

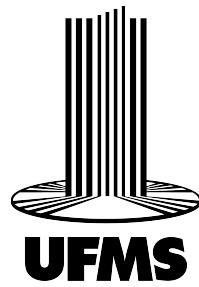
UNIVERSIDADE FEDERAL DE MATO GROSSO DO SUL
FACULDADE DE ENGENHARIAS, ARQUITETURA E URBANISMO E GEOGRAFIA
CURSO DE ENGENHARIA ELÉTRICA

**Modelagem e Análise de Desempenho
Comparativo sob Condições Iguais de Carga
das Topologias Clássicas em Sistemas de
Transferência de Energia sem Fio Indutiva**

Marco Antonio Bortolamedi Filgueiras

Campo Grande - MS

5 de Dezembro de 2025



UNIVERSIDADE FEDERAL DE MATO GROSSO DO SUL
FACULDADE DE ENGENHARIAS, ARQUITETURA E URBANISMO E GEOGRAFIA
CURSO DE ENGENHARIA ELÉTRICA

**Modelagem e Análise de Desempenho Comparativo
sob Condições Iguais de Carga das Topologias
Clássicas em Sistemas de Transferência de Energia
sem Fio Indutiva**

Marco Antonio Bortolamedi Filgueiras

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado
como exigência para obtenção do grau de Ba-
charelado em Engenharia Elétrica da Universi-
dade Federal de Mato Grosso do Sul – UFMS.

Orientador: Prof. Dr. Ruben Barros Godoy

Campo Grande - MS
5 de Dezembro de 2025

Modelagem e Análise de Desempenho Comparativo sob
Condições Iguais de Carga das Topologias Clássicas em Sistemas
de Transferência de Energia sem Fio Indutiva

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado como exigência para obtenção do grau de Bacharelado em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Mato Grosso do Sul – UFMS.

Banca Examinadora:

Prof. Dr. Ruben Barros Godoy

Prof. Dr. Tiago Henrique de Abreu Mateus

Eng. Ianca Moraes Silva de Jesus

Campo Grande - MS
5 de Dezembro de 2025

DECLARAÇÃO DE AUTORIA E RESPONSABILIDADE

Eu, Marco Antonio Bortolamedi Filgueiras, residente e domiciliado na cidade de Campo Grande, Estado do Mato Grosso do Sul, portador do RG 2.2XX.X12 e CPF nº 053.XXX.431-XX, declaro que o "Trabalho de Conclusão de Curso" apresentado, com o título "Modelagem e Análise de Desempenho Comparativo sob Condições Iguais de Carga das Topologias Clássicas em Sistemas de Transferência de Energia sem Fio Indutiva" é de minha autoria e assumo a total responsabilidade pelo seu conteúdo e pela originalidade do texto. Declaro que identifiquei e referenciei todas as fontes e informações gerais que foram utilizadas para construção do presente texto. Declaro também que este artigo não foi publicado, em parte, na íntegra ou conteúdo similar em outros meios de comunicação, tendo sido enviado com exclusividade para a Universidade Federal de Mato Grosso do Sul (UFMS).

Campo Grande, 5 de dezembro de 2025.

Assinatura

"Depois do medo, vem o mundo" (LISPECTOR, 1984)

Agradecimentos

Meu primeiro e mais sincero agradecimento é dedicado à minha mãe, Maristela Bortolamedi, e à minha irmã, Rafaela Bortolamedi, pelo apoio incondicional. Agradeço também aos amigos e colegas que me acompanharam ao longo desta graduação, com um reconhecimento especial à Marcela e à Laryssa, com quem compartilhei longas noites de estudo.

Agradeço também ao grupo PET-elétrica pelo suporte estudantil e financeiro, proporcionando um ambiente tranquilo para estudos, a convivência com colegas dedicados e as diversas oportunidades oferecidas dentro e fora da graduação, em especial, ao grupo de pesquisa *wireless*.

Sou igualmente grato a todos os meus professores pela paciência e sabedoria compartilhadas. Destaco aqui meu tutor no grupo PET por três anos, Prof. Dr. Ruben Godoy, que posteriormente aceitou o papel de meu orientador.

A todos, meu eterno agradecimento pelo apoio nesta trajetória.

Resumo

Este trabalho apresenta modelagem matemática, metodologia de projeto e análise computacional das topologias clássicas Série-Série (SS), Série-Paralelo (SP), Paralelo-Série (PS) e Paralelo-Paralelo (PP) em sistemas de transferência de energia sem fio indutiva. Considerando a transferência de potência na faixa de 500 W, as metodologias implementadas em MATLAB® possibilitaram o dimensionamento preciso dos parâmetros dos elementos reativos e da fonte de alimentação, avaliação da estabilidade operacional frente a desalinhamentos e investigação do fenômeno da bifurcação. Os resultados mostraram diferenças no rendimento, esforço de corrente e tensão, sensibilidade ao acoplamento e desacoplamento e complexidade de projeto, evidenciando a importância de metodologias fundamentadas para seleção e otimização das topologias. A análise comparativa fornece uma base técnica sólida para futuras implementações e aprimoramentos desses sistemas, com perspectivas de validação experimental e expansão para cenários mais complexos.

Palavras-chave: Transferência de energia sem fio, Acoplamento indutivo, Topologias clássicas, Modelagem matemática, Metodologia de projeto, Fenômeno da bifurcação.

Abstract

This work presents the mathematical modeling, design methodology, and computational analysis of the classic inductive wireless power transfer topologies: Series-Series (SS), Series-Parallel (SP), Parallel-Series (PS), and Parallel-Parallel (PP). For a power transfer level of 500 W, the methodologies implemented in MATLAB®enabled the precise sizing of reactive components and power supply parameters, assessment of operational stability under misalignment conditions, and investigation of the bifurcation phenomenon. The results revealed distinct behaviors in efficiency, current and voltage stress, sensitivity to coupling variations, and design complexity, highlighting the importance of well-founded methodologies for the selection and optimization of these topologies. The comparative analysis provides a solid technical foundation for future implementations and enhancements of these systems, with prospects for experimental validation and expansion to more complex scenarios.

Keywords: Wireless power transfer, Inductive coupling, Resonant topologies, Mathematical modeling, Stability, Bifurcation.

Lista de ilustrações

Figura 1 –	Acoplamento magnético entre bobinas. Adaptada de (SADIKU, 2013)	20
Figura 2 –	Convenção do ponto para sistemas magneticamente acoplados	22
Figura 3 –	Modelo do acoplamento magnético sem compensação com resistências de perdas apresentadas	24
Figura 4 –	Representação em modelo T de um circuito de acoplamento magnético sem compensação com resistências de perdas apresentadas	24
Figura 5 –	Topologia de compensação Série-Série	35
Figura 6 –	Topologia SS com representação da tensão mútua	35
Figura 7 –	Topologia de compensação Série-Paralelo	38
Figura 8 –	Topologia SP com representação da tensão mútua	38
Figura 9 –	Topologia de compensação Paralelo-Série	42
Figura 10 –	Topologia de compensação Paralelo-Paralelo	45
Figura 11 –	a) Avaliação de V_p em função de L_p e L_s . b) Limitação dos pontos de projeto para V_p - SS	52
Figura 12 –	a) Avaliação de η em função de L_p e L_s . b) Avaliação de η em função de L_s - SS	53
Figura 13 –	Desempenho no melhor ponto de rendimento ($L_p = 139 \mu\text{H}$; $L_s = 21\mu\text{H}$ e $V_p = 93 \text{ V}$) - SS	53
Figura 14 –	Desempenho no ponto de operação $L_p = 200 \mu\text{H}$; $L_s = 11\mu\text{H}$ e $V_p = 83 \text{ V}$ - SS	54
Figura 15 –	Sensibilidade por fator de acoplamento $L_p = 200 \mu\text{H}$; $L_s = 11\mu\text{H}$ e $V_p = 83 \text{ V}$ - SS	54
Figura 16 –	Topologia SS implementada no SIMULINK®	55
Figura 17 –	Esquemático de medições e resultados obtidos no SIMULINK®- SS	56
Figura 18 –	Esquemático de medições e resultados obtidos no SIMULINK®- SS	56
Figura 19 –	Formas de onda de tensões e correntes - SS	57
Figura 20 –	Validação da estabilidade pela função <i>impedance calculator</i> - SS . .	57
Figura 21 –	a) Avaliação de V_p em função de L_p e L_s . b) Limitação dos pontos de projeto para V_p - SP	58
Figura 22 –	a) Avaliação de η em função de L_p e L_s . b) Avaliação de η em função de L_s - SP	58
Figura 23 –	Desempenho no ponto de operação ($L_p = 210 \mu\text{H}$; $L_s = 7 \mu\text{H}$ e $V_p = 80.42 \text{ V}$) - SP	59
Figura 24 –	Sensibilidade por fator de acoplamento- SP	59
Figura 25 –	Topologia SP implementada no SIMULINK®	60

Figura 26 –	Esquemático de medições e resultados obtidos no SIMULINK®- SP	60
Figura 27 –	Esquemático de medições e resultados obtidos no SIMULINK®- SP	61
Figura 28 –	Formas de onda de tensões e correntes - SP	61
Figura 29 –	Validação da estabilidade pela função <i>impedance calculator</i> - SP	62
Figura 30 –	a) Avaliação de V_p em função de L_p e L_s . b) Limitação dos pontos de projeto para V_p - PS	62
Figura 31 –	a) Avaliação de η em função de L_p e L_s . b) Avaliação de η em função de L_s - PS	63
Figura 32 –	Avaliação de I_1 em função de L_p e L_s - PS	63
Figura 33 –	Desempenho no ponto de operação ($L_p = 13 \mu\text{H}$; $L_s = 13 \mu\text{H}$ e $V_p = 90.89 \text{ V}$) - PS	64
Figura 34 –	Sensibilidade por fator de acoplamento- PS	64
Figura 35 –	Topologia PS implementada no SIMULINK®	65
Figura 36 –	Esquemático de medições e resultados obtidos no SIMULINK®- PS	66
Figura 37 –	Esquemático de medições e resultados obtidos no SIMULINK®- PS	66
Figura 38 –	Formas de onda de tensões e correntes - PS	67
Figura 39 –	Validação da estabilidade pela função <i>impedance calculator</i> - PS	67
Figura 40 –	a) Avaliação de V_p em função de L_p e L_s . b) Limitação dos pontos de projeto para V_p - PP	68
Figura 41 –	a) Avaliação de η em função de L_p e L_s . b) Avaliação de η em função de L_s - PP	68
Figura 42 –	Avaliação de I_1 em função de L_p e L_s - PP	69
Figura 43 –	Desempenho no ponto de operação ($L_p = 11 \mu\text{H}$; $L_s = 10 \mu\text{H}$ e $V_p = 97.7 \text{ V}$) - PP	69
Figura 44 –	Sensibilidade por fator de acoplamento - PP	70
Figura 45 –	Topologia PP implementada no SIMULINK®	71
Figura 46 –	Esquemático de medições e resultados obtidos no SIMULINK®- PP	71
Figura 47 –	Esquemático de medições e resultados obtidos no SIMULINK®- PP	72
Figura 48 –	Formas de onda de tensões e correntes - PP	72
Figura 49 –	Validação da estabilidade pela função <i>impedance calculator</i> - PP	73

Lista de tabelas

Tabela 1 –	Comparativo entre ressonância série e paralelo	29
Tabela 2 –	Avaliação de bifurcação por fator de qualidade. Fonte: (WANG; COVIC; STIELAU, 2004)	33
Tabela 3 –	Comparaçao de compensações entre topologias	47
Tabela 4 –	Comparaçao de \dot{Z}_{eq} entre topologias	47
Tabela 5 –	Comparaçao de \dot{Z}_r entre topologias	48
Tabela 6 –	Comparaçao de η entre topologias	48
Tabela 7 –	Especificações de projeto	49
Tabela 8 –	Impedâncias características por topologia de compensação no primário	51
Tabela 9 –	Relações de corrente no secundário para topologias de compensação no secundário	51
Tabela 10 –	Relações entre correntes do primário e secundário para topologias de compensação no secundário	51
Tabela 11 –	Parâmetros selecionados e ponto de operação das topologias	73
Tabela 12 –	Correntes e potências medidas nas topologias	74

Lista de abreviaturas e siglas

WPT	Wireless power transfer
SS	Série - Série
SP	Série - Paralelo
PS	Paralelo - Série
PP	Paralelo - Paralelo

Sumário

1	Introdução	14
1.1	Contextualização	14
1.2	Motivação	15
1.3	Objetivos	15
1.3.1	Objetivo Geral	15
1.3.2	Objetivos Específicos	15
1.4	Escopo e Limitações	16
1.5	Organização do Trabalho	16
2	Fundamentos da Transferência de Energia sem Fio	18
2.1	Estado da Arte	18
2.2	Princípios Eletromagnéticos	19
2.2.1	Fundamentos do eletromagnetismo	19
2.2.2	Indutância mútua e acoplamento magnético	20
2.2.3	Convenção do ponto de polaridade das tensões mútuas	21
2.2.4	Coeficiente de acoplamento	22
2.3	Circuitos Ressonantes	24
2.3.1	Necessidade de ressonância em <i>WPT</i> indutivo fracamente acoplada	24
2.3.2	RLC série	26
2.3.3	RLC paralelo	27
2.3.4	Análise comparativa série x paralelo	29
2.4	Parâmetros Fundamentais em <i>wireless power transfer</i>	30
2.4.1	Ponto de máxima transferência <i>versus</i> rendimento	30
2.4.2	Fenômeno da bifurcação	31
2.4.3	Fator de qualidade	32
3	Modelagem Matemática	34
3.1	Topologia Série-Série (SS)	34
3.1.1	Rendimento	36
3.1.2	Conclusão	37
3.2	Topologia Série-Paralelo (SP)	37
3.2.1	Rendimento	40
3.2.2	Conclusão	41
3.3	Topologia Paralelo-Série (PS)	41
3.3.1	Rendimento	44
3.3.2	Conclusão	44

3.4	Topologia Paralelo-Paralelo (PP)	44
3.4.1	Rendimento	46
3.4.2	Conclusão	46
3.5	Análise Comparativa	47
4	Metodologia de projeto	49
4.1	Escolha da carga	49
4.2	Seleção de parâmetros	49
4.2.1	Especificidades de topologias	50
5	Resultados e discussão	52
5.1	Topologia SS	52
5.1.1	Avaliação da estabilidade	53
5.1.2	Avaliação de sensibilidade por desacoplamento	54
5.1.3	Simulação	55
5.2	Topologia SP	57
5.2.1	Avaliação da estabilidade	58
5.2.2	Avaliação de sensibilidade por desacoplamento	59
5.2.3	Simulação	60
5.3	Topologia PS	62
5.3.1	Avaliação da estabilidade	63
5.3.2	Avaliação de sensibilidade por desacoplamento	64
5.3.3	Simulação	65
5.4	Topologia PP	67
5.4.1	Avaliação da estabilidade	69
5.4.2	Avaliação de sensibilidade por desacoplamento	69
5.4.3	Simulação	70
5.5	Análise Comparativa	73
Conclusão	77	
Referências	78	
Apêndices	80	
APÊNDICE A	81	
A.1	Fluxograma da metodologia de projeto	81

1 Introdução

1.1 Contextualização

A crescente demanda por mobilidade e conveniência nos sistemas eletrônicos modernos tem impulsionado o desenvolvimento de soluções de alimentação sem contato físico. A Transferência de Energia sem Fio (do inglês, *Wireless Power Transfer - WPT*) destaca-se como uma tecnologia promissora para superar as limitações dos conectores (MALIK; AHMAD; KOTHARI, 2022).

Esta tecnologia encontra aplicação em diversas áreas, desde sistemas de baixa potência como carregadores de dispositivos móveis e drones (MENDONÇA et al., 2023), até aplicações de média e alta potência como veículos elétricos e implantes médicos (ZHANG; PANG, 2023).

Em campo próximo, destacam-se o acoplamento indutivo, que utiliza campos magnéticos entre bobinas ressonantes, ideal para curtas distâncias; e o acoplamento capacitivo, que emprega campos elétricos através de placas acopladas, oferecendo vantagens em custo e dimensionamento físico reduzido (GODOY, 2024).

Para campo distante, as tecnologias predominantes são a transferência por micro-ondas, que utiliza radiação eletromagnética direcionada para aplicações de longas distâncias, e a transferência ótica, baseada em feixes de laser, que permite alcance ainda maior com alto direcionamento, mas apresentam riscos à saúde e à vida (GODOY, 2024).

Neste trabalho será estudada a transferência de energia sem fio indutiva fracamente acoplado. Similar ao funcionamento de um transformador, um sistema *wireless* indutivo baseia-se no acoplamento magnético entre duas bobinas (ZHANG; PANG, 2023). No entanto, encontra dificuldades em não ter um fator de acoplamento alto ($k = 1$), por conta do meio de transferência, o ar. Logo, surge a necessidade de compensar esse desfasamento através do casamento de impedâncias (ZHANG; PANG, 2023), resultando nas topologias clássicas SS, SP, PS e PP.

Adicionalmente, estes sistemas estão sujeitos ao fenômeno da bifurcação, um comportamento que se manifesta como múltiplos pontos de ressonância, potencialmente causado pelas variações paramétricas dos componentes e sistemas mal dimensionados. Este fenômeno compromete significativamente a eficiência do sistema e pode levar a condições operacionais instáveis, tornando-se, portanto, um ponto crítico que deve ser rigorosamente analisado e considerado durante o projeto de sistemas WPT indutivos (GODOY, 2024). A investigação deste fenômeno para cada uma das topologias clássicas se dá por meio da análise da variação do módulo e ângulo da impedância equivalente vista pela fonte em fun-

ção da frequência, e constitui-se como aspecto fundamental para garantir a confiabilidade em aplicações práticas.

Outra exigência dessa tecnologia é a operação em altas frequências. Do ponto de vista técnico, é possível transferir potência em uma frequência comercial de 60Hz, porém resultaria em componentes descomunais e afetaria significativamente sua eficiência ([SHINOHARA et al., 2024](#)). Desse modo, opta-se por trabalhar em grandes escalas de frequência, como kilohertz, comumente utilizada para as de campo próximo, e megahertz, ou até mesmo gigahertz, para as de campo distante ([SHINOHARA et al., 2024](#)).

1.2 Motivação

A motivação para este trabalho surge da observação prática de que a seleção de topologias de compensação em sistemas *wireless* frequentemente baseia-se em abordagens empíricas ou na replicação de projetos já existentes, sem uma fundamentação técnica sistemática. Durante a revisão bibliográfica, identificou-se a carência de estudos comparativos que forneçam diretrizes claras para usuários no dimensionamento desses sistemas, especialmente considerando as mesmas condições de carga e as quatro topologias juntas.

A possibilidade de estabelecer critérios objetivos para seleção de topologias baseados em parâmetros mensuráveis, como eficiência, esforços de corrente e tensão nos componentes, sensibilidade a variações de acoplamento e variações paramétricas. Esta lacuna motivou o desenvolvimento de metodologias de projeto específicas que permitam comparações entre as topologias clássicas.

1.3 Objetivos

1.3.1 Objetivo Geral

O principal objetivo desse trabalho reside no desenvolvimento de metodologias de projeto, para as topologias clássicas da transferência de energia sem fio indutiva, capazes de analisar fatores de carga e resultar em uma ampla faixa de variáveis aptas a atender essas exigências.

1.3.2 Objetivos Específicos

- Modelar as topologias clássicas SS, SP, PS e PP
- Analisar a resposta de cada topologia frente à variação do fator de acoplamento
- Projetar para cada topologia uma metodologia específica a fim de atender exclusivamente uma carga pré-selecionada

- Investigar o fenômeno da bifurcação para cada topologia
- Simular e comparar o desempenho das topologias através dos softwares especializados (MATLAB/Simulink®)

1.4 Escopo e Limitações

Este trabalho tem como escopo principal a análise teórica das quatro topologias clássicas de compensação ressonante em sistemas de transferência de energia sem fio indutiva, abrangendo as configurações Série-Série, Série-Paralelo, Paralelo-Série e Paralelo-Paralelo. O estudo concentra-se na modelagem matemática de cada topologia mediante a teoria de circuitos, na análise de desempenho sob condições controladas de alimentação, na investigação do fenômeno de bifurcação e nas variações do coeficiente de acoplamento. A avaliação comparativa contempla parâmetros de desempenho como eficiência, esforços de corrente e tensão e estabilidade, com validação através de simulações computacionais utilizando MATLAB/Simulink®.

No que concerne às limitações, esta pesquisa restringe-se à abordagem teórica e computacional, não incluindo a implementação prática e validação experimental dos sistemas. As análises consideram predominantemente componentes ideais, não abordando profundamente tolerâncias dos componentes e efeitos de temperatura. O estudo concentra-se em aplicações de média potência, até 500 W, e frequências na faixa de kHz, não abrangendo sistemas de alta potência ou frequências na faixa de MHz. Ademais, são analisadas apenas as quatro topologias clássicas, não incluindo topologias híbridas e sistemas com multi-receptores. Estas limitações não invalidam os resultados obtidos, mas definem os limites dentro dos quais as conclusões deste trabalho são aplicáveis.

1.5 Organização do Trabalho

O presente trabalho apresenta no Capítulo 2 os fundamentos teóricos intrínsecos a ciência da Transferência de Energia sem Fio, detalhando o desenvolvimento conceitual do tema, incluindo circuitos ressonantes e o fenômeno da bifurcação.

No Capítulo 3 encontra-se uma das contribuições mais relevantes deste trabalho, contemplando a modelagem matemática dos circuitos ressonantes das topologias SS, SP, PS e PP. Este capítulo também inclui uma análise comparativa entre as topologias, permitindo observar as vantagens e desvantagens de cada configuração e seu comportamento frente a variações paramétricas, em função da frequência de operação e do coeficiente de acoplamento.

Em sequência, o Capítulo 4 descreve a metodologia de projeto proposta, apresentando de forma sistemática as rotinas desenvolvidas para simplificar e otimizar as etapas

do processo de dimensionamento.

Por fim, o Capítulo 5 expõe os resultados obtidos, incluindo gráficos que permitem visualizar os pares ordenados de L_p e L_s necessários para atender à mesma condição de carga. Adicionalmente, são apresentadas análises de rendimento, tensões e correntes de entrada para cada topologia individualmente.

2 Fundamentos da Transferência de Energia sem Fio

2.1 Estado da Arte

O desenvolvimento teórico do eletromagnetismo no século XIX foi crucial para o surgimento da *WPT*. Este período foi extremamente produtivo tanto para a teoria básica quanto para a aplicação prática da eletricidade, com descobertas como a pilha voltaica (1800), o gerador de corrente alternada de Pixii (1832) e as leis fundamentais de Coulomb (1785), Ampère (1820), Ohm (1826) e Faraday (1831) (MALIK; AHMAD; KOTHARI, 2022).

A figura central no desenvolvimento da *WPT* foi Nikola Tesla, que combinou eletricidade e transferência sem fio para criar essa tecnologia no final do século XIX. Tesla realizou experimentos conseguindo acender lâmpadas a vários quilômetros de distância (KIM, 2012). Seu visionário "Sistema Mundial Sem Fio" propunha transmitir eletricidade sem fio para qualquer lugar da Terra através de tecnologia de acoplamento por ressonância (MALIK; AHMAD; KOTHARI, 2022).

No entanto devido à natureza perigosa dos experimentos, baixa eficiência na transferência de energia e principalmente à escassez de recursos financeiros, Tesla abandonou a experimentação, deixando seu legado na forma de patentes que nunca foram exploradas comercialmente (KIM, 2012).

Na década de 1960, a transferência por campo distante retornou com novas tecnologias de micro-ondas e lasers. Este período foi muito bem sucedido para os EUA e União Soviética no contexto do desenvolvimento espacial, onde a *WPT* se mostrou particularmente atraente para aplicações como Satélites de Energia Solar (*SPS*) (MALIK; AHMAD; KOTHARI, 2022).

William C. Brown realizou experimentos de campo da WPT de campo distante para drones voadores em 1964/68 e para uma distância de 1 milha em 1975 (BROWN, 1984). A *WPT* via micro-ondas tem sido aplicada comercialmente para RFID desde a década de 1990 e para carregadores sem fio multipropósito desde 2010 (MALIK; AHMAD; KOTHARI, 2022).

Na década de 1970, a *WPT* de campo próximo foi aplicada para carregar veículos elétricos. O Professor Don Otto da Universidade de Auckland propôs um veículo alimentado por indução em 1972, usando energia gerada a 10 kHz. Além disso, na década de 1980, outro projeto para carregando de *EV's* foi realizado na Califórnia, chamado projeto

PATH (MALIK; AHMAD; KOTHARI, 2022).

