

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO MATO GROSSO DO SUL
INSTITUTO DE MATEMÁTICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA**

CAMILA DE OLIVEIRA DA SILVA

**AVENTURAS AO ENSINAR (E APRENDER) MATEMÁTICA NA
TRANSIÇÃO DE PARADIGMAS: DESENHANDO PERCURSOS DE
ESTUDO E PESQUISA COM (FUTUROS) PEDAGOGOS**

**Campo Grande - MS
2025**

CAMILA DE OLIVEIRA DA SILVA

**AVENTURAS AO ENSINAR (E APRENDER) MATEMÁTICA NA
TRANSIÇÃO DE PARADIGMAS: DESENHANDO PERCURSOS DE
ESTUDO E PESQUISA COM (FUTUROS) PEDAGOGOS**

Tese apresentada à banca examinadora,
como exigência final para a obtenção do
título de doutora em Educação Matemática,
pela Universidade Federal do Mato Grosso
do Sul – UFMS, sob orientação da
professora Dra. Marilena Bittar.

**Campo Grande - MS
2025**

CAMILA DE OLIVEIRA DA SILVA

**AVENTURAS AO ENSINAR (E APRENDER) MATEMÁTICA NA TRANSIÇÃO DE
PARADIGMAS: DESENHANDO PERCURSOS DE ESTUDO E PESQUISA COM
(FUTUROS) PEDAGOGOS**

Tese apresentada à banca examinadora, como exigência final para a obtenção do título de doutora em Educação Matemática, pela Universidade Federal do Mato Grosso do Sul UFMS, sob orientação da professora doutora Marilena Bittar.

BANCA EXAMINADORA

Profa. Dra. Marilena Bittar (Orientadora)
Universidade Federal de Mato Grosso do Sul

Profa. Dra. Clélia Maria Ignatius Nogueira
Universidade Estadual do Oeste do Paraná/ UNIOESTE
(Membro externo)

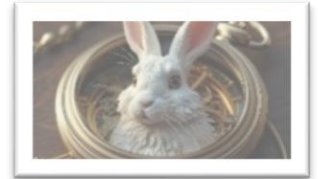
Profa. Dra. Paula Moreira Baltar Bellemain
Universidade Federal de Pernambuco/UFPE
(Membro externo)

Prof. Dr. José Luiz Magalhães de Freitas
Universidade Federal de Mato Grosso do Sul/UFMS
(Membro interno)

Profa. Dra. Luzia Aparecida de Souza
Universidade Federal de Mato Grosso do Sul/UFMS
(Membro interno)

[...] ninguém caminha sem aprender a caminhar, sem aprender a fazer o caminho caminhando, sem aprender a refazer, a retocar o sonho por causa do qual a gente se pôs a caminhar. (FREIRE, 2008, p.155)

À todas as Alices que,
pertencendo a uma classe marginalizada
na sociedade de ontem e hoje
(sobre)vivem com o esperar de que profundas mudanças aconteçam nas mais diversas
instituições que nos passam,
especialmente, às Alices educadoras e educadores
que com amor sobre o ensinar e aprender lutam por uma educação verdadeiramente



para que possamos



e



neste às avessas.

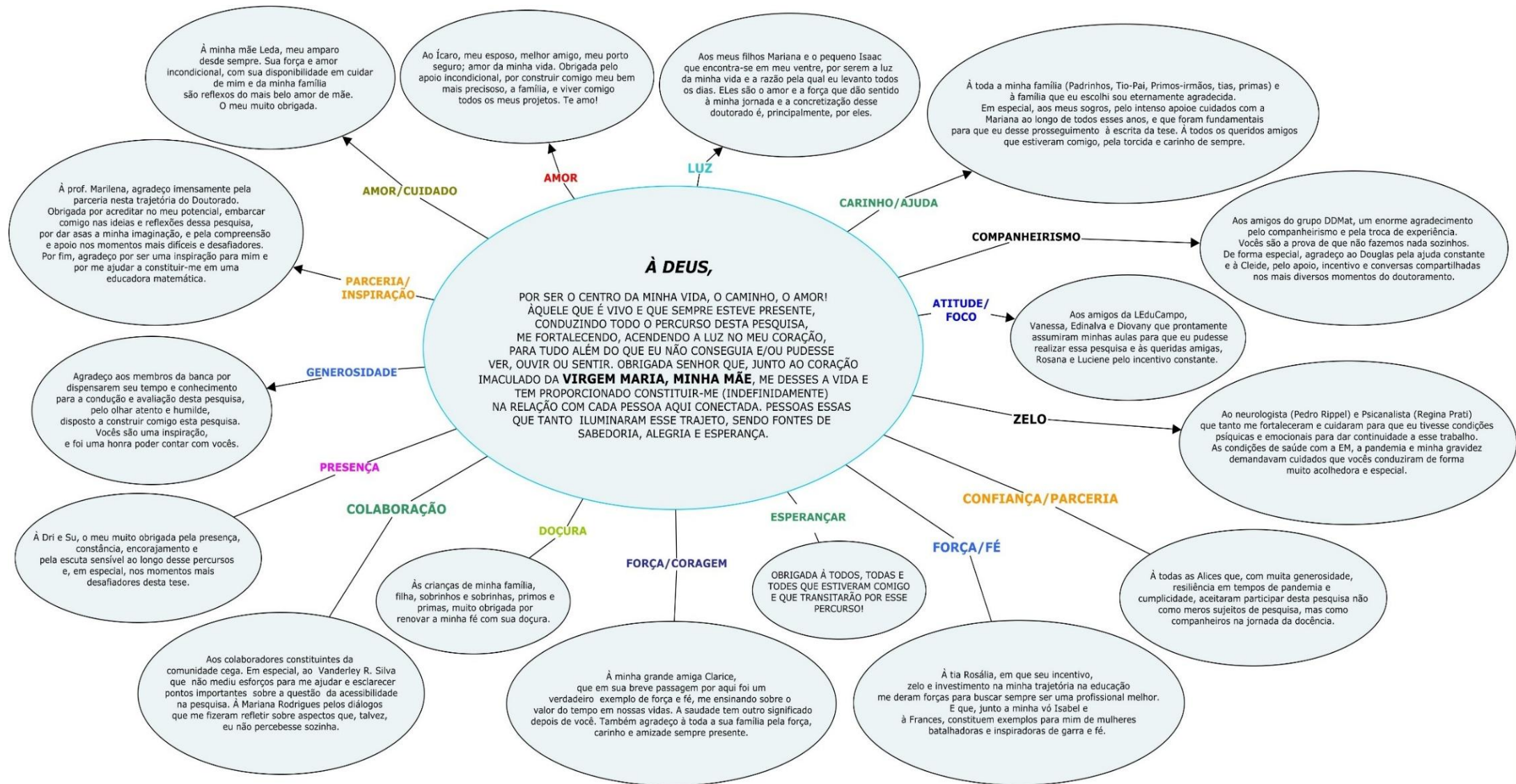
De forma especial, às Alices:

Profa. Dra. Clarice Simão Pereira (*in memoriam*) e
Prof. Dr. Linniker Monteiro Lourenço (*in memoriam*),

que fizeram a passagem para a vida eterna em meio ao período de produção desta tese.
Que tanto me ensinaram, como também se tornaram amigos/irmãos tão queridos para além
dos encontros na profissão professor.
Talvez, uma palavra resume o sentimento tão doloroso de hoje não os ter fisicamente comigo:
Saudade!

De Alice ... ¹

CARTA DE AGRADECIMENTO¹



¹ Nota descritiva da carta (imagem) está disponível em: [clique aqui](#)

CARTA AO(À) LEITOR(A)

Caro(a) Leitor(a),

Nós o convidamos a se aventurar conosco pelos desdobramentos que os resultados desta pesquisa de doutoramento nos apresentaram. Por meio da dinâmica que se constitui uma tese, a qual se assemelha a um *Percurso de Estudo e Pesquisa (PEP)*, é nosso principal objetivo que você se torne um companheiro nesta caminhada através de portas, fechaduras, chaves, buracos, cartas, chás e personagens já familiares ao nosso imaginário. O *PEP*² é um caminho metodológico que visa orientar educandos e educadores na realização de suas investigações em busca de um novo conhecimento. Este percurso inclui várias etapas essenciais, como a identificação de uma questão de pesquisa (Q), a busca por respostas $R^\diamond$ em diferentes fontes de estudo, avaliação das respostas $R^\diamond$ encontradas, formulação de hipóteses a partir dos achados, elaboração de uma resposta final $R^\heartsuit$, avaliação e difusão da resposta $R^\heartsuit$, e o levantamento de questões como abertura para novos *PEP*.

Nosso principal intuito, expresso em nossa pergunta geratriz de pesquisa (Q_0), perpassa a quebra de paradigmas didáticos e a compreensão de como essa quebra é possível ao longo do *Percurso de estudo e pesquisa*, o qual buscamos trabalhar em colaboração com (futuros) professores que ensinam matemática nos anos iniciais. Essa escolha se deu como uma forma de agir sobre a problemática existente na formação (matemática) de professores que ensinam nos primeiros anos de escolaridade básica. Assim, formamos um grupo de professores e futuros professores oriundos de diferentes regiões brasileiras, que no período pandêmico entre os anos de 2021 e 2022 se reuniu em chás dialógicos organizados online pela plataforma *google meet*. Desta forma, buscamos analisar *condições e restrições* na constituição de nosso *PEP* e se houve ou não (re)construções no *equipamento praxeológico* dos sujeitos envolvidos nessa pesquisa, quando desencadeamos uma investigação que pudesse levantar ações propositivas alternativas às vigentes na formação docente. Foi aí que encontramos na Teoria Antropológica do Didático (TAD) um aporte que nos permite sustentar uma proposta que leve a uma mudança de paradigmas que, como descrito por Chevallard (2013), direciona-se ao *Paradigma Questionamento do Mundo (PQM)*, uma vez que em quaisquer questões (Q) levantadas para estudo, as pessoas (X) devem considerá-las e estudá-las com vistas a uma resposta satisfatória num processo muitas vezes auxiliado por pessoas (Y) em seu processo de investigação,

representado assim pelo *sistema didático* $S(X, Y, Q)$. Esse paradigma surge em contraposição ao *Paradigma Visita às Obras (PVO)*, amparado numa educação nos moldes mais tradicionais de ensino. Movidas pelo paradigma *PVO*, as pessoas são mais propensas a recusarem as questões que surgem, quando as respostas não parecem evidentes, o que, conseqüentemente, demandaria algum processo investigativo (Chevallard, 2013).

O agir em direção a um novo paradigma leva em consideração algumas mudanças em comparação às práticas mais tradicionais de ensino, o que exige atitudes fundamentais que, como descritas por Chevallard (2013), condicionam o exercício dos cidadãos neste novo paradigma, o que leva o autor a chamá-los de *cidadãos herbartianos*. Uma destas novas atitudes é a *atitude procognitiva*, que significa que as questões que surgem no processo didático não são ignoradas em detrimento daqueles presentes num esquema de ensino e aprendizagem “padrão”; os frutos da curiosidade e a busca por conhecer algo ainda desconhecido representam uma atitude contrária à *atitude retrocognitiva* comum aos *cidadãos pré-herbartianos*, já que esses acabam por se restringirem aos conhecimentos já adquiridos por eles.

Amparadas na necessidade de nos colocarmos como educadoras-pesquisadoras nesse percurso de formação de professores, ao trabalharmos em colaboração com professores e futuros professores dos anos iniciais, buscamos assumir uma postura herbartiana frente a todas as questões que foram sendo levantadas durante o percurso dessa pesquisa, assim como evidenciado por Gonçalves (2022).

Aqui, especialmente, escolhemos apresentá-lo por meio de um *Mapa de Questões e Respostas (MQR)* pensado a partir de uma questão Geratriz (Q_0), que se desdobra em seis outras questões (Q_1 , Q_2 , Q_3 , Q_4 , Q_5 e Q_6), entre as quais você encontrará o que denominamos de Rotas. Você poderá inferir que parece que em nosso mapa as respostas a essas questões estão “escondidas”, mas não, elas estão/são trabalhadas nos textos que compõem cada questão de estudo, a fim de que você leitor(a) também possa encontrá-las e validá-las. Nossa questão geratriz (Q_0) representa nossa pergunta central da pesquisa, ou ainda, de nosso *PEP*-tese: como ocorre um percurso de estudo e pesquisa na transição de paradigmas com (futuros) professores que ensinam matemática nos anos iniciais? Afinal de contas, que re(construções) são produzidas, ou não, no *equipamento praxeológico* dos (futuros) professores que ensinam matemática rumo ao *Paradigma Questionamento do Mundo*? A partir dela, seis outras questões são esboçadas:

Q_1 : Que formação (matemática) de Pedagogos? O que existe e o que se deseja? Um percurso à luz da TAD no país das produções (e instituições) acadêmico-científicas.

Q2: Como romper com o paradigma vigente na formação docente brasileira?

Q3: Como iniciar uma partida do jogo com (futuros) professores dos anos iniciais?

Q4: Que tensão impera em espelhos dialéticos de exclusão e inclusão em um *PEP* com (futuros) professores que ensinam matemática rumo ao *Paradigma Questionamento do Mundo*?

Q5: Que condições e restrições são refletidas nos (des)caminhos de um *PEP*-tese com (futuros) professores dos anos iniciais?

Q6: O que nos diz uma aventura em um *chá* dialógico entre números e geometria com (futuros) professores dos anos iniciais?

Sobre os textos que concernem a cada uma dessas questões, há aqueles que são ampliações de artigos que publicamos em anais de eventos, outros que serão publicáveis apenas no corpus desta tese e textos que são passíveis de se constituírem como artigos para serem publicados em periódicos da área de educação matemática, o que nos leva a um modelo de relatório de tese em um formato multipaper.

Rememorando, as questões que compõem nossa tese são atravessadas pelas Rotas, pensadas por nós como “pausas” entre as questões/respostas, que guardam um duplo sentido. Primeiro, elas compõem narrativas que atravessam alguns dos objetos perdidos ou achados nos textos que constituem as referidas questões que, de alguma forma, se conectam entre si. Segundo, as rotas representam nosso alto relevo digital, como meio de romper com a inacessibilidade dos conectores do mapa quando o texto se encontrar no formato pdf, de modo que a leitura por pessoas com deficiência visual (DV) seja possível. Da mesma maneira, os ícones representados por chaves e cartas de baralhos ao longo do texto são imagens passíveis de serem lidas a partir do texto alternativo e pelo leitor de tela, como por exemplo o programa NVDA 2025 quando aplicado ao Windows 11. A finalidade de tais chaves e cartas de baralho é de sinalizar algumas alterações no texto, como mudanças de fonte, palavras entre aspas e inserções de termos entre colchetes. Em tempo: tais objetos não serão usados em termos teóricos e falas dos participantes da pesquisa, os quais serão abordados em itálico e em citações que seguirão as normas da ABNT. Cabe destacarmos ainda, que existe uma variedade no uso e aplicação de tecnologias assistivas, de modo que a depender do programa e do aparelho em que se lê o arquivo, não seja possível essa alternativa. Sintomas de um mundo às avessas em que vivemos, não? Ainda assim, consideramos imprescindível pensar a escrita e a leitura deste *PEP*-tese de forma acessível às pessoas com deficiência visual, especialmente, cegas. E por qual razão? Como resposta, elencamos duas razões: a primeira delas é que a perspectiva de uma educação inclusiva é uma temática que se materializou para nós como uma exigência empírica

quando precisamos adequar nossos métodos e nossa comunicação, em especial, com um dos participantes desta pesquisa, tendo em vista que ele é uma pessoa com deficiência visual - cego. Esses ajustes nos apresentaram não só a necessidade de mobilizar e fincar estacas por uma educação inclusiva, a partir de um grupo de pessoas marginalizadas em nossa sociedade, mas de buscar compreender o que esta significaria de fato, como ela pode ser trabalhada numa formação com (futuros) professores que, por sinal, se constituiu na modalidade online, e quais são suas limitações em face do embrião de uma ação didática em direção ao *PQM*.

Como forma de garantir a acessibilidade a todo leitor(a) cabe destacarmos que a tese é permeada por hiperlinks que possibilitam articular conceitos e suas respectivas definições tratadas em diferentes partes do texto. Assim, para facilitar essa transição ao clicar no hiperlink, caso queira retornar à página que estava, basta acionar as teclas do teclado: Alt + seta para a esquerda. Além disso, ao longo da tese operamos com notas de fim, mas a cada final de texto sinalizamos com uma nota de rodapé a possibilidade de retornar ao nosso *mapa de questões e respostas (MQR)* que logo mais irá conhecer.

A segunda razão, e não menos importante, é que ela pode levar-nos a olhar e questionar o mundo ao nosso redor, ao menos o mundo das produções científicas ao qual estamos submetidos (cujo relógio está sempre em descompasso com o nosso tempo), e ajudar-nos com nossa responsabilidade social enquanto educadores (matemáticos).

Mas até aqui você deve estar se perguntando sobre a origem e a escolha de termos como buraco, chave, cartas, portas, entre outros com os quais você irá se deparar ao longo desse *PEP*-tese que não são muito usuais em algumas pesquisas acadêmicas. Bom, acontece que achamos por bem adicionar uma camada de arte para compor com nossos anseios, de modo a cooperar na modelização de uma dimensão estético-política à nossa escrita, recrutando para tanto as obras “*Alice no País das Maravilhas*” e “*Alice Através do Espelho*”, ambas do autor [Lewis Carroll](#). O elemento lúdico das obras, somado à mensagem de uma busca subversiva pelo conhecimento que a personagem do título institui desde o começo da narrativa pareceu fazer sentido para nós dentro do contexto de um trabalho que busca, também, quebrar com o paradigma de ensino e aprendizagem engessado em práticas didáticas que consideram um ensino verticalizado e temáticas de estudo que não abrangem as experiências de vida dos envolvidos como uma condição de existência fundamental. Por essa razão, na busca de relações mais horizontais no diálogo com as necessidades dos participantes dessa pesquisa, bem como da doutoranda e de sua orientadora, é que escolhemos nomear todos os sujeitos nela envolvidos de *Alices*, que aceitaram o convite para mergulhar conosco nessa aventura de quebra de

paradigma. E é por isso que você, caro leitor, é também uma Alice desse trabalho: porque consideramos que você aí do outro lado da tela também é um agente dessa pesquisa na medida em que pode aprender com nossos (des)caminhos, discutir e continuar a partir de suas insuficiências a buscar tantas respostas (e outras perguntas) que surgirem. A primeira [Alice](#) que cai no buraco e convida todas as outras para viver essa desventura vai ser identificada como Alice D Silva, D para indicar que é a doutoranda, e Silva, parte do seu sobrenome. As outras Alices também receberão parte do sobrenome, conforme explicaremos na metodologia.

Como a tecitura dessa tese é realizada em diálogo com diferentes referenciais teóricos, vozes de pesquisadores, vozes que advém da arte brasileira, expressa por meio da literatura, cinema e música, como também dialogamos com alguns personagens e cenários oriundos dos livros de Alice. Como sugerido por Alice B Nogueira, apresentaremos alguns colaboradores de nossa pesquisa em uma cartilha de personagens que compõem as obras de Alice e que pode ser acessada em [cartilha](#). Faremos referência a ela conforme os personagens vão aparecendo ao longo do texto.

Os resultados das análises das discussões desses encontros são apresentados em todas as questões derivadas de Q_0 , ou seja, de Q_1 a Q_6 e nas rotas que compõem esse *PEP*-tese, para a qual convidamos você, Alice leitor(a), a fazer parte!

RESUMO

Esta tese é fruto do desenvolvimento de um *Percurso de Estudo e Pesquisa (PEP)* que buscou responder a seguinte questão geratriz: *Como ocorre um percurso de estudo e pesquisa na transição de paradigmas com (futuros) professores que ensinam matemática nos anos iniciais? Afinal de contas, que (re) construções são produzidas ou não, no equipamento praxeológico dos (futuros) professores rumo ao Paradigma Questionamento do Mundo?* Como forma de provocar uma quebra de paradigmas na formação docente mobilizamos a Teoria Antropológica do Didático (TAD) e, como complementação a essa lente teórica, alguns elementos oriundos da Pedagogia Freiriana. A tese é entrelaçada por duas obras de Lewis Carroll, *Alice no país das maravilhas* e *Alice através do Espelho*, o que nos leva a tecer com a *Dialética Arte e Educação Matemática*. O PEP foi desenvolvido com professores e futuros professores dos anos iniciais de diferentes regiões brasileiras, cujos encontros ocorreram de forma online, pelo *google meet* entre outubro de 2021 e setembro de 2022. O formato desta tese tem um duplo sentido. Por um lado, apresenta-se como um *mapa de questões e respostas*, sendo essa uma ferramenta que permite apresentar o conhecimento produzido ao longo do *PEP*. Coerentemente com essa proposta, tais Questões/Respostas expressas no mapa são conectadas por meio de rotas que são compostas por narrativas, que ajudam na tecitura entre os textos, bem como consistem em uma forma de garantir a acessibilidade digital na leitura do próprio mapa da tese. Por outro lado, a apresentação em forma de mapa moveu-nos a considerá-lo como um texto de caráter *multipaper*, com possibilidade de mobilizar a *dialética recepção-difusão* do conhecimento, sendo que alguns textos são passíveis de publicação em periódicos oriundos da área de Educação e/ou da Educação Matemática. Os resultados evidenciam a dificuldade de uma mudança paradigmática devido a *condições e restrições* oriundas de diferentes níveis da *escala de codeterminação didática*, como demandas advindas de trabalho e/ou dos cursos de ensino superior aos quais também estavam *assujeitados*; práticas de ensino e aprendizagem culturalmente enraizadas no *Paradigma Visita às Obras* e desafios na mudança de uma *atitude retrocognitiva para procognitiva*. Por meio das análises realizadas foi possível identificar que houve (re)construções no *equipamento praxeológico* dos (futuros) professores envolvidos, como é o caso da relação da própria doutoranda com aspectos oriundos de uma educação inclusiva, em especial, no âmbito das necessidades específicas de pessoas com deficiência visual. Isso nos permite inferir que um PEP que leva em conta algumas dialéticas chevallardianas, bem como a dialética educador-educando, sendo essa constituída por meio da sensibilidade afetiva na abertura ao diálogo *com*, evidencia *condições e restrições* para sua realização em um sistema didático inclusivo, além de provocar (re)construções nos *equipamentos praxeológicos* dos (futuros) professores envolvidos neste percurso.

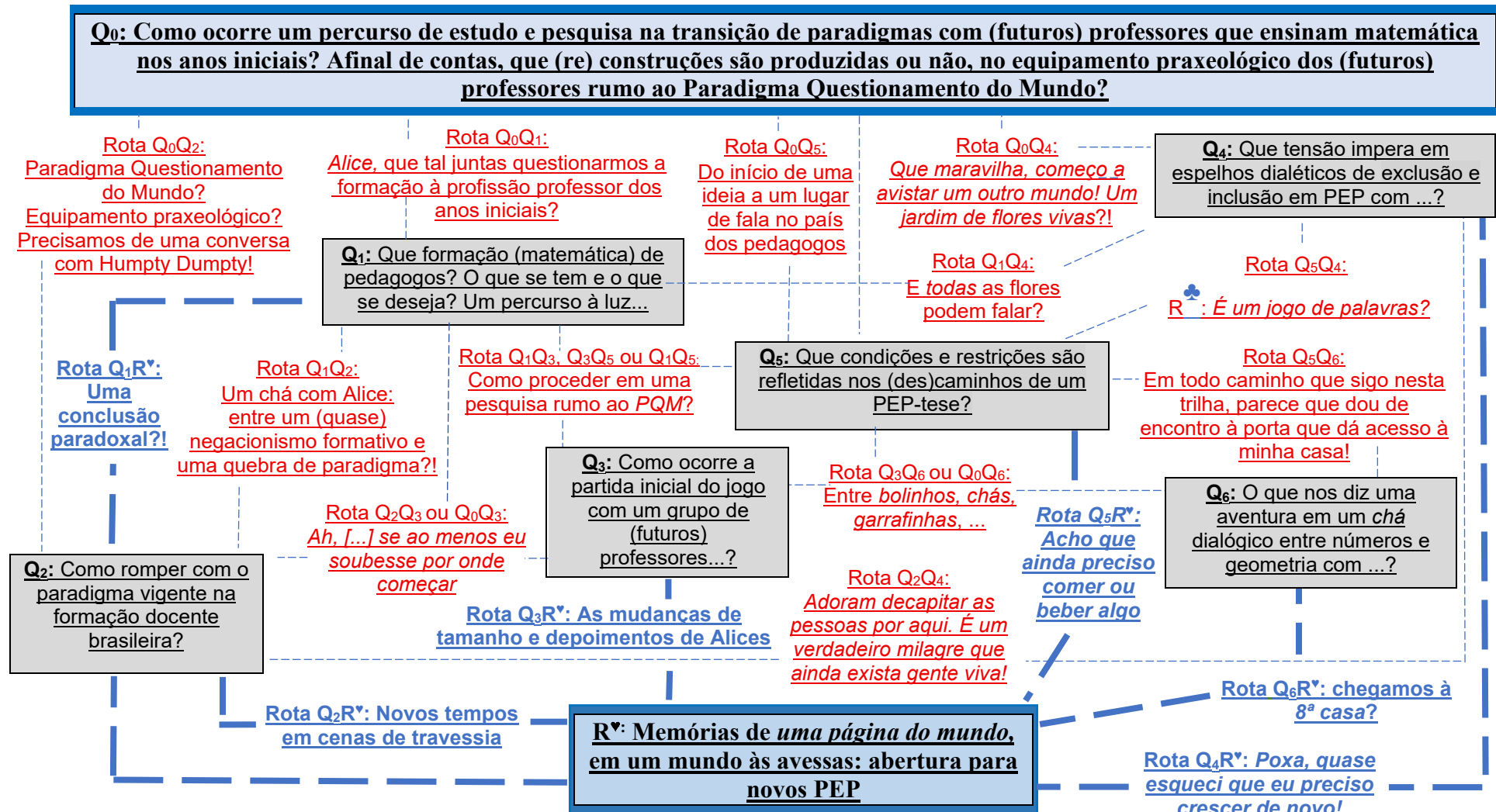
Palavras-chave: Professores dos anos iniciais. Percurso de Estudo e Pesquisa. Paradigma Questionamento do Mundo. Dialética Educador-Educando.

ABSTRACT

This thesis is the result of the development of a Study and Research Path (SRP) that sought to answer the following guiding question: How does a study and research path occur in the paradigm shift with (pre-service) teachers who teach mathematics in the early years? Ultimately, what (re)constructions are produced, or not, in the praxeological apparatus of (pre-service) teachers toward the Paradigm of Questioning the World? To provoke a paradigm, shift in teacher education, we mobilized the Anthropological Theory of Didactics (ATD) and, to complement this theoretical lens, some elements from Paulo Freire theories in Pedagogy. The thesis is interwoven with two works by Lewis Carroll, *Alice in Wonderland* and *Alice Through the Looking Glass*, which leads us to weave together the Dialectic of Art and Mathematics Education. The SRP was developed with teachers and prospective teachers of the primary grades from different regions of Brazil, with meetings held online via Google Meet between October 2021 until September 2022. The format of this thesis has a dual meaning. On the one hand, it presents itself as a map of questions and answers, a tool that allows for the presentation of the knowledge produced throughout the SRP. Consistent with this proposal, the Questions/Answers expressed on the map are connected through narrative pathways, which help weave the texts together and provide a way to ensure digital accessibility in reading the thesis map itself. On the other hand, the presentation in map format led us to consider it a multipaper text, with the potential to mobilize the reception-diffusion dialectic of knowledge, with some texts potentially being published in journals in the fields of Education and/or Mathematics Education. The results highlight the difficulty of a paradigmatic shift due to conditions and constraints arising from different levels of the didactic codetermination scale, such as demands arising from work and/or the higher education programs to which they were also subjected; teaching and learning practices culturally rooted in the Paradigm of Visiting Works; and challenges in shifting from a retrocognitive to a procognitive attitude. Through the analyses, it was possible to identify (re)constructions in the praxeological apparatus of the (pre-service) teachers involved, as is the case with the doctoral student's own relationship with aspects arising from inclusive education, especially in the context of the specific needs of people with visual impairments. This allows us to infer that a SRP that takes into account some Chevallardian dialectics, as well as the educator-student dialectic, which is constituted through affective sensitivity in openness to dialogue, highlights the conditions and constraints for its implementation in an inclusive teaching system, in addition to provoking (re)constructions in the praxeological framework of (pre-service) teachers involved in this path.

Keywords: Early Years Teachers. Study and Research Path. Paradigm of Questioning the World. Educator-Student Dialectic.

MAPA DE QUESTÕES-RESPOSTAS²



² Alice, esse MQR é formado por hiperlinks para que se possa ter acesso aos textos que o compõem. Assim, é necessário clicar sobre eles para selecioná-los e, em seguida, realizar o comando com as teclas Ctrl+enter. Para acessar uma nota descritiva desta página: [clique aqui](#)

Bem-vinda(o) ao artigo referente à **Q0**!

Q0: Como ocorre um percurso de estudo e pesquisa na transição de paradigmas com (futuros) professores que ensinam matemática nos anos iniciais? Afinal de contas, que (re)construções são produzidas ou não, no *equipamento praxeológico* dos (futuros) professores rumo ao *Paradigma Questionamento do Mundo*?

Na tentativa de transitar pelo mapa da tese, o qual é movido por essa questão norteadora, provavelmente, você, Alice, pode estar se perguntando:



Poderia, por gentileza, me dizer para onde devo ir?"
"Isso depende de aonde quer chegar", respondeu o [Gato](#).
"Tanto faz...", disse [Alice](#).
"Então, qualquer caminho serve".
"...desde que eu chegue em algum lugar", explicou Alice.
"Chegará longe, com certeza", respondeu o Gato,
"contanto que caminhe bastante".
(Carroll, 2019, p.88-89)



Pois é Alice, parece que cabe somente a você se permitir desbravar cada uma das partes desse possível devaneio. No entanto, uma escolha a ser feita, caso opte por percorrer em terras quase firmes e não turbulentas está em desfrutar de uma leitura, e quem sabe, um sentir junto, com algumas lembranças sobre como tudo se inicia, pode entrar no link: [Uma narrativa autobiográfica...](#)

Se não quiser entrar no link acima, você também pode voltar ao Mapa de Questões e Respostas da tese que se encontra em: [MapadeQuestõesRespostas](#) e escolher o caminho que melhor lhe agrade.

UMA NARRATIVA (AUTO)BIOGRÁFICA DE FORMAÇÃO ACADÊMICA DOCENTE EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Camila de Oliveira da Silva

Marilena Bittar

Resumo: Em uma entrevista realizada entre Alices, Alice D Silva narra sua formação acadêmica docente amparada em um campo de estudo e pesquisa da educação matemática: a didática da matemática. O presente artigo aborda sua *relação pessoal* com a educação matemática desde sua trajetória escolar à sua vivência no doutorado. Em um movimento dialético entre arte-educação matemática mobiliza as obras *Alice no país das Maravilhas* & *Alice através do Espelho*, de Lewis Carroll, das quais submerge-se em direção ao *paradigma questionamento do mundo*. Dentre os resultados é possível inferir sobre a contribuição de diferentes campos de pesquisa da educação matemática na formação acadêmica docente, além de suscitar a importância da sensibilidade afetiva na relação educador-educando em um *sistema didático*, sendo esses, alguns achados de sua pesquisa de doutoramento.

Palavras-chave: Formação Acadêmica Docente. Narrativa. *Paradigma Questionamento do Mundo*. Educação Matemática.

Você está prestes a conhecer uma entrevista *de Alices, para Alices, com Alices!* 

E o sentido desta entrevista? Talvez o de ...



"Viver às avessas!" Alice repetiu em grande assombro. "Nunca ouvi falar de tal coisa!"
"... mas há uma grande vantagem nisso: a nossa memória funciona nos dois sentidos" (Carroll, 2013 p. 237).



E assim começou a desenrolar uma trama entre Alices ...

Alice Pesquisadora: Alice D Silva, que tal começar a nos contar sobre suas memórias (quase) professorais? 

— Seria possível? Ainda não me ensinaram sobre isso³. (Alice D Silva responde mesmo sem ter realmente entendido, *mas por bem conhecê-la, talvez não admitiria não ter compreendido o real sentido daquela pergunta*⁴).

Alice Pesquisadora: Ah, mas você pode tentar, não é? Estamos sempre tão instigados a olhar sobre o que o outro faz ou deixa de fazer que muitas vezes não nos damos conta de nos colocar nesse conto que a profissão professor (pesquisador) acaba por nos embalar.

“Que frases tão confusas essas” — pensou Alice D Silva, mas logo a indagou:

Alice D Silva: De todo modo, posso arriscar a dizer algo sobre o que acredito ser meus devaneios?

Alice Pesquisadora: Como você quiser! Então, para não perdermos tempo façamos de conta que

...

Alice D Silva: Até poderia começar refletindo sobre o que podem vir a ser tais devaneios, ou melhor, o que são devaneios para mim? Mas, como dizia o personagem  [Grifo](#), em Alice no país das maravilhas: “*Explicações tomam um tempo medonho*”⁵ e provavelmente descumpram o propósito dessa conversa. Então, vou tentar arriscar-me com algumas das minhas lembranças, inclusive, quando criança.

Engraçado que dentre as indagações realizadas por mim, na famosa idade dos porquês próximos dos meus quatro anos de idade, quando eu queria saber o porquê das mais diversas coisas do mundo em minha volta, o que ficou latente para trazer hoje aqui, é a seguinte pergunta: posso ou não posso fazer algo? E quando a resposta dada era não, logo vinha o: por que não? E como tréplica, a resposta: Não, por que não! Então a simples pergunta inicial foi dando lugar à escuta de tantas explicações, ou melhor, um conjunto de respostas vindas sem nenhum questionamento feito de antemão pelos meus interlocutores. De fato, sempre fui extremamente  “disciplinada” em meu seio familiar, composto por minha mãe, avós, tias e tios, e me recordo ouvi-los e aceitar passivamente, na época, suas  “explicações”, que eu interpretava como sendo ensinamentos que faziam parte de minha formação.

Tudo isso me faz rememorar que o meu mundo consistia em observar e diferenciar crianças de adultos, principalmente marcada por muito tempo pela ideia de que crianças quase nada podem se comparadas a um adulto. Quem sabe aí temos um indício de um primeiro sinal dos tantos binarismos que nos rodeiam? E como hoje me permito começar a ler esse fragmento de vida que muito provavelmente perpassou ou ainda perpassa os mundos de muitas crianças? Talvez, munida com o que podemos aprender com o que vem das próprias crianças, como a exemplo de Cinderela, uma criança expressa na pesquisa de Camargo e Salgado (2019) que, ao brincar, se indigna com sua colega, dizendo: “Isso aí é rachismo” (p. 38), na ocasião em que sua colega diz a ela para não brincar com dinossauros, já que Cinderela não era menino. Nesta situação, Cinderela atesta para

nós a denúncia sobre tantas situações que exercem “divisões binárias [...] das práticas, dos mundos separados por uma fronteira rígida e intransponível” (p.38) e que acabam por (re)produzir diversas formas de violências em tantos contextos sociais outros.

Por outro lado, ao contrário da criança Cinderela relatada acima, que exercita sua autonomia ainda criança e age de forma crítica em seu mundo do brincar, percebo que nessa idade fui sendo moldada ao que eu deveria reproduzir fielmente como me foi ensinado, com práticas que privam as crianças da liberdade, do exercício de sua autonomia e criticidade, não somente na educação advinda da instituição familiar, mas também naquela praticada na instituição escolar. Um exemplo está quando muitas vezes fui levada, como tantos outros que foram e estão sendo levados, a fazer e/ou repetir o que me era solicitado sem criticidade, questionamento ou ainda sem me desafiar a tanto. Um simples exemplo está no ato de desenhar. A reprodução de desenhos prototípicos como a de uma paisagem que continha casa, árvore, grama com algumas flores, céu ensolarado com nuvens e alguns passarinhos apreendidos e reproduzidos pelas professoras, confirmam a minha (des)aventura, não permitindo-me dar asas à minha imaginação para o desenhar de tantos outros mundos que ali estavam ao meu redor e/ou guardados em mim. Ou seria a minha (des)imaginação no desenhar, que por sinal, não foi uma habilidade tão explorada por mim até hoje, um indício do meu assujeitamento somente ao que me era proposto ou esperado de mim?

Ah, lembrei-me de você, Alice Ramos, quando refletíamos sobre possíveis práticas pedagógicas, reproduzidas e/ou sentidas ao longo de nossas vivências tanto como estudantes quanto no exercício da docência. Parece que estou até ouvindo sua voz, quando diz ...

[...] vou dar um exemplo também de uma criança de 4 anos na aula que seria de matemática. A professora falou para as crianças [...] que era para eles pintarem as nuvens, sei lá tipo 17. Daí tinha uma criança que toda hora pedia para ele ir ao banheiro, aí eu levava, né, como auxiliar da professora. E aí eu falei assim: João⁶ você já pintou suas nuvens? Daí ele falou assim: Ô tia, mas as nuvens lá no céu elas não são brancas? Ou seja [...], não fazia nenhum sentido pintar as nuvens com a relação de quantidade dos números. O trabalho estava totalmente sem sentido [...]. Pintar as nuvens, isso não faz sentido! Eu acho assim: a educação infantil é um momento crucial para todos, inclusive na matemática, mas precisa de uma certa leveza, de aproveitar aquele momento deles junto com as descobertas que eles vão fazendo. (Alice Ramos, encontro 14/03/2022)

 Ao sentir a inquietude de João em sua fala percebo o quanto tal situação pode ser revivida por D’Ambrósio (2005, p.12) nos diz que: “A criança é, naturalmente, transdisciplinar. Gradualmente, a criança vai deixando de ser criança! Vai se tornando disciplinar e vai perdendo sua motivação e interesse em observar, criticamente, tudo. Vai sendo disciplinada e, epistemologicamente, engaiolada”.

Por outro lado, o engaiolamento no exercício disciplinar também me é nítido desde a minha infância, ao ouvir em casa um discurso que marcava (ou que ainda marca?) a diferenciação dos papéis de gênero ou os rachismos de Cinderela, que podem ser traduzidos como: certas coisas são exclusivas de meninas, e outras de meninos. Por exemplo, meninas não se sentam de pernas abertas, e sim com pernas fechadas, de mocinha. Meninas brincam de bonecas e meninos de carrinho, e tantos outros exemplos que estão, muito possivelmente, atravessados, mesmo que de forma implícita, entre aspas, nas escolas por onde andei.

E, por falar nisso, recordo-me de uma amiga Alice, a autora em Souza e Silva (2017) que iniciou sua pesquisa de doutorado em 2016 no Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Federal de Mato Grosso do Sul (PPGEduMat/UFMS), com quem comecei e, talvez, como muitos dos nossos colegas nesse programa, a refletir sobre as demarcações de gênero que regem o mundo e, em especial, o mundo da matemática. Um exemplo que ela me apontou foi olhar para o currículo de matemática, que adota práticas heteronormativas de gênero quando observamos os discursos ancorados nos conhecimentos matemáticos e que são trazidos pelos livros didáticos da matemática, como na formação de pares possíveis em jogos, ou em alguma forma de interação criança-brinquedo, assim denominada por Souza e Silva (2018).

Não há como negar que diariamente sofremos influências derivadas das inúmeras relações sociais em que estamos inseridas (os) e, ainda assim, rememorando as brincadeiras enquanto crianças, observamos o quanto essas possuem um peso substancial na formação do indivíduo, bem como nas possibilidades condicionadas socialmente que as profissões ditas mais voltadas aos homens ou mulheres reproduzem. Outro exemplo disso é a associação do menino com super-heróis e carrinhos, o que acaba fomentando a aptidão para escolhas voltadas aos cursos de programação como análises de sistemas, engenharia mecânica, entre outros. Comigo, isso parece não ter sido tão diferente!

