, por sua vez, se baseia nas possibilidades de jogo do oponente."

Outro nome fundamental no desenvolvimento da teoria foi John Von Neumann, matemático que consolidou a Teoria dos Jogos como uma ciência exata aplicada à economia. Conforme Almeida (2003, p. 177), Neumann publicou estudos sobre o tema desde 1929, mas sua principal contribuição foi a obra "Theory of Games and Economic Behavior"(1944), escrita em conjunto com Oskar Morgenstern. Esse trabalho analisou problemas típicos do comportamento econômico sob a perspectiva de jogos estratégicos.

Von Neumann introduziu conceitos essenciais, como o princípio do minimax/maximin e os jogos de soma zero. Abrantes (2004, p. 56 e 73) explica que:

> A estratégia do $'maximin'$ busca maximizar o ganho mínimo, enquanto a estratégia do $'minimax'$ visa minimizar o ganho máximo do adversário. O resultado de cada combinação de estratégias entre dois jogadores ou empresas é chamado de ganho.

Jogos de soma zero, segundo Almeida (2003, p. 178), são aqueles em que dois jogadores possuem interesses opostos, de modo que o ganho de um implica na perda do outro.

Embora a Teoria dos Jogos tenha sido inicialmente baseada na competição, foi John Forbes Nash quem revolucionou o campo ao introduzir os conceitos de cooperação e equilíbrio estratégico na década de 1950. Como aluno de Von Neumann na Universidade de Princeton, Nash ampliou os horizontes da teoria ao demonstrar que, em muitos casos, o melhor resultado para todos os participantes não se dá pela maximização individual dos ganhos, mas pela busca de um equilíbrio entre as partes.

Seu conceito de "Equilíbrio de Nash"estabeleceu que, em um jogo estratégico, cada jogador deve escolher a melhor resposta possível às decisões dos outros, de forma que nenhum participante tenha incentivo para mudar unilateralmente sua estratégia. Essa abordagem possibilitou a aplicação da Teoria dos Jogos a áreas como economia, política, biologia e relações internacionais, tornando-se um dos marcos mais influentes da ciência moderna.

A Teoria dos Jogos é uma ferramenta fundamental para compreender processos de decisão estratégica, especialmente em cenários de conflito e negociação. Desde suas formulações iniciais com Émile Borel até as contribuições revolucionárias de Von Neumann e John Nash, a teoria evoluiu para abarcar tanto a competição quanto a cooperação, sendo amplamente utilizada em diversas disciplinas.

Seu impacto vai além da matemática e da economia, influenciando áreas como política, biologia e sociologia, evidenciando a importância do raciocínio estratégico para a maximização de resultados. O avanço contínuo dessa teoria permite novas abordagens para a solução de problemas complexos, consolidando-se como um campo essencial do conhecimento contemporâneo.

3.1 Equilíbrio de Nash

O conceito de Equilíbrio de Nash, introduzido por John Forbes Nash em sua tese de doutorado (1950) e posteriormente publicado em *Annals of Mathematics* (Nash, 1950), constitui um dos pilares da Teoria dos Jogos. Esse conceito descreve uma situação em que nenhum jogador possui incentivo individual para alterar unilateralmente sua estratégia, uma vez que a escolha dos demais permanece fixa. Em outras palavras, trata-se de um estado de auto-consistência das estratégias, no qual todos os jogadores estão maximizando sua utilidade condicionalmente às estratégias dos outros.

Formalmente, considere um jogo não cooperativo com:

- Um conjunto finito de jogadores $N = \{1, 2, \ldots, n\}$;
- Para cada jogador $i \in N$, um conjunto de estratégias S_i;
- Para cada jogador i, uma função de payoff (utilidade):

$$u_i : S_1 \times S_2 \times \cdots \times S_n \to \mathbb{R}.$$

Um **perfil de estratégias** é dado por $s = (s_1, s_2, \ldots, s_n) \in S_1 \times S_2 \times \cdots \times S_n$. Seja s_{-i} o vetor de estratégias de todos os jogadores, exceto o jogador i.

Diz-se que $s^* = (s_1^*, s_2^*, \ldots, s_n^*)$ é um **Equilíbrio de Nash** se, para todo jogador $i \in N$, vale que:

$$u_i(s_i^*, s_{-i}^*) \geq u_i(s_i, s_{-i}^*) \quad \forall s_i \in S_i.$$

Em termos intuitivos, o Equilíbrio de Nash representa um ponto no qual nenhum jogador pode obter maior ganho ao desviar unilateralmente de sua estratégia, garantindo, assim, a estabilidade estratégica do jogo.

3.1.1 Exemplo Equilíbrio de Nash

Duas empresas, A e B, competem vendendo o mesmo produto. Cada uma pode definir o preço como **Alto (A)** ou **Baixo (B)**.

As regras do mercado são:

- Se ambas escolherem **Alto**, dividem o mercado e ganham R$50 mil cada.
- Se uma escolher **Baixo** e a outra **Alto**, a que cobrar **Baixo** captura todo o mercado e ganha R$80 mil. A outra sai do mercado.
- Se ambas escolherem **Baixo**, dividem o mercado ao preço baixo e ganham R$30 mil cada.

Matriz de Pagamentos

Tabela 1 – Matriz de $Payoffs$ (Empresa A, Empresa B)

	B: Alto	**B: Baixo**
A: Alto	(50, 50)	(0, 80)
A: Baixo	(80, 0)	(30, 30)

Análise do Equilíbrio de Nash

Vamos analisar os melhores movimentos de cada empresa, assumindo que a outra mantém sua escolha.

Estratégia de A

- Se B escolhe **Alto**, A prefere **Baixo** ($80 > 50$)
- Se B escolhe **Baixo**, A prefere **Baixo** ($30 > 0$)

Logo, A sempre prefere **Baixo** (dominante).

Estratégia de B

- Se A escolhe **Alto**, B prefere **Baixo** ($80 > 50$)
- Se A escolhe **Baixo**, B prefere **Baixo** ($30 > 0$)

Logo, B também sempre prefere **Baixo**.

Conclusão

A estratégia dominante para ambas é **Baixo**. O par de estratégias **(Baixo, Baixo)** é um **Equilíbrio de Nash**, pois:

> Nenhuma das empresas tem incentivo para mudar sua estratégia individualmente.

3.2 Ações, Resultados e Preferências: Entendendo as Decisões do Dia a Dia

A teoria da decisão busca compreender como indivíduos e instituições escolhem entre alternativas. Para isso, recorre-se a um aparato que formaliza ações, preferências e critérios de racionalidade, permitindo analisar situações do trivial ao complexo (MAS-COLELL, WHINSTON & GREEN, 1995).

Considere um comprador que escolhe entre dois veículos fictícios, avaliando *preço de compra*, *manutenção anual* e *revenda ao fim do período de uso (5 anos)*:

$$X = \{\text{Autaris A3},\ \text{Korvus K1}\}.$$

Ações (ou estratégias) e resultados. Seja A o conjunto de ações disponíveis ao decisor. Neste exemplo, $A = X = \{\text{Autaris A3},\ \text{Korvus K1}\}$, pois a ação "escolher um carro" coincide com a própria alternativa. Cada $x \in A$ induz um resultado descrito pelo vetor de atributos

$$\big(P(x),\, m(x),\, V_{\text{rev}}(x)\big).$$

$$C_{\text{curto}}(x) = P(x) + m(x) \qquad C_{\text{longo}}(x) = P(x) + 5\,m(x) - V_{\text{rev}}(x).$$

onde:

- $P(x)$ = preço de compra do modelo x (R\$);
- $m(x)$ = custo médio *anual* de manutenção do modelo x (R\$/ano);
- $V_{\text{rev}}(x)$ = valor de revenda do modelo x ao fim de 5 anos (R\$);
- $C_{\text{curto}}(x)$ = custo no 1º ano (preço + 1 manutenção), em R\$;
- $C_{\text{longo}}(x)$ = custo total em 5 anos (preço + 5 manutenções – revenda), em R\$;

- $x \in \{\mathrm{A3}, \mathrm{K1}\}$ = identificadores das alternativas: Autaris A3 e Korvus K1.

Valores hipotéticos.

$$\begin{aligned} &\text{Autaris A3:} \quad P_A = \text{R\$ } 55.000, \quad m_A = \text{R\$ } 3.500/\text{ano}, \quad V_{\text{rev},A} = \text{R\$ } 28.000; \\ &\text{Korvus K1:} \quad P_K = \text{R\$ } 70.000, \quad m_K = \text{R\$ } 2.000/\text{ano}, \quad V_{\text{rev},K} = \text{R\$ } 50.000. \end{aligned}$$

Cálculo dos custos.

$$\begin{aligned} C_{\text{curto}}(\mathrm{A3}) &= 55.000 + 3.500 = 58.500, \\ C_{\text{curto}}(\mathrm{K1}) &= 70.000 + 2.000 = 72.000; \\ C_{\text{longo}}(\mathrm{A3}) &= 55.000 + 5 \cdot 3.500 - 28.000 = 44.500, \\ C_{\text{longo}}(\mathrm{K1}) &= 70.000 + 5 \cdot 2.000 - 50.000 = 30.000. \end{aligned}$$

Decisão (relações de preferência) e leitura da notação. Escrevemos

$$\text{Autaris A3} \succ_{\text{curto}} \text{Korvus K1} \quad \text{e} \quad \text{Korvus K1} \succ_{\text{longo}} \text{Autaris A3}.$$

Lê-se: "Autaris A3 é *estritamente preferido* a Korvus K1 *no período de análise de curto prazo*" e "Korvus K1 é *estritamente preferido* a Autaris A3 *no período de análise de longo prazo*". O subscrito indica *qual preferência está em uso* (definida por C_{curto} ou C_{longo}).

Definições formais (preferências induzidas por custo). Para quaisquer x, y e para cada período $\tau \in \{\text{curto}, \text{longo}\}$,

$$\begin{aligned} x \succeq_\tau y &\iff C_\tau(x) \leq C_\tau(y) \quad (\text{“}x \text{ é pelo menos tão bom quanto } y \text{ em } \tau\text{”}), \\ x \succ_\tau y &\iff C_\tau(x) < C_\tau(y) \quad (\text{“}x \text{ é estritamente melhor que } y \text{ em } \tau\text{”}), \\ x \sim_\tau y &\iff C_\tau(x) = C_\tau(y) \quad (\text{“}x \text{ e } y \text{ são indiferentes em } \tau\text{”}). \end{aligned}$$

Aplicando aos números: como $58.500 < 72.000$, tem-se $\mathrm{A3} \succ_{\text{curto}} \mathrm{K1}$; como $30.000 < 44.500$, tem-se $\mathrm{K1} \succ_{\text{longo}} \mathrm{A3}$.

Onde aparecem completude e transitividade.

- *Completude.* Em cada período de análise, a comparação é feita por um número real $C_\tau(\cdot)$. Para quaisquer x, y, vale $C_\tau(x) \leq C_\tau(y)$ ou $C_\tau(y) \leq C_\tau(x)$; logo, todo par é comparável.

- *Transitividade.* A ordem usual em $\mathbb{R}$ é transitiva: se $C_\tau(x) \leq C_\tau(y)$ e $C_\tau(y) \leq C_\tau(z)$, então $C_\tau(x) \leq C_\tau(z)$. Assim, a preferência induzida por C_τ herda a transitividade (sem ciclos).

- *Estrita/indiferença.* Quando os custos diferem, obtemos $\succ_\tau$; se coincidem, obtemos $\sim_\tau$.

Racionalidade por construção. Como as preferências são *definidas* por funções reais de custo ($x \mapsto C_\tau(x)$), elas são completas (todo par é comparável) e transitivas (a ordem em $\mathbb{R}$ não gera ciclos). As implicações de racionalidade decorrem do próprio mapeamento numérico adotado.

Mini-exemplo para visualizar a transitividade. *Observação:* o veículo Z não pertence ao conjunto original X; é introduzido apenas para ilustrar a propriedade de transitividade. Considere um terceiro veículo fictício Z (Veltor V2), com

$$P_Z = \text{R\$ } 60.000, \quad m_Z = \text{R\$ } 2.500/\text{ano}, \quad V_{\text{rev},Z} = \text{R\$ } 35.000.$$

Pelo período de análise de curto prazo,

$$\begin{aligned} C_{\text{curto}}(\text{A3}) &= 58.500, \\ C_{\text{curto}}(Z) &= 60.000 + 2.500 = 62.500, \qquad \Rightarrow \qquad \text{A3} \succ_{\text{curto}} Z \succ_{\text{curto}} \text{K1}. \\ C_{\text{curto}}(\text{K1}) &= 72.000, \end{aligned}$$

Logo, pela transitividade de $\succeq_{\text{curto}}$, conclui-se A3 $\succ_{\text{curto}}$ K1 (coerente com o resultado já obtido).

No período de análise de longo prazo,

$$\begin{aligned} C_{\text{longo}}(\text{K1}) &= 30.000, \\ C_{\text{longo}}(Z) &= 60.000 + 5 \cdot 2.500 - 35.000 = 37.500, \qquad \Rightarrow \qquad \text{K1} \succ_{\text{longo}} Z \succ_{\text{longo}} \text{A3}. \\ C_{\text{longo}}(\text{A3}) &= 44.500, \end{aligned}$$

Portanto, pela transitividade de $\succeq_{\text{longo}}$, segue K1 $\succ_{\text{longo}}$ A3, reforçando a consistência interna da ordem.

No curto prazo (menor desembolso inicial), prefere-se o A3; no longo prazo (custo total e revenda), prefere-se o K1. Como a preferência é definida por funções reais de custo, ela é *completa* e *transitiva*, em linha com a formulação de racionalidade padrão (MAS-COLELL, WHINSTON & GREEN, 1995).

Situações ainda mais complexas podem ser formalizadas com esse mesmo aparato. Durante a pandemia de COVID-19, por exemplo, governos enfrentaram o dilema entre isolamento vertical (restrito a grupos de risco) e isolamento horizontal (abrangendo toda a população). Essa escolha envolveu múltiplos fatores — saúde pública, impacto econômico e bem-estar social — ilustrando como problemas de decisão podem variar em complexidade, mas ainda assim ser analisados em termos de ações possíveis e preferências.

De modo geral, problemas de decisão estão presentes em todas as esferas da vida, desde escolhas simples até dilemas de grande impacto social. A modelagem matemática baseada em ações e preferências permite uma análise estruturada e racional, garantindo que as decisões sejam consistentes e alinhadas aos objetivos do indivíduo ou da coletividade. Os axiomas da completude e da transitividade são fundamentais para assegurar a coerência das preferências, evitando indecisões e inconsistências. Essa abordagem constitui um elemento essencial para a tomada de decisões eficazes em contextos variados, do cotidiano às políticas públicas.

3.3 Matriz de $Payoff$

A matriz de $Payoff$, também conhecida como matriz de recompensas, é uma ferramenta matemática fundamental no campo da teoria dos jogos, utilizada para representar os resultados esperados para cada combinação possível de estratégias adotadas por jogadores em um jogo estratégico. Em sua forma mais comuns, jogos de dois jogadores com estratégias puras, a matriz é representada por uma estrutura bidimensional, na qual as linhas correspondem às estratégias do Jogador 1 e as colunas às do Jogador 2. Cada célula da matriz contém um par ordenado (u_1, u_2), indicando os $Payoffs$ individuais recebidos por cada jogador conforme a combinação estratégica escolhida.

A formalização do conceito de matriz de $Payoff$ está intimamente ligada ao desenvolvimento da teoria dos jogos como disciplina matemática e econômica. A obra seminal de Von Neumann e Morgenstern (1944), *Theory of Games and Economic Behavior*, estabeleceu os fundamentos desse campo, incluindo a representação matricial de jogos e a modelagem de decisões interativas. Posteriormente, Nash (1950) revolucionou o campo ao introduzir o conceito de equilíbrio não cooperativo, conhecido como Equilíbrio de Nash,em que nenhum jogador possui incentivo unilateral para alterar sua estratégia, dado o comportamento dos demais participantes. Complementando essa base teórica, Luce e Raiffa (1957) ofereceram uma análise abrangente dos jogos estáticos e dinâmicos, com ênfase na interpretação e nas implicações estratégicas das matrizes de $Payoff$.

Um exemplo clássico que ilustra a utilidade analítica desse conceito é o Dilema do Prisioneiro, formulado por Albert W. Tucker em 1950. A matriz de $Payoff$ correspondente expressa um conflito entre o interesse individual racional (trair) e o interesse coletivo ótimo (cooperar). Enquanto o equilíbrio de Nash reside na escolha mútua de traição, a cooperação mútua resultaria em um desfecho mais benéfico para ambos os jogadores, evidenciando a tensão entre racionalidade individual e eficiência coletiva.

Além de seu valor teórico, a matriz de $Payoff$ tem sido amplamente aplicada em contextos empíricos contemporâneos. Na economia industrial, por exemplo, Tirole (1988) utiliza jogos matriciais para modelar interações estratégicas entre firmas em mercados oligopolistas, analisando decisões de preço, produção e entrada no mercado. No campo da biologia evolutiva, Smith e Price (1973) empregaram matrizes de $Payoff$ para desenvolver o conceito de estratégias evolutivamente estáveis (ESS), explicando comportamentos de conflito e cooperação entre espécies. Já na ciência política, estudos como o de Fearon (1995) exploram modelos de jogos para compreender as decisões entre guerra e negociação em relações internacionais, atribuindo custos e benefícios específicos a cada possível escolha estratégica.

Entretanto, apesar de sua utilidade, a matriz de $Payoff$ não está isenta de limitações. Um dos principais pressupostos é o da racionalidade estrita dos jogadores, bem como o conhecimento comum da estrutura do jogo uma hipótese criticada por autores como Aumann (1976), que argumenta sobre os limites dessa suposição em contextos reais. Além disso, a matriz tradicional não captura adequadamente jogos dinâmicos, com decisões em múltiplas etapas ou sob incerteza, exigindo a adoção de modelos mais sofisticados, como os jogos em forma extensiva, conforme discutido por Fudenberg e Tirole (1991).

A matriz de $Payoff$ constitui uma ferramenta essencial para a modelagem de interações estratégicas em múltiplos campos do saber, servindo como ponto de partida para análises mais complexas sobre o comportamento humano e institucional. Apesar de suas restrições conceituais, seu valor permanece indiscutível, tanto na fundamentação teórica quanto nas aplicações práticas em áreas como economia, biologia, ciência política e além.

4 Conscientização Financeira e os Riscos em Apostas e Jogos

Neste capítulo as discussões serão em torno das consequências do ato de apostar/jogar compulsoriamente, especialmente entre os jovens de 15 a 17 anos, que são alunos do ensino médio, e ressaltada importância de ações educativas que promovam o uso consciente do dinheiro. Nesse contexto, será analisada a atuação da escola na construção de uma cultura financeira mais coerente, seguindo as orientações BNCC, que prevê a integração da educação financeira de forma transversal no currículo escolar.

Nos últimos anos, o mercado de apostas *online* no Brasil cresceu de forma vertiginosa. Entre 2021 e abril de 2024, a expansão acumulada é estimada em 734,6%. Em 2023, o volume movimentado ficou entre R$ 60 e R$ 100 bilhões. Em 2025, registraram-se picos de até R$ 30 bilhões em apostas por mês (NAKAMURA, 2025). . Esse fenômeno, impulsionado pela popularização da internet e pela facilidade de acesso a plataformas digitais, tem transformado o setor em um dos mais lucrativos do país. No entanto, por trás do apelo de entretenimento e da promessa de ganhos rápidos, escondem-se riscos financeiros significativos que podem comprometer a estabilidade econômica de indivíduos e famílias. Diante desse cenário, a conscientização financeira emerge como uma ferramenta essencial para prevenir o endividamento e promover decisões mais seguras e informadas.

Dados recentes evidenciam a dimensão do envolvimento dos brasileiros com apostas e jogos *online*. Uma pesquisa realizada pelo Procon-SP revelou que 39% dos participantes que apostam ou jogam *online* possuem dívidas decorrentes dessas atividades. Além disso, 48% dos apostadores admitiram comprometer uma parte significativa de sua renda, retirando valores de aplicações financeiras ou contraindo empréstimos para continuar apostando (DOURADO, 2025). Esses números destacam a gravidade do problema, especialmente quando consideramos que muitas dessas dívidas são contraídas sem um planejamento adequado.

Outro dado alarmante é o gasto de beneficiários de programas de assistência social em apostas. Segundo o Banco Central, R$ 3 bilhões foram gastos em apostas via PIX somente em agosto de 2024 (AGENCIA BRASIL, 2024). Esse valor, proveniente de uma população economicamente vulnerável, evidencia como as apostas podem agravar a situação financeira de famílias que já enfrentam dificuldades para cobrir despesas básicas. Esses exemplos ilustram a necessidade urgente de políticas públicas e campanhas de conscientização para proteger os consumidores, especialmente os mais suscetíveis a práticas financeiras irresponsáveis.

As apostas e jogos de azar apresentam uma série de riscos que vão além da perda financeira imediata. Entre os principais problemas estão:

• Endividamento: A busca por recuperar perdas pode levar os apostadores a gastar mais do que podem, resultando em dívidas significativas. Muitos acabam recorrendo a empréstimos com juros altos, agravando ainda mais sua situação financeira.

• Comprometimento do Orçamento Familiar: É comum que apostadores utilizem recursos destinados a despesas essenciais, como alimentação, moradia e educação, para financiar suas apostas. Isso não apenas prejudica o bem-estar familiar, mas também pode levar a conflitos domésticos e instabilidade emocional.

• Dependência Psicológica: O vício em jogos de azar é uma realidade que afeta milhares de brasileiros. A dependência psicológica pode levar à perda de produtividade no trabalho, problemas de relacionamento e, em casos extremos, à depressão e ao isolamento social.

• Ilusão de Controle: Muitos apostadores acreditam que podem prever ou influenciar os resultados de eventos aleatórios, o que os leva a apostar quantias cada vez maiores. Essa percepção equivocada é um dos principais fatores que contribuem para o endividamento e a dependência.

A educação financeira desempenha um papel fundamental na prevenção dos problemas associados às apostas e jogos de azar. Ao compreender conceitos básicos de finanças pessoais, como planejamento, orçamento e gestão de riscos, os indivíduos são capazes de tomar decisões mais informadas e evitar armadilhas financeiras.

Segundo a ABEFIN (2023) - Associação Brasileira de Educação Financeira, muitos brasileiros buscam soluções milagrosas para melhorar sua situação econômica, em vez de investir em educação financeira e no planejamento estruturado. Essa lacuna de conhecimento alimenta a ilusão de tratar apostas como investimento ou complemento de renda, embora se trate de atividade de elevado risco de perdas.

A educação financeira também ajuda os indivíduos a reconhecerem os sinais de dependência em jogos e a buscarem ajuda profissional quando necessário. Além disso, ela promove a conscientização sobre a importância de estabelecer limites de gastos e evitar o uso de recursos essenciais para atividades de entretenimento.

Diante do crescimento do mercado de apostas e dos riscos associados, é essencial que os consumidores adotem medidas para se protegerem. Entre as principais recomendações pode-se destacar:

• Estabelecer Limites de Gasto: Definir um orçamento específico para entretenimento e assegurar que as apostas não ultrapassem esse limite. Isso ajuda a evitar gastos excessivos e a manter o controle sobre as finanças pessoais.

• Evitar o Uso de Recursos Essenciais: Nunca utilizar dinheiro destinado a despesas básicas, como alimentação, moradia e saúde, para financiar apostas. Priorizar o bem-estar familiar e a estabilidade financeira é fundamental.

• Buscar Informação e Orientação: Participar de programas de educação financeira e procurar orientação de profissionais especializados, como consultores financeiros, para melhorar a gestão das finanças pessoais.

• Reconhecer os Sinais de Dependência: Estar atento aos sinais de vício em jogos, como a perda de controle sobre os gastos, o isolamento social e a negligência de responsabilidades. Buscar ajuda profissional, como psicólogos ou grupos de apoio, é essencial para superar a dependência.

A conscientização financeira é um pilar essencial para que os indivíduos possam identificar os riscos associados às apostas e jogos de azar e tomar decisões que preservem sua saúde financeira. Diante do crescimento desse mercado no Brasil, é fundamental que governos, instituições educacionais e organizações da sociedade civil trabalhem juntos para promover a educação financeira e proteger os consumidores, especialmente os mais vulneráveis.

Investir em educação financeira, adotar práticas responsáveis e buscar orientação profissional são passos fundamentais para evitar o endividamento e garantir um futuro econômico mais seguro. Somente com um esforço coletivo será possível construir uma sociedade mais consciente e financeiramente saudável, capaz de enfrentar os desafios impostos pelo mercado de apostas e jogos online.

4.1 O Impacto das Apostas Online no Endividamento dos Brasileiros

Entre 2020 e 2023, o número de empresas de apostas esportivas *online* no Brasil aumentou de 51 para 308, movimentando aproximadamente R$ 120 bilhões somente em 2023 (LE MONDE, 2024). Esse crescimento acelerado das plataformas de apostas reflete uma tendência global, mas no Brasil, os impactos sociais e financeiros vêm se tornando cada vez mais evidentes.

Dados do Banco Central indicam que, entre junho de 2023 e junho de 2024, os brasileiros perderam cerca de R$23,9 bilhões em apostas *online* (LE MONDE, 2024). Além disso, um levantamento da Confederação Nacional do Comércio (CNC) revelou que, no primeiro semestre de 2024, aproximadamente 1,3 milhão de brasileiros tornaram-se inadimplentes devido às apostas *online* (ESTADO DE MINAS, 2024). Durante esse período, os brasileiros gastaram cerca de R$ 68,2 bilhões em apostas, o que corresponde a 0,62% do Produto Interno Bruto (PIB) do país (ESTADO DE MINAS, 2024). O crescimento desse mercado é evidente: entre 2020 e 2023, o número de empresas de apostas no Brasil saltou de 51 para 308, segundo a PwC (2023). Apenas em 2023, essas companhias geraram cerca de R$ 120 bilhões em receitas, valor equivalente a 19,4 bilhões de euros (LE MONDE, 2024). A ausência de regulamentação permitiu que plataformas, em grande parte estrangeiras, atuassem com ampla liberdade na promoção de seus serviços em televisão e redes sociais, muitas vezes utilizando celebridades. A expansão tem atraído milhões de novos apostadores. Pesquisa do Instituto Locomotiva (2024) aponta que 25 milhões de brasileiros realizaram apostas online apenas nos sete primeiros meses de 2024, o que representa, em média, 3,5 milhões de novos apostadores por mês. No total, 52 milhões de pessoas já participaram dessa atividade em um país com pouco mais de 215 milhões de habitantes.

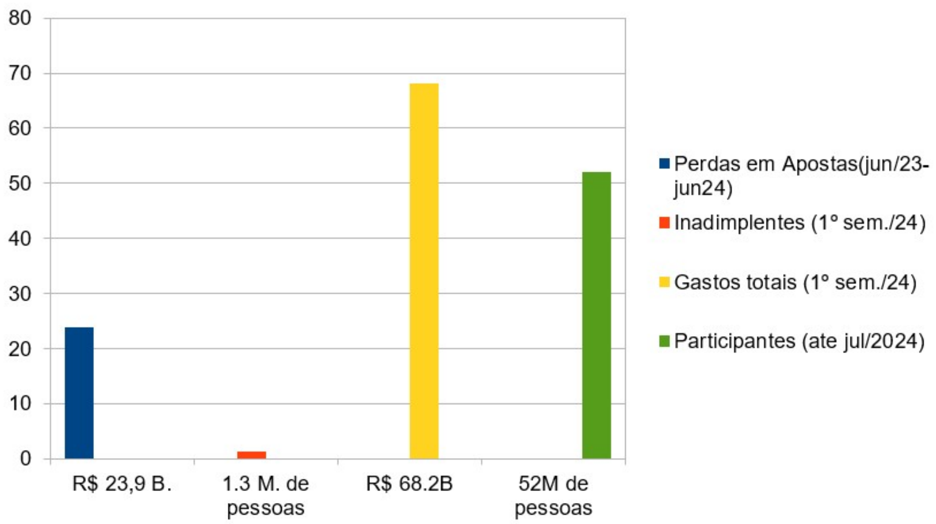

Figura 1 – Gráfico:Impacto das apostas Online no Brasil (2023-2024)

Fonte: LE MONDE,(2024)

A influência desse fenômeno no orçamento das famílias brasileiras é preocupante. Segundo a CNC, aproximadamente 22% da renda disponível das famílias que te hábito de jogar foi direcionada às apostas no último ano, comprometendo o consumo de bens essenciais e contribuindo para o aumento da inadimplência (ESTADO DE MINAS, 2024). Esse comportamento também afeta o setor varejista, que sofreu redução de até 11,2% no faturamento anual, representando uma perda de aproximadamente R$ 117 bilhões (ESTADO DE MINAS, 2024).