Atualmente, a energia tem sido transferida mediante diversos mecanismos físicos, evidenciando a versatilidade tecnológica desta área (KIM, 2012). Entre estas abordagens, destaca-se a transferência por laser, onde a NASA introduziu em 2003 uma aeronave controlada remotamente alimentada por feixe laser, propondo este esquema para alimentação de satélites em condições onde outros mecanismos se mostram inviáveis. Outro mecanismo notável é o princípio piezoelétrico, que demonstrou viabilidade na transferência de energia sem fio através de transdutores capazes de emitir e coletar ondas vibratórias (KIM, 2012).

No espectro das radiofrequências, desenvolveram-se as ondas de rádio e micro-ondas com o avanço de retenas (antenas retificadoras) capazes de coletar energia de ondas de rádio, enquanto o acoplamento indutivo opera sob o efeito de acoplamento ressonante entre bobinas de circuitos ressonantes, atingindo eficiência máxima quando transmissor e receptor estão em proximidade física (MALIK; AHMAD; KOTHARI, 2022). Complementarmente, a ressonância eletromagnética forte emergiu como método promissor, utilizando este fenômeno para alcançar transferência energética eficiente a distâncias de várias dezenas de centímetros (KIM, 2012).

As aplicações contemporâneas abrangem um espectro vasto que inclui implantes médicos como marcapassos, implantes cocleares e sistemas subcutâneos de fornecimento de medicamentos; Dispositivos móveis compreendendo carregamento de veículos elétricos e aeronaves não tripuladas; E eletrodomésticos como ferros de passar, aspiradores de pó e televisores (KIM, 2012). A revolução na WPT de campo próximo através do acoplamento por ressonância, impulsionada pelo MIT em 2007, catalisou a expansão generalizada do carregamento sem fio para smartphones, fones de ouvido sem fio e diversos outros dispositivos de consumo (MALIK; AHMAD; KOTHARI, 2022), consolidando esta tecnologia como parte integrante do sistema tecnológico moderno.

2.2 Princípios Eletromagnéticos

2.2.1 Fundamentos do eletromagnetismo

A transferência de energia sem fio indutiva fundamenta-se nos princípios do eletromagnetismo estabelecidos por James Clerk Maxwell em 1865. Quando uma corrente elétrica $i(t)$ flui através de uma bobina com N espiras, é produzido um fluxo magnético $\phi(t)$ em torno dela, (SADIQU, 2013), conforme ilustrado na Figura 1.

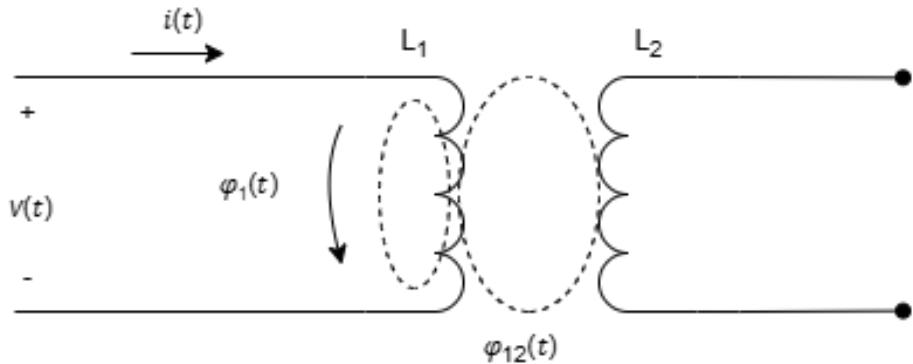


Figura 1 – Acoplamento magnético entre bobinas. Adaptada de ([SADIKU, 2013](#))

A Lei de Faraday da indução eletromagnética estabelece que a tensão induzida v na bobina é proporcional ao número de espiras N e à taxa de variação temporal do fluxo magnético ϕ :

$$v(t) = N \frac{d\phi(t)}{dt} \quad (2.1)$$

Como o fluxo $\phi(t)$ é produzido pela corrente $i(t)$, qualquer variação no fluxo é causada por uma variação na corrente. Logo, a equação (2.1) pode ser reescrita como:

$$v(t) = N \frac{d\phi(t)}{di(t)} \frac{di(t)}{dt} \rightarrow v(t) = L \frac{di(t)}{dt} \quad (2.2)$$

onde L é a indutância própria da bobina, definida por:

$$L = N \frac{d\phi(t)}{di} \quad (2.3)$$

Esta indutância é denominada autoindutância, pois relaciona a tensão induzida em uma bobina por uma corrente variável no tempo na mesma bobina ([SADIKU, 2013](#)).

2.2.2 Indutância mútua e acoplamento magnético

Considerando duas bobinas com autoindutâncias L_1 e L_2 posicionadas próximas o suficiente para o campo magnético de L_1 gerar uma tensão induzida em L_2 conforme Figura 1.

A bobina 1 possui N_1 espiras, enquanto a bobina 2 possui N_2 espiras. O fluxo magnético que emana de ϕ_1 é dividido em duas componentes:

- ϕ_{11} Fluxo que atravessa apenas a bobina 1
- ϕ_{12} Fluxo que é enlaçado pelas duas bobinas

portanto:

$$\phi_1 = \phi_{11} + \phi_{12} \quad (2.4)$$

Se a expressão da tensão induzida em L_1 é (2.2), em L_2 teremos apenas o fluxo concatenado por ela (ϕ_{12}):

$$v_2(t) = N_2 \frac{d\phi_{12}(t)}{dt} \rightarrow v_2(t) = L_{m_{21}} \frac{di_1(t)}{dt} \quad (2.5)$$

onde $L_{m_{21}}$ é denominada indutância mútua da bobina 2 em relação a bobina 1, também definida como:

$$L_{m_{21}} = N_2 \frac{d\phi_{12}}{di_1} \quad (2.6)$$

Em sistemas com indutores acoplados magneticamente, a indutância mútua descreve quanto uma variação de corrente em um indutor consegue induzir tensão em outro indutor próximo. Esse fenômeno acontece somente com indutores fisicamente próximos e com circuito primário alimentado através de fonte variante no tempo (SADIKU, 2013).

2.2.3 Convenção do ponto de polaridade das tensões mútuas

A determinação da polaridade das tensões induzidas por acoplamento mútuo é feita através da convenção do ponto, uma notação simbólica que indica os terminais das bobinas onde as tensões induzidas possuem a mesma fase (SADIKU, 2013).

A convenção do ponto estabelece que se uma corrente entra pelo terminal pontuado de uma bobina, a polaridade de referência da tensão mútua na segunda bobina é positiva no terminal pontuado.

Enquanto que, se uma corrente sai pelo terminal pontuado de uma bobina, a polaridade de referência da tensão mútua na segunda bobina é negativa no terminal pontuado

A Figura 2 ilustra as quatro possíveis configurações de acoplamento e os sinais correspondentes para as tensões mútuas, sendo ela definida por:

$$v(t) = L_m \frac{di(t)}{dt} \quad (2.7)$$

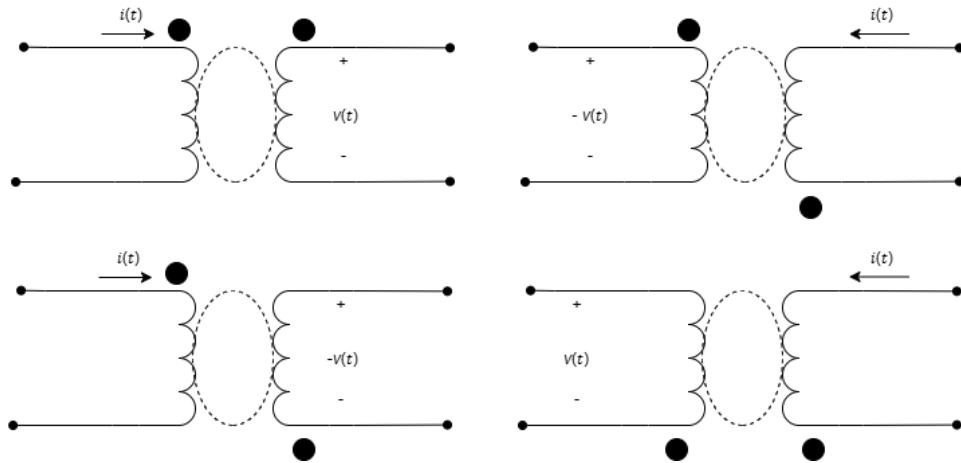


Figura 2 – Convenção do ponto para sistemas magneticamente acoplados

2.2.4 Coeficiente de acoplamento

O coeficiente de acoplamento k surge naturalmente ao analisarmos a eficiência com que o fluxo magnético é transferido entre duas bobinas. Fisicamente, ele representa a fração do fluxo magnético total produzido pela bobina 1 que efetivamente se concatena com as espiras da bobina 2 ([SADIKU, 2013](#)).

Em um cenário ideal, como os transformadores, todo o fluxo ϕ_1 gerado pela bobina 1 atravessaria a bobina 2. No entanto, na transferência de energia sem fio, sempre existirá fluxo de dispersão ϕ_d definido por

$$\phi_d = 1 - k \quad (2.8)$$

Então, o coeficiente k para o acoplamento entre as bobinas 1 e 2 pode ser entendido como:

$$k = \frac{\phi_{12}}{\phi_1} \quad (2.9)$$

Evidenciando ϕ_{12} de (2.9) e substituindo em (2.6) obtemos:

$$L_{m_{21}} = N_2 \frac{d(k\phi_1)}{di_1} = N_2 k \frac{d\phi_1}{di_1} \quad (2.10)$$

A partir de (2.3) sabemos que:

$$\frac{d\phi_1}{di_1} = \frac{L_1}{N_1} \quad (2.11)$$

logo:

$$L_{m_{21}} = N_2 k \frac{L_1}{N_1} = k \frac{N_2}{N_1} L_1 \quad (2.12)$$

Pelo princípio da reciprocidade eletromagnética, que diz que a indutância mútua entre dois circuitos é a mesma, independentemente de qual circuito atua como fonte e qual atua como receptor da energia magnética ([SADIKU, 2013](#)), temos:

$$L_{m_{21}} = L_{m_{12}} = L_m \quad (2.13)$$

Igualando as duas expressões:

$$k_1 \frac{N_2}{N_1} L_1 = k_2 \frac{N_1}{N_2} L_2 \quad (2.14)$$

Reorganizando:

$$k_1 k_2 = \left(\frac{N_1}{N_2} \right)^2 \frac{L_2}{L_1} \quad (2.15)$$

No entanto, as autoindutâncias são proporcionais ao quadrado do número de espiras ([SADIKU, 2013](#)), como exposto:

$$L_1 \propto N_1^2 \quad \text{e} \quad L_2 \propto N_2^2 \quad (2.16)$$

Portanto:

$$\frac{L_1}{L_2} = \left(\frac{N_1}{N_2} \right)^2 \quad (2.17)$$

Logo:

$$k_1 k_2 = 1 \quad \Rightarrow \quad k_1 = k_2 = k \quad (2.18)$$

Portanto:

$$L_m = k \sqrt{\frac{L_2}{L_1}} L_1 = k \sqrt{L_1 L_2} \quad (2.19)$$

Esta relação mostra que a indutância mútua é determinada pelo produto geométrico das autoindutâncias, escalado pelo coeficiente de acoplamento k que representa a eficiência do acoplamento magnético, atingindo seu valor máximo teórico $\sqrt{L_1 L_2}$ quando $k = 1$ e valor nulo para indutâncias distantes ou desalinhadas, quando não há nenhuma interação entre elas ([GODOY, 2024](#)).

2.3 Circuitos Ressonantes

2.3.1 Necessidade de ressonância em WPT indutivo fracamente acoplada

Considerando o circuito da figura 3, é possível observar duas bobinas L_p e L_s acopladas com o sufixo p representando o circuito primário e s o circuito secundário, juntamente com duas resistências R_p e R_s representando as perdas das indutâncias.

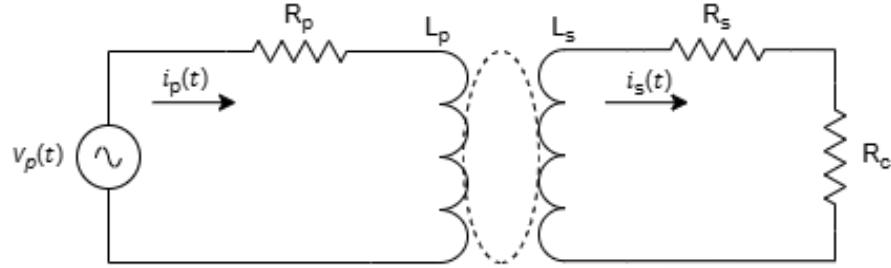


Figura 3 – Modelo do acoplamento magnético sem compensação com resistências de perdas apresentadas

Também é visível uma fonte de tensão alternada com valor eficaz de V_p , correntes i_p e i_s , obedecendo às mesmas regras de sufixos já definidas e uma carga representada por R_c .

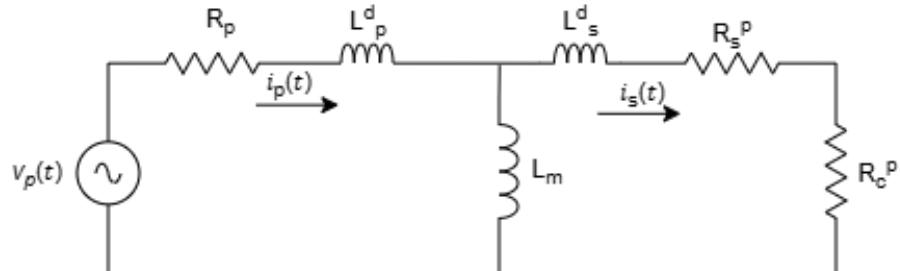


Figura 4 – Representação em modelo T de um circuito de acoplamento magnético sem compensação com resistências de perdas apresentadas

Na figura 4 evidenciam-se as indutâncias de dispersão L_p^d e L_s^d e a indutância mútua representada por L_m .

$$L_p^d = (1 - k)L_p \quad (2.20)$$

$$L_s^d = \frac{(1 - k)L_s}{n^2} \quad (2.21)$$

$$R_s^p = \frac{R_s}{n^2} \quad (2.22)$$

$$R_c^p = \frac{R_c}{n^2} \quad (2.23)$$

com n representando a relação de transformação a fim de manter todos os componentes referidos para o lado primário ([GODOY, 2024](#)).

$$n = \sqrt{\frac{L_s}{L_p}} \quad (2.24)$$

A partir da representação em modelo T temos condição de avaliar o comportamento do sistema matematicamente.

Sendo a impedância equivalente:

$$\dot{Z}_{eq} = R_p + jwL_p + \frac{(R_s + jwL_s + R_c)jwL_m}{R_s + jwL_s + R_c + jwL_m} \quad (2.25)$$

$$\dot{Z}_{eq} = R_p + jwL_p + \frac{\omega^2 L_m^2}{R_s + R_c + jwL_s} \quad (2.26)$$

evidencia-se a corrente primária:

$$\dot{I}_p = \frac{\dot{V}_p}{\dot{Z}_{eq}} \quad (2.27)$$

e por meio de um divisor de corrente fica evidente a corrente no secundário:

$$\dot{I}_s = \dot{I}_p \frac{jwL_m}{R_s + R_c + jwL_s} \quad (2.28)$$

Com todas as relação de tensão e correntes já desenvolvidas é possível obter as informações de potências:

$$P_{entrada} = \Re(\dot{V}_p \cdot \dot{I}_p) \quad (2.29)$$

com uma carga puramente resistiva:

$$P_{saída} = R_c \cdot |\dot{I}_s|^2 \quad (2.30)$$

Esta abordagem é consistente com a modelagem de referência, conforme descrito por ([GODOY, 2024](#)) para sistemas fracamente acoplados sem compensação.

A modelagem matemática demonstra claramente que sistemas não ressonantes apresentam eficiência drasticamente reduzida devido ao predomínio das reatâncias induktivas ([KURS et al., 2007](#)). Este fenômeno ocorre porque a energia fica majoritariamente armazenada nos campos magnéticos das bobinas, sem transferência efetiva para a carga. A solução para este problema consiste na introdução de capacitores de compensação, que desempenham funções críticas no sistema ([ZHANG et al., 2012](#)).

Em primeiro lugar, os capacitores permitem o cancelamento das reatâncias indutivas através da condição de ressonância $\omega L_s = 1/(\omega C_s)$. Quando esta igualdade é satisfeita na frequência de operação, as reatâncias indutiva e capacitiva se anulam, convertendo o sistema em puramente resistivo.

Além do cancelamento reativo, a compensação capacitiva possibilita a maximização da potência transferida para a carga, conforme estabelecido pelo teorema da máxima transferência de potência ($P_{max} = V_p^2/(4R_p)$), (MALIK; AHMAD; KOTHARI, 2022).

2.3.2 RLC série

A ressonância em um circuito RLC série é um fenômeno que ocorre quando as reatâncias indutiva (X_L) e capacitiva (X_C) se anulam mutuamente. Nessa condição, a impedância total do circuito atinge seu valor mínimo, tornando-se puramente resistiva (SADIKU, 2013). Para um circuito composto por um resistor (R), um indutor (L) e um capacitor (C) conectados em série, a impedância complexa total (Z_s) é dada por:

$$Z_s = R + j \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right) \quad (2.31)$$

A condição de ressonância série é estabelecida quando a parte imaginária da impedância se anula, o que implica em:

$$\omega L = \frac{1}{\omega C} \quad (2.32)$$

Isolando a frequência angular de ressonância ω :

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (2.33)$$

Ou, em termos de frequência linear:

$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \quad (2.34)$$

Na frequência de ressonância, a impedância do circuito atinge seu valor mínimo e torna-se puramente resistiva:

$$Z_{eq}(\omega) = R \quad (2.35)$$

A variação da impedância com a frequência pode ser expressa por:

$$|Z_{eq}(\omega)| = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2} \quad (2.36)$$

$$\theta(\omega) = \tan^{-1} \left(\frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R} \right) \quad (2.37)$$

Como resultado da impedância mínima, a corrente no circuito atinge seu valor máximo em ressonância:

$$I_{max} = \frac{V}{R} \quad (2.38)$$

Um efeito notável da ressonância série é a sobretensão nos elementos reativos. As magnitudes das tensões no indutor e no capacitor podem se tornar significativamente maiores que a tensão da fonte:

$$V_L = I_{max} \cdot \omega L = \frac{V}{R} \cdot \omega L \quad (2.39)$$

$$V_C = I_{max} \cdot \frac{1}{\omega C} = \frac{V}{R} \cdot \frac{1}{\omega C} \quad (2.40)$$

A energia total armazenada no circuito ressonante série é:

$$E_{total} = \frac{1}{2}LI_m^2 + \frac{1}{2}CV_m^2 \quad (2.41)$$

Na ressonância, as energias nos elementos reativos oscilam, com a energia máxima no indutor sendo igual à energia máxima no capacitor. Enquanto que a potência dissipada é:

$$P = \frac{1}{2}RI_m^2 \quad (2.42)$$

2.3.3 RLC paralelo

A ressonância paralela ocorre em circuitos RLC onde a energia oscila entre o indutor e o capacitor, caracterizando-se pelo cancelamento mútuo das suas susceptâncias. Em contraste com a ressonância série, na ressonância paralela ideal a impedância do circuito atinge seu valor máximo.

Para um circuito RLC paralelo ideal, a admitância total (Y_p) é a soma das admittâncias individuais:

$$Y_p = G + j \left(\omega C - \frac{1}{\omega L} \right) \quad (2.43)$$

onde $G = 1/R$ é a condutância. A condição de ressonância ocorre quando a parte imaginária da admitância é nula ($\text{Im}Y_p = 0$), resultando na mesma frequência de ressonância, ω , do caso série (2.33) e (2.34).

$$\text{Im}Y_p = 0 \Rightarrow \omega C - \frac{1}{\omega L} = 0 \quad (2.44)$$

Um efeito da ressonância paralela é a sobrecorrente nos elementos reativos. As correntes no indutor e no capacitor podem ser muito maiores que a corrente total da fonte:

$$I_L = \frac{V}{j\omega L} = -j\omega L \cdot V \quad (2.45)$$

$$I_C = V \cdot j\omega C \quad (2.46)$$

Estas correntes estão em oposição de fase $I_L = -I_C$, circulando apenas no laço LC sem retornar à fonte.

Na frequência de ressonância, a admitância é mínima, e, consequentemente, a impedância é máxima e puramente resistiva (SADIKU, 2013).

$$Z_p(\omega) = R = \frac{1}{G} \quad (2.47)$$

A expressão completa da impedância em função da frequência é dada por:

$$Z_p(\omega) = \frac{1}{\sqrt{G^2 + \left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)^2}} \quad (2.48)$$

O ângulo de fase da impedância varia com a frequência conforme:

$$\theta_Z(\omega) = -\tan^{-1} \left(\frac{\omega C - \frac{1}{\omega L}}{G} \right) \quad (2.49)$$

Se ω for maior que a frequência angular de ressonância, o circuito apresenta comportamento capacitivo, enquanto que se for menor apresenta comportamento indutivo. Em frequências muito baixas a de ressonância, o indutor aproxima um curto-circuito, dominando o comportamento do circuito. Em frequências muito altas a de ressonância, o capacitor aproxima um curto-circuito, tornando-se o elemento dominante.

A energia total armazenada no circuito oscila entre o indutor e o capacitor:

$$E_L(t) = \frac{1}{2}L|i_L(t)|^2 \quad (2.50)$$

$$E_C(t) = \frac{1}{2}C|v_C(t)|^2 \quad (2.51)$$

Na ressonância, a energia máxima no indutor iguala-se à energia máxima no capacitor.

2.3.4 Análise comparativa série x paralelo

Esta análise comparativa justifica-se pela necessidade fundamental de selecionar a topologia de ressonância adequada para diferentes aplicações em *WPT*. A escolha entre ressonância série e paralelo impacta diretamente a eficiência, estabilidade e desempenho do sistema *WPT*.

Tabela 1 – Comparativo entre ressonância série e paralelo

Parâmetro	Ressonância Série	Ressonância Paralelo
Condição de ressonância	$\omega L = \frac{1}{\omega C}$	$\omega L = \frac{1}{\omega C}$
Impedância na ressonância	Mínima ($Z = R$)	Máxima ($Z = R$)
Corrente total	Máxima	Mínima
Tensão nos elementos reativos	Amplificada	Igual à tensão da fonte
Comportamento para $\omega <$ ressonância	Capacitivo ($\theta_Z < 0$)	Indutivo ($\theta_Z > 0$)
Comportamento para $\omega >$ ressonância	Indutivo ($\theta_Z > 0$)	Capacitivo ($\theta_Z < 0$)
Sensibilidade à carga	Alta	Baixa
Fonte de alimentação ideal (primário)	Fontes de tensão	Fontes de corrente
Aplicação ideal em WPT (secundário)	Fontes de corrente	Fontes de tensão
Topologias típicas	SS, PS	SP, PP

A respeito da análise energética, em ambos os casos a energia oscila entre indutor e capacitor, porém no circuito série temos corrente comum e tensões diferentes, enquanto que no paralelo temos tensão comum e correntes diferentes.

A seleção entre ressonância série e paralelo é fundamentalmente determinada pelo tipo de fonte de alimentação empregada. Fontes de tensão favorecem a utilização de ressonância série, uma vez que esta configuração possibilita a obtenção de correntes elevadas no circuito primário, otimizando assim a transferência de energia em sistemas onde a tensão é o parâmetro controlado (RIM; MI, 2017). Em contrapartida, fontes de corrente beneficiam-se da ressonância paralelo, que proporciona alta impedância de entrada e permite o desenvolvimento de tensões significativas nos elementos reativos, característica essencial para o correto funcionamento deste tipo de fonte (RIM; MI, 2017).

No que concerne à sensibilidade a variações paramétricas, verifica-se que os circuitos ressonantes série apresentam alta sensibilidade a flutuações na carga, o que pode impactar diretamente a estabilidade do sistema. Por outro lado, os circuitos ressonantes paralelo demonstram notável robustez, mantendo características operacionais estáveis mesmo frente a variações significativas nas condições de carga, atributo particularmente valioso em aplicações práticas onde k pode variar durante a operação (KURS et al., 2007).

No contexto específico das topologias clássicas de *WPT*, as configurações SS e SP são preferencialmente empregadas quando os requisitos de projeto demandam elevadas correntes no circuito primário, situação comum em sistemas de média e alta potência. Alternativamente, as topologias Paralelo-Paralelo (PP) e Paralelo-Série (PS) mostram-se mais adequadas para aplicações que necessitam de alta impedância de entrada, característica típica de sistemas de baixa potência ou que operam com fontes de corrente (IMURA, 2020).

Em síntese, a seleção entre ressonância série e paralelo constitui uma decisão técnica fundamentada nos requisitos específicos de cada aplicação em *WPT*. A ressonância série destaca-se por proporcionar correntes elevadas e demonstrar eficácia na compensação de indutâncias de dispersão em sistemas fracamente acoplados, enquanto a ressonância paralelo distingue-se pela oferta de alta impedância e superior estabilidade operacional perante variações de carga (SAGAR et al., 2023). Esta compreensão aprofundada das características distintivas de cada tipo de ressonância é indispensável para o projeto adequado das quatro topologias clássicas que serão analisadas nos capítulos subsequentes.