Desde pequena, ainda brincando com minhas bonecas, eu dizia que queria ser médica de crianças ou professora de crianças, mas ainda não havia tido uma aula com  [Humpty Dumpty](#)⁷ para conhecer as terminologias que seriam designadas como pediatra e pedagoga. Havia sempre uma relação de cuidado, de amor, de ensiná-las a fazerem as coisas, bem como quando atribuía a elas tarefas durante o brincar de professora-aluna. Ah, como eu “adorava fingir que era duas pessoas”⁸! De certa maneira, Alice, isso me leva a perceber que fiz opções em minha vida a partir dessa raiz. Não cheguei a ser pediatra e nem pedagoga, mas a vida me levou a ser professora de (futuros)

professores de crianças, na aventura de aprender a formar e, ao mesmo tempo, formar-me professora.

Vale realçar que com essa aventura também aprendo a compreender que o movimento no qual estou inserida, analogamente ao que Passeggi *et al.* (2011, p.373, [inserção nossa]) afirmam, concerne ao fato de que uma “escrita [fala] 🔑 de si é considerada como um dispositivo mediante o qual a pessoa que escreve [fala] 🔑 é levada a refletir sobre seu percurso de formação formal, não-formal e informal”. Diante dos relatos acima, é urgente a reflexão sobre tais práticas, de modo a não provocar ou reforçar exclusões na sociedade em que vivemos, no sistema educacional e, conseqüentemente, nas salas de aulas que atuamos. Romper com linguagens e ações que reforçam as marcas de desigualdade de gênero é crucial para que possíveis movimentos de legitimação das diferenças possam ser operados em uma educação que seja de fato inclusiva.

Diante disso, os sentidos atribuídos nesse jogo de memória que ...

 [...] “Tenho certeza de que a minha só funciona em um”, Alice observou. “Não posso lembrar coisas antes que elas aconteçam”.

“É uma mísera memória, essa sua, que só funciona para trás”, a Rainha observou (Carroll, 2013, p.237).



Se bem Alice que já nem sei se eu também não consigo me lembrar de coisas que ainda não aconteceram, nem de coisas tão antigas que por mais que tento resgatar, não consigo. Afinal, são tantas mudanças! No entanto, procuro trazer uma reflexão, na posição de estudante em doutoramento, das marcas que ficaram em minha memória didática durante minha trajetória escolar e acadêmica, vivida na posição de discente, bem como em alguns fragmentos de meu percurso profissional, momento este que foi vivido na posição de docente.

Alice Pesquisadora: Mas, o que você entende por memória didática? Pode explicar um pouco mais?

Alice D Silva: Claro! Utilizo esse termo partindo dos trabalhos de Centeno e Brousseau (1991), bem como de Araya-Chacón e Matheron (2015, p. 40), segundo os quais é possível entender como uma lembrança de algo que “apoando-nos na determinação desse ‘algo’, que para nós é didático e cujo ‘fio condutor é o tempo’, que falaremos de ‘memória’. Isto pressupõe o estudo de determinados fenômenos didáticos indexados ao tempo”.

Tendo em vista o que trago por memória didática, cabe destacar que esses trabalhos mencionados analisam a memória na perspectiva do professor, buscando analisar os

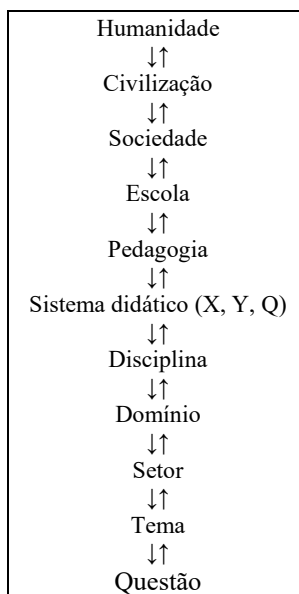
gerenciamentos da memória relativa aos conceitos trabalhados em aula, como por exemplo nas aulas de matemática. A partir disso, cria-se um ambiente de estudo para que os alunos possam interagir e estabelecer relações entre os conhecimentos antigos que possuem e os novos que ali poderão ser produzidos.

Mas, assim como o  [Humpty Dumpty](#), as palavras que aqui utilizo significam exatamente o que quero que elas signifiquem. Portanto, faço uso desse termo nesse momento, em outra direção.

Retomo a minha reflexão, amparando-me em Chevallard (2011), em que me apoio de minhas memórias didáticas para analisar as *relações pessoais*⁹ oriundas de situações que incluíram e/ou tangenciaram o meu processo de ensino e/ou aprendizagem, especialmente da matemática, e que foram vivenciadas em diferentes *instituições*¹⁰ de ensino, como a instituição familiar, a escolar e a acadêmica.

Em resumo, Alice, estou interessada nas *condições e restrições*¹¹ que se manifestam em possíveis fenômenos didáticos que aqui trago, a partir de alguns dos fragmentos de vida guardados em minha memória didática. Assim, para identificar tais *condições e restrições* oriundas de diferentes níveis da escala de codeterminação didática relativos à difusão do saber e que, de forma especial relaciono a partir do olhar na Disciplina – Matemática, considero os níveis superiores da *escala de codeterminação didática* (Bosch *et al.*, 2020), no que tange à Humanidade, Civilização, Sociedade, Escola, Pedagogia, Sistema didático (X, Y, Q), no que tange à Humanidade, Civilização, Sociedade, Escola e Pedagogia, como ilustrado na imagem a seguir:

Figura 01: Escala de codeterminação didática



Fonte: Adaptado de Bosch, 2018.

Isto posto, chamo sua atenção para o fato de que me recorde de dois fragmentos de aula relativos aos meus primeiros anos de escolaridade. Um deles concerne a uma prática de ensino vivida em um campo de estudo que parecia não ser muito o meu ‘forte’, no nível *Disciplina – A Língua Portuguesa (LP)*. A lembrança dessa aula remonta ao fato de os estudantes estarem sentados no chão, cada um com seus cadernos para fazerem anotações, e cuja proposta lançada pela professora estava em ouvir a canção denominada *Cabelo* na interpretação de Gal Costa. Essa música foi reproduzida por um pequeno rádio de toca-fitas, para que, a partir dela, pudéssemos identificar palavras e/ou frases que representavam e/ou compunham substantivos, adjetivos, verbos, sujeitos, predicados, entre outros, para depois dialogar e discutir entre os colegas sobre o porquê de nossas escolhas. Por fim, a professora se dirigia ao quadro, escrevia e explicava algo sobre o que acredito que íamos falando a ela. Essa prática de ensino me leva a considerar que eu, estando na posição de estudante, bem como os demais colegas ali presentes, estaríamos aptos a levantarmos outros questionamentos caso assumíssemos uma postura curiosa e passássemos a buscar por respostas a questões desconhecidas, a partir da letra desta música, questões estas que poderiam ser: o que significa cabelo com orgulho ser crina? O que é gomalina? Gomalina é diferente de laque? Por quê? Quem foi Sansão? E aí, quem sabe, se da discussão sobre algumas dessas questões levaria a algum estudo em LP ou em outras áreas de conhecimento.

Ao realizar uma leitura dessa cena percebo que ela pode ter me tocado por, talvez, não ser comum na prática de outros professores da instituição escolar, que amparados nos princípios da pedagogia tradicional, tinham como suficiente a aula expositiva com o recurso quadro e giz. O que também me chama a atenção e não consigo deixar de mencionar é sobre a importância do *meio didático* constituído nessa situação, na perspectiva de Brousseau (2008), aqui representado pela situação provocada pela professora que, ao fazer uso da música, visa compreender a relação dos estudantes com o conhecimento de língua portuguesa, em conjunto com as interações entre colegas e professora, compartilhando as conjecturas sobre o saber em jogo. Ao organizar previamente esse *meio*, ela cria um ambiente que oportuniza aos estudantes que atuem de forma ativa em seus processos de aprendizagem. Percebo aí uma situação extremamente não habitual que parece ter rompido com um *contrato didático*¹² que era por mim esperado naquele momento. Analisando retrospectivamente acredito isso se deu pelo fato de o processo investigativo no gerenciamento de uma aula, provavelmente, não ser uma das concepções pedagógicas vigentes no nível *Pedagogia*. A disposição da turma que, de certo modo, representou para mim uma ruptura de uma prática

centrada apenas no quadro negro, e cuja atuação do estudante não era apenas de receptor da informação transmitida, fez diferença para mim, me afetando positivamente.

Outro fragmento de aula nos anos iniciais que me recordo está na relação que tive com minha professora no primeiro ano do ensino fundamental, cursado por mim, em 1995. Com ela tive uma relação afetiva que, muito provavelmente, tenha corroborado para a minha formação acadêmica. Ela cuidava de mim, como minha Alice orientadora de hoje, um cuidado também expresso em atitudes no que se refere a responsabilidade e compromisso ético com os estudantes, para além da relação ensinar e aprender lições voltadas aos conteúdos escolares. Um se importar com as vidas ali em sala de aula com gestos de paciência, amor; empatia!

Lembro que com ela aprendi a fazer as continhas no quadro valor de lugar (QVL) e fui entendendo o porquê de 1 dezena ser diferente de 1 unidade. Confesso que isso me fascinava. A justificativa trabalhada pela professora, ou nas palavras de Chevallard (1998), a tecnologia ali vigente para justificar a técnica utilizada no agrupamento de 10 unidades em 1 dezena, técnica essa que se refere a um saber-fazer comumente reproduzido pelo famoso  *Vai um*, e que precisa ser constantemente problematizado, estava ali no quadro negro, cuja imagem em minha mente é tão nítida como se fosse hoje. É aí que percebo como se encontram “[...] as imagens fielmente amadas, tão solidamente fixadas na minha memória que já não sei se estou a recordar ou a imaginar quando as reencontro em meus devaneios.” (Bachelard, 1988, p. 2)

Acredito que essa minha professora também gostava muito de matemática, pois anos depois nos reencontramos em um curso de formação continuada ofertado pela Sociedade Brasileira de Educação Matemática do estado de Mato Grosso do Sul (SBEM/MS) para professores que lecionam matemática. O reencontro se deu com um forte abraço seguido das palavras: “[...] *como você cresceu, mas o seu rosto ainda é o mesmo daquela menininha que vivia com a fraldinha na mão [...]*”. Na ocasião eu estava como ministrante do curso e a reencontrei como uma participante inscrita no mesmo. Nossa, Alice, como o mundo dá voltas, não?! As posições institucionais de estudante e professor se inverteram naquele momento.

E diante daquela cena expressa no QVL, fiquei aqui (re)memorando...



“De que tipo de coisas você se lembra melhor?” Alice se atreveu a perguntar.

“Oh, das que aconteceram daqui a duas semanas, a Rainha respondeu num tom displicente [...]” (Carroll, 2013 p. 237).



Pois bem! Quem diria que essa cena viesse a ser difundida por um futuro professor dos anos iniciais, Alice Marques, que integrou o grupo de minha pesquisa de doutorado. Ao desenvolver um *percurso de estudo e pesquisa (PEP)* (Chevallard, 2009) com o grupo de professores, houve um momento em que utilizamos o recurso didático – Sapateira (Bittar e Freitas, 2005). Assim fizemos como parte de uma *infraestrutura didática*¹³ necessária para o estudo do Sistema de Numeração Decimal, ao discutirmos com (futuros) professores dos anos iniciais algumas operações aritméticas de adição e subtração, com ou sem (re)agrupamentos. Após este processo de estudo realizado em uma perspectiva inclusiva inferimos que Alice Marques passa a mobilizar a *dialética recepção-difusão* deste *PEP* quando ministra um encontro voltado ao ensino da matemática em uma escola da rede estadual de sua cidade e que na ocasião havia ali estudantes com deficiência visual (DV).

Cabe destacar que tomo a sapateira em sua forma original, de modo a torná-la acessível com uso de alto relevo e braille à Alice Marques, uma pessoa com deficiência visual. No entanto, como Alice também aprende através do espelho, consideramos a potência de torná-la o mais acessível possível em nossas práticas pedagógicas, independente das pessoas em curso terem ou não alguma necessidade específica. Conforme aprendemos um tempo depois com o estudo de Kranz (2015), reproduzimos esse recurso didático, como a imagem a seguir, de modo a contemplar no processo de estudo os discursos linguísticos expressos em Braille, Língua Portuguesa e Libras.

Figura 02: Sapateira escrita em Braille, Língua Portuguesa e Libras



Fonte: dado da pesquisa

Alice Pesquisadora: Mas, espera aí Alice, pelo que tenho percebido você escolheu a matemática ou foi ela que te escolheu para ser o motor de suas experiências?!

Alice D Silva: É certo que desde pequena sempre tive uma boa relação com a matemática, ou ainda, era considerada como um 🗝️ “bom” sujeito das instituições às quais estive vinculada, pois minha *relação pessoal* estava em conformidade com os objetivos previstos e/ou esperados por elas, como nos descreve Chevallard (2003). Eu conseguia cumprir com as tarefas propostas pelos professores desta área de ensino, mesmo que estas tarefas fossem, na maioria das vezes, mecânicas, de reprodução/repetição daquilo que fora somente trabalhado em sala de aula, fruto do nível *Pedagogia*, que aí ancora-se sob uma prática tradicional de transmissão de conhecimento.

Já no ensino médio (EM) lembro-me que eu ajudava e dava aulas particulares de matemática às colegas de turma que tinham dificuldade com a área. Incentivadas por elas e por um professor de matemática do 2º ano do EM que me diziam que eu deveria ser professora, passei a pensar nessa opção, aliada à garantia que tinha em mente de que teria a porta sempre aberta ao mercado de trabalho que me proporcionasse um emprego, tão almejado e necessário naquele momento. Assim, cursar a licenciatura em matemática na UFMS foi a saída encontrada para os meus anseios de um mundo profissional que, provavelmente, estaria aberto para mim após o término da graduação.

Ao ingressar no curso de licenciatura em matemática senti que era de fato o lugar que eu deveria estar!

Alice Pesquisadora: Mas, por que diz isso Alice?

Alice D Silva: Digo isso, pois dentre outros motivos, eu nem imaginava que ali encontraria o grande amor da minha vida. Será que contar sobre isso estaria eu saindo muito do tema proposto nesta discussão? Bom, mas a questão que quero aqui ressaltar está no fato de ser na vivência do mundo universitário que me ocorreu a verdadeira ruptura com estereótipos arraigados desde a adolescência. A partir de uma prática de autoconhecimento e estudos fui percebendo a influência que a *cultura midiática*¹⁴ exercia sobre mim, quando estava eu ali somente à procura de Ken's, o namorado da personagem Barbie, de olhos azuis ou esverdeados e pele “branca” para investir em um relacionamento. Foi neste contexto que a matemática me apresentou com aquele que viria a ser o meu companheiro de vida, misturando-se nossas tintas, como no som¹⁵ de *O Rappa* que ouvíamos.

É necessário pontuar que mesmo reconhecendo que em nossa essência está a plenitude de vidas negras, indígenas, camponesas, nordestinas, paraguaias e não o que minha cor de pele possa

até aparentar para alguns (ou para muitos), não nos distancia de colocar à tona um dos maiores problemas sociais que perpassa a nossa humanidade: o racismo! E o que isso tem a ver com a matemática? O trabalho de Oliveira (2024), é um exemplo que pode ajudar a desvendar essa e outras questões que você, Alice, se assim quiser, poderá começar a se aventurar em seus devaneios.

Por outro lado, foi desde os primeiros anos da graduação que também comecei a conhecer algumas das raízes históricas e epistemológicas da matemática, que tanto me fascinava. No entanto, não posso deixar de mencionar a face desafiadora desse curso. Por mais que eu mantivesse uma boa relação tanto com a matemática pura e aplicada quanto com a educação matemática, ratifico aqui o binarismo existente e apreendido no curso de licenciatura, quando me deparava entre o que era certo e errado, em que muitas das vezes o meio termo não era considerado. Observei na prática de muitos docentes que o que parecia fácil demais era característico do considerado bom professor, entre aspas, ou seja, o “bom professor”, aquele que mostrava pleno domínio de conteúdo considerado muito difícil. Não vou negar que essa radicalidade apreendida fez parte de alguns momentos em meus primeiros anos de docência e que, infelizmente, me levava a atuar acreditando que isso também me ajudaria a ser uma boa professora. Que vergonha! Como eu estava longe desse objetivo almejado! Ainda bem que logo passei a encontrar-me por trás desse espelho professoral.

É Alice, se analisarmos melhor, esses momentos passaram a ser (re)vividos quando estive na posição de professora, fruto de uma formação matemática que vivenciei e, na ocasião, sem permitir-me sair da zona de conforto, sem refletir sobre minha própria ação docente. Além disso, é notório nos cursos de licenciatura em matemática a falta de um verdadeiro diálogo entre docentes e discentes sobre as tantas dimensões fundamentais da profissão professor, na qual infelizmente predomina um monólogo conteudista adotado pelos docentes. Neste sentido, a tese de Oliveira (2018) se mostrou um dos trabalhos de pesquisa nos quais mais percebo o caráter antropológico mobilizado através das vozes de acadêmicos de diferentes regiões brasileiras. Essa mobilização leva a construção pelos acadêmicos dos seus próprios cursos de licenciatura em matemática e, por meio de suas narrativas, demarcam vários (des)afetos oriundos da relação entre professor e aluno, (des)afetos esses constituídos por tudo que os tocam, os marcam, no processo de se formarem futuros professores que lecionarão matemática.

Não importa o quanto há de pesquisas que apontam para isso? E os diversos grupos, associações de professores, pesquisadores que discutem e já apontaram tal problemática? E os bons projetos submetidos não ressoam mudanças?

[...] não basta haver apenas um bom projeto se aqueles que o vão desenvolver não estiverem comprometidos com sua proposta e em sintonia quanto à concepção de professor que se almeja formar. E quando digo “aqueles”, quero dizer todos aqueles que trabalham em cursos de formação de professores, inclusive os professores de disciplinas consideradas duras que não percebem sua ação na direção de uma formação para a docência. Não percebem que ao ensinar matemática, ensinam também um modo de ver a matemática, um modo de se relacionar com o aluno, de avaliar, ensinam uma postura docente (Oliveira, 2018, p.376).

E por que será que não há forças para enxergar isso? Quem disse que romper com situações de falta de compromisso ético nas licenciaturas não seja possível? Também não importam as vozes dos estudantes em sala de aula?

Ao parar agora para refletir sobre tudo isso gostaria de compartilhar com vocês o desdobramento de algumas situações que perpassaram a relação entre docentes e discentes na academia e que aqui estou (re)memorando, tendo três delas ocorridas no início e uma no final de meu curso de licenciatura.

A primeira concerne a uma situação de desafeto por parte de um professor na graduação, que era de outro departamento e que estava ali tentando transmitir um conteúdo totalmente desprovido de uma relação prática que pudéssemos aproveitar como futuros professores da educação básica. Tudo começou por eu estar passando por uma *restrição*, uma *condição* não possível de ser modificada por mim naquele momento, que acometeu minha saúde física quando fui atingida pela dengue. Era quase final do primeiro ano da graduação e eu ainda estava com poucos sinais de melhora. Preocupada em não perder todo o ano de estudo comecei a solicitar aos professores que, caso pudessem, me delegassem avaliações mesmo fora do período normal planejado com relação à minha turma. Além disso, essa disciplina, em especial, era muito complexa para um ingressante de primeiro ano de um curso superior e, diante das fragilidades encontradas pela turma, o professor lançou um exercício como desafio que valia 5 pontos e que eles tinham uma ou duas semanas, já não me recordo tão bem, para tentar resolvê-lo. E claro, eu também queria esta oportunidade!

Depois de muita luta, pois o professor não queria me dar a chance de realizar a última avaliação que eu havia perdido e, muito menos tal exercício proposto à turma, consegui que ele deixasse eu realizar uma P₄, quarta e última avaliação da disciplina, no momento que meus colegas faziam a prova de exame final. Naquele momento, quando peguei minha prova, lembro que implorei para que eu tivesse o exercício extra. Ao entregar a minha avaliação, não deixando de expressar seu descontentamento com a situação, o professor virou minha prova e redigiu o enunciado de tal exercício. Recordo-me que corri para minha carteira e comecei a fazer a avaliação.

Terminei a mesma muito antes do previsto com todo grau de dificuldade que ali se encontrava e passei a me debruçar sobre o exercício extra, que era realmente muito complexo; eu fazia muitos cálculos e nada dava certo. Até que, como ocorrera com Alice, uma ideia me veio à mente, que me capacitou a conseguir cumprir o desafio proposto. Enquanto os colegas ainda faziam suas avaliações, fui à mesa do professor entregar minha prova e a reação dele para com ela foi instantânea: ele a recolheu, seguiu direto para a última página entregue a fim de verificar se eu havia conseguido cumprir com a questão tão desafiadora. Ao verificar que eu tinha obtido êxito, olhou para mim e disse somente: *“huumm... Pelo menos não perdi tempo!”* Olhei para ele e sem palavras retirei-me. Senti como se eu estivesse em uma partida de xadrez para ver quem seria o ganhador ao final. Não estaria aí uma tamanha falta de sensibilidade na relação educador-educando? O que ainda me leva a questionar sobre a forma como este docente vivenciou seu processo educativo e o que tem reproduzido na sua profissão: será que aprendemos ou ao menos passamos a nos perguntar sobre o que constitui verdadeiramente um educador?

Por outro lado, duas outras docentes agiram de modo completamente diferente. Essas Alices foram realizando avaliações dentro do previsto, como a optativa e, se necessário, o exame final, mas acima de tudo compreendendo a situação totalmente atípica que me acometia. Uma delas, a Alice Bittar, que redigiu a avaliação de construções geométricas, cujo nome da avaliação eu nunca me esqueci, pois lembro-me que tinha como título: Avaliação – Camila. Realizei a avaliação em sua sala no departamento de matemática em um horário que era viável para nós duas. Atitudes como essa parecem tão simples de serem operacionalizadas e como fazem diferença quando se há sensibilidade afetiva para com o(a) licenciando(a)! Decerto, são elas que vão deixando marcas significativas que muito contribuirão com a formação de um educador (matemático).

Em contrapartida, porque será que ainda hoje há tantos docentes que não conseguem deixar de lado o seu autoritarismo ou qualquer outra palavra que melhor possa representar a triste relação rígida e vertical de ensino, em que o professor tem o prazer de evidenciar sua soberania frente aos estudantes? Talvez, Alice, seja mesmo para deixar claro quem é que detém o poder, ou quem sabe, corroborando ainda com as tais demandas institucionais com forte teor colonialista, não é mesmo?!

Alice Pesquisadora: Que tamanha contradição que impera nessas (entre)linhas!

Alice D Silva: É, e não deixa de ser mesmo!

Nesse sentido, me lembrei de outra cena que também gostaria de compartilhar, que diz respeito à minha reprovação em uma disciplina ao longo do meu período de estudos. Ela aconteceu

porque eu não aguentava mais ouvir da professora que lecionava tal disciplina que era obrigação sabermos conhecimentos básicos (que não eram tão básicos assim como podemos imaginar), e ela seguia sem se importar com 90% da turma, que lhe dizia que não estava compreendendo absolutamente nada do que ela ‘transmitia’. Ali me encontrava como Alice na  [lagoa de lágrimas](#) que ela mesmo produzia, tentando relembrar tudo para ver o que sabia antes, como ao recordar geografia, dizendo ser Londres a capital de Paris, e Paris a capital de Roma¹⁶, mas percebia que nada estava certo.

Fui desestabilizada, mas não de uma maneira que me motivasse a estudar e a buscar uma adaptação diante de situações que eram propostas num *meio didático* estabelecido pelo professor. Não! Era uma desestabilização contrária, impactante e, talvez vivenciando momentos de total amnésia que me incapacitava a progredir com os meus estudos. Na verdade, não havia ali um *meio didático* para que eu pudesse aprender, como bem aprendi com Brousseau (2008)! Não foi à toa que apenas três acadêmicos foram aprovados na disciplina, dentre uma turma de aproximadamente 25 colegas de minha turma e acadêmicos de anos anteriores que estavam ali pela segunda ou terceira vez tentando aprovação na disciplina. Depois a refiz com a mesma professora, e agora já nem me recordo mais como terminou essa trama. Na verdade, acho mesmo que nem aprendi de fato tudo o que eu teria que aprender; tenho uma leve impressão de que apenas estudei para passar de tal disciplina, e não para construir um conhecimento pessoal e profissional.

Mas, retornando aos afetos vividos na condição de discente na academia, há relações que estabelecemos com o processo de ensino e aprendizagem da matemática que, a partir da mediação de professores com os quais nos inspiramos, passamos a sentir que é possível aprender *com*, assim como reafirmar o nosso lugar para refletir e ir continuamente formando-nos educadores.

É aí que percebo que a vida me presenteou com meus mestres acadêmicos, as Alices - José Luiz Magalhães de Freitas e Marilena Bittar - que me ensinaram/ensinam, a partir de suas próprias práticas (e para além delas), a viver a didática da matemática (DDM) em minha prática docente. Desde a graduação ao mestrado, estudei mais profundamente a Teoria das Situações Didáticas (TSD) e a Teoria dos Campos Conceituais (TCC), que passaram a ser dois dos pares de óculos que me permitiram ir compreendendo a realidade no que tange a fenômenos didáticos envolvendo a matemática e, a partir da realidade vivida, compreender interlocuções e/ou outras necessidades teóricas para a leitura e intervenção no mundo, num movimento dialético entre teoria e prática.

Ao finalizar a graduação em 2009, escrevi uma monografia, sob orientação do prof. José Luiz, envolvendo um estudo da convergência de sequências numéricas por meio de situações-problema com acadêmicos dos últimos anos do curso de licenciatura em matemática (UFMS). Ali foi possível analisar conceitos mobilizados por eles, como o infinito e a noção de limite, em situações que não estávamos (em que me incluo também) habituados no curso, mas talvez necessárias para nossa formação de professores. Como consequência desse estudo, passei a refletir sobre a possibilidade de algumas das situações poderem ser mobilizadas na educação básica. Com esse intuito, procurei dar continuidade ao estudo do tema com estudantes de ensino médio, já no mestrado, realizado entre 2010 e 2011, também sob orientação de meu mestre acadêmico.

Destaco que a transição do ensino médio à graduação, e posteriormente, desta para o mestrado, foi possível porque meus tios me deram a oportunidade de estudo, a qual agarrei com todas as forças, com o desejo de me especializar na área e realizar uma das coisas que mais gosto de fazer: estudar! Ressalto essa parte, pois se na época essa condição não me tivesse sido dada, logo após concluir o ensino médio, eu teria que ingressar no mercado de trabalho e, talvez, não conseguiria usufruir do mundo que a universidade me possibilitou experimentar.

Ah, por que não conseguiria Alice? (Alice D Silva pergunta para si mesma com ar de deboche)

...

[Alice D Silva], me perdoa mesmo, que eu estou um tempão para te responder, semanas e semanas, mas eu tenho trabalhado bastante, até tranquei a faculdade por causa disso, e aí quando eu chego em casa eu vou fazer as coisas de casa [...], mas eu queria muito conseguir voltar a participar mesmo da pesquisa, porque sempre que surge uma questão eu lembro de como a gente estava, só que eu não estou conseguindo muito pesquisar, fazer as pesquisas, né, de fato, mas eu quero muito continuar, se ainda der tempo, tá bom? [...] [Alice Ramos, whatsapp, 30/05/2022].



[...] O coro de vozes se levantou mais uma vez: "Não havia espaço para bilheteria por onde ela veio, aquela região vale mil libras o centímetro!"

"Não me venha com desculpas", admoestou o Guarda. [...] (Carroll, 2021, p.58-59).



Ademais, nessa região possa até mesmo ser possível ter um duelo entre a formação e o mercado de trabalho (salvo lembrar que nem sempre esse esteja ligado à profissão professor!), já que transita no nível *Sociedade*, sendo esta, ancorada em uma estrutura capitalista, não é mesmo? Afinal, fazendo um breve deslocamento, as *instituições noosféricas* (Kaspary, 2020), presentes na

sociedade brasileira se constituem em um mundo político, econômico e social, além de ditarem as *condições e restrições* das respectivas demandas às quais a classe trabalhadora deverá sobreviver.

Alice Pesquisadora: E então, o que cabe a nós Alice? Será que deveríamos mesmo nos calar e dar como caso perdido? Ou indagar, refletir e lutar coletivamente em prol de um *tempo* de formação humana?!

Alice D Silva: Acredito mesmo que há um convite em Chevallard (2013), para nos abirmos à possibilidade de realmente questionar o mundo, questionar as razões de ser de situações como as explicitadas por Alice Ramos, que acabam por corroborar para que muitos de nós (também estudantes) no Brasil se vejam como em um  [campo de croqué](#), lidando com a constante tensão que impera entre diferentes mundos que nos atravessam, e que acabam por nos levar a fazer escolhas que nem sempre são compatíveis com nossos reais desejos.

Assim, Alice, como educador(a):

Preciso, agora, saber ou abrir-me à realidade desses alunos com quem partilho a minha atividade pedagógica. Preciso tornar-me, se não absolutamente íntimo de sua forma de estar sendo, no mínimo, menos estranho e distante dela. [...] diminuo a distância que me separa de suas condições negativas de vida na medida em que os ajudo a aprender não importa que saber, o do torneiro ou o do cirurgião, com vistas à mudança do mundo, à superação das estruturas injustas, jamais com vistas a sua imobilização (Freire, 2022, p.134-135).

Parece que acabei me desviando um pouquinho do caminho. Onde parei mesmo?!... Ah...ufaa!! Lembrei... no término do mestrado!

Pois bem, na vivência dos últimos meses do mestrado, mesmo que na época eu já estivesse atuando como professora bolsista do curso de licenciatura em matemática, na educação à distância da UFMS, sentia-me angustiada, pois desejava experimentar minha profissão na educação básica, já que raros foram os momentos de regência dos estágios supervisionados, ainda na graduação. Por outro lado, havia a Alice Orientador no término do mestrado, incentivando-me a fazer a seleção e ingressar no doutorado na Unesp, pois na época o Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática - PPGEduMat/UFMS ofertava somente o mestrado. Foi nessa ocasião que recordo minha resposta a ele: “*Não prof., não! Preciso viver o chão de sala de aula [...]!*” Oito anos depois, optei por viver esse tal doutorado, em vias de uma relação maternal, que logo mais lhe contarei.

Alice Pesquisadora: Então, agora começaria boa parte de suas excursões memoriais em posição docente? 

Alice D Silva responde com um sorriso tímido e acenando com a cabeça e logo começa a explicar ...

Tomada a decisão para lecionar o mais logo possível, passei a entregar vários currículos por grande parte das escolas de minha cidade, e somente fui chamada para assumir em uma das escolas, a coordenação da área de matemática, vinculada a um projeto do Estado que havia sido lançado naquele mesmo ano, para atuar junto à equipe pedagógica e professores de matemática dos anos finais do ensino fundamental e ensino médio.

A atuação nesse projeto se deu por dois anos, e ocorreu de uma forma um tanto complexa, pois nem sempre professores aceitavam uma jovem de vinte e poucos anos a dialogar com eles. Eu passava no corredor e sempre via um quadro cheio de exercícios repetitivos, iguais aos que eu havia visto tantas vezes na escolaridade básica. Afinal, estava ali expressa uma prática docente tradicionalista enraizada de muitos anos de docência. Por vezes eu era chamada para ajudar na resolução de alguns exercícios matemáticos, em que Alices tinham dúvidas, mas sentia que não havia 🗝️ ‘espaço’ para pensarmos juntas sobre possíveis percursos didáticos. No entanto, minha atuação na escola se dava de várias formas, como nos momentos de substituição de professores em que eu levava os estudantes à sala de informática, para aproveitar e trabalhar com eles algum conteúdo matemático com a mediação da tecnologia; na elaboração de projetos interdisciplinares envolvendo todos os estudantes e professores da escola e como monitora, quando alguns chegavam a mim com dúvidas em questões e/ou conteúdos matemáticos, dentre outras demandas.

No entanto, talvez por força do destino, no meio daquele ano comecei a dar aulas no ensino superior (ES), passando a atuar em duas instituições particulares de ensino. Primeiramente em um curso voltado a redes de computadores e, embora muito jovem e inexperiente, buscava dar o melhor de mim. Lembro-me que eu procurava aplicações matemáticas junto aos conhecimentos da área, o que era muito difícil. Questionava-me sobre como fazer tais conexões e como alguns dos conteúdos daquela disciplina que eu estava ministrando poderiam ser úteis a eles e pudessem de fato atribuir sentido a tudo aquilo que estava sendo trabalhado. Depois comecei a lecionar em cursos de engenharia, com algumas turmas extremamente numerosas, com mais de 100 acadêmicos. Buscava dar uma 🗝️ ‘boa’ aula, ainda de forma totalmente expositiva, explicando de diferentes formas possíveis, o objeto de estudo que os discentes não estavam compreendendo. Contudo, foi nesses primeiros anos de minha atuação docente que passei a agir, como disse antes, com certa radicalidade vivenciada na graduação, já que ouvia de alguns professores, que atuavam como

coordenadores de curso, que não era para eu  *passar a mão na cabeça deles e nem dar mole*. Associei essas mensagens ao medo de perder aquela oportunidade de atuação no ES, e me senti ancorada à prática enraizada nas relações radicais advindas de algumas disciplinas cursadas na Matemática.

Porém, um dia, ao contrário de todos, uma conhecida fada [...] contou-me que estivera em uma universidade que comprovara que o riso tem um poder muito maior que o medo, até me sugeriu um filme a respeito, e depois, como se estivesse me lançando um encantamento disse:

“Se tu continuar assim, te preocupando mais com o que ensinar do que com quem aprende, irás te tornar uma professora tão sem vida, que tua única motivação será ver o medo e o sofrimento nos olhos daqueles a quem ensinas”.

Obviamente respondi que isso não aconteceria, e ela, calmamente, me respondeu que isso já estava acontecendo e que só teria fim quando alguém acreditasse, verdadeiramente, em mim.

E foi assim que me tornei Malvática, a bruxa da Matemática. E aos poucos fui esquecendo a professora que fui um dia. Até você dizer, sinceramente, que acreditava que eu poderia ser uma boa professora (Cunha, 2019, p.57).

Tal como relatei acima, Alice, é que vejo que não soube ao certo como lidar com determinadas demandas institucionais e profissionais e o quanto estavam ali somente adormecidos muitos dos outros aprendizados de cunho mais didáticos. Afinal, “nossas relações ‘pessoais’ são, portanto, fruto da história dos nossos assujeitamentos institucionais passados e presentes” (Chevallard, 2003, p. 83).

Alice Pesquisadora: E aonde ainda queres chegar?!

Alice D Silva: Ah Alice, mas será mesmo que eu deveria chegar em algum lugar? Confesso que nem sei mais diante dos tantos descaminhos que tenho percorrido. Ou talvez, pelo menos nesse momento, poderíamos ir nos permitindo refletir: Por que não considerarmos a sensibilidade afetiva em um sistema didático como um gesto didático fundamental na profissão professor? O que acha?

Alice Pesquisadora: Vamos ver se encontraremos respostas suficientes para confirmá-la, não é mesmo?

— Sim! Respondeu Alice D Silva. E logo pensou consigo mesma: mas pelo menos podemos começar a pensar nesse caminho...

Para ratificar esse ponto e nos ajudar a pensar a afetividade na docência penso no patrono da educação brasileira, Paulo Freire (2022, p.138), cujo trabalho nos lembra que o “ensinar exige querer bem aos educandos” indicando a nós, (futuros) educadores, uma possibilidade de abertura ao “bem-querer da própria prática educativa” da qual participamos. Desta maneira, reitero a

necessidade de começarmos a compreender o papel da afetividade, assim como tantos outros elementos que compõem a prática educativa. Só que, para isso, primeiramente

preciso descartar como falsa a separação radical entre *seriedade docente e afetividade*. 🔑 Não é certo, sobretudo do ponto de vista democrático, que serei tão melhor professor quanto mais severo, mais frio, mais distante e “cinzento” me ponha nas minhas relações com os alunos no trato dos objetos cognoscíveis que devo ensinar. A afetividade não se acha excluída da cognoscibilidade. O que não posso obviamente permitir é que minha afetividade interfira no cumprimento ético de meu dever de professor, no exercício de minha autoridade (Freire, 2022, p.138, grifos do autor).

E por falar de sensibilidades, no terceiro ano de atuação após o término do mestrado me desvinculei de algumas instituições de ensino, visto que surgiu um concurso docente para atuação no curso de licenciatura em educação do campo – LeduCampo da UFMS, sobre o qual me debrucei imensamente nos estudos, para assumir a única vaga ofertada. Lembro-me que desde os momentos que realizava esses estudos passei a ter uma relação cada vez mais próxima com as obras de Ubiratan D’Ambrósio, as quais me davam forças para atuar e formar-me professora acreditando na possibilidade de almejar, lutar e fazer parte de uma educação que se põe em movimento, com humildade e voltada tanto para a justiça social quanto para a paz. Foi nesse esperar herdado tanto de Ubiratan D’Ambrósio quanto de Paulo Freire que passei no referido concurso, e que hoje atuo como docente na Faculdade de Educação (FAED) da UFMS.

Deste modo, é inegável que lecionar nesse curso me permitiu enxergar a razão de permanecer avançando nos estudos com a DDM, a qual me ajuda a ir no âmago de fenômenos relativos aos conhecimentos matemáticos. Até tentei me aventurar em caminhos outros, mas como o bom filho pródigo, retornei à casa de meus pais, no grupo de estudos em didática da matemática, o DDMat, pois ali sentia ser meu lugar de fala, de análise e produção em conjunto aos conhecimentos matemáticos que sempre estive enraizada em mim. Da mesma forma (re)aprendi sobre o diálogo entre saberes populares e científicos, compreendendo suas próprias relações estabelecidas, tendo em vista as diferentes instituições de origem que compõem nossa sociedade e sem dicotimizá-los como se fazia em tempos outros. Aliada à prática do saber escutar, movimentada pelo diálogo *com* os educandos e no (re)conhecer de tantas outras matemáticas existentes, também fui (re)construindo minhas *praxeologias* didáticas e matemáticas no exercício da profissão professora, ao compreender diferentes técnicas utilizadas para o cálculo de uma determinada área, como o método de heron, o da cubação da terra, o tempo que um trator leva para arar uma dada terra e tantos outros exemplos.

O mesmo ocorreu em 2019 quando tive oportunidade de ministrar junto a demais membros do DDMat algumas formações continuadas para professores dos anos iniciais, sendo que nesse mesmo período passei a lecionar em duas turmas dos cursos de pedagogia tanto à distância quanto presencial. É certo que estar com pedagogos e futuros pedagogos também potencializou minha prática docente, pois eles também me ensinaram, a partir de suas aberturas para com o outro e na sua postura humilde, a (re)conhecer a sede e a necessidade de saber mais do mundo da matemática, no anseio por desmistificar a tensão que essa área tanto causava a muitos que ali estavam.

Paralelamente a este contexto, comecei a estudar, no DDMat, conceitos da TAD antes desconhecidos por mim. Em especial a mudança de *paradigmas didáticos* proposta por Chevallard (2009), me chamou muito a atenção. Ele propõe romper com o *Paradigma Visita às obras (PVO)* em direção ao *Paradigma Questionamento do Mundo (PQM)*.

Alice Pesquisadora: Alice, o que vêm a ser esses paradigmas? Nunca ouvir falar sobre eles! 🔑

Alice D Silva: O *Paradigma Visita às obras - PVO* é baseado em um modelo de ensino que coaduna com uma perspectiva mais tradicional. O autor compara a relação do ensino com uma visita a um museu, em que podemos inferir que o aluno só é chamado pelo professor a contemplar tais obras, podendo essas serem conteúdos, livros, conceitos etc. Já o *Paradigma Questionamento do Mundo - PQM* concerne a um processo de estudo nutrido por questões que vão permitir gerar o estudo de uma ou mais obras à medida que os estudantes buscam respostas para os questionamentos levantados com a ajuda do professor.