No que diz respeito ao perfil dos apostadores endividados, uma pesquisa do Instituto Locomotiva revelou que, nos primeiros sete meses de 2024, cerca de 25 milhões de brasileiros começaram a apostar *online*, totalizando 52 milhões de apostadores no país (LE MONDE, 2024). Destes, aproximadamente 86% estão endividados e 64% figuram nas listas de inadimplência. Esse cenário evidencia um problema estrutural, no qual a promessa de ganhos rápidos e fáceis leva a um ciclo vicioso de perdas financeiras e dificuldades econômicas.

A tabela a seguir evidencia dados estatísticos sobre apostas *online* no Brasil e traz informações apresentadas em diversos veículos de imprensa, além dos citados acima, ainda temos páginas como FORBES(2024).

Tabela 2 – Dados Estatísticos sobre Perdas Financeiras e Endividamento com Apostas *Online* no Brasil

Indicador	**Valor**
Número de empresas de apostas online	De 51 para 308
Receita das empresas de apostas	R$ 120 bilhões
Perdas totais em apostas online	R$ 23,9 bilhões
Gasto total em apostas	R$ 68,2 bilhões
Representação das apostas no PIB	0,62%
Número total de apostadores no Brasil	52 milhões
Número de novos apostadores em 2024	25 milhões
Percentual de apostadores endividados	86%
Percentual de apostadores inadimplentes	64%
Número de brasileiros inadimplentes devido às apostas	1,3 milhão
Renda das famílias que apostam direcionada para apostas	22%
Perda de faturamento no varejo devido às apostas	R$ 117 bilhões

Fonte: Autor, 2025

Diante desse quadro alarmante, o governo brasileiro implementou, no final de 2023, uma legislação para regulamentar o setor, com previsão de aplicação a partir de 2025. A nova legislação exige que as empresas de apostas estabeleçam presença formal no Brasil e paguem impostos sobre suas operações (LE MONDE, 2024). No entanto, especialistas apontam que essa regulamentação ainda carece de medidas mais eficazes para restringir a publicidade dos jogos de azar, um fator determinante para a crescente adesão ao setor (LE MONDE, 2024).

O impacto social das apostas *online* também não pode ser ignorado. Muitos indivíduos que se envolvem excessivamente com essas plataformas acabam desenvolvendo transtornos relacionados ao jogo, como o vício em apostas, levando a problemas psicológicos e impactos negativos nas relações familiares e profissionais. Além disso, a facilidade de acesso às plataformas digitais, muitas vezes sem restrições eficazes para menores de idade, agrava ainda mais o problema, tornando necessária uma abordagem mais rigorosa por parte do governo e das entidades reguladoras.

A implementação de regulamentações mais rígidas, aliada a programas de educação financeira, é essencial para mitigar os impactos negativos desse fenômeno. Iniciativas que ensinem desde cedo sobre a matemática por trás das apostas, a ilusão das probabilidades e os riscos financeiros envolvidos podem ser decisivas para evitar que mais brasileiros caiam em ciclos de endividamento e prejuízo financeiro.

Portanto, o crescimento das apostas *online* no Brasil tem levado a perdas financeiras significativas e ao aumento preocupante do endividamento entre os cidadãos, especialmente entre os mais jovens e indivíduos de baixa renda. Uma regulamentação mais eficiente, combinada com medidas preventivas e educativas, pode ser uma ferramenta fundamental para reduzir os impactos econômicos e sociais dessa prática, protegendo os consumidores e promovendo uma abordagem mais responsável para o setor de jogos no país.

4.1.1 Estratégias de Conscientização Entre Jovens e a BNCC

A conscientização financeira entre os jovens é um desafio urgente no Brasil, especialmente diante do crescimento do mercado de apostas e jogos online, que tem atraído um público cada vez mais jovem. A Base Nacional Comum Curricular (BNCC), documento que define as competências e habilidades essenciais para a educação básica no país, oferece uma oportunidade única para integrar a educação financeira ao currículo escolar. Ao alinhar estratégias de conscientização financeira com as diretrizes da BNCC, é possível capacitar os jovens a tomar decisões financeiras responsáveis e evitar os riscos associados a práticas como apostas e jogos de azar.

A BNCC, implementada em 2018, prevê que a educação financeira deve ser abordada de forma transversal em todas as etapas da educação básica, desde o ensino fundamental até o ensino médio. Essa abordagem visa desenvolver nos estudantes competências como o pensamento crítico, a resolução de problemas e a tomada de decisões responsáveis, que são fundamentais para a gestão das finanças pessoais.

No ensino fundamental, a BNCC sugere que os estudantes aprendam a reconhecer e utilizar diferentes formas de representação de valores monetários, além de compreender conceitos como poupança, consumo consciente e planejamento financeiro. Já no ensino médio, o foco é ampliado para temas como investimentos, juros, inflação e riscos financeiros, preparando os jovens para lidar com situações complexas do mundo real (BRASIL, 2018).

Para que a educação financeira seja efetiva, é necessário adotar estratégias que engajem os jovens e os preparem para os desafios do mercado de apostas e jogos online. Abaixo, são apresentadas algumas estratégias alinhadas às diretrizes da BNCC:

- **Integração da Educação Financeira ao Currículo Escolar:** A BNCC já prevê a inclusão de temas financeiros no currículo, mas é essencial que as escolas desenvolvam planos de aula específicos e atividades práticas que abordem os riscos das apostas e jogos de azar. Por exemplo, os professores podem utilizar casos reais e simulações para mostrar como o endividamento e a dependência em jogos podem afetar a vida das pessoas.

- **Uso de Tecnologias e Jogos Educativos:** Aplicativos e jogos educativos que simulam situações financeiras, como o gerenciamento de um orçamento ou os riscos de apostas, podem tornar o aprendizado mais interativo e envolvente. Plataformas como o "Meu Bolso em Dia", desenvolvida pelo Banco Central, são exemplos de recursos que podem ser utilizados em sala de aula (BANCO CENTRAL DO BRASIL, 2024).

- **Parcerias com Instituições Financeiras e ONGs:** Colaborações com bancos, cooperativas de crédito e ONGs podem oferecer palestras, workshops e materiais didáticos que complementem o conteúdo da BNCC e abordem temas específicos, como os perigos das apostas online.

- **Envolvimento das Famílias:** A escola pode organizar reuniões e oficinas para pais e responsáveis, abordando temas como o controle de gastos e a prevenção de dívidas. A participação da família é crucial para reforçar os conceitos aprendidos na escola (IBGE, 2023).

- **Campanhas de Conscientização nas Redes Sociais:** Campanhas com linguagem acessível e conteúdos visuais, como vídeos e infográficos, podem alertar sobre os riscos das apostas e promover dicas de educação financeira. O uso de influenciadores digitais e a realizações de ambientes juvenis (escolas, plataformas de música e jogos, por exemplo) para publicar informações relacionadas ao tema também pode ampliar o alcance dessas campanhas (PROCON-SP, 2024).

- **Incentivo ao Pensamento Crítico:** Os jovens devem ser incentivados a questionar promessas de ganhos fáceis e a analisar criticamente as estratégias de marketing utilizadas pelas plataformas de apostas. Atividades como debates e análises de casos reais podem ajudar a desenvolver essa habilidade (BRASIL, 2018).

- **Prevenção ao Vício em Jogos:** A escola pode promover palestras com psicólogos e especialistas em dependência, além de fornecer informações sobre onde buscar ajuda em casos de vício.

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) reconhece a importância da educação financeira como parte fundamental da formação dos estudantes. Segundo Brasil (2018), a educação financeira deve ser abordada de maneira interdisciplinar, promovendo a compreensão crítica sobre consumo, dinheiro e planejamento financeiro.

Uma estratégia eficaz de ensino consiste na realização de projetos interdisciplinares, combinando áreas do conhecimento como Matemática, História e Língua Portuguesa. Por exemplo, os estudantes podem investigar a evolução do dinheiro ao longo do tempo, compreender conceitos de matemática financeira aplicados ao cotidiano e analisar textos publicitários de plataformas de apostas. Essa abordagem permite que os alunos reflitam sobre como as estratégias de marketing das casas de apostas são elaboradas para atrair jogadores desenvolvendo um pensamento crítico sobre a influência dessas campanhas na tomada de de decisões financeiras (BRASIL,2018)

Outra prática relevante são as simulações de orçamento, que proporcionam uma experiência prática na administração de recursos financeiros, essas simulações são fundamentais para que os jovens compreendam a importância do planejamento financeiro e percebam os impactos de escolhas impulsivas.

A realização de feiras de educação financeira também é uma forma eficaz de promover a conscientização entre os estudantes. Conforme dados do (IBGE, 2023) a participação da comunidade escolar em iniciativas desse tipo contribui para a disseminação de conhecimentos práticos e para o fortalecimento de uma cultura de planejamento financeiro desde a infância.

A inserção da educação financeira no currículo escolar, conforme estabelece a BNCC, representa uma estratégia essencial para conscientizar os jovens sobre os riscos das apostas e jogos de azar. A combinação de metodologias interativas, o envolvimento das famílias e o uso de ferramentas tecnológicas ajudam a preparar os estudantes para tomarem decisões financeiras responsáveis. Dessa forma, a escola assume um papel fundamental na formação de uma geração mais consciente e financeiramente saudável, prevenindo problemas como endividamento e dependência em jogos.

A análise de um ou mais estudos de caso já realizados pode ajudar a ilustrar como o entendimento de probabilidades e os conhecimentos sobre os riscos envolvidos nos jogos de azar podem afetar a percepção e o comportamento dos jovens. Estes estudos servem como exemplos claros de como intervenções educativas podem alterar a visão e os hábitos de apostas, demonstrando a eficácia de programas de conscientização e os benefícios da educação financeira. A seguir, será apresentado um estudo de caso que ilustra como a aplicação de estratégias educativas pode influenciar os comportamentos de jovens em relação aos jogos de azar.

Por exemplo o estudo realizado no Reino Unido em 2018 sobre o *Gambling Awareness and Education Program* (GAEP) demonstrou a importância da educação na prevenção do vício em jogos de azar, especialmente ao corrigir distorções cognitivas e crenças errôneas sobre as chances reais de ganhar (GRIFFITHS, 2010a).

Um dos principais achados do estudo foi a mudança significativa na percepção dos participantes em relação aos jogos de azar. Antes do programa, muitos jovens acreditavam que estratégias pessoais poderiam influenciar os resultados das apostas, um fenômeno conhecido como "ilusão de controle". Essa crença equivocada é um fator de risco para o comportamento impulsivo e o envolvimento excessivo em apostas. No entanto, após a conclusão do GAEP, a maioria dos participantes passou a compreender que os jogos de azar são baseados em eventos aleatórios, sem qualquer possibilidade de manipulação ou previsibilidade. Esse resultado reforça a eficácia da educação estruturada na desconstrução de mitos e na redução de comportamentos problemáticos associados ao jogo (GRIFFITHS, 2010a).

Além da mudança na percepção, o programa destacou a necessidade de uma abordagem educativa que vá além da simples transmissão de informações. A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) reconhece a importância da educação financeira e do ensino de probabilidades na formação de cidadãos mais críticos e responsáveis, proporcionando aos jovens ferramentas para avaliar os riscos financeiros e evitar decisões impulsivas. A integração desses conteúdos no currículo escolar é uma estratégia essencial para preparar os estudantes para a realidade financeira e reduzir a vulnerabilidade ao jogo patológico (BRASIL, 2018).

Outros estudos corroboram a ideia de que a falta de conhecimento sobre probabilidades contribui para a adoção de comportamentos arriscados no jogo. De acordo com Lussier (2009), jogadores iniciantes frequentemente superestimam suas chances de vitória, acreditando que podem desenvolver habilidades para superar a aleatoriedade dos jogos. Essa percepção distorcida pode levar à compulsão e ao endividamento. A educação matemática, quando aplicada de forma prática e contextualizada, pode corrigir esses equívocos, promovendo uma visão mais realista sobre os jogos de azar e seus impactos financeiros e emocionais.

Além dos aspectos matemáticos, o GAEP demonstrou que a educação deve abranger também os fatores psicológicos e sociais que influenciam o comportamento dos jogadores. A impulsividade e a crença na sorte como um fator determinante são características comuns entre os jovens que se envolvem com jogos de azar. Ao oferecer uma abordagem que combina educação financeira, análise crítica de probabilidades e reflexões sobre comportamento, programas como o GAEP podem reduzir significativamente a atração dos jovens por jogos de risco e fomentar hábitos financeiros mais saudáveis.

A experiência bem-sucedida do GAEP sugere que iniciativas similares podem ser adaptadas para diferentes contextos educacionais e culturais. A BNCC já prevê a inclusão da educação financeira e do ensino de estatística e probabilidades no currículo escolar, o que representa um avanço na preparação dos estudantes para a tomada de decisões conscientes sobre o dinheiro. A implementação de programas educativos contínuos e interdisciplinares pode ser uma estratégia eficaz para reduzir o impacto do jogo patológico na juventude e promover uma cultura financeira mais responsável.

Outro estudo relevante foi conduzido nos Estados Unidos por Illowsky e Dean (2018), com o objetivo de aumentar a conscientização entre estudantes universitários sobre as baixas probabilidades de ganhar na loteria e em outras formas de apostas. Este estudo envolveu a distribuição de folhetos educativos e a realização de seminários, abordando as chances de ganhar em grandes loterias, como a *Mega Millions e a Powerball*, bem como em apostas realizadas em cassinos. O estudo fez uso de gráficos e exemplos práticos para ilustrar que as probabilidades de ganhar prêmios significativos nas loterias são extremamente baixas, com chances que variam de 1 em dezenas de milhões. Além disso, os pesquisadores também destacaram o impacto econômico a longo prazo dos jogos de azar, enfatizando que, mesmo quando os jogadores ganham prêmios menores, os custos totais com apostas podem superar os benefícios(ILLOWSKY; DEAN,2018).

Este estudo oferece uma perspectiva adicional sobre a importância da educação financeira e sobre probabilidades, pois enfatiza que, para muitos jogadores, as apostas representam uma perda líquida ao longo do tempo. Apesar de algumas vitórias esporádicas, o custo acumulado das apostas, somado à baixa probabilidade de ganhar grandes prêmios, leva a uma perda constante de dinheiro. Esse é um ponto essencial a ser considerado em qualquer programa educativo voltado para a prevenção do vício em jogos de azar, pois muitos jogadores iniciantes tendem a subestimar esses custos a longo prazo e são facilmente seduzidos pela possibilidade de um "golpe de sorte".

Além disso, a iniciativa de Illowsky e Dean (2018) reflete a importância de estratégias educacionais que utilizem ferramentas visuais, como gráficos e exemplos práticos, para ilustrar as probabilidades e ajudar os indivíduos a entender de maneira mais clara os riscos envolvidos nas apostas. Esses métodos de ensino são especialmente eficazes entre os jovens, pois combinam aprendizado visual com conceitos matemáticos que podem ser difíceis de entender em discussões abstratas. O uso de exemplos reais de probabilidades, como as chances de ganhar na loteria, torna o conceito mais tangível e acessível, permitindo que os jovens compreendam melhor os riscos de suas ações.

O estudo também reforça a necessidade de intervenções educacionais que abordem as distorções cognitivas associadas ao jogo, como a falácia do jogador e a ilusão de controle. Esses viéses fazem com que os jovens acreditem que, após uma sequência de perdas, uma vitória é "devida", ou que suas ações podem influenciar o resultado do jogo. Ao ensinar os estudantes sobre as probabilidades reais de ganhar, programas educacionais como o GAEP (analisado anteriormente) ou os realizados por Illowsky e Dean (2018) podem ajudar a corrigir esses erros de julgamento e a prevenir o envolvimento excessivo com apostas.

O impacto de programas educativos, como os realizados por Illowsky e Dean (2018), também está relacionado ao fortalecimento da educação financeira, um tema cada vez mais importante na BNCC. O currículo escolar no Brasil tem enfatizado a importância do ensino de conceitos financeiros, como juros, probabilidade e risco, para capacitar os alunos a tomar decisões mais informadas sobre suas finanças. Esse conhecimento é essencial para prevenir comportamentos impulsivos e viciantes, como o envolvimento em jogos de azar, ao longo da vida dos jovens.

A educação sobre probabilidades, como observada no estudo de Illowsky e Dean (2018), deve ser uma parte fundamental da formação financeira dos jovens. Ao incorporar esses conhecimentos no currículo escolar e em programas extracurriculares, os jovens não apenas se tornam mais conscientes das realidades das apostas, como também adquirem habilidades para fazer escolhas financeiras mais responsáveis. A BNCC, com sua ênfase em educação financeira, é uma ferramenta crucial para formar uma geração mais capacitada para lidar com os desafios econômicos e os riscos associados aos jogos de azar.

Tanto o estudo de Griffiths (2010a), quanto o estudo de Illowsky e Dean (2018) demonstram a eficácia da educação financeira e da compreensão das probabilidades na prevenção de comportamentos impulsivos e no desenvolvimento do vício em jogos de azar entre os jovens. Ao integrar esses conceitos ao currículo escolar, a BNCC promove a construção de uma sociedade mais informada, capaz de avaliar os riscos e fazer escolhas financeiras mais equilibradas. A longo prazo, isso pode ter um impacto significativo na redução dos efeitos negativos dos jogos de azar, prevenindo o endividamento e o sofrimento psicológico associado a esses comportamentos.

Os resultados desse estudo mostraram que, ao serem expostos a informações claras sobre as probabilidades, uma quantidade significativa de participantes reconsiderou sua participação em jogos de azar. A maioria dos estudantes reconheceu que, embora o desejo de ganhar um prêmio grande fosse tentador, a conscientização sobre as reais probabilidades de vitória os fez perceber que os riscos envolvidos não justificavam os benefícios. Esse fenômeno reflete uma mudança importante nas atitudes dos jovens, que, ao tomar conhecimento das probabilidades, são capazes de tomar decisões mais informadas sobre sua participação em jogos de azar(ILLOWSKY; DEAN, 2018).

Adicionalmente, o estudo sugeriu que a educação sobre o funcionamento matemático dos jogos de azar, incluindo o entendimento das probabilidades, pode ser uma ferramenta eficaz para reduzir a propensão dos jovens a se envolverem em comportamentos de risco. Através da conscientização das reais chances de ganhar, muitos estudantes se mostraram mais críticos e reflexivos ao decidir se deviam ou não participar dessas atividades. Esse tipo de educação pode ter um impacto direto na prevenção do vício em jogos de azar, especialmente no contexto das apostas online, que são particularmente atraentes devido à facilidade de acesso e à promessa de ganhos rápidos e fáceis(ILLOWSKY; DEAN, 2018). . Os dados levantados no estudo reforçam a ideia de que a educação sobre probabilidades pode efetivamente reduzir a participação em jogos de azar, mas também indicam a necessidade de uma abordagem contínua e adaptada a diferentes contextos culturais e grupos etários. Programas educativos devem ser desenvolvidos levando em consideração as características específicas de cada público, como a faixa etária, o nível de compreensão sobre os conceitos matemáticos e a exposição anterior aos jogos de azar. Além disso, é importante que essas iniciativas sejam implementadas de maneira contínua e dinâmica, para que os estudantes possam ser continuamente lembrados dos riscos e das probabilidades associadas a essas práticas(ILLOWSKY; DEAN, 2018).

Esses estudos demonstram que programas educativos que envolvem a conscientização sobre probabilidades e a educação financeira podem ser eficazes na mudança de atitudes e comportamentos em relação aos jogos de azar. O impacto desses programas vai além da simples redução do envolvimento em jogos de azar; eles ajudam a promover uma cultura de responsabilidade financeira e a incentivar escolhas mais racionais e informadas. Ao abordar os aspectos matemáticos das apostas, como a compreensão das probabilidades e das expectativas de ganho, esses programas são capazes de fornecer aos jovens uma perspectiva mais realista sobre os jogos de azar, desmistificando as ilusões de controle e as falácias que comumente influenciam suas decisões.

No entanto, para que esses programas sejam bem-sucedidos, é fundamental que a educação seja direcionada de maneira estratégica e sensível às diferenças entre os grupos de jovens, considerando as diversas formas de jogos de azar disponíveis em cada cultura e sociedade (GRIFFITHS, 2010a ; ILLOWSKY; DEAN, 2018). Por exemplo, enquanto algumas populações podem estar mais expostas a loterias ou jogos de cassino tradicionais, outras podem ter maior contato com apostas digitais e jogos online, que oferecem características e dinâmicas diferentes. Isso exige que os programas educativos sejam adaptados para refletir as particularidades culturais e contextuais dos jovens, levando em consideração fatores como o acesso à tecnologia, a percepção de risco e os padrões de consumo de jogos em diferentes regiões.

Além disso, esses programas devem ser desenvolvidos de forma a atender às diferentes faixas etárias e níveis de maturidade dos jovens. No caso de adolescentes, por exemplo, é importante que a abordagem seja mais lúdica e interativa, utilizando tecnologias como aplicativos, jogos educacionais e simulações para ensinar as probabilidades e as consequências dos jogos de azar de forma mais envolvente. Já com jovens adultos, a educação pode ser mais profunda, focando não apenas em probabilidades, mas também nas implicações financeiras de longo prazo e nos efeitos psicológicos do jogo problemático, como o estresse e a ansiedade.

A inclusão de conceitos como juros compostos, a gestão de riscos financeiros e a avaliação crítica de decisões econômicas no currículo escolar, conforme preconiza a BNCC, pode ser uma base sólida para a prevenção de comportamentos impulsivos em relação ao jogo. Ao ensinar os alunos a pensarem sobre as consequências financeiras das suas ações e a diferenciarem entre risco calculado e sorte pura, os programas educacionais ajudam a construir uma mentalidade mais madura e informada em relação ao dinheiro e aos jogos de azar.

Além disso, estudos sobre o comportamento de jovens em relação a jogos de azar destacam a importância de intervenções educativas precoces. Griffiths e Parke, (Griffiths e Parke 2010) analisam o aumento da prática de jogar *online* entre adolescentes e enfatizam que programas educativos, como o *Gambling Awareness and Education Program* (GAEP), são fundamentais para prevenir a dependência. Esses programas não apenas ajudam a reduzir o risco de vício em jogos de azar, mas também oferecem aos jovens a oportunidade de desenvolver habilidades de tomada de decisão e planejamento financeiro. Essas competências podem ser aplicadas em diversas áreas da vida, incluindo poupança, gestão de recursos e avaliação de investimentos, contribuindo para uma maior responsabilidade financeira desde cedo.

Portanto, a educação financeira, ao ser abordada de maneira estratégica e adaptada às necessidades dos jovens, tem o potencial de minimizar os riscos associados ao jogo e ao vício em apostas. Ao integrar essa educação ao currículo escolar, especialmente por meio de programas que considerem as diversas formas de jogos de azar e as características culturais dos jovens, é possível promover uma sociedade mais responsável e menos vulnerável aos danos econômicos e psicológicos causados por comportamentos impulsivos em relação ao jogo.

Ainda, deve-se notar que, embora a educação seja uma ferramenta poderosa, a implementação de políticas públicas que restrinjam o acesso a jogos de azar, especialmente para os jovens, também é essencial. A regulamentação das plataformas de apostas online, juntamente com a promoção de programas educativos e de conscientização, pode ajudar a criar um ambiente mais seguro para os jovens, reduzindo significativamente os riscos de envolvimento excessivo com jogos de azar. Dessa forma, uma abordagem integrada, que combine educação, regulamentação e prevenção, é fundamental para enfrentar os desafios relacionados ao vício em jogos de azar e suas consequências econômicas e psicológicas.

5 Comparativo: Jogos de habilidade e Jogos de azar

Nesse capítulo exploramemos dois jogos: o *Go*, que é um jogo de habilidade ou deterministisco no qual os resultados dependem exclusivamente de estratégias e conhecimento sobre o jogo, inclusive ocorre uma correção da vantagem para quem joga em segundo. Por outro lado faremos uma analise sobre jogo de dados considerando dados honestos e viciados, que apesar das estatíscas e probabilidades o resutado depende do acaso.

5.1 Go

5.1.1 História

O *Go* é considerado um dos jogos de tabuleiro mais antigos em atividade contínua, com origens que remontam a mais de 2.500 anos na China Antiga. Reconhecido por sua profundidade estratégica e simplicidade estrutural, o jogo evoluiu de uma prática filosófico-militar para um fenômeno cultural de escala global. Sua criação é tradicionalmente associada ao contexto da Dinastia Zhou (1046–256 a.C.), conforme apontado em registros do Zuo Zhuan, um texto histórico clássico chinês do século IV a.C. (WANG, 2016). Embora uma lenda atribua sua invenção ao imperador mitológico Yao, que teria usado o jogo como ferramenta pedagógica para disciplinar seu filho, não há comprovação arqueológica que sustente tal narrativa (CHINESE WEIQI ASSOCIATION, 2020).

As evidências materiais sobre a prática do Go começaram a surgir de maneira mais concreta a partir do período Han. Em 1954, arqueólogos encontraram um tabuleiro de 19x19 linhas em um túmulo da Dinastia Han (206 a.C.–220 d.C.), na província de Hebei, consolidando a ideia de que o jogo já havia alcançado um alto grau de desenvolvimento técnico e simbólico nesse período (BOORMAN,1969). Outra fonte fundamental para o entendimento da evolução do jogo é o "Manual de $Weiqi$", atribuído a *Ban Gu* (32–92 d.C.), que registra regras e conceitos estratégicos iniciais e reflete o valor intelectual atribuído ao jogo na sociedade chinesa (FAIRBAIRN,2007). A difusão do *Go* para além das fronteiras chinesas teve início com sua introdução no Japão, durante o Período Asuka (538–710 d.C.), por meio de monges budistas e emissários culturais. O jogo logo foi assimilado pelas elites japonesas, como se evidencia em crônicas como o Nihon Shoki (720 d.C.), que menciona o *Go* como parte da educação da aristocracia nipônica (RUDY,). Com o tempo, o Japão não apenas preservou a prática do jogo, como também desempenhou papel central em sua institucionalização. Durante o Período Edo (1603–1868), o *xogunato Tokugawa* criou quatro escolas oficiais de *Go*, estabelecendo uma hierarquia de jogadores profissionais e padronizando as regras que influenciam a forma moderna do jogo.

Na Coréia, o jogo chegou sob o nome *Baduk* e desenvolveu características culturais próprias. Embora os registros históricos não sejam tão abundantes quanto os chineses e japoneses, há confirmação arqueológica da prática do jogo durante o Período dos Três Reinos (57 a.C.–668 d.C.), especialmente com a descoberta de artefatos relacionados em túmulos reais na cidade de Gyeongju (KOREAN BADUK ASSOCIATION, 2018).

Com o avanço da globalização no século XX, o *Go* passou a ganhar notoriedade fora do Leste Asiático. Em 1982, foi fundada a Federação Internacional de Go (*International Go Federation* – IGF), que consolidou um sistema internacional de torneios e estabeleceu conexões entre os jogadores de diversas nações (*INTERNATIONAL GO FEDERATION*,2021). Atualmente, estima-se que existam cerca de 60 milhões de jogadores em todo o mundo, sendo aproximadamente 40 milhões na China e 10 milhões no Japão (IGF, 2023), o que evidencia a vitalidade contemporânea do jogo.