2.4 Parâmetros Fundamentais em *wireless power transfer*

2.4.1 Ponto de máxima transferência *versus* rendimento

Na transferência de energia sem fio, existe uma diferença crucial entre operar no ponto de máxima potência e no ponto de máximo rendimento. Enquanto a primeira condição garante a maior transferência absoluta de energia, a segunda assegura o melhor aproveitamento da potência disponível. Essa distinção é particularmente relevante em sistemas fracamente acoplados, onde as perdas por dissipação térmica podem comprometer o sistema (RIM; MI, 2017).

A máxima transferência de potência ocorre quando a resistência do primário se iguala a resistência equivalente do circuito secundário, incluindo o efeito do acoplamento magnético.

$$R_p = \frac{L_m^2 \omega^2}{R_s + R_c} \quad (2.52)$$

No entanto, esta configuração frequentemente resulta em eficiências abaixo de 50% , tornando-se pouco prática para aplicações reais onde o custo energético é relevante (RIM; MI, 2017).

O ponto de máximo rendimento, em contrapartida, requer um balanceamento distinto dos parâmetros do sistema. A otimização do rendimento considera não apenas a potência transferida, mas, fundamentalmente, as perdas intrínsecas nos enrolamentos. Neste ambiente, a condição para que a potência útil entregue à carga seja maximizada, em relação à potência total consumida, é alcançada quando a carga opera em uma condição ótima. Essa condição depende de forma crítica da inter-relação entre o coeficiente de acoplamento k e as resistências parasitas (R_p e R_s) dos circuitos ressonantes (YANG et al., 2018)

2.4.2 Fenômeno da bifurcação

O fenômeno da bifurcação em sistemas de transferência de energia sem fio por acoplamento indutivo fraco refere-se à existência de múltiplos modos operacionais que emergem sob determinadas condições de acoplamento e carga, manifestando-se como a divisão da resposta em frequência em dois ou mais picos de transferência de potência em vez de um único máximo centrado na frequência de ressonância nominal do sistema (WANG; STIELAU; COVIC, 2005).

Esse comportamento resulta da interação complexa entre os circuitos ressonantes primário e secundário acoplados magneticamente, onde a impedância refletida do secundário para o primário introduz não linearidades que alteram fundamentalmente a estrutura modal do sistema (WANG; STIELAU; COVIC, 2005).

A bifurcação não controlada pode levar à instabilidade operacional e à redução do rendimento do sistema, tornando essencial o estabelecimento de critérios para operação livre de bifurcação ou, alternativamente, para operação controlada dentro da região de bifurcação, o que pode potencialmente aumentar a capacidade de transferência de potência (WANG; STIELAU; COVIC, 2005).

As causas fundamentais da bifurcação residem nas variações dos elementos ressonantes, uma vez que há tolerâncias em seus valores, deslocando o ponto de ressonância do ponto de operação do sistema (GODOY, 2024).

O impacto da bifurcação afeta diretamente a capacidade de transferência de potência e o rendimento. Quando o sistema opera na região de bifurcação sem controle, podem ocorrer saltos abruptos entre diferentes modos operacionais em resposta a pequenas variações nos parâmetros, resultando em instabilidade e comportamento imprevisível da potência transferida (WANG; STIELAU; COVIC, 2005).

A especificação de potência aparente da fonte de alimentação também é signifi-

cativamente afetada pela bifurcação: operar fora da frequência de ângulo de fase zero aumenta a potência reativa circulante, reduzindo o rendimento e o fator de potência (WANG; STIELAU; COVIC, 2005).

A sensibilidade à bifurcação varia entre as topologias devido às diferentes formas como a impedância refletida interage com a rede de compensação primária, influenciando a estabilidade da frequência de ângulo de fase zero sob variações de acoplamento (WANG; STIELAU; COVIC, 2005).

Em síntese, o fenômeno da bifurcação de frequência é mitigado durante a etapa de projeto por meio do controle de parâmetros como o coeficiente de acoplamento (k), a indutância secundária (L_s) e a resistência de carga (R_c), que influenciam diretamente a equação da frequência de ressonância ($\text{Im}Z_{eq} = 0$). Para operar livre de bifurcação, o projeto deve garantir que esta equação possua uma única solução real na frequência de operação desejada, evitando o regime de sobreacoplamento onde surgem múltiplas frequências de ressonância (GODOY, 2024).

2.4.3 Fator de qualidade

O Fator de Qualidade, denotado por Q , é um parâmetro adimensional que quantifica a capacidade de um circuito ressonante em armazenar energia em relação à energia que dissipá (SADIKU, 2013). Em sistemas *WPT*, ele é uma métrica importante para avaliar o desempenho das bobinas transmissora e receptora. Um valor de Q elevado indica um componente com baixas perdas, capaz de sustentar oscilações de energia com mínima atenuação, sendo, portanto, um ponto de aprimoramento para a transferência de energia eficiente (ZHANG et al., 2019).

$$Q = \frac{Q[\text{Var}]}{P[\text{W}]} \quad (2.53)$$

A máxima eficiência teórica de um sistema de acoplamento indutivo é governada pelo produto $k\sqrt{Q_p Q_s}$, onde Q_p e Q_s são os fatores de qualidade dos circuitos primário e secundário, respectivamente. Em aplicações práticas, como o carregamento de veículos elétricos, onde o acoplamento k é inherentemente baixo devido à distância e ao desalinhamento entre as bobinas, fatores de qualidade elevados são importantes para compensar o acoplamento fraco e garantir que a expressão $k\sqrt{Q_p Q_s}$ seja significativamente maior que a unidade, condição necessária para uma transferência de alto rendimento (ZHANG et al., 2019).

O cálculo do Fator de Qualidade depende da topologia de compensação utilizada, pois a configuração do circuito altera a forma como a carga e a fonte interagem com os componentes ressonantes. Para as quatro topologias de compensação clássicas os fatores

de qualidade primário (Q_p) e secundário (Q_s) são definidos da seguinte forma (GODOY, 2024):

$$Q_p^{SS,PS} = \frac{R_c L_p}{\omega L_m^2} \quad (2.54)$$

$$Q_s^{SS,PS} = \frac{\omega L_s}{R_c} \quad (2.55)$$

$$Q_p^{SP,PP} = \frac{L_s^2 L_p \omega}{R_c L_m^2} \quad (2.56)$$

$$Q_s^{SP,PP} = \frac{R_c}{\omega L_s} \quad (2.57)$$

A tabela 2 sintetiza um método simples para analisar a instabilidade dos sistema.

Topologias	Relação entre Q_p e Q_s
SS	$Q_p > \frac{4Q_s^3}{4Q_s^2 - 1}$
SP/PP	$Q_p > Q_s + \frac{1}{Q_s}$
PS	$Q_p > Q_s$

Tabela 2 – Avaliação de bifurcação por fator de qualidade. Fonte: (WANG; COVIC; STIELAU, 2004)

3 Modelagem Matemática

O objetivo desse capítulo é derivar um modelo de circuito elétrico equivalente que represente a física da transferência de energia sem fio. A metodologia de modelagem adotada segue as práticas consolidadas na literatura, fundamentadas pela teoria de circuitos magneticamente acoplados, conforme apresentado em (SADIKU, 2013). A abordagem consiste em partir de um modelo fundamental para, então, desenvolver progressivamente as complexidades das topologias.

Como base para a análise, todos os sistemas modelados serão constituídos por dois circuitos magneticamente acoplados: um circuito primário (transmissor) e um secundário (receptor). O circuito primário é formado pela indutância da bobina (L_p), sua resistência parasita (R_p), uma capacitância de compensação (C_p) e uma fonte de alimentação (V_p ou I_1). De forma análoga, o circuito secundário é composto pela indutância (L_s), resistência parasita (R_s), uma capacitância de compensação (C_s) e uma carga denominada R_c .

A associação entre a indutância e a resistência parasita (L_x e R_x) será sempre em série, representando a bobina física. O diferencial entre os modelos analisados consistirá na topologia da compensação capacitiva, que poderá ser configurada em série ou em paralelo tanto no primário quanto no secundário.

Uma definição importante a ser observada é a da tensão de alimentação do circuito primário. Neste trabalho, a variável V_p representará o valor da tensão eficaz (RMS) fornecida pela fonte de alimentação ao circuito transmissor. É crucial destacar que esta notação se afasta do uso comum em algumas literaturas, onde V_p pode denotar a tensão de pico. Todas as análises de potência e rendimento subsequentes serão, portanto, baseadas em valores eficazes, salvo indicação explícita em contrário.

Adicionalmente, os subscritos p e s serão empregados para diferenciar sistematicamente os parâmetros pertencentes aos circuitos primário e secundário, respectivamente.

Nos subcapítulos a seguir serão relatados as modelagens e os rendimentos individuais de cada topologia, bem como suas particularidades.

3.1 Topologia Série-Série (SS)

O esquemático exemplificado na figura 5 é uma representação da disposição dos elementos no circuito. Para a modelagem do sistema usa-se a figura 6.

Para facilitar a análise de circuitos com acoplamento magnético, adota-se o modelo equivalente evidenciado na figura 6, no qual as tensões mutuamente induzidas são

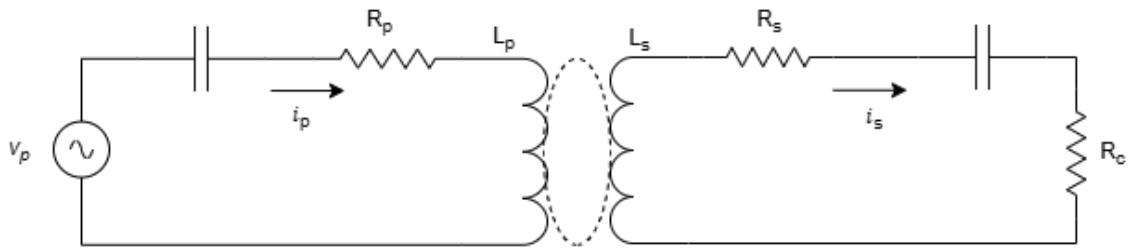


Figura 5 – Topologia de compensação Série-Série

representadas por fontes de tensão controladas. Nesse modelo, a corrente em uma bobina induz uma tensão na outra bobina, e essa tensão é substituída por uma fonte dependente cujo valor é $j\omega L_m I$. O sinal da fonte é determinado pela convenção dos pontos (capítulo 2).

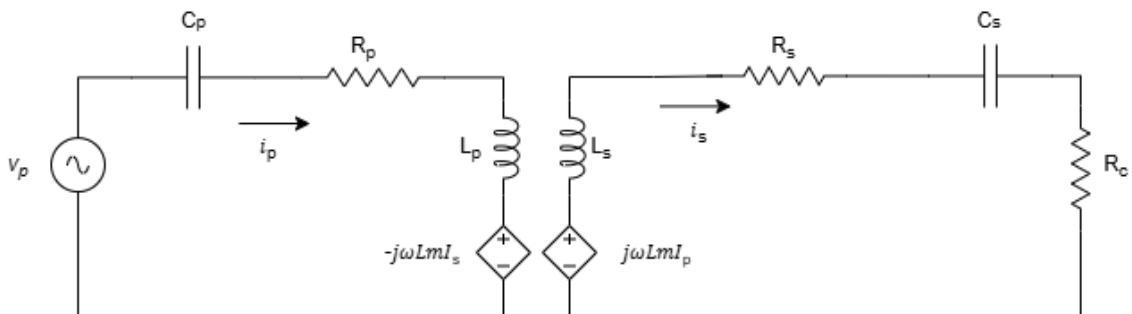


Figura 6 – Topologia SS com representação da tensão mútua

Nessa topologia, os capacitores estão sujeitos a suportarem a mesma corrente que passar nas bobinas. Fazendo-se a análise de malhas em ambos os lados tem-se:

$$V_p = I_p \cdot \left(\frac{1}{j\omega C_p} + j\omega L_p + R_p \right) - j\omega L_m I_s \quad (3.1)$$

$$I_s \cdot \left(j\omega L_s + R_s + \frac{1}{j\omega C_s} + R_c \right) - j\omega L_m I_p = 0 \quad (3.2)$$

De (3.2) extraia-se a relação entre corrente secundária e corrente primária:

$$\frac{I_p}{I_s} = \frac{\left(j\omega L_s + R_s + \frac{1}{j\omega C_s} + R_c \right)}{j\omega L_m} \quad (3.3)$$

Evidenciando I_s e substituindo em (3.1) tem-se a impedância equivalente do sistema:

$$V_p = I_p \cdot \left(\frac{1}{j\omega C_p} + j\omega L_p + R_p \right) - j\omega L_m \cdot I_p \frac{j\omega L_m}{\left(j\omega L_s + R_s + \frac{1}{j\omega C_s} + R_c \right)} \quad (3.4)$$

$$V_p = I_p \cdot \left(\frac{1}{j\omega C_p} + j\omega L_p + R_p \right) + I_p \frac{(\omega L_m)^2}{\left(j\omega L_s + R_s + \frac{1}{j\omega C_s} + R_c \right)} \quad (3.5)$$

$$V_p = I_p \cdot \left(\frac{1}{j\omega C_p} + j\omega L_p + R_p + \frac{(\omega L_m)^2}{\left(j\omega L_s + R_s + \frac{1}{j\omega C_s} + R_c \right)} \right) \quad (3.6)$$

Sendo a impedância equivalente do circuitos vista pela fonte expressa por:

$$\dot{Z}_{eq} = \frac{1}{j\omega C_p} + j\omega L_p + R_p + \frac{(\omega L_m)^2}{j\omega L_s + R_s + \frac{1}{j\omega C_s} + R_c} \quad (3.7)$$

Para dimensionamento de C_s , escolha-se um componente reativo capacitivo a fim de ressonar com o secundário, logo:

$$C_s = \frac{1}{\omega^2 L_s} \quad (3.8)$$

Incluindo (3.8) em (3.7) tem-se a impedância equivalente do circuito visto pela fonte, com o secundário compensado:

$$\dot{Z}_{eq} = \frac{1}{j\omega C_p} + j\omega L_p + R_p + \frac{(\omega L_m)^2}{R_s + R_c} \quad (3.9)$$

Em (3.9) é evidente que a única parcela reativa pertence ao circuito primário, logo, pela teoria de circuitos ressonantes (Capítulo 2) C_p deve ser definido como:

$$C_p = \frac{1}{\omega^2 L_p} \quad (3.10)$$

Então, no ponto de ressonância, a impedância equivalente do sistema torna-se apenas resistiva:

$$Z_{eq} = R_p + \frac{\omega^2 L_m^2}{R_s + R_c} \quad (3.11)$$

3.1.1 Rendimento

O rendimento de uma planta pode ser expresso simplesmente pela razão entre a potência de saída pela potência de entrada. Aqui, pode-se definir rendimento como:

$$\eta = \frac{P_{out}}{P_{out} + \text{perdas}} = \frac{R_c \cdot I_s^2}{R_p \cdot I_p^2 + R_s \cdot I_s^2 + R_c \cdot I_s^2} \quad (3.12)$$

É possível simplificar (3.12) dividindo numerador e denominador por I_s^2 :

$$\eta = \frac{R_c}{R_p \frac{I_p^2}{I_s^2} + R_s + R_c} \quad (3.13)$$

Em (3.3) é exposto a relação matemática entre I_p e I_s . Em (3.13) essa relação é quadraticamente maior:

$$\left(\frac{I_p}{I_s}\right)^2 = \left(\frac{jwL_s + R_s + \frac{1}{jwC_s} + R_c}{jwL_m}\right)^2 \quad (3.14)$$

Considerando que a transferência de energia ocorra apenas em altas frequências, nota-se que o comportamento de (3.14) pode ser considerado desprezado no ponto de ressonância (GODOY, 2024). Resultando em uma expressão simplificada para o cálculo do rendimento:

$$\eta = \frac{R_c}{R_c + R_s} \quad (3.15)$$

Dessa maneira, apenas R_c e R_s podem influenciar o rendimento do circuito.

3.1.2 Conclusão

A topologia de compensação SS apresenta, como particularidade, não reflexão de parcelas reativas para o primário (3.9), dimensionamento simples dos elementos de compensação (3.8) e (3.10) e rendimento dependendo apenas da resistência parasita da bobina do secundário e resistência de carga (3.15).

Contudo, a topologia apresenta desvantagens relevantes. Tem comportamento de uma fonte de corrente, tornando-a ideal para o carregamento de baterias, mas inadequada para aplicações que exigem uma tensão de saída estável sob cargas variáveis.

3.2 Topologia Série-Paralelo (SP)

Nessa topologia C_p estará em série com a bobina primária e C_s em paralelo com a bobina secundária, assim como é ilustrado na figura 7. Fazendo com que a corrente de carga I_2 seja diferente da corrente que passa pela bobina 2, I_s , fazendo o indutor e capacitor secundário estarem submetidos a mesma tensão de carga V_s .

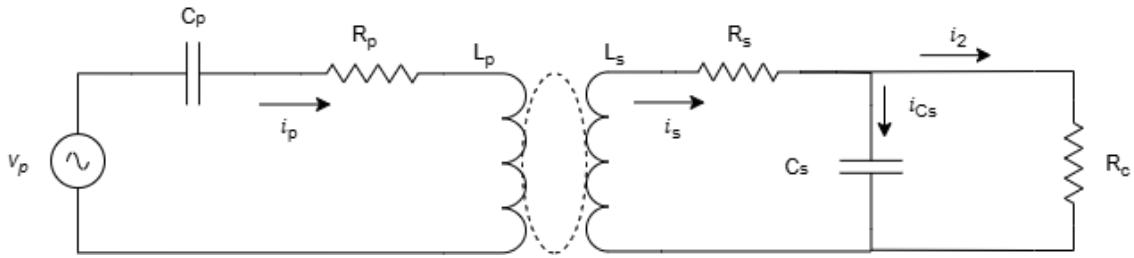


Figura 7 – Topologia de compensação Série-Paralelo

De forma análoga à análise anterior, a modelagem da topologia SP também representa a indutância mútua por meio de fontes de tensão controladas. A Figura 8 ilustra o circuito equivalente para esta configuração.

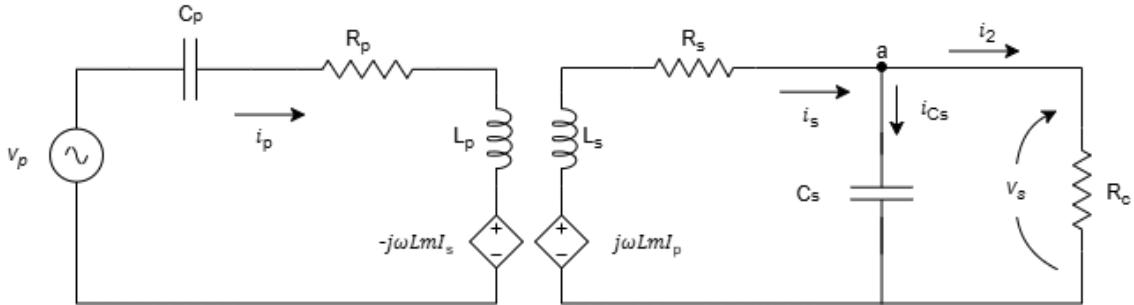


Figura 8 – Topologia SP com representação da tensão mútica

Pela lei de Kirchhoff das correntes, no ponto de vista do nó a é evidente a seguinte relação:

$$I_s = I_{Cs} + I_2 \quad (3.16)$$

onde

$$I_{Cs} = \frac{V_s}{X_c} = \frac{V_s}{\frac{1}{j\omega C_s}} = j\omega C_s V_s \quad (3.17)$$

e

$$I_2 = \frac{V_s}{R_c} \quad (3.18)$$

Adicionalmente, analisando as malhas da topologia temos:

$$V_p = I_p \cdot \left(j\omega L_p + R_p + \frac{1}{j\omega C_p} \right) - j\omega L_m I_s \quad (3.19)$$

Da malha externa do secundário obtemos:

$$I_s \cdot (R_s + j\omega L_s) + I_2 \cdot R_c - j\omega L_m \cdot I_p = 0 \quad (3.20)$$

Se o secundário está submetido a mesma tensão, é evidente que:

$$V_s = V_{Cs} \rightarrow I_2 \cdot R_c = I_{Cs} \cdot \frac{1}{j\omega C_s} \rightarrow I_{Cs} = I_2 \cdot j\omega R_c C_s \quad (3.21)$$

Substituindo (3.21) em (3.16) obtemos a relação entre corrente da bobina 2 e a corrente de saída:

$$I_s = I_2 \cdot (j\omega R_c C_s + 1) \quad (3.22)$$

Sequencialmente, pela substituição de (3.22) em (3.20) obtém-se a relação entre corrente de carga e corrente de entrada:

$$I_2 \cdot [(j\omega C_s R_c + 1)(R_s + j\omega L_s) + R_c] = j\omega L_m I_p \quad (3.23)$$

$$I_2 = I_p \cdot \frac{j\omega L_m}{(j\omega C_s R_c + 1)(R_s + j\omega L_s) + R_c} \quad (3.24)$$

Combinando (3.24) em (3.22) a fim de relacionar a corrente da bobina 2 com a corrente de entrada obtemos:

$$I_s = I_p \cdot \frac{j\omega L_m}{(j\omega C_s R_c + 1)(R_s + j\omega L_s) + R_c} \cdot (j\omega R_c C_s + 1) \quad (3.25)$$

Introduzindo (3.25) em (3.19) e desenvolvendo a expressão obtém-se o equacionamento da impedância equivalente vista pelo primário:

$$V_p = I_p \cdot \left(j\omega L_p + R_p + \frac{1}{j\omega C_p} \right) - I_p \cdot \frac{(j\omega L_m)(j\omega L_m)}{(j\omega C_s R_c + 1)(R_s + j\omega L_s) + R_c} \cdot (j\omega R_c C_s + 1) \quad (3.26)$$

$$V_p = I_p \cdot \left[j\omega L_p + R_p + \frac{1}{j\omega C_p} + \frac{\omega^2 L_m^2 (j\omega R_c C_s + 1)}{(j\omega C_s R_c + 1)(R_s + j\omega L_s) + R_c} \right] \quad (3.27)$$

Logo,

$$\vec{Z}_{eq} = j\omega L_p + R_p + \frac{1}{j\omega C_p} + \frac{\omega^2 L_m^2 (j\omega R_c C_s + 1)}{(j\omega C_s R_c + 1)(R_s + j\omega L_s) + R_c} \quad (3.28)$$

Em (3.28) é notório a existência de parcelas correspondentes ao primário e ao secundário refletido, sendo elas:

$$\text{Primário: } j\omega L_p + R_p + \frac{1}{j\omega C_p} \quad (3.29)$$

$$\text{Secundário refletido: } \frac{\omega^2 L_m^2 (j\omega R_c C_s + 1)}{(j\omega C_s R_c + 1)(R_s + j\omega L_s) + R_c} \quad (3.30)$$

A escolha do C_s segue a mesma linha de raciocínio da topologia SS. Então, introduzindo (3.8) em (3.28) a expressão da impedância equivalente com o secundário já compensado se torna:

$$\Re(\dot{Z}_{eq}) = R_p + \frac{L_m^2(R_c + R_s) + L_m^2\omega^2R_c^2C_s^2R_s}{(R_sR_cC_s + L_s)^2} \quad (3.31)$$

$$\Im(\dot{Z}_{eq}) = \omega L_p - \frac{1}{C_p} + \frac{L_m^2\omega^3L_s}{R_s^2 + (\omega R_sR_cC_s + \omega L_s)^2} \quad (3.32)$$

Nesse caso, é evidente que a topologia reflete imaginário para o lado primário mesmo com secundário já compensado. Isso exige que C_p acumule função, além de resonar com o primário ele deve anular o reativo refletido (GODOY, 2024).