Empolgada com essa possibilidade de leitura para compreender muitos dos fenômenos didáticos em torno da matemática em nossa realidade, passei a tentar mobilizar, mesmo que de forma bastante introdutória, alguns princípios do *PQM* durante as aulas presenciais na pedagogia. Na ocasião solicitei acesso ao ambiente virtual de aprendizagem (AVA) para que eu pudesse utilizá-lo, em primeiro lugar, como mais um ambiente para fomentar o diálogo entre os acadêmicos e seus processos de estudo e pesquisa desenvolvidos com base em cada situação de cunho matemático e didático que ali era proposta e, em segundo, como um instrumento de avaliação formativa, a partir de suas participações. As aulas, embora bastante dialogadas, com momentos de trabalho em grupos e com atividades dirigidas em que eu transitava na sala dirimindo (ou provocando?!) mais dúvidas, ainda se mantinham próximas à exposição dos conceitos via slides

ou quadro negro. Por outro lado, tentava provocá-los à reflexão a partir de situações que, quem sabe, nos levassem a transitar por diferentes campos da matemática, já que na ementa desse, e de vários outros cursos de pedagogia, busca-se trabalhar conceitos e metodologias envolvendo o campo da álgebra, números e operações, geometria, probabilidade e estatística, bem como grandezas e medidas.

Lembro-me de uma paisagem de um livro didático em que havia ali a cena de chapeuzinho vermelho percorrendo um caminho até a casa de sua avó, que estava numerada. Havia vários animais, como lebres e alguns outros passarinhos voando, placas dando a direção para a casa da vovozinha, bem como o lobo mau escondido por detrás de uma das árvores presentes na paisagem. Essa paisagem foi um fio condutor que tomei para transitarmos em alguns conceitos matemáticos e abrimo-nos em aula às possibilidades de pensar em um breve cenário didático, aliada à formulação de algumas questões que poderíamos elaborar e/ou devanear, a partir do envolvimento de nossos possíveis alunos imaginários na arte de explorar o mundo da matemática aliado àquela cena.

Uma das coisas que muito me mantinha (e me mantém) vigilante na posição de professora está em suscitar na sala de aula um ambiente que os alunos pudessem/possam sentir a importância do ato de perguntar e, talvez, quem sabe, passem a se questionar sobre o porquê de procedimentos e técnicas matemáticas apreendidas anteriormente. Essa tarefa era muito difícil, dependendo de algumas fragilidades dos próprios conhecimentos prévios que cada um tinha, mas tão necessária para quem estaria em breve na posição de professor.

Quem sabe esse movimento tivesse começado a fazer efeito ali, quando me deparei com a resposta de Alice a uma das questões da avaliação final da disciplina, em que eu os solicitava a rememorar os pontos que mais lhe tocaram no curso da disciplina. Na ocasião, a discente descrevia a importância de procurar saber o porquê das coisas, possibilitando que os estudantes passem a sempre se questionarem sobre os conceitos que lhes são apresentados, além de os professores terem perguntas norteadoras para que possam indagar os estudantes. Tal colocação revive o exercício introdutório na minha formação enquanto docente nessa transição de paradigmas, de modo que os educandos possam ver esse processo de maneira crítica.

Assim, com o desejo de também me aventurar na arte de formar-me, e sair um pouco de minha zona de conforto, me atrevi a habitar esse mundo no país dos pedagogos. Foi aí que acabei

...

Alice Pesquisadora: Caindo em um buraco, o Doutorado?!

Alice D Silva: Como você sabe disso?



"Ora, [...] Tudo tem uma moral, é questão de saber encontrá-la."

"Como gosta de achar moral nas coisas! Alice pensou consigo mesma" (Carroll, 2013, p.125)



Bom, de todo modo, é isso mesmo e tudo começou quando fui tomada pela curiosidade de seguir Alice Bittar, aqui como o meu  [coelho branco](#), embora ela nunca estivesse atrasada, quando juntas ministrávamos oficinas com a participação de professores e futuros professores dos anos iniciais em 2019. A partir disso propus o desenvolvimento de uma pesquisa de doutoramento com esse público. Conversando com ela sobre minhas ideias para o projeto de pesquisa a ser submetido ao PPGEduMat naquele mesmo ano, arrisquei-me na seleção para cursar o Doutorado, com início em março de 2020. E aí, acabei caindo nesse buraco tão enigmático que só quem percorre sabe como é, de acordo com a experiência descrita em Larrosa (2022, p.34), que descreve “não é caminho até um objetivo previsto, até uma meta que se conhece de antemão, mas é uma abertura para o desconhecido, para o que não se pode antecipar nem “pré-ver” nem “pré-dizer””.



"Mas não quero me meter com gente louca", Alice observou.

"Oh! É inevitável", disse o [Gato](#): "somos todos loucos aqui. Eu sou louco. Você é louca."

"Como sabe que sou louca?" perguntou Alice.

"Só pode ser", respondeu o Gato, "ou não teria vindo parar aqui" (Carroll, 2013, p. 95).



É assim que muitos, como eu, poderiam ter pensado que talvez o mais importante em cair nesse buraco é permanecer vivendo cada vez mais em uma bolha para produzir o que poderia ser o devaneio de sua possível tese. No entanto, ao cairmos, passamos a olhar tantas coisas a nossa volta, a vivenciar diferentes mundos, bem como outras formas de pensar com e em educação matemática, por exemplo.

Quando nos envolvemos com a pesquisa com educação matemática, aqui também descrito em minúsculo, o que até mesmo pode ser lembrado junto aos estudos desenvolvidos em torno de uma educação matemática menor, buscamos fincar uma posição política, ao romper com a colonialidade imposta que circunda uma ciência considerada mestra, a Matemática, desde os tempos mais primórdios. Como proposto no campo da didática da matemática (DDM), o uso do

termo matemáticas nos ratifica à sinalização das matemáticas produzidas em diferentes instituições de referência. Assim, através de diferentes formas de atuação, e para além desta, é possível operarmos com uma diversidade de matemáticas. Como evidenciam Rosa e Giraldo (2023, p.14), a opção por usarem, em minúsculo, o termo “matemática(s)”, no plural, demarca um posicionamento político que se opõe a essa história única – e eurocêntrica – de conhecimento, indicando nosso reconhecimento do dinamismo e da diversidade dos processos históricos e sociais que atravessam a produção de saberes matemáticos”.

Talvez, aqui, podemos ir sentindo a possibilidade de nos abirmos a aprender e nos posicionarmos para manter viva a responsabilidade de todo pesquisador, ou melhor, de todo educador desta área, como a incessante busca e atuação vigilante de modo a romper com uma possível verticalização para com as mais diversas práticas matemáticas produzidas na humanidade.

Reconheço que a variedade de estudos como esses não fazia parte do meu *universo cognitivo*¹⁷ até o ano de 2015, sendo esse o conjunto formado por diferentes tipos de objetos que eu conhecia e mantinha relação com eles, como resultante de meus assujeitamentos na multiplicidade de instituições às quais estive vinculada, em especial, nas instituições acadêmicas em que eu assumia a posição de discente ou docente. Foi a partir de então que, revivendo o PPGEduMat, junto com seus membros, que compartilho das palavras de Alice quando ela descreve o seu sentimento de pertencimento em tal Programa, o terreno que compõe o buraco que permitiu minha queda.

Fazer parte de um Programa de Pós-graduação tão heterogêneo oferece possibilidades que outros talvez não ofereçam; somos atravessados, afetados, materializados em outras discussões que não as nossas. Consigo olhar em outras direções que não a minha, ouvir diferentes teorizações e pensar na contribuição que irão me dar (Oliveira, 2022, p.49).

Estive percorrendo diferentes caminhos, nas imbricações entre psicanálise e educação matemática, na experiência com Jorge Larrosa, me perdendo com a questão sobre o que vem a ser ciência, (re)conhecendo estudos em etnomatemática a partir das diferentes composições matemáticas e dentre tantos outros, me encontro com as *gaiolas epistemológicas*, expressas por D'Ambrósio (2016), conceito que tem me tocado muito em todo o percurso de doutoramento.

[...] o conceito de gaiolas epistemológicas, comparando especialistas a pássaros vivendo em uma gaiola. Os pássaros só veem e sentem o que as grades permitem, só se alimentam do que encontram na gaiola, só voam no espaço da gaiola, só se comunicam numa linguagem conhecida por eles, procriam e reproduzem na gaiola. Mas não sabem de que cor a gaiola é pintada por fora (D'Ambrósio 2016, p.224).

Nesse sentido é que ao (re)interpretar a colocação de Oliveira (2022), nos permitimos começar a olhar pelas grades de nossas gaiolas, bem como voar e, quem sabe, a também nos encontrar em discussões outras pela toca abaixo. E por lá fomos seguindo nosso Coelho “[...] sem parar um segundo para pensar como sair de lá depois.” (Carroll, 2019, p. 36).

Ah, e essas gaiolas?! Como são tantas na instituição educação matemática tal qual em inúmeras outras instituições, não é mesmo?!

Alice, tenho percebido que o transitar entre mundos e paradigmas parece ser tão difícil quando, simplesmente, não é função da ciência determinar o que é certo ou errado, como dizia Weber (1996), ou quando refletíamos com Chalmers (1993). Mas parece que continuamente há tantos embates nos cruzamentos que ocorrem no subterrâneo dos jogos de produção de conhecimentos, que a meu ver parece um tanto contraditório quando confrontamos nossos discursos com nossas práticas e/ou atitudes.

— Mas, pode ser só uma ínfima percepção sua! Interrompeu Alice Pesquisadora, mas logo dando a palavra à Alice D Silva que retoma seu pensamento.

— Talvez! Por outro lado, entre tantos discursos e atitudes, eis aí a tão famosa dialética teoria-prática, não?!! E além do mais, se não considerássemos o avanço no processo de construção dos conhecimentos social e historicamente produzidos na humanidade e nos mantivéssemos arraigados ainda, como na antiga Grécia, à dicotomia entre ciência e arte, engaiolados com grades e  portinhas tão bem reforçadas que nenhuma  chavezinha dourada conseguiria de modo algum abri-la, não estaríamos aqui hoje (re)construindo um conhecimento no campo da educação matemática, aliado ao campo artístico.

Sei também que não damos conta de tudo, muito menos contemplar todas as opções, bem como não parece ser um bom caminho nos apropriar, sustentar e confirmar ou não, uma hipótese dada *a priori*. Contudo, se aqui, em um dos lugares de formação acadêmica, não nos permitirmos indagar, refletir e pensarmos juntos sobre tal problemática, então, qual lugar seria possível?

Aliado a isso, não estamos aqui criticando os estudos e produções de cada grupo de produção de conhecimento, como também expressa D’Ambrósio (2016, p. 229):

Em nenhum momento eu sugiro a destruição das gaiolas, pois a metodologia de trabalho das disciplinas tem seus benefícios. Mas defendo que as gaiolas tenham suas portas abertas, para o entrar e sair livremente. Essa liberdade tem como contrapartida bom senso e autenticidade. O que critico é a submissão total aos preceitos, regras, objetivos, métodos rígidos das disciplinas.

Nesse contexto, até quando nossas produções acadêmicas ficarão cada vez mais restritas e condicionadas a um diálogo somente entre os pares de nossas próprias gaiolas epistemológicas? Por outro lado, como você Alice, também pode caminhar de modo a se permitir voar para (des)construir e/ou (re)construir conhecimentos na luta coletiva por uma educação mais humanizada?

É aí que me volto a pensar num movimento dialético e sobre o desafio de nos abirmos para múltiplas conexões, na construção de conhecimentos que, juntos, nosso campo da educação matemática nos leva a desbravar.

Aliás, me lembrei quando Nóvoa (2009, p. 31) nos traz no âmbito do compromisso social do trabalho docente, do qual me refiro a qualquer esfera institucional que o contém, que “Educar é conseguir que a criança ultrapasse as fronteiras que, tantas vezes, lhe foram traçadas como destino pelo nascimento, pela família ou pela sociedade”.

E o que isso tem a ver aqui, Alice? Talvez, ao lembrarmos que essa criança pode ser a mesma que ainda habita em cada um nós, já que educar-se é substancialmente formar-se¹⁸, quem sabe, esse devaneio pode levar-nos a considerar a dimensão pessoal do professor-pesquisador no processo educativo.

Sabemos que a formação depende do trabalho de cada um. Sabemos também que mais importante do que formar é formar-se; que todo o conhecimento é autoconhecimento e que toda a formação é autoformação. Por isso, a prática pedagógica inclui o indivíduo, com suas singularidades e afetos. (Nóvoa, 2002, p.14).

Sabe de uma coisa, Alice? Eu não imaginava que esse diálogo aqui proposto me provocaria uma reflexão no âmbito pessoal e profissional e que, no cruzamento desses, poderia até antecipar o seu valor na dinamicidade que constitui minha própria identidade, ao firmar-me (ou questionar-me constantemente?) como educadora, como apreendido com Nóvoa (2009).



[...] “Poxa, está tudo tão esquisito hoje! E pensar que ontem as coisas estavam normais. Será que passei por alguma transformação durante a noite? Deixe-me ver: será que acordei igual? Tenho a vaga impressão de que despertei me sentindo um pouquinho diferente. Mas, se não sou a mesma, pergunta que não quer calar é: quem sou eu, então? Ah, aí está o grande mistério!” (Carroll, 2019, p. 45-46).



Alice Pesquisadora: Alice, antes de nos contar quem és, qual o jogo em que você decidiu se aventurar em seus devaneios de formação doutoral?! 🔑

Alice D Silva: Nesse momento, penso ser fundamental anunciar a questão, duplamente constituída e denominada por Q_0 , que permitiu ser o ponto de partida de nossa aventura nesta pesquisa:

Q_0 : Como ocorre um *percurso de estudo e pesquisa* na transição de paradigmas com (futuros) professores que ensinam matemática dos anos iniciais? Afinal de contas, que (re)construções são produzidas ou não, no *equipamento praxeológico* dos (futuros) professores rumo ao *Paradigma Questionamento do Mundo*?

É a partir desta questão que buscamos confirmar nossa tese, ou ainda, nossa aposta didática neste processo de doutoramento, a qual descrevemos como sendo:

Um *percurso de estudo e pesquisa* constituído na transição de paradigmas e que leva em conta alguns gestos didáticos fundamentais evidenciará *condições e restrições* para sua realização em um sistema didático inclusivo $(X, Y, Q)^{19}$, além de provocar (re)construções nos *equipamentos praxeológicos* dos (futuros) professores envolvidos neste percurso.

Alice Pesquisadora: Mas, Alice D Silva, como iniciar um jogo apresentando sua aposta, sem ao menos conhecer as regras deste jogo?

Alice D Silva: Ora, quando Alice está no país das maravilhas, se depara com um mundo em que a sentença final antecede o julgamento e, se deslocarmos um pouco mais essa questão, você acredita mesmo que isso não aconteça a todo momento no Brasil e no mundo, deixando de fora desta condição apenas uma pequena parcela da população mundial?

Agora, em nosso mundo acadêmico, Alice, é fato que todos nós (pesquisadores) temos algumas regras *a priori*, seja em possíveis teorizações ou teorias que poderão ser utilizadas, bem como procedimentos metodológicos que melhor se adequam às premissas iniciais. Em nosso caso, por exemplo, a opção foi por realizar a (quase) leitura da realidade com estudos desenvolvidos na DDM e por meio de um jogo cooperativo, do qual pudesse partir as necessidades do grupo que foi constituído por (futuros) professores dos anos iniciais e as pesquisadoras. No entanto, sabemos que tantas outras poderão vir durante o jogo, o que nos leva a estarmos atentos a elas, não?! Só não irei, nesse momento, compartilhar todas as regras que foram se constituindo *a posteriori*, pois quero te convidar para tomarmos um  [chá](#) em um outro dia: assim, poderá se aventurar conosco pelos caminhos que percorremos.

Mas, vou te contar um segredo...

A nossa Q_0 não era descrita da forma como lhe apresento acima desde o início do doutoramento. Não é à toa que muitas das mudanças que nos ocorreram nesse processo deixaram

marcas que nos permitiram (re)construir a mesma, visto que, amparada em Nóvoa (2009), quando lembramos um fato passado, talvez estejamos lidando com um passado que é também presente e que ao mesmo tempo constitui um futuro presente. Afinal, “as coisas não são o que são, são o que se tornam. Tornam-se, em nosso devaneio,” (Bachelard, 1997, p. 49).

Desde o início procuramos desenvolver uma ação em que os acadêmicos em formação inicial do curso de pedagogia da UFMS pudessem vivenciar uma prática dinâmica de formação, constituída em direção ao *Paradigma Questionamento do Mundo*. Ali, inicialmente, nos questionávamos sobre que *equipamento praxeológico* eles teriam para a docência e como poderíamos intervir, a partir de vários estudos e pesquisas, como os desenvolvidos por Adair Nacarato, Edda Curi, Dario Fiorentini, Cármen Lúcia. B. Passos, Neuza M. de Souza e tantos outros que já evidenciaram a problemática na formação matemática de professores dos anos iniciais. Assim, com base nos estudos da DDM, como desenvolver um *percurso de estudo e pesquisa (PEP)* em um curso de pedagogia, levando em conta, dentre outros fatores, o fato de que o objeto de estudo matemático no curso perpassa por diferentes campos de conteúdos da matemática, como números e operações, grandezas e medidas, geometria, álgebra, probabilidade e estatística?

Foi aí que o esboço feito para uma possível Q_0 era investigar como se daria a relação pessoal dos acadêmicos de um curso de pedagogia com o saber matemático, quando estes participam de uma proposta formativa durante um curso disciplinar e qual seria a repercussão deste processo em suas práticas docentes no período de estágio obrigatório. Dessa maneira, compreendemos ser necessário analisar a relação que o acadêmico estabeleceria com o saber não somente durante o curso disciplinar, mas sim quando este efetivamente passasse a atuar como professor no período de estágio, o que seria possível de se observar, pelo menos em parte deste, quando o acadêmico na posição de professor faria suas escolhas matemáticas e didáticas ao ter que lecionar na educação básica.

No entanto, fomos todos assujeitados à forte *restrição* que marcou os anos de 2020 e 2021 na história da *Humanidade*, a pandemia de Covid-19, e que não imaginávamos o quanto afetaria as nossas vidas, principalmente, no âmbito emocional. Em decorrência de tantas dificuldades e escuridão que nos rodeavam, nas incertezas e inviabilidades também em nossa proposta inicial de pesquisa, que previa encontros presenciais, quando vivíamos um período de isolamento social, passamos a pensar no desenvolvimento de nossa pesquisa em encontros online. Assim, com a ferramenta do *google meet*, que conhecemos nesse período, constituímos um espaço alternativo no

qual, voluntariamente, professores e futuros professores dos anos iniciais comporiam o nosso grupo de estudos.

Nesse período me sentia mudando de tamanho o tempo todo, a ponto de nem saber mais quem, de fato, eu era. Diante das inúmeras mudanças que me ocorreram, a partir das marcas fincadas em mim das relações vivenciadas no doutorado, passei a compreender que minha pesquisa era muito mais que olhar somente para a formação matemática de acadêmicos ao longo de um percurso de formação. Surgiu então a necessidade de olhar para as condições e *restrições* que poderiam intervir nesse processo que se constitui na luta pela emancipação de um *modelo dominante* de ensino que ainda hoje se faz tão presente e enraizado em nossas próprias práticas educativas.

Por outro lado, embebida ainda pela marca deixada em mim, a partir da intenção de pesquisa focada na disciplina de matemática ofertada nos cursos de pedagogia, que compreende diversos campos de conhecimentos matemáticos, não ficou extinguida a possibilidade de conhecer e compreender (re)construções didáticas e/ou matemáticas que poderiam se constituir a partir de um dispositivo didático outro (aqui nos referindo ao *PEP*), em processo de superação ao corpus disciplinar que ao longo do tempo foi sendo moldado.

No decorrer dessa trajetória, também passei a me questionar: o estudo que estávamos propondo ancorava-se em um diálogo *para* ou *sobre* o (futuro) professor? Isso passou a me incomodar imensamente e foi aí que percebi que não tinha sentido para mim caso eu chegasse a essa conclusão. Rememorando esse ponto, Alice, parece que estou compreendendo o que me perguntara no início de nossa conversa: por que não vivenciar um percurso ao ensinar e aprender *com* eles? Ao vislumbrar possibilidades de atuação rumo ao *PQM* realizado com (futuros) professores dos anos iniciais, não poderia me eximir nesse processo de produção coletiva de conhecimento que se dá com o estudo sobre e para a nossa formação, como professores de uma possível sociedade do amanhã. (Chevallard, 2013). Assim como, ao retomar o posicionamento de Paulo Freire, Nóvoa ratifica a fala do mesmo em que nos evidencia a importância de compreender que:

A formação é um fazer permanente, que se refaz constantemente na ação; para se ser, tem que se estar sendo ... é algo que pertence ao próprio sujeito e se inscreve num processo de ser (nossas vidas e experiências, nosso passado etc.) e num processo de ir sendo (nossos projetos, nossa ideia de futuro). (Nóvoa, 2001, p.3)

Afirmar a minha posição no âmbito de uma educação emancipatória também foi possível a partir do complemento de minha lente teórica, a Pedagogia Freiriana, equipando-me com ela para também compreender como ocorre o *percurso de estudo e pesquisa* desenvolvido por nossa pesquisa de doutorado. Assim como dizia um operário em Freire (2022, p.32), “cheguei a esse curso ingênuo e, ao descobrir-me ingênuo, comecei a tornar-me crítico. Esta descoberta, contudo, nem me faz fanático, nem me dá a sensação de desmoronamento”. Talvez aí perpetue-se de fato a procura de viver de forma mais consciente, o que também pode me permitir observar que a porta de entrada para aventuras professorais pode estar na consciência de que somos seres inconclusos, como nas palavras de Paulo Freire, ou ainda, na relação que estabelecemos com nossa *ignorância* para que possamos passar ao ato de questionar e investigar o mundo que nos rodeia, como descreve Yves Chevallard.

Assim, em meio ao caos guardado e/ou perdido em minha memória, há sempre uma pitada de esperança, Alice, de modo que todos nós possamos continuamente viver no compromisso pelo  *Ser mais*, como propõe Freire (2022).

Alice pesquisadora:  E agora, [quem sou eu?](#) Vou me lembrar, se puder! Estou decidida!²⁰ 

Alice D Silva: Sabe Alice, houve um tempo em que as coisas pareciam muito paradas, mas trazendo em si uma naturalidade perturbadora à medida que os fatos iam (trans)parecendo.

 “Refletia (tentava refletir, na verdade, pois o calor a deixava sonolenta e burra) se o prazer de montar uma guirlanda de margaridas compensava o trabalho de se levantar e colher as margaridas, quando, de repente, ...”. (Carroll, 2019, p.36) 

Talvez tenha sido ali, movida pelo sentimento de estar novamente  *entre o caos e o bom humor*, um dos momentos que me alertaram para retomar à leitura de Valle (2015), que havia lido em 2016 e na qual a autora fazia analogias da doença crônica, esclerose múltipla, com cenas e personagens do filme Alice no país das maravilhas. Confesso que eu nunca havia lido as duas obras de Lewis Carroll em que Alice era a protagonista e, nesse instante, movida pela curiosidade, imediatamente saí para comprá-las e logo depois já me via debruçada em suas histórias.

Foi então que, parando para pensar em quem eu sou, ou melhor, quem eu era ou quem eu estava sendo e que, nem me lembro mais, já que não sou mais a mesma nessa contínua travessia que hoje me (re)encontro, percebi que a cada página lida via-me e encontrava a nossa pesquisa nas (entre)linhas que me permitiam devanear com Alice.

Em um dos dias em que eu já estava terminando tais leituras, ouvi meu whatsapp tocar – o que é muito raro, já que ele vive no modo silencioso - e era Alice Bittar me perguntando se eu queria conversar sobre a pesquisa. Muito empolgada com a leitura que eu estava realizando, achei que não tinha nada a compartilhar com ela sobre a nossa pesquisa e, inclusive, queria muito fugir da resposta que eu tinha que dar naquele momento. Afinal, a orientanda estava ali dispersa alguns dias apenas vivendo Alice; mas pensei bem, respirei fundo e 🗝️ (acertadamente) decidi aceitar o convite 🗝️ (ou seria uma convocação?!), pois tinha um bom tempo que não nos falávamos nestas posições acadêmicas.

No momento da orientação lembrei de compartilhar com ela as imagens dos materiais que havia produzido com acessibilidade e enviado à Alice Marques e, inclusive, falar sobre meu encontro com Alice no país das maravilhas e através do espelho. A partir dali, com sua visão de uma coruja que, com sabedoria e excelência professoral, me questionava ou cutucava, sentindo o meu entusiasmo junto à minha incerteza de ser, para que eu pudesse avançar na construção da escrita da tese, mas agora, com as obras de Alice. Assim, ela me deu asas à imaginação, ajudando a construir o tom estético para o desenvolvimento da tese e que, em uma dimensão estético-política, também passamos a compreender as minhas *relações pessoais* no campo da produção de conhecimento com a EM.

Por outro lado, comecei a me aventurar nos estudos que perpassam a sensibilidade afetiva na relação educador-educando, passando a “caminhar de olhos fechados para que eu pudesse ver o mundo”, como descrito em Silva e Bittar (2023). A dimensão afetiva foi se constituindo imbricada às diferentes marcas que me tocaram, a partir das minhas relações pessoais vivenciadas com os fenômenos didáticos que foram se manifestando com a educação matemática. Conectada a essa, as dimensões institucionais e cognitivas foram me levando a compreender os diversos *assujeitamentos* por algumas das *instituições* que trilhei, e por isso não esquecendo de estar vigilante às *condições e restrições* que imperam nos níveis superiores da *escala de codeterminação didática* e que muito interferem nos diferentes sistemas didáticos estabelecidos, no sentido de uma prática e teoria engessadas em padrões acadêmicos. Como expresso por Chaachoua e Bittar (2019),

o conceito de *relação pessoal* me permitiu a oportunidade de unir o que muitas vezes nós tendemos a fragmentar e que, por meio da *memória didática*, fui aos poucos compreendendo as (re)construções didáticas que ocorreram em meu *equipamento praxeológico*. À guisa de (in)conclusão e conforme aprendi com Bachelard (1988, p.8): “Um mundo se forma no nosso devaneio, um mundo que é o nosso mundo. E esse mundo sonhado ensina-nos possibilidades de engrandecimento de nosso ser nesse universo que é o nosso. Existe um futurismo em todo universo sonhado”. É com vista a prosseguir vivendo meus sonhos que, com a curiosidade de uma criança que continua (des)aprendendo entre os caminhos sinuosos da vida, posso dizer que anseio sentir e viver cada vez mais com a coragem e a utopia de uma educadora matemática. Mas, antes que

 Humpty Dumpty nos questione o que essas palavras significam para nós, compartilhamo-las diretamente do nosso patrono da educação matemática brasileira: “A coragem do educador é sair do conforto e da segurança da gaiola e ver a realidade do mundo. A utopia do educador é chegar a uma humanidade em harmonia e dignidade para todos e em paz.” (D’Ambrósio, 2016, p. 230).



É isso que dá viver às avessas! [...] sempre deixa a gente um pouco tonta no começo...²¹



Alice Pesquisadora: Alice, vou me permitir suscitar algumas reflexões também em diálogo *com* outras Alices, a partir do que compartilhou conosco.

Primeiramente, tenho uma leve impressão que:



A toca seguia reta como um túnel, mas um súbito declive – tão inesperado que Alice não conseguiu deter seus passos – a lançou em queda livre no que parecia um poço muito fundo. Ou o poço era muito fundo, ou ela caiu muito devagar, pois teve tempo de sobra, enquanto caía, para examinar ao redor e antecipar o que estava por vir. Primeiro, tentou olhar para baixo e ver para onde ia, mas a escuridão não permitia distinguir qualquer coisa. Olhou então para as laterais do poço e reparou que eram revestidas de armários e estantes; aqui e ali, havia também mapas e quadros pendurados em cavilhas. (Carroll, 2019, p.36)



Desta maneira fui observando parte de sua própria transição entre paradigmas, diante dos atravessamentos e afetos que lhe ocorrem, buscando sentido e o *nonsense* para o avesso de uma realidade que escapa ao que lhe era conhecido, até mesmo antes de sua decisão em seguir o coelho e, então, cair no buraco de um doutorado. Afinal, como indagou Alice: ““De que serve um livro”,

pensou, “sem desenhos ou diálogos?””²², já que nosso *equipamento praxeológico* é continuamente (trans)formado a cada instante da vida, não é mesmo?

Assim, apreensões vão se revelando com as memórias didáticas emergentes, que hoje são interpretadas na condição de doutoranda - pesquisadora em formação, como (re)construções de algo que tenha lhe tocado, quando “o importante é voar, e poder observar nossos voos, retomar caminhos, lugares, compreensões, em tempos outros, sempre que necessário. Assim, são pássaros em voo!” (Corrêa, 2019, p.64).

Aliado aos fragmentos de vida que suscitam uma reflexão para tentar romper com autoritarismo que se instaura em vários âmbitos da profissão de professor e precisa cada vez mais dar espaço à prática da pergunta, bem como a escuta o outro, para talvez ir pensando sobre a constituição de um diálogo *com*, na perspectiva Freiriana.

Com essas (entre)linhas produzidas vislumbro uma abertura para fincar estacas, algo similar ao defendido por Jeremy Kilpatrick quando discute sobre o campo da EM. Um pensar sobre as múltiplas conexões tão fundamentais ao problematizar a dialética teoria-prática em diferentes estágios de nossa própria formação (docente). O problema do conceito das relações pessoais em um sistema didático que poderiam ser mais bem estudadas, não somente pela ‘racionalidade’ advinda de um mundo científico, mas com a sensibilidade afetiva que se constitui na relação educador-educando também se impõe. Ademais, já ia me esquecendo do ponto de tensão que se instaura entre questionamentos e explicações sempre a serem dadas, quando o grande ápice da pesquisa que desenvolve traz uma aposta focada em um paradigma de investigação, não lhe parece Alice?

Ah, são tantas perguntas, e talvez ainda não consiga me lembrar de nenhuma resposta para elas. Terei que partir para me debruçar sobre algumas trufas que em uma visão de paraquedista acabei avistando nesses caminhos. Assim como pensou Alice, se eu chegar naquele morro talvez eu possa ter uma visão mais de perto por onde devo me permitir caminhar...

Alice D Silva: Alice, sabe de uma coisa, ouvindo você falar de suas percepções, agora que me dei conta que já não lembro se falei sobre os resultados obtidos com a tese realizada, como fruto do meu processo de doutoramento. De todo modo, mais importante que um resultado é o percurso desenvolvido para chegar (ou não) nele, não é mesmo? Nesse sentido, vimos a necessidade de aventurar, indagar, estudar, para depois conhecer possíveis resultados, se assim tivermos. Do que

adianta apenas aceitarmos respostas prontas, como meros espectadores, sem condições de viver e/ou sentir alguns dos processos de estudos e pesquisas? É movendo-nos constantemente pela prática da pergunta que podemos viver a prática investigativa para, de fato, conseguir apreendê-la em outras situações. Então, se quiserem sentir os caminhos que trilhei, os pequenos enigmas que ali vão se apresentando, as aventuras experienciadas, quem sabe, poderão ajudar a me encontrar nesses labirintos.

E por um (quase) fim-começo ... 

*Quem me chamou
Quem vai querer voltar pro ninho
E redescobrir seu lugar
Pra retornar
E enfrentar o dia a dia
Reaprender a sonhar
Você verá que é mesmo assim
Que a história não tem fim
Continua sempre que você
Responde sim à sua imaginação
A arte de sorrir
Cada vez que o mundo diz não*

*Você verá
Que a emoção começa agora
Agora é brincar de viver
E não esquecer
Ninguém é o centro do universo
Assim é maior o prazer
[Refrão]
E eu desejo amar todos
Que eu cruzar pelo meu caminho
Como sou feliz, eu quero ver feliz
Quem andar comigo, vem
[Refrão]*

Brincar de Viver²³

Composição: Guilherme Arantes e Jon Lucien.

Interpretação: Maria Bethânia

Alice D Silva: Alice, por enquanto, acredito que seja isso o que tenho a dizer.

Alice pesquisadora: Muito obrigada por ter aceitado o desafio deste percurso.

Alice D Silva: Foi um prazer, até breve!³

Narrando com ...

ARAYA-CHACÓN, Andrea & MATHERON, Yves. Un modèle pour l'évocation des connaissances en classe de mathématiques. Micro-cadre institutionnel de la memoire didactique. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 35 (1), p. 37-68, 2015.

BACHELARD, Gaston. *A água e os sonhos*: ensaio sobre a imaginação da matéria; [tradução Antônio de Pádua Danesi]. São Paulo: Martins Fontes, 1997.

³ Para acessar o mapa de questões e respostas, [clique aqui](#).

BACHELARD, Gaston. *A poética do devaneio*; [tradução Antônio de Pádua Danesi.] São Paulo: Martins Fontes, ISBN 85-336-O539-O, 1988.

BROUSSEAU Guy, CENTENO José. Rôle de la mémoire didactique de l'enseignant. *Recherches en didactique des mathématiques* 11(2&3) 167 – 210, 1991.

BROUSSEAU, Guy. *Introdução ao estudo da teoria das situações didáticas*. Conteúdos e métodos de ensino. São Paulo: Ática, 2008.

CARROLL, Lewis. *Alice: Aventuras de Alice no País das Maravilhas & Através do Espelho*. Tradução de Maria Luiza X. de A. Borges. Introdução e notas de Martin Gardner. 2. ed. Rio de Janeiro: Zahar, 2013.

CARROLL, Lewis. *Aventuras de Alice no País das Maravilhas*. Rio de Janeiro: DarkSide Books, Tradução: Marcia Heloisa, Leandro Durazzo, 2019.

CARROLL, Lewis. *Alice através do Espelho*. Rio de Janeiro: DarkSide Books, Tradução: Marcia Heloisa, 2021.

CHAACHOUA, Hamid., BITTAR, Marilena. A teoria antropológica do didático: paradigmas, avanços e perspectivas. *Caminhos da Educação Matemática em Revista*, Aracaju, v. 9., n. 1, p. 29-44, 2019. ISSN 2358-4750 p. 29-44.

CHEVALLARD, Yves. *À propos des PER*. In : Journal du Séminaire TAD/IDD – 1; p. 7- 23, 2009. Disponível em: <http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/IMG/pdf/journal-tadidd-2009-2010-1.pdf>

CHEVALLARD, Yves. *Analyse des pratiques enseignantes et didactiques des mathématiques: l'approche anthropologique*. Cours donné à l'université d'été Analyse des pratiques enseignantes et didactique des mathématiques, La Rochelle, p. 91 – 120, IREM de Clermont-Ferrand, 1998. Disponível em: http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/article.php3?id_article=27

CHEVALLARD, Yves. *Approche anthropologique du rapport au savoir et didactique des mathématiques*. Communication aux 3es Journées d'étude franco-québécoises (Université René-Descartes Paris 5, 17-18 juin 2002). Paru dans S. Maury S. & M. Caillot (éds), *Rapport au savoir et didactiques*, Paris, 2003, p. 81-104.

CHEVALLARD, Yves. Enseñar matemáticas en la sociedad de mañana: alegato a favor de un contraparadigma emergente. *Journal of Research in Mathematics Education*, v. 2, n. 2, p. 161-182, 2013.

CHEVALLARD, Yves. *Les problématiques de la recherche en didactique à la lumière de la TAD*. Texte d'un exposé réalisé le 28 janvier 2011 dans le cadre du Séminaire de l'ACADIS (ADEF, Marseille), 2011.

CHEVALLARD, Yves. *Organiser l'étude*. Cours 3 - Structures & Fonctions. Actes de la XIème Ecole d'été de didactique des mathématiques. Grenoble, La Pensée Sauvage, 2002.

CORRÊA, Bárbara Drielle Roncoletta. *Entre narrativas, gaiolas e voos: movimentos de integração de tecnologias digitais de uma professora dos anos iniciais*. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Federal de Mato Grosso do Sul – UFMS, Campo Grande/MS, 2019.

CUNHA, Aline Vieira da; MONTOITO, Rafael. *O baú da vovó: processos mentais para a aprendizagem do conceito de número*. Pelotas, 2019. *E-book* Disponível em: <https://cutt.ly/6VFyrRp>.

D'AMBROSIO, Ubiratan. A Metáfora das Gaiolas Epistemológicas e uma Proposta Educacional. *Perspectivas da Educação Matemática*, v. 9, n. 20, 27 dez. 2016.

D'AMBROSIO, Ubiratan. Armadilha da Mesmice em Educação Matemática. *Bolema*, Rio Claro – SP, v. 18, n. 24, set. 2005. ISBN 978-85-89082-23-5.

FREIRE, Paulo. *Pedagogia da autonomia: saberes necessários à prática educativa*. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 2022.

KRANZ, Claudia Rosana. *O Desenho Universal Pedagógico na Educação Matemática Inclusiva*. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2015.

LARROSA, Jorge. *Tremores: escritos sobre experiência*. Tradução: Cristina Antunes e João Wanderley Geraldi. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2022.

NÓVOA, Antonio. *Professores – Imagens do futuro presente*. Lisboa: EDUCA, 2009. ISBN: 978-989-8272-02-7.

OLIVEIRA, Adriana Barbosa. *Licenciaturas em matemática como produção narrativa: aberturas para experiências*. Tese de Doutorado. Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, 2018.

OLIVEIRA, Susilene Garcia da Silva. *Elas, nós, eu (entre professores que ensinam matemática): episódios de uma formação*. Tese de Doutorado. Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, 2022.

OLIVEIRA, Thays Alves. *Trançando Narrativas de Professoras Negras de Matemática sob uma Cosmopercepção da Análise Crítica Interseccional do Discurso*. Dissertação de mestrado. Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, 2024.

PASSEGGI, Maria da Conceição; SOUZA, Elizeu Clementino de; VICENTINI, Paula Perin. Entre a vida e a formação: pesquisa (auto)biográfica, docência e profissionalização. *Educação em Revista*, Belo Horizonte, v.27, n.01 p. 369-386, 2011.

ROSA, Maurício; GIRALDO, Victor Augusto. Transposing problems: towards a decolonial based and (re)inventive Mathematics Education “doesn’t go blank”. *Revista Internacional De Pesquisa Em Educação Matemática*, 13(2), 1-25, 2023.

CAMARGO, Sandra Celso de; SALGADO, Raquel Gonçalves. “*Cada um brinca com o que quiser! Isso aí é rachismo!*”: infâncias, gêneros e sexualidades em debate na Educação Infantil. In: SILVA, Adriana Alves; FARIA, Ana Lúcia Goulart de; FINCO, Daniela. (Orgs.) “*Isso aí é rachismo! Feminismo em estado de alerta na educação das crianças pequenas: transformações emancipatórias para pedagogias descolonizadoras.* São Carlos: Pedro & João Editores, 257p., ISBN 978-85-7993-722-4, 2019.

SOUZA, Deise Maria Xavier de Barros; SILVA, Marcio Antonio. O dispositivo pedagógico do currículo-brinquedo de matemática, marcado pela dimensão de gênero, na produção de subjetividades. *Reflexão e Ação*, Santa Cruz do Sul, v. 26, n. 2, ago. 2018. ISSN 1982-9949.

SOUZA, Deise Maria Xavier de Barros; SILVA, Marcio Antonio. Questões de Gênero no Currículo de Matemática: Atividades do Livro Didático. *Educação Matemática Pesquisa.*, São Paulo, v.19, n.3, p.374-392, 2017.

VALLE, Lúcia del. *Entre o caos e o bom humor: enfrentando uma doença crônica.* 2. Ed. Ponta Grossa: Estúdio Texto, 2015. ISBN: 978-85-64267-04-2.

WEBER, Max. *A Política como Vocação.* In: WEBER, Max. *Ciência e Política, Duas Vocações.* São Paulo: Editora Cultrix, 1996. p. 53-124.