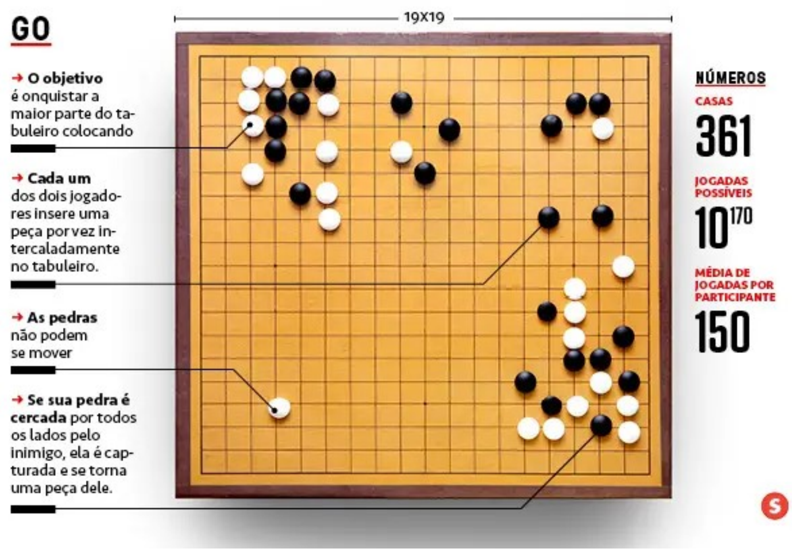

Figura 2 – *GO*/Regras
Fonte: https://baduk.com.br/regras-basicas/

Além de sua relevância cultural e histórica, o *Go* também chamou a atenção da comunidade científica devido à sua complexidade matemática. Diferentemente do xadrez, o número de possíveis combinações em uma partida de *Go* é estimado em cerca de 10^{170}, tornando-o um enorme desafio computacional (DEMAIN, 2016). Esse aspecto levou ao desenvolvimento de pesquisas avançadas em inteligência artificial. Em 2016, o programa *AlphaGo*, criado pela empresa DeepMind, surpreendeu o mundo ao derrotar o campeão mundial Lee Sedol, um feito que demonstrou não apenas o progresso da IA, mas também abriu novas perspectivas para o estudo da criatividade humana e da tomada de decisão estratégica (SILVER et al., 2016).

5.1.2 Go: Um Jogo Determinístico (Sem Sorte)

Além de sua rica trajetória histórica e impacto cultural, o *Go* se destaca por suas características matemáticas e estruturais únicas, que o diferenciam de outros jogos de estratégia, como o xadrez. Um dos aspectos mais notáveis do *Go* é sua natureza determinística: trata-se de um jogo de informação perfeita, ou seja, todas as jogadas e posições estão visíveis para ambos os jogadores o tempo todo, e não há qualquer elemento de sorte envolvido. Isso significa que o resultado de uma partida depende exclusivamente da habilidade, experiência e estratégia dos competidores, sem interferência de fatores aleatórios.

Figura 3 – GO
Fonte: https://baduk.com.br/regras-basicas/

O tabuleiro padrão do *Go* é composto por uma grade de 19x19 linhas, totalizando 361 intersecções, onde as pedras pretas e brancas são posicionadas alternadamente. A complexidade combinatória do jogo é imensa: estima-se que o número de possíveis configurações em uma partida seja da ordem de 10^{170}, um número significativamente superior ao do xadrez, que gira em torno de 10^{120} posições possíveis (DEMAIN, 2016). Essa vasta gama de possibilidades torna o Go um campo fértil para estudos em inteligência artificial, teoria dos jogos e matemática computacional. Em partidas de alto nível, a duração média de uma disputa pode variar de uma a três horas, refletindo o grau de análise e planejamento exigido a cada jogada. A ausência de sorte ou de eventos probabilísticos internos faz com que cada decisão tenha um peso estratégico real, consolidando o *Go* como um verdadeiro teste de raciocínio lógico, visão espacial e disciplina mental.

Tabela 3 – Especificações do jogo *Go*

Característica	**Valor/Descrição**
Tamanho do tabuleiro	19x19 intersecções (361 posições)
Duração média de uma partida	1 a 3 horas (em competições de alto nível)
Elemento de sorte	0% (jogo puramente determinístico)
Tipo de informação	Informação perfeita (jogadas 100% visíveis)
Número estimado de possibilidades	$\sim 10^{170}$

Mesmo os avanços mais sofisticados no campo da inteligência artificial respeitam essa estrutura determinística. O *AlphaGo*, programa desenvolvido pela DeepMind, não incorpora elementos de aleatoriedade em sua tomada de decisão; em vez disso, utiliza redes neurais profundas e busca em árvore de decisões para avaliar milhões de posições possíveis e selecionar a sequência mais promissora (SILVER et al., 2016). Assim, mesmo com a utilização de modelos estatísticos para prever comportamentos prováveis, o jogo em si permanece absolutamente determinístico, sem quaisquer mecanismos probabilísticos nativos. Essa ausência total de sorte e a dependência pura da habilidade fazem do *Go* não apenas um desafio intelectual singular, mas também um paradigma de complexidade estratégica em jogos de tabuleiro.

5.1.3 *Go* comparado a outros jogos

Diferentemente dos jogos de azar ou jogos com componentes aleatórios, o Go não envolve probabilidades internas. As jogadas não são influenciadas por sorte ou variância: cada ação é resultado de decisão estratégica. Até mesmo algoritmos como o *AlphaGo*, da DeepMind, operam de maneira determinística, usando redes neurais profundas e árvores de decisão para simular milhões de possibilidades, mas sem introduzir aleatoriedade real (SILVER et al., 2016).

A tabela abaixo resume a diferença entre o *Go* e outros jogos populares, segundo o grau de aleatoriedade e o peso da habilidade estratégica:

Tabela 4 – Diferença entre o *Go* e outros jogos populares

Jogo	**Elemento de Sorte**	**Probabilidade de Vitória (Exemplo)**	**Fator Estratégico**
Go	0%	100% habilidade	Máxima (jogo puro)
Xadrez	0%	100% habilidade	Alta
Pôquer	~40% (cartas)	~60% habilidade/bluff	Média-Alta
Roleta	~100% (aleatória)	Casa com 2,7%–5,26% de vantagem	Mínima
Blackjack	~50% (cartas)	Estratégia reduz vantagem da casa	Média (pode favorecer jogador)

Fonte: https://baduk.com.br/regras-basicas/

Estatísticas Detalhadas em Jogos de Azar

A. Roleta (Europeia vs. Americana)

A roleta é um jogo puramente aleatório, sem qualquer influência da habilidade do jogador. Suas duas variantes principais diferem na estrutura de casas e na vantagem estatística da casa.

• **Roleta Europeia:** possui 37 casas (números de 1 a 36 e um zero). A probabilidade de acertar um número específico é de 1/37, ou seja, aproximadamente 2,70%, e a vantagem da casa é igualmente 2,70% (SHACKELFORD,2024b).

• **Roleta Americana:** possui 38 casas (incluso o duplo zero). A probabilidade de acerto em um número específico é de $1/38 \approx 2{,}63\%$, e a vantagem da casa aumenta para 5,26% (ROULETTE STAR, 2023).

B. Pôquer (*Texas Hold'em*) Embora o pôquer utilize cartas distribuídas aleatoriamente, o fator estratégico é considerável. Jogadores experientes utilizam leitura de adversários e *blefe* como elementos táticos fundamentais.

• A chance de receber um par de ases na mão inicial é de 1 em 221 (aproximadamente 0,452%) (PRIMEDOPE, 2024).

• A probabilidade de formar um *flush* no *flop* com uma mão inicial suited é de cerca de 0,82% (888POKER,2024).

C. *Blackjack*

O *blackjack* se destaca por permitir que a estratégia influencie diretamente os resultados do jogador, especialmente com o uso de técnicas como a contagem de cartas.

• Sem estratégia, a chance natural de vitória do jogador é de cerca de 42% (SHACKELFORD,2024).

• Com estratégia básica, a vantagem da casa pode cair para 0,5% (SHACKELFORD, 2024a).

• Com a contagem de cartas, jogadores avançados podem inverter essa vantagem, obtendo um ganho estatístico de cerca de 1% a 2% (GUBIN et al., 2022).

Enquanto jogos como roleta, *blackjack* e pôquer envolvem diferentes graus de aleatoriedade e dependência de sorte, o *Go* representa um extremo oposto: um ambiente puramente estratégico, onde a vitória depende inteiramente da capacidade intelectual. Esse contraste torna o *Go* uma ferramenta única não apenas no entretenimento, mas também em áreas como inteligência artificial, psicologia cognitiva e teoria dos jogos.

5.1.4 Complexidade do Go frente aos jogos de azar

No *Go*, todas as informações são visíveis desde o início até o fim da partida: o tabuleiro é público, os movimentos são registrados, e não há elementos ocultos, como cartas fechadas. Isso contrasta com jogos como o pôquer, onde os jogadores recebem cartas escondidas e precisam lidar com informações incompletas. Na roleta, por outro lado, o resultado é totalmente aleatório, determinado pelo giro da roda – um fenômeno físico que, por definição, escapa ao controle do jogador (SHACKELFORD, 2024b).

A ausência de aleatoriedade no *Go* torna o jogo 100% dependente da habilidade do jogador. Cada jogada deve ser cuidadosamente planejada, levando em consideração padrões estratégicos, território, influência e timing. Já nos jogos de azar, a sorte pode ter um peso significativo. No pôquer, estima-se que até 40% do resultado dependa da sorte, enquanto na roleta e em jogos de slot, esse número pode chegar a 100% (PRIMEDOPE, 2024; ROULETTE STAR, 2023).

O *Go* possui uma das maiores árvores de decisão conhecidas entre os jogos de tabuleiro, com o números configurações possíveis na ordem de 10^{170} (DEMAIN, 2016), número que ultrapassa o número de átomos no universo observável ($\sim 10^{80}$). Esse grau de complexidade não é alcançado por jogos como xadrez ($\sim 10^{47}$) ou pôquer ($\sim 10^{16}$), e é inalcançável por jogos puramente aleatórios como a roleta, cujos resultados se limitam a algumas dezenas de possibilidades.

O desenvolvimento da inteligência artificial aplicável ao *Go* marcou um divisor de águas na ciência da computação. Em 2016, o programa *AlphaGo*, da DeepMind, derrotou o campeão mundial Lee Sedol (SILVER et al., 2016). Essa vitória impressionante foi alcançada sem que o sistema tivesse acesso a nenhum tipo de sorte ou aleatoriedade – apenas análise estratégica pura, com base em redes neurais profundas e algoritmos de busca por árvore.

Por outro lado, IA como *Libratus* ou *Pluribus*, que jogam pôquer, precisam lidar com incerteza, blefe e informação incompleta, o que exige abordagens estatísticas e probabilísticas mais próximas da teoria dos jogos. Embora também tenham vencido jogadores profissionais, esses sistemas operam em contextos fundamentalmente diferentes, onde a aleatoriedade ainda desempenha um papel estrutural (GUBIN et al., 2022).

Tabela 5 – Comparativo :*Go* e jogos de azar

Aspecto	*Go*	**Jogos de Azar**
Sorte	0%	40–100%
Habilidade	100%	0–60%
Complexidade	Máxima (determinístico)	Variável (depende do jogo)
Uso de IA	*AlphaGo* (estratégia pura)	*Libratus*, *Pluribus* (informação parcial)

Fonte: https://baduk.com.br/regras-basicas/

O *Go* representa o ápice dos jogos estratégicos determinísticos, onde cada decisão é tomada com base em lógica pura, previsão e cálculo. Em contraste, os jogos de azar envolvem probabilidade, sorte e psicologia, compondo um cenário mais incerto e volátil. Ambos os tipos de jogos, no entanto, oferecem desafios intelectuais distintos e fascinantes – seja na profundidade do raciocínio estratégico ou na análise estatística de riscos.

5.1.5 *Go*: Regras do Jogo

1. Estatísticas Gerais de Partidas

Etudos de partidas profissionais e de alto nível revelam o seguinte panorama (BrainKing,2020)

- **Vitórias com Pretas:** 6.727 (48,97%)
- **Vitórias com Brancas:** 6.911 (50,31%)
- **Empates (Jigo):** 98 (0,71%)

Esses dados mostram um equilíbrio notável entre as cores, sendo o pequeno diferencial compensado com o *komi*, um bônus dado às brancas, que jogam em segundo.

2. Material Necessário

Para jogar *Go*, é necessário apenas:

• *Goban* **(Tabuleiro):** Tradicionalmente com uma grade de 19x19 linhas, mas também existem versões menores como 13x13 e 9x9, indicadas para iniciantes.

• **Pedras (Peças):** Um conjunto de 361 interseções exige normalmente 181 pedras pretas e 180 brancas, já que as pretas sempre começam o jogo.

• **Jogadores:** Duas pessoas. Um jogador usa pedras pretas e o outro, brancas. A *American Go Association* <https://www.usgo.org> sugere que iniciantes comecem em tabuleiros 9x9 para compreender melhor os princípios de território e captura.

3. Regras Básicas

O jogo começa num tabuleiro vazio. As intersecções são usadas para colocar pedras:

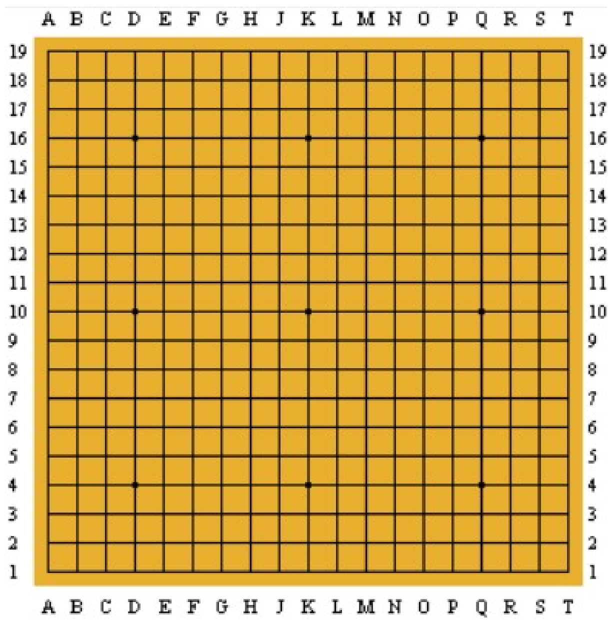

Figura 4 – Tabuleiro 19x19
Fonte: https://baduk.com.br/regras-basicas/

4. Objetivo do Jogo

O objetivo do *Go* é controlar mais território do que o adversário ao final da partida. Território consiste em áreas vazias cercadas por suas pedras, além das pedras capturadas durante o jogo.

O território no *Go* é definido como o conjunto de interseções (ou cruzamentos) do tabuleiro que estão completamente cercadas pelas pedras de um jogador, de modo que o adversário não consiga acessá-las ou invadi-las de forma eficaz. A contagem desses cruzamentos determina a pontuação final: o número de interseções cercadas pelas pedras brancas corresponde aos pontos do jogador que utiliza as brancas, e o mesmo vale para o jogador com as pedras pretas.

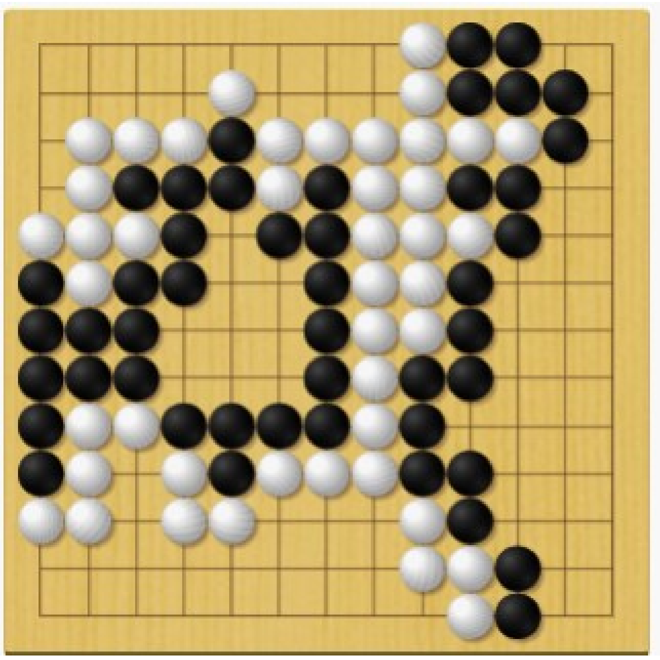

Figura 5 – Território
Fonte: https://baduk.com.br/regras-basicas/

Essa mecânica transforma o Go em uma verdadeira batalha por influência e espaço, onde cada jogada deve considerar não apenas a tática imediata, mas a estratégia de longo prazo.

5. Como Jogar

A. Colocação de Pedras

•As pretas começam o jogo colocando uma pedra em qualquer intersecção vazia. As brancas colocam uma pedra noutra intersecção, etc. Há várias regras a levar em conta.

A figura 06 apresenta uma análise do diagrama anterior, destacando a delimitação de territórios no tabuleiro. As pedras pretas formam um território sólido ao redor das interseções marcadas com triângulos, enquanto as pedras brancas cercam as áreas indicadas por círculos.

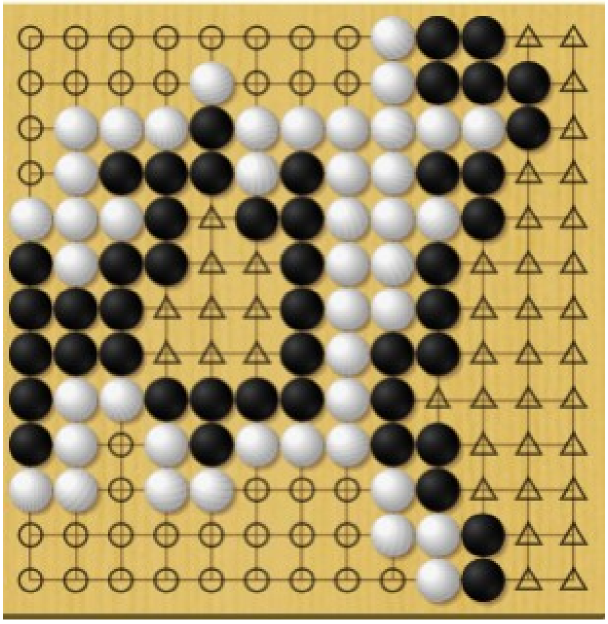

Figura 6 – Limites
Fonte: https://baduk.com.br/regras-basicas/

Cada triângulo e cada círculo representa uma interseção vazia controlada por um dos jogadores, configurando um ponto de território. Assim, a quantidade total de triângulos corresponde à pontuação territorial das Pretas, e a quantidade de círculos, à das Brancas.

- As pretas jogam primeiro.
- Os jogadores se alternam colocando uma pedra por turno.

B. Liberdades (Respirações)

• Cada pedra tem liberdades, as interseções adjacentes livres nas direções horizontal e vertical. A figura seguinte mostra uma pedra preta com quatro graus de liberdade e uma pedra branca com dois:

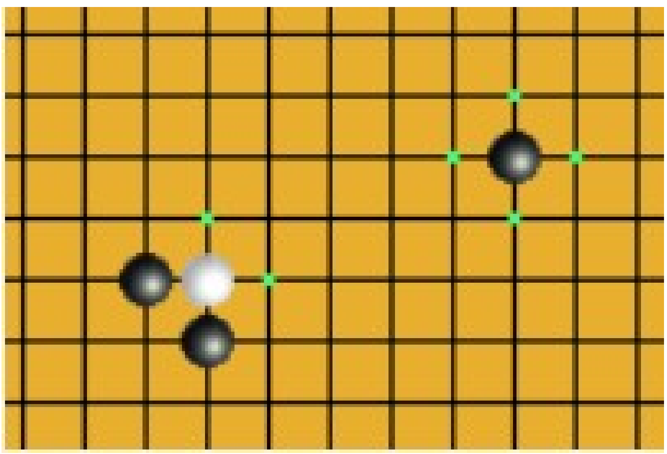

Figura 7 – Pedra preta com quatro graus de liberdade e uma pedra branca com dois
Fonte: https://baduk.com.br/regras-basicas/

• Quando todos os pontos adjacentes a uma pedra, ou grupo de pedras, estão ocupados por pedras do adversário, a pedra(ou grupo de pedras) é capturada(o) e retirada(o) do tabuleiro.

Em A, B e C na figura, os pontos indicados por círculos são chamados de liberdades da pedra a qual se referem. Em D, E e F, todas as liberdades da Preta foram "tomadas"pelas Brancas. Assim, não podendo mais respirar, a peça Preta(ou conjunto de peças sem liberdade) é retirada(o) do tabuleiro.

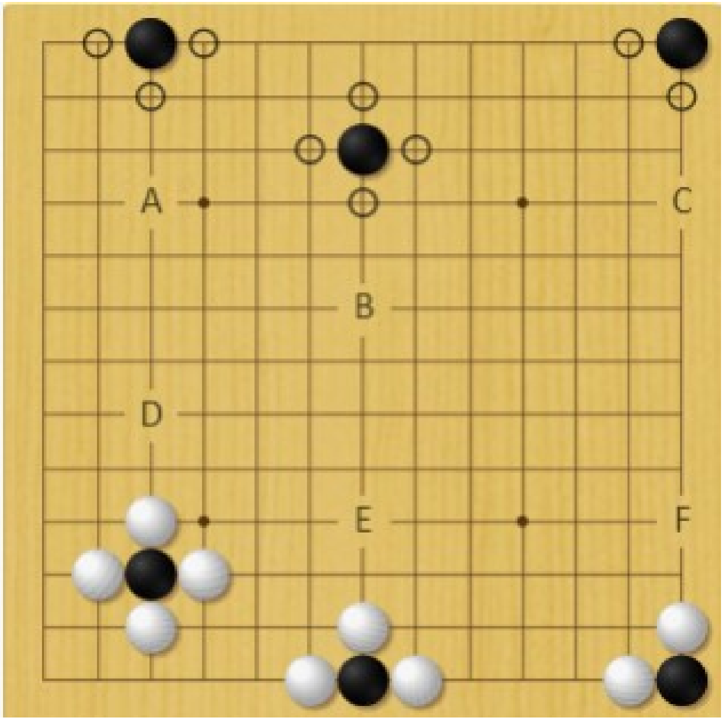

Figura 8 – Liberdade ou Espaço para respirar.
Fonte: https://baduk.com.br/regras-basicas/

• **Ponto Irrespirável**

De acordo com as regras do *Go*, uma pedra não pode ser colocada em uma interseção onde não haja liberdades disponíveis — ou seja, espaços adjacentes vazios que permitam sua sobrevivência imediata. No diagrama, observa-se que, na situação "A", as Pretas não podem jogar na interseção "a", pois a colocação resultaria na ausência total de liberdades, caracterizando uma jogada ilegal (suicídio).

Por outro lado, a situação “B” apresenta um cenário distinto. Aqui, as Pretas podem legalmente jogar na interseção "b", pois essa ação resultaria na captura da pedra Branca marcada com um triângulo. Com a remoção dessa pedra inimiga, a pedra Preta recém-colocada passaria a ter ao menos uma liberdade disponível, localizada na interseção "c", como ilustrado na situação "D". Este é um exemplo clássico da interação entre o conceito de liberdades e o mecanismo de captura no jogo.

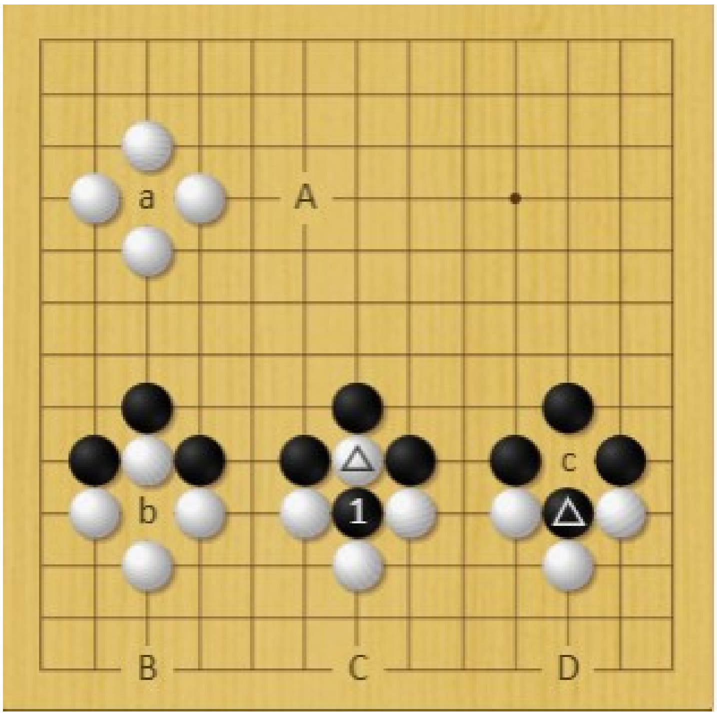

Figura 9 – Ponto Irrespirável.

Fonte: https://baduk.com.br/regras-basicas/

C. Captura de Grupos

• Um grupo é removido do tabuleiro se todas as suas conexões adjacentes estiverem ocupadas pelo adversário.

• Um dos conceitos fundamentais do *Go* é saber viver (manter grupos com liberdade) e matar (tirar a liberdade dos grupos adversários).

D. Regra do *Ko*

• Para evitar repetições infinitas, não é permitido repetir a mesma posição imediatamente após ela ter ocorrido.

• O jogador deve realizar uma jogada intermediária antes de retomar a captura.

Em determinadas configurações do tabuleiro, pode ocorrer uma situação cíclica em que os jogadores, ao alternarem suas jogadas, poderiam capturar e recapturar indefinidamente a mesma pedra, gerando um ciclo infinito. Para evitar essa repetição, aplica-se a chamada regra do *Ko*.

Essa regra estabelece que um jogador não pode recapturar imediatamente após uma jogada que reproduz exatamente a posição anterior do tabuleiro. Ou seja, deve-se aguardar ao menos uma jogada intermediária antes de tentar recuperar a mesma posição. Esse mecanismo impede o chamado "ciclo de eternidade"(*ko*, em japonês), garantindo a progressão e a conclusão da partida.

O *Ko* representa a única exceção à regra geral do *Go*, segundo a qual qualquer jogador tem liberdade de colocar uma pedra em qualquer interseção desocupada do tabuleiro.

6- Fim do Jogo

Assim que ambos os jogadores decidirem passar a vez, o jogo termina e os territórios de cada um são revelados.

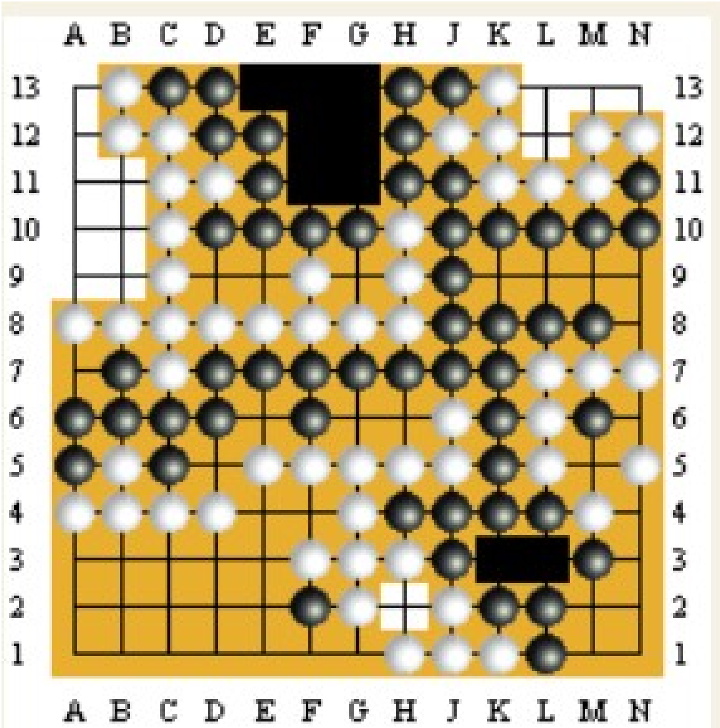

Figura 10 – Exemplo de um jogo terminado num tabuleiro 13x13.
Fonte: https://baduk.com.br/regras-basicas/

Para calcular os pontos corretamente, é necessário marcar as pedras condenadas.

Uma pedra (ou um grupo de pedras conectadas) é considerada condenada quando não pode ser salva da captura pelo adversário. Se um grupo nunca pode ser capturado, diz-se que é um grupo vivo.

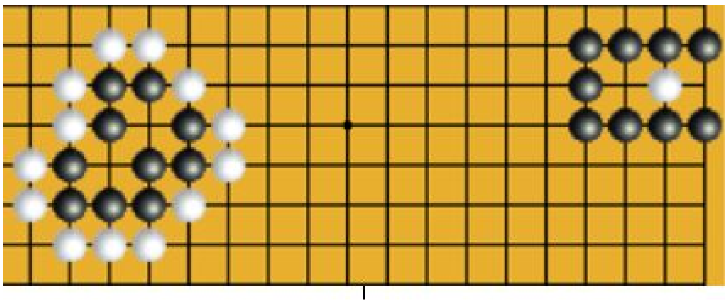

Figura 11 – Grupo preto vivo (à esquerda) e um grupo branco condenado (à direita).
Fonte: https://baduk.com.br/regras-basicas/

O grupo à esquerda é considerado vivo porque possui dois olhos (espaços vazios internos que não podem ser preenchidos sem violar as regras do jogo). Já o grupo à direita está condenado, pois o adversário pode preencher os espaços em branco e capturar todas as pedras, independentemente de o jogador branco tentar reforçar o grupo.