Logo, C_p deve ser igual a (3.32):

$$C_p = \frac{R_s^2 + (\omega R_sR_cC_s + \omega L_s)^2}{\omega^2L_p(R_s^2 + (\omega R_sR_cC_s + \omega L_s)^2) - L_m^2\omega^4L_s} \quad (3.33)$$

Nessas condições, (3.33) ainda pode ser simplificada considerando R_s desprezível:

$$C_p = \frac{L_s}{\omega^2(L_pL_s - L_m^2)} \quad (3.34)$$

3.2.1 Rendimento

O rendimento da topologia SP é descrito como:

$$\eta = \frac{P_{out}}{P_{out} + \text{perdas}} = \frac{R_c \cdot I_2^2}{R_p \cdot I_p^2 + R_s \cdot I_s^2 + R_c \cdot I_2^2} \quad (3.35)$$

As correntes expressas em (3.35) são de caráter eficaz. De (3.22) e (3.25) extrai:

$$\frac{I_{s \text{ rms}}}{I_{2 \text{ rms}}} = \sqrt{(\omega R_c C_s)^2 + 1^2} \quad (3.36)$$

$$\frac{I_{p \text{ rms}}}{I_{2 \text{ rms}}} = \sqrt{\frac{(\omega R_s R_c C_s + \omega L_s)^2 + (R_s)^2}{(\omega L_m)^2}} \quad (3.37)$$

Integrando (3.36) e (3.37) em (3.35) elimina a avaliação do rendimento pelas correntes do sistema:

$$\eta = \frac{R_c}{R_p \cdot \left(\frac{(\omega R_s R_c C_s + \omega L_s)^2 + (R_s)^2}{(\omega L_m)^2} \right) + R_s \cdot ((\omega R_c C_s)^2 + 1) + R_c} \quad (3.38)$$

Com C_s sendo uma consequência da escolha de L_s (3.8), o rendimento é agora influenciado também por L_s :

$$\eta = \frac{R_c}{R_p \cdot \left(\frac{\left(R_s R_c \frac{1}{\omega L_s} + \omega L_s \right)^2 + R_s^2}{(\omega L_m)^2} \right) + R_s \cdot \left(\left(R_c \frac{1}{\omega L_s} \right)^2 + 1 \right) + R_c} \quad (3.39)$$

A situação do rendimento ainda pode ser otimizada desprezando o termo $R_s R_c \frac{1}{\omega L_s}$, pois $\omega \gg R_s$ (GODOY, 2024).

$$\eta = \frac{R_c}{R_p \cdot \left(\frac{R_s^2}{(L_m \omega)^2} + \frac{L_s^2}{L_m^2} \right) + R_s \cdot \left(\left(\frac{R_c}{\omega L_s} \right)^2 + 1 \right) + R_c} \quad (3.40)$$

Em conclusão, observa-se que as duas parcelas dependente das frequências são anuladas devido o sistema operar em altas frequências.

3.2.2 Conclusão

Em síntese, a topologia SP revela duas características principais. A sua principal vantagem é o comportamento como fonte de tensão, ideal para aplicações que exigem uma tensão de saída constante para cargas variáveis. Por outro lado, sua principal desvantagem é a complexidade no projeto: a impedância refletida do secundário possui componente reativo (3.32), exigindo que o capacitor primário (C_p) compense tanto a indutância primária quanto essa reatância refletida (3.33), tornando o sistema sensível a variações de operação.

3.3 Topologia Paralelo-Série (PS)

Nesse arranjo C_p está associado em paralelo com a bobina primária, enquanto que C_s está em série com a bobina secundária, evidenciado pela figura 9.

Nessa topologia ocorre uma mudança da fonte primária, o que antes eram fontes de tensão alternada, agora torna-se fonte de corrente alternada, em razão da configuração do circuito primário.

No circuito, a corrente de entrada é representada por I_1 , que se divide entre a corrente na bobina primária, I_p , e a corrente no capacitor, I_{C_p} . As tensões de interesse são a tensão primária, V_p , e a tensão na carga, V_s .

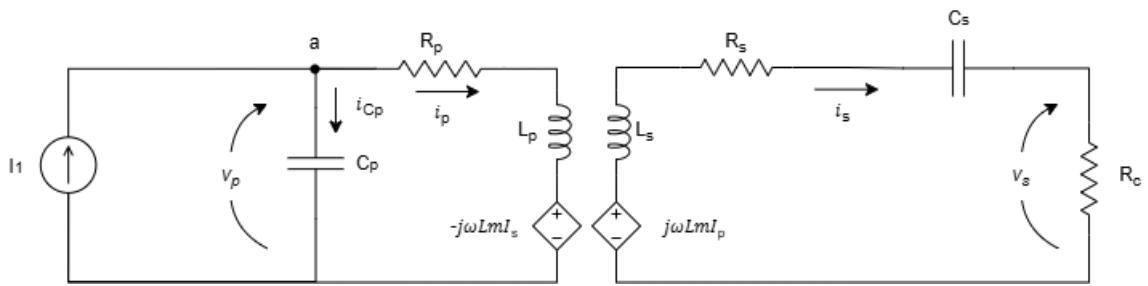


Figura 9 – Topologia de compensação Paralelo-Série

Do ponto de vista do nó **a** é válido as seguintes relações:

$$I_1 = I_{Cp} + I_p \quad (3.41)$$

onde

$$I_{Cp} = \frac{V_p}{X_{Cp}} = j\omega C_p V_p \quad (3.42)$$

No secundário é observado a circulação de apenas uma corrente, I_s , aqui definida por:

$$I_s = \frac{V_s}{R_c} \quad (3.43)$$

Da malha única do secundário obtém-se:

$$I_s \cdot \left(R_s + j\omega L_s + \frac{1}{j\omega C_s} + R_c \right) - j\omega L_m I_p = 0 \quad (3.44)$$

De (3.44) conseguimos relacionar I_s com I_p :

$$I_s = I_p \cdot \frac{j\omega L_m}{R_s + j\omega L_s + \frac{1}{j\omega C_s} + R_c} \quad (3.45)$$

Analizando a malha interna do primário é evidente:

$$V_p - I_p \cdot (R_p + j\omega L_p) + j\omega L_m I_s = 0 \quad (3.46)$$

Inserindo (3.45) em (3.46) é observado a relação entre V_p e I_p :

$$V_p = I_p \cdot (R_p + j\omega L_p) - I_p \cdot \left(\frac{j\omega L_m \cdot j\omega L_m}{R_s + j\omega L_s + \frac{1}{j\omega C_s} + R_c} \right) \quad (3.47)$$

$$V_p = I_p \cdot \left(R_p + j\omega L_p + \frac{\omega^2 L_m^2}{R_s + j\omega L_s + \frac{1}{j\omega C_s} + R_c} \right) \quad (3.48)$$

Caracterizando a impedância do secundário refletida para o primário como:

$$\dot{Z}_r = \frac{\omega^2 L_m^2}{R_s + j\omega L_s + \frac{1}{j\omega C_s} + R_c} \quad (3.49)$$

A impedância equivalente de Norton vista pela fonte é definida como:

$$\dot{Z}_{eq} = X_{C_p} \parallel (R_p + j\omega L_p + \dot{Z}_r) \quad (3.50)$$

$$\dot{Z}_{eq} = \frac{R_p + j\omega L_p + \frac{\omega^2 L_m^2}{R_s + j\omega L_s + \frac{1}{j\omega C_s} + R_c}}{1 - L_p C_p \omega^2 + j \cdot \left(R_p C_p \omega + \frac{\omega^3 L_m^2 C_p}{R_s + j\omega L_s + \frac{1}{j\omega C_s} + R_c} \right)} \quad (3.51)$$

A escolha de C_s segue a mesma regra das topologias anteriormente apresentadas. Então, introduzindo (3.8) em (3.51) a expressão da impedância equivalente com o secundário já compensado se torna:

$$\dot{Z}_{eq} = \frac{R_p + j\omega L_p + \frac{\omega^2 L_m^2}{R_s + R_c}}{1 - L_p C_p \omega^2 + j \cdot \left(R_p C_p \omega + \frac{\omega^3 L_m^2 C_p}{R_s + R_c} \right)} \quad (3.52)$$

O dimensionamento de C_p torna-se mais complexo nesse caso, por (3.49) é visível que não houve reativos refletidos para o primário com o secundário devidamente compensado. Porém, observa-se um imaginário não tão simples de \dot{Z}_{eq} exclusivamente causado pela configuração do transmissor.

$$\Im(\dot{Z}_{eq}) = \frac{j \left((L_p \omega - L_p^2 C_p \omega^3) - \left(R_p + \frac{\omega^2 L_m^2}{R_s + R_c} \right) \left(R_p C_p \omega + \frac{\omega^3 L_m^2 C_p}{R_s + R_c} \right) \right)}{(1 - L_p C_p \omega^2)^2 + \left(R_p C_p \omega + \frac{\omega^3 L_m^2 C_p}{R_s + R_c} \right)^2} \quad (3.53)$$

O valor de C_p é determinado pela condição de ressonância, que exige (3.53) nulo. Ao igualar essa componente a zero e, adicionalmente, considerar os termos $R_p R_s$ e $R_p R_c$ como aproximadamente nulos para simplificar a expressão (GODOY, 2024), resulta em:

$$C_p = \frac{(L_s C_s)^2 R_c L_p}{R_c^2 L_p^2 L_s C_s + L_m^4} \quad (3.54)$$

3.3.1 Rendimento

A análise de rendimento para essa topologia parte da mesma definição fundamental, expressa pela razão entre a potência entregue à carga e a potência total de entrada:

$$\eta = \frac{P_{out}}{P_{out} + \text{perdas}} = \frac{R_c \cdot I_s^2}{R_p \cdot I_p^2 + R_s \cdot I_s^2 + R_c \cdot I_s^2} \quad (3.55)$$

Nota-se que para a topologia PS, a corrente associada à perda no primário é a corrente que circula pela bobina primária, I_p , e não a corrente total da fonte, I_1 . Dividindo o numerador e o denominador por I_s^2 , obtém-se:

$$\eta = \frac{R_c}{R_p \frac{I_p^2}{I_s^2} + R_s + R_c} \quad (3.56)$$

Pela relação anteriormente provada (3.45), em valores eficazes, o rendimento agora é expresso por:

$$\eta = \frac{R_c}{R_p \cdot \left(\frac{(R_s + R_c)^2 + (\omega L_s + \frac{1}{\omega C_s})^2}{(\omega L_m)^2} \right) + R_s + R_c} \quad (3.57)$$

Nota-se que, em ressonância, o rendimento da topologia PS e SS (3.15) são muito similares. A operação em altas frequências simplifica (3.57) de modo a ignorar toda a parcela que depende dela e otimizar ao máximo a expressão (GODOY, 2024).

3.3.2 Conclusão

Em suma, a topologia PS apresenta, em ressonância, que a impedância refletida para o primário é puramente resistiva (3.49), similar ao caso da topologia SS. Isso resulta em uma expressão de rendimento (3.57) que também se assemelha à da SS, indicando potencialmente uma alta eficiência.

No entanto, a complexidade é percebida no circuito primário. A configuração paralela exige uma fonte de corrente, e o dimensionamento do capacitor primário C_p torna-se notavelmente mais complexo (3.54), dependente de k , que está diretamente ligado a L_m .

3.4 Topologia Paralelo-Paralelo (PP)

Análogo a topologia PS, a topologia PP também apresenta fonte de corrente no circuito transmissor. Aqui, ambos capacitores (C_p e C_s) estão associados em paralelo com suas respectivas bobinas, conforme a figura 10.

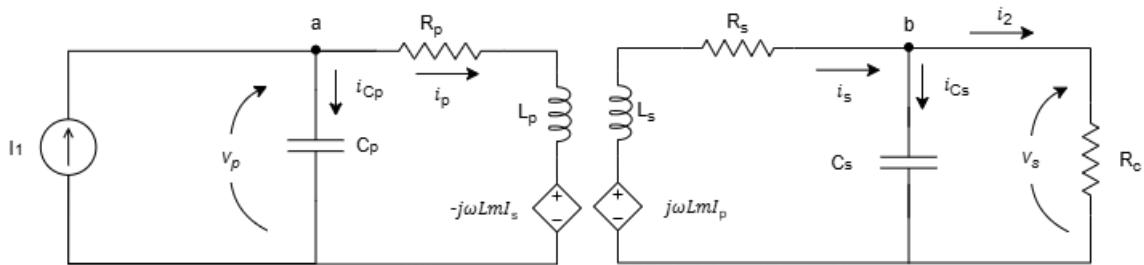


Figura 10 – Topologia de compensação Paralelo-Paralelo

O circuito secundário apresenta um nó onde a corrente da bobina, I_s , e a do capacitor, I_{Cs} , se unem para formar a corrente de carga, I_2 . A nomenclatura do circuito primário é mantida consistente com a da topologia PS já analisada.

A modelagem da topologia PP pode ser construída de forma eficiente ao se observar as semelhanças estruturais com as topologias previamente analisadas. O circuito transmissor é idêntico ao da topologia PS, tornando as equações (3.41) - (3.43) válidas e aplicáveis para a análise do nó a e (3.46) para análise da malha interna do primário.

De maneira complementar, o circuito receptor é idêntico ao da topologia SP, o que valida o uso das equações (3.16) - (3.18) e (3.20) - (3.25) para a modelagem do secundário. Desta maneira, a análise da topologia PP é realizada sem a necessidade de derivar novamente suas equações fundamentais, evitando redundâncias.

Introduzindo (3.25) (de SP), expressão que relaciona I_p com I_s , em (3.46) (de PS), tem-se:

$$V_p = I_p \cdot \left(R_p + j\omega L_p + \frac{\omega^2 L_m^2 \cdot (j\omega R_c C_s + 1)}{(j\omega C_s R_c + 1)(R_s + j\omega L_s) + R_c} \right) \quad (3.58)$$

Caracterizando a impedância refletida para o primário como:

$$\dot{Z}_r = \frac{\omega^2 L_m^2 \cdot (j\omega R_c C_s + 1)}{(j\omega C_s R_c + 1)(R_s + j\omega L_s) + R_c} \quad (3.59)$$

Sendo a impedância equivalente de Norton do sistema obtida por:

$$\dot{Z}_{eq} = X_{C_p} \parallel (R_p + j\omega L_p + \dot{Z}_r) \quad (3.60)$$

$$\dot{Z}_{eq} = \frac{R_p + j\omega L_p + \frac{\omega^2 L_m^2 (j\omega R_c C_s + 1)}{(j\omega C_s R_c + 1)(R_s + j\omega L_s) + R_c}}{1 + j\omega C_p \cdot \left(R_p + j\omega L_p + \frac{\omega^2 L_m^2 (j\omega R_c C_s + 1)}{(j\omega C_s R_c + 1)(R_s + j\omega L_s) + R_c} \right)} \quad (3.61)$$

Mantendo a consistência adotada para as topologias anteriores, o capacitor secundário C_s também é dimensionado por (3.8). Inserindo em (3.61) tem-se a impedância equivalente com o secundário compensado, sendo do nosso interesse a parte imaginária:

$$\Im[\dot{Z}_{eq}] = \frac{j\omega \left[\left(L_p - \frac{L_m^2}{L_s} \right) \left(1 - \omega^2 C_p L_p + \frac{\omega^2 L_m^2 C_p}{L_s} \right) - \left(\frac{j\omega C_p R_c L_m^2}{L_s^2} \right) \left(\frac{L_m^2 R_c}{L_s^2} \right) \right]}{\left(1 - \omega^2 C_p L_p + \frac{\omega^2 L_m^2 C_p}{L_s} \right)^2 + \left(\frac{\omega C_p R_c L_m^2}{L_s^2} \right)^2} \quad (3.62)$$

De forma análoga à topologia SP, as configurações com um receptor em paralelo compõe um componente reativo refletido no primário. Portanto, o capacitor C_p deve ser determinado a fim de compensar essa reatância, e, ainda, ressonar com L_p . Sua expressão é dada por (3.62) que deve ser anulada.

$$C_p = \frac{(L_p L_s - L_m^2) C_s L_s^2}{(L_p L_s - L_m^2)^2 + \frac{R_c^2 C_s L_m^4}{L_s}} \quad (3.63)$$

3.4.1 Rendimento

O rendimento para a topologia PP é análogo a topologia SP.

$$\eta = \frac{P_{out}}{P_{out} + \text{perdas}} = \frac{R_c \cdot I_2^2}{R_p \cdot I_p^2 + R_s \cdot I_s^2 + R_c \cdot I_2^2} \quad (3.64)$$

Conclui-se, portanto, que o rendimento desta topologia, na condição de secundário compensado, é dependente não apenas pelas resistências parasitas (R_p , R_s) e pela carga (R_c), mas também pela indutância mútua (L_m):

$$\eta = \frac{R_c}{R_p \cdot \frac{L_s^2}{L_m^2} + R_s + R_c} \quad (3.65)$$

3.4.2 Conclusão

Em síntese, a topologia PP herda características das configurações SP e PS, resultando na topologia de maior complexidade de projeto. Sua principal característica é a combinação de um primário e um secundário em paralelo, o que implica em duas dificuldades simultâneas: a necessidade de uma fonte de corrente (característica do primário em paralelo, figura 10) e a reflexão de um componente reativo para o primário (característica do secundário em paralelo, (3.59)). Consequentemente, o dimensionamento de C_p é o mais complexo entre todas as topologias, pois evidencia dependência em muitos parâmetros, sendo o mais agravante a indutância mútua.

3.5 Análise Comparativa

Após a modelagem matemática individual de cada uma das quatro topologias clássicas, esta seção tem como objetivo realizar uma análise comparativa direta de suas principais características de projeto.

A comparação abrangerá os parâmetros mais críticos para o projeto de um sistema *WPT*, incluindo as equações de compensação capacitiva, impedância equivalente e a expressão final do rendimento.

Tabela 3 – Comparaçāo de compensaçōes entre topologias

Topologias	C_s	C_p
SS	$\frac{1}{\omega^2 L_s}$	$\frac{1}{\omega^2 L_p}$
SP	$\frac{1}{\omega^2 L_s}$	$\frac{L_s}{\omega^2(L_p L_s - L_m^2)}$
PS	$\frac{1}{\omega^2 L_s}$	$\frac{(L_s C_s)^2 R_c L_p}{R_c^2 L_p^2 L_s C_s + L_m^4}$
PP	$\frac{1}{\omega^2 L_s}$	$\frac{(L_p L_s - L_m^2) C_s L_s^2}{(L_p L_s - L_m^2)^2 + \frac{R_c^2 C_s L_m^4}{L_s}}$

O primeiro ponto de comparação é o dimensionamento dos capacitores de compensação pela tabela 3. É notável que a estratégia para o secundário é a mesma para todas as topologias: resonar com a indutância secundária. No entanto, o dimensionamento do primário varia drasticamente, refletindo a complexidade de cada arranjo.

Tabela 4 – Comparaçāo de \dot{Z}_{eq} entre topologias

Topologias	\dot{Z}_{eq}
SS	$\frac{1}{j\omega C_p} + j\omega L_p + R_p + \frac{(\omega L_m)^2}{j\omega L_s + R_s + \frac{1}{j\omega C_s} + R_c}$
SP	$j\omega L_p + R_p + \frac{1}{j\omega C_p} + \frac{\omega^2 L_m^2 (j\omega R_c C_s + 1)}{(j\omega C_s R_c + 1)(R_s + j\omega L_s) + R_c}$
PS	$R_p + j\omega L_p + \frac{\omega^2 L_m^2}{R_s + j\omega L_s + R_c}$ $1 - L_p C_p \omega^2 + j \cdot \left(R_p C_p \omega + \frac{\omega^3 L_m^2 C_p}{R_s + j\omega L_s + R_c} \right)$
PP	$R_p + j\omega L_p + \frac{\omega^2 L_m^2 (j\omega R_c C_s + 1)}{(j\omega C_s R_c + 1)(R_s + j\omega L_s) + R_c}$ $1 + j\omega C_p \cdot \left(R_p + j\omega L_p + \frac{\omega^2 L_m^2 (j\omega R_c C_s + 1)}{(j\omega C_s R_c + 1)(R_s + j\omega L_s) + R_c} \right)$

Tabela 5 – Comparaçāo de \dot{Z}_r entre topologias

Configuração do secundário	\dot{Z}_r
Série	$\frac{\omega^2 L_m^2}{R_s + j\omega L_s + \frac{1}{j\omega C_s} + R_c}$
Paralelo	$\frac{\omega^2 L_m^2 \cdot (j\omega R_c C_s + 1)}{(j\omega C_s R_c + 1)(R_s + j\omega L_s) + R_c}$

As topologias SS e SP exibem uma estrutura aditiva, em razão da montagem série no transmissor, evidenciadas na tabela 4. A impedância de entrada total é a soma direta da impedância do circuito de compensação primário ($R_p + j\omega L_p + 1/(j\omega C_p)$) com um termo que representa a impedância refletida (tabela 5) do secundário. Essa configuração no primário resulta em uma impedância total que pode atingir valores muito baixos em ressonância, exigindo que a fonte de alimentação seja capaz de fornecer correntes elevadas, como fontes de tensão.

Em contrapartida, as topologias PS e PP apresentam uma estrutura fracionária complexa, também expostas na tabela 4. A principal característica de um circuito primário em paralelo é apresentar uma impedância muito alta na frequência de ressonância. Portanto, para a fonte de alimentação, essas topologias se comportam de maneira oposta às SS e SP: elas demandam uma corrente significativamente menor na ressonância, sendo mais adequadas utilização de fontes de corrente para alimentação do circuito.

Tabela 6 – Comparaçāo de η entre topologias

Topologias	η
SS e PS	$\frac{R_c}{R_c + R_s}$
SP e PP	$\frac{R_c}{R_p \cdot \left(\frac{L_s^2}{L_m^2}\right) + R_s + R_c}$

Por sua vez, a análise do rendimento das topologias SS e PS se destacam por apresentar a expressão de rendimento mais simples, dependendo apenas da relação entre a resistência de carga R_c e a resistência parasita R_s . Sua independência teórica do acoplamento magnético é uma vantagem significativa. Por fim, as topologias SP e PP apresentam um rendimento que é explicitamente dependente do fator de acoplamento, indicando que variações de acoplamento impactam negativamente o rendimento da planta.

4 Metodologia de projeto

4.1 Escolha da carga

As aplicações de *WPT* dividem-se essencialmente em duas categorias: o suprimento contínuo de energia e o carregamento de baterias. Embora ambas sejam tecnicamente viáveis, o carregamento de baterias concentra a maior parte dos esforços recentes de pesquisas e desenvolvimentos. Para fins de dimensionamento dos parâmetros do sistema, a bateria, apesar de ser um elemento não linear, pode ser modelada analiticamente como uma carga resistiva equivalente ([MOTTA, 2016](#)).

Essa abordagem simplifica a análise do circuito sem perda significativa de generalidade, permitindo aplicar a metodologia de projeto a qualquer carga com comportamento predominantemente resistivo.

Consequentemente, a bateria escolhida como carga nesse trabalho é a bateria de íon de lítio modelo XP-36V14.5Ah. A tabela 7 apresenta os requisitos de projetos que devem ser atendidos afim de carrega-lá. Os valores referentes a tensão são de caráter eficaz.

Tabela 7 – Especificações de projeto

Parâmetro	Valor
Potência de saída [W]	500
Tensão de alimentação [V]	80 a 100
Tensão de saída [V]	36
Frequência de operação [kHz]	50
Coeficiente de acoplamento	0,4

O coeficiente de acoplamento k em sistemas com núcleo de ar é determinado predominantemente pela geometria das bobinas e pela distância entre elas. Para configurações práticas de média potência, como as analisadas neste trabalho, um valor de $k = 0,4$ é considerado típico, situando-se na faixa para aplicações de transferência de energia sem fio em condições de acoplamento moderado ([RIM; MI, 2017](#)).

4.2 Seleção de parâmetros

A primeira etapa para a seleção dos parâmetros é a escolha da carga, juntamente com as limitações do sistema. Conforme detalhado pela tabela 7, a topologia deverá transferir 500 W com tensão de saída estável em 36 V em 50 kHz com fator de acoplamento

entre bobinas de 0,4. Enquanto a alimentação da montagem deverá obedecer um limite inferior de 80 V e superior de 100 V.

A partir dessas informações, na segunda etapa, obtém-se uma resistência de carga de $2,6 \Omega$ e corrente de saída de aproximadamente 14 amperes. Nota-se que esses dados não dependem da topologia e serão constantes para essa carga.

Com o auxílio do software MATLAB® foi desenvolvido um algoritmo capaz de relacionar L_p , L_s e V_p para que sejam satisfeitos os dados de projeto. Essa etapa consistiu em criar vetores para possíveis valores de indutância, tanto L_p quanto L_s , com limites mínimos e máximos. Para todas as topologias foi considerado o intervalo $[1 - 300]\mu\text{H}$. As resistências parasitas R_p e R_s são estimadas em 1000 vezes a magnitude de suas respectivas indutâncias (GODOY, 2024).

Juntamente, é realizado o cálculo dos compensadores C_p e C_s , sendo diferentes para cada topologia, evidenciado pela tabela 3. Logo após é encontrado L_m por (2.19) para cada combinação entre L_p e L_s . Todos esses vetores, que oportunamente se tornaram matrizes, possuem as mesmas dimensões.

Com os vetores criados, é dado sequência pela aplicação da função `meshgrid` para gerar as malhas de coordenadas. Estas malhas permitiram a geração de gráficos tridimensionais que representam a interação de cada parâmetro já definido a fim de resultar em outras variáveis observáveis desejadas, como V_p e η para topologias com configuração série no primário e, adicionalmente, I_1 para topologias com configuração paralela no primário.