Bem-vinda(o) à Rota Q₀Q₂:
Paradigma Questionamento do Mundo?
Equipamento praxeológico?
Precisamos de uma conversa com  [Humpty Dumpty](#)!

Alice, você não tem ideia de como foi desejável ouvir essas perguntas, que logo surgiram a você quando fez a leitura de nossa Q₀. Na Pedagogia da Pergunta abordada por Paulo Freire rememoramos o quanto que nós, educadores, também precisamos aprender  *cultivar a curiosidade dos educandos, o que na verdade, seria, antes de tudo, ensinar a perguntar. Porque o início do conhecimento, repito, é perguntar!*²⁴

Além do mais Alice, vemos que a pergunta não é somente o ponto de partida para uma possível caminhada. Ela precisa se manter viva e ativa em todo o percurso. É como a devolução do problema ao aluno em sala de aula, expresso por Brousseau (2008), em que é necessário que o aluno não só entre no jogo, mas permaneça nele sempre movido por uma questão, não?

Afinal, aprendemos com ele que, desde crianças, nossa curiosidade é castrada quando começamos a realizar os primeiros questionamentos ainda no seio familiar, e cuja repercussão se dá no âmbito escolar. Esse, Alice, não deixa de ser nosso ponto de partida neste PEP-tese.

É a importância do ato de perguntar, em especial, em um processo didático, que também Yves Chevallard aborda nos princípios do que chama de *Paradigma Questionamento do Mundo*. Além disso, sua questão nos leva a também compreender o que entendemos por Paradigma, não? Na mesma direção, ocorre com o *equipamento praxeológico*: para compreendê-lo, também é necessário dar um passo atrás e conhecer o que quer dizer a palavra que antecede a ela: praxeologia. Uma praxeologia é formada pela união de um saber-fazer com o saber que o fundamenta e sobre a qual permite descrever qualquer atividade humana. Nesse sentido, Marianna Bosch e Joseph Gascón complementam nossa fala quando afirmam que *praxeologias geralmente não são construções individuais. O que é comumente considerado como o conhecimento, capacidade ou competência de uma pessoa corresponde ao que designamos como seu equipamento praxeológico, ou seja, a amálgama de praxeologias e elementos praxeológicos que a pessoa tem à sua disposição, ou seja, pode ativar em um determinado momento e sob certas condições e restrições*²⁵. Sobre o detalhamento dessas questões queremos vivenciá-las junto com você Alice, em nossa próxima parada.

Sobre a criação destas palavras, Chevallard a justifica em uma conversa com  [Humpty Dumpty](#), quando ele e colaboradores compartilham conosco que: *O princípio de Humpty Dumpty parece óbvio quando consideramos disciplinas bem estabelecidas. A teorização da realidade, essencial para colocar o princípio emancipatório em ação, precisa de novos termos. Isso é feito*

inventando novas palavras — como “heteroscedasticidade”, “molécula” ou “inconsciente” — ou atribuindo novos significados a palavras comuns²⁶. E que princípio é esse? Ah...



“Quando eu uso uma palavra”, disse Humpty Dumpty num tom bastante desdenhoso, “ela significa exatamente o que quero que signifique: nem mais nem menos”.

“A questão é”, disse Alice, “se *pode* fazer as palavras significarem tantas coisas diferentes”²⁷.

“A questão”, disse Humpty Dumpty, “é saber quem vai mandar – só isto”.²⁸



Um jogo de poder em tantos sentidos, não?! Mas, por que levantamos essa questão aqui? As palavras têm significados distintos e há uma razão de ser para cada uma delas que perpassa seu processo de criação. Em nossa tese Alice, trabalharemos em uma transição de paradigmas (*Paradigma Visita às Obras ao Paradigma Questionamento do Mundo*) tratada por Yves Chevallard, mas no decorrer de nossa caminhada também sentimos a necessidade de somar alguns elementos da concepção de uma *Educação Bancária* a uma *Educação Problematicadora e Libertadora*²⁹ expressa por Paulo Freire, o que nos ajudará na pergunta central de nossa tese. Mas, para aliviar um pouco a tensão que aqui já se instaura, nada melhor do que nos aventurarmos com o mundo infantil, não é mesmo? Afinal de contas, “*Explicação é uma frase que se acha mais importante do que a palavra*”³⁰⁴.

⁴ Para acessar o mapa de questões e respostas, [clique aqui](#).

Bem-vinda(o) à Rota Q₀Q₁:

Alice, que tal juntas questionarmos a formação à profissão professor dos anos iniciais?

___ Mas, espera aí, antes de pensar a formação, o que é a profissão professor? E o que é a profissão professor dos anos iniciais? ___ indaga Alice à Alice D Silva e Alice Bittar.

___ Alice, essa é uma longa história, que vamos tentar tecer alguns elementos para conversar sobre ela em nossa próxima parada.



"Evidentemente a primeira coisa a fazer era um levantamento completo da região que iria atravessar. É muito parecido com estudar geografia, pensou Alice, erguendo-se nas pontas dos pés na esperança de conseguir ver um pouco mais longe."³¹



De fato, Alice, para buscarmos elementos de respostas para essas questões precisamos de uma visão de *paraquedista* para que, depois, possamos aterrizar e desbravar algumas das *trufas* encontradas. Talvez aqui caberia observar sobre como se dá a formação à profissão do professor dos anos iniciais em outros lugares do mundo, não? Por exemplo: Moçambique (África), Espanha e França (Europa), Chile, Brasil (América)! E como é em outros países? Enfim, no nível *Civilização*? Cabe destacarmos que civilização, na TAD *não é tomada para significar um processo - o processo de civilização. Ela se aplica a um conjunto de sociedades que, até certo ponto, pode ser dito que compartilham - por meio de modelagem histórica - um grande conjunto de objetos e relações com esses objetos. [...] Ele ajuda a evitar falsas crenças sobre condições inicialmente consideradas locais - e, portanto, "superficiais" - quando, na verdade, estão profundamente enraizadas em uma civilização inteira - e, portanto, não são tão facilmente removíveis*³².

Acho que esses questionamentos podem nos levar a novas viagens e mundos ainda não conhecidos aqui por nós e direcionar rumo a futuras pesquisas, não? Alice, "*Em contextos internacionais, o curso de Pedagogia desenha-se em torno da formação de pesquisadores(as), gestores(as) e diversas tipificações de perfis profissionais que se inserem no campo amplo da educação, estando a formação docente atribuída a outros cursos.*"³³

Em nosso caso, vamos aterrizar nossa aventura no cenário brasileiro, com um grupo de (futuros) professores de diferentes regiões brasileiras. E qual a razão de ser da matemática nos cursos de pedagogia? E as influências existentes em termos da Noosfera? ...

___ Sabe, frente a tantos questionamentos que permeiam o contexto brasileiro, no final das contas ainda fico me perguntando: o pedagogo é o professor dos primeiros anos de escolaridade básica ou o professor dos primeiros anos de escolaridade básica é o Pedagogo ou...?

___ Calma, Alice, vamos precisar de meios de transportes mais potentes para auxiliar no diálogo que você está nos convidando a percorrer ...⁵

⁵ Para acessar o mapa de questões e respostas, [clique aqui](#).

Bem-vinda(o) à Rota Q0Q5:

Do início de uma ideia a um lugar de fala no país dos pedagogos

____ Parece que sabemos muito bem como tudo começou, não é, Alices?! Mas, acho que ainda há cartas na manga escondidas nesse jogo, hein?! Não acho que esteja tudo às claras!

____ Mas deveria estar? __ Indagam Alices e, logo continuam...

Vamos Alice!!! Foi assim que senti uma colega Alice, em uma das reuniões do grupo de estudos em didática da matemática (DDMat), nos fazer pensar em participantes do Estado de Mato Grosso do Sul (MS) para compor conosco essa pesquisa. E, por que não?! E por meio de um contato compartilhado por uma outra Alice também do DDMat, chegamos à Alice, pedagoga da UFGD/UNB que mesmo sem, de fato, nos conhecer, sentiu a potência de nossa pesquisa para além de nosso Estado, nos dando uma chacoalhada e, prontamente, ajudando a estabelecer contato com diversas outras instituições de ensino superior. E porque não (futuros) professores de todo o Brasil? Até parecia uma pergunta feita alguns anos atrás por Alice Bittar à Alice, a Oliveira (2018). A partir de então, era necessário diante do contexto pandêmico que passávamos, constituir um ambiente alternativo que nos permitisse tomar um novo  chá com Alice, ou melhor, Alices. E, em que espaço fazemos isso? Na formação inicial constitui o espaço das atividades complementares, por exemplo. E no âmbito da formação continuada, com professores que já atuam. Assim, elaboramos um projeto de extensão aliado a um projeto de pesquisa de Alice Bittar, para que pudéssemos certificar todos os participantes de nossa pesquisa.

____ Acredito Alices, que trabalhar com formações em espaços extraoficiais da universidade, é um dos grandes desafios da formação no âmbito da profissão professor, não?

____ Com certeza, Alice, muitas são as pesquisas que pontuam sobre esse ponto frágil. Afinal, os professores e futuros (professores), assim como nós, são atravessados por várias *condições e restrições institucionais* que, muitas vezes impedem um investimento em nossa formação intelectual e profissional. Eis aí, uma questão do  tempo, entre o tempo de trabalho e o tempo livre, que teóricos como Marx e Adorno pontuam, cada um dentro de suas especificidades.

Afinal, Alice, como nos diz esses pequenos fragmentos da letra da música *Tempo perdido*³⁴:

*Todos os dias
Antes de dormir
Lembro e esqueço como foi o dia*

____ Agora me digam, Alices, nesse lugar de fala no país dos pedagogos criado por vocês, quem pode falar? Todos podem falar?

____ Claro que sim, Alice! E é isso que não abrimos mão desde o início, sabia?!

____ Tenho minhas dúvidas! Provavelmente podem ter proposto diálogos induzidos, ao invés de diálogos inclusivos!

____ Então, continue percorrendo um pouco mais e, depois, volte a nos contar sobre suas próprias conclusões, para que possamos conversar mais sobre isso.

____ Confesso que já estou muito ansiosa, Alices!

____ Combinado, Alice. Até logo!⁶

⁶ Para acessar o mapa de questões e respostas, [clique aqui](#).

Rota Q0Q4:

Que maravilha, começo a avistar um outro mundo! *Um jardim de flores vivas?!*

Sabe Alice, antes mesmo de iniciar a pesquisa já tínhamos em mente considerar um problema didático que levasse em conta a diversidade formativa e/ou profissional dos sujeitos que compusessem nosso sistema didático, de modo que cada futuro professor de matemática, pudesse vivenciar essa aventura conosco rumo ao *Paradigma Questionamento do Mundo (PQM)* e desbravar possibilidades e limitações nesse processo de transição de paradigmas. No entanto, não imaginávamos que iríamos avistar um outro mundo, ou seria o mesmo? Mas que a doutoranda Alice D Silva desconhecia em seu processo profissional.



“É uma partida de xadrez fabulosa que está sendo jogada.... no mundo todo..., se é que isso é o mundo.”³⁵



Nesse mundo que começamos a (re)conhecer, a partir do diálogo com Alice Marques, um futuro professor com deficiência visual que vivenciou conosco nossa pesquisa, nos deparamos com diversas curvas sinuosas, em caminhos que perpassam processos de exclusão e inclusão, e foi aí, que também foi possível perceber as (re)construções no *equipamento praxeológico* de Alice D Silva e que você, Alice, quem sabe, poderá sentir a partir de nossos relatos de experiência.

Afinal,⁷

Todo mundo tem seu jeito singular
De ser feliz, de viver e de enxergar
Se os olhos são maiores ou são orientais
E daí? Que diferença faz?

Todo mundo tem que ser especial
Em oportunidades, em direitos, coisa e tal
Seja branco, preto, verde, azul ou lilás
E daí? Que diferença faz?

Já pensou, tudo sempre igual?
Ser mais do mesmo o tempo todo não é tão legal
Já pensou, sempre tão igual?
Tá na hora de ir em frente
Ser diferente é normal!

Ser diferente é normal!³⁶

Composição: Vinicius Castro / Adilson Xavier
Interpretação: Gilberto Gil

⁷ Para acessar o mapa de questões e respostas, [clique aqui](#).

Bem-vinda(o) à Q4!

Q4: Que tensão impera em espelhos dialéticos de exclusão e inclusão em um PEP com (futuros) professores que ensinam matemática rumo ao *Paradigma Questionamento do Mundo*?

[...] eu fui percebendo, inclusive diferente do que eu ouvi de uma diretora, que cego nunca ia ser ninguém, por que ele nunca ia ver como se faz uma conta e que nunca..., né? Daí eu comecei a ver que não era bem assim, do jeito que me foi colocado e que iam me impor uma condição que não era minha. [...] Então, no meu período básico de educação, digamos, oficial, né?! Nem sempre foi tranquilo, porque não é todo momento em que encontramos professores que permitem a participação dos alunos em aula, então eu tive momentos sim, que eu pedia para que o professor fosse mais claro, porque eu não estava conseguindo entender, e aí ele já achava que: Ah! Isso é porque você é cego, isso não dá mesmo para ti. (Alice Marques, em entrevista, 02/02/2022)

Entrando em um mundo às avessas

O excerto acima, já expresso na  porta de entrada desse texto, reflete um processo excludente em nossa sociedade e que vem bem na contramão do que compreendemos por Educação, já que a mesma, “no dizer de Paulo Freire, deve ser essencialmente processo de humanização, dialogicidade, prática para a liberdade” (Bittar, 2018, p.195). Tal excerto nos redireciona ainda para a reflexão proposta por Freire sobre o porquê dessa resistência em aprender e a sentir com as massas populares, com as opressões sofridas pelas classes marginalizadas, e o que aqui, para nós, para com os educandos, em que identificamos nessa resistência “um ranço autoritário que nos marca” (Freire, 2013, p.49). Ao tomarmos a inclusão como processo social e que perpassa nossa formação humana, a concebemos

na perspectiva de se refletir sobre a *educação para todos* em uma dada sociedade, de forma a assegurá-la como direito humano a todas as pessoas, ao compartilharem socialmente dos mesmos espaços e ações, levando em conta a diferença existente nos mais diversos grupos sociais (Silva, Silva e Bittar, 2024, p.2).

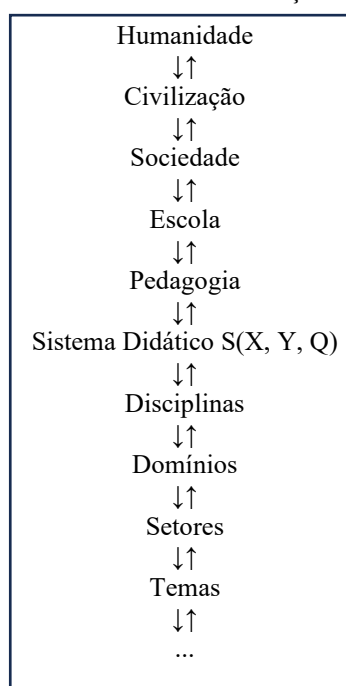
Assim, no âmbito educacional consideramos que como educadores, precisamos estar cada vez mais atentos e vigilantes às necessidades educacionais de cada aluno, de modo a legitimar as diferenças e assegurar “condições necessárias ao pleno acesso ao conhecimento produzido socialmente, com equiparação de oportunidades” (p.2)

Nos tópicos a serem percorridos a seguir, vamos esmiuçar algumas *condições e restrições* em função da perspectiva inclusiva junto a um grupo social, as pessoas com deficiência visual (DV). Essa escolha foi motivada pelo fato de termos vivenciado essa pesquisa com o licenciando Alice Marques, uma pessoa cega. Contudo, não desconsideramos também

as condições que se fizeram necessárias a todos os sujeitos de nossa pesquisa, uma vez que “o objetivo principal da Educação Inclusiva é a oferta de uma educação de boa qualidade  a todos os alunos, incluídos aí, aqueles com necessidades especiais”, como explicita Nogueira (2020, p. 128,  grifo da autora),

Tais *condições e restrições* são lidas com o apoio da lente teórica da TAD, especialmente em relação ao conceito de *escala de níveis de codeterminação didática*. Nesse sentido temos que *condições* são fatores que podem influenciar, por exemplo, algum fenômeno didático em diferentes níveis da *escala*, representada na figura 1.

Figura 1: escala de codeterminação didática



Fonte: Adaptada de Bosch (2018)

As *condições* podem ser ou não modificadas em um determinado momento por pessoas ou instituições, já as *restrições* são condições que não são passíveis de serem modificadas, a depender de um certo tempo, por determinadas pessoas e/ou instituições. A título de exemplo, nessa tecitura no âmbito de uma educação inclusiva, temos que o nível *Civilização*, por exemplo, compreende políticas públicas que influenciam ações educacionais em diferentes sociedades, como é o caso da Declaração Mundial sobre Educação para Todos (Jomtien, 1990) e a Declaração de Salamanca (1994), que passa a ressaltar a educação especial em uma perspectiva inclusiva. No entanto, é notório que tais níveis podem compreender ações e/ou produtos institucionais que condicionam não somente o contexto educacional. Dizemos isso, por exemplo, quando consideramos a própria Organização das Nações Unidas (ONU) que, em

2006, institui o termo  **pessoa(s) com deficiência(s)**, por meio da Convenção Internacional sobre os Direitos das Pessoas com Deficiência, como forma de romper com termos equivocados e difundidos em diferentes meios sociais, como é o caso de  “pessoas portadores de deficiência” e “pessoas deficientes”.

A priori parece que tais termos são observados somente como um simples espelho de Alice, em que, primeiramente, se vê algo acreditando que esteja apenas invertido. Esse é um caso, por exemplo, que tais pré-conceitos formados não são como mero sinônimos de considerar pessoas com deficiência, pois há valores humanos em jogo que careciam de questionamentos e reflexões através do espelho. Assim, o novo termo instituído traz em cena a pessoa em primeira instância, seu processo identitário e não alguma deficiência ou outra condição que a possa limitar e/ou reforçar preconceitos. Consequentemente, tais questões perpassam o contexto educacional e, em especial, um sistema didático em que também é fundamental agir por meio de *gestos didáticos*, sendo tais gestos, *condições* que podem ser criadas e/ou modificadas pelo educador de modo a assegurar o direito ao acesso ao saber pelo educando.

Por fim, tais notas aqui expressas não deixam de ser fruto dos estudos decorrentes e, consequentemente, da mudança no *equipamento praxeológico* da doutoranda no desenvolvimento desta pesquisa de doutorado que ocorre junto aos (futuros) professores dos anos iniciais, especialmente, quando ela se depara com a seguinte questão:

Como lidar com um problema didático inclusivo, a partir do encontro com uma pessoa com DV?

Devido ao fato de termos sido tocadas por esse encontro em nossa pesquisa e considerando o *Paradigma Questionamento do Mundo (PQM)*, o qual tem nos movido em nossa ação didática, como Chevallard (2013, p.168) consideramos que o novo paradigma didático implica no fato de que, “quando qualquer questão Q surge, X vai considerá-la, e, o mais rápido possível, irá estudá-la, a fim de chegar a uma resposta valiosa, em muitos casos com uma pequena ajuda de alguns y.”

Com a intenção de argumentar sobre o desenrolar de nosso problema didático, a partir do encontro com uma pessoa com DV consideramos que, o artigo publicado inicialmente em 2023 no XVII SESEMAT e que trazemos a seguir, pode lançar luz para a questão mobilizada neste subtítulo, bem como ajudar-nos na constituição da resposta de nossa Q4.



Comecei a caminhar com os olhos fechados para que eu pudesse ver o mundo: notas sobre encontros de (trans)formação³⁷

Camila de Oliveira da Silva
Marilena Bittar

Resumo: Esse artigo traz resultados parciais de uma pesquisa de doutorado realizada por meio de encontros online com um grupo de pedagogos e futuros pedagogos de diferentes regiões brasileiras. Detalhamos aqui um pouco dos encontros da doutoranda com um dos participantes com deficiência visual. Cabe destacar que o problema didático desta pesquisa vem se delineando na análise das condições e restrições de uma proposta de formação na perspectiva do *Paradigma Questionamento do Mundo*. Neste artigo, mobilizamos parte da *dialética entrada-saída*³⁸ do tema relativa a um *percurso de estudo e pesquisa* (PEP), mobilizada no âmbito da Teoria Antropológica do Didático (TAD). Para isso, tentamos realizar  uma breve saída da Didática da Matemática (DDM) para lançar nosso olhar para os escritos sobre *experiência* em Larrosa. Esse deslocamento se dá como uma condição necessária para a compreensão da mudança do *equipamento praxeológico* da pesquisadora em seu processo de (trans)formação, ao nos aproximar do *saber da experiência* e percebê-la como *sujeito da experiência* na leitura de seus sentimentos e movimentos com práticas (educacionais) inclusivas que nos movem para além da pesquisa, à vida.

Palavras-chave: Pesquisadora; inclusão; experiência; (trans)formação

O que pode um encontro?

A escolha desta pergunta origina-se ainda em um encontro de orientação entre a profa. Marilena e eu³⁹, quando me questionava sobre uma possível proposta para o primeiro encontro com os futuros participantes de minha pesquisa, sendo esses, pedagogos e futuros pedagogos voluntários de diferentes estados brasileiros⁴⁰. Cabe ressaltar que, a intenção da pesquisa era de constituir um grupo, para que pudéssemos investigar o desenvolvimento de uma proposta de formação amparada no *Paradigma Questionamento do Mundo* (Chevallard, 2013). Nesta proposta desenvolve-se um *percurso de estudo e pesquisa* (PEP), em que partimos do problema docente relativo ao que e como ensinar matemática nos primeiros anos de escolaridade básica.

Assim, naquela manhã de orientação, do dia 05 de outubro de 2021, minha angústia ainda estava em como disparar uma questão que, de fato, pudesse motivar a entrada dos participantes no jogo da pesquisa, e que tomassem para si o desafio de dialogar, refletir e estudar algo que lhes fizessem sentido. Foi aí que sugeri que entrássemos com uma situação ficcional com um teor bem problemático, que pudesse ter a potência de suscitar vários questionamentos, tendo como base os estudos sobre casos de ensino propostos por Judith Shulman. Com a proposta voltada, principalmente, a problemas da profissão professor, profa. Marilena sugere,

aliada a essa ideia, anteciparmos uma situação envolvendo números pares e ímpares em um contexto com diferentes pares de meias coloridas.

Essa situação já tinha sido trabalhada em formação continuada de professores, e já tínhamos pensado em mobilizá-la na pesquisa, tendo em vista sua potência para desencadear questionamentos sobre fenômenos relativos ao ensino e à aprendizagem em matemática.

Motivada com a possível questão geradora do processo de estudo com o grupo, passei a criar a situação problemática⁴¹, como uma história a ser contada, em que ali havia a professora Alice e grupos de alunos em uma aula de matemática sendo que em um dos grupos havia um estudante cego.

A opção por ter um aluno com deficiência visual na história foi, inicialmente, pensada como uma possibilidade para discutir a necessidade de um par de meias ser ou não composto por duas meias iguais, o que poderia provocar desequilíbrios cognitivos com relação a ideia de par. Além disso, a situação permitiria permear questões ligadas à inclusão, caso os participantes se questionassem sobre isso, mas não tínhamos previsto e nos debruçado a priori sobre esse caso, já que esse não fazia parte do objeto central de estudo pensado para a pesquisa.

No entanto, já no período da tarde do dia 05 de outubro de 2021, a ficção e a realidade começam a se misturar, pois recebi o e-mail de um acadêmico da região nordeste dizendo que gostaria de se inscrever para a proposta de formação em minha pesquisa. Sendo assim, solicitou uma vaga para compor o grupo, discorrendo sobre o seu interesse e se apresentando como uma *“pessoa com deficiência visual cego total”*. Ao ler o e-mail confesso que senti meus pés saírem do chão, por ainda não ter tido a oportunidade de ter um encontro⁴² com uma pessoa com deficiência visual. Levei um susto diante da coincidência que ocorrera, mas não um susto qualquer, talvez, uma surpresa, ou ainda, um tremor, nas palavras de Larrosa. Sem sombra de dúvida, eu já sentia que ali constituiria um novo desafio para a pesquisa e, claro, para mim.

Já em resposta ao e-mail, expressei o quanto fiquei feliz com sua disponibilidade e interesse em participar da pesquisa, bem como o questionei sobre o retorno do termo de compromisso livre e esclarecido (TCLE) à pesquisa, já que essa era a forma como eu estava procedendo a todos que entravam em contato comigo. Isto é dito, pois conforme exigências éticas, era necessário que cada termo tivesse a assinatura dos inscritos.

Então, passei a me indagar sobre como eu deveria proceder nesse caso e logo escrevi a ele: “Acredito que eu tenha que redigir esse termo em braille para você, não? Só vou precisar me informar sobre como fazer isso. Você também pode entrar em contato comigo pelo meu

whats (67) XXXXX. Vamos conversando.” Uma pequena pausa sobre esse trecho: acredito que aqui, já possamos imaginar e/ou perceber algum indício do início da minha travessia.

A partir daí começamos a conversar pelo WhatsApp, quando ele me disse que o termo estava acessível e não precisaria ser redigido em braille, mas que tentaria imprimir e com ajuda de uma pessoa, assinar. Em meio a conversa, passo então, a dar as mesmas opções orientadas aos demais inscritos, como digitalizar a assinatura e a realização de assinatura digital, o que seria, tão improvável quanto, por não ter uma caneta digitalizadora que pudesse dar um mínimo de condições⁴³. Nesse caminhar ele solicita um tempo para que sua ledora⁴⁴ pudesse preencher com ele o termo de compromisso, já que ela também estava inscrita na pesquisa. No entanto, as opções que ele encontrara acabaram não dando certo. Foi aí que algo já me desestabilizava, quando passei a me indagar: por que a pessoa com deficiência visual deve sempre se adequar às condições do outro e por que não podemos juntos criar outros mecanismos? Nesse momento, que sentido teria sua assinatura manuscrita em um papel redigido somente à tinta? Para mim, provavelmente, nenhum! Mas, tive medo, medo de arriscar-me. No entanto, logo senti que esse era um momento que eu teria que traçar alternativas, conforme já previa no TCLE, mas com um diferencial, como uma forma⁴⁵ de eliminar uma “primeira” barreira institucional desse processo, ou melhor, burocrática. Foi assim que criei outra condição de assinatura, que acredito ser tão válida e legítima quanto qualquer outra, diante das opções que eu estava tentando enquadrá-lo (e os demais também) em uma normalidade intrínseca desse processo. Sua inscrição foi aceita por mim, pelo envio em forma de áudio, no qual ele apresentou ciência, aceite e concordância a todos os termos lidos no TCLE.

Escolhi falar um pouco desses primeiros encontros, na tensão que ali se instaurou, quando começamos a tentar nos colocar e nos entender em um processo de inclusão que ocorre juntamente às pessoas com necessidades específicas⁴⁶. É fato que o desafio ocorreu em toda a produção de dados da pesquisa⁴⁷ e permanece latente em minha memória, leituras, escritas, ações cotidianas, vida.

É sobre parte da aventura desencadeada após esses primeiros encontros entre a pesquisadora e o futuro pedagogo, Alice Marques⁴⁸, que busco entrelaçar algumas memórias vividas com as lentes teóricas que também me ajudam a ler esse novo outro, ou simplesmente, o mundo que nos encontramos em conjunto ao exercício de uma pesquisa.

Encontros entre diferenças: como não sentir⁴⁹ junto?

Como bem expressa o poeta Vinicius de Moraes, “a vida é a arte do encontro, embora haja tanto desencontro pela vida”. Foi em um desses encontros, como demos início ao tópico acima, que me vi em um horizonte de possibilidades, ainda cursando as aulas do doutorado, em que junto às leituras realizadas, os acontecimentos vão deixando marcas em nós e contribuem para que possamos ir nos constituindo nas diferentes relações que estabelecemos com objetos, pessoas e instituições, Chevallard (1992). A leitura de Larrosa foi um desses acontecimentos, à medida que fui me aventurando na produção de dados da pesquisa, assim como foi com Paulo Freire, que se fez muito presente, com novos olhares e aproximações indispensáveis ao processo de doutoramento. Um processo contínuo que, como no esboço desse tópico, ao escolher e nomear esse fragmento de texto com “encontros entre diferenças”, reencontro-me com a leitura de Ole Skovsmose, realizada ainda há alguns anos e que, aqui, se faz imprescindível quando também interpreto “a educação inclusiva como uma educação que tenta ir além das diferenças [...] uma educação que tenta estabelecer encontros entre diferenças” (Skovsmose, 2019, p. 25-26).

Nesse sentido, busco partir de uma questão de sensibilidade na leitura e interpretação de um mundo em vias de inclusão, não uma sensibilidade à atividade matemática associada à *dialética ostensivo e não ostensivo*, (Bosch, Chevallard, 1999), tratada em outra(s) parte(s) da tese, e por outros pesquisadores da DDM, os quais também se debruçam sobre o estudo de condições de práticas matemáticas potencialmente inclusivas. Mas, o que quero aqui ressaltar é outra dimensão de sensibilidade, que a partir de um movimento de escuta e diálogo, conforme inspira Oliveira (2018), me leva a uma questão de sensibilidade afetiva da minha relação com as pessoas com necessidades específicas e comigo mesma.

Com isso volto a me aproximar da experiência em Larrosa (2002), não como um elemento do método das ciências objetivas, como descrito pelo autor, mas no abrir-me à escuta ao que me passa, ao que me acontece e ao que me toca e, com isso, tentar compor o sentido e o *nonsense*⁵⁰ do que me acontece, o saber da experiência. Desta forma, escolho apresentar algumas notas frutos de momentos vivenciados durante os encontros realizados na pesquisa.

Sobre os primeiros encontros de formação

Os primeiros encontros de formação foram constituídos por 4 sessões de trabalho que ocorreram pelo *google meet* e uma sessão final de apresentação, como forma de socializar toda a produção realizada anteriormente, que ocorreram entre os meses de outubro e dezembro de

2021. A partir da segunda sessão, o grupo de aproximadamente 22 participantes foi dividido em dois subgrupos, um que acontecia no sábado e outro na segunda-feira, com periodicidade quinzenal e cuja composição se deu conforme a disponibilidade de cada um. Como ferramentas de diálogo foram utilizadas, inicialmente, a plataforma *Classroom*, o *google meet* e o *whatsapp*.

No primeiro encontro houve o trabalho com o caso de ensino de Alice como um disparador para a discussão e para que aos poucos pudéssemos juntos iniciar a construção de uma *dialogicidade* freiriana. Esses encontros ocorriam em forma de conversas, compartilhando experiências e estudos sobre a situação inicial. Quando havia necessidade da apresentação de slides, eu passava a realizar as audiodescrições do conteúdo ali exposto, buscando trazer uma sintonia entre minha fala e o que os meus olhos, implicitamente, fechados, me levavam a ler, prática esta que foi tentando se constituir no desenrolar do processo. Confesso que, por vezes, me pegava com palavras como aqui, ali...e, percebendo, logo corrigia, complementava ou adequava a linguagem tão corriqueira e viciada com os anos de trabalho em salas de aulas que tinham apenas alunos videntes. Assim, fui me permitindo caminhar de modo a aprender com a singularidade desse processo transacional, bem como percebendo que os demais participantes também começaram a se movimentar nesse sentido, com atenção para o uso das palavras e/ou descrições sempre que necessário.

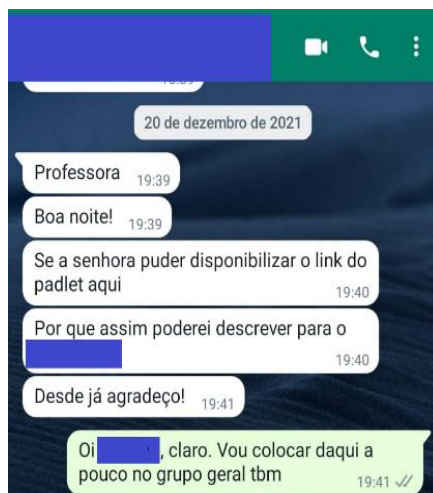
Nesse período trabalhamos com algumas questões que foram levantadas nos grupos, ainda acerca do caso de Alice, em que todos buscavam desenvolver um estudo, tentando buscar respostas a elas. Como forma de otimizar a produção diante dos vários questionamentos que perpassaram a primeira e a segunda sessão de trabalho, passamos a trabalhar em novos subgrupos. Foi aí que alguns participantes, dentre um subgrupo de trabalho, começaram a mobilizar o aplicativo *padlet*⁵¹, como forma de ir organizando e sistematizando as fontes de estudo pesquisadas.

Confesso que fiquei eufórica com a possibilidade de também utilizar e compartilhar com todos no último encontro do ano, pois naquele momento eu estava elaborando, de forma paralela no aplicativo *Cmaptools*, um mapa (similar a um mapa conceitual) contendo as questões e respostas que estavam sendo produzidas por todos os participantes da pesquisa e que teria que ser compartilhado em formato de imagem, considerando as *condições* que tínhamos, encontros online e com pouco tempo até a finalização prevista para essa primeira etapa de trabalho. Além de considerar que, metodologicamente, comecei a observar uma potência do aplicativo *padlet* para uma possível articulação da *dialética mídia-meio* aliada à *dialética questões-respostas*, (Chevallard, 2009), que são gestos didáticos fundamentais na realização de PEP, e o que ainda

não tinha visto em nenhuma pesquisa da área. No entanto, eu não imaginava que a possibilidade vista com o *padlet* passaria a se constituir como um ponto de tensão para mim.

A princípio, deduzi que Alice Marques também teria acesso às informações do *padlet*, já que ele estava sendo composto por caixas de texto, cuja leitura desse movimento poderia ser realizada por algum leitor de tela e complementada com ajuda de sua ledora. É aí que percebo uma dependência minha com a ledora que já poderia estar se instaurando, na interlocução entre mim e Alice Marques, como evidencia o excerto a seguir:

Figura 1 - Sobre a disposição da ledora



Fonte: dados da pesquisa

Nesses encontros, a futura pedagoga não estava ali na posição de ledora, mas é possível notar que acabei por mantê-la na posição institucional que vinha de sua relação com Alice Marques, no curso de Pedagogia que ambos cursavam. Entendo que ela era uma participante como qualquer outro do grupo e o dever de tornar aquele objeto de fato acessível a ele era meu. Mas, talvez, naquele momento, eu tenha agido de forma instintiva. Tê-la comigo consistiria em um certo conforto para que pudesse continuar lidando com uma situação não habitual? Será que eu tinha consciência de que aquele instrumento não era tão acessível quanto eu imaginava?

Na produção desse e dos próximos diálogos com Alice Marques passei a compor com ele, sobre “o sentido ou a ausência de sentido do que nos acontece e o sentido ou a ausência de sentido das respostas que isso que nos acontece exige de nós” (Larrosa, 2022, p. 68), para compreender e desbravar os possíveis rumos em minha posição de formadora-pesquisadora, quando literalmente me via entrando cada vez mais em um outro mundo, totalmente desconhecido por mim, mas também desejado para ser, dentre as possibilidades reais, habitado.

“Eu: É, eu devia ter tido essa conversa antes, né?
(Sorrisos/Risos?!)
Alice Marques: Sempre há tempo!”
(Em entrevista - 02/02/2022)

O choque de realidade na perspectiva inclusiva

O movimento que aqui compartilho concretiza, de fato, o início de um choque de realidade vivido por mim diante de um contexto inclusivo. Esse conceito que trago de Veenman (1984) concerne ao período de impacto e sobrevivência vivenciado pelos professores em seus primeiros anos de docência, já que é aí que se deparam com o ambiente escolar e a imensidão de obstáculos inerente à profissão docente.

Isso parece se enquadrar perfeitamente com o que vivi entre a quase ficção da graduação, quando cursei, há catorze anos, uma disciplina de educação especial de cunho teórico com carga horária de 34h, totalmente desprovida de sentido para mim, e a realidade sentida apenas agora no período de doutorado. Ainda bem que esse momento de fato chegou em minha vida! Não é à toa, como estamos vendo na escrita deste texto, que a “experiência é o que nos passa, o que nos acontece, o que nos toca. Não o que se passa, não o que acontece, ou o que toca. A cada dia se passam muitas coisas, porém, ao mesmo tempo, quase nada nos acontece” (Larrosa, 2002, p. 21).

Ainda assim, percebo que o verdadeiro choque de realidade quando me vejo em meio a um sistema didático que busca ser inclusivo, se deu quando passei a realizar a primeira entrevista com Marques. As entrevistas com os (futuros) professores tinham sido programadas para após as férias de fim de ano, ocorrendo entre final de janeiro e início de fevereiro de 2022.

Com a interrupção dos encontros por conta do período de férias, a descrição do primeiro mapa de questões e respostas compartilhado no último encontro com o grupo, não se tornou acessível, nem por mim e nem pela ledora (que dentre condições pessoais, não pode realizá-lo). No entanto, eu havia criado expectativas: na verdade, Alice Marques e eu criamos.

A entrevista realizada com Alice Marques, prevista para durar 30 minutos, passou a se concretizar como um diálogo que durou 1h37min19s. Além de me sentir impactada com muitos dos desafios enfrentados por ele em sua trajetória escolar e acadêmica, em meio a um mundo de tamanha exclusão social, também me via ali totalmente sendo tocada por sua fala, no que tange à minha relação com a questão de acessibilidade digital. Após abrir-me sobre minhas fragilidades nesse processo, ele me diz...

[...] fica tranquila porque esse processo está se iniciando [...], é um primeiro passo, porque eu não poderia nem de longe ficar aqui apontando erros e falhas. Porque quando você se coloca a aprender junto, sobre, já é algo sem preço. E de fato, é muito pouco professor que se preocupa com isso. Alguns falam: “Ah, eu fico preocupado”. Mas, muitos sequer param para ouvir. Ou que reconhece que poderia ter ouvido em algum momento, né? Eu fiz o meu trabalho, como sempre fiz e está bom. Não importa se agora tenho um cego, porque isso não é problema meu. Desde o princípio, eu ouvi isso na universidade, de professores, ao dizer: Alice Marques, isso não é problema meu, você tem que ver isso com a coordenação, administração eu só estou aqui para ensinar, meu conteúdo sempre foi esse e desse jeitinho, né? Então fique tranquila quanto a isso, porque estamos aqui para somar. (Alice Marques em entrevista 02/02/2022, grifo nosso).

Se estivéssemos sempre abertos à escuta, “[...] teríamos tempo para produzir um significado para tudo isso, atribuir um sentido àquilo que está acontecendo e, portanto, essas coisas estariam nos acontecendo.” (Oliveira, 2018, p.79). É assim que começo a me entender como um sujeito da experiência, quando Larrosa o expressa que seria

algo como um território de passagem, algo como uma superfície sensível que aquilo que acontece afeta de algum modo, produz alguns afetos, inscreve algumas marcas, deixa alguns vestígios, alguns efeitos. (Larrosa, 2002, p. 24)

Isso pode ser sentido, quando ali e com as conversas em *WhatsApp*, Alice Marques compartilha comigo o leitor de tela que ele usa, o *NVDA*, bem como o conversor *ABYYFinereader12*, para que eu pudesse chegar mais perto de experienciar o que é ou não acessível. Lembro que naquele momento eu estava descrevendo algumas imagens de uns slides e com uma enorme angústia no trabalho com uma representação geométrica⁵² que, para mim, se tornou muito difícil descrevê-la com exatidão, de modo que Alice Marques pudesse vivenciá-la tal como era. Foi aí que, de posse do leitor de tela, passei de fato a ver o mundo de uma outra forma e me senti totalmente impotente diante de tamanha inacessibilidade no mundo digital, para não falar de outros mundos existentes ou todo o mundo.

Quantos materiais inacessíveis! Acessáveis, mas não totalmente acessíveis. E o padlet, era um desses! Livros didáticos (LD), vários artigos; passei até a me questionar: quantos periódicos do nosso meio acadêmico se preocupam em assegurar que os arquivos publicados sejam acessíveis às pessoas com deficiência visual? Aff..., sem comentários!