Após os dois passes consecutivos, um jogador pode clicar em qualquer pedra (preta ou branca) para marcá-la como condenada. Essa pedra será assinalada com uma cruz, indicando que está condenada.

Para simplificar, ao marcar uma pedra como condenada, todas as pedras da mesma cor dentro da área cercada pelo adversário serão marcadas como condenadas automaticamente.

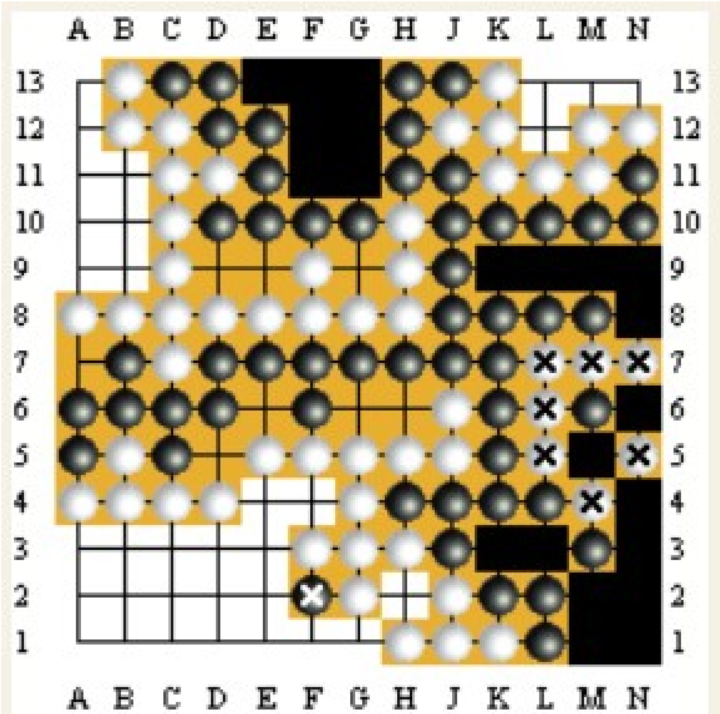

Figura 12 – Exemplo de 1 pedra preta e 7 brancas marcadas como condenadas.
Fonte: https://baduk.com.br/regras-basicas/

Em partidas reais, os jogadores removem as pedras condenadas do tabuleiro. No entanto, no *BrainKing*, elas apenas são marcadas e permanecem visíveis, facilitando o estilo de jogo online.

Após marcar as pedras condenadas, o jogador pode submeter a jogada. O adversário verá a posição final com a pontuação e poderá aceitar ou rejeitar a marcação.

- Se aceitar, o jogo termina e vence quem tiver a maior pontuação.

- Se rejeitar, o jogo continua, permitindo que os jogadores coloquem mais pedras ou marquem novos conjuntos de pedras condenadas após passarem novamente.

7. Contagem de Pontos

A pontuação é baseada na fórmula:

$$P_f = T_c + P_{cap} - P_{cond} - K \tag{5.1}$$

Legenda:

- P_f: Pontuação Final
- T_c: Território Cercado
- P_{cap}: Pedras Capturadas
- P_{cond}: Pedras Condenadas
- K: $Komi$ (subtraído apenas pelas pretas)

$Komi$**:** Compensação para as Brancas

Para equilibrar o fato de as pretas começarem, adiciona-se komi às brancas:

- **19x19:** +6,5 pontos
- **13x13:** +4,5 pontos
- **9x9:** +3,5 pontos

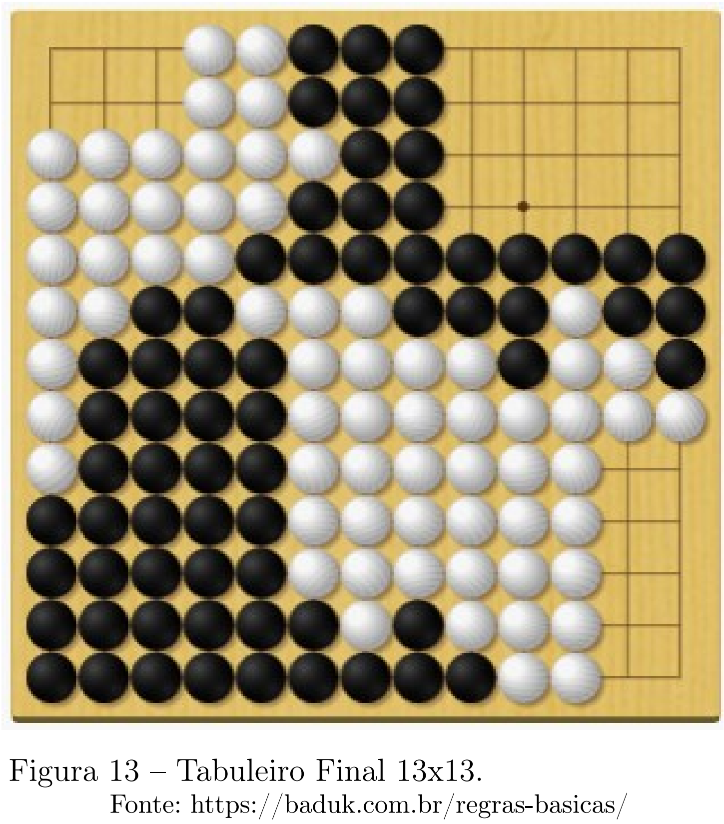

Figura 13 – Tabuleiro Final 13x13.
Fonte: https://baduk.com.br/regras-basicas/

No final as peças no tabuleiro são reorganizadas para tornar a contagem mais simples.

As peças capturadas são colocadas no território correspondente à sua cor, também com o objetivo de facilitar a contagem final.

Em seguida, conta-se o número de intersecções vazias no tabuleiro. No caso do fim desse exemplo (figura 13): as pretas vencem por 20 a 16.

Exemplo de Contagem

- **Pretas:**

29 territórios – 3 pedras capturadas – 1 pedra condenada – 6,5 (*komi*) = 18,5 pontos

- **Brancas:**

33 territórios – 2 pedras capturadas – 0 pedras condenadas = 31 pontos

Resultado: Brancas vencem por 12,5 pontos.

8. Estratégias Fundamentais

Aprender *Go* é muito mais do que memorizar regras — é desenvolver visão espacial, equilíbrio entre ataque e defesa e paciência estratégica.

Conceitos-Chave:

- **Território:** Controle áreas com o mínimo de pedras possível.
- **Dois Olhos:** Um grupo que cria duas áreas internas vazias separadas torna-se invulnerável à captura.
- **Vida e Morte:** Saber se um grupo pode sobreviver (viver) ou está condenado (morrer) é essencial.
- **Invasão:** Técnica para entrar no território adversário e contestar espaço.
- **Sente (Iniciativa):** Manter o adversário reagindo às suas jogadas permite que você controle o ritmo do jogo.
- *Sabaki*: Formação leve e flexível usada para lidar com grupos fracos.
- *Handicap* **(Vantagem):** Jogadores iniciantes ou mais fracos podem começar com até 9 pedras pretas já colocadas, em posições padrão.

5.1.6 Estatísticas e Probabilidades no *Go*

Nesta seção, serão explorados os principais aspectos estatísticos e probabilísticos do jogo, incluindo a distribuição de vitórias por cor, o impacto do *komi*, a probabilidade de formações específicas e o uso de modelos computacionais e inteligência artificial na avaliação de partidas. Os dados apresentados baseiam-se na análise dos resultados finais de 13.736 partidas disputadas em plataformas online especializadas, com destaque para os bancos de dados do [Go4Go.net 2024] e do [KGS Go Server 2024], cujo período não foi disponibilizado.

Tabela 6 – Estatísticas de Vitórias por Cor

Cor	Vitórias	Percentual
Pretas	6.727	48,97%
Brancas	6.911	50,31%
Empates	98	0,71%

Fonte: Dados adaptados de jogos analisados via *Go4Go.net* e *KGS Go Server*.

1. Interpretação dos Dados

A leve vantagem das brancas é explicada pela compensação de pontos chamada komi, que equilibra o fato de as pretas jogarem primeiro. Este resultado está alinhado com o que se espera quando o komi é bem calibrado (em geral, 6,5 pontos em jogos de 19x19). A baixa taxa de empates (0,71%) é proposital, uma vez que o *komi* inclui valores fracionários justamente para evitá-los (ex.: 6,5 pontos em vez de 6).

2. Efeito do $Komi$ **no Equilíbrio**

O que é $Komi$**?** $Komi$ é uma pontuação extra dada às brancas para neutralizar a vantagem da primeira jogada, feita pelas pretas. Seu valor varia de acordo com o tamanho do tabuleiro e a regra da competição, mas em torneios oficiais modernos (regra japonesa ou chinesa), o *komi* padrão é de 6,5 pontos.

Impacto do $Komi$ nas Estatísticas

- $Komi$ = 5,5: Leve vantagem para as pretas.
- $Komi$ = 6,5: Aproxima a taxa de vitórias de 50% para ambas as cores.
- $Komi$ = 7,5: Pode favorecer levemente as brancas.

O valor ideal de *komi* ainda é objeto de debate entre teóricos e praticantes, variando conforme o estilo dos jogadores, ritmo de tempo e profundidade estratégica envolvida.

3. Probabilidades de Capturas e Formações

A) Probabilidade de Captura em Lutas Locais

A probabilidade de um grupo sobreviver depende das chamadas "liberdades" (interseções vazias conectadas). Contra um jogador perfeito, a chance de sobrevivência pode ser estimada por:

Tabela 7 – Probabilidades de Capturas e Formações

Liberdades (N)	Probabilidade de Sobrevivência
1	$\sim$ 0% (captura quase certa)
2	$\sim$ 30% (depende de ko)
3+	$>$ 70% (boa chance de vida)

Fonte: Adaptado de estudos estatísticos sobre o jogo Go.

Fórmula Simplificada:

$$P(\text{sobrevivência}) \approx \frac{\text{Liberdades}}{\text{Liberdades} + \text{Pedras adversárias}} \tag{5.2}$$

B) Probabilidade de Formação de Dois Olhos

A sobrevivência de um grupo depende da capacidade de formar "dois olhos" — espaços internos que tornam o grupo inatacável. A probabilidade de um grupo formar dois olhos aumenta com o número de pedras:

Tabela 8 – Probabilidade de Formação de Dois Olhos

Pedras no Grupo	Probabilidade de Dois Olhos
6+	$\sim 85\%$
4	$\sim 40\%$
2	$< 10\%$

Fonte: Adaptado de análises estatísticas sobre formações no jogo *Go*.

4. Modelos Matemáticos Aplicados ao *Go*

A) Árvore de Possibilidades O *Go* possui uma complexidade,uma quantidade de combinações gigantesca que em um tabuleiro 19x19 tem valor estimado em $\sim 10^{170}$.Devido a isso, algoritmos como o *Monte Carlo Tree Search* (MCTS) são utilizados por programas como o *AlphaGo*, *LeelaZero* e *KataGo* para estimar as melhores jogadas com base em simulações massivas.

B) Teoria dos Jogos Combinatórios

O *Go* é um jogo de soma zero, ou seja, a pontuação que um jogador conquista é, por definição, a que o outro deixa de obter. Isso permite o uso de funções de avaliação baseadas em:

- Controle territorial.
- Resistência de grupos.
- Número de liberdades remanescentes.

C) Probabilidade de Vitória por Movimento

IA modernas (como *KataGo*) usam funções logísticas para calcular a chance de vitória a partir de uma jogada específica:

$$P(\text{Vitória}) = \frac{1}{1 + e^{-k\cdot(\text{Vantagem})}} \tag{5.3}$$

Onde:

- k = constante de ajuste (geralmente entre 0,4 e 0,6 para humanos),
- Vantagem = diferença em pontos avaliada pela IA.

Exemplo: Um movimento que gera +10 pontos de vantagem pode resultar em aproximadamente 98% de chance de vitória.

$$P(\text{Vitória}) = \frac{1}{1 + e^{-k \cdot (\text{Vantagem})}}$$

Para $k = 0,4$ e Vantagem $= +10$:

$$\begin{aligned}
P(\text{Vitória}) &= \frac{1}{1 + e^{-0,4 \times 10}} \\
&= \frac{1}{1 + e^{-4}} \\
&= \frac{1}{1 + 0,0183} \\
&\approx 0,9817 \quad \text{(98,17\% de chance de vitória)}
\end{aligned}$$

5. Estatísticas Avançadas em Partidas Profissionais

Tabela 9 – Valores médios de partidas profissionais no tabuleiro padrão (19x19)

Métrica	**Valor Médio**
Pedras jogadas por partida	200–300
Taxa de capturas	15–25% das jogadas
Território médio do vencedor	55–70 pontos

Fonte: Adaptado de análises estatísticas de partidas profissionais de *Go*.

Esses dados são úteis para calibrar engines de IA, ajustar *handicaps* e entender o fluxo típico de uma partida em alto nível.

5.1.7 Considerações finais sobre o *GO*

As análises estatísticas demonstram que as pedras brancas tendem a vencer com uma ligeira vantagem percentual — aproximadamente 50,3% — principalmente devido à aplicação do *komi*, uma compensação de pontos concedida a quem joga em segundo para equilibrar a vantagem do primeiro movimento. Essa pequena diferença reflete como ajustes sutis no equilíbrio do jogo podem influenciar significativamente os resultados em um grande número de partidas.

No âmbito tático, as capturas de grupos de pedras são altamente dependentes da quantidade de liberdades disponíveis,isto é, dos pontos adjacentes vazios que determinam a sobrevivência ou vulnerabilidade de uma formação. A dinâmica das liberdades é essencial para calcular riscos, avaliar ameaças e decidir o momento apropriado para atacar ou defender.

Outro conceito fundamental para a manutenção de grupos no tabuleiro é a formação dos chamados "dois olhos". Trata-se de duas interseções vazias internas a um grupo de pedras, que não podem ser preenchidas pelo oponente sem violar as regras do jogo. Essa estrutura garante a inatacabilidade do grupo, constituindo um dos pilares estratégicos do *Go*. Grupos que não possuem dois olhos estão sujeitos à captura, ainda que estejam amplamente conectados.

A profundidade estratégica do *Go* é tão vasta que o número de configurações possíveis em um tabuleiro 19x19 supera amplamente o número de átomos no universo observável. Essa complexidade inviabiliza abordagens puramente combinatórias ou exaustivas por parte de seres humanos. Por isso, o *Go* tem servido como um campo de testes notável para o desenvolvimento de inteligências artificiais avançadas, como demonstrado pelas abordagens revolucionárias do AlphaGo e, posteriormente, pelo KataGo e Leela Zero.

Por fim, o uso de modelos matemáticos, estatísticos e probabilísticos não apenas facilita a compreensão do jogo em níveis mais abstratos, mas também contribui diretamente para a evolução técnica dos jogadores e para a formulação de estratégias cada vez mais refinadas. Essas ferramentas, ao serem aplicadas de forma integrada com o suporte de inteligência artificial, revelam padrões ocultos, simulam cenários de jogo e permitem análises de desempenho em tempo real, consolidando o Go como um jogo de disciplina, habilidade e estratégia.

5.2 Dados de 6 Lados (D6)

O dado de seis faces, conhecido como d6, é um dos artefatos mais antigos e amplamente difundidos na história dos jogos. Sua origem remonta à antiga Mesopotâmia, por volta de 3000 a.C., onde exemplares rudimentares eram confeccionados a partir de ossos, pedras ou marfim (SCHÄDLER,p. 22, 2007). Com o passar dos séculos, o dado adotou a forma cúbica com a qual estamos familiarizados, caracterizada por suas seis faces numeradas de 1 a 6, tradicionalmente representadas por pontos — ou pips. Essa padronização não foi apenas uma escolha estética, mas também funcional: o cubo oferece simetria geométrica, facilidade de manuseio e fabricação, além de um comportamento probabilístico equilibrado.

Figura 14 – Dado de 6 faces.
Fonte:https://www.freepik.com/sign-up?client

Sob a perspectiva da estatística, o d6 representa um exemplo clássico de distribuição uniforme discreta, onde cada resultado possível tem a mesma probabilidade de ocorrência. De acordo com Bastos,2014, "No lançamento de um dado honesto de seis faces, numeradas de 1 a 6, a probabilidade de qualquer face específica ocorrer é de 1/6, ou aproximadamente 16,67%.". Essa característica torna o d6 uma ferramenta fundamental para garantir equidade em jogos de estratégia e sorte. Títulos consagrados como War, Banco Imobiliário e sistemas de RPG como Dungeons & Dragons dependem desse equilíbrio para proporcionar uma experiência justa e empolgante (WIZARDS OF THE COAST, 2014).

No campo educacional, o d6 transcende sua função lúdica e se converte em um recurso didático poderoso. Professores do ensino básico e médio utilizam dados para introduzir noções de probabilidade, análise combinatória e estatística descritiva de forma prática e engajadora. Ao lançar dados em sala de aula, os alunos não apenas observam frequências relativas, mas também discutem eventos independentes, espaço amostral e simulações empíricas. Já em contextos acadêmicos e profissionais, engenheiros e cientistas aplicam o d6 em modelos estocásticos, simulações de Monte Carlo e experimentos computacionais que exigem variabilidade controlada (TABACHNICK; FIDELL, 2018). Apesar de sua simplicidade estrutural, o dado de seis faces continua sendo um objeto de enorme versatilidade, transitando com naturalidade entre o entretenimento, a ciência e a educação. Sua longevidade histórica e a riqueza de aplicações demonstram como um artefato aparentemente trivial pode ter impactos duradouros em diferentes áreas do conhecimento e da cultura humana.

5.2.1 O Azar nos Dados: Como a Sorte Influencia os Resultados

Os dados de seis lados (d6) são amplamente utilizados em jogos de tabuleiro, RPGs e cassinos, sendo símbolos clássicos do acaso. A aleatoriedade é uma característica intrínseca desses objetos, mas muitos jogadores acreditam que certos dados podem ser "de azar"— ou seja, tendem a resultar em números baixos ou desvantajosos com frequência. Mas será que um dado realmente pode ser "azarado", ou isso é apenas uma percepção psicológica?

O que faz um dado ser considerado "de azar"está intimamente relacionado à quebra da distribuição uniforme ideal. Em um dado perfeitamente justo, cada uma das seis faces (numeradas de 1 a 6) deve ter a mesma probabilidade de aparecer — aproximadamente 16,67% para cada face. Contudo, a realidade dos dados utilizados em jogos, sejam eles físicos ou virtuais, pode ser influenciada por vários fatores que alteram essa distribuição e, consequentemente, o equilíbrio do jogo. Esses fatores incluem imperfeições de fabricação, desgaste e manipulações intencionais, que podem tornar um dado "viciado"ou imprevisível, impactando negativamente a experiência de jogo.

Mesmo os dados mais bem feitos podem apresentar pequenas imperfeições que afetam seu desempenho probabilístico. Como observado por especialistas em modelagem de dados, as variações microscópicas de peso, assim como a presença de bolhas de ar ou defeitos no material, podem resultar em um dado que não seja simetricamente balanceado. Se, por exemplo, um dado for ligeiramente mais pesado em uma das faces, essa face pode cair com mais frequência do que as demais, alterando a distribuição das probabilidades e tornando o dado "não justo". Este tipo de falha muitas vezes não é perceptível a olho nu, mas pode impactar o resultado de jogos de azar e até mesmo competições de alto nível.

O desgaste natural também pode desempenhar um papel crucial. Com o tempo, as bordas dos dados podem se arredondar, principalmente quando são utilizados com frequência em superfícies duras. Essa modificação sutil nas bordas pode criar uma tendência para que o dado caia mais frequentemente com certos números voltados para cima. Embora o desgaste não seja intencional, ele pode causar uma distribuição desigual dos resultados, favorecendo certas faces em detrimento de outras. Jogadores experientes podem até identificar dados que, devido ao desgaste, "preferem"cair em certos números.

Outro aspecto que contribui para um dado ser considerado "de azar"são os vícios intencionais, ou dados projetados para trapacear. Esses dados são manipulados, seja por meio de alterações no peso interno, seja através da introdução de materiais pesados em faces específicas, para que um número apareça mais frequentemente. Em jogos de azar, especialmente em apostas de grande valor, os dados viciados são uma preocupação comum. O uso desses dados manipulados pode alterar drasticamente o equilíbrio do jogo e proporcionar vantagens indevidas para quem os utiliza, fazendo com que o jogo perca sua natureza de jogo justo.

5.2.2 Probabilidades

Com suas faces numeradas de 1 a 6, o dado é um exemplo clássico de distribuição uniforme de probabilidade, onde cada face tem a mesma chance de aparecer. No entanto, apesar de sua simplicidade, o dado pode ter comportamentos inesperados, especialmente quando há imperfeições na fabricação ou quando se lida com dados viciados. Esta parte do trabalho explora as probabilidades envolvidas no lançamento de dados justos e viciados, além de abordar as aplicações práticas dessas probabilidades em jogos e situações cotidianas.

Probabilidades do Dado Justo (d6)

Em um dado justo de seis faces (d6), cada face possui a mesma probabilidade de aparecer em uma rolagem. A probabilidade é calculada com a fórmula da probabilidade clássica:

$$P(E) = \frac{\text{número de casos favoráveis}}{\text{número total de casos possíveis}} \tag{5.4}$$

ou, de forma simbólica:

$$P(E) = \frac{n(E)}{n(S)} \tag{5.5}$$

onde:

- $P(E)$ é a probabilidade do evento E ocorrer;
- $n(E)$ é o número de casos favoráveis ao evento;
- $n(S)$ é o número total de casos possíveis (espaço amostral).

Nesse caso como se trata de um dado d6 a chance de ocorrência de cada um das faces em um rolagem é dada por:

$$P(\text{Face}) = \frac{1}{\text{Número de faces}} = \frac{1}{6} \approx 16{,}67\%$$

A tabela a seguir mostra a probabilidade de cada face:

Tabela 10 – Probabilidades Básicas do Dado Justo (d6)

Face	**Probabilidade Individual**
1	$1/6 \approx 16{,}67\%$
2	$1/6 \approx 16{,}67\%$
3	$1/6 \approx 16{,}67\%$
4	$1/6 \approx 16{,}67\%$
5	$1/6 \approx 16{,}67\%$
6	$1/6 \approx 16{,}67\%$

Probabilidades em Rolagens Múltiplas

Soma de Dois Dados (2d6)

Quando rolamos dois dados de seis faces (2d6), a probabilidade de obter uma soma específica depende do número de combinações possíveis. O número total de resultados possíveis ao lançar dois dados é $6 \times 6 = 36$.

A probabilidade de cada soma é calculada como:

$$P(\text{soma}) = \frac{\text{Número de combinações que resultam na soma}}{36}$$

Tabela 11 – Probabilidades em Rolagens Múltiplas - Soma de Dois Dados (2d6)

Soma	Combinações Possíveis	Probabilidade
2	(1+1)	$1/36 \approx 2{,}78\%$
3	(1+2, 2+1)	$2/36 \approx 5{,}56\%$
4	(1+3, 2+2, 3+1)	$3/36 \approx 8{,}33\%$
5	(1+4, 2+3, 3+2, 4+1)	$4/36 \approx 11{,}11\%$
6	(1+5, 2+4, 3+3, 4+2, 5+1)	$5/36 \approx 13{,}89\%$
7	(1+6, 2+5, 3+4, 4+3, 5+2, 6+1)	$6/36 \approx 16{,}67\%$ *(mais comum)*
8	(2+6, 3+5, 4+4, 5+3, 6+2)	$5/36 \approx 13{,}89\%$
9	(3+6, 4+5, 5+4, 6+3)	$4/36 \approx 11{,}11\%$
10	(4+6, 5+5, 6+4)	$3/36 \approx 8{,}33\%$
11	(5+6, 6+5)	$2/36 \approx 5{,}56\%$
12	(6+6)	$1/36 \approx 2{,}78\%$

Mínimo ou Máximo em Múltiplos Dados

Quando jogamos dois dados (2d6), é possível calcular as probabilidades de ocorrer o maior ou o menor valor em uma rolagem. A tabela a seguir nos mostra quais são as possibilidades e as probabilidades de cada ocorrência.

Tabela 12 – Distribuição de probabilidade dos pares ordenados (A, B) e (B, A) agrupados, com seus produtos probabilísticos

Pares	$\approx$ Probabilidade (%)	Produto Probabilístico
(1,1)	2,78%	$\frac{1}{6} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{36}$
(1,2) e (2,1)	5,56%	$2 \times (\frac{1}{6} \times \frac{1}{6}) = \frac{2}{36}$
(1,3) e (3,1)	5,56%	$\frac{2}{36}$
(1,4) e (4,1)	5,56%	$\frac{2}{36}$
(1,5) e (5,1)	5,56%	$\frac{2}{36}$
(1,6) e (6,1)	5,56%	$\frac{2}{36}$
(2,2)	2,78%	$\frac{1}{36}$
(2,3) e (3,2)	5,56%	$\frac{2}{36}$
(2,4) e (4,2)	5,56%	$\frac{2}{36}$
(2,5) e (5,2)	5,56%	$\frac{2}{36}$
(2,6) e (6,2)	5,56%	$\frac{2}{36}$
(3,3)	2,78%	$\frac{1}{36}$
(3,4) e (4,3)	5,56%	$\frac{2}{36}$
(3,5) e (5,3)	5,56%	$\frac{2}{36}$
(3,6) e (6,3)	5,56%	$\frac{2}{36}$

Continua na próxima página

Pares	≈ Probabilidade (%)	Produto Probabilístico
(4,4)	2,78%	$\frac{1}{36}$
(4,5) e (5,4)	5,56%	$\frac{2}{36}$
(4,6) e (6,4)	5,56%	$\frac{2}{36}$
(5,5)	2,78%	$\frac{1}{36}$
(5,6) e (6,5)	5,56%	$\frac{2}{36}$
(6,6)	2,78%	$\frac{1}{36}$

Vamos calcular as seguintes probabilidades com base em todas as combinações possíveis dos dois dados:

- 1.Probabilidade de o menor valor ser ≤ 3
- 2. Probabilidade de o maior valor ser $= 6$
- 3. Probabilidade de o menor valor ser ≥ 4.

1.Probabilidade do menor valor ser $\leq$ 3:

A probabilidade do menor valor ser 3 ou menos é o complemento da probabilidade de ambos os dados serem ≥ 4.

Veja as combinações em que ambos os dados são maiores ou iguais a 4 (isto é, o complemento do evento mínimo ≤ 3) são:

$$(4,4),(4,5),(4,6),(5,4),(5,5),(5,6),(6,4),(6,5),(6,6)$$

Assim a probabilidade do evento é dada por:

$$P(\text{Mínimo} \leq 3) = 1 - P(\text{Ambos} \geq 4) = 1 - \frac{9}{36} = \frac{27}{36} = 75\%$$

2.Probabilidade do maior valor ser $=$ 6:

Há 11 combinações onde pelo menos um dos dados é 6 (todas as combinações com 6 no primeiro ou segundo dado, exceto a dupla contagem de (6,6). Veja:

- Existem 6 combinações onde o **primeiro dado é 6**:

  $(6,1),(6,2),(6,3),(6,4),(6,5),(6,6)$

- Existem 6 combinações onde o **segundo dado é 6**:

  $(1,6),(2,6),(3,6),(4,6),(5,6),(6,6)$

- A combinação $(6,6)$ aparece nas duas contagens e foi contada duas vezes. Subtraímos 1 e temos 11 pares onde em pelos um dos dados tenha ocorrido o 6.

A probabilidade de ocorrencia do evento è dada por:

$$P(\text{Máximo} = 6) = \frac{11}{36} \approx 30{,}56\%$$

3. Probabilidade do maior valor ser ≥ 4:

Ao lançar dois dados temos 36 combinações.

Na sequência estão elencados os pares de dados nos quais as ocorrências são < 4 .

$$(1,1), (1,2), (1,3), (2,1), (2,2), (2,3), (3,1), (3,2), (3,3)$$

Sendo assim 9 casos.