A determinação específica de cada topologia para os parâmetros de interesse é ressaltado na seguinte seção, enquanto que o apêndice A.1 utiliza de recursos visuais, como um fluxograma, para sintetizar a metodologia de projeto específica utilizada nesse trabalho.

Com a plotagem dos parâmetros desejáveis é escolhido um par ordenado $[L_p, L_s]$, essencialmente os pontos de máximo rendimento, para conduzir as últimas verificações. Finalmente, é verificado o fenômeno da bifurcação e a análise individual de cada montagem frente a variação de k , caso haja comportamentos nocivos deve-se escolher outro par ordenado.

4.2.1 Especificidades de topologias

As topologias se diferenciam, na modelagem, pela configuração de seus compensadores C_p e C_s modificando as relações de correntes, tensões, impedância equivalente e impedância refletida. As tabela 8, 9 e 10 sintetizam essas peculiaridades que foram desenvolvidas no capítulo 3.

A tabela 8 resume a influência da configuração do transmissor nas impedâncias

características usadas.

Tabela 8 – Impedâncias características por topologia de compensação no primário

Configuração do primário	Impedância utilizada
Série	\dot{Z}_{eq} - Impedância equivalente do sistema
Paralelo	$R_p + j\omega L_p + \dot{Z}_r$ - Impedância refletida em série com a bobina 1

A tabela 9 apresenta como a configuração do receptor afeta a relação entre as correntes da bobina secundária I_s e a corrente de carga I_2 .

Tabela 9 – Relações de corrente no secundário para topologias de compensação no secundário

Configuração do secundário	Corrente de saída
Série	$I_2 = I_s$ - Relação direta entre correntes
Paralelo	$I_2 = I_{C_s} + I_s$ - Divisão de correntes

A tabela 10 apresenta as expressões matemáticas que relacionam a corrente primária I_p com a corrente secundária I_s para cada topologia.

Configuração do secundário	Relação entre I_p e I_s
Série	$\frac{R_s + j\omega L_s + \frac{1}{j\omega C_s} + R_c}{j\omega L_m}$
Paralelo	$\frac{(j\omega C_s R_c + 1)(R_s + j\omega L_s) + R_c}{j\omega L_m \cdot (j\omega R_c C_s + 1)}$

Tabela 10 – Relações entre correntes do primário e secundário para topologias de compensação no secundário

Dessa forma, o dimensionamento adequado de cada topologia requer a seleção precisa das combinações entre os parâmetros apresentados, garantindo que as relações estabelecidas atendam às condições de operação desejadas.

5 Resultados e discussão

A apresentação dos resultados divide-se em partes: na primeira cada topologia é analisada individualmente, exibindo as superfícies de resposta e análises de rendimento; Na segunda é exposto o comportamento da estabilidade frente a variação de frequência, juntamente com a análise por fator de qualidade, afim de avaliar o fenômeno de bifurcação; Na terceira é evidenciado suas respostas a desalinhamentos entre bobinas, caracterizado pela variação de k .

Por fim, todas as simulações foram conduzidas no SIMULINK® em regime permanente com duração de 10 ciclos na frequência de ressonância, utilizando o *solver* ODE23TB e tamanho máximo de passo 1 μs .

5.1 Topologia SS

Analizando a figura 11, observa-se que cada par ordenado de indutâncias L_p (eixo x) e L_s (eixo y) está associado a um valor único de tensão primária V_p (eixo z) necessário para alimentar a carga com 500 W. A figura 11a demonstra que a tensão de entrada varia em uma ampla faixa de valores, de aproximadamente 3 V até 600 V, enquanto a figura 11b apresenta a mesma relação, porém com foco na região de interesse para o projeto.

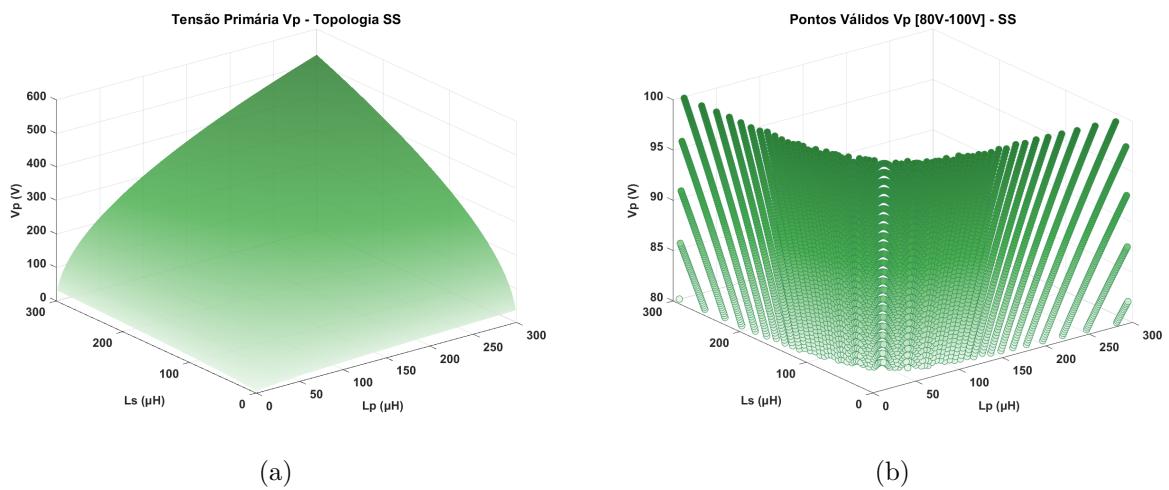


Figura 11 – a) Avaliação de V_p em função de L_p e L_s . b) Limitação dos pontos de projeto para V_p - SS

A figura 12a apresenta a variação do rendimento em função de L_p e L_s . Conforme esperado pela equação (3.15), o rendimento é fortemente influenciado por R_s , que possui ligação direta com L_s , uma vez que R_c é considerado um parâmetro invariável nesse projeto. Observa-se que o rendimento é maximizado para valores menores de L_s , mantendo-se acima de 98% na região compreendida entre $L_s = 10\mu\text{H}$ a $40\mu\text{H}$

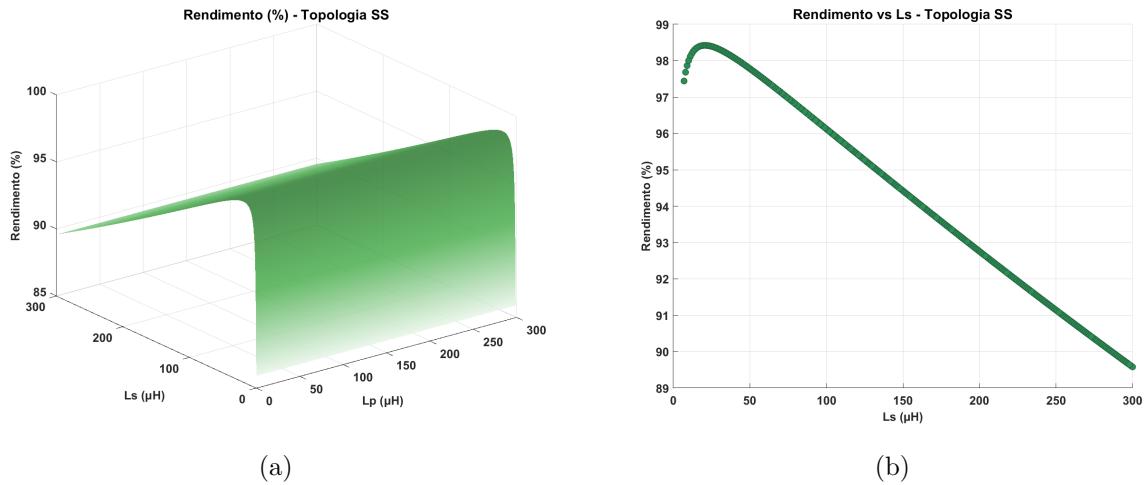


Figura 12 – a) Avaliação de η em função de L_p e L_s . b) Avaliação de η em função de L_s - SS

5.1.1 Avaliação da estabilidade

O ponto de máximo rendimento é tido pelo par ordenado [139, 21] μH com um rendimento próximo a 98,5%. Conforme apresentado na Tabela 2, a topologia SS requer que a relação $\left(Q_p > \frac{4Q_s^3}{4Q_s^2 - 1}\right)$ seja satisfeita para oferecer uma operação estável. Essa configuração não obedece esta condição, pois $Q_p = 2,45$ e a segunda parcela corresponde a 2,64, resultando em múltiplos pontos de ressonância.

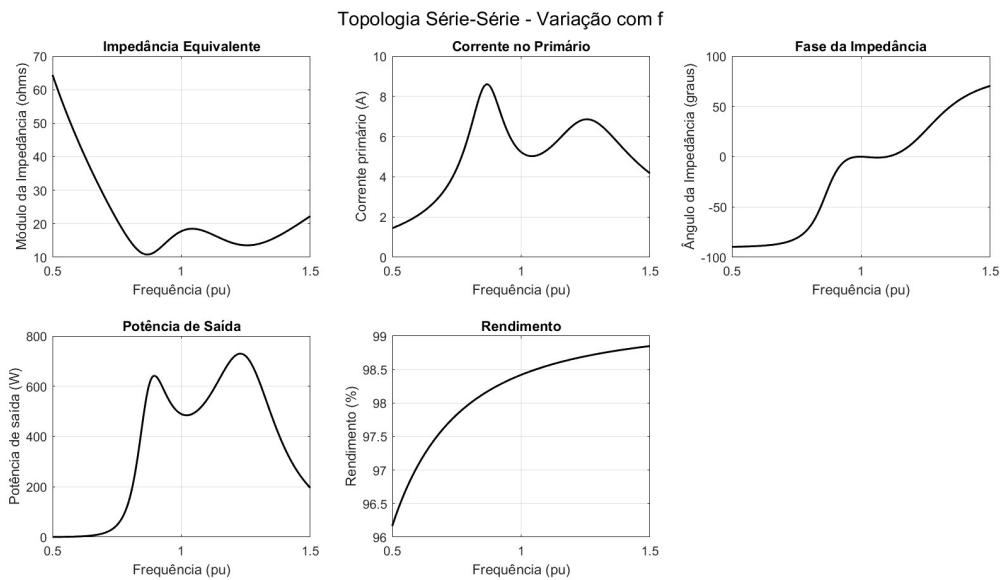


Figura 13 – Desempenho no melhor ponto de rendimento ($L_p = 139 \mu\text{H}$; $L_s = 21 \mu\text{H}$ e $V_p = 93 \text{ V}$) - SS

A figura 13 reforça o comportamento instável nesse ponto de operação com picos de potência de saída alcançando valores maiores que o nominal para 0,85 pu e 1,25 pu.

Como alternativa à configuração instável, selecionou-se o par [200, 11] μH operando com 83 V, pois atende aos critérios de estabilidade, tendo $Q_p = 4,68$ e $Q_s = 1,55$, e ainda possui um ótimo rendimento de 98 %, conforme evidenciado na figura 14.

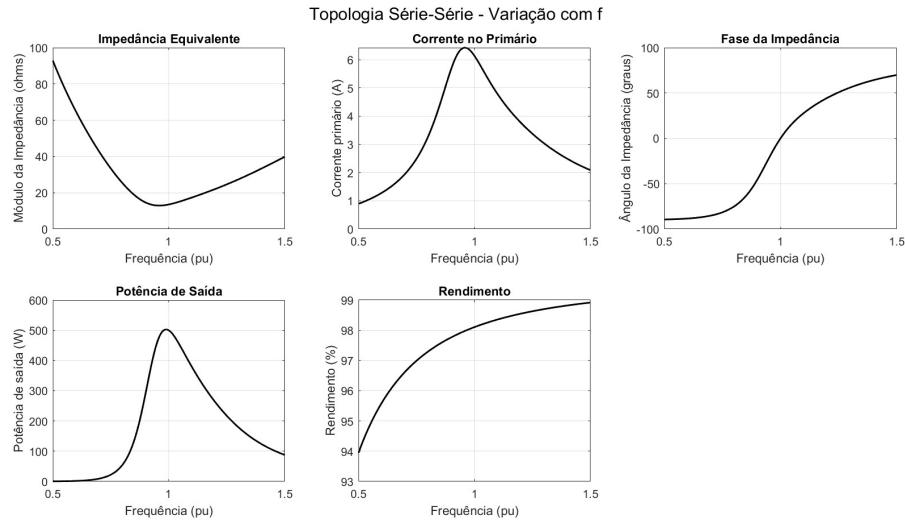


Figura 14 – Desempenho no ponto de operação $L_p = 200 \mu\text{H}$; $L_s = 11\mu\text{H}$ e $V_p = 83 \text{ V}$ - SS

5.1.2 Avaliação de sensibilidade por desacoplamento

Embora o sistema tenha sido projetado para um fator de acoplamento específico de 0,4, é importante avaliar seu comportamento frente a variações desse parâmetro, que podem frequentemente ocorrer devido a desalinhamento ou variação de distância entre as bobinas. A figura 15 apresenta a resposta da planta em função do fator de acoplamento.

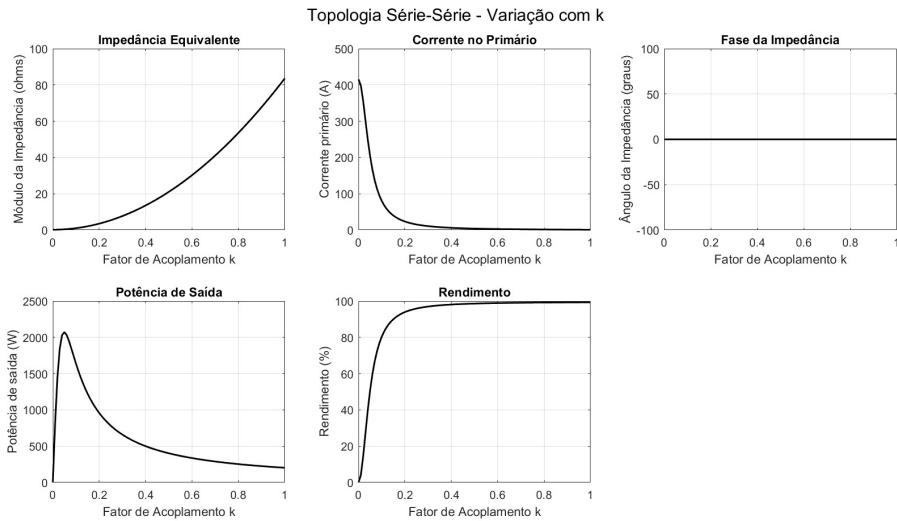


Figura 15 – Sensibilidade por fator de acoplamento $L_p = 200 \mu\text{H}$; $L_s = 11\mu\text{H}$ e $V_p = 83 \text{ V}$ - SS

É observado que a topologia SS tem um comportamento agressivo com a redução de k . A impedância equivalente decresce significativamente, elevando os esforços de corrente primária e ampliando a potência transferida em quatro vezes a operação nominal. Situações como essa merecem maior atenção em seu sistema de controle projetado para que não haja acidentes ou perca total de componentes em momentos de desacoplamentos.

Observa-se ainda que o rendimento decresce acentuadamente para $k < 0,2$, enquanto para valores superiores ao projetado não há evolução significativa, aproximando-se de 100 % quando $k = 1$. A topologia mantém a ressonância nessas condições devido ao dimensionamento independente dos compensadores em relação a L_m , comprovado pelo gráfico "Fase da impedância" na figura 15.

5.1.3 Simulação

Com os indutores escolhidos é totalmente possível determinar os compensadores:

$$C_s \approx 920\text{nF} \quad (5.1)$$

$$C_p \approx 50\text{nF} \quad (5.2)$$

O sistema completo foi implementado no SIMULINK® conforme ilustrado na figura 16.

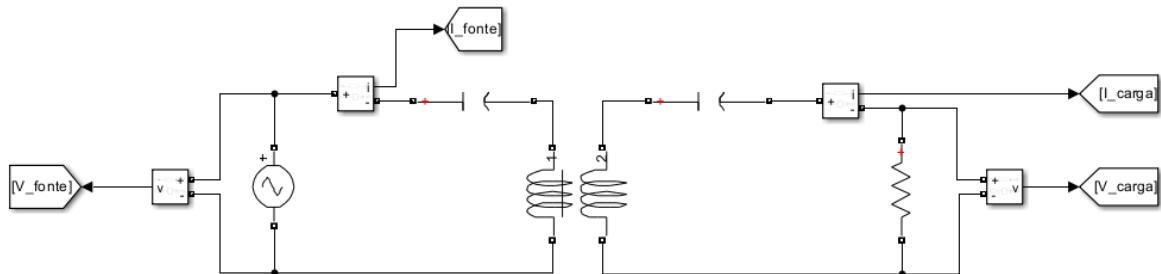


Figura 16 – Topologia SS implementada no SIMULINK®

A figura 17a apresenta os resultados da topologia SS, que operou com 6.11 A e 83 V no primário e 13.86 A e 35.93 V no secundário. A potência de entrada foi de 507.8 W, enquanto a de saída atingiu 498 W, resultando em um rendimento de 98.08 %. As perdas totais foram de aproximadamente 9.58 W, concentradas principalmente no circuito primário, conforme ilustrado pela figura 17b.

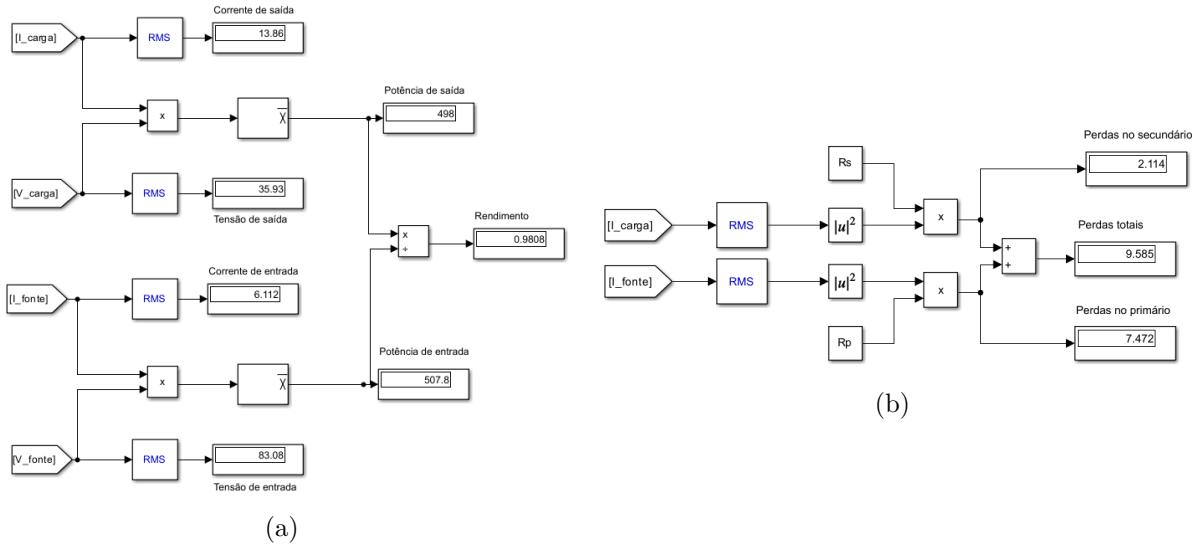


Figura 17 – Esquemático de medições e resultados obtidos no SIMULINK®- SS

A figura 18a evidencia a operação com baixos valores de potência reativa, praticamente nulos, resultando em fator de potência unitário tanto no transmissor quanto no receptor, consequência da operação ressonante. Enquanto que a figura 18b apenas apresenta os dados de entrada do bloco *scope* que origina a 19.

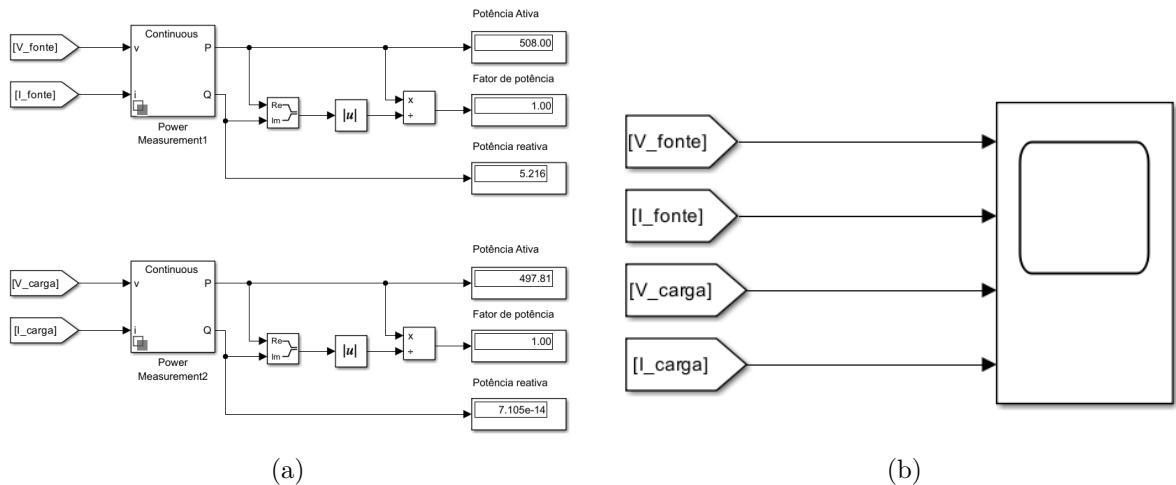


Figura 18 – Esquemático de medições e resultados obtidos no SIMULINK®- SS

A figura 19 apresenta as formas de onda de tensão e corrente nos lados primário e secundário do sistema. Nota-se que as tensões de entrada e saída estão em fase com suas respectivas correntes, confirmando a operação em ressonância. A defasagem observada entre primário e secundário é inerente ao acoplamento indutivo (ZHANG; PANG, 2023).

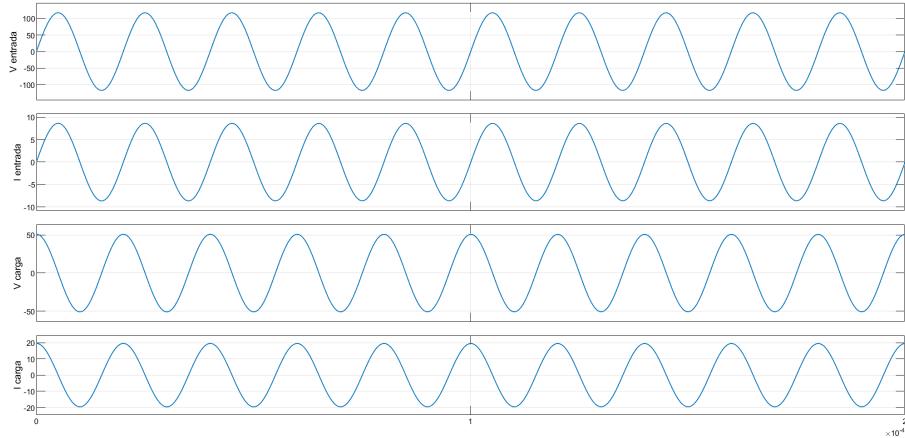
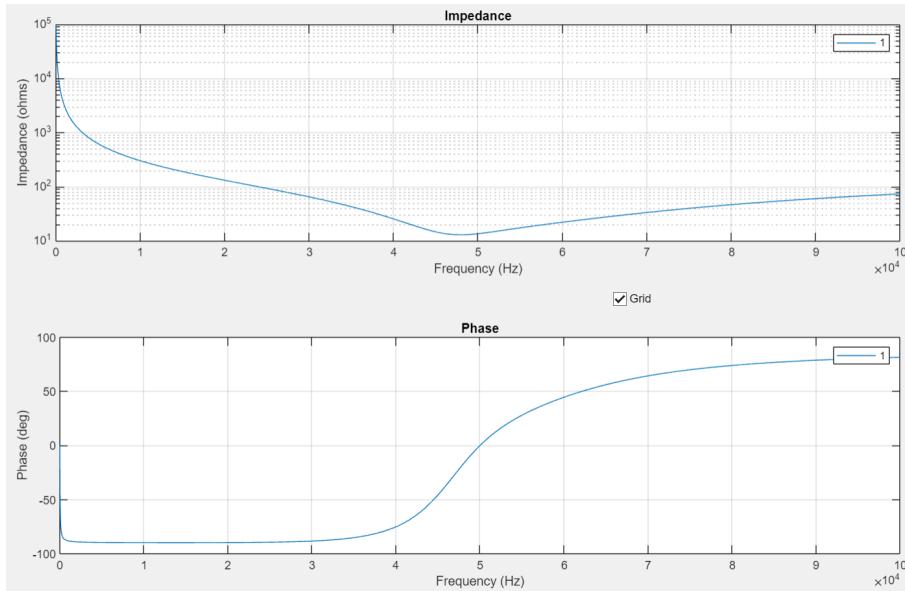


Figura 19 – Formas de onda de tensões e correntes - SS

Como validação final da estabilidade frente a variações de frequência, empregou-se a função *Impedance Calculator* do SIMULINK® para caracterização experimental computacional. Os resultados obtidos, ilustrados na figura 20, corroboraram com as análises teóricas, mostrando operação segura com apenas um ponto de ressonância e impedância mínima neste mesmo ponto.