Não dá para negar que há um verdadeiro descompasso entre um discurso dito inclusivo e as reais atitudes expressas na sociedade. Por vezes, também achei que conseguiria fazer uso apenas de descrições e audiodescrições, por estar em uma modalidade online. Isso ocorreu, por exemplo, com o recurso didático sapateira, utilizado por Marilena Bittar e José Luiz M. Freitas em formações por eles ministradas. Em um dos encontros com os participantes de minha pesquisa senti a necessidade de compartilhá-la, então, enviei a imagem a todos, e para Alice

Marques acrescida de sua descrição, para que pudessem confeccionar. Foi aí que, em diálogo com Alice Marques, fui percebendo que a audiodescrição é necessária, mas nem sempre suficiente, pois o que estava em jogo era o fato de que era imprescindível que ele pudesse ver com as mãos e não somente com o sentido da audição.

A partir dessa situação busquei desenvolver alguns recursos de forma tátil e enviar para Alice Marques. Também pedi ao grupo que esperássemos chegar esse material⁵³ ao endereço dele, no trajeto MS-MA, para que pudéssemos realizar o processo de estudo com esse recurso, e de modo que fosse possível vivenciá-lo com equidade de possibilidades em conjunto aos demais.

É a experiência relatada nesse texto que me leva a sentir que “o sujeito da experiência é um ponto de chegada, um lugar a que chegam as coisas, como um lugar que recebe o que chega e que, ao receber, lhe dá lugar” (Larrosa, 2002, p. 24).

Novos Encontros de (trans)formação

Larrosa nos apresenta a experiência como sendo “em primeiro lugar um encontro ou uma relação com algo que se experimenta, que se prova” (p. 24) e a condição, opção, por eu estar por muitas vezes com olhos fechados, tentando sentir e ver o mundo junto a Alice Marques, foi para que eu também pudesse me ver nesse processo, visto que “para nos descobrir precisamos nos mirar no Outro, compreender o Outro para nos compreender, entrar no Outro” (Freire, 2013, p. 20).

Busquei estar à escuta, abrindo-me de fato ao diálogo e entendendo que “o interessante do diálogo é que ele está carregado não só de intelectualidade, mas também de emoção, da própria vida” (Freire, 2013, p. 20). Assim, para que pudéssemos desenvolver uma relação cada vez mais horizontal entre todos do grupo, não posso deixar de considerar que a base de sustentação deles foi o diálogo *com*. Foi ele que sustentou um sistema didático constituído online e inclusivo. Naqueles encontros de formação, compartilhávamos nossas vivências e juntos fomos aprendendo com o que cada um trazia para o grupo.

Ao agir em busca de possibilidades de mudança para tornar os encontros cada vez mais acessíveis utilizamos materiais enviados ao Alice Marques, bem como produzi os textos que compunham os mapas de questões e respostas também no formato word, como forma de garantir a acessibilidade em tempo real. Aos poucos fui organizando e tornando acessível os arquivos que eram compartilhados pelos integrantes do grupo, realizando as descrições

necessárias. Assim foi feito com a maioria dos arquivos que tinha imagens e que eu senti necessidade de paralelamente também confeccioná-los de forma tátil. Ao final dos encontros previstos, todos os mapas de questões e respostas foram compartilhados com Alice Marques em braille, os quais produzi conforme constavam no *padlet* e, quando necessário, com algumas sínteses em braille que o remeteriam a um arquivo digital para complementação. Isso foi necessário porque muitos mapas ficavam extremamente grandes, quando todo o texto era redigido no braille.

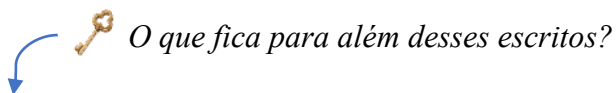
Também fruto da dialogicidade dos encontros *com* os (futuros) pedagogos esteve o meu primeiro contato com o *Desenho Universal da Aprendizagem* (DUA), compartilhado por uma das participantes, bem como um encontro dirigido por Alice Marques em que compartilhou com o grupo um trabalho com o Soroban. Esses movimentos me permitiram ir aprendendo a ler o que foi ocorrendo e pensar para além do ocorrido, como possíveis movimentos de transformação. Esse é um ponto a destacar, pois o sujeito da experiência “se define não por sua atividade, mas por sua passividade, por sua receptividade, por sua disponibilidade, por sua abertura” (Larrosa, 2002, p. 24).

Constituímos um meio para que cada um pudesse sentir-se com o olhar do outro:  as duas sessões finais dos encontros com eles foram realizadas com os participantes estando de olhos vendados⁵⁴. Compreendemos que a experiência é singular, e não pode ser vivida a partir do que se passa com o outro, como expressa Larrosa (2022). Nesse momento buscamos cultivar a arte do encontro, para que pudéssemos sentir juntos, na possibilidade de que algo viesse a nos tocar e, com isso, atribuir ou não um sentido ao que nos acontecesse.

Além disso, durante o percurso, passei a me comunicar com duas pessoas com deficiência visual que me ajudaram a confeccionar os mapas em braille, assim como dialogaram comigo sobre a acessibilidade digital dos *mapas de questões e respostas*. A produção do mapa se constitui como uma importante ferramenta de questionamento epistemológico na pesquisa e foi posta em xeque, várias vezes nesse percurso, diante de várias *restrições institucionais* (Chevallard, 2013). Isso ocorreu mesmo com o estudo e/ou uso de possíveis tecnologias assistivas e *condições* criadas, mas não possíveis de serem implementadas, como na falta de recursos e/ou por outros fatores externos que inviabilizaram a produção por todos os participantes da pesquisa. No entanto, me permiti, antes tarde do que nunca, parar para olhar, novamente sentir e ver, ao menos de algum modo, o que seria para mim, imprescindível diante de tudo que estava me ocorrendo, me afetando, e que fosse, minimamente, coerente com minha responsabilidade social como educadora.

A intenção com essa dinâmica, tendo como foco a problematização com a acessibilidade que perpassa diferentes meios sociais, é tratada nas páginas seguintes, com a apresentação do nano PEP realizado.

Que deslizamento foi esse, Alice D Silva? Ainda bem que podemos falar com o Tempo! É claro que isso é impossível de se acontecer quando há diferentes formas de percepção, imagens mentais e experiências inerentes a cada pessoa e, especialmente, no que se refere a uma pessoa cega e vidente.



E para além da
potência da
experiência aqui
declarada, talvez,
Alice, você possa
sentir a
importância da
produção de
materiais didáticos
acessíveis, bem
como a urgência
para com a
demanda de
acessibilidade em
diferentes meios,
inclusive, nos
meios acadêmicos
que nos passam,
como os periódicos
científicos e, assim
como nos fala
Alice B Souza, “o
movimento
político de
produção de
demanda para o
Comitê de ética da
universidade”, e
dentre outros,
não?!

A experiência, “ao nos passar nos forma e nos transforma. Somente o sujeito da experiência está, portanto, aberto à sua própria transformação” (Larrosa, 2002, p. 26). Assim, é na relação que estabeleço com tudo que me passa e me toca durante os encontros que permeiam a pesquisa, sendo esses, movidos pelo diálogo *com*, e não *sobre* ou *para*, na perspectiva freiriana, é que me vi e me vejo em um processo de (trans)formação.

E nesse percurso de formação que é contínuo, foi o que me permitiu ir tornando-me educadora-formadora-pesquisadora, como “um espaço onde têm lugar os acontecimentos” (Larrosa, 2002, p. 24) e com abertura para nos questionarmos: como caminhar para tornarmos nos incessantemente um(a) educador(a) potencialmente inclusivo/a?

O compartilhar da minha travessia, também como uma forma de intervenção política e um agir dentro do possível entre tantos muros institucionais, me leva ao aprofundamento de algumas das questões listadas nesse texto que, acredito ser retomado na (re)imersão aos escritos junto à TAD/DDM em busca de traçar indícios de respostas à questão que se refere à mudança do meu *equipamento praxeológico* em um contexto inclusivo e cujas cenas serão compostas em outro(s) *PEP*. E antes que (não) abram nossos olhos: o que pode um encontro? Talvez, eu começaria a arriscar-me a tomar como uma resposta parcial a esse texto: uma experiência constituída na sensibilidade do diálogo *com*, como abertura para a (trans)formação.

Referências

As referências bibliográficas deste artigo podem ser acessadas em: [clique aqui](#).



A partir da experiência relatada no artigo supracitado, publicado em 2023, esmiuçaremos, a seguir, algumas questões que perpassaram a nossa pesquisa, de modo a dialogarmos no âmbito da educação matemática inclusiva, ressaltando aspectos no que tange o processo de inclusão de pessoas com deficiência visual.

Entre barreiras, condições em via de acessibilidade didática

Alice através do espelho nos potencializa a perceber uma realidade que, *a priori*, parece ser (des)conhecida por muitas pessoas. Assim, podemos começar, por exemplo, pelos termos acessibilidade e adaptação, os quais estão presentes em vários meios de comunicação e evidenciados quando se propõe um trabalho didático para ou com pessoas com deficiência, por exemplo. É aí que nos cabe ratificar, desde então, que consideramos e passamos a agir com a potência do termo acessibilidade, termo esse que permeia essa tese. Amparadas em Sassaki (2009), vemos que o conceito perpassa seis dimensões, sendo elas:

arquitetônica (sem barreiras físicas), comunicacional (sem barreiras na comunicação entre pessoas), metodológica (sem barreiras nos métodos e técnicas de lazer, trabalho, educação etc.), instrumental (sem barreiras instrumentos, ferramentas, utensílios etc.), programática (sem barreiras embutidas em políticas públicas, legislações, normas etc.) e atitudinal (sem preconceitos, estereótipos, estigmas e discriminações nos comportamentos da sociedade para pessoas que têm deficiência). (Sassaki, 2009, p.1-2)

Nesta perspectiva, o autor concebe a acessibilidade como uma qualidade projetada em diferentes contextos que perpassa a atividade humana, bem como evidenciando o fato de que se é ela equipada de princípios do Desenho Universal (DU) em sua projeção, então ela “beneficia todas as pessoas, tenham ou não qualquer tipo de deficiência” (Sassaki, 2009, p.2). A proposta do DU parte do campo da arquitetura que, como sinaliza Kranz (2015), busca desenvolver produtos e ambientes que possam atender o maior número de pessoas possível, respeitando as diferenças, a diversidade humana, na intenção de eliminar o máximo de barreiras possíveis desde a sua projeção. Assim, o olhar para um trabalho envolvendo o DU no âmbito educacional, nos levou a ter o contato com o *Desenho Universal da Aprendizagem (DUA)* e, posteriormente, por meio de estudos de Alice D Silva, com o *Desenho Universal Pedagógico (DUP)*, conforme evidenciado na tese de Kranz (2014).

O nosso primeiro contato com o DUA parte do compartilhamento por Alice Lima de uma *mídia* em um dos  chás dialógicos desenvolvidos na pesquisa, a partir do estudo que estávamos desenvolvendo com alguns materiais didáticos envolvendo o conceito de números e operações e que Alice D Silva precisava tornar acessível à Alice Marques. Nesse ponto, é importante sinalizarmos o quão rico compreendia a diversidade acadêmica que estava em jogo na nossa pesquisa, ao compreender licenciandos e professores já atuantes de diferentes regiões do Brasil. Dizemos isso, pois em vários momentos eles lembravam e articulavam nosso estudo com práticas vivenciadas em outras instituições às quais estavam assujeitados, como o caso da licencianda Alice Lima que compartilhou a fonte de estudo do DUA com o nosso grupo que se

reunia aos sábados, após ter apreendido sobre o conceito na instituição de ensino que estava estudando. Compreendemos aí, o quanto isso foi contribuindo com a *mesogênese* do PEP em jogo e, consequentemente, com a formação de muitas Alices que ali desconheciam a proposta.

A partir dos estudos realizados com o DUA, Alice D Silva aprendeu a utilizar o termo acessível ao invés de adaptação, pois era esse o termo que se referia ao recurso didático sapateira⁵⁵, quando a tornou acessível para Alice Marques. Cabe destacar, Alice, que não é só uma questão de mudança de termos ou uma mera interpretação em um jogo de palavras, mas é o sentido que perpassa cada um deles, a razão de ser que os move em um real processo de inclusão. No sentido do DUA, é necessário termos em mente a proposição de materiais e ou recursos didáticos já acessíveis o máximo possível, pensando nas diferenças existentes em um sistema didático. Alice Batista também compartilha sobre o DUA no grupo de segunda-feira, expressando sua concepção aos colegas ao ter refletido sobre a proposta de acessibilidade que perpassou nossa pesquisa e, em especial na discussão dos últimos encontros de nossa pesquisa.

É por aí Alice que, como discutimos, "Temos o direito de ser iguais quando a nossa diferença nos inferioriza; e temos o direito de ser diferentes quando a nossa igualdade nos descaracteriza", como expressa Boaventura de Sousa Santos, né?



[...] não sei se já ouviram falar do DUA, o desenho universal da aprendizagem, eu estava muito nessa questão, porque existem três tipos de você incluir uma criança, né? Você adaptar aquilo que você fala ou o currículo, e tudo adaptar. Você incluir, né, você usar o verbo incluir e você usar o verbo diferenciar, que é a coisa mais inclusiva que existe, porque ninguém tem um tempo igual e às vezes a gente bota muito a criança em situação de inclusão e a gente fala poxa essa criança [...] ela não vai pegar o mesmo ritmo do resto da turma, então vai atrapalhar ela [...] ou como falas que são totalmente incoerentes com a realidade da educação e a gente fala: poxa, mas você não tinha o mesmo tempo que o seu colega lá e você não é considerado um aluno pcd, né? [...] então às vezes, a gente, como a nossa visão, né, de adulto tem a necessidade que todo mundo ande junto e não é assim, nunca vai acontecer assim. Acho que quando teve essa virada de chave de entender a inclusão dessa forma, eu acho que clareou sabe, como a gente trabalha com pessoas em situação de inclusão, como a gente trabalha com as diferenças [...] Acho que tudo isso que a gente trabalhou durante esse tempo foi isso, a gente perceber que existem outras maneiras da criança chegar naquilo que a gente quer passar que é divisão, que é subtração, que é adição e ela vai ter um tempo, ela vai ter um caminho e isso vale para todos, né? Acho que é um ponto de start final, começo meio e fim que a gente tem que ter [...] (Alice Batista, encontro, 12/09/20022)

A fala de Alice Batista nos redimensiona a refletir sobre o nosso campo de atuação, quando estamos interessados em aprender e ensinar matemática em um sistema didático inclusivo. Nesse ponto, Nogueira (2020) ratifica que o desafio do professor que busca atuar na perspectiva inclusiva, está justamente em *legitimar as diferenças*.

O ponto de partida deve ser demarcado pelo conhecimento prévio da criança, e o ponto de chegada, pelo seu potencial e tempo despendido para a aprendizagem no contexto escolar. Legitimar as diferenças implica reconhecer pontos de partida e de chegada diferentes para alunos diferentes. (Nogueira, 2020, p.127)

Com base no exposto, consideramos que aprendemos a abrir-nos a compreender as demandas inerentes a nossa pesquisa; a de fato refletir e agir em função de uma educação matemática inclusiva, com vista a proporcionar um ambiente que pudesse legitimar as

diferenças de cada participante que conosco aceitou o convite de caminhar e desbravar um percurso ainda desconhecido, ou melhor, ainda não vivenciado por nós – o PEP. De forma mais ampla, era preciso também agir sobre *restrições* que perpassavam tanto o âmbito da religião quanto o acadêmico, no que se refere aos períodos de aula aos sábados, sendo esse o dia da semana escolhido *a priori* pelas Alices em jogo para acontecer nossos  chás dialógicos (encontros da pesquisa). No entanto, como havia participantes que tinham o desejo de participar da pesquisa, mas que por conta de tais fatores não conseguiriam, abrimos mais um dia para os  chás da pesquisa, a segunda-feira. Consideramos que tal condição criada configura-se como uma forma de legitimação de diferenças ali em jogo e, portanto, na construção de nosso meio didático. Além disso, era necessário caminhar de modo a não provocar *microexclusões*, como sinalizado por Faustino *et al.* (2018), sendo essas práticas tão sutis que acabam por excluir o indivíduo em um ambiente que não tem as condições necessárias para assegurar a ele o direito ao acesso do saber que ali é produzido. Adiante, voltaremos a esse ponto quanto às produções dos *mapas de questões e respostas (MQR)*.

No que se refere ao estudo das *condições e restrições* que perpassaram nossos  chás dialógicos junto a Alice Marques, foi necessário nos amparar nos preceitos da *acessibilidade didática* relativo ao “conjunto de condições que permitem aos alunos acessar o estudo dos saberes: formas de estudo, situações de ensino e de aprendizagem, recursos, acompanhamento, auxílio [...]” (Assude *et al.* 2014, p. 35).

Assim, ao direcionarmos a nossa atenção aos meios que estavam sendo ofertados no desenvolvimento dos nossos *PEP*, fomos paralelamente nos equipando das pesquisas, a partir de notas de experiências com o ensinar e aprender matemática em um contexto inclusivo, com pessoas com DV. A tese de Silva (2015) é um exemplo para nosso olhar com a prática educativa, tecnologias assistivas e a reprodução de materiais táteis. A autora evidencia sua vivência como educadora em um processo de ensino com uma pessoa cega, percorrendo por cenas, a partir do imprevisto em seu primeiro contato com um aluno cego ao contexto inclusivo com estudantes cegos. No âmbito dos recursos utilizados, Bernardo, Garcez e Santos (2019) também discorrem sobre diferentes elementos de tecnologias assistivas, contudo, lidamos com uma considerável *restrição* na pesquisa que era a falta de impressora em braille no local que residia Alice Marques, bem como a falta de infraestrutura necessária em apoio à doutoranda na instituição de ensino de origem. No entanto, era necessário um auxílio para o acesso a aplicativos como o *Braille fácil* ou *Monet* na instituição, bem como o suporte computacional com a impressora em

MEC/Daisy como ferramenta para leitura de textos, por meio da conversão em áudio, como uma tecnologia para livros acessíveis a estudantes cegos.

Aliado a tais recursos, fizemos uso do geoplano, mecano e soroban, sendo esses materiais acessíveis a alunos com ou sem deficiência. No transcorrer do segundo PEP proposto na pesquisa, o qual denominamos como *PEP aberto* e que foi compreendido entre fevereiro e agosto de 2022, de forma online, desenvolvemos estudos voltados ao campo de números e geometria. Exemplo de uma *condição* considerada por nós, para que todos tivessem acesso ao saber, a partir dos preceitos de uma acessibilidade didática diz respeito, por exemplo, aos encontros nos quais buscamos provocar um estudo a partir da questão: como ensinar a dividir 1 por 4? Com a intenção de avançar sobre o *bloco do saber*, compreendendo a tecnologia que ampara a técnica utilizada nesse cálculo, Alice D Silva adequou sua linguagem corriqueiramente utilizada, de modo que todos ali estivessem cientes de cada passagem na resolução do algoritmo, por meio de uma linguagem matemática que se referia constantemente às posições dos números com relação ao quociente, dividendo, divisor e resto, bem como na compreensão das passagens junto aos valores posicionais de um número decimal.

Outra cena nesse mesmo *PEP* a ser considerada refere-se ao encontro realizado por Alice Marques, no qual apresentou a todo o grupo um estudo com o Soroban, permitindo-nos compreender tal material didático, visando trabalhos com crianças dos anos iniciais. Nesse sentido, corroboramos com Marcone (2015) quando ele explicita que

O professor de matemática, ao compreender que o Ser não é estático, que não há um aluno que é cego, mas há um aluno cego que está sendo muitas coisas no mundo, constantemente em movimento, que o ser cego não o define, poderia perceber por exemplo que o soroban não é “a matemática para os cegos”. Poderia pensar de outra forma, que o soroban é uma ferramenta que pode ser útil para as pessoas interessadas em ensinar ou em aprender uma coisa a qual chamamos de matemática, dentre elas pessoas que são cegas, e que a relação da pessoa sendo cega no mundo com a matemática é muito mais complexa, muito mais ampla, abrindo-se assim para as infinitas possibilidades do Ser. [...]” (Marcone, 2015, p. 39).

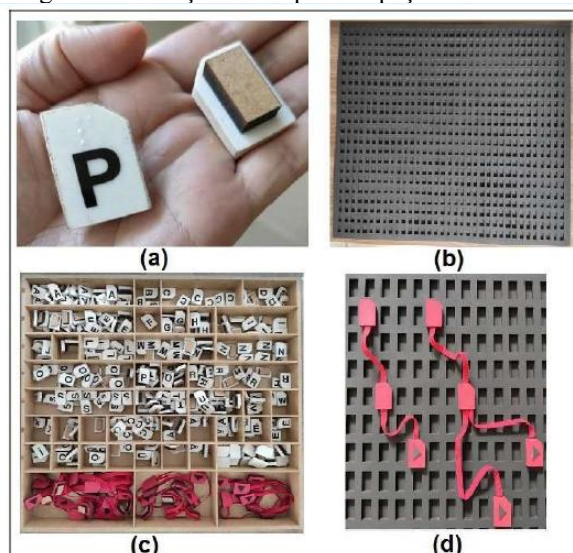
Nesse momento, observamos que no sistema didático considerado $S(X, Y, Q)$, em que X são as Alices participantes da pesquisa, Y ajudantes de estudo e Q a questão estudada, houve uma modificação no *topos* de Alice Marques com relação à responsabilidade sobre o saber. Dizemos isso, uma vez que ele assume a posição de ajudante do estudo (Chevallard, 1999), envolvendo-se na proposta e compartilhando possibilidades de estudo em diálogo com Alice Bittar, Alice D Silva e demais colegas ali presentes. Concebemos ainda, que a situação desencadeada é mobilizada por meio da dialética educador-educando, que sinaliza para a não verticalidade na proposta de ensino fomentada por meio de um PEP, sendo este constituído pela abertura ao diálogo *com*.

E no que diz respeito ao uso dos *MQR* como sinalizado no primeiro artigo supracitado desta Q4 PEP-tese, sobre o qual foi abordado nesse texto como uma restrição em um problema didático inclusivo?

Para tratar desse assunto consideramos o que dizem algumas pesquisas de doutoramento. No âmbito dos estudos da TAD, uma pesquisa produzida em uma perspectiva inclusiva e voltada à formação de professores está a investigação de Antunes (2022), que se debruçou na execução de um PEP com acadêmicos de licenciatura em matemática, atuando na disciplina de Didática da Matemática. A autora fomenta atividades de estudo e pesquisa junto ao grupo, perpassando por cenários inclusivos no que tange estudantes cegos, com baixa visão e surdos. Apesar de utilizar o dispositivo do *PEP* a mesma não utiliza a ferramenta do *MQR* em uma perspectiva inclusiva, de modo que esse fosse construído junto com os acadêmicos. O mesmo ocorre na tese de Cruz (2022), que faz uso com o PEP na formação de professores realizando o estudo com licenciandos e docentes de matemática, com ênfase ao ensino de surdos e ouvintes, mas também não utiliza os *MQR* com o grupo ali em jogo. Cabe destacar que ao complementar uma revisão de literatura feita inicialmente por Santos (2020), em que buscou abordar a temática da TAD aliada ao PEP na formação de professores, a autora sinaliza que de 158 trabalhos que fazem uso da TAD, 135 volta-se à área da Matemática, tendo apenas 53 com o foco na formação de professores. Desses trabalhos, tem-se que 5 utilizam o PEP-FP e apenas 2 trabalhos envolviam a educação inclusiva, especialmente, voltada a surdos. Isso nos evidencia ainda a carência de estudos relacionados à TAD com o dispositivo do PEP e em uma perspectiva inclusiva, especialmente, considerando pessoas cegas e videntes. Ao realizarmos uma busca no banco de teses e dissertações da Capes, usando descritores como, mapa mental/mapa conceitual/mapa digital, cegueira/cego(a)/deficiência visual tivemos acesso a somente 02 trabalhos, sendo 01 tese voltada à área da Ciência da Computação e 01 dissertação no campo de Ciências. Assim, ao focarmos nosso olhar para tais produções oriundas do *nível Disciplina* e sobre as quais concernem as duas áreas de conhecimento em jogo, trazem em cena a contribuição dos mapas conceituais para a compreensão, produção e organização de conhecimentos, conforme desenvolvido por Joseph Novak. Consideramos que os mapas conceituais se assemelham à proposta dos *MQR* da TAD, uma vez que, como explicitam Novak e Cañas (2010), a elaboração de tais mapas permite partir de uma questão visando buscar respostas para ela. No entanto, a recomendação dada em relação ao tamanho dos mapas é de que os mesmos não apresentem um quantitativo expressivo de conceitos, já que isso os tornaria confusos, além de provocar dificuldades na leitura, quando esses são muito detalhados. Na

dissertação de Martins (2023) discorre-se sobre a produção de mapas conceituais com auxílio da reglete, punção e folha para a escrita em braille, como sinalização de material didático para a formação de professores. Já a tese de Beal (2020) buscou apresentar um recurso tangível a mapas conceituais para estudantes cegos com a preocupação de manter vivo o braille, problematizando assim o processo de desbrailização que sinaliza para a substituição do braille por tecnologias de áudio. Assim, a autora propôs apenas a construção de mapas táteis, fazendo uso de recursos computacionais, como o Braille-CM-TUI, cujos mapas são de tamanho pequenos, usam peças de encaixar e contém informações em braille, como expresso na figura 4 a seguir.

Figura 4: Produção do mapa com peças de encaixes



Fonte: Beal (2020)

Seu trabalho de pesquisa se ampara em Sánchez García *et al.* (2016) que também fizeram uso de tal recurso, com as mesmas recomendações em sua criação. Já Sanchez e Flores (2010) e Kachhap e Mane (2019) fizeram uso do software AudiodMC que foi projetado para a construção de mapas, tendo como feedback o recurso de áudio. No entanto, tais pesquisas sinalizam para as dificuldades enfrentadas pelas pessoas com DV no que se refere a percepção de mapas longos, bem como ao organizarem os conceitos envolvidos por conta da espacialidade em jogo. Devido a tais barreiras, os pesquisadores propõem trabalho com os mapas desde que esses sejam pequenos e táteis, como forma de romper com barreiras de inacessibilidade, assim como é o caso do uso do aplicativo *Cmaptools*, que não é acessível às pessoas com deficiência visual. Tanto *Cmaptools*, o *padlet* e outros aplicativos de concepção de mapas digitais

amplamente conhecidos e recomendados na web, se configuraram como *restrições* no que se refere à acessibilidade digital no trabalho com os mapas em nossa pesquisa.

No nosso caso, utilizamos os mapas de forma artesanal, o que estava dentro das *condições* da doutoranda naquele momento. Primeiramente, fizemos uso do documento word expressando as produções realizadas no padlet, como em um fichamento. Depois, visando a percepção espacial dos mapas, a produção de todos eles deu-se de forma artesanal, redigidos com síntese em braille e o restante das informações compartilhadas em um arquivo em word para complementação dos dados, bem como as conexões realizadas com cola em alto relevo ou barbantes, como a figura 5 a seguir:

Figura 5: *MQR* táteis confeccionados em braille, alto relevo e diferentes texturas



Fonte: dados da pesquisa

Tais sinalizações das pesquisas encontradas na área da computação, também foram sentidas por nós, o que levou Alice D Silva a consultar seus familiares, sendo esses especialistas - analistas de sistemas da UFMS e IFMS, na tentativa de refletirem juntos sobre uma maneira de tornar acessível a confecção de mapas digitais, antes mesmo de se deparar com as pesquisas supracitadas. A primeira percepção dos mapas táteis produzidos na pesquisa deu-se com o técnico em educação da UFMS que, sendo uma pessoa com deficiência visual, ajudou Alice D Silva a imprimir os textos em braille e a realizar a validação de forma tátil antes de encaminhar à Alice Marques, como também pode ser notado na figura 5.

Diante do exposto, é necessário um investimento na proposição de pesquisas sobre a confecção dos mapas com algum recurso de tecnologia assistiva. Que recursos didáticos digitais são necessários, de modo a manter em jogo a espacialidade inerente nos mapas e a percepção das conexões existentes entre cada uma das caixas de texto expressas no mapa? Ou ainda, como

se daria a confecção de mapas pela pessoa com deficiência visual utilizando apenas a reglete, punção e folha para a escrita em braille? Haveria potencialidades e/ou limitações com esse material?

Por outro lado, a organização dos conhecimentos por meio dos *mapas de questões e respostas (MQR)*, permeados pelos diálogos e produções compartilhadas se configuraram para os participantes como uma potente ferramenta de sistematização de conhecimentos, como sinalizados por Alice Garcia e Alice Borges, embora na última proposição para elaboração de possíveis *MQR* na proposta com o *nano PEP* descrito a seguir, isso não tenha se efetivado. Tal processo nos ratifica a dificuldade com uma mudança significativa da *topogênese*, já que a sistematização das produções do grupo ficou sob a responsabilidade da ajudante de estudo *Y*, a doutoranda.

Então, ...

O que pode um nano PEP como uma experiência inclusiva?

Em busca de delinear o processo de estudo a esta pergunta, produzimos os dados concernentes a ela para a submissão e publicação em forma de artigo científico.



O que pode um nano PEP como experiência inclusiva na formação de professores dos anos iniciais?

Camila de Oliveira da Silva
Marilena Bittar

Resumo:

Este artigo apresenta o desenho de um percurso de estudo e pesquisa (PEP) desenvolvido em uma pesquisa de doutoramento, com professores e futuros professores dos anos iniciais. Com a intenção de finalizar a produção de dados da referida investigação, propusemos um nano PEP de modo a analisar uma possível abertura para uma proposta codisciplinar de ensino que fosse tangenciada por uma experiência inclusiva, tendo o consumo consciente como temática de trabalho. A referida pesquisa está ancorada nos preceitos da Teoria Antropológica do Didático, com vista a uma mudança paradigmática que se dá em direção ao Paradigma Questionamento do Mundo (PQM). Somado a essa lente teórica, buscamos conexões com a educação problematizadora e libertadora, abordada por Paulo Freire. Os resultados sinalizam para uma possibilidade de romper com uma prática educativa, nos primeiros anos de escolaridade básica, marcada pela fragmentação do conhecimento, permitindo uma ação e reflexão nesse cenário. A partir da dialogicidade na formação docente alinhada à perspectiva do PQM, sinalizamos para uma educação mais inclusiva, justa e visando a transformação social.

Palavras-chave: Percurso de estudo e pesquisa. Dialogicidade. Formação docente. Anos iniciais. Experiência inclusiva. Consumo Consciente.

1. Notas iniciais

A pesquisa apresentada neste artigo está inserida no contexto da formação de professores que ensinam matemática, com ênfase especial à formação inicial e continuada de professores polivalentes⁵⁷. Trata-se de uma investigação de doutorado que visa intervir em questões que envolvem desafios inerentes à formação desses profissionais, analisando de que modo um *percurso de estudo e pesquisa* (Chevallard, 2009), impacta a formação docente, a partir de uma mudança de paradigmas. Entre esses desafios, destacam-se a fragilidade no trato de conhecimentos específicos e a fraca articulação entre conhecimentos didáticos e matemáticos, entre teoria e prática e a fragmentação do currículo (Oliveira, Oliveira, 2013), bem como o pouco tempo destinado ao ensino da matemática na formação inicial de tais professores. De acordo com Alencar (2018), este tempo corresponde somente, em média, a uma disciplina de 60 horas nos cursos de Licenciatura em Pedagogia.

De posse dessas informações iniciais, e amparadas na Teoria Antropológica do Didático (TAD) como suporte teórico metodológico, desenvolvemos uma investigação que visa uma mudança paradigmática em âmbito educacional, como propõe Chevallard (2013). Esta mudança de paradigmas busca agir para além do *Paradigma Visita às Obras (PVO)* referente à forma de ensino predominante em nossa sociedade. No PVO, tradicionalmente, há o estudo de obras oriundas de diferentes áreas de conhecimento, ou não, totalmente enrijecidas e fechadas em si, como é notório desde a proposta curricular e materializada na fragmentação de tais conhecimentos em campos disciplinares. Deste modo, a partir de tais referenciais, focamos nossa atenção no trabalho com o dispositivo didático-metodológico PEP (Chevallard, 2009), a ser trabalhado na formação de professores brasileiros que atuam ou atuarão no ensino de matemática nos anos iniciais da educação básica. Como um dispositivo de ensino o PEP potencializa a materialização de uma prática aliada ao *Paradigma Questionamento do Mundo (PQM)*, sendo esse paradigma um modo de romper com o ensino tradicional que há muito tempo está em cena, o *PVO*. Neste paradigma, obras O, que podem ser os próprios conceitos matemáticos ou conceitos de outras áreas do conhecimento, são estudadas sem uma razão de ser, apenas como uma coletânea pré-definida para o trabalho didático-pedagógico, em conformidade às determinações curriculares. O *PQM* é movido por questões abertas que viabilizam o desenvolvimento de um processo investigativo pelo aluno, a partir da mediação

do professor e que, diante do estudo e das pesquisas desenvolvidas, questões e possíveis respostas encontradas são analisadas e validadas, de modo a responder à questão principal. É nesse movimento que algumas obras são chamadas, a partir do movimento de estudo, a serem estudadas para ajudar a compor e validar tais questões e as respostas que permeiam o referido jogo na produção de conhecimento.

Em consonância com os preceitos teóricos da TAD, que propõe a referida mudança de paradigmas, a abordagem problematizadora e libertadora da educação proposta por Freire (2022) nos parece uma alternativa alinhada aos questionamentos sobre o paradigma vigente, o PVO, além de nos potencializar em uma discussão na perspectiva inclusiva. Isso se justifica pela necessidade de promover uma educação dialógica, justa, equitativa em suas oportunidades e comprometida com a transformação social. O desafio emergente nessa proposta de pesquisa, perpassa uma prática educativa que viabilize o rompimento com a verticalização do ensino e com um sistema de opressão neste cenário. Assim, é preciso fortalecer um diálogo *com*, e não *sobre* ou *para* educadores/educandos, em encontros que contemplem a diversidade de cada sujeito envolvido no sistema educativo, visando a formação de uma consciência crítica de todos os cidadãos para lidar com os mais diversos fenômenos da vida social.

Com esse anseio nossa pesquisa de doutoramento possui como questão geratriz Q₀: Como ocorre um percurso de estudo e pesquisa na transição de paradigmas com (futuros) professores que ensinam matemática nos anos iniciais? Afinal de contas, que (re) construções são produzidas, ou não, no equipamento praxeológico dos (futuros) professores rumo ao Paradigma Questionamento do Mundo? O desenvolvimento desta proposta se deu com professores e futuros professores por meio de três *PEP*, no período de outubro de 2021 a setembro de 2022. Nesse texto, discorreremos sobre o último *PEP* produzido com o grupo de professores envolvidos e que foi realizado entre agosto e setembro de 2022, tendo como temática a questão do consumo consciente. A discussão ocorreu somente em dois encontros para cada um dos grupos formados e, por isso, consideramos um *nano PEP*, o que não deixa de ser o próprio *PEP*, de acordo com a proposta de Chevallard (2009).

2. O contexto em jogo: um modo de finalizar uma pesquisa rumo ao PQM

Nossa pesquisa de doutoramento contou com a participação de um licenciando com deficiência visual (DV). Tendo em vista os desafios enfrentados ao longo da pesquisa para assegurar-lhe o direito de acesso ao saber com equidade de possibilidades, pensamos sobre a proposição de uma atividade na qual todo o grupo pudesse experimentar, mesmo que

superficialmente, a situação em jogo. Assim, procuramos finalizar os últimos encontros da pesquisa com a realização de um nano PEP que pudesse ser vivido em uma perspectiva inclusiva.

Para atingir, ainda que parcialmente, esse resultado, propusemos que as atividades da primeira sessão fossem conduzidas com todos tendo seus olhos vendados. E o que significa essa proposição de agir com os olhos fechados? Pensamos que essa experiência oferecesse aos participantes instrumentos que os fizessem refletir especialmente sobre a questão da inclusão, que atravessou todo o nosso *PEP* de modo que, neste encontro, em especial, fosse fomentada a discussão sobre as vias de acessibilidade da educação. Então, a partir desta proposta, os participantes puderam ter uma vaga noção das dificuldades que uma pessoa com deficiência visual experimenta em seu processo formativo, como por exemplo, ouvir um vídeo e não ter acesso a uma audiodescrição das imagens e/ou cenário ali considerado. Essas intercorrências, apesar de parecerem fáceis de serem resolvidas, representam cenários corriqueiros no âmbito da sociedade como um todo e da sala de aula que, muitas das vezes, não conta com materiais pedagógicos totalmente acessíveis. A partir disso, optamos por trabalhar com dois vídeos como ferramentas didáticas que consideramos a fim de discutirmos sobre a temática em jogo e permeada por uma perspectiva inclusiva.

O primeiro vídeo, intitulado *Perigos da publicidade infantil*⁵⁸, foi o disparador para iniciar a discussão na primeira sessão de estudo. Ainda nessa sessão foi utilizado um segundo vídeo, intitulado *Consciente Coletivo – Episódio 06*⁵⁹.

A utilização dessas mídias objetivou incrementar a discussão com os dados a serem produzidos no debate sobre a necessidade da *acessibilidade didática* (Assude *et al.*, 2014), a qual consideramos que transcende a abordagem de um contexto intramatemático à esfera da sociedade (que também representa um objetivo desse *nano PEP*).

Para além da temática da inclusão, buscamos encaminhar o *nano PEP* de maneira que as discussões levantadas nas sessões partissem também de elaborações próprias dos participantes, em um contexto que não fosse restrito a um objeto matemático pré-definido pelos pesquisadores e que apresentasse um caráter codisciplinar, em consonância com o que é proposto por Chevallard (2013) e por Paulo Freire (2022).

Esta perspectiva almeja compreender as potencialidades e limitações desta experiência a partir de uma abertura a uma proposta codisciplinar de ensino, com vista a contribuir com a discussão sobre a acessibilidade neste contexto. Com esses princípios norteadores, a questão geratriz deste *nano PEP* que norteou as discussões aqui analisadas foi Q_{0-NP}: Em que sentido

uma prática de consumo não consciente pode impactar nossas vidas e o meio em que vivemos? A partir deste cenário, como trabalhá-la com as crianças? Esse *PEP* foi constituído por duas sessões que ocorreram com um grupo constituído aos sábados e com outro grupo constituído as segundas-feiras.

A atividade da primeira das duas sessões programadas foi conduzida pelo diálogo e levantamento de questões referentes aos dois vídeos disparados pelas pesquisadoras (ajudantes do estudo); a segunda e última sessão foi concentrada no levantamento de respostas às questões debatidas e à confecção realizada no aplicativo *padlet* que, por sua vez, trouxe novas questões e indicativos de respostas que apresentamos a seguir. Cabe ressaltar que as sessões tiveram em média 2h de duração e foram conduzidas no contexto *online* da plataforma *google meet*, em função da pandemia da Covid-19 que ainda se manifestava latente no início da pesquisa. Essa configuração permitiu que professores e futuros professores de diferentes regiões brasileiras participassem das atividades.

3. Discussão do *nano PEP* realizado

Neste tópico abordamos a descrição e análise dos dados dos encontros realizados. Como em uma visão de paraquedista⁶⁰, em que se tem um panorama de uma alguma área percebida de forma mais ampla e que, posteriormente, pode aterrizar para desvendar alguns detalhes e/ou informações aparentemente procuradas, assim como num ato de caçador de trufas, é que inferimos que as duas sessões de trabalho neste *nano PEP* (sessões 1 e 2) foram atravessadas por dimensões que se manifestam na temática do consumo consciente. As dimensões por nós avistadas e expressas nos próximos tópicos de discussão são: a dimensão ambiental, a afetiva, a financeira e a sociopolítica.