Assim, a probabilidade do maior valor ser ≥ 4 é dada por

$$P(\text{Máximo} \geq 4) = 1 - P(\text{Máximo} < 4)$$

$$P(\text{Máximo} \geq 4) = 1 - \frac{9}{36} = \frac{27}{36} = \frac{3}{4} = 75\%.$$

5.2.3 Casos Especiais em Jogos

1. Chance de Crítico (Ex: RPGs)

Em jogos de RPG, como *Dungeons & Dragons*, quando um 6 é considerado um acerto crítico, podemos calcular a probabilidade de obter um resultado crítico, dependendo do número de dados rolados.

- **1d6:**

A probabilidade de um 6 ser rolado em um dado de 6 faces é de:

$$\frac{1}{6} \approx 16{,}67\%$$

- **2d6:**

A probabilidade de pelo menos um 6 em dois dados é calculada como o complemento da probabilidade de nenhum 6:

$$P(\text{Pelo menos um 6}) = 1 - P(\text{Nenhum 6}) = 1 - \left(\frac{5}{6} \times \frac{5}{6}\right) = 1 - \frac{25}{36} = \frac{11}{36} \approx 30{,}56\%$$

2. Probabilidade Condicional (Ex: *War*)

Em jogos como War, onde você precisa de um 5 ou 6 para vencer, podemos calcular a probabilidade condicional de sucesso e falha.

- **Chance de sucesso (rolar 5 ou 6 em 1d6):**

Há 2 resultados favoráveis em 6 possíveis:

$$P(\text{Sucesso}) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} \approx 33{,}33\%$$

- **Chance de falha (rolar de 1 a 4 em 1d6):**

Há 4 resultados desfavoráveis em 6 possíveis:

$$P(\text{Falha}) = \frac{4}{6} = \frac{2}{3} \approx 66{,}67\%$$

5.2.4 Dados Viciados

Em alguns casos, um dado pode ser viciado, ou seja, ele pode ter maior probabilidade de cair em uma face específica — também chamado de não uniforme — quando uma ou mais faces têm maior (ou menor) probabilidade de ocorrência do que o esperado. Esse vício pode surgir devido a fatores como:

- **Desbalanceamento físico** (peso irregular, bolha interna, material mal distribuído).
- **Desgaste desigual** nas arestas e faces ao longo do tempo.
- **Defeitos de fabricação** (como centro de massa deslocado).
- **Manipulação proposital**, como em jogos de azar.

Um exemplo suponha que, após muitos testes, observou-se que a face 1 aparece com muito mais frequência, cerca de 25% das vezes, enquanto as demais faces aparecem com frequência reduzida — 15% cada.

$$25\% + 5 \times 15\% = 25\% + 75\% = 100\%$$

Esse comportamento caracteriza um dado viciado, cuja distribuição de probabilidade não é mais uniforme. A soma das probabilidades continua sendo 100%, mas elas estão desigualmente distribuídas entre as faces:

Tabela 13 – Dados Viciados

Face	Probabilidade Viciada
1	25%
2	15%
3	15%
4	15%
5	15%
6	15%
Total	**100%**

Esse tipo de alteração, mesmo parecendo pequena, pode influenciar fortemente o resultado de jogos ou experimentos, especialmente em cenários onde o número de lançamentos é grande — como em jogos de RPG, War, jogos de azar ou simulações computacionais.

Para verificar se um dado é viciado, é recomendável realizar um grande número de rolagens (idealmente mais de 100), registrar os resultados e comparar com as frequências esperadas. Em um dado justo, espera-se que cada número apareça aproximadamente o mesmo número de vezes. Se houver desvios significativos — como uma face aparecendo muito mais ou muito menos do que $1/6$ das vezes —, pode haver um viés estatisticamente relevante.

Ferramentas como:

- Teste qui-quadrado χ^2
- Desvio padrão
- Intervalos de confiança

podem ser usadas para avaliar a aleatoriedade estatística e confirmar (ou descartar) o vício no dado com mais rigor.

5.2.5 Análise Estatística Comparativa: Dado Justo versus Dado Viciado

O presente estudo tem como objetivo analisar, por meio de métodos estatísticos, a existência de possível viés em um dado de seis faces (D6), denominado Dado B, em comparação com um dado considerado equilibrado, denominado Dado A. A hipótese nula (H_0) assume que ambos os dados seguem uma distribuição uniforme, ou seja, que todas as faces têm a mesma probabilidade de ocorrência, igual a $1/6$ (aproximadamente 16,67%). A hipótese alternativa (H_1), por sua vez, sugere que o Dado B apresenta distorção estatística significativa, particularmente com favorecimento da face "6", o que caracterizaria um dado viciado

Metodologia Experimental

Supondo que foram realizados 120 lançamentos independentes com cada um dos dados (Dado A e Dado B). As frequências de ocorrência de cada face foram registradas conforme a Tabela 13.

Tabela 14 – Frequência observada das faces nos dois dados

Face	Dado A (Justo)	Dado B (Suspeito)
1	22	18
2	19	15
3	20	17
4	21	19
5	18	16
6	20	35

A frequência (E_i)esperada para um dado justo, considerando 120 lançamentos, é de:

$$E_i = \frac{120}{6} = 20 \text{ ocorrências por face}$$

Aplicação do Teste Qui-Quadrado (χ^2)

Para avaliar se a distribuição observada difere significativamente da distribuição esperada, foi aplicado o teste estatístico do qui-quadrado de aderência (χ^2). A fórmula geral do teste é:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{n} \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$$

onde:

- O_i = frequência observada da face i,
- E_i = frequência esperada da face i,
- n = número de categorias (n = 6, neste caso).

Cálculo para o Dado B

Tabela 15 – Tabela 14 – Cálculo das contribuições individuais para χ^2 (Dado B)

Face	O_i	E_i	$\frac{(O_i-E_i)^2}{E_i}$
1	18	20	0,20
2	15	20	1,25
3	17	20	0,45
4	19	20	0,05
5	16	20	0,80
6	35	20	11,25
Total			**14,00**

O valor de $\chi^2 = 14{,}00$ foi obtido para o Dado B.

Determinação do valor crítico:

- Graus de liberdade (gl): $n - 1 = 6 - 1 = 5$
- Nível de significância (α): 0,05
- Valor crítico de χ^2 para $gl = 5$ e $\alpha = 0{,}05$: 11,07

Análise e Interpretação dos Resultados

• Dado A: Apresentou $\chi^2 = 0{,}70$, valor muito abaixo do critério de rejeição, indicando que as flutuações observadas são compatíveis com a aleatoriedade esperada em um dado equilibrado. Assim, a hipótese nula (H_0) é aceita, e o Dado A pode ser considerado justo.

• Dado B: Apresentou $\chi^2 = 14{,}00$, valor superior ao limite crítico de 11,07. Isso leva à rejeição da hipótese nula, fornecendo evidência estatística significativa de que o Dado B é viciado. A face "6"ocorreu 35 vezes, representando 75% a mais que o valor esperado (20), o que distorce substancialmente a distribuição.

5.2.6 Rolagem de 2 dados: 1 justo e 1 viciado

Dado A (honesto): Probabilidade uniforme, ou seja, todas as faces (1 a 6) têm 1/6 de chance.

Dado B (viciado): Face 1: 25% Faces 2 a 6: 15% cada

Vamos calcular as seguintes probabilidades com base em todas as combinações possíveis dos dois dados:

- 1. Probabilidade de o menor valor ser ≤ 3
- 2. Probabilidade de o maior valor ser $= 6$

- 3.Probabilidade de o maior valor ser $\geq$4

Para calcular as probabilidades, consideramos todos os 36 resultados possíveis ao rolar o Dado A e o Dado B. O Dado A é justo, então cada face (de 1 a 6) tem 1/6 de chance. O Dado B é viciado, com as seguintes probabilidades: a Face 1 tem 25% de chance, e as Faces de 2 a 6 têm 15% de chance cada.

A tabela abaixo mostra as 36 ocorrências possíveis no lançamento dos dados A e B citados anteriormente.

Tabela 16 – Distribuição de probabilidade dos pares ordenados (A, B) e (B, A) agrupados, com o dado B viciado

Pares	**$\approx$ Probabilidade (%)**	**Produto Probabilístico**
(1,1)	4,17%	$\frac{1}{6} \times 0,25 = \frac{1}{24}$
(1,2) e (2,1)	6,67%	$(\frac{1}{6} \times 0,15) + (\frac{1}{6} \times 0,25)$
(1,3) e (3,1)	6,67%	$(\frac{1}{6} \times 0,15) + (\frac{1}{6} \times 0,25)$
(1,4) e (4,1)	6,67%	$(\frac{1}{6} \times 0,15) + (\frac{1}{6} \times 0,25)$
(1,5) e (5,1)	6,67%	$(\frac{1}{6} \times 0,15) + (\frac{1}{6} \times 0,25)$
(1,6) e (6,1)	6,67%	$(\frac{1}{6} \times 0,15) + (\frac{1}{6} \times 0,25)$
(2,2)	2,50%	$\frac{1}{6} \times 0,15 = \frac{1}{40}$
(2,3) e (3,2)	5,00%	$2 \times (\frac{1}{6} \times 0,15)$
(2,4) e (4,2)	5,00%	$2 \times (\frac{1}{6} \times 0,15)$
(2,5) e (5,2)	5,00%	$2 \times (\frac{1}{6} \times 0,15)$
(2,6) e (6,2)	5,00%	$2 \times (\frac{1}{6} \times 0,15)$
(3,3)	2,50%	$\frac{1}{6} \times 0,15 = \frac{1}{40}$
(3,4) e (4,3)	5,00%	$2 \times (\frac{1}{6} \times 0,15)$
(3,5) e (5,3)	5,00%	$2 \times (\frac{1}{6} \times 0,15)$
(3,6) e (6,3)	5,00%	$2 \times (\frac{1}{6} \times 0,15)$
(4,4)	2,50%	$\frac{1}{6} \times 0,15 = \frac{1}{40}$
(4,5) e (5,4)	5,00%	$2 \times (\frac{1}{6} \times 0,15)$
(4,6) e (6,4)	5,00%	$2 \times (\frac{1}{6} \times 0,15)$
(5,5)	2,50%	$\frac{1}{6} \times 0,15 = \frac{1}{40}$
(5,6) e (6,5)	5,00%	$2 \times (\frac{1}{6} \times 0,15)$
(6,6)	2,50%	$\frac{1}{6} \times 0,15 = \frac{1}{40}$

1.Probabilidade de o menor valor ser $\leq$ 3

Sejam dois dados lançados: **Dado A** (honesto) e **Dado B** (viciado). Deseja-se calcular a probabilidade de que o menor dos dois valores ocorridos seja $\leq$ 3.

Vamos calcular a probabilidade do evento complementar:

Em ambos os dados ocorrerem valores maiores que 3, ou seja, valores 4, 5 ou 6.

Probabilidades individuais dos dados A e B.

Para o **Dado A (honesto)**:

$$P(\text{Dado A} > 3) = \frac{3}{6} = 0{,}5$$

Para o **Dado B (viciado)**:

$$P(\text{Dado B} > 3) = P(4) + P(5) + P(6) = 0{,}15 + 0{,}15 + 0{,}15 = 0{,}45$$

Probabilidade do evento complementar

Assumindo a indepencia dos eventos temos:

$$P(\text{Ambos} > 3) = 0{,}5 \times 0{,}45 = 0{,}225$$

Probabilidade desejada

A probabilidade de que o menor valor que ocorra nos dois seja ≤ 3

$$P(\min(A, B) \leq 3) = 1 - P(\text{Ambos} > 3) = 1 - 0{,}225 = 0{,}775$$

Resultado final

$$P(\min(A, B) \leq 3) = 0{,}775 \quad \text{ou} \quad 77{,}5\%$$

- **Observção:** Ao observar a tabela e somar as probabilidades de ocorrencia dos eventos desejados,chegamos a 77,5%.

2. Probabilidade de o maior valor ser $= 6$

Sejam dois dados lançados:

Dado A (honesto) e **Dado B** (viciado). Deseja-se calcular a probabilidade de que o maior dos dois valores ocorridos seja $= 6$.

$P(\text{Dado A não é 6}) = \dfrac{5}{6}$

$P(\text{Dado B não é 6}) = 1 - P(\text{6 no Dado B}) = 1 - 0,15 = 0,85$

$P(\text{Nenhum é 6}) = P(\text{Dado A não é 6}) \times P(\text{Dado B não é 6})$

$$= \frac{5}{6} \times 0,85 \approx 0,83333 \times 0,85 \approx 0,70833$$

Portanto, a probabilidade de o **maior valor ser 6** é:

$$1 - P(\text{Nenhum é 6}) = 1 - 0,70833 \approx 0,29167$$
$$\text{ou} \quad 29{,}175\%$$

3. Probabilidade de o maior valor ser ≥ 4

Isso significa que pelo menos um dos dados mostra um valor de 4, 5 ou 6. Podemos calcular isso usando o complemento: 1 menos a probabilidade de que ambos os valores sejam menores que 4 (ou seja, 1, 2 ou 3).

- $P(\text{Dado A} < 4) = P(1) + P(2) + P(3) = \frac{3}{6} = 0{,}5$
- $P(\text{Dado B} < 4) = P(1) + P(2) + P(3) = 0{,}25 + 0{,}15 + 0{,}15 = 0{,}55$
- $P(\text{Ambos} < 4) = P(\text{Dado A} < 4) \times P(\text{Dado B} < 4) = 0{,}5 \times 0{,}55 = 0{,}275$

Portanto, a probabilidade do maior valor ser maior ou igual a 4 é:

$$P(\text{max(A,B)} \geq 4) = 1 - P(\text{Ambos} < 4) = 1 - 0{,}275 = 0{,}725 = 72{,}5\%$$

5.3 Considerações Finais Sobre Dados

Comparando as probabilidades calculadas/apresentadas na rolagem de dois dados honestos com as probabilidades calculadas/apresentadas na rolagem de um dado honesto e um dado viciado, podemos fazer uma comparativo e verificar as mudanças nas probabilidades devido ao fato de um dos dados ser viciado.

- 1. Probabilidade de o menor valor ser ≤ 3

Tabela 17 – Comparação entre as probabilidades de o menor valor ser ≤ 3

Dois dados honestos	**Um dado honesto e um dado viciado**
75%	77,5%

Há uma variação de +2,5% na probabilidade de ocorrência do evento, quando um dos dados tem a face 1 com 25% de chance de ocorrer, ou seja,tem um vicío.

- 2.Probabilidade de o maior valor ser $= 6$

Tabela 18 – Comparação entre as probabilidades de o maior valor ser $= 6$

Dois dados honestos	**Um dado honesto e um dado viciado**
30,56%	29,75%

Há uma variação de -0,81% na probabilidade de ocorrência do envento, quando um dos dados tem a face 1 com 25% de chance de ocorrer.

- 3.Probabilidade de o maior valor ser ≥ 4

Tabela 19 – Comparação entre as probabilidades de o maior valor ser ≥ 4

Dois dados honestos	**Um dado honesto e um dado viciado**
75%	72,5%

Há uma variação de -2,5% na probabilidade de ocorrência do envento, quando um dos dados tem a face 1 com 25% de chance de ocorrer.

Ao analisar essa situação vemos que não como igualar as probabilidades de ocorrência de todos os eventos entre os dois cenários - a rolagem de um dado viciado distorce os resultados.

No entanto quando analisamos a rolagem de um único dado viciado com as chances de ocorrências das faces mostradas na tabela a seguir:

Tabela 20 – Distribuição de Probabilidades de um Dado Viciado

Número	**Probabilidade**
1	20%
2	30%
3	12,5%
4	12,5%
5	12,5%
6	12,5%

Frente aos dados expostos na tabela 20 podemos pensar em 2 eventos equiprováveis:

- A ocorrência de um número ≤ 2 ;com a seguinte probabilidade

$$P(1) + P(2) = 20\% + 30\% = 50\%$$

- A ocorrencia de um número >2 ;com a seguinte probabilidade

$$P(3)+P(4)+P(5)+P(6)=12{,}5\%+12{,}5\%+12{,}5\%+12{,}5\%=50\%$$

Essa situação é bastante interressante, pois um jogador/apostador que não conhece o dado viciado e as chances de ocorrência de suas faces ao se deparar com uma proposta de que ele ganhará caso ocorra um número >2, pensa estar em vantagem, quando na verdade essa condição é o que torna a aposta "justa", qualquer evento diferente desse é injusto para um dos envolvidos.

6 Sequência didática

Nos últimos anos, o uso de jogos como ferramenta pedagógica tem ganhado espaço nas salas de aula, sendo reconhecido por seu potencial de estimular habilidades cognitivas, emocionais e sociais essenciais à formação integral dos estudantes (GEE, 2003). Entre os benefícios observados, destacam-se o desenvolvimento do raciocínio lógico, a capacidade de resolução de problemas, a cooperação e a tomada de decisões fundamentadas. O jogo, nesse sentido, deixa de ser visto apenas como uma forma de entretenimento para se tornar uma poderosa estratégia de ensino, capaz de envolver os alunos de maneira ativa, significativa e lúdica.

A BNCC apoia práticas interdisciplinares e metodologias que valorizem a autonomia, a criatividade e o pensamento crítico dos estudantes. Ao estimular o uso de jogos e desafios intelectuais nas aulas, o documento propõe que os alunos sejam protagonistas de seu próprio processo de aprendizagem, articulando conhecimentos de diferentes áreas para resolver situações-problema, desenvolver estratégias e refletir sobre suas próprias decisões (BRASIL, 2018).

Nesse contexto, a aplicação de uma sequência didática baseada na análise e prática de jogos estratégicos torna-se uma proposta pedagógica alinhada às competências gerais da educação básica. Essa prática permite que os alunos não apenas exercitem operações numéricas e regras de lógica, mas também trabalhem em equipe, desenvolvam a paciência, aprendam a lidar com a frustração e aprimorem a capacidade de prever e avaliar consequências.

A presente sequência didática tem como foco proporcionar aos alunos do 2º ano ensino médio oportunidades de explorar o pensamento estratégico a partir de jogos com diferentes estruturas e graus de complexidade. A proposta visa não apenas ao desenvolvimento de conteúdos específicos da matemática e linguagem, mas também à promoção de competências socioemocionais e da capacidade de argumentação, raciocínio dedutivo e cooperação.

O jogo educativo contribui para a construção do conhecimento de maneira contextualizada, pois permite ao estudante vivenciar regras, tomar decisões e construir significados a partir de sua experiência prática (ANTUNES, 2011). Com base nessa perspectiva, a sequência didática propõe atividades que integram jogos, debates e reflexões escritas, promovendo a aprendizagem ativa e colaborativa.

Entre os objetivos da sequência, destacam-se:

- Estimular o raciocínio lógico e a capacidade de elaborar estratégias a partir de diferentes tipos de jogos;

- Desenvolver a habilidade de planejar ações e prever consequências em situações competitivas e cooperativas;

- Incentivar o trabalho em grupo, a escuta ativa e o respeito às regras;
- Promover a reflexão crítica sobre o papel da estratégia, da sorte e da tomada de decisões;
- Articular conceitos de matemática, linguagem e ética a partir da vivência lúdica.
- Diferenciar jogos de habilidade e jogos de azar;

O uso planejado de jogos no ambiente escolar, portanto, representa uma alternativa pedagógica potente e coerente com as demandas contemporâneas da educação. Ao articular conteúdo, experiência e reflexão, a sequência didática propõe uma abordagem mais engajadora e significativa da aprendizagem, preparando os alunos não apenas para desafios escolares, mas também para situações complexas da vida em sociedade.

6.1 Fundamentação Teórica para Realização das Atividades

6.1.1 Probabilidades

Probabilidade em espaços finitos equiprováveis. Seja $(S, \mathcal{P}(S), P)$ um espaço de probabilidade finito no qual todos os pontos amostrais são equiprováveis. Para um evento $A \subseteq S$, define-se

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}.$$

Aqui, $n(A)$ é o número de casos favoráveis e $n(S)$ o número total de casos possíveis (HAZZAN, 1993).

Exemplo. Em um lançamento de dado honesto, $S = \{1,2,3,4,5,6\}$ e $A = \{\text{par}\} = \{2,4,6\}$. Então $P(A) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$.

Propriedades básicas. Para qualquer evento $A \subseteq S$:

1. $0 \leq P(A) \leq 1, \quad P(\varnothing) = 0, \quad P(S) = 1;$
2. $P(A^c) = 1 - P(A)$, onde $A^c = S \setminus A$.

Demonstração. (1) De $P(A) = n(A)/n(S)$ e $0 \leq n(A) \leq n(S)$, conclui-se $0 \leq P(A) \leq 1$. Ademais, $P(\varnothing) = 0/n(S) = 0$ e $P(S) = n(S)/n(S) = 1$.
(2) Como $A \cap A^c = \varnothing$ e $A \cup A^c = S$, pela aditividade finita $P(A) + P(A^c) = P(S) = 1$. $\square$

Exemplo. No mesmo dado, seja $A = \{\text{múltiplos de } 3\} = \{3,6\}$. Então $P(A) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ e $P(A^c) = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$.

União de eventos (inclusão–exclusão para dois). Para quaisquer $A, B \subseteq S$,

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B).$$

Se $A \cap B = \varnothing$, então $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$.

Demonstração. Decomponha $A \cup B = (A \setminus B) \cup (B \setminus A) \cup (A \cap B)$ em união disjunta. Usando aditividade finita e $P(A) = P(A \setminus B) + P(A \cap B)$, $P(B) = P(B \setminus A) + P(A \cap B)$, obtém-se a identidade. □

Exemplo. No dado honesto: (i) $A = \{\text{par}\}$ e $B = \{\geq 4\}$: $P(A) = \frac{1}{2}$, $P(B) = \frac{1}{2}$, $P(A \cap B) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$, logo $P(A \cup B) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$. (ii) Se $A = \{1\}$ e $B = \{6\}$ (mutuamente exclusivos), $P(A \cup B) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{1}{3}$.

Probabilidade condicional. Dados eventos A, B com $P(A) > 0$,

$$P(B \mid A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}.$$

Exemplo. De um baralho padrão (52 cartas), seja $A = \{\text{carta é Ás}\}$ e $B = \{\text{carta é vermelha}\}$. Então

$$P(A) = \frac{4}{52} = \frac{1}{13}, \quad P(B) = \frac{26}{52} = \frac{1}{2}, \quad P(B \mid A) = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}, \quad P(A \cap B) = \frac{2}{52} = \frac{1}{26} = P(A)P(B).$$

Assim, "Ás" e "vermelha" são independentes no baralho padrão.

Regra do produto. Se $P(A) > 0$, então

$$P(A \cap B) = P(A)\, P(B \mid A).$$

Se $P(B) > 0$, também vale $P(A \cap B) = P(B)\, P(A \mid B)$.

Demonstração. Da definição, $P(B \mid A) = P(A \cap B)/P(A)$, logo $P(A \cap B) = P(A)\, P(B \mid A)$. O caso simétrico é análogo. □

Exemplo. Duas cartas sem reposição. $A =$ "1ª carta é Ás", $B =$ "2ª carta é Ás".

$$P(A) = \frac{4}{52}, \quad P(B \mid A) = \frac{3}{51}, \quad P(A \cap B) = \frac{4}{52} \cdot \frac{3}{51} = \frac{12}{2652} = \frac{1}{221} \approx 0{,}00452.$$

Independência. Eventos A e B são independentes se $P(A \cap B) = P(A)\, P(B)$ (equivalentemente, $P(B \mid A) = P(B)$ quando $P(A) > 0$).

Exemplo. Duas moedas honestas, $A =$ "cara na 1ª", $B =$ "cara na 2ª". Temos $P(A) = P(B) = \frac{1}{2}$, $P(A \cap B) = \frac{1}{4} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}$; logo A e B são independentes.

Probabilidade total. Se $A_1, \ldots, A_n$ formam partição de S com $P(A_i) > 0$, então, para qualquer evento B,

$$P(B) = \sum_{i=1}^{n} P(A_i)\, P(B \mid A_i).$$

Demonstração. Como $B = \bigcup_{i=1}^{n}(B \cap A_i)$ é união disjunta, $P(B) = \sum_i P(B \cap A_i) = \sum_i P(A_i)\, P(B \mid A_i)$. □

Exemplo. Teste médico com $A_1 =$ "doente" (1%), $A_2 =$ "não doente" (99%). Sensibilidade $P(+ \mid A_1) = 0{,}95$, falso positivo $P(+ \mid A_2) = 0{,}05$. Então $P(+) = 0{,}01 \cdot 0{,}95 + 0{,}99 \cdot 0{,}05 = 0{,}059$.

Teorema de Bayes. Se $A_1, \ldots, A_n$ formam partição de S com $P(A_i) > 0$ e $P(B) > 0$, então

$$P(A_j \mid B) = \frac{P(A_j)\, P(B \mid A_j)}{\sum_{i=1}^{n} P(A_i)\, P(B \mid A_i)}.$$

Demonstração. Usando a regra do produto, $P(A_j \mid B) = \dfrac{P(A_j \cap B)}{P(B)} = \dfrac{P(A_j)\, P(B \mid A_j)}{P(B)}$ e, pela probabilidade total, $P(B) = \sum_i P(A_i)\, P(B \mid A_i)$. □

Exemplo. Com os mesmos números do teste:

$$P(A_1 \mid +) = \frac{0{,}01 \cdot 0{,}95}{0{,}059} \approx 0{,}161.$$

Ou seja, apesar do teste positivo, a probabilidade de estar doente é $\approx 16{,}1\%$.

Variável aleatória discreta e função massa. Uma v.a. $X : S \to \mathbb{Z}$ tem função massa $p_X(k) = P(X = k)$, $k \in \mathbb{Z}$, com $p_X(k) \geq 0$ e $\sum_k p_X(k) = 1$.

Esperança e variância. $E[X] = \sum_k k\, p_X(k)$; $\quad \mathrm{Var}(X) = E[(X - E[X])^2] = E[X^2] - (E[X])^2$.

Exemplo (dado). Se X é o resultado no dado, $E[X] = \frac{1+2+3+4+5+6}{6} = 3{,}5$ e

$$E[X^2] = \frac{1^2 + \cdots + 6^2}{6} = \frac{91}{6}, \quad \mathrm{Var}(X) = \frac{91}{6} - \left(\frac{7}{2}\right)^2 = \frac{35}{12} \approx 2{,}9167.$$

Linearidade da esperança. Para quaisquer v.a.s X, Y e escalares a, b, $E[aX + bY] = aE[X] + bE[Y]$ (independente de independência).

Demonstração. Basta expandir a soma (ou integral) termo a termo pela definição de $E[\cdot]$. □

Regras de variância. Para escalar a e v.a. X, $\mathrm{Var}(aX) = a^2\mathrm{Var}(X)$. Se X, Y são independentes, então $\mathrm{Var}(X + Y) = \mathrm{Var}(X) + \mathrm{Var}(Y)$.

Demonstração. Primeira identidade: $\mathrm{Var}(aX) = E[(aX - aE[X])^2] = a^2E[(X - E[X])^2]$. Segunda: $\mathrm{Var}(X + Y) = \mathrm{Var}(X) + \mathrm{Var}(Y) + 2\mathrm{Cov}(X, Y)$ e, se independentes, $\mathrm{Cov} = 0$. □

Exemplo (soma de dois dados). $S = X_1 + X_2$, i.i.d. como o dado. $E[S] = 2 \cdot 3{,}5 = 7$, $\mathrm{Var}(S) = 2 \cdot \frac{35}{12} = \frac{35}{6} \approx 5{,}833$.

Desigualdades de Markov e Chebyshev. Se $X \geq 0$ e $t > 0$, então $P(X \geq t) \leq \dfrac{E[X]}{t}$ (Markov). Para v.a. com média μ e variância $\sigma^2 > 0$, $P(|X-\mu| \geq k\sigma) \leq \dfrac{1}{k^2}$ para $k > 0$ (Chebyshev).

Demonstração. Markov: $t\,\mathbf{1}_{\{X \geq t\}} \leq X$ implica $t\,P(X \geq t) \leq E[X]$. Chebyshev: $P(|X - \mu| \geq k\sigma) = P\big((X-\mu)^2 \geq k^2\sigma^2\big) \leq \dfrac{E[(X-\mu)^2]}{k^2\sigma^2} = \dfrac{1}{k^2}$. □

Exemplo (média de 36 lançamentos de dado).