Figura 20 – Validação da estabilidade pela função *impedance calculator* - SS

5.2 Topologia SP

A figura 21 apresenta a mesma metodologia de análise utilizada para a topologia SS. A figura 21a ilustra a relação entre as indutâncias L_p , L_s e a tensão primária V_p necessária para alimentar a carga especificada com 500 W, enquanto a figura 21b destaca a região que atende aos critérios de projeto já estabelecidos. Nesta topologia, a tensão primária varia de 2 V a 250 V.

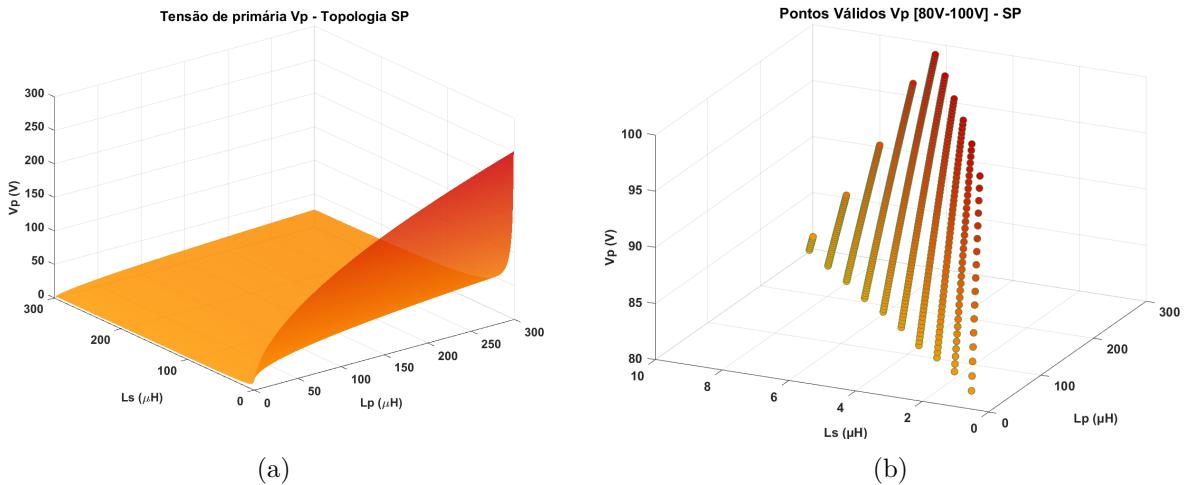


Figura 21 – a) Avaliação de V_p em função de L_p e L_s . b) Limitação dos pontos de projeto para V_p - SP

Nota-se pela figura 21b que essa topologia apresentou poucos pontos possíveis de operação, com L_s limitado até 10μ H. Para tensões de entrada menores, a topologia SP tende a oferecer uma maior diversidade de soluções, resultando em um conjunto mais amplo de valores admissíveis de L_s .

A figura 22a) mostra o rendimento obtido para todas as combinações de indutâncias analisadas no intervalo $[L_p, L_s] = [1-300]\mu$ H, enquanto a figura 22b) destaca a influência de L_s considerando apenas os pontos de projeto. Os resultados indicam um rendimento mínimo de 97% e máximo de 98.3%, valores limitados pela pequena quantidade de combinações que satisfazem os requisitos de projeto.

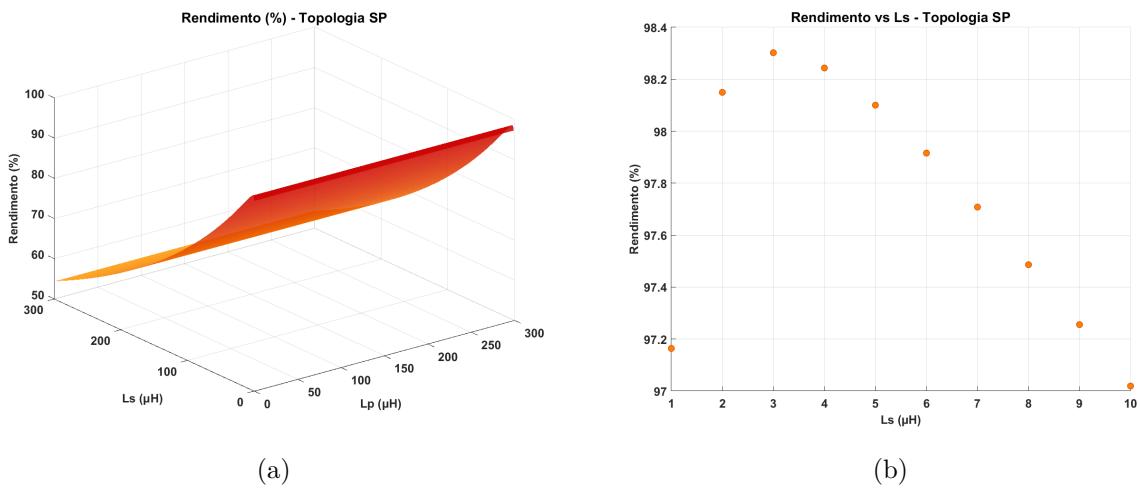


Figura 22 – a) Avaliação de η em função de L_p e L_s . b) Avaliação de η em função de L_s - SP

5.2.1 Avaliação da estabilidade

Para operação segura e livre de bifurcação escolha-se o par ordenado $[210,7]\mu$ H, pois atendem a relação imposta na tabel 2, e ainda opera tensão primária $V_p = 80.42$ V.

Neste ponto, evidenciado na figura 23, observa-se apenas uma raiz na fase da impedância, módulo mínimo no mesmo ponto e rendimento de aproximadamente 97.7 %.

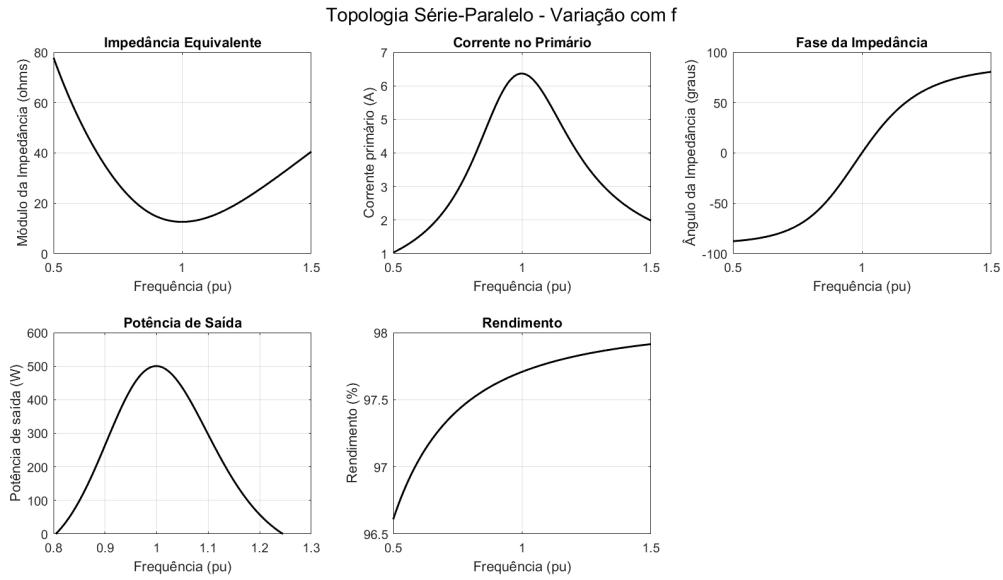


Figura 23 – Desempenho no ponto de operação ($L_p = 210 \mu\text{H}$; $L_s = 7 \mu\text{H}$ e $V_p = 80.42 \text{ V}$) - SP

5.2.2 Avaliação de sensibilidade por desacoplamento

A figura 24 revela o desempenho da planta em função do fator de acoplamento. Essa montagem não apresentou grande risco, uma vez que a transferência de potência aumentou em apenas 6% para k levemente menor ($k = 0,35$) que o projetado. Contudo, a corrente primária elevou-se um pouco resultando em um máximo de praticamente 10 A, logo, esse deve ser um ponto de atenção para garantir desacoplamentos seguros.

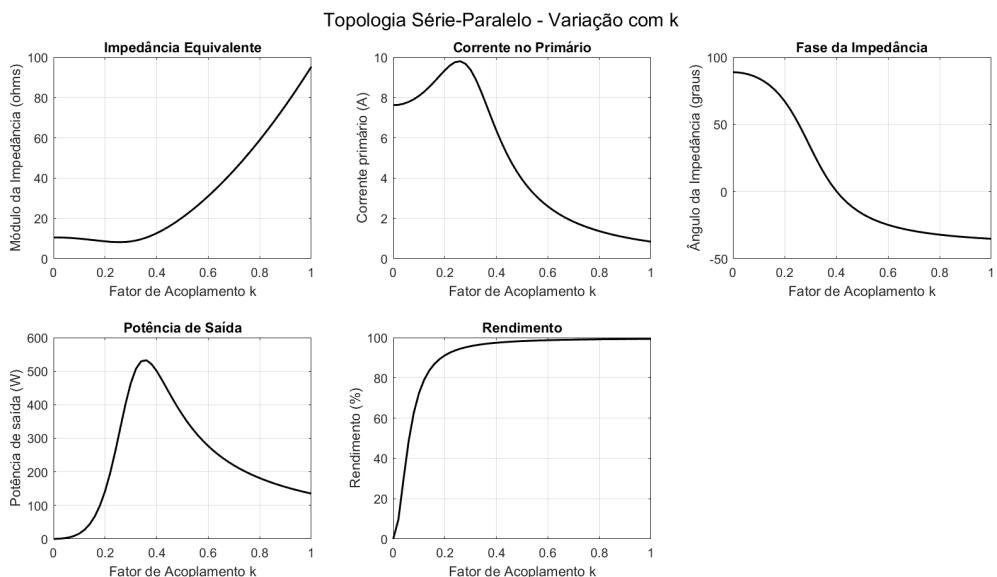


Figura 24 – Sensibilidade por fator de acoplamento- SP

Diferentemente da SS, observa-se que a SP vai apresentar ângulos de fase da impedância com a alteração do acoplamento, possuindo característica indutiva para variações inferiores e característica capacitativa para variações superiores. Esse caso é inerente ao dimensionamento do compensador primário que depende de k .

O rendimento apresentou comportamento já esperado, próximo de 100% para k maiores e chegando a 0% para k menores, implicando em totalmente acoplado e sem acoplamento, respectivamente.

5.2.3 Simulação

Com os indutores escolhidos é totalmente possível determinar os compensadores:

$$C_s \approx 1.450\text{nF} \quad (5.3)$$

$$C_p \approx 57\text{nF} \quad (5.4)$$

Para validações dos resultados o sistema foi implementado no SIMULINK®, conforme figura 25.

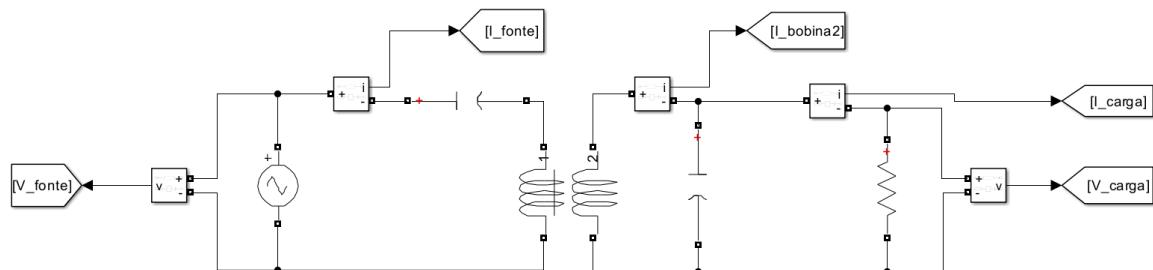


Figura 25 – Topologia SP implementada no SIMULINK®

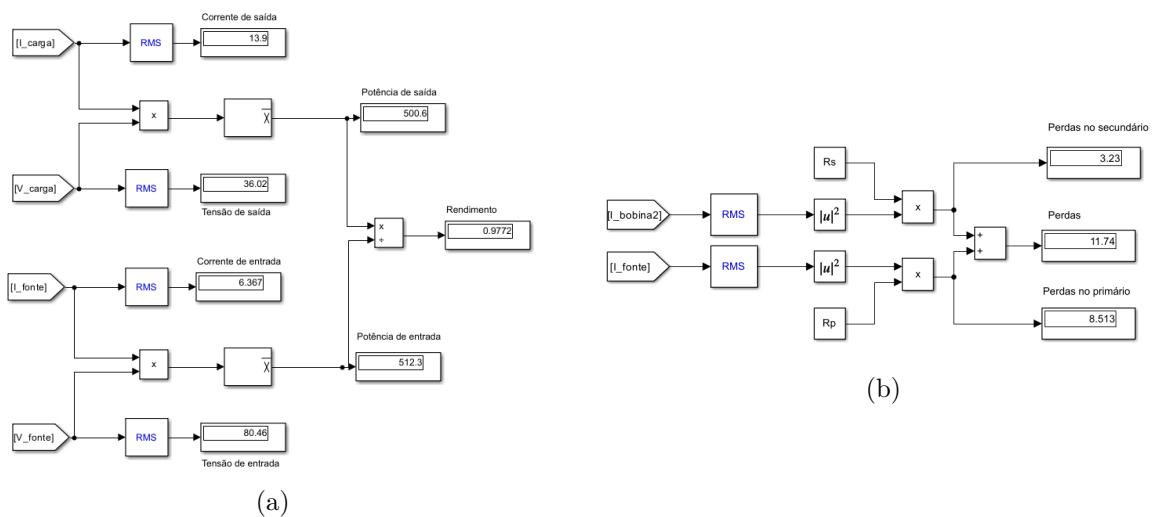


Figura 26 – Esquemático de medições e resultados obtidos no SIMULINK®- SP

A figura 26a apresenta os resultados da topologia SP, que operou com 6.36 A e 80.46 V no primário e 14 A e 36 V no secundário. A potência de entrada foi de 512.3 W, enquanto a de saída atingiu 500.6 W, resultando em um rendimento de 97.72 %. As perdas totais foram de aproximadamente 11.74 W, concentradas principalmente no circuito primário, conforme ilustrado pela figura 26b.

A figura 27a evidencia a operação com fator de potência unitário tanto no transmissor quanto no receptor, consequência da operação ressonante. Enquanto que a figura 27b apenas relata a configuração de entrada do bloco *scope* que origina a 28.

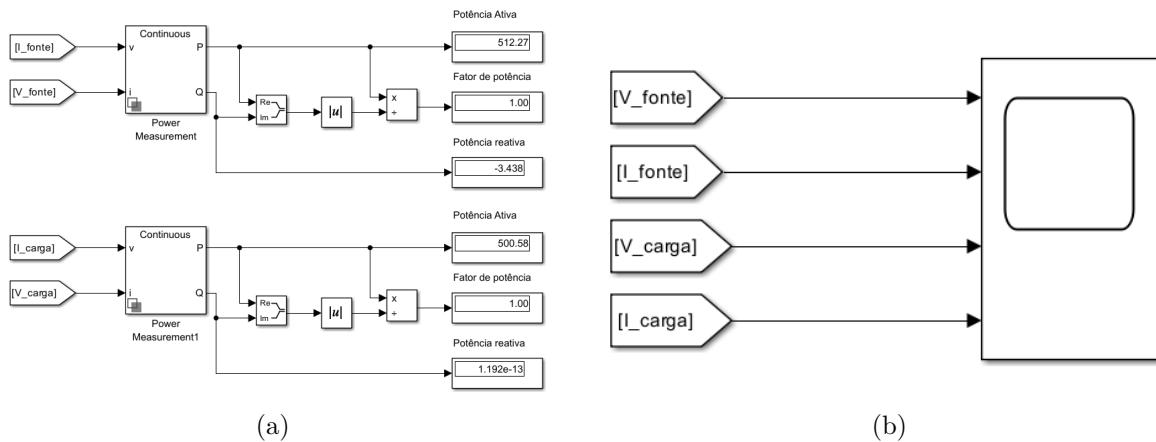


Figura 27 – Esquemático de medições e resultados obtidos no SIMULINK®- SP

A figura 28 apresenta as formas de onda de tensão e corrente nos lados primário e secundário do sistema. Nota-se que, diferentemente da topologia SS, onde se observa uma pequena defasagem entre primário e secundário, a topologia SP apresenta tensões e correntes praticamente em fase. Esta diferença está relacionada à estrutura assimétrica da montagem.

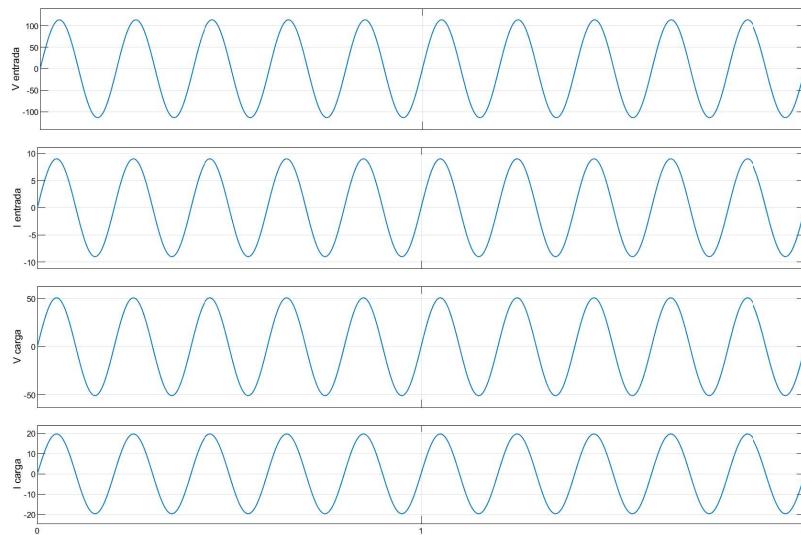


Figura 28 – Formas de onda de tensões e correntes - SP

Como forma de validação final da estabilidade frente a variações de frequência, utilizou-se a função *Impedance Calculator* do SIMULINK® para a caracterização computacional da impedância equivalente. Os resultados obtidos, apresentados na figura 29, confirmam as análises teóricas, evidenciando uma operação estável com um único ponto de ressonância, no qual ocorre o mínimo valor de impedância.

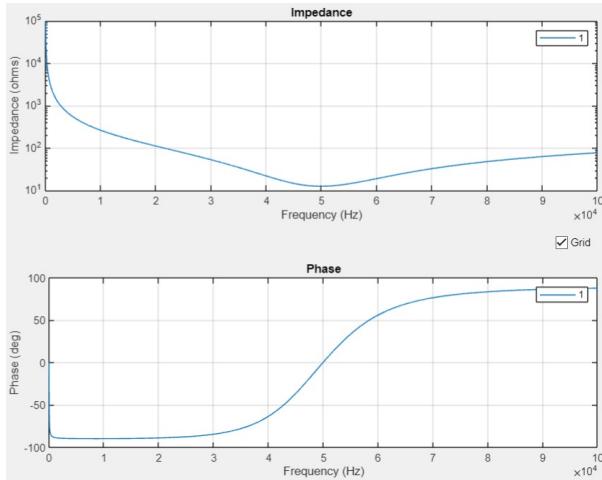


Figura 29 – Validação da estabilidade pela função *impedance calculator* - SP

5.3 Topologia PS

A figura 30a ilustra a relação entre as indutâncias L_p , L_s e a tensão primária V_p necessária para alimentar a carga especificada com 500 W, enquanto a figura 30b destaca a região que atende aos critérios de projeto já estabelecidos. Nesta topologia, a tensão primária varia de 11 V a 1500 V.

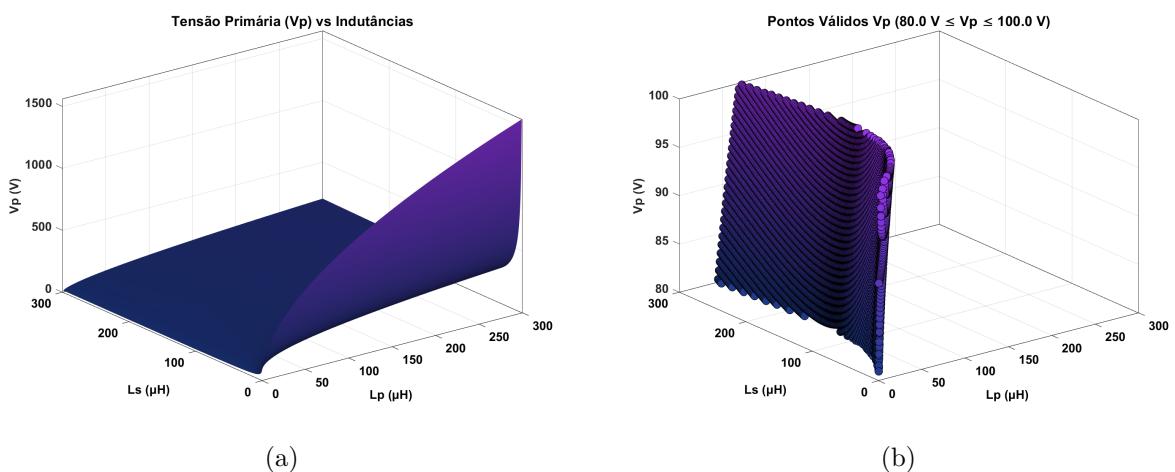


Figura 30 – a) Avaliação de V_p em função de L_p e L_s . b) Limitação dos pontos de projeto para V_p - PS

A figura 22a apresenta a variação do rendimento em função de L_p e L_s . Conforme esperado pela equação (3.57), o rendimento é fortemente influenciado por R_s , que possui ligação direta com L_s , uma vez que R_c é considerado um parâmetro invariável nesse

projeto. Observa-se que o rendimento é maximizado para valores menores de L_s , porém tem saturação para valores menor que 21 μH . A figura 31b indica rendimento acima de 98% na região compreendida entre $L_s = 11\mu\text{H}$ a $42\mu\text{H}$

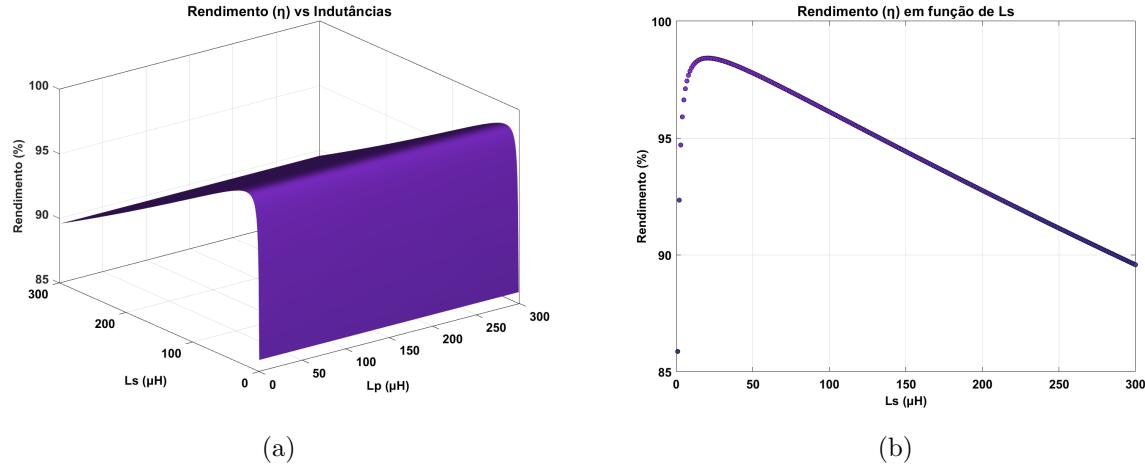


Figura 31 – a) Avaliação de η em função de L_p e L_s . b) Avaliação de η em função de L_s - PS

Para topologias com a configuração primária em paralelo é útil apresentar a relação entre I_1 e as indutâncias da planta. Essa relação é mostrada na figura 32 onde cada ponto de I_1 é relacionado com pares ordenados das indutâncias a fim de satisfazer a carga selecionada. Observa-se que a corrente de entrada variou de 1 A a 33 A.