3.1 Sessão 1 – Proposta desencadeada e questões-respostas fomentadas

3.1.1 O grupo de sábado e suas produções

O grupo de sábado foi constituído por dois participantes e duas ajudantes de estudo (a doutoranda e sua orientadora). Inicialmente discutiu-se sobre a intenção de a proposta de trabalho fomentar uma ação didática que tangenciasse a questão da inclusão. Para tanto, foi proposta a dinâmica de que as participantes e uma ajudante do estudo estivessem com os olhos

vendados durante todo o primeiro encontro. A seguir, foi apresentado o primeiro vídeo⁶¹, cuja temática era a publicidade infantil. Assim, iniciamos o debate a partir da discussão sobre os impactos que propagandas como essa têm na formação das crianças. Foi sugerido pela participante Alice Lima que a exposição a esses conteúdos geraria uma frustração nas crianças. Em suas palavras haveria *“um impacto emocional [...] que de repente pode trazer sérios danos à criança”*, de modo que a dimensão afetiva do consumo é ativada por esses impactos quando existe um bombardeamento de informações para as crianças.

Outro tópico pontuado foi a questão do consumo em massa, já que as crianças são muito vulneráveis aos artifícios dos quais as propagandas lançam mão para atrair consumidores. Sobre isso, Alice Borges afirma: *“O que mais me tocou foi isso, a questão da propaganda, né?! E da questão da influência que ela exerce na ideia de consumo, na ideia de obsolescência né, das coisas estarem sempre estragando, precisando fazer compras novas o tempo todo”*. Sua fala sinaliza para dimensão sociopolítica do consumo. Diante dos cenários apresentados, as ajudantes de estudo refletem junto com o grupo sobre a consciência cidadã e como pode ser trabalhada com as crianças para mitigar os efeitos negativos desses padrões de comportamento. Entretanto, é importante ressaltar que a dimensão social nestes casos também ajuda a delinear esses comportamentos, como quando, por exemplo, os pais e/ou responsáveis não podem arcar financeiramente com esse tipo de consumo. Em face disso, uma questão levantada no grupo foi a de quais estratégias nós, como educadores, podemos lançar mão para romper com a prática consumista? De que forma podemos trabalhar isso com as crianças? É necessário criar, para tanto, um momento específico ou distribuir essas discussões em meio a algumas disciplinas? Uma das respostas para estas questões foi que a educação formal, institucional, também tem o dever de orientar e refletir sobre os meios em que isso se dá, como por exemplo na internet e nas propagandas em geral. Alice Borges contribui afirmando: *“eu acho que hoje a questão da educação não é só coibir porque coibir não vai adiantar nada né, mas orientar as crianças e tentar conscientizar do que acontece na questão da propaganda”*. Já Alice Lima pontua que o estudo da pedagogia social perpassa a ideia de cidadania planetária⁶², e que, por meio dos professores, as crianças podem se conscientizar sobre a importância de cuidar do meio ambiente e do descarte de lixo, por exemplo.

Outro questionamento se referiu a existência de alguma legislação brasileira que regulasse as propagandas. Nesse momento não houve um desdobramento mais a fundo da discussão, cujos indícios de respostas e novos questionamentos foram frutos de pesquisa compartilhada no coletivo na próxima sessão de estudo.

Na sequência, as ajudantes de estudo dispararam o segundo vídeo⁶³. Para a dinâmica com ele foi solicitado que os participantes trouxessem uma sacola de plástico para o encontro. A intenção aqui era discutir o impacto do descarte desses simples objetos, e a partir disso debateu-se como o uso das sacolas reutilizáveis pode fazer parte de atividades didáticas que visem um consumo mais consciente, bem como problematizar se o lixo produzido em um dia por uma família caberia ou não dentro de sacolinhas como aquelas, por exemplo. Sobre isso, Alice Borges aponta que tais vídeos explicativos dão abertura para uma abordagem multidisciplinar destas e outras questões, que podem ser abordadas tanto na matemática quanto em outras disciplinas. Considerando a dimensão ambiental, a licencianda também infere sobre a importância de atividades na escola, como visitas a lixões, a possibilidade de separação de lixo e a prática da reciclagem. Outra questão levantada apontou para uma análise da importância da conscientização das crianças, ao se refletir em comportamentos como fechar a torneira em momentos de desuso, o que os leva a considerar que tal questão poderia ser trabalhada no contexto de como as lentes da matemática podem nos ajudar a interpretar o mundo. Alice Lima propõe uma estratégia de investigação com as crianças no âmbito de toda escola ao se tentar mensurar o número de pessoas que aderem a essas práticas, pois elas fazem parte da ideia de cidadania planetária, para qual as ações em âmbito individual reverberam na sociedade como um todo. Embora essa conscientização seja necessária, na reflexão do exercício das crianças com o cuidado de si e dos outros, é necessário refletirmos um pouco além disso.

Como Alice, da obra *Alice através do espelho*, de Lewis Carrol, precisamos aprender com o passado para que sejamos capazes de provocar mudanças no futuro em nível macro. Hoje, por exemplo, quando direcionamos nosso olhar sobre o consumo de água, é necessário considerarmos que a atividade do agronegócio brasileiro, como aponta Montoya e Finamore (2020), utiliza 90% do consumo de toda a água consumida no país, o que nos mostra que mudanças que perpassam este campo são tão ou igualmente imprescindíveis. Em 2023, segundo dados da Unesco⁶⁴, tem-se que a nível mundial, 70% das captações de água são utilizadas na produção agrícola, pecuária e industrial. Investigações que dizem respeito à dimensão sociopolítica da temática do consumo, como essas, são necessárias se queremos encabeçar ações com criticidade, embasadas em leituras e questionamentos críticos do mundo. Isso nos redimensiona à análise das reais ações que produzem um impacto global e estrutural. Como sinalizado por Fernandes (2020), aqui, fica claro que não se pode fugir, nessa dimensão, do questionamento sobre o sistema capitalista e sua lógica de concentração de riqueza, que marginaliza a maioria da população em detrimento de pequenos grupos que concentram renda

e poder. Esse é um forte ponto de impacto na questão do consumo e sobre o qual não pode ser suprimido se analisarmos a questão apenas sob a ótica de ações e comportamentos individuais.

Outras sinalizações nas discussões iniciaram debates sobre o reaproveitamento de alimentos, bem como o cultivo de hortas como forma de realizar compostagem de alimentos orgânicos que são descartados, gerando aí um trabalho aliado ao contexto de experiências químicas com as próprias crianças. Diante do exposto, concluímos que uma estratégia de trabalho investigativo permeia a abordagem codisciplinar de ensino aqui defendida, na qual a matemática não seja uma disciplina trabalhada de forma isolada na leitura do mundo. Nesse ponto, é preciso ratificar que:

Permitir que a matemática ensinada emergja de seu esplêndido isolamento para redescobrir o mundo, portanto, não significa apenas fazer a matemática "funcionar" em questões Q que não são necessariamente matemáticas (como é o caso em TPE ou IDD⁶⁵), mas fazê-la funcionar em conjunto com outros conhecimentos, em uma sinfonia codisciplinar onde a matemática compete com outras disciplinas para elucidar condições e restrições de todos os tipos que determinam a produção de respostas R para as questões Q. (Chevallard, 2004, p.12)⁶⁶.

Caminhamos para o fim do encontro retomando a dinâmica de vivenciar o processo com os olhos vendados. Sobre ela, os participantes salientaram que o fato de não enxergarem intensificou outros sentidos e realçou a atenção, de modo que perceberam estar mais atentos para captar as mensagens dos dois vídeos. Eles ressaltaram ainda a dificuldade de acionar o microfone na plataforma do *google meet*, em especial Alice Lima, que participava da sessão por meio de seu celular. Por essa razão, ela se recorda de uma aula de antropologia que assistiu, para a qual era necessário, em suas palavras  “*estranhar o conhecido; estranhar o cotidiano*”, o que nos levou enquanto ajudantes do estudo a associar essa questão ao quanto nós precisamos, como docentes, estar atentos à importância do uso da linguagem matemática adequada em um sistema didático, como aponta Anjos (2019). Este tipo de situação fica aparente, por exemplo, quando percebemos termos comumente usados em sala de aula, como

 “abaixa aqui” ou “coloca ali”, que não fazem sentido a todo educando, quando, por exemplo, é necessário descrever as passagens realizadas em um algoritmo da multiplicação. O que se torna ainda mais imprescindível, especialmente, quando nos referimos à comunicação com uma pessoa cega. Tais práticas inclusivas também são rememoradas por Alice Borges no âmbito do estágio supervisionado que ela vivenciou em uma instituição de ensino. Nele, ela se deu conta de que um aluno com Síndrome de Down é submetido a atividades totalmente fora daquelas propostas pela professora regente em tempo real ao resto da turma. Por isso, a licencianda ratifica a necessidade de incluir de fato o aluno na dinâmica e contexto de toda a

Ah Alice, mas esse cenário não é típico somente de alguns episódios de sala de aula?! Claro que NÃO, Alice! Estamos diante de uma macro exclusão social. Nesse ponto, Alice Marques chama a atenção para o uso da linguagem utilizada nos mais diversos meios de comunicação, como o uso dos termos: “Veja aí, compre aqui, acesse o QRcode que está no vídeo, [...]” e por aí vai ...



turma através de condições de acessibilidade, de modo que ele possa participar coletivamente, ao mesmo tempo que têm suas necessidades educacionais especiais atendidas.

3.1.2 O grupo de segunda-feira e suas produções

A sessão do grupo de segunda – feira ocorreu no dia 29/08/2022, e nele estavam presentes quatro participantes e uma ajudante de estudo (a doutoranda).

Após a apresentação da proposta pela doutoranda, diferentemente do grupo de sábado, a primeira sessão com o grupo de segunda-feira foi iniciada por um diálogo desencadeado pela primeira questão em jogo, a saber: como proceder com o diálogo com olhos vendados? Como acionar o microfone do computador/aplicativo em um ambiente virtual, estando com os olhos vendados? De posse de tais questões, o participante da pesquisa com deficiência visual, Alice Marques, assume a posição de ajudante do estudo, o que auxilia o grupo a perceber atalhos no teclado que desencadeiam determinados comandos sem que fosse preciso “mexer” nas vendas que estavam em seus olhos. A seguir, o primeiro vídeo foi apresentado para a discussão da propaganda infantil. Uma primeira reflexão desencadeada no grupo perpassou a dimensão financeira que tange a problemática do consumo consciente, ao discorrer sobre a necessidade de poupar e economizar, em oposição a lógica focada no gasto. Alice Marques aponta bem “*a questão do consumo consciente como sinônimo de poupar*”, insistindo na importância de educar as crianças financeiramente no seio da família. Sobre isso, a doutoranda perguntou ao grupo sobre o que cada um entendia pela expressão *consumo consciente*, de modo a problematizar e explorar novas questões que estavam sendo desencadeadas ali pela Q_{0-NP}. Na devolutiva de respostas observa-se ainda que na dimensão financeira a nível familiar, entende-se que no que se refere ao ato de comprar é necessário comunicar às crianças que é preciso garantir o mínimo para sobrevivência. Já no âmbito escolar propõe-se, como uma prática a ser desenvolvida com as crianças, o trabalho com mercadinhos, por exemplo, aliado a discussões sobre a necessidade de determinados tipos de consumos. Essa abordagem pode também ser uma forma de os alunos trabalharem com a questão monetária, reconhecendo a relação entre algo que é caro e barato e pode incentivar a investigação sobre de onde vem o dinheiro, como apontado por Alice Ramos. Por outro lado, a licencianda evidencia o impacto de determinadas datas comemorativas no cenário comercial e das propagandas atreladas a elas, como no caso do consumo de ovos de Páscoa. Essa situação leva à discussão sobre a necessidade de aprimoramento da relação financeira na noção do que é caro e barato, quando, por exemplo, se

compara, no caso da Páscoa, a quantidade de gramas em uma barra de chocolate e em um ovo, e como isso é expresso no preço final de cada um desses itens. Questões como essas tangenciam ainda o campo de grandezas e medidas no estudo da matemática, entre outras que permeiam o custo e benefício e podem se tornar projetos desenvolvidos durante todo o ano escolar.

Assim como disparado no grupo de sábado, observa-se a reflexão sobre a durabilidade do que se consome e como isso representa um importante pilar social do consumo consciente. Sobretudo, pode levar à reflexão crítica sobre o que ainda está por trás das empresas que os produzem, bem como a origem da mão de obra barata e muitas vezes análoga à escravidão. Isso corrobora com o fato de que, como educadores, temos a responsabilidade de contribuir para essa formação crítica desde os primeiros anos das crianças, por meio de pequenas ações de conscientização, a fim de que elas possam se tornar adultos conscientes na sociedade que ainda está por vir.

Alice Rautenberg, por sua vez, aponta para a necessidade de questionar tudo que nos rodeia, de modo a não perdermos de vista questões que possam mediar ações de ordem didática. Ela exemplifica, para tanto, as ditas promoções e descontos expressos em preços com o algoritmo nove nos décimos, centésimos e milésimos expressos nos valores em referência, como em R\$ 1,99; R\$ 19,99; R\$ 399, 99 etc.

No que se refere ao diálogo concernente ao segundo vídeo disparado pela doutoranda, o grupo discute sobre o consumo exacerbado e os impactos ambientais que são gerados, mas não são elencadas questões em torno da dimensão ambiental. Em retorno à discussão sobre acessibilidade em relação ao vídeo, discute-se que é imprescindível a audiodescrição, como foi realizado pela doutoranda, já que somente o áudio não permitia a real compreensão de toda a mensagem passada pelo vídeo. Esta é uma questão relativa à acessibilidade digital em tantas outras situações cotidianas, sobre as quais devemos refletir, assim como a acessibilidade didática, quando tais infraestruturas são ativadas para fomentar o acesso ao saber pelos alunos em sala.

Assim como a sessão de sábado, esta é finalizada com indicativo para que cada participante pudesse realizar o avanço no estudo e na proposição de questões e respostas que perpassam a necessária prática de pesquisa, de forma a esboçá-las, por exemplo, no aplicativo *padlet* constituído como forma de organização dessa produção de conhecimento, no documento word ou qualquer outro instrumento. A ideia era de fato, sinalizar as conexões entre as novas questões e respostas construídas e que pudessem ser compartilhadas no próximo e último encontro, de modo a ampliarem a discussão dentro da proposta do *PQM*.

3.2 Sessão 2 – Proposta desencadeada e questões-respostas fomentadas

3.2.1 Sobre o retorno do estudo no grupo de sábado

Na segunda sessão de estudo, desenvolvida no dia 10/09/2022, estiveram presentes três participantes no grupo de sábado. Em diálogo sobre o processo de estudo realizado até então, Alice Lima compartilhou com o grupo o artigo sobre cidadania planetária do qual havia comentado na primeira sessão e que, em sua perspectiva, vê como um elemento de resposta à pergunta levantada. Ela também compartilha o texto com uma das ajudantes do estudo pelo whatsapp, para que isso possa ser colocado no *padlet*. A licencianda também nota que a questão desse estudo desencadeia uma ampla discussão em termos de um projeto político pedagógico a ser construído na escola juntamente com a comunidade escolar e com os pais. A ideia pontuada é que aos poucos, através da prática investigativa, seja possível conectar as várias questões sem necessidade de fragmentação dos conhecimentos observada atualmente no currículo escolar. Sobre isso é dado o exemplo do trabalho didático com a questão do cultivo e produção de hortas escolares. Tem-se que, aliado à proposta curricular da Base Nacional Comum Curricular (BNCC), (Brasil, 2018), a unidade temática terra na área de ciências abre portas para questionar sobre questões como as áreas destinadas à plantação, o espaçamento entre as sementes, o gasto médio de água destinada à plantação, dentre outros aspectos que fazem necessário o estudo com diferentes campos da matemática, para responder questões relativas às questões que perpassam tal trabalho.

A seguir, Alice Borges expressa o quanto a produção investigativa realizada um pouco “aqui ou acolá”, assim como a própria questão do consumo da água levantada no primeiro encontro pode ser aos poucos reformulada e mais desenvolvida. Ela pontua ainda que, no âmbito do trabalho com a questão do lixo, por exemplo, é possível solicitar às crianças embalagens de produtos recicláveis e criar um contexto propício para desencadear um processo de análise e investigação geométrica das formas ali observadas, estabelecendo similaridade, diferenças e ainda possíveis classificações a depender do nível de escolaridade.

Sobre a questão da legislação das propagandas infantis, inferimos a contribuição da *dialética individual-coletivo* em articulação à *mídia-meio* nas produções desta sessão e, conseqüentemente, no que se refere à *mesogênese*. Dizemos isso, pois Alice Borges e Alice Garcia deixam evidente a prática de pesquisa desenvolvida, sendo as únicas participantes que esboçam tais *mídias* utilizadas diretamente no aplicativo *padlet*, junto a algumas colocações sobre o estudo realizado. Isso também evidencia uma mudança de responsabilidades

(*topogênese*) que ocorre no sistema didático, já que era a doutoranda que vinha organizando as produções do grupo no aplicativo.

Em relação ao processo de estudo desenvolvido por elas, Alice Borges sinaliza a pesquisa que realizou voltada ao direito do consumidor, a partir do Código de Defesa do Consumidor (CDC). Ela observa que direcionar uma propaganda para o público infantil se torna uma prática abusiva e ilegal, levantando ao grupo a possibilidade de se pesquisar se há outra normativa em jogo. Nesse momento, Alice Garcia realiza uma pesquisa e identifica uma *mídia* que aborda leis e regulamentações voltadas à proteção da criança, para além do que é expresso no CDC, como o artigo 227 da Constituição Federal e a Resolução nº 163 de 2014 do Conselho Nacional dos Direitos da Criança e do Adolescente (Conanda). Em colaboração ao grupo, a doutoranda pontua sobre o Conselho Nacional de Autorregulamentação Publicitária (CONAR), mas levantando uma reflexão sobre questões que perpassam a atuação desse órgão no Brasil entre o direito da criança regido na legislação e as demandas de publicitários. A dimensão sociopolítica que permeia essa discussão é, de certa forma, realizada a partir da apresentação do vídeo⁶⁷  Publicidade infantil exposto no canal da HBO GO Brasil com o humorista Gregório Duvivier, o que demandaria no grupo um processo de estudo e análise crítica da situação compartilhada e vivenciada atualmente. Outra reflexão que tangencia a dimensão social e afetiva que perpassa esse cenário e, como expresso ao final do vídeo, diz respeito ao quanto o consumo acaba por não preencher um vazio existencial, o que pode ser ainda ressignificado pelo poema *Eu, Etiqueta*⁶⁸ de Carlos Drummond de Andrade.

No âmbito do cenário do consumismo, Alice Borges compartilha com o grupo o quanto as indústrias, na lógica do capitalismo emergente, operam com os produtos cada vez mais produzidos para terem pouca durabilidade, reforçando ao que a ela mesma amplia no *padlet*, quanto a atenção e problematização dada à *obsolescência programada*⁶⁹. Assim, a licencianda discute sobre a repercussão dessa prática no contexto ambiental, com o aumento cada vez mais da quantidade de lixo produzido, como no segundo vídeo compartilhado na sessão 1, que ilustra a tartaruga tentando comer uma sacolinha plástica que chega ao mar. Inferimos, assim, que o consumismo é o contraponto do próprio consumo consciente.

Aliado a tais discussões, Alice Lima ratifica o quanto desde muito tempo há as induções para o consumo fazendo alusão ao universo infantil e o quanto nossa profissão permite contribuir na conscientização sobre o consumismo, desperdícios e a necessária prática de consumo consciente, de modo a romper com uma postura acrítica sobre essas e tantas outras situações no mundo social. Como ação, a licencianda reforça o quanto elementos oriundos das

Alice, o conteúdo desse vídeo tem um caráter humorístico para tratar da problemática em jogo. No entanto, no momento da discussão esquecemos de dialogar sobre alguns outros fatos. Mas, isso não nos impede de hoje questionar determinados termos em uso e concepções que o alimenta, não é mesmo? Dizemos isso, como na expressão utilizada pelo humorista: “Sabe quem não falou nada, gente? O Humberto, que é mudo afinal”.

propostas de formação como a desenvolvida nesse nano PEP precisam ser encampadas pelos projetos políticos pedagógicos das escolas de ensino básico, ao sinalizar a importância da educação, da escola e da profissão professor no âmbito da formação de cidadãos críticos, quando compartilha com o grupo que

[...] eu só tive a consciência e eu tô falando de mim, né, na faculdade, agora, com 39 anos, e foi ali, nas primeiras aulas de Antropologia, que a professora conseguiu me fazer entender que o de graça não existe. Por exemplo, né, que tudo que é público, é pago, né? E aí eu falo assim e aí a faculdade particular muitas vezes você tem que trabalhar e paga ali você trabalhou e pagou, mas a pública é aquela pessoa que tá catando papel na rua é que tá pagando, é a minha avó que tá pagando e quem não tem é que tá pagando. Então assim, essa consciência, eu fui ter assim de verdade, agora na faculdade, então é assim, muita gente não tem isso né, por isso que a gente vê estragando tantas coisas por isso que a gente acha que não cuida da escola pública, a gente não cuida do público, porque a gente acha que o público é o governo que deu e é de graça, né? E não é nada que o governo dá, ele não dá nada, é a gente que paga tudo! [...] (Alice Lima, encontro, 10/09/2022)

São depoimentos como esses e oriundos de diferentes práticas formativas que nos levam a considerar que “[...] não estamos pretendendo um jogo divertido em nível puramente intelectual. Estamos convencidos, pelo contrário, de que a reflexão, se realmente reflexão, conduz à prática” (Freire, 2022, p.72-73).

3.2.2 Sobre o retorno do estudo no grupo de segunda-feira

A segunda sessão vinculada ao grupo de segunda-feira ocorreu em 12/09/2022, com quatro participantes em jogo. Na ocasião havia ali participantes que não tinham participado da primeira sessão, mas que no grupo geral, tiveram contato com os materiais produzidos e com a discussão realizada e organizada com o aplicativo *padlet*. No compartilhar de ações produzidas nos dois grupos em jogo, a doutoranda traz o conceito de cidadania planetária a partir da mídia trazida por Alice Lima no grupo de segunda, o que a permite ir fomentando um diálogo no início desta sessão com o grupo. A partir da discussão sobre a descartabilidade de materiais no meio ambiente e os decorrentes impactos produzidos, como as próprias micropartículas de plásticos presentes em sabonetes esfoliantes. Alice Cruz amplia as produções dialógicas compartilhadas ao potencializar o quanto tais práticas que perpassam a dimensão ambiental interferem diretamente nos alimentos que produzimos. A licencianda, que também é técnica em alimentos, discorre sobre o fato de a maior fonte de ômega 3 ser essencial à saúde humana, estar presente, por exemplo, nas sardinhas e no atum. Em contrapartida, aponta para o desenvolvimento de estudos que começaram a indicar que os resíduos originários da poluição no mar, tais como os microplásticos, começaram a impactar diretamente na qualidade dos alimentos à base do atum e que são consumidos pela população.

Alice Cruz observa a questão voltada ao lixo discutida no último encontro e pontua ao grupo a necessidade de produzir ações com as crianças, como na transformação do lixo em materiais recicláveis, que pudessem ser confeccionados pelas crianças até a reflexão sobre a comercialização destes. Alice Rautenberg pontua sobre a necessidade de o consumidor estar atento aos produtos que adquire, a partir de uma consciência crítica dos impactos produzidos no ambiente, como é o caso por exemplo, de linhas de cosméticos que realizam suas produções com uma linha de produtos biodegradáveis, como é o caso da Natura. Além disso, é preciso refletir e realizar uma investigação acerca dos próprios produtores responsáveis pelo trabalho com a matéria-prima a partir da biodiversidade brasileira, para a confecção de tais produtos, sendo esses ribeirinhos. Questões são levantadas pelas licenciandas, como: quais produtos de diferentes linhas de cosméticos podem impactar mais o meio ambiente? E quanto a relação custo-benefício? Que políticas públicas existem ou poderiam existir como forma de fiscalização, com vista a necessária conscientização ambiental? Por outro lado, a relação custo-benefício, oriunda da dimensão financeira, também é pontuada em comparação aos produtos orgânicos comercializados tanto em supermercados como em feiras, como práticas que podem ser vivenciadas e com potencial de desenvolver um processo investigativo com as crianças, ampliando diferentes leques para estudos que perpassam diferentes áreas de conhecimento, além de contribuir para uma formação humana que, de fato, nos leva a um questionamento do mundo.

Alice Batista, que reside na região litorânea do sudeste brasileiro, discute o dispositivo da realidade virtual como forma de fomentar estudo e pesquisa diante da poluição dos mares e, conseqüentemente, contribuindo para a conscientização ambiental. No entanto, tal dispositivo esbarra em uma questão econômica e política, uma vez que pelo alto custo ainda não faz parte do cenário da escola pública brasileira.

Ainda sobre a questão do lixo, Alice Rautenberg sugere ao grupo o estudo de uma *mídia*, o documentário *Ilha das Flores*. Após assisti-lo a licencianda realizou um movimento de pesquisa sobre como se dá a coleta de lixo na cidade de Campo Grande/MS e os processos de mudanças que perpassaram os aterros sanitários nesta cidade. Tal prática desenvolvida no momento da pesquisa, redireciona o olhar para possíveis práticas a serem desenvolvidas em âmbito acadêmico-escolar.

O grupo finaliza a discussão de Q₀, a partir da colocação de Alice Batista, em uma perspectiva de tal prática não ser apenas voltada em âmbito de projetos escolares, com começo e fim muito pontuais e pré-definidos, mas que tais questões possam permear constantemente o

Com certeza, Alice! Como se elas não fossem capazes de, como sujeitos produtores de conhecimento, vivenciar um processo investigativo, tal como o PEP. Aí é que podemos refletir sobre tal concepção como uma injustiça epistêmica, sinalizada por Fricker (2007), não?

Além disso, cabe destacar assim como lembra Alice B Freitas, esse é um ponto de discussão que merece atenção por nós, educadores, especialmente no que se refere ao contexto social de crianças em situação de vulnerabilidade econômica, não?!

fazer pedagógico de forma contínua. E, ao investir no trabalho com as crianças, Alice Rautenberg ratifica o fato de que é necessário escutar as crianças, “*é uma questão de experimentação, né? Você não sabe se elas vão conseguir fazer ou não, então você tem que experimentar, ver como será o desenvolvimento [...] então, a gente tem que parar também um pouco de subestimar o conhecimento deles [das crianças]*”. 🔑

← Outra discussão que tangenciou ambos os grupos (os de sábado e de segunda-feira) concerne ao cultivo e consumo de alimentos. Isso pode ser observado quando a doutoranda começa compartilhando com os grupos uma história em quadrinhos da Turma da Mônica que fala sobre uma alimentação saudável, temática que, por sua vez, possibilita explorar diferentes trabalhos aliados à prática com gêneros textuais como os de receitas e/ou das diferentes maneiras de se formar cardápios que podem ser elaborados a partir da combinação de diferentes opções de carboidratos, proteínas, hortaliças etc. 🔑 Essa prática implica familiaridade com a prática de modelagem matemática que podem fornecer respostas sobre porque ou para quê estudar determinados conteúdos matemáticos, por exemplo. Aliada a essa discussão sobre a produção e o cultivo de alimentos, o grupo de segunda complementa a discussão com a problemática sobre o agronegócio, com o uso de práticas que agredem o meio ambiente e a própria saúde humana, como o uso de fertilizantes e agrotóxicos e, por outro lado, a agricultura familiar, com práticas agroecológicas que visam romper com práticas nocivas à própria humanidade.

Ao final, temos que a apresentação de todas essas produções relatadas nos dois encontros e registradas no *padlet*⁷⁰ e no documento word⁷¹ direcionado a Alice Marques ressoa em um movimento dialógico entre os componentes do grupo em articulação com um processo de estudo que sinaliza de forma atemporal a produção de perguntas e respostas, em conjunto com as *mídias* que se fizeram presentes no *meio didático* e com as quais foram sendo desencadeadas ao longo das duas sessões de trabalho. Tal perspectiva alinha-se à própria produção de *mapas de questões e respostas (MQR)* que, como afirma Florensa (2021), expressa uma poderosa ferramenta epistemológica do conhecimento a ser vivido na formação de professores.

4. À guisa de uma conclusão?

Em face destes resultados concluímos que o trabalho com o dispositivo do PEP melhor se alinha com nossos objetivos de levantar e estudar problemáticas que possam ser trabalhadas

de forma articulada no âmbito da educação matemática e outras áreas do conhecimento. Sem deixar de mencionar a importância de unir, nas práticas didáticas, conteúdos específicos com as experiências que o repertório de vida de cada professor e ou futuro professor trouxe ao grupo. A diversidade não somente expressa nas regiões brasileiras que residiam, mas pelas suas atuações em diferentes cenários, com diferentes experiências pessoais, acadêmicas e profissionais, muito contribuíram para a construção de encontros de diálogos *com*, alinhados à perspectiva do *PQM*. É com esse caminhar que fomos sentindo algumas barreiras que perpassam o cenário de uma educação inclusiva brasileira. Barreiras essas tão necessárias de serem cada vez mais derrubadas, como ao ouvir um vídeo e não ter acesso a uma audiodescrição das imagens e/ou cenário ali considerado, ou ainda, também somado àquelas que permeiam as dimensões ambiental, sociopolítico e afetiva no cenário do consumo consciente discutido neste *nano PEP*. Acreditamos que a defesa de uma educação que contemple essas variáveis não só nos permite conceber um novo paradigma de ensino de acordo com o *PQM* proposto por Yves Chevallard, como também representa uma alternativa, como nos preceitos de Paulo Freire, a uma formação docente mais abrangente, humanista, inclusiva e anticapitalista. Nesta formação em que o educador leciona ou lecionará nos anos iniciais da escolaridade básica, não podemos perder de vista nossas crianças. Afinal, é a criança o futuro da Humanidade e é com ela que também está nossa carta de esperança nesse mundo às avessas. Contudo, em tempo e em um movimento de reflexão-ação neste processo (des)conclusivo, assim como aprendemos com Chapeleiro Maluco em Alice no país das maravilhas, sua voz ainda ressoa em nossos ouvidos, Alice, quando juntas estamos nessa casa do espelho, não?! E ...

Que futuro é possível construir em um planeta danificado? O futuro das crianças é diretamente afetado por nossa relação com o planeta, o que centraliza um esforço na direção da educação ambiental e político-econômica: que planeta e que vida será possível se insistimos num capitalismo que estimula o consumismo e consequente produção de lixo/poluição? Que planeta e que vida será possível se ainda justificarmos guerras? Que planeta e que vida será possível amanhã se não interrompermos a destruição do meio ambiente hoje? É preciso uma educação responsável, a construção mesmo de uma habilidade de responder a movimentos, afirmar-se como uma educação-resistência para que possamos sempre, depois de viagens várias, ✨ [como expresseo na Q6 deste PEP-tese:] “voltar para casa, nosso lindo balão azul” (Alice B Souza, 24/06/2025, ✨ [inserção nossa]).

Referências

As referências bibliográficas deste artigo podem ser acessadas em: [clique aqui](#).



Um esperar com Alices através do espelho

Cara Alice, esboçaremos neste espaço duas pequenas sínteses como ponto de chegada ou nova partida no que se refere à Q₄, a partir do que ficou marcado para nós, nessa travessia permeada por um problema didático inclusivo.

- Quanto às condições que foram necessárias no âmbito da acessibilidade didática, inferimos:

- ✓ A sensibilidade afetiva em um sistema didático S, a partir da abertura ao diálogo *com e* à escuta de todo o grupo;
- ✓ Diálogo com membros da comunidade com DV
- ✓ Formação de subgrupos - diante de diferentes *restrições* dos níveis *Escola e Sociedade*;
- ✓ Reprodução de textos acessíveis no word, diante da falta de acessibilidade digital e outras infraestruturas didáticas;
- ✓ Experiência áudio-tátil com recursos didáticos utilizados;
- ✓ Realização tanto em áudio quanto em textos alternativos das descrições de imagens trabalhadas (e mecanismos outros de garantia à acessibilidade digital do *PEP*-tese);
- ✓ *Atitude herbatiana* do educador-educando (de um choque de realidade a mudanças no equipamento praxeológico de Alice D Silva e, conseqüentemente, no trabalho didático);

- Quanto a *restrições* no que se refere à acessibilidade na pesquisa:

- ✓ Seria o *MQR* uma barreira metodológica a ser superada?
- ✓ O que fazer para que o *MQR* não potencialize microexclusões no trabalho com um *PEP* online com pessoas com DV? Que outras condições poderiam ser criadas para romper com tal restrição?
- ✓ Como aumentar o topos dos participantes com o uso do *MQR*?
- ✓ Quanto a tornar os *MQR* acessíveis digitalmente às pessoas com DV, o que fazer para que o *MQR* não potencialize microexclusões no trabalho com um *PEP* online junto a pessoas com DV? Que outras condições poderiam/podem ser criadas para romper com a restrição evidenciada nesse trabalho?

Apesar de em nossa pesquisa sermos todos Alices, somos todos tão diferentes, não?!
E como forma de dialogar com você, Alice, podemos compartilhar experiências,

trabalhos e produções realizadas em uma perspectiva inclusiva, bem como somarmos esforços para com a problemática inerente aos *MQR* acessíveis. Reservamos um espaço para tomarmos um ☞ [chá](#)...Vamos lá?

Que possamos nos encontrar e dialogar em:

https://drive.google.com/drive/folders/1xgQz8VRqrxdux0dRZb6ZacJknYP_9KLX?usp=sharing

Tensionando com ...⁸

ANTUNES, Francieli Cristina Agostinetto. *Um percurso de estudo e pesquisa para abordar conceitos da didática da matemática em uma perspectiva inclusiva*. Tese (Doutorado em Educação). Universidade Estadual do Oeste do Paraná, Programa de Pós-Graduação em Educação, 2022.

ASSUDE, Teresa., PEREZ, Jean-Michel; SUAUI, Géraldine; TAMBONE, Jeannette; VÉRILLON, Aliette. Accessibilité didactique et dynamique topogénétique: une étude de cas. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, La Pensée Sauvage, 34 (1), pp.33-57, 2014.

BEAL, Franciele. *Braille-CM-TUI: ambiente de apoio à construção de conhecimento via mapas conceituais por estudantes com cegueira*. Tese (Doutorado em Informática). Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2020.

BERNARDO, Flávia Gomes; GARCEZ, Wania Regina; SANTOS, Rosana Cristina dos. Recursos e metodologias indispensáveis ao ensino de matemática para alunos com deficiência visual. *Revista Eletrônica Caminhos da Educação Matemática*, v. 13, n. 2, p. 48-62, 2019.

BERTONI, Nilza Eigenheer. Aprendizagem articulada dos conjuntos numéricos: reflexões, relatos e propostas. In: KALEFF, ANA Maria Martensen Roland (orgs.). *Educação Matemática: diferentes olhares e práticas*. Curitiba: Editora Appris, 2020.

BITTAR, Marisa. Educação. In: MILL, Daniel. (Org.) *Dicionário crítico de educação e tecnologias e de educação a distância*. Campinas: Editora Papirus, 2018, p. 195-198

BOSCH, Marianna. Study and research paths: a model for inquiry. In: *International Congress of Mathematics*. Rio de Janeiro, Brazil, 2018.

BOSCH, Marianna; CHEVALLARD, Yves. La sensibilité de l'activité mathématique aux ostensifs. Objet d'étude et problématique. *Recherches en Didactique des Mathématiques*. Grenoble: La Pensée Sauvage-Éditions, v.19, n. 1, p. 77-123, 1999.

BOSCH, Marianna.; CHEVALLARD, Yves.; GARCÍA, Francisco Javier.; MONAGHAN, John. *Working with the Anthropological Theory of the Didactic in Mathematics Education. A*

⁸ Para acessar o mapa de questões e respostas, [clique aqui](#).

Comprehensive Casebook. Routledge: New York, 2020. Accessed at: https://www.researchgate.net/publication/338109032_Working_with_the_Anthropological_Theory_of_the_Didactic_in_Mathematics_Education_A_Comprehensive_Casebook.

BRASIL. *Declaração Mundial sobre Educação para Todos: plano de ação para satisfazer as necessidades básicas de aprendizagem*. Jomtien/Tailândia: UNESCO, 1990.

BRASIL. *Declaração de Salamanca e linha de ação sobre necessidades educativas especiais*. Brasília: UNESCO, 1994.

CHEVALLARD, Yves. Enseñar matemáticas en la sociedad de mañana: alegato a favor de un contraparádigma emergente. *Journal of Research in Mathematics Education*, v. 2, n. 2, p. 161-182, 2013.

CHEVALLARD, Yves. L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique. *Recherches en didactique des mathématiques (RDM)*, v. 19 (2), p. 221-266, 1999. Disponível: <https://revue-rdm.com/1999/l-analyse-des-pratiques>.

CRUZ, Anete Otília Cardoso de Santana. *Acessibilidade didática: praxeologias matemáticas sobre sequências para surdos(as) e ouvintes*. Tese (Doutorado em Ensino, Filosofia e História das Ciências) – Universidade Federal da Bahia, Salvador, 2022

FAUSTINO, Ana Carolina; MOURA, Amanda Queiroz; SILVA, Guilherme Henrique Gomes da; MUZINATTI, João Luiz; SKOSVSMOSE, Ole. Macroinclusão e microexclusão no contexto educacional (Macroinclusion and microexclusion on education context). *Revista Eletrônica de Educação*, v. 12, n. 3, p. 898–911, 2018.

FREIRE, Paulo. *Por uma Pedagogia da Pergunta*. São Paulo: Paz e Terra, 2013.

KACHHAP, Sheelu; MANE, Kishor H. Concept mapping for students with visual impairment: practices and challenges. *Journal of disability management and special education*, 2(1), p.6-15, 2019.

KRANZ, Claudia Rosana. *Os jogos com regras na perspectiva do desenho universal: contribuições à educação matemática inclusiva*. (Tese) Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade Federal do Rio Grande do Norte. 2014.

KRANZ, Claudia Rosana. *O desenho universal pedagógico na educação matemática inclusiva*. São Paulo: Livraria da Física, 2015.

MARCONE, Renato José de Souza. Deficiencialismo: a invenção da deficiência pela normalidade. 170f. Tese (Doutorado em Educação Matemática). Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, São Paulo, 2015.

MARTINS, Andreia Cassane. *Inclusão no ensino de ciências: elaboração de mapas conceituais como estratégia didática para uma aprendizagem significativa de alunos com deficiência visual*. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências da Natureza). Universidade Federal Fluminense, Niterói, 2023.

NOGUEIRA, Clélia Maria Ignatius. Educação Matemática Inclusiva: do que, de quem e para quem se fala? In: KALEFF, ANA Maria Martensen Roland (orgs.). *Educação Matemática: diferentes olhares e práticas*. Curitiba: Editora Appris, 2020.

NOVAK, Joseph Donald; CAÑAS, Alberto. A teoria subjacente aos mapas conceituais e como elaborá-los e usá-los. *Práxis Educativa*, 5(1), 2010.

SÁNCHEZ GARCÍA, Laura; SIQUEIRA, João Hilton Sayeg de ; BUENO, J; Forcelini, L Galera. *A tangible interaction platform as concrete support for blind children literacy in braille*. Springer: Cham, p.135-146, 2016.

SANCHEZ, Jaimes; FLORES, Héctor. *Concept mapping for cirtual rehabilitation and training of the blind*. IEEE Transactions on Neural Systems and Rehabilitation Engineering, 18(2), p.210-219, 2010.

SASSAKI, Romeu Kazumi. Inclusão: acessibilidade no lazer, trabalho e educação. *Revista Nacional de Reabilitação (Reação)*, São Paulo, Ano XII, mar./abr. 2009, p. 10-16.