Se $\bar{X} = \frac{1}{36}\sum_{i=1}^{36} X_i$, então $E[\bar{X}] = 3{,}5$ e

$$\mathrm{Var}(\bar{X}) = \frac{1}{36^2} \cdot 36 \cdot \frac{35}{12} = \frac{35}{432} \approx 0{,}0810.$$

Logo, $P(|\bar{X} - 3{,}5| \geq 1) \leq \mathrm{Var}(\bar{X}) = \frac{35}{432} \approx 8{,}1\%$ (Chebyshev).

6.1.1.1 Distribuição Binomial

Ensaios de Bernoulli e variável binomial. Um *ensaio de Bernoulli* tem dois resultados: sucesso (S) com probabilidade $p \in (0,1)$ e fracasso (F) com probabilidade $q = 1 - p$. Se X denota o número de sucessos em n ensaios independentes e idênticos (i.i.d.), então X tem *distribuição binomial* com parâmetros (n,p), denotada $X \sim \mathrm{Bin}(n,p)$ (HAZZAN, 1993; ROSS, 2010).

Função massa de probabilidade. Para $k = 0, 1, \ldots, n$,

$$P(X = k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}.$$

Demonstração. Escolher quais k ensaios, dentre n, resultam em sucesso pode ser feito de $\binom{n}{k}$ formas. Pela independência, cada sequência com k sucessos e $n-k$ fracassos tem probabilidade $p^k q^{n-k}$. Somando sobre todas as sequências com k sucessos, obtemos $\binom{n}{k} p^k q^{n-k}$. □

Esperança e variância. Se $X \sim \mathrm{Bin}(n,p)$, então

$$E[X] = np, \qquad \mathrm{Var}(X) = np(1-p) = npq.$$

Demonstração. Seja $X = \sum_{i=1}^{n} I_i$, onde I_i indica sucesso no i-ésimo ensaio ($I_i \in \{0,1\}$). Então $E[I_i] = p$ e $\mathrm{Var}(I_i) = pq$. Pela linearidade, $E[X] = \sum E[I_i] = np$. Como os I_i são independentes, $\mathrm{Var}(X) = \sum \mathrm{Var}(I_i) = npq$. □

Exemplo 1 (moeda honesta). Em $n = 10$ lançamentos de moeda honesta ($p = \frac{1}{2}$), qual a probabilidade de obter *exatamente* $k = 6$ caras?

$$P(X = 6) = \binom{10}{6}\left(\tfrac{1}{2}\right)^{10} = \frac{210}{1024} \approx 0{,}205.$$

Aqui $E[X] = 10 \cdot \frac{1}{2} = 5$ e $\mathrm{Var}(X) = 10 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = 2{,}5$.

Exemplo 2 (defeitos em lote). Peças têm probabilidade $p = 0{,}02$ de defeito, independentemente. Em $n = 20$ peças, a probabilidade de *no máximo* 2 defeituosas é

$$P(X \le 2) = \sum_{k=0}^{2} \binom{20}{k}(0{,}02)^k(0{,}98)^{20-k} \approx 0{,}667 + 0{,}272 + 0{,}054 = 0{,}993.$$

Exemplo 3 (pelo complementar). Com a mesma $X \sim \mathrm{Bin}(20, 0{,}02)$, a probabilidade de *pelo menos* 1 defeito é

$$P(X \ge 1) = 1 - P(X = 0) = 1 - (0{,}98)^{20} \approx 1 - 0{,}667 = 0{,}333.$$

Notas finais. (i) Em espaços finitos equiprováveis, as identidades acima bastam para a maioria dos problemas elementares (HAZZAN, 1993). (ii) Para aprofundamento (famílias de independência, leis fracas/fortes dos grandes números, CLT), ver ROSS (2010) e GRIMMETT & STIRZAKER (2001).

6.1.2 Análise Combinatória

Contagem. A Análise Combinatória estuda métodos para contar o número de configurações possíveis sob restrições de formação (HAZZAN, 1993).

Exemplo. Um crachá tem 3 letras seguidas de 2 dígitos (ordem importa, com repetição). Existem

$$26^3 \cdot 10^2 = 17\,576 \cdot 100 = 1\,757\,600$$

possibilidades.

Princípio fundamental da contagem. Se um procedimento ocorre em m etapas independentes, com $n_1, n_2, \ldots, n_m$ escolhas em cada etapa, então

$$N = n_1\, n_2 \cdots n_m.$$

Demonstração. Árvore de possibilidades: cada nível i multiplica por n_i o número de caminhos. Por indução em m, resulta o produto. □

Exemplo. Uma pizza: 3 opções de massa, 4 de molho e 5 de cobertura (uma de cada). Total $N = 3 \cdot 4 \cdot 5 = 60$.

Fatorial. Para $n \in \mathbb{N}$, define-se $n! = n \cdot (n-1) \cdots 1$, com $0! = 1$.

Exemplo. Quantas formas de ordenar 4 livros diferentes na estante? $4! = 24$.

Permutação simples. O número de ordenações de n elementos distintos é

$$P(n) = n!.$$

Demonstração. Há n escolhas para a $1^{\underline{a}}$ posição, $n-1$ para a $2^{\underline{a}}$, …, 1 para a última. Pelo princípio fundamental, $n \cdot (n-1) \cdots 1 = n!$. □

Exemplo. A palavra LIVRO (5 letras distintas) tem $P(5) = 5! = 120$ ordenações.

Permutação com repetições. Se entre n posições há a_1 iguais de um tipo, a_2 de outro, …, a_k de um k-ésimo tipo, com $a_1 + \cdots + a_k = n$, então o número de ordenações distintas é

$$P(n; a_1, \ldots, a_k) = \frac{n!}{a_1!\, a_2! \cdots a_k!}.$$

Demonstração. Conte como se todas fossem distintas: $n!$. Como permutações internas de elementos idênticos não mudam a palavra, divide-se por $a_i!$ para cada grupo. □

Exemplo. BANANA (6 letras, $A^3N^2B^1$): $P(6; 3, 2, 1) = \dfrac{6!}{3!\,2!\,1!} = 60$.

Arranjos (variações) sem repetição. O número de formas de escolher e *ordenar* p elementos distintos dentre n é

$$A(n, p) = \frac{n!}{(n-p)!}.$$

Demonstração. Para a $1^{\underline{a}}$ posição, n escolhas; para a $2^{\underline{a}}$, $n-1$; …; para a p-ésima, $n-p+1$. Produto: $n(n-1)\cdots(n-p+1) = \dfrac{n!}{(n-p)!}$. □

Exemplo. Selecionar e ordenar 3 medalhistas distintos dentre 7 finalistas: $A(7, 3) = \dfrac{7!}{4!} = 210$.

Arranjos com repetição. Quando a ordem importa e são permitidas repetições, o número de p-uplas sobre um alfabeto de tamanho n é

$$A'(n, p) = n^p.$$

Demonstração. Cada uma das p posições admite n escolhas independentes. Pelo princípio fundamental, $n \cdot n \cdots n = n^p$. □

Exemplo. Placas com 3 letras (A–Z), podendo repetir: $A'(26, 3) = 26^3 = 17\,576$. Códigos numéricos de 4 dígitos com repetição: $A'(10, 4) = 10^4 = 10\,000$.

Combinações (escolhas) sem repetição. O número de subconjuntos de tamanho p de um conjunto com n elementos é

$$C(n,p) = \binom{n}{p} = \frac{n!}{p!\,(n-p)!}.$$

Demonstração. Escolher e *ordenar* p elementos dá $A(n,p) = \dfrac{n!}{(n-p)!}$. Cada subconjunto é contado $p!$ vezes (todas as ordens). Logo $C(n,p) = A(n,p)/p! = \dfrac{n!}{p!(n-p)!}$. □

Exemplo. Formar um comitê de 4 pessoas a partir de 12: $C(12,4) = \binom{12}{4} = 495$.

Combinações com repetição. O número de soluções inteiras não negativas de $x_1 + \cdots + x_n = p$ (equivalente ao número de multiconjuntos de tamanho p sobre n tipos) é

$$C'(n,p) = \binom{n+p-1}{p} = \frac{(n+p-1)!}{p!\,(n-1)!}.$$

Demonstração. Estrelas e barras: representar p itens por estrelas e separar n categorias com $n-1$ barras. Sequências com p estrelas e $n-1$ barras são contadas por $\binom{n+p-1}{p}$. □

Exemplo. Escolher 5 bolas com reposição dentre 4 cores: $C'(4,5) = \binom{8}{5} = 56$.

Discussão. As fórmulas de contagem alimentam $P(A) = \dfrac{n(A)}{n(S)}$; a escolha entre permutação, arranjo e combinação depende de (i) se a *ordem* importa e (ii) se há *repetição.* Para decisões racionais em contextos mais amplos, ver também o arcabouço de preferências/ações em MAS-COLELL, WHINSTON & GREEN (1995).

6.2 Proposta de atividades

Nestas sequências didáticas, propõe-se uma imersão no universo dos jogos de tabuleiro clássicos, jogos de cartas, loterias e *bets*, como uma forma dinâmica e envolvente de explorar conceitos matemáticos e estratégias de tomada de decisão. A partir da análise de probabilidades e simulações de situações reais de jogo, os alunos serão convidados a refletir sobre como o acaso e as escolhas estratégicas influenciam diretamente os resultados obtidos. Trata-se de uma oportunidade valiosa para desenvolver o raciocínio lógico, a interpretação de dados e a argumentação matemática em um contexto prático, lúdico e motivador.

A escolha por jogos como War e Xadrez vai além do seu potencial recreativo. Esses jogos demandam o uso de cálculos, gestão de tempo, planejamento de médio e longo prazo e tomada de decisões sob pressão. No caso específico do xadrez, a capacidade de antecipar movimentos, avaliar riscos e formular estratégias coerentes é constantemente desafiada, promovendo o desenvolvimento do pensamento lógico e da inteligência espacial. Ao longo das atividades, os estudantes investigarão como a matemática pode ser utilizada para prever situações, avaliar alternativas e compreender como diferentes estratégias podem influenciar os desfechos de uma partida;

Já a escolha de jogos como o 21 ($Blackjack$),a Mega-Sena e $Bets$ (apostas esportivas) evidenciam a complexa relação matemática, probabilidade e sorte. Quando analisamos o 21, embora o jogador possa à estratégias matemáticas maximizar suas chances de vitória como contar cartas, calcular e analisar as probabilidades de estouro ou decidir com base em cartas do adversário, o acaso ainda é componente central, o que o torna, ao final, um jogo de azar, por outro lado ao analisar as odds de uma apostas esportiva conseguimos minimizar perdas, mas nada garante o sucesso. Já na Mega-Sena, a escolha se baseia apenas na sorte: embora seja possível fazer análises estatísticas, como números mais frequentes ou combinações prévias, nenhuma técnica garante qualquer previsão real dos resultados. Os jogos deixam espaço para uma interessante reflexão matemática sobre a aleatoriedade, a ilusão de controle e a limitação da estratégia ante o acaso. Ao estudá-los, os estudantes terão condições de discutir conceitos como probabilidade, expectativa de ganho e aleatoriedade, com cada vez maior clareza a distinção entre jogos baseados na habilidade e jogos essencialmente aleatórios.

As atividades relacionadas aos jogos de tabuleiro (War e Xadrez) e ao $BlackJack$(21) serão organizadas em três etapas principais, enquanto as atividades relacionadas ao jogo da Mega-sena e as $Bets$ (apostas esportivas) serão compostas por 5 etapas principais.

Ao final da sequência, espera-se que após serem estimulados a discutir suas experiências em grupo, e refletirem criticamente sobre como a matemática pode explicar ou, por vezes, desafiar nossas expectativas nos jogos. Espera-se que os estudantes sejam capazes de tomar decisões mais fundamentadas em jogos que envolvem estratégia e previsão, identificar padrões recorrentes e aplicar os conceitos aprendidos em contextos mais amplos, como planejamento, solução de problemas e pensamento crítico e diferenciar jogos de habilidade e jogos de azar. Assim terão clareza de que ao decidir jogar e gastar suas economias não devem esparar retorno financeiro como algo certo e não idealizem os jogos de azar como fonte renda.

6.2.1 Atividade 1: Análise Probabilística do Jogo "War"(Batalha de Dados)

Duração: 2 aulas de 50 minutos

Objetivos de Aprendizado:

•Compreender conceitos básicos de probabilidade aplicados a jogos.

•Desenvolver habilidades de coleta e análise de dados empíricos.

•Comparar resultados teóricos e práticos usando representações gráficas.

•Discutir estratégias baseadas em análise estatística.

Figura 15 – Jogo *War*

Fonte: https://www.linkedin.com/pulse/os-grandes-ensinamentos-do-jogo-war-para-e-l

1. Contextualização Histórica e Matemática (20 min)

O jogo *War* foi lançado em 1972 pela editora *Grow*, e rapidamente se tornou um dos tabuleiros mais populares do Brasil. Com um tabuleiro que representa o mapa-mundi dividido em territórios, o jogo tem como proposta desafios variados, desde conquistar continentes, eliminar adversários até dominar um número específico de regiões. As partidas são marcadas por estratégias militares, alianças e disputas decididas na sorte dos dados, o que torna cada jogo imprevisível e competitivo (SOUZA, 2020).

No decorrer dos anos, o sucesso do jogo levou à criação de diversas versões alternativas, como *WAR* II, *WAR* Batalhas Mitológicas, entre outras, que mantêm a essência estratégica original, mas introduzem novas temáticas e regras que ampliam a experiência dos jogadores.

Introdução ao Jogo *War*

• Origem: Criado em 1972, o jogo simula conflitos territoriais com mecânicas baseadas em dados.

• Regras Adaptadas para a Atividade:

• Atacante: Rola 3 dados (3d6).

• Defensor: Rola 2 dados (2d6).

• Comparação: Os dois maiores valores do atacante vs. os dois do defensor (em ordem decrescente).

• Exemplo: Atacante (5, 3, 1) vs. Defensor (4, 2) $\rightarrow$ Compara-se 5vs4 (ataque vence) e 3vs2 (ataque vence).

Conceitos Matemáticos Chave

• Probabilidade Condicional: "Qual a chance de vencer se eu atacar com 3 tropas?"

• Distribuição Uniforme: Cada face do dado justo tem 1/6 de chance.

• Combinações Possíveis: Cálculo de quantos resultados favorecem o atacante e o defensor.

2. Atividade Prática (80 min)

Etapa 1: Simulação em Duplas (30 min)

Materiais Necessários:

- 5 dados d6 por dupla.
- Mapa de *War* simplificado impresso. Disponível em:<https://commons.wikimedia.org/wiki/File%3ARisk_game_map.png?utm_source=chatgpt.com>

  Outra alternativa seria remover o mapa, e focar só nas simulações de batalha
- Planilha de registro (*Google Sheets* ou papel).

Instruções:

1.Cada dupla joga 20 rodadas de *War* (10 como atacante, 10 como defensor).

2.Registrar:

• Números sorteados em cada batalha (valores dos dados).

• Vitórias/derrotas do atacante e defensor.

• Casos especiais (ex: empates).

Etapa 2: Cálculo Teórico (20 min)

Tabela 21 – Probabilidades teóricas de combate em *War* (3d6 vs 2d6)

Resultado	**Probabilidade Teórica**
Atacante vence todas	37,17%
Defensor vence todas	29,26%
Empate parcial (1 vitória cada)	33,57%

Fonte: HARJU (2012).

Atividade Guiada: (20 min)

Explorar um cenário específico de batalha e estimar a chance de vitória do atacante.

Exemplo:

Se o atacante tirar (6, 4, 2), quais são as chances de o defensor vencer?

Para isso, considere todas as combinações possíveis dos dois dados do defensor (2d6) e compare os dois maiores valores do atacante com os dois valores do defensor (ordenados em ordem decrescente).

Conte em quantas dessas combinações o defensor vence 0, 1 ou 2 batalhas.

Dica para os alunos: O espaço amostral de 2 dados de 6 lados tem 36 combinações (6×6). Você pode organizá-las em uma tabela 6×6 para facilitar a contagem.

Etapa 3: Discussão Crítica (10 min)

Perguntas para Debate:

- Por que o atacante tem vantagem mesmo com apenas 1 dado a mais?
- Como a estratégia muda se o defensor tiver apenas 1 dado (2vs1)?
- O que é mais confiável: a teoria ou os resultados práticos? Por quê?

Tarefa de Consolidação

Relatório Individual (Para casa)

Cada aluno deve:

1.Criar um gráfico de barras comparando suas vitórias/derrotas observadas com as probabilidades teóricas.

2.Responder:

- "Se você fosse um general em *War*, atacaria com 3 tropas contra 2? Justifique com dados."
- "Como você explicaria a diferença entre seus resultados e a teoria?"

4. Recursos Complementares

- Vídeo: "Como a Probabilidade Funciona em *War*"(3 min, *YouTube*).
- Planilha *online*: Simulador interativo de batalhas (*link* no *Google Sheets*).

Avaliação:

- Critérios:
- Precisão nos cálculos (20%).
- Qualidade da análise comparativa (30%).
- Participação no debate (20%).
- Criatividade na estratégia proposta (30%).

Adaptação para Dificuldades:

- Nível básico: Usar apenas 2d6 vs 1d6 para simplificar.
- Nível avançado: Introduzir o conceito de "valor esperado"de tropas perdidas.

6.2.2 Atividade 2 – Análise Estratégica e Probabilística no Xadrez

Segundo Rezende 2013, o xadrez, por ser um jogo estratégico e livre de elementos de sorte, desenvolve habilidades fundamentais que também são essenciais para uma boa gestão financeira. Em uma partida de xadrez, cada jogada exige planejamento, análise de riscos, avaliação de consequências e visão de longo prazo. Esses mesmos princípios são aplicáveis à vida financeira de qualquer pessoa.

Ao jogar xadrez, o indivíduo aprende a pensar antes de agir, o que é crucial para evitar decisões impulsivas — algo comum no consumo descontrolado e no uso indevido de crédito. A valorização das peças no jogo (como o peão que vale 1 ponto e a dama que vale 9) pode ser comparada à ideia de custo-benefício nas finanças: é necessário avaliar o que se está sacrificando e o que se está ganhando em cada ação.

Além disso, o xadrez estimula o pensamento lógico e a construção de estratégias baseadas em objetivos claros. Isso se assemelha ao ato de criar um planejamento financeiro: traçar metas, prever obstáculos e escolher as melhores rotas para alcançá-las. Assim como no jogo, nas finanças é preciso prever os "movimentos"futuros, sejam oportunidades ou riscos e adaptar-se a eles.

Outro aspecto importante é o controle emocional. No xadrez, manter a calma após perder uma peça ou cometer um erro é essencial para se recuperar e seguir competindo. No mundo financeiro, a resiliência diante de imprevistos (como dívidas, emergências ou perdas) também faz diferença para retomar o equilíbrio.

Duração: 2 aulas de 50 minutos

Objetivos de Aprendizagem:

- Explorar a relação entre matemática e tomada de decisão no xadrez.
- Analisar o espaço amostral de jogadas e suas implicações estratégicas.
- Desenvolver o pensamento lógico por meio da construção de árvores de decisão.
- Discutir como a ausência de aleatoriedade afeta a previsibilidade e a estratégia no jogo.

Figura 16 – Jogo de xadrez.
Fonte:https://www.torneiosdexadrez.com.br/xadrez-um-jogo-milenar-de-estrategia-e-inteligencia/.

1. Contextualização histórica e matemática (20 min)

O xadrez como jogo determinístico

Rezende (2013), afirma que o xadrez é um jogo muito antigo, de origem desconhecida. No entanto, para alguns estudiosos, a hipótese mais aceita é a de que o xadrez tenha surgido na Índia.Sendo um jogo de informação completa, no qual todos os dados estão disponíveis a ambos os jogadores. Diferente de jogos baseados em sorte (cartas, dados e loterias), o xadrez não envolve elementos aleatórios o resultado depende exclusivamente das decisões dos jogadores.

Regras básicas relevantes:

Cada peça possui padrões de movimentação fixos (ex: a torre se move em linha reta; o bispo, nas diagonais). A complexidade do jogo se expressa matematicamente: após apenas cinco lances de cada lado, o número de possíveis configurações ultrapassa 69 trilhões.

Conceitos matemáticos-chave:

• Árvore de decisão: Representação gráfica de jogadas e respostas possíveis, útil para visualizar consequências e planejar estratégias.

• Probabilidade implícita: Embora não haja sorte, é possível calcular cenários condicionais. Ex: “Qual a probabilidade de vitória em três lances após sacrificar a dama?”

• Valor esperado de peças: Cada peça tem valor aproximado (peão = 1, cavalo/bispo = 3, torre = 5, dama = 9), o que auxilia no cálculo de riscos e benefícios em trocas.

2. Atividade Prática (80 min)

Etapa 1: Simulação de Posições (50 min)

Materiais necessários:

• Tabuleiros físicos ou plataformas *online* (ex.: <https://lichess.org>).

• Cartas com cenários estratégicos definidos (ex: “rei e peão contra rei”, “sacrifício de peça pelo controle do centro”).

Atividade:

Em duplas, os alunos analisarão três posições distintas. Para cada uma:

• Listar todas as jogadas legais.

• Avaliar quais conduzem à vitória, empate ou derrota, construindo uma árvore de decisão simplificada.

Exemplo prático:

Posição: Rei branco em e5, peão em e6; rei preto em e8.

Jogadas possíveis para as brancas:

• e6–e7: vitória em dois lances.

• Rei para e6: empate por afogamento.

Etapa 2: Cálculo de Probabilidades (20 min)

Apresentar uma **tabela de referência** com finais clássicos:

Tabela 22 – Exemplo de finais no xadrez e suas chances de vitória com jogadores perfeitos

Situação	**Chance de vitória (jogadores perfeitos)**
Dama vs Torre	100%
Dois peões passados	85%
Rei + Bispo vs Rei	0% (sempre empate)

Fonte: MÜLLER et al(2007).

Atividade:

Simular 10 finais dama vs rei em tabuleiro digital. Registrar quantos lances foram necessários para o xeque-mate. Comparar com o número teórico máximo (10 lances) e discutir eficiência.

Etapa 3: Discussão Crítica (10 min)

Perguntas orientadoras para debate:

• Por que o xadrez, mesmo sem sorte, envolve conceitos de probabilidade e previsão?

• Como o "valor esperado" das peças influencia a decisão de aceitar um sacrifício?

• O que pesa mais na análise de uma posição: a quantidade de jogadas possíveis ou a qualidade delas?

3. Tarefa de Consolidação (Para casa)

Produção individual:

Cada aluno deve:

• Criar um diagrama de árvore de decisão para uma posição simples (ex.: xeque-mate em dois lances).

• Responder, de forma argumentativa:

1. "Se você perdeu uma torre no início do jogo, que estratégia adotaria? Justifique com base no valor das peças."

2. "Como o conceito de valor esperado se aplica ao xadrez?"

Exemplo de estrutura do diagrama:

1. Jogada A

→ 1.1 Resposta X (vitória)

→ 1.2 Resposta Y (empate)

2. Jogada B

→ 2.1 Resposta Z (derrota)

Avaliação:

Critérios:

• Precisão na análise das posições: 40%

• Clareza e coerência no diagrama de decisão: 30%

• Participação nas discussões e justificativas: 30%

Adaptação para diferentes níveis:

• Nível básico: Trabalhar com finais simples (rei + dama vs rei).

• Nível avançado: Introduzir o conceito de número de Erdős no contexto de abertura e explorar a lógica combinatória em jogadas de abertura.

6.2.3 Atividade 3 - Estratégia, Sorte e Azar no (*Blackjack*)

O jogo (*Blackjack*) oferece um terreno fértil para explorar a interseção entre probabilidade, estratégia e comportamento financeiro. Combinando elementos de sorte e análise, ele simula, de forma lúdica, os mesmos dilemas enfrentados por indivíduos na gestão de suas finanças pessoais. Cada jogada representa uma escolha: arriscar ou manter, agir por impulso ou com base em dados, seguir a lógica matemática ou ceder à intuição. Essas decisões refletem, de maneira direta, atitudes comuns na vida financeira, como contrair dívidas, investir ou economizar.

O jogo ensina sobre probabilidade condicional, baralho finito e valor esperado — conceitos fundamentais também no campo das finanças. No *Blackjack*, contar cartas é uma forma de mapear possibilidades futuras com base em eventos passados. Analogamente, na vida financeira, isso equivale a construir um orçamento, analisar despesas recorrentes e projetar cenários. Ambas as práticas exigem organização, disciplina e pensamento estratégico. É possível desenvolver não apenas competências matemáticas, mas também habilidades socioemocionais e financeiras. O aluno aprende a analisar riscos, reconhecer padrões de comportamento, resistir a impulsos e fazer escolhas sustentáveis.

Duração: 2 aulas de 50 minutos

Ao realizar essa atividade, os estudantes terão a oportunidade de explorar como a matemática, especialmente a estatística, está profundamente envolvida nos jogos de cartas — em especial no Blackjack, também conhecido como “21”. A proposta é demonstrar, de maneira prática e divertida, como a sorte e a estratégia interagem nesse jogo clássico, promovendo o desenvolvimento de habilidades de cálculo de probabilidade, tomada de decisão e pensamento crítico em relação a crenças populares sobre azar e sequências de sorte.

1. Contextualização Histórica e Matemática (40 min)

Segundo Almeida,2016 o *Blackjack* tem suas origens na França do século XVIII, onde era conhecido como $Vingt - et - Un$. Tornou-se um dos jogos de cassino mais populares do mundo por equilibrar sorte, habilidade e estratégia matemática.

Figura 17 – BlackJack
Fonte: https://sigma.world/pt-br/play/blog/como-contar-cartas-no-blackjack/.

Regras básicas do jogo:

O objetivo do jogador é obter uma pontuação maior que a do dealer (banca) sem ultrapassar 21 pontos. As cartas têm os seguintes valores:

- Ás: 1 ou 11 pontos, conforme a conveniência.
- Figuras (Valete, Dama, Rei): 10 pontos.
- Cartas numéricas: valor nominal.

O jogo oferece um excelente contexto para trabalhar probabilidade condicional, uma vez que as decisões dependem das cartas já reveladas. Como o baralho é finito, as probabilidades mudam a cada rodada — uma característica importante para a compreensão estatística realista.

Exemplo de questionamento matemático:

- "Se você tem 12 pontos, qual a chance de estourar (ultrapassar 21) ao pedir uma carta?"

• Este tipo de cálculo exige considerar quais cartas ainda estão no baralho, reforçando o conceito de amostragem sem reposição.

2. Atividade Prática (60 min)

Etapa 1: Simulação Simplificada (30 min)

Os alunos participarão de rodadas simuladas com baralhos físicos (sem coringas). Em grupos ou individualmente, cada estudante receberá duas cartas iniciais. A dinâmica seguirá as regras básicas do Blackjack: o jogador deve decidir entre "pedir"(receber mais uma carta) ou "parar"(manter a mão atual).

Durante a atividade, será solicitado que os alunos registrem seus resultados:

- Quantos estouraram?
- Quantos venceram?
- Quantos perderam por ultrapassar 21 ou ter menos que o dealer?

A seguir, será apresentada uma tabela de probabilidades com base em mãos comuns:

Tabela 23 – Chances de estourar ao pedir carta no *Blackjack*

Mão do Jogador	**Chance de Estourar ao Pedir Carta**
11	0%
12	31%
16	62%

Fonte: <https://wizardofodds.com/games/blackjack/strategy/bust/>

A observação experimental será comparada com esses dados estatísticos para discutir se as decisões dos alunos foram ou não baseadas em probabilidades.

Etapa 2: Estratégia Básica (20 min)

Será discutida a decisão clássica do *Blackjack*: "O que fazer com 16 pontos quando o dealer mostra um 7?"

Neste cenário, pedir carta implica em 62% de chance de estourar. No entanto, parar implica praticamente em derrota certa se o dealer completar sua mão com cartas entre 4 e 10, totalizando 17 ou mais. Logo, matematicamente, pedir é a melhor das opções, ainda que arriscada.

A discussão irá explorar o comportamento humano frente ao risco e o impacto do medo de perder imediatamente. Será abordada a ideia de que as decisões intuitivas nem sempre se alinham com as escolhas racionais baseadas em estatística.

Etapa 3: Mitos da Sorte (10 min)

Para encerrar, os alunos debaterão ideias comuns no imaginário popular sobre sorte e azar nos jogos:

• "O *dealer* está com sorte hoje": Na realidade, o *dealer* apenas segue regras fixas — sempre pede até atingir 17 ou mais — sem espaço para decisões estratégicas.