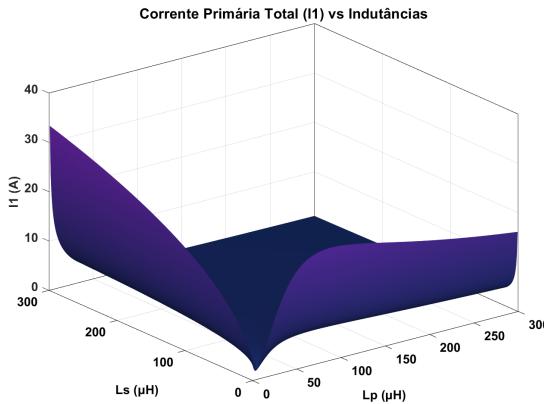


Figura 32 – Avaliação de I_1 em função de L_p e L_s - PS

5.3.1 Avaliação da estabilidade

Para operação segura e livre de bifurcação escolha-se o par ordenado [13,13] μH , pois atendem a relação imposta na tabela 2, e ainda opera com tensão primária $V_p = 90.89$ V. Neste ponto, evidenciado na figura 33, observa-se apenas uma raiz na fase da impedância, módulo máximo próximo do ponto e rendimento de aproximadamente 98.2 %, com a transferência de potência ocorrendo no ponto de ressonância e uma corrente no primário de aproximadamente 5.3 A.

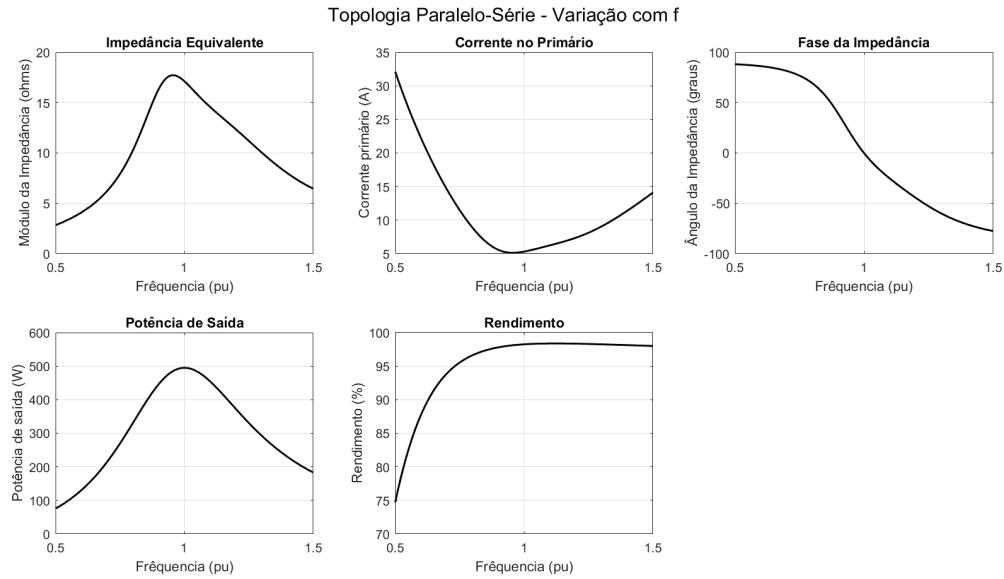


Figura 33 – Desempenho no ponto de operação ($L_p = 13 \mu\text{H}$; $L_s = 13 \mu\text{H}$ e $V_p = 90.89 \text{ V}$) - PS

Mesmo sem a bifurcação a corrente de entrada apresenta valores altos para pontos muito inferiores a ressonância.

5.3.2 Avaliação de sensibilidade por desacoplamento

A figura 34 revela o desempenho da planta em função do fator de acoplamento. Essa montagem apresentou um grande risco para altos acoplamentos, com a transferência aumentando significativamente. Fenômeno mais agravante ainda com o aumento de rendimento juntamente com a elevação de potências de saída.

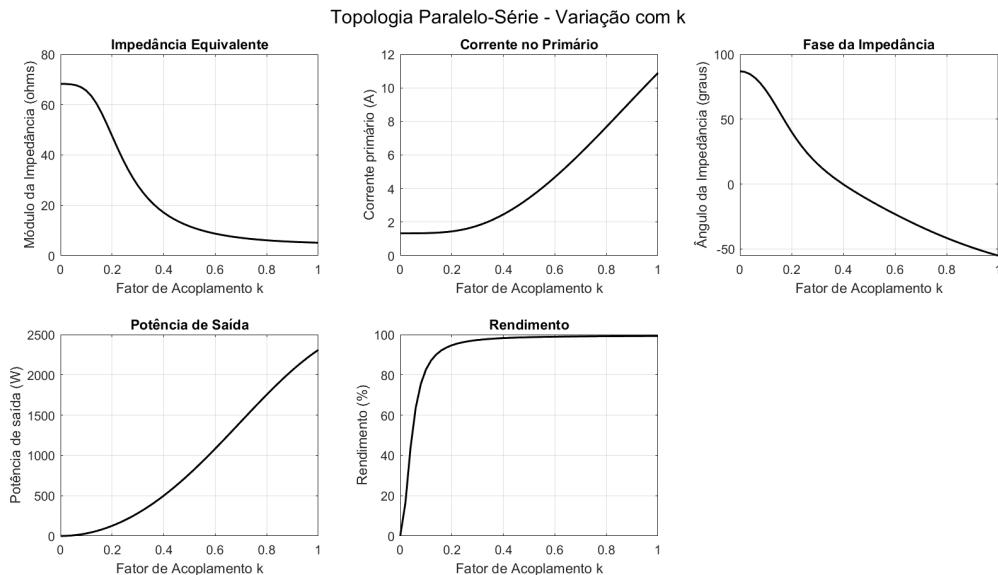


Figura 34 – Sensibilidade por fator de acoplamento- PS

Adicionalmente, a corrente primária também elevou-se, para k maiores que o no-

minal, resultando em um máximo de praticamente 11 A, logo, esse deve ser um ponto de atenção para estimativa segura de fatores de acoplamento.

Diferentemente da configuração SS, observa-se que a topologia PS, assim como a SP, apresenta uma variação no ângulo de fase da impedância de entrada em função do acoplamento magnético. O circuito exibe característica indutiva para acoplamentos inferiores ao ponto de ressonância e característica capacitiva para acoplamentos superiores. Esse comportamento é inerente ao dimensionamento do compensador primário, que é função do parâmetro k .

O rendimento apresentou o comportamento esperado, permanecendo próximo de 100% para valores elevados de k , condição de totalmente acoplado, e decaindo para aproximadamente 0% para valores reduzidos de k , correspondentes às situações de acoplamento nulo.

5.3.3 Simulação

Com os indutores escolhidos é totalmente possível determinar os compensadores:

$$C_s \approx 730\text{nF} \quad (5.5)$$

$$C_p \approx 780\text{nF} \quad (5.6)$$

O sistema foi implementado no SIMULINK® conforme ilustrado na figura 35. Nota-se que nas simulações a fonte de corrente ideal foi substituída por uma fonte de tensão em série com uma resistência pequena ($\approx 1m\Omega$). Essa abordagem é funcionalmente equivalente, pois a resistência série atua limitando a corrente e evita que a fonte ideal tente impor uma tensão excessivamente elevada na condição de ressonância paralela.

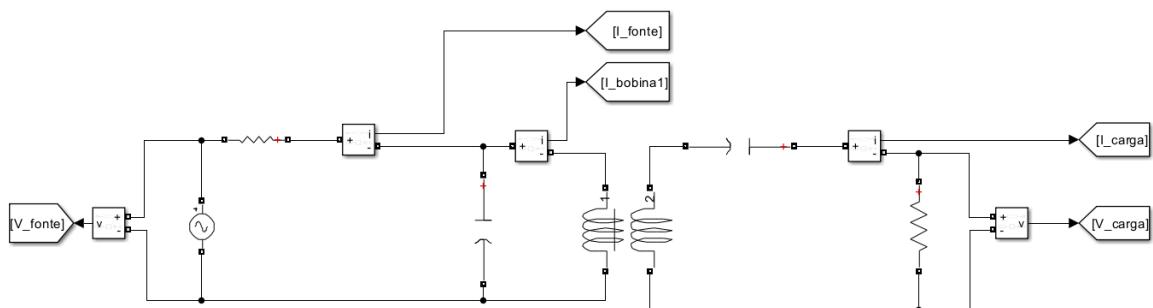


Figura 35 – Topologia PS implementada no SIMULINK®

A figura 36a apresenta os resultados da topologia PS, que operou com 5.3 A e 90.1 V no primário e 13.5 A e 35.6 V no secundário. A potência de entrada foi de 482.7 W, enquanto a de saída atingiu 474.2 W, resultando em um rendimento de 98.25 %. As perdas totais foram de aproximadamente 8.42 W, concentradas principalmente no circuito primário, conforme ilustrado pela figura 26b.

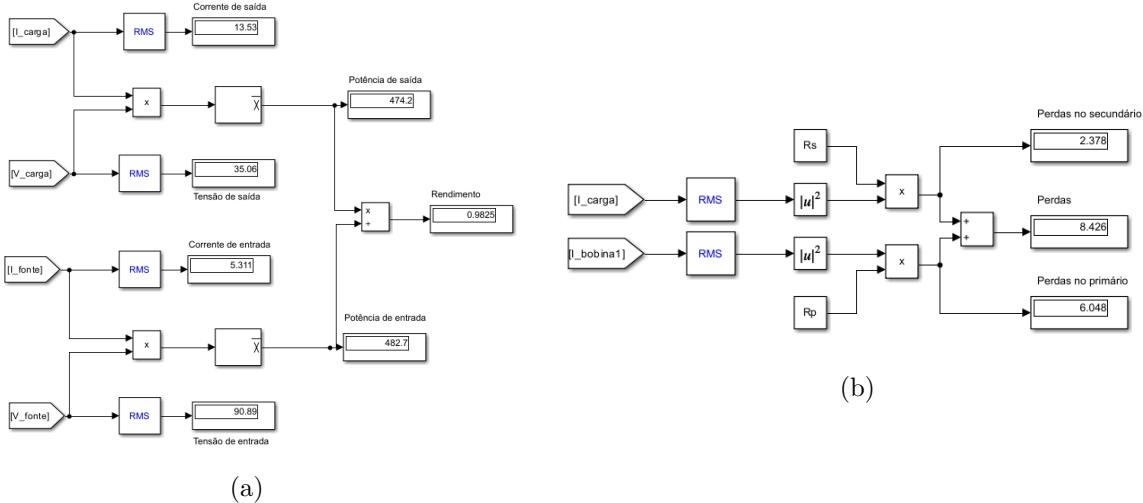


Figura 36 – Esquemático de medições e resultados obtidos no SIMULINK®- PS

A figura 37a evidencia a operação com fator de potência unitário tanto no transmissor quanto no receptor, consequência da operação ressonante. Enquanto que a figura 37b apenas relata a configuração de entrada do bloco *scope* que origina a 38.

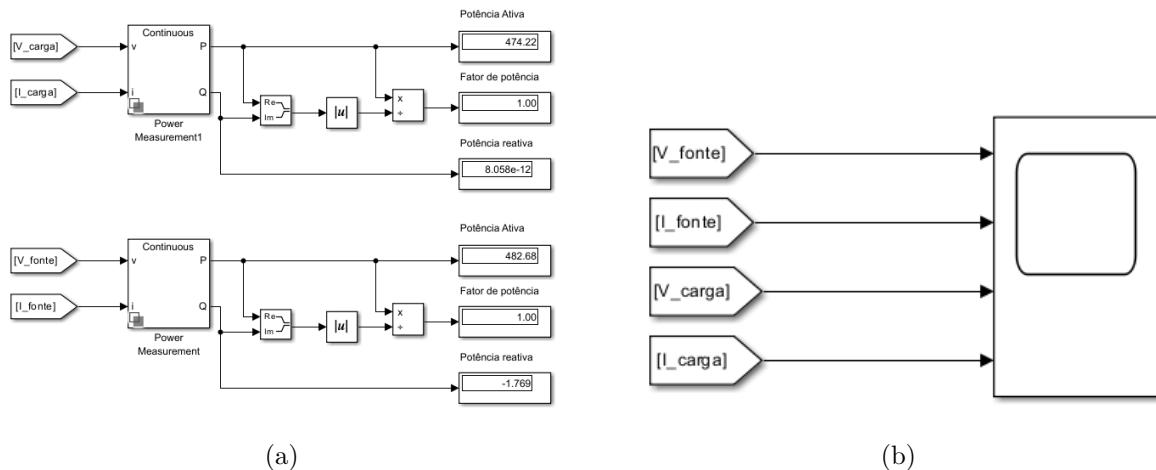


Figura 37 – Esquemático de medições e resultados obtidos no SIMULINK®- PS

A figura 38 apresenta as formas de onda de tensão e corrente nos lados primário e secundário do sistema. Nota-se que a topologia PS apresenta primário e secundário praticamente em fase.

Como forma de validação final da estabilidade frente a variações de frequência, utilizou-se a função *Impedance Calculator* do SIMULINK® para a caracterização computacional da impedância equivalente. Os resultados obtidos, apresentados na figura 39, confirmam as análises teóricas, evidenciando uma operação estável com um único ponto de ressonância, no qual ocorre o máximo de impedância.

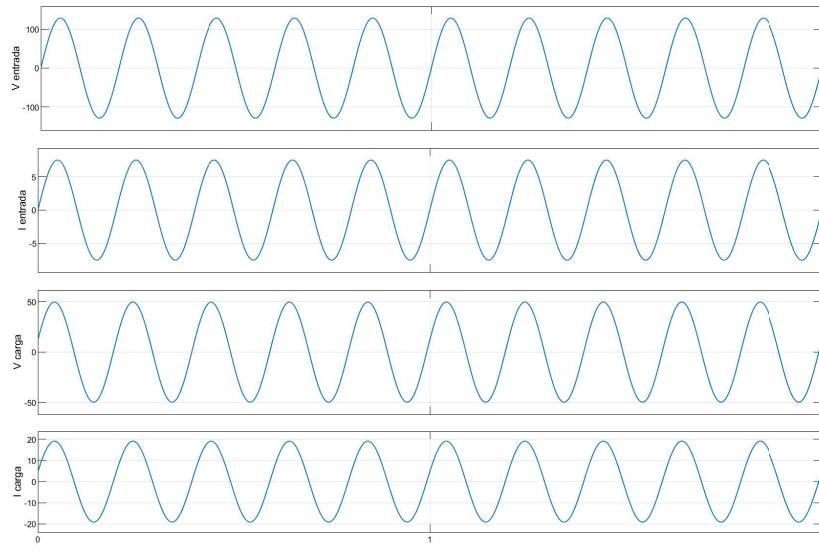
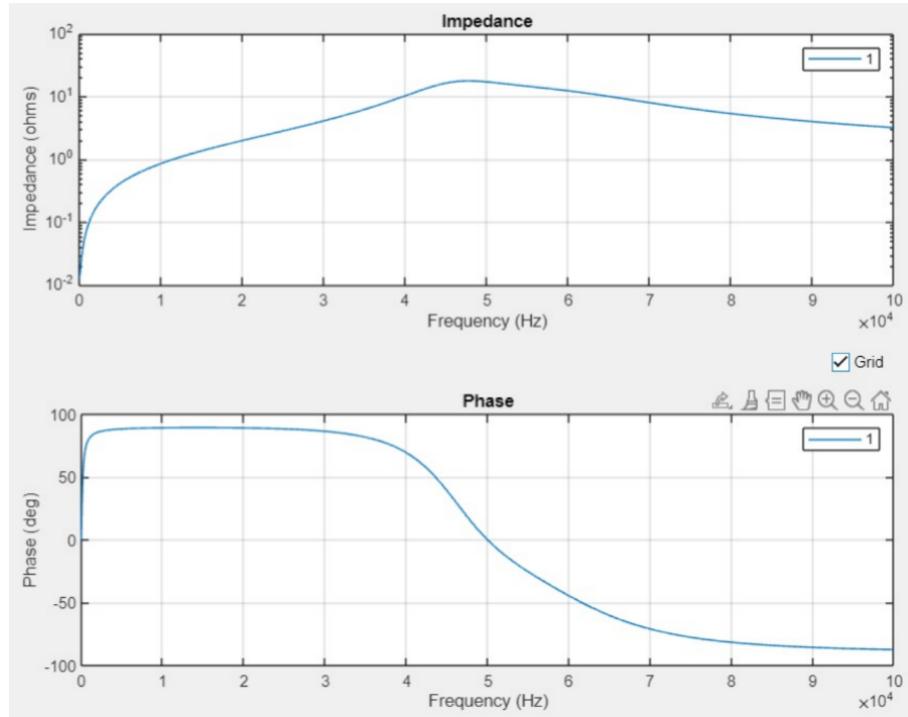


Figura 38 – Formas de onda de tensões e correntes - PS

Figura 39 – Validação da estabilidade pela função *impedance calculator* - PS

5.4 Topologia PP

Para a última topologia analisada a figura 30a mostra a relação entre as indutâncias L_p , L_s e a tensão primária V_p necessária para alimentar a carga em 500 W, enquanto a figura 30b destaca a região que atende aos critérios de projeto já estabelecidos. Nesta topologia, a tensão primária varia de 17 V a 2700 V.

Observa-se pela figura 40b que essa topologia não apresentou tantos pontos possíveis de operação, com L_s limitado até 120 μH . Para tensões de entrada maiores, a topologia

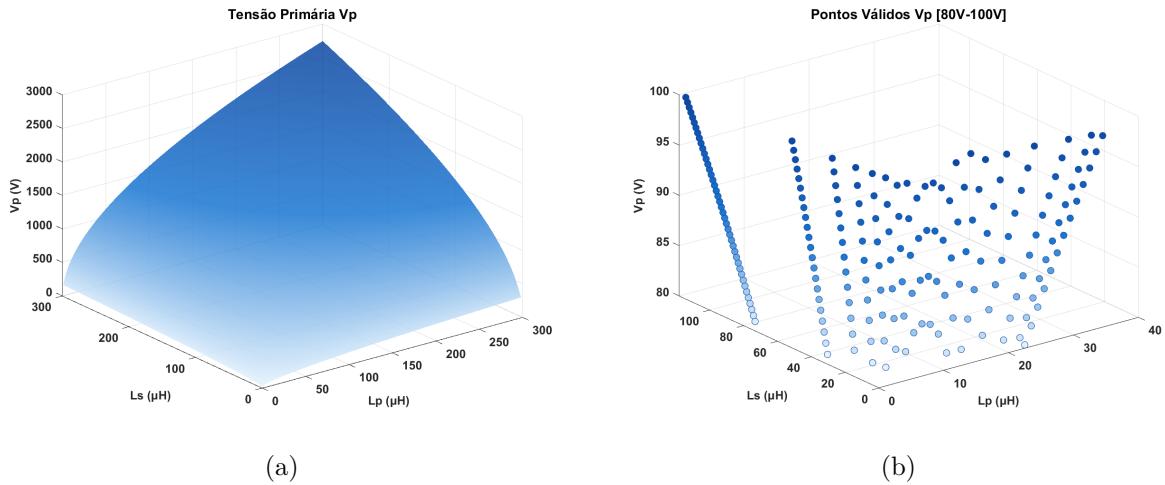


Figura 40 – a) Avaliação de V_p em função de L_p e L_s . b) Limitação dos pontos de projeto para V_p - PP

PP tende a oferecer uma maior diversidade de soluções.

A figura 41a mostra o rendimento obtido para todas as combinações de indutâncias analisadas no intervalo $[L_p, L_s] = [1-300]\mu\text{H}$, enquanto a figura 22b destaca a influência de L_s considerando apenas os pontos de projeto. Os resultados indicam um rendimento mínimo de 75% e máximo de 98.3%, apesar de ser uma configuração que apresentou menos pontos possíveis de operação, foi a que resultou no menor rendimento entre as 4.

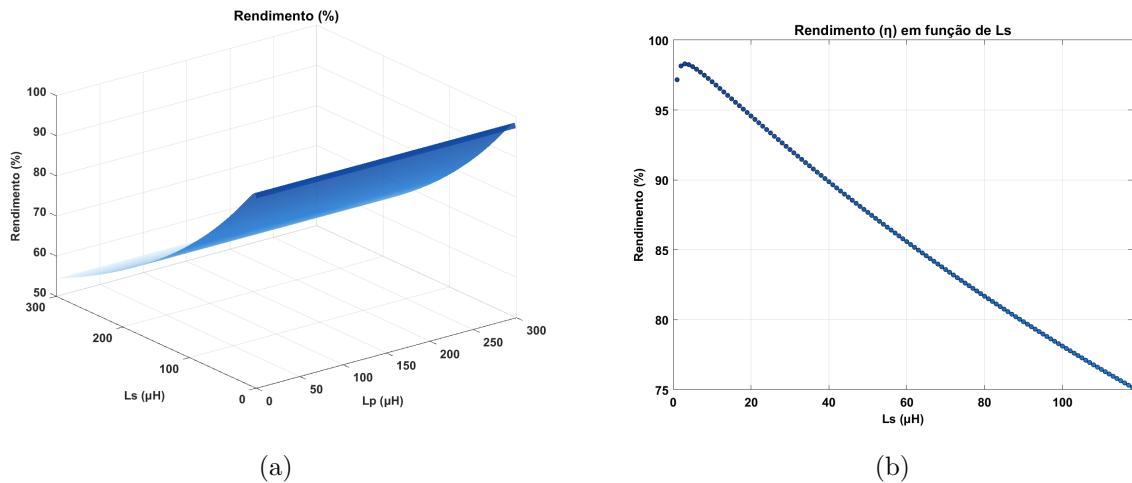
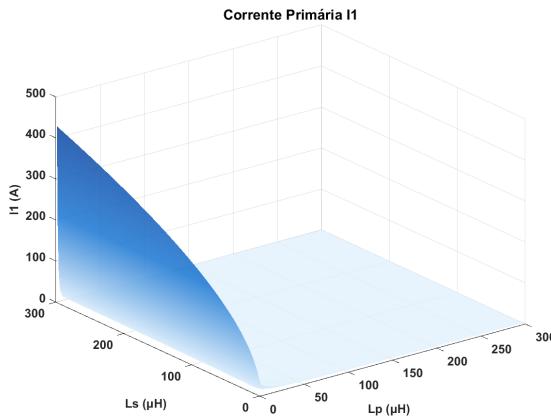


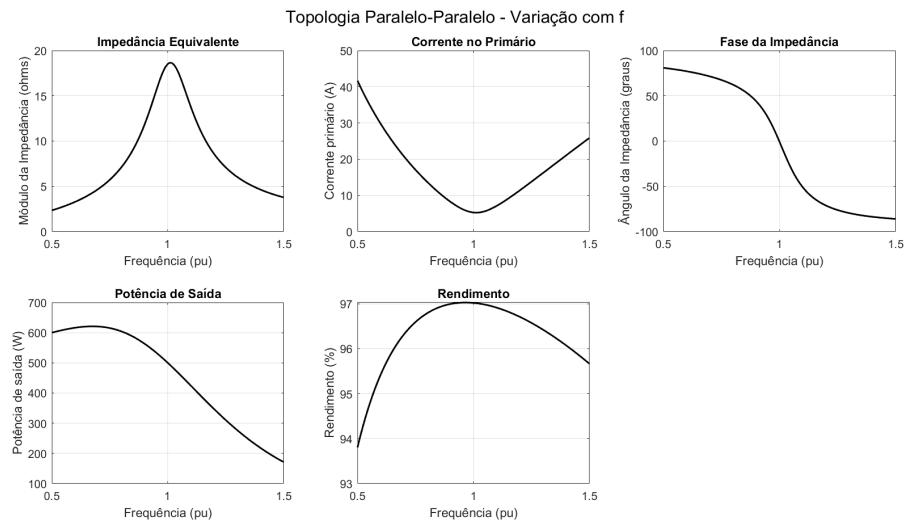
Figura 41 – a) Avaliação de η em função de L_p e L_s . b) Avaliação de η em função de L_s - PP

Para as topologias com configuração primária em paralelo, é relevante caracterizar a variação da corrente de entrada I_1 em função das indutâncias do sistema. A Figura 42 ilustra essa relação, demonstrando que cada valor de I_1 corresponde a um conjunto de pares das indutâncias L_p e L_s que satisfazem a condição de carga especificada. Observa-se que a corrente de entrada variou desde 0.5 A até 430 A.

Figura 42 – Avaliação de I_1 em função de L_p e L_s - PP

5.4.1 Avaliação da estabilidade

O par $[11, 10]\mu\text{H}$ foi selecionado para assegurar operação estável e sem bifurcação, em conformidade com a tabela 2, nesta condição, a tensão primária é de 97.89 V. A análise da figura 43 confirma a estabilidade, mostrando uma única raiz na fase da impedância e módulo máximo nas proximidades. O sistema opera, então, com um rendimento de 97 % no ponto de ressonância, onde a transferência de potência é elevada com frequências inferiores, e com corrente primária de 5.3 A.

Figura 43 – Desempenho no ponto de operação ($L_p = 11 \mu\text{H}$; $L_s = 10 \mu\text{H}$ e $V_p = 97.7 \text{ V}$) - PP

Mesmo sem a bifurcação a corrente de entrada apresenta altos valores para pontos muito inferiores ou superiores da ressonância.