SILVA, Camila de Oliveira da; SILVA, Vanderley Rodrigues da; BITTAR, Marilena. *Livros didáticos (de matemática) para todos?! Entre legislação e acessibilidade didática às pessoas com deficiência visual*. In: anais do 2º colóquio de livros didáticos de matemática. Anais...Campo Grande(MS) UFMS, 2024. Disponível em: <[https://www.even3.com.br/anais/2-coloquio-de-livros-didaticos-de-matematica-ddmat/878317-livros-didaticos-\(de-matematica\)-para-todos--entre-legislacao-e-acessibilidade-didatica-as-pessoas-com-deficien](https://www.even3.com.br/anais/2-coloquio-de-livros-didaticos-de-matematica-ddmat/878317-livros-didaticos-(de-matematica)-para-todos--entre-legislacao-e-acessibilidade-didatica-as-pessoas-com-deficien)>

SILVA, Lessandra Marcelly Sousa da. *Do improviso às possibilidades de ensino: estudo de caso de uma professora de matemática no contexto da inclusão de estudantes cegos*. 94 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática). Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, Rio Claro, 2015.

Referências 01

BOSCH, Marianna; CHEVALLARD, Yves. La sensibilité de l'activité mathématique aux ostensifs. Objet d'étude et problématique. *Recherches em Didactique des Mathématiques*. Grenoble: La Pensée Sauvage-Éditions, v.19, n. 1, p. 77-123, 1999.

BOSCH, Marianna. Study and research paths: a model for inquiry. In: *International Congress of Mathematics*. Rio de Janeiro, Brazil, 2018.

CHEVALLARD, Yves. Enseñar matemáticas en la sociedad de mañana: alegato a favor de un contraparadigma emergente. *Journal of Research in Mathematics Education*, v. 2, n. 2, p. 161-182, 2013.

CHEVALLARD, Yves. *La notion de PER: problèmes et avancées*. Texto de uma apresentação apresentada à IUFM de Toulouse, 2009. Disponível em <http://yves.chevallard.free>

CHEVALLARD, Yves. *Passé et présent de la théorie anthropologique du didactique*. 2007. Disponível em: http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/article.php3?id_article=134

CHEVALLARD, Yves. *Organizer L'étude*. 3. Ecologie & regulation. Actes de la 11^e École d'Été de Didactique des Mathématiques. France: La Pensée Sauvage. 2002.

CHEVALLARD, Yves. Concepts fondamentaux de la didactique: perspectives apportées par une approche anthropologique. *Recherches en Didactique des Mathématiques*. Vol. 12, n° 1, pp. 73-112, 1992.

CORICA, Ana Rosa. Análisis de la gestión de un dispositivo didáctico formulado en el marco de la TAD. *REVEMAT (SC)*, v.13, n.2, p.54-71, 2018.

FREIRE, Paulo. *Por uma Pedagogia da Pergunta*. São Paulo: Paz e Terra, 2013.

KRANZ, Claudia Rosana . *Os jogos com regras na perspectiva do desenho universal: contribuições à educação matemática inclusiva*. (Tese) Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade Federal do Rio Grande do Norte. 2014.

LARROSA, Jorge. *Notas sobre a experiência e o saber da experiência*. Revista Brasileira de Educação, n. 19, p. 19-28, jan./fev./mar./abr. 2002.

LARROSA, Jorge. *Tremores: escritos sobre experiência*. Tradução: Cristina Antunes e João Wanderley Geraldi. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2022.

OLIVEIRA, Adriana Barbosa. *Licenciaturas em Matemática como produção narrativa: aberturas para experiências*. (Tese). Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Federal do Mato Grosso do Sul, 2018.

SKOVSMOSE, Ole. Inclusões, encontros e cenários. *Educação Matemática em Revista*, v. 24, n. 64, p. 16-32, set./dez. 2019.

VEENMAN, Simon. Perceived problems of beginning teachers. *Review of Educational Research*, n. 54, v. 2, 1984.

Referências 02

ALENCAR, Edvone de Souza. A formação do pedagogo para o ensino de matemática em Instituições do Observatório Internacional. In: *Anais do 7º Seminário Internacional de pesquisa em Educação Matemática* (p. 1-12). Foz do Iguaçu, PR, 2018.

ANJOS, Daiana Zanelato dos. *O que se revela quando o olhar não alcança? Em busca do acesso semio-cognitivo aos objetos do saber matemático por uma estudante cega*. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2019.

ASSUDE, Teresa., PEREZ, Jean-Michel; SUAUI, Géraldine; TAMBONE, Jeannette; VÉRILLON, Alette. Accessibilité didactique et dynamique topogénétique: une étude de cas. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, La Pensée Sauvage, 34 (1), pp.33-57, 2014.

BRASIL. *Base Nacional Comum Curricular (BNCC)*. Brasília: MEC. 2018.

CHEVALLARD, Yves. Enseñar matemáticas en la sociedad de mañana: alegato a favor de un contraparadigma emergente. *REDIMAT - Journal of Research in Mathematics Education*, v. 2, n. 2, p. 161-182, 2013.

CHEVALLARD, Yves. *La place des mathématiques vivantes dans l'éducation secondaire: transposition didactique des mathématiques et nouvelle épistémologie scolaire*. 3e Université d'été Animath, Saint-Flour, 22-27 août, 2004. Disponível em: http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/article.php3?id_article=48

CHEVALLARD, Yves. *À propos des PER*. In: Journal du Seminaire TAD/IDD – 1; pp. 7-23, 2009. Disponível em: <<http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/IMG/pdf/journal-tad-idd-2009-20010-1.pdf>>.

FERNANDES, Sabrina. *Se quiser mudar o mundo: um guia político para quem se importa*. Editora Planeta, 192 p., 2020.

FLORENSA, Ignasi., BOSCH, Marianna. & GASCÓN, Joseph. Question–answer maps as an epistemological tool in teacher education. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 24(2), 203–225, 2021.

FREIRE, Paulo. *Pedagogia do Oprimido*. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 2022.

FRICKER, Miranda. *Epistemic Injustice: Power and the Ethics of Knowing*. New York: Oxford University Press, 2007.

MONTOYA, Marco Antonio; FINAMORE, Eduardo Belisário. Os recursos hídricos no agronegócio brasileiro: Uma análise insumo-produto do uso, consumo, eficiência e intensidade. *RBE - Revista Brasileira de Economia*. Fundação Getúlio Vargas (FGV), vol.74, n.4. p.441-464, 2020.

MORAES, Maria Cândida. *Saberes para uma educação planetária: homenagem a Edgar Morin*. 1ª ed. Wake Editora, 196 p. 2019.

OLIVEIRA, Gaya Marinho de; OLIVEIRA, Ana Teresa de C. C. de. A matemática na formação inicial de professores dos anos iniciais: reflexões a partir de uma análise de teses e dissertações defendidas entre 2005 e 2010 no Brasil. *EM TEIA*, Recife, v. 4, n.1. 2013.

Bem-vinda(o) à Q1!

Q1: Que formação (matemática) de pedagogos? O existe e o que se deseja? Um percurso à luz da TAD no país das produções (e instituições) acadêmico-científicas

Camila de Oliveira da Silva

Marilena Bittar

Resumo:

Este artigo apresenta parte de uma tese de doutorado constituída no campo da Didática da Matemática, que mobiliza elementos teórico-metodológicos da Teoria Antropológica do Didático, como o Paradigma Questionamento do Mundo e a constituição de um Percurso de Estudo e Pesquisa (PEP) desenvolvido com professores e futuros professores dos anos iniciais. De modo específico, a tese também se constitui como um PEP-tese, em que uma das questões que perpassa a investigação é: Que formação (matemática) de pedagogos? O que se tem e o que se deseja? Assim, este texto tem por objetivo apresentar um processo de estudo a partir desta questão, fazendo uso da dialética mídia-meio como ferramenta de análise. Para isso, perpassamos por *mídias* produzidas por educadores até as vozes constituídas pelos sujeitos de nossa pesquisa. Como resultados, observa-se uma forte tensão na formação do pedagogo, e, em especial, do professor dos primeiros anos de escolaridade básica. Infere-se ainda que é preciso romper com práticas enraizadas e com estruturas de cursos de formação de professores que já sinalizam seu próprio desmonte. Assim, percebe-se que o desbravar de uma mudança paradigmática seja um caminho possível, aliado à necessidade do ouvir e dialogar *com* educandos e educadores no exercício de uma prática educativa amparada em Paulo Freire.

Palavras-chave: Formação Matemática do Pedagogo. Dialética Mídia-Meio. Percurso de Estudo e Pesquisa. Paradigma Questionamento do Mundo.

Preparando-nos para a partida

O ensino de matemática hoje ainda se encontra fortemente ancorado no paradigma didático que Chevallard (2013) denomina como *Paradigma Visita às Obras (PVO)*. Nesse paradigma, os alunos são convidados pelo professor a contemplar obras matemáticas que compõem os conteúdos propostos no currículo vigente, semelhantemente ao que acontece em uma visita aos monumentos de um museu. O autor evidencia essa comparação porque tais conhecimentos matemáticos são apresentados “como um monumento de valor em si mesmo, que os alunos devem admirar e apreciar, mesmo que não saibam quase nada sobre suas razões atuais ou passadas de existência” (Chevallard 2013, p.164). Visando romper com esse paradigma apresenta-se o *Paradigma Questionamento do Mundo (PQM)*, que é movido por um processo investigativo, a partir de uma dada questão gerada pelo professor ou pelo coletivo de estudantes, sobre a qual busca-se ativar ferramentas necessárias para obter indícios de resposta à questão original.

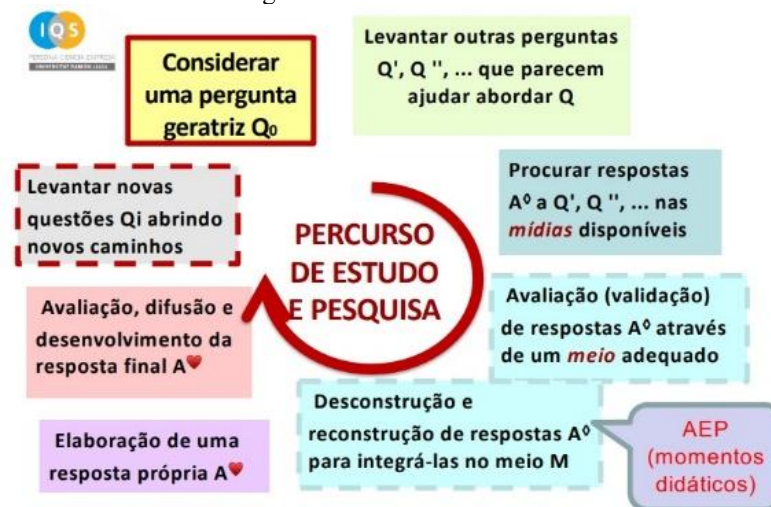
Tais paradigmas, bem como a análise de *condições e restrições* decorrentes de diferentes *níveis da escala de codeterminação didática*⁷², compõem a leitura que faremos neste texto, sob

a ótica da Teoria Antropológica do Didático (TAD). Em convergência com o novo paradigma didático proposto na pesquisa de doutoramento que desenvolvemos, o *PQM*, este artigo tenciona uma análise de parte deste percurso investigativo, em que nos movemos pela questão derivada de nossa tese (Q_1) e que compõe o título deste texto: *que formação (matemática) de pedagogos?* Dessa forma, buscamos depreender aspectos da formação inicial, especialmente, do professor dos primeiros anos de escolaridade básica que ensinará matemática, no que se refere ao cenário brasileiro. Assim, a estudante de doutorado X, sob supervisão de sua orientadora de estudo Y, movida pelo estudo desta questão problemática Q_1 , forma um sistema didático S , descrito por $S(X, Y, Q_1)$, com o objetivo de construir uma resposta final ($R^\heartsuit$) para Q_1 . Todo este processo pode ser descrito com o *esquema herbartiano reduzido* que, como sinaliza Chevallard (2011), produzirá uma resposta à nossa pergunta Q_1 : $S(X; Y; Q_1) \Rightarrow R^\heartsuit$.

Nesse processo de estudo nos deparamos com outras questões derivadas a ela, bem como possíveis respostas parciais $R^\diamond$ encontradas, cujos dados obtidos na consulta de diferentes mídias e das obras consultadas na atividade investigativa deverão ser devidamente avaliados e reconstruídos, para que se possa chegar à resposta final, $R^\heartsuit$. Assim, a comunidade de estudo formada por X e Y e amparada por Q_1 constrói *um meio didático M* que, em nosso caso, permitirá sustentar as justificativas para o desenvolvimento da tese de doutorado que tem por intenção levantar indícios de respostas à leitura sobre o  “mundo” da formação do (futuro) professor que ensina ou ensinará matemática nos anos iniciais do ensino fundamental. Assim sendo, o sistema didático S produz esse *meio*, a partir das ferramentas de estudo da questão em jogo, cujo diagrama fica descrito por: $[S(X; Y; Q_1) \Rightarrow M] \Rightarrow R^\heartsuit$.

E como se dá essa dinâmica de estudo? Em resposta a esta pergunta, temos o *Percurso de Estudo e Pesquisa (PEP)* como um caminho didático e metodológico e sobre o qual Bosch (2018, p. 19) versa na figura 1 que segue, levando em conta como ponto de partida a questão que gera um determinado processo investigativo, denominada por pergunta geratriz Q_0 .

Figura 1: dinâmica de um *PEP*



Fonte: Bosch (2018, p.19)⁷³

Com base na dinâmica desencadeada pelo *PEP*, o desenvolvimento de nossa tese muito se assemelha ao *PEP*, razão pela qual nos referimos à tese como um PEP-tese. Como forma de buscar elementos de estudo para compreender e esmiuçar nossa Q_1 em vista de encontrar indícios de respostas a ela, ativamos como ferramenta para análise desse percurso investigativo a *dialética mídia-meio*. Entendemos por *mídia*, segundo Chevallard (2007) qualquer sistema de representação/comunicação que vise um público específico e busque intencionalmente informar sobre algo, como por exemplo um livro, um jornal, um curso, site etc., já um *meio* é um sistema, um fragmento da natureza, que não visa respostas explícitas ou implícitas para determinada pergunta. Ainda assim, uma mídia pode ser vista como meio em determinados assuntos.

Visando ativar diferentes *mídias*, bem como validá-las, como apresentado na figura 1, esse momento de trabalho didático pode ser descrito como atividades de estudo e pesquisa (*AEP*) em que nos debruçamos sobre o processo de estudo. Para isso, propomos discorrer esse texto com a voz de especialistas das áreas em estudo por meio de suas produções acadêmico-científicas, como artigos, livros, documentos oficiais, entre outros, que nos permitam apreender o cenário em jogo. Partiremos de um cenário geral da formação do pedagogo, passando pela formação brasileira do professor que ensina (ensinará) matemática nos primeiros anos de escolaridade básica, até elementos da produção de dados da tese que nos ajudam a encontrar possíveis respostas que nos direcionem à $R^\heartsuit$, a partir do diálogo com (futuros) professores dos anos iniciais de diferentes regiões do Brasil, participantes de nossa pesquisa. Esse é um ponto de suma importância, uma vez que ativamos elementos decorrentes de suas respectivas formações (em especial, matemática) oriundas dos cursos de Pedagogia, já que são esses os principais lócus responsáveis pela formação inicial do pedagogo no Brasil.

Por fim, a marca artística que move esse texto é mobilizado no próprio *PEP*-tese com a dialética arte e educação matemática, por meio de analogia com a obra de Lewis Carroll (2019), *Alice no país das maravilhas*, a qual soma-se à resignificação da leitura que perpassa a formação do pedagogo, especialmente, àquele que opta pela docência nos primeiros anos de escolaridade básica brasileira.

Que Pedagogo? Que Pedagogia? Ah, talvez essas perguntas não nos levem a “um início de conversa muito promissor”⁷⁴! 

Movidas pela curiosidade desencadeada por essas perguntas é inevitável darmos um passo atrás, a fim de questionar e desbravar alguns elementos de sua história ao longo do tempo, para que possamos ir adentrando nesse terreno, e desbravar a essência dessas palavras. Assim, partiremos de algumas *mídias* no âmbito da História da Educação, já que é inevitável considerarmos que a educação ocidental escolarizada tenha sua origem desde a Grécia antiga, como ratifica Gauthier e Tardif (2014). É aí que na raiz greco-romana vemos resquícios de uma educação que, ao distinguir uma razão prática da teórica, exclui da educação dos cidadãos considerados na época, tudo que tenha por objetivo fim o ofício, o exercício profissional. Como nos apresenta Manacorda (2006, p. 57) em referência à Platão: “Não para o ofício [téchne] mas para a educação [paidéia]”. Já Bittar (2009) nos lembra que no que diz respeito a tarefa de lecionar, a remuneração para tanto era considerada indigna. A filosofia e a retórica eram vistas como de suma importância e o mestre do bê-á-bá era considerado menos importante.

Como ratifica a autora, tal como o mestre do bê-á-bá não ter um devido reconhecimento na carreira, a carreira educativa de professores da educação básica brasileira tem um paralelo com a cultura greco-romana. Cabe ressaltar o fato de que esses mestres eram escravos e, portanto, em referência grega, os paidagogós, “o pedagogo, cujo trabalho consistia em acompanhar a criança até o local de sua aprendizagem” (p.22). Nesse cenário, e como herança greco-romana, há difusão do modelo de escola que, oriunda de instituições privadas, vai aos poucos sinalizando para uma passagem à condição estatal (Manacorda, 2006). No entanto, observa-se que durante a idade média tal modelo educativo passa a ser substituído pela concepção cristã, que tinha resquícios de uma educação que era privilégio apenas de alguns. É a partir do século XVII que há, de fato, uma “*renovação pedagógica*” (Bittar, 2009, p. 48), e na qual está alicerçada a Pedagogia de Jan Comenius, com sua arte de “*ensinar tudo a todos*”, em Didática Magna.

No Brasil, Saviani (2008) pontua que durante o período colonial, a educação ainda estava ancorada em uma formação cristã e permanecia restrita à elite. Com as grandes revoluções e com os fundamentos iluministas, a partir do século XVIII e XIX, essas acabam condicionando o sistema escolar como um sistema de ensino similar à produção industrial em massa. Contudo, é aí que se observa a expansão da escola, que se torna laica e, de modo geral, para o povo, além de contemplar um rico terreno de concepções pedagógicas no final do século XIX, por exemplo, com Rousseau, Kant, Pestalozzi, Froebel, Herbart e Nietzsche. Por outro lado, Aranha (2006) indica que a despeito das transformações no Velho Mundo, o contraste entre Europa e Brasil era grande, e a adesão do último ao regime da aristocracia agrária escravista, submetido à política colonial de opressão, agravava mais esse quadro. Dessa forma, percebe-se as repercussões desse processo, como na precariedade do ensino e o crescente analfabetismo da população. Com Ferreira Jr. (2010) vemos como essa condição se mantém no século XIX, ao mesmo tempo que a educação clássica também acabava se dirigindo apenas à formação da elite, no âmbito dos cursos superiores em Direito ou Medicina, reforçando um “caráter elitista e excludente da educação herdada dos séculos XVI, XVII, XVIII e XIX”, (p.51).

A dicotomia existente entre esses cursos e os cursos de formação de professores fica ainda mais latente no que diz respeito à precarização na formação docente, desde os cursos normais criados em 1835, na cidade de Niterói e, depois, em diferentes províncias. Tais cursos não tinham duração fixa e era comum abrirem e fecharem suas atividades várias vezes. A desimportância atribuída ao trabalho do mestre era fruto de uma sociedade que não priorizava a educação elementar, o que se mostra também pela tradição, na época, de admitir professores sem formação, uma vez que um método pedagógico específico não era considerado necessário, como explicitado por Aranha (2006). Além disso, o público-alvo da escola normal de São Paulo, por exemplo, era composto por homens e, somente após 30 anos é que uma parte das vagas foi direcionada para o público feminino. Anos depois o público permanente das escolas normais passou a ser constituído quase que totalmente por mulheres. Isso ocorreu,

Em parte, à lenta entrada da mulher na esfera pública, e porque a profissão do magistério era uma das poucas que permitiam 🗝️ **conciliar com as obrigações domésticas**. Além disso, constituía uma atividade socialmente aceita, por se pensar que 🗝️ **estava ligada à experiência maternal das mulheres** – de novo o aspecto artesanal da educação [...] (Aranha, 2006, p.228, 🗝️ **grifo nosso**)

Nesse sentido, vemos o quanto a profissão foi atrelada à ideia de cuidado, maternalidade e vocação, características muito ligadas ao universo feminino. Contudo, é no final do século XIX e no início do século XX que “vimos o papel importante desempenhado, então, pela ciência

como crítica da tradição, e os esforços despendidos nesse momento para fundar a pedagogia sobre a ciência”. (Gauthier e Tardif, 2014, p.174). Nesse contexto, há a transição de uma pedagogia tradicional à pedagogia nova, a qual influenciará diferentes fundamentos pedagógicos que compõem o [nível Pedagogia](#) atualmente. Soma-se também a contribuição de diferentes ciências que têm a educação como objeto de estudo, como psicologia, sociologia, filosofia, entre outras. No entanto, é preciso fincar estacas em uma ciência, a Pedagogia, e é sobre ela que focaremos nosso olhar agora, para darmos continuidade ao estudo das questões deste tópico, especialmente no contexto brasileiro: *Que Pedagogia? Que Pedagogo?* Para isso, utilizaremos algumas mídias, a partir de Libâneo (1996, 2001, 2010), Pimenta *et al.* (1996, 2020), Franco (2008), Schmied-Kowarzik (1983), Silva (2003) e Nóvoa (2017).

De modo a clarificar essas questões, Libâneo (2001) tece uma crítica à concepção de senso comum enraizada nos níveis *Sociedade* e *Pedagogia* de que a Pedagogia é especificamente associada ao ensino. O autor ratifica que essa concepção foi potencialmente herdada do movimento da pedagogia nova, “tomando o entendimento de que o curso de Pedagogia seria um curso de formação de professores para as séries iniciais da escolarização obrigatória” (p.6). No entanto, o autor considera a ideia da Pedagogia como um curso de formação de professores simplista e reducionista, já que seu significado se estende para além da formação escolar de crianças com seus processos educativos, métodos e maneiras de ensinar. Para ele, ela é “um campo de conhecimento sobre a problemática educativa na sua totalidade e historicidade e, ao mesmo tempo, uma diretriz orientadora da ação educativa” (p. 06).

Esta concepção também está em consonância com as ideias de Schmied-Kowarzik (1983) que concede uma Pedagogia dialética, a qual consiste em uma ciência prática  da e para a educação, “quando se compreende como esclarecimento racional da ação educativa dirigida à humanização da geração em desenvolvimento, consciente do fato de que seu saber da e para a educação é mediatizado pelo educador (p.129).

Na obra organizada por Pimenta (1996) - “Pedagogia, ciência da educação?”, autores discorrem sobre a cientificidade da Pedagogia e, conseqüentemente, avançam nos estudos sobre a importância epistemológica da educação e Pedagogia em vista do processo identitário da Pedagogia. Nesta mesma direção, em sua obra, Franco (2008) valida a Pedagogia como ciência da educação, sendo esta “o espaço dialético para a compreensão e a operacionalização das articulações entre a teoria e a prática educativa” (p.132). A autora, em consonância com José Libâneo e Selma Pimenta, reafirma a posição construída em função do Manifesto em Pedagogia, diante das Diretrizes Curriculares para o Curso de Pedagogia, em 2005, sobre o fato

de a Pedagogia ser vista sobre três matrizes, a saber: como campo de conhecimento, como curso de formação e como prática social.

Quanto a pensar a formação do pedagogo, a partir dessas matrizes, atualmente, Pimenta *et al.* (2020), assim como vários outros educadores, problematizam a questão posta nesses termos: “*Pedagogia como o lócus de formação profissional de educadores*”, com vista a pensar tal ciência como campo de conhecimento. Diferentemente do foco do Curso de Pedagogia instituído no Brasil em 1939, o qual era direcionado à formação de técnicos em educação, hoje, principalmente após as Diretrizes Curriculares Nacionais (Brasil, 2006) há o predomínio de o curso ser direcionado, em especial, à licenciatura para a formação de professores dos primeiros anos de escolaridade básica. Contudo, sobre a identidade do referido curso, tais autores defendem que temos “uma tradição que já ultrapassa 80 anos, mas que atualmente descaracteriza a formação do(a) pedagogo(a) como profissional da educação quando prioriza e se reduz à formação do(a) professor(a) dos anos iniciais da Educação Básica”. (Pimenta *et al.*, 2020, p. 5).

Para Libâneo (2001), os pedagogos, como profissionais da educação, são constituídos tanto por especialistas quanto docentes. O autor ainda discorre que

[...] a formação do profissional da educação é vista sob uma tríplice perspectiva: visa formar um profissional que possa atuar como docente (atual licenciado), como especialista (detentor das atuais habilitações) e como pesquisador (o atual bacharel, como essa modalidade tem sido mantida)”. (Libâneo, 2010, p. 15)

No entanto, no âmbito da docência, ao analisar ementas e a grade curricular de 25 cursos de Pedagogia, o autor chama a atenção para o fato de que nelas estão ausentes os conteúdos específicos referentes aos anos iniciais do ensino fundamental, mesmo que na grade de disciplinas tenha termos como “fundamentos de ... ou conteúdos de...”, o que leva o autor a evidenciar uma grave lacuna na formação, assim como já mostravam os resultados de Gatti e Nunes (2009). Assim sendo, há uma problemática existente nos cursos de Pedagogia, quando esses também são responsáveis pela formação do futuro professor dos primeiros anos de escolaridade básica. Como explicita Nóvoa (2017), isso ocorre devido a diluição da profissionalidade do educador entre diferentes perfis, que se alarga desde as ações em espaços não escolares, de gestão, bem como ao fato de ser professor. Neste caso, chamamos a atenção para a recorrente polivalência de ser professor uma vez que ele ensinará matemática, português, história, geografia e ciências, por exemplo.

Uma moral da história? A pesquisa de Pimenta *et al.* (2017) corrobora com essa realidade. Ao analisarem 144 matrizes curriculares de cursos de Pedagogia no estado de São

Paulo, os resultados não destoam de um expressivo cenário nacional: “A maioria desses cursos não dão conta de formar nem o pedagogo, nem, tampouco, o professor para os anos iniciais da educação básica e para a educação infantil” (p.28).

Já José Libâneo, em Pimenta (1996), expressa a seguinte questão: “Que Destino os Educadores Darão à Pedagogia?” Vemos que ainda hoje, quase 30 anos decorridos dessa pergunta, há um forte ponto de tensão educacional no cenário brasileiro e que demarca uma crise de identidade na formação inicial, pensada em âmbito do ensino superior, entre o ser pedagogo e o ser professor dos primeiros anos de escolaridade básica. E quanto a você, Alice, também deve ter sentido algo assim, não? Afinal,



“[...] ter vários tamanhos diferentes em um só dia é muito confuso” (Carroll, 2019, p. 72)



“Vou escolher melhor agora”⁷⁵: o que diretrizes curriculares e pesquisas nos dizem no âmbito da formação matemática do Pedagogo? 

Da mesma forma que Alice no país das maravilhas se depara com algumas rosas que passam a se pintarem de outra cor para agradar a rainha de copas, já que se não atenderem o desejo/comando dessa última correm o risco de terem suas cabeças cortadas, fazemos ou operamos para atender os desejos da noosfera. A noosfera é composta por diferentes agentes e representantes do sistema de ensino que interferem direta ou indiretamente sobre as responsabilidades concernentes ao ensino (Chevallard, 1982). A partir das decisões realizadas, diretrizes e normativas educacionais são disparadas para que diferentes instituições de ensino possam atendê-las. É nesse sentido que propomos discutir nesse momento o impacto das diretrizes curriculares para os cursos de ensino superior, em especial, para o curso de licenciatura em Pedagogia, dando ênfase à formação do professor dos primeiros anos de escolaridade básica.

No tópico anterior, já vimos algumas inferências em relação a várias matrizes curriculares no que tange as lacunas na formação do pedagogo, assim como no que se refere às demandas específicas da docência no âmbito da polivalência. Fruto das políticas que acabam por modelarem tais currículos, podemos verificar que as Diretrizes Curriculares Nacionais para o Curso de Licenciatura em Pedagogia (DCN), por meio da Resolução CNE/CP n.1/2006, institui em seu artigo 2º, o fato de ela se aplicar

à formação inicial para o exercício da docência na Educação Infantil e nos anos iniciais do Ensino Fundamental, nos cursos de Ensino Médio, na modalidade Normal, e em cursos de Educação Profissional na área de serviços e apoio escolar, bem como em outras áreas nas quais sejam previstos conhecimentos pedagógicos. (Brasil, 2006, p.1)

Nesse sentido, Libâneo *et al.* (2022) chamam a atenção para o foco dado à docência na formação do pedagogo:

[...] o curso de Pedagogia pode desdobrar-se em múltiplas especializações profissionais, uma delas a docência. O que me leva a afirmar duas coisas. A primeira é que todo trabalho docente é trabalho pedagógico, mas nem todo trabalho pedagógico é trabalho docente. A segunda é que a base da formação de educadores não é a docência, mas a formação pedagógica. A docência é uma das modalidades de trabalho pedagógico. A Pedagogia é o suporte teórico e prático da docência, não o inverso. (Libâneo *et al.*, 2022, p.631)

No entanto, no Brasil, o curso de Licenciatura em Pedagogia é o único lugar direcionado à formação dos professores dos primeiros anos de escolaridade básica. Além do mais, em consonância ao artigo supracitado da resolução CNE/CP n.1/2006, temos no inciso 6 do 5º artigo expresso que, ao final do curso, o egresso estará apto para “ensinar Língua Portuguesa, Matemática, Ciências, História, Geografia, Artes, Educação Física, de forma interdisciplinar e adequada às diferentes fases do desenvolvimento humano” (Brasil, 2006, p.2).

No entanto, no âmbito da carga horária mínima do curso de 3.200 horas instituída pela mesma resolução e com a amplitude de demandas que ela tenta abarcar, até parece que os membros do CNE estavam/estão em um país das maravilhas, não? Mas, será isso concretamente possível, quando temos na maioria dos cursos de Pedagogia brasileiros um quantitativo de somente uma ou duas disciplinas de no máximo 68h, para abarcar a formação matemática para a docência nos ensinos infantil e anos iniciais da educação fundamental e ainda estar apto ao trabalho interdisciplinar?

As condições dadas a partir da determinação da DCN/2006, por exemplo, nos direcionam a inferir que “o currículo proposto pelos cursos de formação de professores tem uma característica fragmentária, apresentando um conjunto disciplinar bastante disperso” Gatti e Nunes (2009, p. 53).

O que se conclui é algo tão corriqueiro quanto dramaticamente verdadeiro: a formação profissional de professores para os anos iniciais requer, imediatamente, reformulação dos currículos, em que se assegure aos futuros professores o domínio dos conhecimentos que irão ensinar às crianças, articulados com metodologias de ensino adequadas. (Libâneo, 2010, p.580)

Além disso, quanto à necessidade do enfrentamento de impasses como os da formação do Pedagogo e outros existentes na formação de professores no nível superior no Brasil, Bernardete Gatti destaca o fato de que

No foco das licenciaturas, esse enfrentamento não poderá ser feito apenas em nível de decretos e normas, o que também é importante, mas é processo que deve ser feito também no cotidiano da vida universitária. Para isso, é necessário poder superar conceitos arraigados e hábitos perpetuados secularmente e ter condições de inovar. Aqui, a criatividade das instituições, dos gestores e professores do ensino superior está sendo desafiada. O desafio não é pequeno quando se tem tanto uma cultura acadêmica acomodada e num jogo de pequenos poderes [...] (Gatti, 2014, p. 36)

Nesse caso, consideramos as pesquisas como forma de superar e agir sobre possíveis imposições de normas advindas da noosfera. Nessa perspectiva, pontuaremos a seguir vários autores que apontam para a fragilidade existente na formação inicial de professores que ensinam (ou passarão a lecionar) matemática nos anos iniciais do ensino fundamental, o que nos leva a refletir sobre as condições que são dadas no âmbito da formação inicial, quando o acadêmico ainda está se formando professor. Tais pesquisas demandam pelo desenvolvimento de alternativas que possam contribuir para reverter esse cenário, já que, em muitos casos, estes cursos contêm em sua estrutura curricular somente uma disciplina com carga horária bastante restrita às demandas formativas desta área de conhecimento. Tal situação, que já ocorria há décadas, pode ser observada no estudo realizado há mais de 20 anos por Fiorentini *et al.* (2002), que fizeram um mapeamento de pesquisas produzidas de 1978 a 2002 no âmbito da formação de professores que ensinam matemática. Nota-se que em 59 trabalhos que versam sobre a formação inicial, tanto no curso de pedagogia quanto no de matemática, é evidente o fato de que os licenciandos têm dificuldades conceituais relativas à matemática que irão ensinar. Além disso, a pesquisa mostra a “dicotomia entre teoria e prática e entre disciplinas específicas e pedagógicas, distanciamentos entre o que os futuros professores aprendem na licenciatura e o que realmente necessitam na prática escolar [...]” (Fiorentini, 2002, p.144).

Sobre isso, Curi (2004) traz um breve resgate histórico desde os Cursos Normal Médio, no Magistério, até os cursos superiores em Pedagogia, evidenciando a pouca ênfase dada à área da matemática, apresentando-a em uma restrita carga horária nos componentes curriculares e, até em alguns casos, sem nem sequer mencioná-la. Com relação ao pouco tempo destinado à matemática nos cursos de pedagogia, trabalhos como o de Oliveira e Oliveira (2013), a partir de um mapeamento de pesquisas na área, evidenciam o cenário da formação matemática de cursos de Pedagogia. Segundo eles:

Parece estar bastante claro e desenhado, o perfil da formação que tem sido oferecida [...] **restando-nos, ainda, investir com mais fôlego em ações efetivas que possam superar os dilemas** que, de maneira recorrente, vêm sendo apontados pelas pesquisas [...] **As disciplinas teóricas e práticas destinadas à formação Matemática desses professores não vêm sendo capazes de melhorar o relacionamento prévio negativo que eles costumam ter com a Matemática** [...] As dissertações e teses que analisamos destacam a ínfima fração da carga horária destinada à formação para o ensino de Matemática; tendência a enfatizar aspectos metodológicos, em detrimento dos conteúdos matemáticos; desarticulação entre teoria e prática; fragmentação do currículo [...] **Os futuros**

professores terminam o curso, frequentemente, sem noções do quê e de como devem ensinar Matemática [...] (Oliveira, Oliveira 2013, pp.17-18,  **grifo nosso**).

Na mesma direção, as pesquisas mapeadas por Szymanski e Martins (2017), em um levantamento de dissertações e teses na Biblioteca Digital de Teses e Dissertações – BDTD, no período de 2004 a 2014, reafirmam as carências dos cursos de pedagogia no âmbito da formação matemática, como já identificadas anteriormente, bem como traçam apontamentos necessários no âmbito de políticas públicas na formação inicial e continuada, como forma de minimizar os problemas identificados.

Diante de um levantamento internacional realizado por Alencar (2018) em relação às disciplinas que tratam sobre o ensino da matemática para os primeiros anos de escolaridade em cursos de ensino superior de instituições oriundas da Argentina, Chile, Espanha, México, Portugal e Brasil é possível inferir que: 1) Em uma instituição de ensino da Argentina e Portugal não há disciplinas que abordam a matemática; 2) No contexto de uma instituição da Espanha há a abordagem de três disciplinas, com carga horária de 130 horas e em uma instituição de Portugal com 6 disciplinas cada uma carga horária de 150 horas, sendo essas as instituições que possuem maior carga horária de estudo na área. 3) No México, observa-se que em suas instituições, há somente duas disciplinas, mas que envolvem somente o campo da estatística e no Chile há menção de três disciplinas, sendo que uma delas é proposta em articulação com inglês e linguagem 4) No Brasil, são analisadas 19 instituições⁷⁶ que ofertam o curso de Pedagogia, tendo a carga horária variando de 30 a 90 horas. Destas, 10 instituições ofertam uma única disciplina eletiva, 8 instituições ofertam duas disciplinas e uma oferta mais de três disciplinas eletivas. Embora as disciplinas de instituições europeias contemplem mais a matemática em seus currículos, a autora observa que há uma predominância por uma formação mais tradicional, já que houve casos de não encontrar disciplina de matemática ou quando apresentam, tem-se um quantitativo expressamente insuficiente, como é o caso de uma única disciplina de carga horária de 60h.

Esse cenário também é evidenciado nas instituições de ensino das quais os participantes de nossa pesquisa (os futuros professores dos primeiros anos de escolaridade básica brasileira) fazem parte. Das 7 instituições (UFMS, UFF, UFMA, UFRN, UFOP, UFJ e UFSCAR) cujos Projetos Pedagógicos de Curso (PPC) foram observados no período da pesquisa, cinco deles indicavam a oferta de somente uma disciplina envolvendo a matemática, no âmbito dos conceitos e fundamentos metodológicos para o ensino tanto no ensino infantil e anos iniciais quanto para a EJA. Em duas instituições a oferta era de duas disciplinas, uma com subdivisão

para o ensino infantil e anos iniciais e outra em uma abordagem sequencial direcionada aos mesmos anos de escolaridade considerados.

Diante destas condições expressas ao longo do tempo, investigações buscam por estratégias de ação e pesquisa 🔑 “**para além dos 2% que nos cabe**”, conforme compartilhamos de Passos (2020, p. 285, 🔑 **grifo nosso**), quando ela se refere às suas experiências para além da carga horária total de matemática no curso de Pedagogia. Assim, passamos a indagarmo-nos sobre como traçar possíveis rupturas num processo curricular tão aparentemente engessado pelas *restrições institucionais* postas. Que dispositivos formativos podem ser empregados para propiciar aos licenciandos e egressos condições ao exercício da docência na área da matemática nas fases iniciais da escolaridade? E, a partir dos estudos por nós desenvolvidos, como o Programa Epistemológico em Didática da Matemática poderia somar esforços a esta questão?

Diante destas indagações é que buscamos respostas para a questão de investigação de nossa pesquisa de doutoramento, Q₀: Como ocorre um percurso de estudo e pesquisa na transição de paradigmas com (futuros) professores que ensinam matemática nos anos iniciais? Afinal de contas, que (re) construções são produzidas ou não, no equipamento praxeológico⁷⁷ dos (futuros) professores rumo ao *paradigma questionamento do mundo*?

Nesse sentido, temos que nossa tese perpassa a necessária quebra de paradigmas na formação do professor, com vista a traçar escapes da pedagogia tradicional, em direção à proposta do *paradigma questionamento do mundo*. Assim, compactuamos com Alícia Ruiz-Olarria quando ela ressalta que:

A forma de colocar estas ferramentas à disposição dos professores através da formação não pode inscrever-se no paradigma de visita às obras que a própria didática contribui para questionar, mas que deve tomar como ponto de partida as questões problemáticas que afetam a profissão docente e que estão em constante evolução. (Olarria, 2015, p.133)

A partir do que dizem as diferentes *mídias* que trouxemos até aqui, por meio de pedagogos, educadores e educadores matemáticos, é possível concluir sobre a notória convergência quanto à desarticulação entre os conhecimentos específicos e metodológicos, a fragmentação das disciplinas e a fragilidade na formação do pedagogo quanto aos conhecimentos específicos da matemática. Um primeiro movimento de nossa pesquisa anunciado, em Silva e Bittar (2022), lança luz para uma possível articulação entre tais conhecimentos, a partir do processo de estudo do *PEP* e, como na perspectiva de Florensa *et al.* (2021), a possibilidade de desencadear um estudo epistemológico do conhecimento, com a

ferramenta dos *mapas de questões e respostas (MQR)*. Além da abordagem de diferentes conhecimentos, como matemáticos, didáticos e oriundos de outras áreas de conhecimento que permearam parte dos *PEP* desenvolvidos na pesquisa, também foi possível considerar um estudo amparado em uma perspectiva inclusiva que tangenciou toda a produção de nossa tese. Talvez, um caminho alternativo, dentre tantos outros, pode ser potencialmente desbravado a partir das pesquisas e propostas didáticas desenvolvidas rumo ao *Paradigma Questionamento do Mundo*.