• "Estou em uma sequência de sorte": Cada rodada do jogo é independente, e o baralho não tem "memória", a menos que se esteja utilizando técnicas de contagem de cartas (tema brevemente mencionado como conteúdo opcional).

3. Tarefa de Consolidação (para casa)

Como atividade prática, os estudantes deverão simular ou jogar 10 rodadas de *Blackjack* em um ambiente *online* (ex.: <https://www.blackjacksimulator.net/pt/>). Durante o jogo, deverão anotar:

• Quantas vezes seguiram a estratégia baseada em probabilidade?

• Quantas vezes optaram por decisões intuitivas, ignorando a matemática?

Relatório individual:

Cada aluno redigirá um pequeno texto respondendo:

• "Em quais situações você ignorou a probabilidade? Por quê?"

• "Você acredita que decisões emocionais influenciam seus resultados? Como a matemática pode ajudar a evitá-las?"

4. Recursos Extras

• Simulador online: <https://www.cardcount.io/?utm_source=chatgpt.com> – para treinar estratégias e contagem de cartas (nível avançado).

• Vídeo recomendado: "Como Contar Cartas em 5 Minutos" (*MIT Blackjack Team*) – para introduzir o raciocínio estratégico.

Avaliação:

Critérios avaliativos:

• Aplicação correta de probabilidades nas decisões de jogo: 50%

• Análise crítica sobre mitos e percepções de sorte: 30%

• Participação nas atividades práticas e discussões: 20%

A atividade possibilita a conexão entre teoria matemática e experiência prática, promovendo a reflexão sobre o comportamento humano frente ao acaso e reforçando a importância da tomada de decisão baseada em dados. Ao explorar o *Blackjack*, os alunos aprendem que alguns jogos de azar não se resumem à sorte — há estrátegias para minimizar as perdas.

6.2.4 Atividade 4 - Sorte e nada além disso (Loterias: Mega - sena)

Contextualização Histórica

A Mega - sena foi lançada oficialmente em 11 de março de 1996 e desde então passou a ser a esperança de mudança de vida de muitos brasileiros, por ser a loteria que paga os maiores prêmios tem maior repercussão nacional. Além de oferecer aos brasileiros uma oportunidade mesmo que remota de enriquecimento, tem a sua função social, parte do valor arrecadado com as apostas é destinada a áreas como: educação, saúde, segurança e programas sociais do governo federal. O apostador tem a possibilidade de fazer apostas de 6 a 20 números em um único volante com valor de aposta variando de R$ 5,00 a R$ 193.800,00.

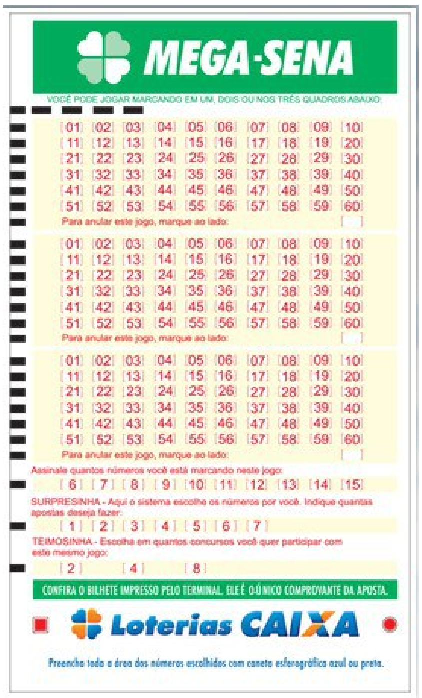

Figura 18 – Bilhete da mega-sena

Fonte: <https://cassinoonline.net/mega-sena-como-jogar/>

Duração: 2 aulas de 50 minutos

Ao realizar essa atividade, os estudantes terão a oportunidade de explorar conceitos matemáticos como: Combinação Simples e probabilidade, que ajudam a estimar as chances reais de acerto em diferentes tipos de apostas, não só na Mega-Sena.

Além de desenvolver habilidades matemáticas, esse tipo de atividade também é uma ferramenta de conscientização sobre os riscos dos jogos de azar, que muitas vezes estão associados à ilusão de ganhos fáceis. No momento em que o aluno percebe que as chances reais de ganho são extremamente baixas ele começa a ter um olhar mais crítico diante das promessas envolvidas em loterias e apostas e passe a ter atitudes mais responsáveis em relação ao consumo de jogos e às finanças pessoais.

Etapa 1: Diagnóstico (10 minutos)

Objetivo: Identificar as percepções que os alunos já têm sobre sorte e azar, saber se os alunos conhecem as loterias.

Atividade: Roda de conversa inicial:

"Você conhece a Mega - sena?"

"Acha que alguém pode bolar uma estratégia para ganhar?"

"Acredita que existem memórias no sorteio, ou seja, um número tem mais chances de sair se já foi sorteado?"

"Conhece alguém que ganhou?"

"O que você entende por azar? E por sorte?"

Etapa2: Contextualização e Problematização (10 minutos)

• Objetivo: Conectar o tema ao cotidiano e levantar o problema.

• Apresentar como funciona a escolha dos números na Mega - Sena e o valor das apostas.

• Perguntar:

"Se todo mundo escolher com inteligência, alguém garante o prêmio?"

"Neste jogo a matemática pode vencer a sorte?"

Etapa 3: Conceitos (30 minutos)

• Objetivo: Introduzir noções matemáticas que expliquem o caráter aleatório dos jogos de azar.

• Conteúdos:

• Jogo de azar: atividades em que o resultado depende majoritariamente do acaso, não de habilidade.

• Conceitos básicos baásicos de probabilidade e cálculo combinatório (por exemplo, quantas combinações possíveis de 6 números existem em dentre os 60?).

• Mostrar quais são as chances de acertar 4,5 e 6 números em jogo de 6 dezenas (aposta mínima) e em jogo de 20 dezenas (aposta máxima) comparar o aumento das probabilidades.

Etapa 4: Prática (35 minutos)

• Objetivo: Fazer o aluno experimentar e observar o acaso.

Atividades:

Utilizar as informações disponívesis em <https://loterias.caixa.gov.br/Paginas/Mega-Sena.aspx>

•Analisar quais números ocorreram com mais frequência nos últimos 50 concursos.

•Analisar´/investigar em quantos concursos dos últimos 3 meses não ocorreu ganhador do prêmio máximo e o número de apostas realizadas;

Simulação prática:

- Cada aluno faz duas apostas uma de 6 números outra de 20 números.
- Sorteio em sala: Simular um sorte como o da Mega - sena.

Material necessário:

- Folhas de apostas impressas;
- 60 bolinhas numeradas de 1 a 60;
- Urna, caixa ou globo de sorteio.

Etapa 5: Análise coletiva (15 minutos)

• Quantos acertaram todos? Quantos acertaram 5? Quantos acertaram 4?

• É fácil ganhar?

• Discutir: "Mesmo conhecendo as probabilidades, e os números que ocorreram com maior frequência conseguimos garantir o resultado?"

Avaliação:

• Objetivo: Consolidar o entendimento de que a Mega - sena é um jogo de azar.

"Explique por que apostar a Mega - sena é um jogo de azar?"

• Propor novos cenários:

"Se eu jogar 100 vezes, fico rico?"

"Se eu jogar com muitos bilhetes diferentes, aumento minhas chances de maneira significativa ? Ganharei?

Conclusão Esperada:

Ao final da sequência, o aluno deve ser capaz de concluir por si mesmo que:

• A matemática mostra que as chances são extremamente pequenas.

• O resultado depende do acaso e não do conhecimento ou da estratégia.

• Mesmo sabendo calcular combinações e probabilidades nada garante o aumento de chances de ganhar, logo a Mega - sena é um jogo puramente de azar.

6.2.5 Atividade 5 - Entendo as *Bets* (apostas esportivas)

Contextualização

As casas de apostas *online*, popularmente conhecidas como *bets*, ganharam grande notoriedade nos últimos anos devido à digitalização dos jogos de azar e ao crescimento do mercado de apostas esportivas. Essas plataformas permitem que usuários realizem apostas em eventos esportivos e jogos de cassino de forma remota, proporcionando acessibilidade e conveniência aos apostadores. No entanto, sua ascensão levanta debates sobre regulamentação, impacto econômico e segurança para os consumidores (ABNT, 2021).

Figura 19 – Bets

Fonte: https://www.correiobraziliense.com.br/cidades-df/2025/05/7160450-bets-violam-lei-e-explora-vulneraveis-mostra-relatorio-do-ibict.html

Duração: 3 aulas de 50 minutos

A atividade visa oportunizar aos estudantes a possibilidade de explorar os conceitos matemáticos de probabilidade e combinação simples, que podem ser diretamente aplicados ao universo das apostas esportivas. Tais conhecimentos auxiliam na estimativa das reais chances de sucesso em palpites sobre resultados de jogos, placares exatos, número de gols, entre outros tipos de apostas comuns nesse contexto.

Ademais, essa atividade também atua como ferramenta de conscientização sobre os riscos envolvidos em apostas esportivas, que diversas vezes se apresentam, ilusoriamente, como formas simples e rápidas de ganhar dinheiro. Ao adquirir a compreensão do papel que a probabilidade exerce nos jogos, fica evidente que as reais chances de ganho são frequentemente baixas — principalmente em apostas múltiplas ou de alto retorno — o estudante passa a assumir uma postura mais crítica diante das promessas feitas por casas de apostas.

Com isso, ele passa a agir de forma mais consciente no que se refere a jogos, desenvolvendo uma relação responsável com o uso do dinheiro e, consequentemente, com as finanças pessoais, além de reconhecer os possíveis impactos negativos do jogo excessivo.

Temas abordados:

- *Odds* ;

  Odds não é uma sigla nem abreviação, é uma palavra do inglês.

  O termo significa literalmente probabilidades ou chances, mas no contexto de apostas é usado de forma mais específica:

  Odds: Razão que expressa a chance de um evento ocorrer em comparação à chance de não ocorrer.

- Probabilidades;

Análise de Riscos nas Apostas Esportivas

Objetivos:

- Relacionar o conceito de probabilidade às odds e entender como as odds nas apostas esportivas são calculadas;
- Apartir dessa analíse ter um olhar crítico para analisar os riscos e as possibilidades reais de obter lucro ou prejuízo.
- Refletir sobre os impactos econômicos e sociais das apostas esportivas.
- Que o aluno começe a tomar decisões sobre baseadas na expectativa matemática e riscos financeiros com consciência de que mesmo com a analíse dos dados estatísticos ele pode não ter sucesso.

Conteúdo matemáticos que serão abordados durante a realização da atividades.

- Probabilidade clássica;
- Eventos independentes e dependentes;
- Porcentagem - cálculo e interpretação de *odds*.

Etapas da Sequência Didática

1ª Etapa: Discussão Inicial

Objetivo: Analisar qual é o conhecimento prévio dos alunos sobre o assunto, suas percepções pessoais sobre o tema iniciar uma discussão.

Perguntar:

- Conhece algum *site* de apostas?
- Já fez apostas em algum desses *sites* de apostas? Se sim, qual foi o resultado?
- Conhece alguém ou ouviu falae de alguém que ficou endividado devido ao fato de apostar compulsoriamente?
- Sabe como funcionam as *odds*?

Apresentar *odds* reais como exemplo para a discussão:

Disponíveis em :<https://www.oddsagora.com.br/>

- Vitória do time A: 1.80
- Empate: 3.50
- Vitória do time B: 4.20

Discussão:

- O que esses dados significam?
- Se você apostar R$ 10,00, quanto pode ganhar em cada cenário?

2ª Etapa: Compreendendo as *Odds*

Objetivo: Mostrar aos alunos a relação entre as odds e a probabilidade.

Intervenção do docente:

Explicar:

- *Odds* representam o inverso da probabilidade estimada pela casa.

Fórmula:

Probabilidade implícita $= \frac{1}{Odds}$

Atividade prática:

1º Momento

- Após fornecer as *odds* aos alunos, calcular a probabilidade implícita.

Resultados esperados:

Odds para vitória do time A: 1.80

$$\text{Probabilidade implícita} = \frac{1}{1{,}80} \approx 55{,}5\%$$

Odds para o empate entre os times A e B: 3,50

$$\text{Probabilidade implícita} = \frac{1}{3{,}5} \approx 28{,}5\%$$

Odds para a vitória do time B: 4,20

Probabilidade implícita $= \frac{1}{4{,}2} \approx 23{,}8\%$

Aplicação:

Se a soma das probabilidades for maior que 100%, significa que a casa tem vantagem (margem).

Calcular a soma das probabilidades dos três resultados.

$$55{,}5\% + 28{,}5\% + 23{,}5\% \approx 107{,}5\%$$

Nesse caso a banca tem uma vantagem de $\approx 7{,}5\%$

2º Momento

Propor situações de jogo justo, ou seja, soma das probabilidades igual a 100%. Fato que leva a conclusão de que não há vantagens para a banca e nem para o apostador, suponha uma situação, uma vez que no mercado de apostas isso seja extremamaente raro.

Exemplo:

Odds para o time A vencer :2

$$\text{Probabilidade implícita} = \frac{1}{2} = 50\%$$

Odds para empate :3

$$\text{Probabilidade implícita} = \frac{1}{3} \approx 33{,}33\%$$

Odds para o time B vencer:6

$$\text{Probabilidade implícita} = \frac{1}{6} \approx 16{,}66\%$$

Soma das probabilidades dos três resultados.

$$50\% + 33{,}33\% + 16{,}66\% \approx 100\%$$

Possível questionamento:

Frente ao desenvolvimento realizado no 1º e do 2º momento é provável que surja o seguinte questionamento **" E se a soma das probabilidades for inferior a 100%?"**

Quando isso acontece significa que há uma situação chamada de arbitragem ou "*surebet*", que é uma falha momentânea no mercado em que é possível apostar em todos os resultados possíveis e garantir lucro certo, independentemente do resultado.

Veja uma breve abordagem sobre a arbitragem:

A arbitragem é uma estratégia que, em teoria, promete lucro sem risco ao aproveitar discrepâncias nas odds oferecidas por diferentes casas de apostas. O objetivo é distribuir o valor apostado de forma que, independentemente do resultado do evento, o retorno seja maior que o investimento inicial. No entanto, embora a matemática por trás da arbitragem seja sólida, sua aplicação prática enfrenta desafios significativos.

A Teoria da Arbitragem é baseada na ideia de que, ao comparar as *odds* de diferentes casas de apostas, é possível identificar situações em que a soma das probabilidades implícitas é menor que 100%. O apostador pode distribuir seu investimento proporcionalmente às odds para garantir um lucro, independentemente do resultado.

Exemplo Prático: Arbitragem em um Jogo de Futebol

Considere um jogo entre Flamengo e Grêmio com as seguintes *odds* oferecidas por três casas de apostas diferentes:

- Casa 1: Vitória do Flamengo, *odd* de 2,5,

$$\text{Probabilidade implícita} = \frac{1}{2{,}5} \times 100 = 40\%$$

- Casa 2: Empate, *odd* de 3,6

$$\text{Probabilidade implícita} = \frac{1}{3{,}6} \times 100 \approx 27{,}78\%$$

- Casa 3: Vitória do Grêmio, *odd* de 3,4

$$\text{Probabilidade implícita} = \frac{1}{3{,}4} \times 100 \approx 29{,}41\%$$

A soma das probabilidades implícitas é:

$$40\% + 27{,}78\% + 29{,}41\% = 97{,}19\%$$

Como a soma é inferior a 100%, há uma oportunidade de arbitragem. Para garantir um lucro, o apostador distribui o valor apostado proporcionalmente às odds. Suponha que ele deseje investir 100 reais no total. O valor apostado em cada resultado é calculado da seguinte forma:

$$\text{Valor Apostado} = \frac{\text{Probabilidade Implícita}}{\text{Soma das Probabilidades}} \times \text{Investimento Total}$$

- Vitória do Flamengo:

$$\frac{40\%}{97{,}19\%} \times 100 \approx 41{,}16 \text{ reais}$$

- Empate

$$\frac{27{,}78\%}{97{,}19\%} \times 100 \approx 28{,}58 \text{ reais}$$

- Vitória do Grêmio:

$$\frac{29{,}41\%}{97{,}19\%} \times 100 \approx 30{,}26 \text{ reais}$$

Agora, vamos calcular o retorno para cada cenário possível:

- Se o Flamengo vencer:

  Retorno: $41{,}16 \times 2{,}5 = 102{,}89$ reais

- Se houver empate:

  Retorno: $28{,}58 \times 3{,}6 = 102{,}89$ reais

- Se o Grêmio vencer:

  Retorno: $30{,}26 \times 3{,}4 = 102{,}89$ reais

  Em todos os casos, o retorno é de 102,89 reais, garantindo um lucro de 2,89% sobre o investimento inicial de 100 reais. Apesar de a arbitragem parecer uma estratégia infalível em teoria, sua aplicação prática enfrenta diversos obstáculos:

Ajuste Dinâmico das *Odds*: As casas de apostas ajustam suas odds em tempo real com base no volume de apostas e em algoritmos avançados. Isso significa que as oportunidades de arbitragem podem desaparecer em questão de segundos.

Monitoramento de Apostadores: As casas monitoram padrões de apostas e identificam rapidamente apostadores que utilizam estratégias de arbitragem. Em muitos casos, essas contas são bloqueadas ou limitadas.

Dificuldade de Encontrar Oportunidades: Identificar discrepâncias nas odds exige acesso a múltiplas casas de apostas e ferramentas especializadas, como $softwares$ de arbitragem. Além disso, as margens de lucro são frequentemente pequenas, exigindo grandes volumes de apostas para gerar retornos significativos.

Custos Transacionais: Taxas de depósito, saque e conversão de moedas podem reduzir os lucros, especialmente em apostas internacionais.

Risco de Erros: Um erro na distribuição dos valores apostados ou no cálculo das probabilidades pode resultar em perdas, eliminando a vantagem da arbitragem.

A arbitragem é uma estratégia matematicamente sólida que, em teoria, permite lucro sem risco ao aproveitar discrepâncias nas odds oferecidas por diferentes casas de apostas. No entanto, na prática, sua execução é complexa e enfrenta desafios significativos, como o ajuste dinâmico das *odds*, o monitoramento de apostadores e a dificuldade de encontrar oportunidades viáveis.

Para a maioria dos apostadores, a arbitragem não é uma estratégia viável, exigindo recursos, tempo e conhecimento especializado. Além disso, o lucro potencial é frequentemente pequeno, especialmente quando comparado aos riscos e custos envolvidos. Portanto, embora a arbitragem seja um conceito fascinante, sua aplicação prática é limitada, reforçando a ideia de que, no mundo das apostas, não há "almoço grátis".

3ª etapa: Cálculo do valor esperado

$$VE = (Ganho \times P(\text{acerto})) + (Perda \times P(\text{erro}))$$

Onde:

$$\text{Ganho} = (Odd - 1) \times \text{Valor Apostado}$$

$$\text{Perda} = -\text{Valor Apostado}$$

$$P(\text{acerto}) = \frac{1}{Odd\ \text{justa}}$$

Análise de Valor Esperado em Apostas Esportivas

Cenário: Jogo entre Time 1 e Time 2 com três possíveis resultados: vitória do Time 1, empate ou vitória do Time 2.

Odds **fornecidas**

Tabela 24 – Probabilidade Implícita de Cada Resultado

Resultado	*Odd*	**Probabilidade Implícita (%)**
Vitória do Time 1	2,00	50,00 (0,50)
Empate	3,50	28,57 (0,2857)
Vitória do Time 2	4,00	25,00 (0,25)

Passo 1: Calcular a probabilidade implícita de cada odd usando a fórmula:

$$P = \frac{1}{Odd}$$

Soma das probabilidades:

$$50\% + 28{,}57\% + 25\% = 103{,}57\%$$

Existe uma margem da casa de 3,57%.

Cálculo do Valor Esperado (VE) para cada aposta

Considerando um investimento total de R$ 100, temos:

Aposta na Vitória do Time 1 (*Odd* 2,00):

$$\begin{cases} \text{Ganho} = (2,00 - 1) \times 100 = 100 \\ \text{Perda} = -100 \\ P(\text{acerto}) = 0,50 \\ P(\text{erro}) = 1 - 0,50 = 0,50 \end{cases}$$

Cálculo do VE:

$$VE = (100 \times 0,50) + (-100 \times 0,50) = 50 - 50 = 0$$

Valor Esperado = R$ 0 (jogo praticamente justo).

Aposta no Empate (*Odd* 3,50):

$$\begin{cases} \text{Ganho} = (3,50 - 1) \times 100 = 250 \\ \text{Perda} = -100 \\ P(\text{acerto}) = 0,2857 \\ P(\text{erro}) = 1 - 0,2857 = 0,7143 \end{cases}$$

Cálculo do VE:

$$VE = (250 \times 0,2857) + (-100 \times 0,7143) = 71{,}425 - 71{,}43 \approx -0{,}005$$

Valor Esperado R$ -0,01 (ligeiramente negativo)

Aposta na Vitória do Time 2 (*Odd* 4,00):

$$\begin{cases} \text{Ganho} = (4,00 - 1) \times 100 = 300 \\ \text{Perda} = -100 \\ P(\text{acerto}) = 0,25 \\ P(\text{erro}) = 1 - 0,25 = 0,75 \end{cases}$$

Cálculo do VE:

$$VE = (300 \times 0,25) + (-100 \times 0,75) = 75 - 75 = 0$$

Valor Esperado = R$ 0

Resumo dos Valores Esperados

Tabela 25 – Resumo dos Valores Esperados (VE)

Resultado	**VE (R$)**
Vitória do Time 1	0
Empate	$\approx -0{,}01$
Vitória do Time 2	0

Conclusão: Frente aos resultados é constatado que as *odds* estão próximas de justas, com pequenas variações. Se a soma das probabilidades fosse exatamente 100%, o jogo seria justo e o valor esperado, zero. Já se a soma das probabilidades excede 100%, o valor esperado fica levemente negativo, favorecendo a casa/banca.

4ª Etapa: Simulação de Apostas e Análise de Risco

Objetivo: Analisar ganhos e perdas possíveis em apostas.

Atividades:

- Simular uma situação de jogo na qual os alunos tem um saldo fictício (ex.: R$ 100).
- Após os alunos analisarem *odds* fornecidas, pedir para que eles façam suas apostas. *Odds* reais disponívesi em:<https://www.oddsagora.com.br/>
- Realizar simulações dos resultados com resultados hipotéticos de vitoria, empate e derrota ou buscar resultados anteriores em relação a jogos entre os dois times que ficam disponíveis em <https://www.flashscore.com.br/> ou em outros sites.

Exemplo de simulação de aposta e análise de ganhos e perdas

Simulação de aposta com valor total disponível de R$ 100, distribuído da seguinte forma:

- R$ 50 na vitória do Time 1 (*Odd* 2.00)
- R$ 30 no empate (*Odd* 3.50)
- R$ 20 na vitória do Time 2 (*Odd* 4.00)

Tabela 26 – *Odds* e Probabilidades Implícitas

Resultado	*Odds*	**Probabilidade (%)**
Vitória do Time 1	2,00	50,00 (0,50)
Empate	3,50	28,57 (0,2857)
Vitória do Time 2	4,00	25,00 (0,25)

A soma das probabilidades = 103,57%, indicando uma margem de 3,57% da casa.

Cálculo dos Possíveis Resultados

Se o Time 1 vencer:

- Ganho: R$ 50 × 2.00 = R$ 100
- Perda: R$ 30 (empate) + R$ 20 (Time 2) = R$ 50
- Lucro líquido: R$ 100 - R$ 100 = R$ 0

Se der Empate:

- Ganho: R$ 30 × 3.50 = R$ 105

- Perda: R$ 50 (Time 1) + R$ 20 (Time 2) = R$ 70
- Lucro líquido: R$ 105 - R$ 100 = R$ 5

Se o Time 2 vencer:

- Ganho: R$ 20 $\times$ 4.00 = R$ 80
- Perda: R$ 50 (Time 1) + R$ 30 (empate) = R$ 80
- Lucro líquido: R$ 80 - R$ 100 = R$ -20

Tabela 27 – Resumo da Simulação

Resultado	**Ganho (R$)**	**Valor apostado (R$)**	**Lucro Líquido (R$)**
Vitória do Time 1	100	100	0
Empate	105	100	5
Vitória do Time 2	80	100	-20

Questionamentos para o momento pós simulação:

- Quem obteve resultados positivos? Foi sorte ou estratégia?
- Quantas apostas deram resultados nulos?
- Quantas apostas deram resultados negativos?
- Após analisar um cenário geral (resultados de todos os alunos) perguntar a turma quem levou vantagem a casa ou os apostadores?
- Por que as casas de apostas existem?
- As casas de apostas podem causar impacto social, emocional e financeiro?

5ª Etapa: Avaliação

- Participação nas discussões.
- Resolução correta das atividades de cálculo.
- Produção de vídeos, podcasts ou relatórios explicando os riscos e o funcionamento das *odds*.

Conclusão

Espera- se que o aluno perceba que:

- Em alguns casos apostar em mais de um resultado pode reduzir o risco, mas também limita os ganhos;
- O apostador precisa avaliar se vale a pena assumir esse risco financeiro, considerando sempre as probabilidades e a margem da casa;
- A matemática protege contra armadilhas financeiras;
- A promessa de dinheiro fácil não passa de uma armadilha;
- Mesmo que a probabilidade de ocorrência de um evento seja alta ele pode não ocorrer;

7 Conclusões

A história dos jogos de azar, como loterias e cassinos, desde os jogos baseados em habilidades, como o xadrez, revela o fascínio do ser humano na busca por recompensas rápidas e fáceis. Embora o desenvolvimento de jogos de azar tenha levado a inúmeras mudanças culturais e econômicas ao longo da história, a compreensão das probabilidades é fundamental para desmistificar a verdadeira natureza dessas práticas. A matemática das probabilidades revela que, embora o desejo de ganhar seja uma motivação poderosa, as chances de obter sucesso nos jogos de azar são minúsculas.

Este trabalho busca explorar a relação entre jogos de azar, probabilidades e a conscientização financeira, com foco na educação dos jovens sobre os riscos associados a essas práticas. A partir de uma abordagem interdisciplinar, que integrará conceitos de matemática, psicologia e educação financeira, será possível analisar a história dos jogos de azar e dos jogos de habilidade, as probabilidades envolvidas em jogos de azar populares como a Mega- sena, dados e outros, e os impactos sociais e econômicos desses jogos, especialmente entre os jovens.

A pesquisa bibliográfica permitiu traçar a evolução dos jogos de habilidade e de azar ao longo da história, destacando como essas atividades sempre estiveram presentes na cultura humana, seja como forma de entretenimento, desenvolvimento cognitivo ou até mesmo como parte de rituais religiosos. No entanto, com o advento das plataformas digitais, os jogos de azar tornaram-se mais acessíveis, atraindo um público cada vez mais jovem e vulnerável. A análise das probabilidades mostrou que as chances de vitória em jogos como a Mega-Sena e bets são extremamente baixas, reforçando a ideia de que, a longo prazo, os jogadores tendem a perder mais do que ganhar. Esse entendimento é crucial para desmistificar a ilusão de controle e a falácia do jogador, que frequentemente levam a decisões impulsivas e ao endividamento.

A partir da investigação realizada ao longo deste trabalho, pôde-se concluir que os jogos, em suas mais variadas formas, sejam eles de habilidade, estratégia ou azar oferecem um campo fértil para reflexões interdisciplinares que envolvem matemática, história, sociologia e educação financeira. A análise histórica mostrou como os jogos acompanharam o desenvolvimento cultural das sociedades, passando de simples formas de entretenimento para dispositivos sofisticados de aprendizagem, interação social e, em muitos casos, instrumentos de risco financeiro, especialmente quando inseridos em contextos de apostas e jogos de azar.

Ao introduzir conceitos de probabilidade, estatística e teoria dos jogos em sala de aula por meio de atividades práticas, os alunos poderão compreender não só os mecanismos matemáticos por trás dos jogos, mas também desenvolver um olhar crítico sobre as tomadas de decisão, a percepção de sorte e o impacto das emoções e vieses cognitivos nas escolhas. A utilização de jogos como *Go*, o *War*, o Xadrez e o *Blackjack* (21) se mostra altamente eficaz para tornar visível o papel da estratégia, do raciocínio lógico e da análise probabilística em diferentes contextos, desde um simples movimento no tabuleiro até decisões que envolvem risco financeiro real.