5.4.2 Avaliação de sensibilidade por desacoplamento

A figura 44 ilustra o desempenho do sistema em função do fator de acoplamento. Verifica-se que a configuração analisada apresentou elevado risco para altos valores de

acoplamento, uma vez que a transferência de potência aumenta significativamente. Este fenômeno é ainda mais crítico devido ao concomitante aumento do rendimento e da potência de saída, o que leva a condições operacionais extremas.

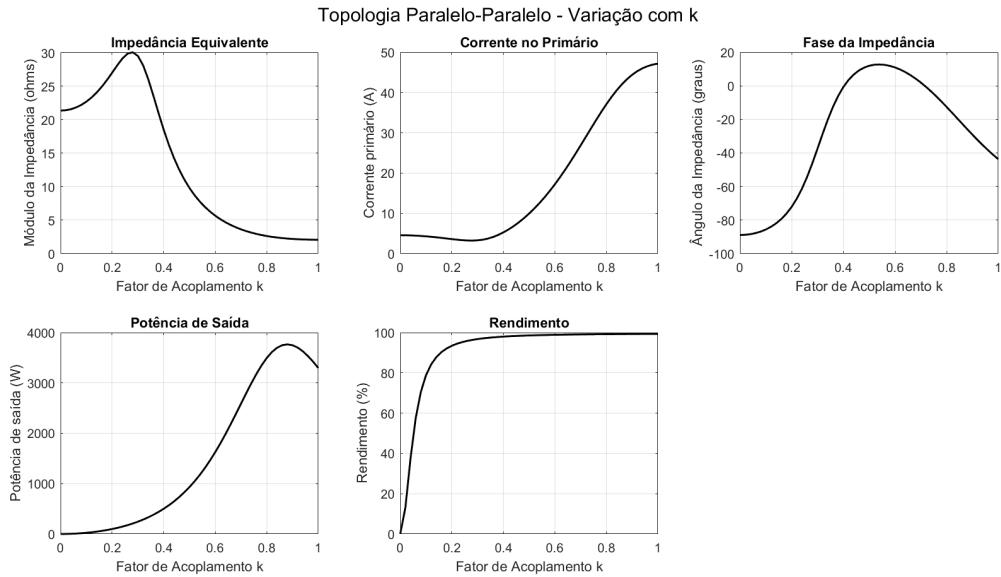


Figura 44 – Sensibilidade por fator de acoplamento - PP

Adicionalmente, a corrente primária também elevou-se, para k maiores que o nominal, resultando em um máximo de praticamente 47 A, logo, esse deve ser um ponto de atenção para dimensionamento seguro de fatores de acoplamento.

Similarmente às topologias SP e PS, a PP também apresenta uma dependência do ângulo de fase da impedância de entrada com o acoplamento magnético. Tal característica é inerente ao projeto do compensador primário, que depende do parâmetro k_x .

O rendimento comportou-se conforme o previsto, permanecendo próximo a 100 % em alto acoplamento e decaindo para 0 % em baixo acoplamento.

5.4.3 Simulação

Com os indutores escolhidos é totalmente possível determinar os compensadores:

$$C_s \approx 1010\text{nF} \quad (5.7)$$

$$C_p \approx 1070\text{nF} \quad (5.8)$$

O sistema foi implementado no ambiente SIMULINK®, conforme ilustrado na figura 45. Nas simulações, a fonte de corrente ideal foi substituída por uma fonte de tensão em série com uma resistência de baixo valor ($\approx 1\text{ m}\Omega$). Essa abordagem mantém a equivalência funcional do modelo, uma vez que a resistência série limita a corrente

circulante e impede que a fonte ideal tente impor tensões excessivamente elevadas durante a condição de ressonância paralela.

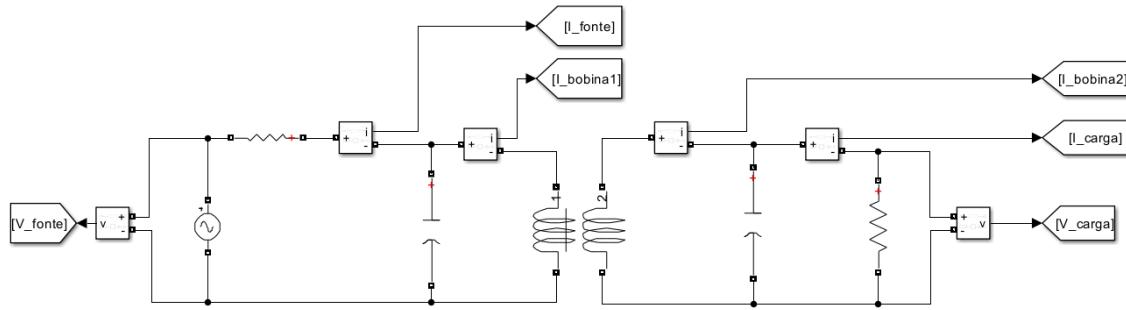


Figura 45 – Topologia PP implementada no SIMULINK®

A figura 46a apresenta os resultados da topologia PP, que operou com 5.3 A e 97.7 V no primário e 13.9 A e 36 V no secundário. A potência de entrada atingiu exatamente 500 W, enquanto a de saída atingiu 515.3 W, resultando em um rendimento de 97 %. As perdas totais foram de aproximadamente 15.3 W, concentradas principalmente no circuito primário, conforme ilustrado pela figura 46b.

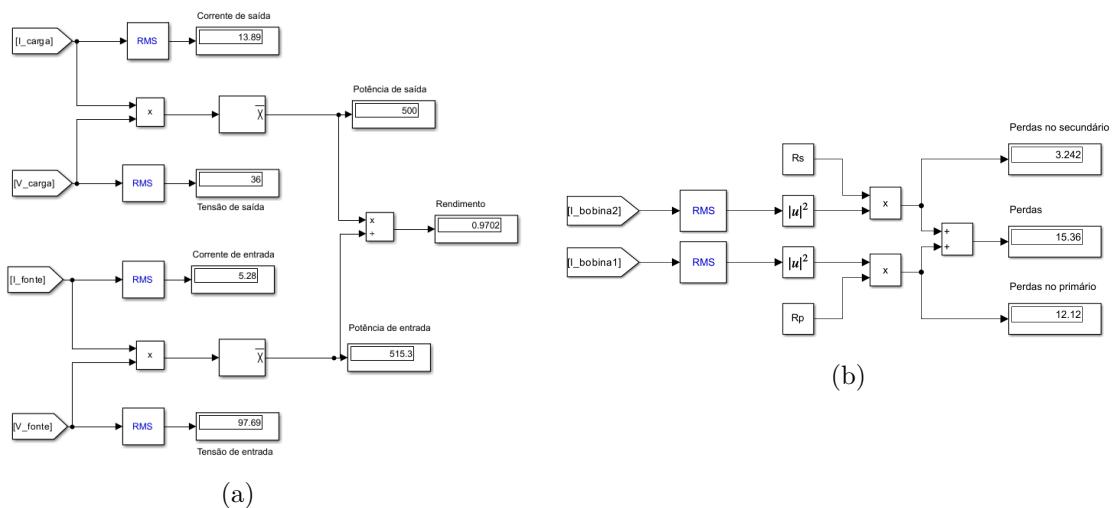


Figura 46 – Esquemático de medições e resultados obtidos no SIMULINK®- PP

A figura 47a demonstra a operação do sistema com fator de potência unitário tanto no transmissor quanto no receptor, resultado direto da condição de ressonância. Por sua vez, a figura 47b exibe a configuração do bloco *scope* no ambiente de simulação, cujos dados foram processados para gerar os Formas de onda de tensões e correntes apresentados na figura 48.

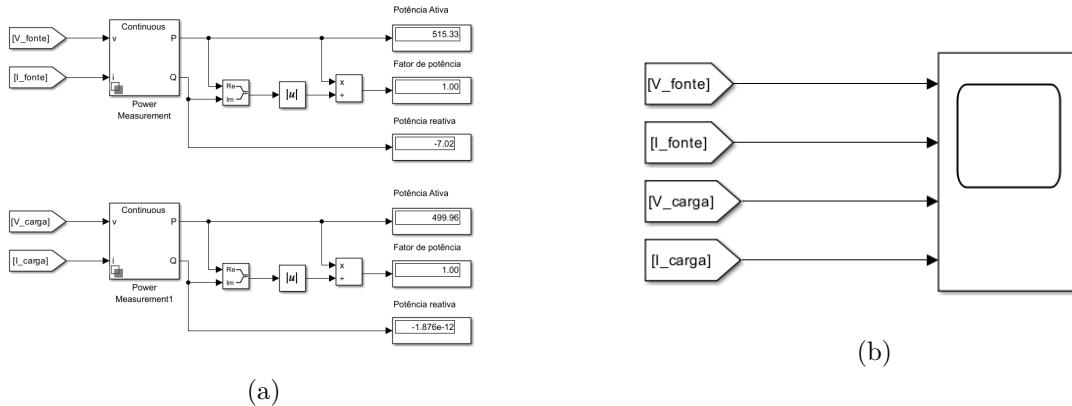


Figura 47 – Esquemático de medições e resultados obtidos no SIMULINK®- PP

A figura 48 apresenta as formas de onda de tensão e corrente nos lados primário e secundário do sistema. Nota-se que, diferentemente das outras topologias, a PP apresenta secundário adiantado em relação ao primário.

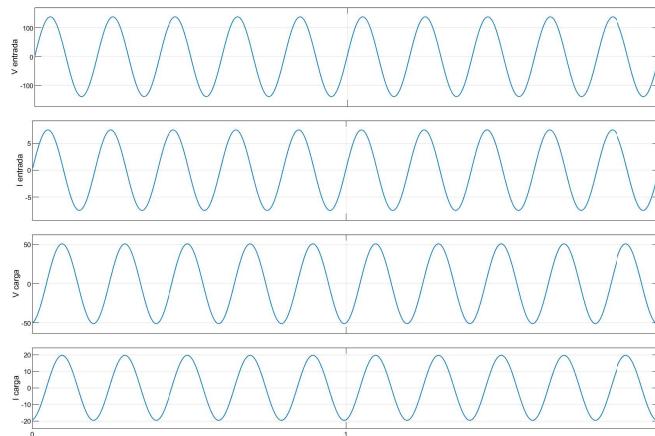
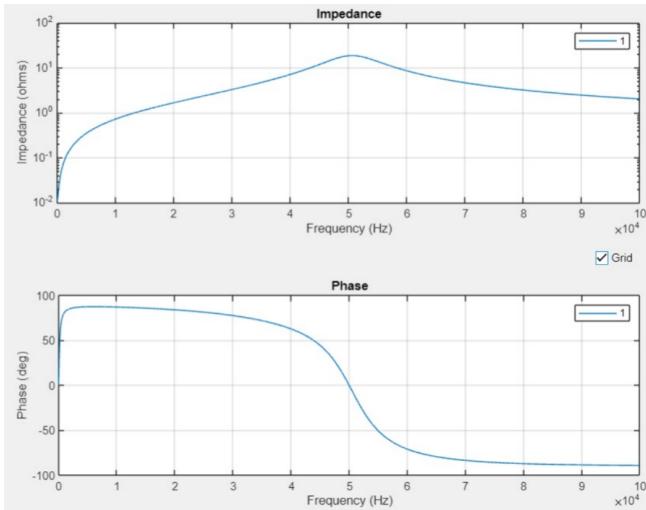


Figura 48 – Formas de onda de tensões e correntes - PP

A estabilidade do sistema frente a variações de frequência foi validada mediante a caracterização da impedância equivalente, obtida com a função *Impedance Calculator* do SIMULINK®. Conforme ilustrado na figura 49, os resultados confirmam as análises teóricas, revelando uma operação estável com um único ponto de ressonância, identificado pelo pico de impedância.

Figura 49 – Validação da estabilidade pela função *impedance calculator* - PP

5.5 Análise Comparativa

Esta seção apresenta uma comparação detalhada entre as topologias já desenvolvidas, considerando os principais parâmetros obtidos a partir das simulações e análises desenvolvidas. São avaliados o desempenho em termos de corrente, potência, rendimento, além da estabilidade e sensibilidade ao fator de acoplamento.

Tabela 11 – Parâmetros selecionados e ponto de operação das topologias

Parâmetro	SS	SP	PS	PP
L_p (μH)	200	210	13	11
L_s (μH)	11	7	13	10
C_p (nF)	50	57	780	1.070
C_s (nF)	920	1.450	730	1.010
V_p (V)	83	80	91	98

Os parâmetros da tabela 11 indicam que as topologias apresentam divergências e similaridades pares, implicando que a semelhança nas configurações primárias possuem um impacto maior, mas não predominante, no dimensionamento desses sistemas.

Menores dimensionamentos favorecem o tamanho da planta, logo é um ponto relevante a ser analisado. Nota-se que as topologias SS e SP operam com L_p elevadas, enquanto as topologias PS e PP utilizam valores bem menores. Contudo, todas as topologias tiveram L_s reduzidos, aproximadamente 10 μH . Observa-se também que a SS apresenta o menor capacitor C_p e a PP o maior. Adicionalmente, a topologia PS retrata o menor capacitor C_s e a SP o maior.

Para a tensão primária V_p as topologias com configuração série no primário relatam, juntamente, as menores dimensões. Em contra partida as montagens em paralelo revelam maiores magnitudes.

A análise da tabela 12 mostra que a topologia PS destaca-se com o maior rendimento (98.25 %) e menores perdas, apesar da potência de entrada ligeiramente inferior, indica uma maior eficiência na utilização desse sistema.

A SS também apresentou elevado rendimento (98.08 %) com perdas moderadas/-baixas, enquanto a SP, embora próxima dos valores anteriores, mostrou perdas relativamente maiores. A PP obteve o menor rendimento entre as quatro analisadas, com as maiores perdas.

Destaca-se a operação com fator unitário para todas as topologias.

Tabela 12 – Correntes e potências medidas nas topologias

Parâmetro	SS	SP	PS	PP
Corrente de entrada I_1 (A)	6,11	6,36	5,3	5,3
Corrente de saída I_2 (A)	13,86	14,0	13,5	13,9
Potência entrada (W)	507,8	512,3	482,7	515,3
Potência saída (W)	498	500,6	474,2	500
Perdas totais (W)	9,58	11,74	8,42	15,3
Rendimento (%)	98,08	97,72	98,25	97,00
FP - primário	1	1	1	1
FP - secundário	1	1	1	1

A análise de sensibilidade por variação do fator de acoplamento k evidencia diferenças estruturais relevantes entre as montagens que impactam diretamente no desempenho e robustez do sistema.

A SS apresenta um comportamento mais agressivo a variações inferiores de k , com redução significativa da impedância equivalente e consequente aumento expressivo da corrente primária. Esse fenômeno provoca picos de potência que podem exceder diversas vezes o valor nominal, tornando necessário um sistema de controle robusto para prevenir danos durante desacoplamentos. O rendimento se manteve praticamente estável até 0,2, mas reduz drasticamente com valores inferiores.

Em contrapartida, a topologia SP demonstra maior estabilidade frente ao desacoplamento, com correntes primárias elevadas somente em menor escala. A variação do ângulo de fase da impedância, caracterizando mudanças entre regimes indutivos e capacitivos, reflete o impacto do dimensionamento do compensador dependente do acoplamento magnético.

As topologias PS e PP exibem características semelhantes em relação à sensibilidade no fator k , com variações pronunciadas na potência transferida conforme o acoplamento se afasta do valor nominal. Notadamente, ambas apresentam aumentos significativos nas correntes primárias para valores elevados de k , o que exige atenção especial ao dimensionamento de componentes para evitar sobrecargas. A resposta ao desacopla-

mento também é marcada por alterações no ângulo de fase da impedância, enfatizando a influência dos compensadores primários projetados conforme a variação do parâmetro k .

A partir das análises de estabilidade conduzidas individualmente para as quatro topologias, é possível rastrear comparativamente os seus comportamentos em relação à ocorrência do fenômeno de bifurcação.

Confirmou-se o comportamento característico da impedância de entrada na ressonância: as topologias SS e SP operam com impedância mínima, enquanto as PS e PP apresentam impedância máxima. Esse perfil reflete-se diretamente na corrente de entrada, que é máxima no ponto de operação para SS e SP, e mínima para PS e PP.

Em suma, todas as topologias apresentaram bifurcação no ponto de rendimento máximo. Porém, como alternativa segura escolheu-se selecionar um ponto com L_s reduzido, ainda com valor de rendimento elevado. As montagens SS, SP e PS apresentaram boas respostas da potência de saída em função da frequência, sendo detectado apenas um ponto máximo, sendo o nominal. Já a topologia PP aumentou sua transferência com a ressonância deslocada para valores inferiores ao nominal.

A escolha da topologia deve, portanto, considerar um equilíbrio entre eficiência, robustez operacional e complexidade de projeto, alinhando-se com os requisitos específicos da aplicação alvo.

Conclusão

Em conclusão, foi apresentada uma abordagem sistemática de modelagem e metodologia de projeto das topologias clássicas SS, SP, PS e PP para transferência de energia sem fio indutiva, sob a premissa de operação em condições iguais de carga. As metodologias de projeto propostas, implementadas em ambiente MATLAB®e comprovadas no ambiente SIMULINK®, permitiram determinar de forma estruturada os parâmetros dos elementos reativos da planta, bem como avaliar fenômenos como bifurcação, respostas na variação no coeficiente de acoplamento e comportamento em regime ressonante, assegurando que cada topologia operasse dentro de faixas de estabilidade e desempenho pré-estabelecidas.

Os resultados de simulação evidenciaram que as topologias apresentam características distintas quanto ao rendimento, esforços de tensão e corrente, robustez frente à variação do acoplamento e complexidade de implementação. Em particular, observou-se que SS e PS tendem a oferecer procedimentos de dimensionamento mais diretos e elevado rendimento condicionado às resistências parasitas, enquanto SP e PP demandam maior cuidado no projeto devido à presença de componentes reativos refletidos e maior sensibilidade às condições de operação

Para atendimento à carga em 500 W, as montagens indicaram eficiências máximas de 98.08 % para SS, 97.72 % para SP, 98.25 % para PS e 97 % para PP, com potências de saída próximas aos valores nominais e perdas totais inferiores a 15.3 W. As tensões primárias variaram entre 80 V (SP) e 98 V (PP), enquanto as correntes de entrada ficaram entre aproximadamente 5 A (PS, PP) e 6 A (SS, SP).

A análise comparativa demonstrou que as topologias PS e SS se destacaram. A topologia PS alcançou o maior rendimento juntamente com a indutância da bobina primária significativamente reduzida, o que resulta em uma grande vantagem para projetos que demandam compactação física. Sua implementação, contudo, é mais complexa em razão da configuração com fonte de corrente. Em contrapartida, a topologia SS, com a indutância primária mais elevada, evidenciou um bom desempenho associado a um projeto de menor complexidade.

Por outro lado, as topologias SP e PP exigiram maior atenção no dimensionamento dos capacitores de compensação, pois são configuradas para compensar efeitos reativos refletidos. Esta característica as torna mais sensíveis a variações paramétricas, demandando uma consideração especial para garantir a estabilidade operacional.

Dessa forma, as metodologias de projeto consolidadas e os resultados obtidos contribuem para o avanço do estudo de sistemas de transferência de energia sem fio indutiva

baseados em topologias clássicas, fornecendo um procedimento de dimensionamento reproduzível e critérios claros de comparação de desempenho. Como continuidade, recomenda-se a validação experimental das topologias em bancada, a investigação de estratégias de controle sob variações do fator de acoplamento, bem como a extensão das metodologias aqui apresentadas para cenários com múltiplos receptores, topologias híbridas, desalinhamentos mais severos e aplicações em potências mais elevadas.

Referências

- BROWN, W. The history of power transmission by radio waves. v. 32, n. 9, p. 1230–1242, 1984. ISSN 0018-9480. Disponível em: <<http://ieeexplore.ieee.org/document/1132833/>>[https://ieeexplore.ieee.org/document/1132833/](http://ieeexplore.ieee.org/document/1132833/).
- GODOY, R. B. *Transferência de Energia Sem Fio: Topologias Clássicas para Acoplamento Indutivo*. 1^a edição. ed. Curitiba, PR: Appris editora, 2024.
- IMURA, T. *Wireless power transfer: Using magnetic and electric resonance coupling techniques*. [S.l.]: Springer Singapore, 2020. 1-427 p. ISBN 9789811545801.
- KIM, K. Y. (Ed.). *Wireless Power Transfer - Principles and Engineering Explorations*. In-Tech, 2012. Disponível em: <<http://www.intechopen.com/books/wireless-power-transfer-principles-and-engineering-explorations>>[https://www.intechopen.com/books/wireless-power-transfer-principles-and-engineering-explorations](http://www.intechopen.com/books/wireless-power-transfer-principles-and-engineering-explorations).
- KURS, A. et al. Wireless power transfer via strongly coupled magnetic resonances. *Science*, v. 317, n. 5834, p. 83–86, jul. 2007. Disponível em: <<https://www.science.org/doi/10.1126/science.1143254>><https://www.science.org/doi/10.1126/science.1143254>.
- MALIK, H.; AHMAD, M. W.; KOTHARI, D. (Ed.). *Intelligent Data Analytics for Power and Energy Systems*. Springer Nature Singapore, 2022. (Lecture Notes in Electrical Engineering, v. 802). Disponível em: <<https://link.springer.com/10.1007/978-981-16-6081-8>><https://link.springer.com/10.1007/978-981-16-6081-8>.
- MENDONÇA, E. Z. X. d. et al. Análise de sistemas de recarga sem fio para dispositivos de telefonia móvel. In: *Anais do IV Congresso Brasileiro Interdisciplinar em Ciência e Tecnologia*. Evento Online: [s.n.], 2023. p. 1–7. IV CoBICET. Disponível em: <www.even3.com.br/cobicet2023>.
- MOTTA, T. D. S. Transmissão de energia sem-fio: Método de acoplamento indutivo ressonante. 2016. Disponível em: <<https://lume.ufrgs.br/handle/10183/157849>><https://lume.ufrgs.br/handle/10183/157849>.
- RIM, C. T.; MI, C. *Wireless Power Transfer for Electric Vehicles and Mobile Devices*. 1. ed. Wiley, 2017. ISBN 978-1-119-32905-3 978-1-119-32908-4. Disponível em: <<https://onlinelibrary.wiley.com/doi/book/10.1002/9781119329084>><https://onlinelibrary.wiley.com/doi/book/10.1002/9781119329084>.
- SADIKU, C. K. A. M. N. O. *Fundamentos de circuitos elétricos*. [S.l.]: Amgh, 2013. ISBN 978-85-8055-173-0.
- SAGAR, A. et al. A comprehensive review of the recent development of wireless power transfer technologies for electric vehicle charging systems. v. 11, p. 83703–83751, 2023. ISSN 2169-3536. Disponível em: <<https://ieeexplore.ieee.org/document/10198186/>><https://ieeexplore.ieee.org/document/10198186/>.
- SHINOHARA, N. et al. *Theory and Technology of Wireless Power Transfer: Inductive, Radio, Optical, and Supersonic Power Transfer*. 1. ed. CRC Press, 2024.

ISBN 978-1-003-32863-6. Disponível em: <<https://www.taylorfrancis.com/books-9781003328636>><https://www.taylorfrancis.com/books/9781003328636>.

WANG, C.-S.; COVIC, G.; STIELAU, O. Power transfer capability and bifurcation phenomena of loosely coupled inductive power transfer systems. v. 51, n. 1, p. 148–157, 2004. ISSN 0278-0046. Disponível em: <<http://ieeexplore.ieee.org/document/1265794/>><http://ieeexplore.ieee.org/document/1265794/>.

WANG, C.-S.; STIELAU, O. H.; COVIC, G. A. Design considerations for a contactless electric vehicle battery charger. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, IEEE, v. 52, n. 5, p. 1308–1314, October 2005. ISSN 0278-0046.

YANG, Y. et al. Design methodology, modeling, and comparative study of wireless power transfer systems for electric vehicles. v. 11, n. 7, p. 1716, 2018. ISSN 1996-1073. Disponível em: <<https://www.mdpi.com/1996-1073/11/7/1716>><https://www.mdpi.com/1996-1073/11/7/1716>.

ZHANG, W. et al. Analysis and comparison of secondary series-and parallel-compensated inductive power transfer systems operating for optimal efficiency and load-independent voltage-transfer ratio. *IEEE Transactions on Power Electronics*, IEEE, v. 29, n. 6, p. 2979–2990, 2012.

ZHANG, Z.; PANG, H. *Wireless Power Transfer: Principles and Application*. [S.l.]: IEEE PRESS, 2023. 1-361 p. ISBN 9781119654063.

ZHANG, Z. et al. Wireless power transfer—an overview. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, v. 66, n. 2, p. 1044–1058, 2019.

Apêndices

APÊNDICE A –

A.1 Fluxograma da metodologia de projeto