Ademais, ao relacionar esses conhecimentos com os temas transversais da BNCC, especialmente no que se refere à educação financeira, o projeto demonstra seu potencial não apenas didático, mas formativo, ao buscar preparar os estudantes para a vida em sociedade, promovendo autonomia, responsabilidade e consciência crítica frente aos desafios contemporâneos, como o consumismo exacerbado, o endividamento precoce e a ilusão de ganhos fáceis promovida pelas plataformas de jogos de aposta.

Dessa forma, conclui-se que o uso de jogos como instrumento pedagógico vai muito além da ludicidade: trata-se de uma poderosa ferramenta para o desenvolvimento integral dos alunos, permitindo a articulação entre teoria e prática, entre pensamento matemático e contexto social. Recomenda-se, portanto, que práticas educativas baseadas em jogos continuem sendo exploradas e aperfeiçoadas, integrando projetos interdisciplinares que promovam a aprendizagem significativa e a formação crítica dos estudantes diante das complexidades do mundo moderno.

É crucial que políticas públicas sejam implementadas para promover a educação financeira nas escolas e nas comunidades, prevenindo a exposição dos jovens a práticas prejudiciais e oferecendo a eles as ferramentas necessárias para compreender as reais probabilidades de sucesso nos jogos de azar. Com uma abordagem informada e educada, é possível mitigar os riscos e garantir que os jovens façam escolhas mais responsáveis e equilibradas, tanto em relação ao dinheiro quanto à sua saúde financeira.

Além disso, novos estudos poderiam explorar como as tecnologias digitais e os jogos online influenciam as percepções de risco e a tomada de decisões financeiras. Isso incluiria análises sobre o papel das redes sociais e da publicidade direcionada na popularização dos jogos de azar, além de estratégias para mitigar o impacto desse tipo de conteúdo entre os jovens.

Outro ponto relevante para futuros trabalhos consiste em avaliar o impacto de projetos educativos que combinem a teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel (2003) com metodologias ativas, como a gamificação e o uso de simuladores, buscando potencializar a construção de conhecimentos mais sólidos e contextualizados.

Por fim, sugere-se que investigações subsequentes abordem a eficácia de políticas públicas e de programas de prevenção ao endividamento precoce, analisando como tais medidas podem ser aprimoradas e ampliadas para alcançar comunidades vulneráveis.

A integração dessas políticas com práticas pedagógicas inovadoras pode ser uma chave importante para reduzir os riscos associados aos jogos de azar e contribuir para a formação de cidadãos mais conscientes e preparados para lidar com as complexidades do mundo moderno.

Referências

888poker. *Flush Poker Odds: Your Guide to Hitting This Powerful Hand*. 2024. Acesso em: 8 maio 2025. Disponível em: <https://www.888poker.com/how-to-play-poker/hands/flush-poker-hand-odds/>. Citado na página 52.

(ABEFIN), A. B. de E. F. *Autorização das apostas online pode aumentar riscos na vida financeira das famílias*. 2023. Acesso em: 25 abr. 2025. Disponível em: <https://abefin.org.br/autorizacao-das-apostas-online-pode-aumentar-riscos-na-vida-financeira-das-familias/>. Citado na página 36.

ABRANTES, M. L. A teoria dos jogos e os oligopólios. *Angola: Multitema*, 2004. Citado na página 27.

ALMEIDA, F. P. L. de. A teoria dos jogos: uma fundamentação teórica dos métodos de resolução de disputa. *Estudos em arbitragem, mediação e negociação*, p. 175 – 200, 2003. Citado 2 vezes nas páginas 26 e 27.

ALMEIDA, J. S. *A probabilidade aplicada aos jogos de azar*. Dissertação (Mestrado) — Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Norte (IFRN), 2016. Disponível em: <https://docente.ifrn.edu.br/julianaschivani/disciplinas/metodologia-do-ensino-de-matematica-ii/materiais-concretos/jogos-com-baralho/a-probabilidade-aplicada-aos-jogos-de-azar/view>. Citado na página 98.

ALMEIDA, M. F. L. d. *O xadrez no ensino e aprendizagem em escolas de tempo integral: um estudo exploratório*. Dissertação (Dissertação de Mestrado) — Universidade de Brasília, Brasília, 2010. Acesso em: 21 maio 2025. Disponível em: <http://repositorio.unb.br/handle/10482/8563>. Citado na página 21.

American Psychiatric Association. *Diagnostic and Statistical Manual of Mental Disorders: DSM-5*. 5. ed. Washington, DC: American Psychiatric Publishing, 2013. Disponível também em: https://archive.org/details/APA-DSM-5. Disponível em: <https://www.psychiatry.org/psychiatrists/practice/dsm>. Citado na página 24.

ANTUNES, C. *Jogos para a estimulação das múltiplas inteligências*. [S.l.]: Editora Vozes Limitada, 2011. Citado na página 82.

Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT). *NBR 15999: Gestão de riscos em tecnologia da informação*. 2021. <https://abnt.org.br/normalizacao/normas-em-planejamento/>. Acesso em: 25 de março 2025. Citado na página 104.

AUMANN, R. J. Agreeing to disagree. *The Annals of Statistics*, v. 4, n. 6, p. 1236–1239, 1976. Accessed: 2025-04-15. Disponível em: <https://www.jstor.org/stable/2958591>. Citado na página 34.

AUSUBEL, D. P. *Aquisição e retenção de conhecimentos: uma perspectiva cognitiva*. Lisboa: Plátano, 2003. Disponível online. Disponível em: <https://repositorio.ifes.edu.br/handle/123456789/3158?show=full>. Citado 2 vezes nas páginas 19 e 117.

AXELROD, R. *Cooperation*. [S.l.]: New York: Basic Books, 1984. Citado na página 19.

AZEVEDO, A. G. Manual de mediação judicial. *Revista CEJ*, v. 13, n. 47, p. 141, 2010. Citado 2 vezes nas páginas 26 e 27.

Banco Central do Brasil. *Meu Bolso em Dia: mais de 220 mil pessoas já se cadastraram na plataforma*. 2024. Acesso em: 26 abr. 2025. Disponível em: <https://www.bcb.gov.br/detalhenoticia/20349/noticia>. Citado na página 41.

BASTOS, F. de A. A. *Estatística e Probabilidade*. Fortaleza: Editora da UECE, 2014. Acesso em: 07 maio 2025. Disponível em: <https://www.uece.br/cct/wp-content/uploads/sites/28/2021/07/LIVRO-ESTATI%CC%81STICA-E-PROBABILIDADE.pdf>. Citado na página 67.

BOORMAN, S. *The Protracted Game: A Weiqi Interpretation of Maoist Revolutionary Strategy*. Oxford University Press, 1969. Disponível em: gwern.net. Acesso em: 29 maio 2025. Disponível em: <https://gwern.net/doc/history/1969-boorman-theprotractedgame.pdf>. Citado na página 48.

BrainKing. *Estudos de partidas profissionais e de alto nível*. 2020. Acesso em:19 de março de 2025. Disponível em: <https://www.brainking.com/>. Citado na página 54.

BRASIL. *Base Nacional Comum Curricular*. 2017. Acesso em: 03 maio 2025. Disponível em: <https://download.basenacionalcomum.mec.gov.br/BNCC_Ensino_Fundamental.pdf>. Citado na página 25.

BRASIL. *Base Nacional Comum Curricular*. 2018. Acesso em: 07 maio 2025. Disponível em: <https://basenacionalcomum.mec.gov.br/>. Citado 5 vezes nas páginas 14, 41, 42, 43 e 82.

Brasil. *Lei nº 13.756, de 12 de dezembro de 2018. Dispõe sobre a destinação do produto da arrecadação das loterias e sobre a modalidade lotérica de apostas de quota fixa*. 2018. Acesso em: 25 abr. 2025. Disponível em: <https://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_Ato2015-2018/2018/Lei/L13756.htm>. Citado 2 vezes nas páginas 40 e 41.

BRASIL, A. *Beneficiários do Bolsa Família gastaram R$ 3 bilhões em bets em agosto, aponta BC*. 2024. Acesso em: 1 jun. 2025. Disponível em: <https://agenciabrasil.ebc.com.br/economia/noticia/2024-09/beneficiarios-do-bolsa-familia-gastaram-r-3-bi-em-bets-em-agosto>. Citado na página 35.

CAIXA Econômica Federal. *Repasses Sociais e Relatórios Anuais*. Brasília, DF, 2025. <https://loterias.caixa.gov.br/Paginas/Repasses-Sociais.aspx>. Acesso em: 21 maio 2025. Citado 2 vezes nas páginas 23 e 24.

Chinese Weiqi Association. *The History of Weiqi*. Beijing: [s.n.], 2020. Acesso em: 29 maio 2025. Disponível em: <https://weiqi.org.my/brief-introduction-to-weiqi-go-baduk/>. Citado na página 48.

CRAWFORD, J. et al. *Player's Handbook-Dungeons & Dragons*. [S.l.]: TRPG. Corebook. 5th edition. Renton: Wizards of the Coast, 2014. Citado na página 67.

DATAFOLHA. *Apostas atraem jovens e chegam a 15% da população, que diz gastar R$ 263 por mês*. São Paulo, 2024. Disponível em: <https://www1.folha.uol.com.br/esporte/2024/01/apostas-atraem-jovens-e-chegam-a-15-da-populacao-que-diz-gastar-r-263-por-mes-mostra-datafolha.shtml>. Citado na página 14.

Datahub; Strategy& (PwC); Reuters. *Crescimento do mercado de apostas online no Brasil (2021–2025)*. 2025. Dados consolidados: (i) Datahub/CNN Brasil: crescimento de 734,6% entre 2021 e abril de 2024; (ii) Strategy& (PwC): volume de apostas em 2023 entre R$ 60 e R$ 100 bilhões; (iii) Reuters/Banco Central: até R$ 30 bilhões em apostas mensais em 2025. Disponível em: <https://www.cnnbrasil.com.br/economia/negocios/setor-de-apostas-online-cresceu-734-desde-2021-aponta-pesquisa/>. Citado na página 35.

DELFABBRO, P. H.; LAMBOS, C.; KING, D. L. Risk factors for adolescent gambling: The role of parental involvement and adolescent coping strategies. *Journal of Gambling Studies*, v. 21, n. 2, p. 129–139, 2005. Disponível online. Disponível em: <https://pubmed.ncbi.nlm.nih.gov/16838102/>. Citado 3 vezes nas páginas 17, 23 e 24.

DEMAIN, A. *The Complexity of Go*. 2016. <https://www.researchgate.net/publication/221330216_The_Complexity_of_Go>. Disponível em ResearchGate. Citado 3 vezes nas páginas 49, 50 e 53.

DOURADO, M. L. *Apostadores: 48% já tiraram dinheiro de aplicações para jogar e 39% estão endividados*. 2025. Acesso em: 26 abr. 2025. Disponível em: <https://www.infomoney.com.br/consumo/apostadores-48-ja-tiraram-dinheiro-de-aplicacoes-para-jogar-e-39-estao-endividados/>. Citado na página 35.

FAIRBAIRN, J. *A Survey of the Best in Go Literature*. Slate & Shell, 2007. Disponível em: GoGoD Online. Acesso em: 28 abril 2025. Disponível em: <https://gogodonline.co.uk/books/>. Citado na página 48.

FEARON, J. D. Rationalist explanations for war. *International Organization*, v. 49, n. 3, p. 379–414, 1995. Accessed: 2025-04-15. Disponível em: <https://www.cambridge.org/core/journals/international-organization/article/abs/rationalist-explanations-for-war/>. Citado na página 34.

Federação Brasileira de Bancos (FEBRABAN). *Pesquisa RADAR FEBRABAN Especial: Maioria dos brasileiros quer regulação forte das BETS*. 2024. <https://portal.febraban.org.br/noticia/4238/pt-br>. Estudo IPESPE. Citado na página 12.

FILHO, J. d. O. Teoria dos jogos. vivendo e aprendendo a jogar. *Um encaminhamento aos jogos da vida. Aracaju: Info Graphics*, 2011. Citado na página 26.

FUDENBERG, D.; TIROLE, J. *Game Theory*. Cambridge: MIT Press, 1991. Accessed: 2025-04-15. Disponível em: <http://www.library.fa.ru/files/tirole-game.pdf>. Citado na página 34.

GEE, J. P. What video games have to teach us about learning and literacy. *Computers in entertainment (CIE)*, ACM New York, NY, USA, v. 1, n. 1, p. 20–20, 2003. Citado 2 vezes nas páginas 19 e 82.

Go4Go.net. *Go4Go - Banco de dados de partidas profissionais de Go*. 2024. Acesso em: 19 maio 2025. Disponível em: <https://www.go4go.net>. Citado na página 62.

GRIFFITHS, M. D.; PARKE, J. Adolescent gambling on the internet: a review. *International Journal of Adolescent Medicine and Health*, Walter de Gruyter, v. 22, p. 59–75, 2010. [S.l.]. Citado 5 vezes nas páginas 12, 42, 43, 45 e 46.

GRIFFITHS, M. D.; PARKE, J. Adolescent gambling on the internet: a review. *International Journal of Adolescent Medicine and Health*, v. 22, n. 1, p. 59–75, 2010. PMID: 20491418. Disponível em: <https://pubmed.ncbi.nlm.nih.gov/20491418/>. Citado na página 47.

GRIMMETT, G. R.; STIRZAKER, D. R. *Probability and Random Processes*. 3. ed. Oxford: Oxford University Press, 2001. Citado na página 87.

GROOT, A. D. D. *Thought and Choice in Chess*. The Hague: Mouton, 1965. Disponível online. Disponível em: <https://www.scirp.org/reference/referencespapers?referenceid=1338663>. Citado na página 17.

GROTE, K. R.; MATHESON, V. A. *The Economics of Lotteries: A Survey of the Literature*. 2011. <https://www.researchgate.net/publication/254419601_The_Economics_of_Lotteries_A_Survey_of_the_Literature>. Acesso em: 29 maio 2025. Citado na página 24.

GUBIN, A.; IVANOV, S.; KIRILLOV, D. Mathematical model of blackjack strategy optimization. In: *SHS Web of Conferences*. [s.n.], 2022. v. 135, p. 03038. Accessed: 2025-05-08. Disponível em: <https://www.shs-conferences.org/articles/shsconf/pdf/2022/18/shsconf_icprss2022_03038.pdf>. Citado 2 vezes nas páginas 52 e 53.

HARJU, M. *On probabilities of Risk-type board game combats*. 2012. Acesso em: 04 jul. 2025. Disponível em: <https://arxiv.org/pdf/1204.4082v1.pdf>. Citado na página 92.

HATTORI, M. *The Game of Go: The Strategy and Theory*. Tokyo: Kokusai Jōhō, 1998. Disponível online. Disponível em: <https://books.google.com.br/books?id=iK0WEAAAQBAJ>. Citado na página 20.

HAZZAN, S.; HAZZAN, S. *Fundamentos de matemática elementar, 5: combinatória, probabilidade*. [S.l.]: Atual, 1993. Citado 3 vezes nas páginas 83, 86 e 87.

HUIZINGA, J. *Homo Ludens: o jogo como elemento da cultura*. São Paulo: Perspectiva, 2007. Citado na página 11.

ILLOWSKY, B.; DEAN, S. *Introductory Statistics*. Houston: OpenStax, Rice University, 2018. Acesso em: 25 jun. 2025. Disponível em: <https://openstax.org/details/books/introductory-statistics>. Citado 4 vezes nas páginas 43, 44, 45 e 46.

Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE). *Ano de 2023 reforça a integração entre o IBGE e a educação no Brasil*. 2023. Acesso em: 26 abr. 2025. Disponível em: <https://educa.ibge.gov.br/jovens/materias-especiais/2915-ie-ibge-educa/professores/noticias/22001-ano-de-2023-reforca-a-integracao-entre-o-ibge-e-a-educacao-no-brasil.html>. Citado 2 vezes nas páginas 41 e 42.

International Go Federation (IGF). *Official Tournament Records*. 2021. Acesso em: março de 2025. Disponível em: <https://intergofed.org/>. Citado na página 49.

International Go Federation (IGF). *Global Player Statistics*. 2023. Acesso em: 25 de março de 2025. Disponível em: <https://intergofed.org/>. Citado na página 49.

JR, J. F. N. Equilibrium points in n-person games. *Proceedings of the national academy of sciences*, national academy of sciences, v. 36, n. 1, p. 48–49, 1950. Citado 3 vezes nas páginas 18, 28 e 33.

KGS Go Server. *KGS Go Server - Jogue Go online com pessoas do mundo todo*. 2024. Acesso em: 19 maio 2025. Disponível em: <https://www.gokgs.com>. Citado na página 62.

KING, D. L.; DELFABBRO, P. H. A taxonomy of gambling and casino games via social media and online technologies. *International Gambling Studies*, Taylor & Francis, v. 14, n. 2, p. 196–213, 2014. Disponível em: <https://www.tandfonline.com/doi/pdf/10.1080/14459795.2014.890634>. Citado na página 24.

KISHIKAWA, S. *Go Fundamentals: Everything You Need to Know to Play and Win Asian's Most Popular Game of Martial Strategy*. Estados Unidos: Tuttle Publishing, 2011. Disponível online. Disponível em: <https://www.google.com.br/books/edition/Go_Fundamentals/vAXRAgAAQBAJ?hl=pt-BR&gbpv=0>. Citado 2 vezes nas páginas 20 e 21.

Korean Baduk Association. *Baduk: The Game in Korea*. 2018. Acesso em: 29 maio 2025. Disponível em: <http://english.baduk.or.kr/>. Citado na página 49.

LANGER, E. J. The illusion of control. *Journal of Personality and Social Psychology*, v. 32, n. 2, p. 311–328, 1975. Citado na página 14.

LENAD – Levantamento Nacional de Jogos de Azar e Apostas. *Pesquisa aponta 10,9 milhões de brasileiros em uso arriscado de apostas*. 2025. Cobertura jornalística sobre resultados do LENAD. Disponível em: <https://noticias.uol.com.br/ultimas-noticias/agencia-estado/2025/04/07/pesquisa-mostra-que-11-milhoes-de-brasileiros-fazem-uso-arriscado-de-apostas.htm>. Citado na página 14.

LEONARD, R. J. From parlor games to social science: von neumann, morgenstern, and the creation of game theory 1928-1944. *Journal of economic literature*, JSTOR, v. 33, n. 2, p. 730–761, 1995. Citado na página 17.

LOCOMOTIVA, I. *Bets: 86% das pessoas que apostam têm dívida e 64% estão negativadas na Serasa, diz pesquisa*. São Paulo: [s.n.], 2024. Disponível em: <https://ilocomotiva.com.br/clipping/bets-86-das-pessoas-que-apostam-tem-divida-e-64-estao-negativadas-na-serasa-diz-pesquisa/>. Citado na página 38.

LUCE, R. D.; RAIFFA, H. *Games and Decisions: Introduction and Critical Survey*. New York: Wiley, 1957. Accessed: 2025-04-15. Disponível em: <https://gwern.net/doc/statistics/decision/1957-luce-gamesanddecisions.pdf>. Citado na página 33.

LUSSIER, I. D.; DEREVENSKY, J. L.; GUPTA, R. Youth gambling problems: An international perspective. In: BROWNE-MILLER, A. (Ed.). *The Praeger International Collection on Addictions. Volume 4: Behavioral Addictions from Concept to Compulsion*. Santa Barbara: Praeger/ABC-CLIO, 2009. p. 259–280. Capítulo de livro disponível via APA PsycNet. Disponível em: <https://psycnet.apa.org/record/2009-11519-013>. Citado na página 43.

MARINHO, R. *Prática Na Teoria: Aplicações Da Teoria Dos Jogos E Da Evoluçãoaos Negócios* . [S.l.]: Editora Saraiva, 2000. Citado na página 26.

MAS-COLELL, A.; WHINSTON, M. D.; GREEN, J. R. *Microeconomic Theory*. New York: Cambridge University Press, 1995. Citado 5 vezes nas páginas 17, 18, 30, 32 e 89.

MCCORMICK, D. Gambling in the digital age: The rise of online casinos and sports betting. *Journal of Gambling Studies*, v. 28, n. 3, p. 519–536, 2012. Disponível online. Disponível em: <https://link.springer.com/article/10.1007/s10899-011-9274-9>. Citado na página 24.

MINAS, E. de. *Bets deixaram 1,3 milhão de brasileiros inadimplentes no 1º semestre*. 2024. Acesso em: 25 abr. 2025. Disponível em: <https://www.em.com.br/economia/2024/09/6947272-bets-deixaram-13-milhao-de-brasileiros-inadimplentes-no-1-semestre.html>. Citado 2 vezes nas páginas 37 e 38.

MONDE, L. *Au Brésil, l'explosion des paris sportifs en ligne ruine des milliers de personnes*. 2024. Acesso em: 25 abr. 2025. Disponível em: <https://www.lemonde.fr/economie/article/2024/09/17/au-bresil-l-explosion-des-paris-sportifs-en-ligne-ruine-des-milliers-de-personnes_6320841_3234.html>. Citado 3 vezes nas páginas 37, 38 e 39.

MURRAY, H. J. R. *A History of Chess*. Oxford: Clarendon Press, 1913. Disponível em: <https://archive.org/details/AHistoryOfChess>. Citado na página 20.

MüLLER, K.; LAMPRECHT, F. *Fundamentos dos finais de xadrez*. São Paulo: Editora Solis, 2007. Citado na página 96.

NEUMANN, J. von; MORGENSTERN, O. *Theory of Games and Economic Behavior*. Princeton: Princeton University Press, 1944. Accessed: 2025-04-15. Disponível em: <https://psycnet.apa.org/record/1945-00500-000>. Citado na página 33.

OLIVEIRA, J. L. *Xadrez na escola: a importância no desenvolvimento do inconsciente da criança*. 2025. Acesso em: 26 abril. 2025. Disponível em: <http://www.efdeportes.com/efd142/xadrez-na-escola.htm>. Citado na página 16.

PICCIONE, P. A. *In search of the meaning of Senet*. [S.l.]: Archaeological Institute of America New York, 1980. Citado na página 20.

PIM, B. A.; SOUZA, L. L. G. d.; MONIS, T. F. M. Uma breve introdução à teoria dos jogos. *C.Q.D. – Revista Eletrônica Paulista de Matemática*, UNESP, v. 21, p. 69–80, 2021. Disponível em: <https://sistemas.fc.unesp.br/ojs/index.php/revistacqd/article/view/320>. Citado na página 17.

PRIMEDOPE. *Texas Hold'em Poker Odds and Probabilities*. 2024. <https://www.primedope.com/texas-holdem-poker-probabilities-odds/>. Acesso em: 8 maio 2025. Citado 2 vezes nas páginas 52 e 53.

Procon-SP. *Procon-SP acompanha segmento de apostas e jogos online e já recebe reclamações*. 2024. Acesso em: 26 abr. 2025. Disponível em: <https://www.procon.sp.gov.br/procon-sp-acompanha-segmento-de-apostas-e-jogos-online-e-ja-recebe-reclamacoes/>. Citado na página 41.

PwC Brasil. *Relatório sobre o mercado de jogos e apostas no Brasil (2020–2023)*. São Paulo: [s.n.], 2023. Disponível em: <https://www.strategyand.pwc.com/br/pt/relatorios/impacto_apostas_esportivas_consumo_pub_strategy_2024.pdf>. Citado na página 38.

RAYLU, N.; OEI, T. P. The role of cognitive distortions in gambling: A critical review of the literature. *Journal of Gambling Studies*, Springer, v. 20, n. 1, p. 1–22, 2004. Citado 2 vezes nas páginas 17 e 25.

REZENDE, S. Xadrez na escola. *Uma abordagem didática para principiantes*, 2013. Citado 2 vezes nas páginas 93 e 95.

ROSS, S. M. *A First Course in Probability*. 8. ed. Upper Saddle River, NJ: Pearson Prentice Hall, 2010. Citado 2 vezes nas páginas 86 e 87.

ROULETTE STAR. *House Edge: European vs. American Roulette*. 2023. <https://www.roulettestar.com/guide/house-edge/>. Acesso em: 8 maio 2025. Citado 2 vezes nas páginas 52 e 53.

RUDY, K. D. *Go a Go-Go: The Japanese Board Game of Go Currently and Historically in East Asia*. <https://academic.mu.edu/meissnerd/rudy.html>. Milwaukee: Marquette University, [s.d.]. Acesso em: 30 de abril de 2025. Citado na página 48.

SANTOS, P. *Bets lucram até R$ 20 bi, enquanto brasileiros perdem R$ 23 bi com apostas*. 2024. Forbes Money. Disponível em: <https://forbes.com.br/forbes-money/2024/08/bets-lucram-ate-r-20-bi-enquanto-brasileiros-perdem-r-23-bi-com-apostas/>. Citado na página 39.

SCHWARTZ, D. G. *Roll the bones: The history of gambling*. [S.l.]: Gotham Books New York, 2006. v. 494. Citado na página 22.

SCHäDLER, U. *Board Games in Antiquity*. British Museum Press, 2007. Londres. Acesso em:22 de março de 2025. Disponível em: <https://link.springer.com/referenceworkentry/10.1007/978-94-007-3934-5_9836-2>. Citado na página 66.

SHACKELFORD, M. *Blackjack House Edge Chart*. 2024. Acesso em: 8 maio 2025. Disponível em: <https://wizardofodds.com/games/blackjack/>. Citado na página 52.

SHACKELFORD, M. *The Wizard of Odds – European Roulette*. 2024. Acesso em: 8 maio 2025. Disponível em: <https://wizardofodds.com/games/roulette/basics/>. Citado 2 vezes nas páginas 52 e 53.

SHACKLEFORD, M. *Blackjack Odds, Probability & House Edge Explained*. 2024. <https://www.onlinegambling.com/blackjack/odds/>. Acesso em: 8 maio 2025. Citado na página 52.

SHENK, D. *O jogo imortal: xadrez, amor, guerra e a busca pelo significado*. Rio de Janeiro: Jorge Zahar, 2007. Citado na página 20.

SILVER, D. et al. Mastering the game of go with deep neural networks and tree search. *nature*, Nature Publishing Group, v. 529, n. 7587, p. 484–489, 2016. Citado 3 vezes nas páginas 49, 51 e 53.

SMITH, J. M. Evolution and the theory of games. In: *Did Darwin get it right? Essays on games, sex and evolution*. [S.l.]: Springer, 1982. p. 202–215. Citado na página 19.

SMITH, J. M.; PRICE, G. R. The logic of animal conflict. *Nature*, v. 246, p. 15–18, 1973. Accessed: 2025-04-15. Disponível em: <https://www.researchgate.net/profile/Raghavendra-Gadagkar/publication/225845936_The_logic_of_animal_conflict/links/5644d07c08ae451880a87d54/The-logic-of-animal-conflict.pdf>. Citado na página 33.

Sorteador. *A jornada das apostas esportivas através dos séculos*. [S.l.]: Sorteador Apostas, 2024. <https://sorteador.com.br/apostas/a-jornada-das-apostas-esportivas-atraves-dos-seculos/>. Acesso em: 29 maio 2025. Citado 2 vezes nas páginas 22 e 23.

SOUZA, C. H. A. d. *Probabilidades do Jogo War II*. Dissertação (Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática)) — Instituto de Matemática e Estatística, Universidade do Estado do Rio de Janeiro (UERJ), Rio de Janeiro, 2020. Acesso em: 16 mai. 2025. Disponível em: <http://www.bdtd.uerj.br/handle/1/19180>. Citado na página 91.

TABACHNICK, B. G.; FIDELL, L. S. *Using Multivariate Statistics*. 7. ed. Boston: Pearson, 2018. Citado na página 67.

TAVARES, J. M. *Teoria dos jogos: aplicada à estratégia empresarial*. [S.l.]: LTC, 2009. Citado 2 vezes nas páginas 26 e 27.

TIROLE, J. *The Theory of Industrial Organization*. Cambridge: MIT Press, 1988. Accessed: 2025-04-15. Disponível em: <http://www.library.fa.ru/files/Tirole-Theory.pdf>. Citado na página 33.

WANG, C. *O jogo de Go: aplicações antigas e conotações contemporâneas*. US-China Today, 2016. Acesso em: 03 maio 2025. Disponível em: <https://uschinatoday.org/features/2016/06/06/the-game-of-go-ancient-applications-and-contemporary-connotations/>. Citado na página 48.

WILSON, B. *Dice: The History of the World's First Game*. Chicago: University of Chicago Press, 2007. Citado 2 vezes nas páginas 21 e 23.