Uma (outra) parada para o diálogo *com*: entre vozes que emanam de Alices

Tendo em vista a reflexão que vimos fazendo ao longo deste texto, sobre o perfil do pedagogo, em especial, no cenário brasileiro, e no atendimento de nossa Q₁: Que formação (matemática) de pedagogos? - buscamos agora, dialogar com outras *mídias*, aquelas oriundas das vozes de Alice⁷⁸, sendo essas de professores e/ou futuros professores que ensinam/ensinarão matemática nos anos iniciais e que fizeram parte de nossa pesquisa de doutoramento.

Ufaaa!!!  "É o Gato de Cheshire, agora vou ter alguém para conversar"⁷⁹. 

Com esse intuito, compartilhamos nesta aventura da forma como Kranz (2014) discorre em sua pesquisa, quando apresenta ao leitor seus referenciais, sendo esses tecidos por diferentes vozes:

Vozes que construíram o referencial do estudo e os encontros de formação. Pesquisadores reconhecidos no meio acadêmico, com suas produções, contribuíram no sentido de um referencial científico. Os professores trouxeram sua experiência, tanto teórica quanto prática, suas dúvidas, anseios e reflexões. E minha voz vem deles e das reflexões que têm emergido em diferentes contextos e por meio de diversas mediações no decorrer da minha experiência pessoal e profissional. (Kranz, 2014, p.49)

A entrada nesta discussão nos leva a considerar diferentes falas evidenciadas por Alices, que atestam para problemáticas que vão além do currículo em jogo, cujos dados foram transcritos de entrevistas individuais e dos próprios encontros de formação que tivemos. Nossa intenção é de analisar algumas *condições ou restrições* manifestadas por Alices provenientes de suas relações com a matemática em práticas docentes e/ou acadêmicas. Neste ponto, não dá para deixar de mencionar Nóvoa (1992), quando ele traz para a cena a importância das histórias de vidas e como elas podem nos ajudar a elucidar perspectivas para repensar a formação e a

profissão docente, já que “o professor é a pessoa; e uma parte importante da pessoa é o professor” (Nóvoa, 1992, p.15).

Nessa perspectiva cabe-nos ressaltar diferentes dimensões, como a pessoal e a política, que perpassam a essência da prática educativa, quando uma das entradas de discussão é a reflexão consciente de nossa própria inconclusão, conforme afirma Freire (2022) e é evidenciado na fala de Alice Paula:

Em 2019 comecei a trabalhar na educação infantil e em 2020 nos anos iniciais e esse ano de 2022 ela [a coordenadora] queria que eu fosse para o quarto ano, mas eu me senti insegura, principalmente, por conta da matemática. E eu estudei muito em 2020 e 2021 para dar conta da matemática, mas mesmo sendo tudo online. Agora que vou ter a prática mesmo em sala de aula, o estudo a partir da prática e se formando em sala de aula. (Alice Paula, entrevista, 31/01/2022)

Como sinaliza Alice Paula, há necessidade do aprender e apreender a realidade em jogo que, ao refletir sobre sua formação, a percebe no âmbito da prática na sala de aula, visando realizar intervenções e transformações sobre esta prática, como é reforçado em sua fala:

Eu amo muito ser professora e é a realização de um sonho. Às vezes eu escuto amigas minhas dizendo, eu caí na pedagogia por acaso, de paraquedas, e isso me deixa muito triste, porque para mim, quando eu falo que é a realização de um sonho, as pessoas falam: sonho ser professora? Eu amo ser professora [...] e quando eu recebi o e-mail da pesquisa, eu logo me inscrevi, por conta da dificuldade que eu senti e ainda sinto muito, uma dificuldade que a gente carrega e que não é dada com profundidade no curso de graduação [...] (Alice Paula, entrevista, 31/01/2022)

No elo constante entre ensinar e aprender, aquele que ao ensinar aprende e ao estar aprendendo também ensina, é que se dá “a qualidade que tem a prática educativa de ser política, de não poder ser neutra” (Freire, 2022, p.68). Dessa maneira, consideramos que no âmbito da formação permanente dos professores, é imprescindível a reflexão crítica sobre a prática e a necessidade de aprimoramentos dos estudos, como também é ratificada por Alice Oliveira, de forma de agir sobre *restrições* oriundas de sua fragilidade com a matemática, sentidas especialmente no exercício de sua prática profissional.

[...] E daí a necessidade de estudo, quando eu fui para a Secretária de Educação falei: poxa vida, vou trabalhar com formação de professores, eu sou pedagoga, vou trabalhar com matemática, então vou ter que correr atrás do prejuízo. Aí fui estudar, fiz uma pós de metodologia de ensino de matemática [...] E aí propus [para a seleção no curso de mestrado] o projeto de formação de professores, já que eu estava trabalhando na secretaria e acabou que os professores gostaram do projeto [...] E aí finalizei o mestrado ano passado. (Alice Oliveira, entrevista, 03/02/2022)

Ainda sobre a importância dos estudos na formação e profissão professor, Alice Oliveira aponta para um olhar na esfera das políticas públicas, visando somar esforços, sobretudo, na

superação de pontos frágeis relativos aos conhecimentos específicos que compõem a formação do professor dos primeiros anos de escolaridade básica.

As lembranças que eu tenho, aqui em Maringá, é que eles tinham uma proposta pedagógica quando eu vim para cá, de trabalho meio que interdisciplinar, de você partir de história, geografia e ciências e matemática de modo geral e perpassando os outros conteúdos. Mas daí, com a matemática eu falava: onde que a matemática entra? Estou trabalhando história do município de Maringá, e onde que a matemática entra? Então, a matemática né, tinha esse histórico de que era trabalhado a operação, eu ensino cálculo, mas assim, que eu lembro que efetivamente, aqui no município começou, e daí eu comecei a perceber que não era bem assim, foi a partir do programa do governo federal lá do pró-letramento, 2009, 2010, pois esse programa veio com esse trabalho de formação de professores [...] Mas o que culminou mesmo foi um outro programa, o pacto de alfabetização, o Pnaic, que também foi nacional e que em 2014 ele foi direcionado para matemática. E aí já foi a minha aproximação como formadora, por que nessa época eu estava na coordenação pedagógica [...] foi aí que eu me aproximei mais da matemática, foi com esses programas aí, por iniciativa do governo federal e aí a gente começou a cair a ficha. Poxa vida! Trabalhar matemática com as crianças da base, não é isso, né? Mais que isso, a gente pode trabalhar mais que isso. E aí o município todo aqui começou com essa, né, “opa, pera aí, vamos rever, vamos reformar o currículo, vamos reformular a proposta [...]” (Alice Oliveira, entrevista, 03/02/2022)

A partir da fala de Alice Oliveira ponderamos o quanto tais programas federais constituíram como *condições* que influenciaram não só a relação do professor participante, dada por sua abertura para com os conhecimentos necessários à docência, mas também a própria reformulação do currículo escolar. Tais propostas vão ao encontro da busca por alternativas para as denúncias trazidas ao longo deste texto, quanto às *restrições institucionais* vivenciadas na formação inicial e que repercutem ao longo da docência, como pode ser rememorada por Alice Pinheiro.

Em muitos currículos da gente mesmo, dos cursos de licenciatura da própria pedagogia que, assim, na minha opinião, são muito fracos quando se trata da matemática ou quando se trata das próprias disciplinas. Na hora de fazer o trabalho a gente precisa realmente procurar, por exemplo, cursos para sair, desenvolver essas outras partes porque, por exemplo, no meu curso eu só tenho uma disciplina de matemática que tem que abarcar todo, todo o conteúdo de matemática para a gente ensinar matemática desde a educação infantil até o ensino fundamental. E a gente só tem uma disciplina! Ainda mais nesse período remoto que os períodos, eles foram bem comprimidos. A gente viu em quatro, três meses, tudo de matemática?! Não, a gente não conseguiu ver [...] e não é só no meu currículo, em vários outros (Alice Pinheiro, segundo encontro, 06/11/2021).

Isso nos leva a considerar a necessidade de oferta de tais programas não somente voltados à formação continuada, mas que possam também contemplar os licenciandos, de modo a entrelaçar tais formações permitindo um diálogo necessário entre educadores e futuros educadores da educação básica. Nossa proposta de formação procurou fortalecer esse encontro fundamental para o licenciando, além de favorecer a vivência amparada no nível *Pedagogia*, de concepções pedagógicas para além de práticas tradicionais, como na proposta de formação amparada no *Paradigma Questionamento do Mundo*.

É fato, Alice, que diante das mais diversas condições precárias na formação docente ainda



"Não vejo diferença nenhuma da minha escola" (Carroll, 2019, p.131).



Essa frase de Alice no país das maravilhas, quando ela também percebe o quanto davam-se ordens e obrigavam a recitar coisas, ressignifica um olhar voltado a uma concepção pedagógica enraizada no *Paradigma Visita às Obras*. Esta perspectiva encontra eco na fala de Alice Estrela que acreditava que a prática da folhinha, como material didático confeccionado e distribuído aos alunos pelos professores dos primeiros anos de ensino, era um instrumento indispensável da prática educativa.

Eu fui né, uma das pessoas que aprendeu dessa forma e antes de começar, assim eu sempre quis ser professora, mas antes de começar a estudar a educação e fazer uma crítica sobre essas questões, eu achava que isso era uma coisa muito normal [...] eu dizia que o meu sonho era ser professora para entregar folhinhas para os alunos, né? Porque eu cresci vendo os professores fazerem isso [...] (Alice Estrela, segundo encontro, 06/11/2021).

A partir dessa colocação de Alice, pensamos que depende de como se faz as folhinhas, não? Como analisado e ratificado por ela ao longo de nossos encontros, tais folhinhas pareciam cópias acríticas de *mídias* que, muitas das vezes, se fazem presentes no trabalho didático, uma reprodução que não dá abertura para a produção de questionamentos, levantamento de conjecturas e entre outros aspectos necessários a um processo de descoberta, de incentivo à investigação realizada pelas próprias crianças. Fica, assim, clara a necessidade de “reconstruir um mal aprendizado, em que o aprendiz foi puro paciente da transferência do conhecimento feita pelo educador” (Freire, 2022, p.67), o que isso vai ao encontro da “denúncia” de Alice Lima que, ao chegar em um curso de Pedagogia achava que as coisas seriam diferentes, mas encontra a velha aula de matemática:

Eu comecei esse semestre também a ter aulas de matemática, né? Eu faço Pedagogia, tô pagando matemática [...] e foi muito interessante porque a gente está num debate, numa conversa, né. Cada um fala uma coisa e na aula está daquele jeitinho que a gente já sabe. 🔑 Professor abre: Tem alguém que tem alguma coisa para falar? Não! E aí eles ficam uma hora e meia falando e aí ele termina: alguém tem alguma coisa para pontuar? Claro que, não, né? Porque a gente não foi chamado para o debate, para conversar no meio do caminho e no final a gente não tem mais nada para falar, a pessoa já falou tudo. Então você fecha a aula e está lá nos conteúdos, tá tudo no Classroom para você ler, e assim eu fico pensando, 🔑 eu falei: a velha aula de matemática, né? E aí você tá numa faculdade de Pedagogia, você pensa que a aula de matemática vai ser diferente e ela tá lá daquele jeitinho de sempre, conteúdo, joga conteúdo e você capta o conteúdo a hora que você conseguir, se você não conseguir, vamos embora, vamos tirar a nota para passar, que matemática, ela é assim, né? Ela é assim, levada pela maioria dos alunos dessa forma. A gente tenta aprender alguma coisa, o que aprender, se for suficiente para passar, a gente passa e, se não for, a gente se descabelá, tenta fazer um trabalho e, no final, passa e acabou. Ninguém aprende nada, né? E a gente chega na universidade dessa forma. (Alice Lima, segundo encontro, 06/11/2021, 🔑 grifo nosso)

Seria a velha aula de matemática ressaltada por Alice Lima, um dissabor na formação nos cursos de licenciatura? Nos parece que ouvir educandos e educadores é uma *condição* necessária para repensar a formação na profissão professor; é preciso romper com a falta de dialogicidade *com*, quando se propõe apenas a falar *sobre* ou *para* o outro. Daí, a necessária dialética educador-educando se faz presente, amparada pela sensibilidade afetiva e abertura ao *diálogo com* em um sistema didático. Especialmente, quando buscamos constituir-lo em uma perspectiva inclusiva, de modo a superar um processo educacional tão excludente como vivenciado na história da educação brasileira.

Nessa perspectiva, Alice Marques ratifica um cenário de práticas educativas antigas e comumente reproduzidas, sem olhar para as especificidades de cada aluno e, de forma especial, em referência às pessoas com deficiência visual.

[...] e nesse ponto a linguagem é fundamental. Eu não posso chegar para uma criança e dizer, olha, nessa conta de dividir você vai pegar esse número aqui, divide por esse daqui e aí você vai pegar o resultado coloca aqui e você multiplica por isso aqui e dali vai ficar faltando quanto? E aí [...] Não! Isso aí não existe. [...] Com isso tudo, o cego fica louco ali. Gente, quando é que eu entro nisso, aí? Quando é que eu vou começar a entender? O que é isso: ali e aqui? Por isso que eu digo que é importante, **🔑 e é de uma coisa tão simples, sabe professora, que a gente precisa, que é o pensar no outro.** (Alice Marques, entrevista 02/02/2022, **🔑 grifo nosso**)

No diálogo com Alice concebemos uma forte *restrição* que impera não somente no contexto de sala de aula, mas na própria sociedade como um todo quando, na perspectiva de Chevallard (2013), observa-se uma *atitude retrocognitiva* do cidadão, nesse caso do professor, que, frente a um determinado saber que lhe é necessário, acredita que suas próprias experiências são suficientes para lidar com um novo problema, ao invés de desenvolver uma *atitude procognitiva*. Essa última atitude o permitiria estar aberto ao novo, à escuta e à busca de aprender sobre as necessidades formativas dos educandos que compõem um sistema didático, inclusive daqueles com necessidades educacionais específicas.

Sem sombra de dúvidas, é necessário romper com alguns laços vividos em busca de nos emanciparmos de determinadas práticas docentes, saindo da zona de conforto na qual muitas vezes ficamos, mas que permita abrir-nos para o novo, para o (des)conhecido.

Entre a dialética do presente e do passado, sinais de uma (in)conclusão!

Entender a essência do ofício de ensinar passa, necessariamente, pela reflexão crítica do pretérito no qual o acontecimento do momento está profundamente entranhado, pois a educação dos protagonistas do tempo que há de vir depende da dialética que se estabelece entre o presente e o passado. (Bittar, 2009, p. 11)

Que tensão nesse processo transacional na formação (matemática) do pedagogo, não?! Tensão essa existente entre os níveis [*Sociedade e Pedagogia*](#), que parece haver um possível (des)encontro para uma possível identidade do professor que lecionará nos primeiros anos de escolaridade. Além disso, é necessário ir além das fronteiras disciplinares e como transcender essa condição, por exemplo, nesse contexto do ensino superior? Às vezes, desbravar uma mudança paradigmática seja um caminho possível, aliado a necessidade constante do ouvir e dialogar *com* educandos e educadores no exercício de uma prática educativa que, amparada na perspectiva de Paulo Freire, é dialógica, política e visa a emancipação do sujeito, de modo que possa (trans)formar o mundo.

Quanto à formação didática, pedagógica e matemática, as *mídias* expressas nos ajudam a inferir alguns caminhos e, talvez na tecitura da tese que ampara esse artigo, poderemos identificar pequenos indícios de respostas para algumas das indagações, bem como tantas (outras) questões que se encontram abertas. Nesse sentido, a dialética *mídia- meio* mantém o processo aberto, não se fecha na produção em si mesma (Chevallard, 2007). Consideramos que é isso que permite o avanço para soluções práticas que são necessárias, e é aí que convidamos você, Alice, para se aventurar conosco e desbravar novos mundos que ainda estão por vir.

Afinal,

[...] é postulado a partir da TAD que a profissão de professor de matemática, é uma profissão em construção, deve equipar recursos próprios de natureza didático-matemática, que constituem infraestrutura necessária para enfrentar as dificuldades, problemas e desafios que surgem continuamente no exercício do ensino e que, por sua complexidade, não pode e não deve abordar o professor em solitário. (Olarria e Sierra, 2012, p. 466).

De todo modo, nesse exercício de (trans)formação é preciso romper com práticas enraizadas, com estruturas de cursos de formação de professores que já sinalizam seu próprio desmonte; é preciso políticas públicas que ajudem a fortalecer a formação inicial e continuada de professores, assim como repensar um curso de formação do pedagogo e, conseqüentemente, do professor que atuará na educação infantil e anos iniciais do ensino fundamental.

Parece-nos, ainda, que tudo aponta para uma pedagogia movida pelo diálogo *com*, amparada nos preceitos de Paulo Freire e que, em nosso trajeto, é desenvolvida por meio de um *percurso de estudo e pesquisa* em busca da (trans)formação do tornar-se educador a cada novo dia.

Uma investigação aprofundada considerando também o que é produzido nos demais países, visando evidenciar possibilidades e limitações de diferentes experiências formativas no âmbito da Pedagogia em paralelo ao cenário brasileiro que, fruto de uma pesquisa comparada,

por exemplo, possa lançar novas perspectivas para além desta tecitura e com certeza trará elementos importantes para este debate.

Ah! Antes que nos esqueçamos, conte para nós, Alice, que formação (matemática) sonhou para o pedagogo ou, de forma especial, para o professor dos anos iniciais do ensino fundamental?⁹

Referências

ALENCAR, Edvonete de Souza. A formação do pedagogo para o ensino de matemática em Instituições do Observatório Internacional. In: *Anais do 7º Seminário Internacional de pesquisa em Educação Matemática* (p. 1-12). Foz do Iguaçu, PR, 2018.

ARANHA, Maria Lúcia de Arruda. *História da Educação e da Pedagogia – Geral e Brasil*. 3 ed. São Paulo: Moderna, 2006.

BITTAR, Marisa. *História da Educação: da antiguidade à época contemporânea*. São Carlos: EdUFSCar, 113 p., 2009.

BOSCH, Marianna. Modelos epistemológicos e didáticos no paradigma de questionamento do mundo. In: Seminário Sul-Mato-Grossense de Pesquisa em Educação Matemática. *Anais[...]*. Campo Grande: UFMS; 2018.

BRASIL. Ministério da Educação. Conselho Nacional de Educação. Resolução CNE/CP n. 1, de 15 de maio de 2006. Institui *Diretrizes Curriculares Nacionais para o curso de graduação em Pedagogia, Licenciatura*. Brasília: CNE, 2006.

CARROLL, Lewis. *Aventuras de Alice no País das Maravilhas*. Rio de Janeiro: DarkSide Books, Tradução: Marcia Heloisa, Leandro Durazzo, 2019.

CHEVALLARD, Yves. Enseñar matemáticas en la sociedad de mañana: alegato a favor de un contraparádigma emergente. *REDIMAT - Journal of Research in Mathematics Education*, v. 2, n. 2, p. 161-182, 2013.

CHEVALLARD, Yves. *Un concept en émergence: la dialectique des médias et des milieux*. In G. Gueudet & Y. Matheron (Eds). *Actes du séminaire national de didactique des mathématiques*, ARDM et IREM de Paris 7, Paris, p. 344-366, 2007.

CHEVALLARD, Yves. *Pourquoi la transposition didactique ? Communication au Séminaire de didactique et de pédagogie des mathématiques* de l'IMAG, Université scientifique et médicale de Grenoble. Paru dans les *Actes de l'année 1981-1982*, p.167-194, 1982.

CURI, Edda. *Formação de Professores Polivalentes: uma análise de conhecimentos para ensinar Matemática e de crenças e atitudes que interferem na constituição desses*

⁹ Para acessar o mapa de questões e respostas, [clique aqui](#).

conhecimentos. 2004. 278 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica – PUC, São Paulo/SP.

FERREIRA Jr., Amarílio. *História da Educação Brasileira: da Colônia ao século XX*. São Carlos: EdUFSCar, 123 p., 2010.

FIORENTINI, Dario., NACARATO, Adair Mendes; FERREIRA, Ana Cristina, LOPES, Celi Spasandin, FREITAS, Maria Teresa M., MISKULIN, Rosana G. S. Formação de Professores que ensinam matemática: um balanço de 25 anos da pesquisa brasileira. *Educação em Revista* - Dossiê: Educação Matemática, Belo Horizonte, UFMG, n. 36, p. 137-160, 2002.

FLORENSA, Ignasi.; BOSCH, Marianna; GASCÓN, Josep. Question-answer maps as an epistemological tool in teacher education. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 24(2), 203–225, 2021.

FRANCO, Maria Amélia Santoro. *Pedagogia como ciência da educação*. 2 ed. rev. ampl. São Paulo: Cortez, 2008.

FREIRE, Paulo. *Pedagogia da autonomia: saberes necessários à prática educativa*. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 2022.

GATTI, Bernadete Angelina. Formação Inicial de Professores para a Educação Básica: as licenciaturas. *Revista USP*, p. 33-46, 2014.

GATTI, Bernardete Angelina; NUNES, Marina Muniz Rossa. *Formação de professores para o ensino fundamental: estudo de currículos das licenciaturas em pedagogia, língua portuguesa, matemática e ciências biológicas*. São Paulo, SP: FCC/DPE, 2009.

GAUTHIER, Clermont; TARDIF, Maurice (Org). *A Pedagogia – Teorias e práticas da Antiguidade aos nossos dias*. 3 ed. Petrópolis, RJ: Vozes, 2014.

KRANZ, Cláudia Rosana. *Os Jogos com Regras na Perspectiva do Desenho Universal: Contribuições à Educação Matemática Inclusiva*. Universidade Federal do Rio Grande do Norte. Tese de Doutorado. Natal, RN. 2014.

LIBÂNEO, José Carlos; FERREIRA, Lilliane Soares; MEDEIROS, Emerson Augusto de; ARAÚJO, Osmar Hélio Alves. Entrevista com o professor José Carlos Libâneo - o curso de pedagogia no balanço das políticas educacionais. *Revista Eletrônica Científica Ensino Interdisciplinar*. Mossoró, v. 8, n. 27, 2022.

LIBÂNEO, José Carlos. O ensino da Didática, das metodologias específicas e dos conteúdos específicos do ensino fundamental nos currículos dos cursos de Pedagogia. *Revista Brasileira de Estudos Pedagógicos (RBEP)*. Brasília, v. 91, n. 229, p. 562-583, set./dez. 2010.

LIBÂNEO, José Carlos. Pedagogia e pedagogos: inquietações e buscas. *Educar*, Editora da UFPR: Curitiba, n. 17, p. 153-176, 2001.

MANACORDA, Mario Alighiero. *História da Educação: da antiguidade aos dias atuais*. 12 ed. São Paulo: Cortez, 2006.

NÓVOA, Antonio. *Firmar a posição como professor, afirmar a profissão docente*. Cadernos de Pesquisa: Fundação Carlos Chagas, 2017.

NÓVOA, Antonio. *Vida de professores*. Porto: Porto Editora Ltda. 1992.

OLARRÍA, Alicia Ruiz; SIERRA, Tomás Andrés. *La formación matemático-didáctica del profesorado de secundaria*. CITAD III, 2012.

OLIVEIRA, Gaya Marinho de, OLIVEIRA, Ana Teresa de C. C. de. A matemática na formação inicial de professores dos anos iniciais: reflexões a partir de uma análise de teses e dissertações defendidas entre 2005 e 2010 no Brasil. *EM TEIA*, Recife, v. 4, n.1. 2013.

PASSOS, Carmem Lúcia Brancaglioni. Formação matemática em um curso de Pedagogia: dilemas e perspectivas. In: JR TRALDI, A., TINTI, D.S., RIBEIRO, R.M. (org.). *Formação de professores que ensinam matemática: processos, desafios e articulações com a educação básica*. Sociedade Brasileira de Educação Matemática – Regional São Paulo, 2020.

PIMENTA, Selma Garrido; FUSARI, José Cerchi; PEDROSO, Cristina Cinto Araujo; PINTO, Umberto de Andrade. Os cursos de licenciatura em pedagogia: fragilidades na formação inicial do professor polivalente. *Educ. Pesqui.*, São Paulo, v. 43, n. 1, p.15-30, jan./mar, 2017.

PIMENTA, Selma Garrido; PINTO, Umberto de Andrade; SEVERO, José Leonardo Rolim de Lima. A Pedagogia como *lócus* de formação profissional de educadores(as): desafios epistemológicos e curriculares. *Práxis Educativa*, Ponta Grossa, v. 15, 2020.

PIMENTA, Selma Garrido (org). *Pedagogia, ciência da Educação?* São Paulo: Cortez, 1996.

OLARRÍA, Alicia Ruiz. *La Formación Matemático-Didáctica del Profesorado de Secundaria. De las Matemáticas por Enseñar a las Matemáticas para la Enseñanza*. Tesis de Doctoral. Universidad Autónoma de Madrid. Madrid/ES. 2015.

SAVIANI, Dermeval. *A pedagogia no Brasil: história e teoria*. Campinas, SP: Autores Associados, 2008.

SCHMIED-KOWARZIK, Wolfdietrich. *Pedagogia dialética: de Aristóteles a Paulo Freire*. Tradução de Wolfgang Leo Maar, 2 ed. São Paulo: brasiliense, 1988.

SILVA, Camila de Oliveira da., BITTAR, Marilena. Entering into Questioning the World: A Case of Teaching Mathematics with Primary School Teachers-Students. CITAD7: 7th International Conference on the Anthropological Theory of the Didactic. *Birkhauser: Research Perspectives CRM*, Barcelona, v.16, 2022.

ZYMANSKI, Maria Lidia Sica; MARTINS, Josiane Bernini Jorente. Pesquisas sobre a formação matemática de professores para os anos iniciais do ensino fundamental. *Educação*, 40(1), 136–146, 2017.

Bem-vinda(o) à Rota Q₁Q₄:
E *todas* as flores podem falar?

Alices, tenho percorrido os caminhos desse *PEP-tese* e acredito que posso traçar algumas ideias junto com vocês. Em resposta à pergunta que vocês nos fazem, me leva a pontuar o contexto de nossa própria *Humanidade*. Nela, temos rios que falam, o clima que não só fala, mas grita, e quantos outros que achamos que são ou estão silenciados, mas gritam para que possa senti-los? E, o que está para além dessas condições? Um processo de estudo, de questionamento do mundo em que vivemos, mundo esse pautado por tantos valores capitalistas, que nos ofuscam em tantos sentidos, não? Ah, mas são tantas  **vidas que importam!**

Em um processo educacional é mais que necessário que sua base de sustentação esteja fincada num processo de inclusão, sobre a qual compreendo como um processo de formação humana de todos os envolvidos em nossas sociedades. No entanto, a partir das vozes dos pesquisadores em História da Educação, Amarílio Ferreira Jr e Marisa Bittar, podemos começar a sentir, aliado aos preceitos de Paulo Freire, o quanto que historicamente *a* Educação nunca foi para todos!

De todo modo, é imprescindível romper com muitos dos pré-conceitos formados e entendendo ser cada vez mais importante o estarmos abertos para aprender um com o outro. E nesse ponto, se todas as flores podem falar? A resposta deve ir além de um mero discurso científico, é preciso operacionalizar em ações práticas. Entre erros e acertos, processo! E, *quem cabe no seu todos?*, como evidencia Claudia Werneck, nos (re)dimensionam continuamente a novos processos de reflexão e ação.¹⁰

¹⁰ Para acessar o mapa de questões e respostas, [clique aqui](#).

Rota Q5Q4:

R♣: “É um jogo de palavras?”

*Queres que eu te diga o que penso, Diz, penso que não cegámos, penso que estamos cegos,
Cegos que vêem, Cegos que, vendo, não vêem!*⁸⁰

Assim como a frase de José Saramago, com a qual abrimos essa rota, se assemelha com um jogo de palavras, temos que a quebra de paradigmas almejada nessa pesquisa no âmbito de um problema didático inclusivo nos leva a esse necessário jogral. Nesse caso, é preciso superar a verticalidade do ensino na relação educador e educando em um sistema didático *S*, ao levarmos em conta a dialética educador-educando, como modo de operar nas paradas pelas quais essa rota sinaliza, bem como as demais que a atravessam. Desse modo, para continuarmos a mover-nos sobre o ensinar e aprender rumo ao *Paradigma Questionamento do Mundo*, é essencial mobilizar essa dialética que produz um tipo de resposta parcial à tese, R♣, contemplando a sensibilidade afetiva estabelecida em *S*, a partir da abertura ao diálogo com os (futuros) professores dos anos iniciais.

E, como nos lembra Antoine de Saint-Exupéry: *Só se vê bem com o coração. O essencial é invisível aos olhos*¹¹.

¹¹ Para acessar o mapa de questões e respostas, [clique aqui](#).

Bem-vinda(o) à Rota Q₁Q₂:

Um  [chá](#) com Alice: entre um (*quase*) *negacionismo* formativo e uma quebra de paradigma?!

___ Alice, antes de trocarmos nossas primeiras palavras, queremos dizer que ficamos muito felizes pelo convite feito a nós, para que tomássemos esse  chá.

___ Imagina, estou ansiosa para ouvi-las!

___ Bom, Alice, para um início de conversa, é sabido pela comunidade acadêmica-científica de educadores, em especial pedagogos, e educadores matemáticos a imensa fragilidade expressa nos cursos de licenciatura, até mesmo por uma condição mínima que diz respeito à carga horária destinada aos conhecimentos bases das diferentes áreas do conhecimento. São diversas pesquisas que evidenciam que a disciplina direcionada ao estudo dos fundamentos e metodologia da matemática não é ‘suficiente’ à docência, e isso não se configura somente no âmbito da ciência matemática, mas de outras áreas do conhecimento, o que acarreta ao professor ir à prática  “mal-formados”, mesmo que a formação seja um processo continuum, saem da formação inicial com muitas debilidades. Mas, mesmo assim, vimos (ou veremos) discursos que apontam de um lado, para a perda da identidade do curso de pedagogia, por não suprir a base teórica pedagógica nos cursos, já que a atenção dada à docência suprime a anterior. Não seria então, o tempo de se repensar, como formadores de professores, a própria licenciatura em pedagogia? Com a criação de novas alternativas de formação, com qualquer terminologia que  [Humpt Dumpty](#) queira dar, mas que nos comprometemos de fato, como pesquisadores e educadores na área, institucionalizar um local mais apropriado de formação de professores que atuarão no ensino infantil e nos anos iniciais? Não estaríamos hoje, mais uma vez, negligenciando a formação do professor que atua na educação infantil e anos iniciais? E consequentemente, fazendo a criança, pagar esse alto preço? Ou ainda, como em que outros tempos, associar o professor a um escravo que leva as crianças na escola e é incumbido da responsabilidade por ensiná-las, como se para ensinar às crianças, qualquer coisa serve, já que para ensinar é suficiente que o professor saiba só o be-a-bá? Ah, o be-a-bá das disciplinas específicas e olhe lá, hein?!

___ Alices, será que não seria melhor pararem de pensar em voz alta?! Acho que vocês podem estar me assustando com seus devaneios!!! Mas, esqueci de perguntar uma coisa: acreditam que somente pelo fato de serem licenciadas em matemática, já estejam habilitadas a discorrer e lecionar matemática nos cursos de pedagogia?

___ Alice, não acreditamos nisso, os licenciandos não são formados com um arcabouço necessário a esse fim, e talvez precisamos refletir mais e operar de fato na dialética teoria-prática. A pesquisa de nossa amiga Alice, a Oliveira (2018), nos ajuda a compreender uma problemática semelhante, já que os licenciandos em matemática passam anos estudando uma matemática desprovida da prática da educação básica (anos finais do ensino fundamental e ensino médio) e são levados a apenas reproduzir técnicas matemáticas, em vez de também pensarem criticamente no âmbito educacional, já que são mínimos os componentes curriculares que colaboram para esse fim. A pesquisa dela evidencia cenários em diferentes regiões brasileiras, assim como a nossa, e aborda de forma especial essa problemática, a partir das vozes dos próprios licenciandos em uma produção narrativa. Vozes essas que, para nós, importam!

___ Mas Alices, e mesmo em contextos culturais tão diferentes, com múltiplas similaridades e convergências em jogo, não dá para tomarmos um ☕ chá, exatamente às quatro horas da tarde de Campo Grande/MS em todos os locais do mundo, não é? E ainda, querer 100% de êxito nas propostas e caminhos alternativos a serem pensados, experimentados, analisados...

___ Sim, Alice, mas, sinceramente, não dá mais para negarmos a problemática de nossas formações e não agir, de fato, sobre elas. E como educadores matemáticos? Educadores em ciências? Em geografia? Os quais pesquisam sobre essas áreas em suas múltiplas dimensões, poderíamos começar a pensar nessas possibilidades, como aberturas ao diálogo *com*, no mínimo, tão necessário a uma formação humana que possa ir sendo constituída e não fragmentada em disciplinas que, numa sociedade do amanhã, como expresso por Yves Chevallard, seria imprescindível romper com essa forma secularmente enraizada. Acreditamos que, por isso, seria um romper com um *quase negacionismo* formativo que, talvez, pareça se apresentar, não?

___ Ah! talvez nesse percurso que estamos trilhando, meninas, posso ir tendo algumas ideias para outros devaneios a surgir com esse *PEP*-tese, e para as perguntas que ainda pairam em minha mente, como sobre uma defesa para esse termo *negacionismo formativo* que tanto nos marcou aqui no Brasil, desde a pandemia da Covid-19, se não me falha a memória.

___ Alice, vamos nos aventurar! Não temos respostas e/ou receitas prontas, estamos buscando caminhos alternativos, mas quem sabe o nosso *PEP*-tese possa lançar luz para continuar nessa caminhada e, talvez, aventurar-se em outros caminhos ainda não explorados no mundo da formação docente, em especial, ao fincar estacas sempre por uma formação pensada em conjunto, em diálogo *com* e não *sobre* ou *para*, como na perspectiva de Paulo Freire. Que o Patrono da Educação Brasileira, também possa nos ‘alimentar’ cientificamente nesse nosso

🔑 chã, contribuindo para a possível quebra de paradigmas sinalizada por Yves Chevallard, ao considerarmos o necessário rompimento com uma *educação bancária, com vista a uma educação problematizadora e libertadora*.

___ Ah, Alices, espero mesmo que nossos questionamentos sobre o mundo entre a formação e a profissão do (futuro) professor dos anos iniciais não acabem durante essas paradas que logo se aproximam...

___ Então, continuemos...¹²

¹² Para acessar o mapa de questões e respostas, [clique aqui](#).

Bem-vinda(o) à
Rota Q1R^Y: Uma conclusão paradoxal?! 🔑

___ Alices, aqui retornaremos àquela resposta/questão sobre um possível negacionismo formativo?

___ Acreditamos que diante do que dialogamos em nossas outras paradas, podemos sim levantar possíveis inferências a respeito da formação (matemática) de professores dos anos iniciais e, conseqüentemente, de um possível negacionismo formativo. Talvez aqui, haja um duplo sentido sobre o que estamos nos referindo a um *quase negacionismo*. Isso poderia ser analisado diante do fato de que tal negacionismo parece manter, mesmo não sendo em discursos, que se movem em uma antiga rotatória muito bem alicerçada cientificamente, por sinal, de que qualquer coisa serve para lecionar nos anos iniciais, já que basta somente saber o be-a-bá!

___ Alices, ouvindo vocês falarem de be-a-bá, lembrei da música de Toquinho⁸¹. Mas, desculpa interromper vocês, acho que seria bom ouvi-la para aliviar essa tensão existente nos significados de tais palavras que estamos a refletir.

___ Ah, Alice pelo visto vamos precisar recorrer a um grande dicionário no âmbito educacional, né? Mas, se quiser realizar uma *entrada ao tema* para iniciar um possível processo de estudo, podemos até em um outro tempo avançar nessa questão e, por agora, no mínimo recorrer à *wikipedia*, que define o negacionismo como sendo *a escolha de negar a realidade como forma de escapar de uma verdade desconfortável [...]*⁸². Acreditamos que outras mídias, talvez no âmbito da sociologia da educação, podem nos dar indícios para que possamos chegar a um processo de validação dessa resposta, sendo esse termo uma produção de um tempo presente e que marca um contexto sócio-histórico em que nossa tese é produzida.

🔑 Afinal, essa é uma de tantas indignações que perpassam a educação, como a própria semiprofissão em que nos encontramos, não é mesmo? Como pode uma profissão tão digna e fundamental no nível *Civilização*, não ter um status de profissão?!

Dentre esses e tantos outros motivos é que precisamos agir, na verdade, aprender de fato, a 🔑 *falar com o tempo*, desde a formação inicial e, mais do que nunca, ouvindo as vozes que emanam dos estudantes e professores atuantes, assim como os (futuros) professores dos anos iniciais!¹³

Talvez, Alice, para lançar luz a essa questão poderíamos ler algumas obras de Luciano M. Faria Filho que pode nos ajudar a refletir sobre a docência como vocação.

¹³ Para acessar o mapa de questões e respostas, [clique aqui](#).

Bem-vinda(o) à Rota Q₁Q₃, Q₃Q₅ ou Q₁Q₅:
Como proceder em uma pesquisa rumo ao PQM? ...

Na proposta de desenvolvimento de um PEP como uma ferramenta de formação, se faz necessário partir de uma condição primária, a de autonomia no estudo em uma proposta em direção ao PQM. Compartilhamos de Freire (2022) que ser autônomo não significa fazer sozinho, mas sim, com o outro. Nesse processo didático não tem como não considerar a importância da mediação do formador (pesquisador), como o ajudante do estudo, assim como é vital a produção de conhecimento, que se dá no compartilhamento do coletivo em um sistema didático.

De certa forma, se faz necessário sairmos de nossas supostas “seguranças” e nos aventurarmos com uma *atitude procognitiva* frente a qualquer novo saber a ser construído. Assim, levantar questionamentos e buscar respostas, como é o caso de compreender a formação didática, pedagógica e matemática dos pedagogos, a partir de diferentes *mídias* de estudo é uma das primeiras questões mobilizadas, de modo a compreender um cenário de formação dos professores e futuros professores dos anos iniciais em um contexto brasileiro. Cenário esse que perpassa o espaço de constituição de nossa pesquisa.

Outra condição indispensável é o processo de estudo realizado pelo pesquisador, como no levantamento de aspectos do modelo dominante de ensino para que se possa pensar em uma proposta alternativa, bem como ao se amparar em alguns *modelos epistemológicos de referência* (MER) que o permita refletir e realizar proposições de estudo para com o grupo de participantes formado na pesquisa.

Assim, passamos a indagar-nos: como os professores e futuros professores se instrumentalizariam durante o percurso e que ações e/ou alternativas poderiam ser discutidas com vista a contribuir para esse novo cenário? Elementos de resposta a essa questão foram se constituindo ao longo das próximas paradas à vista¹⁴.

¹⁴ Para acessar o mapa de questões e respostas, [clique aqui](#).

Bem-vinda(o) à Q5!

Q5: Que condições e restrições são refletidas nos (des)caminhos de um PEP-tese com (futuros) professores dos anos iniciais?⁸³

1 Um ponto de partida sob uma visão de paraquedista à luz da TAD

Nesse texto buscamos apresentar alguns dos conhecimentos mobilizados, em especial, no âmbito dos procedimentos analítico-metodológicos que constituem a nossa pesquisa de doutorado em andamento, na qual nos propusemos a analisar um *percurso de estudo e pesquisa*, (Chevallard, 2009a), que ocorre na transição de paradigmas com professores e futuros professores que ensinam matemática nos anos iniciais.

A proposta de trabalho surge a partir da problemática da formação docente que se dá em diferentes níveis de ensino, principalmente na formação advinda desde os cursos superiores, e de maneira especial, sentida por nós como formadoras no que se refere às fragilidades encontradas nos Cursos de Pedagogia ofertados no Brasil, sendo que uma delas decorre da precária carga horária destinada para a formação matemática dos futuros professores que lecionarão esta disciplina nos primeiros anos de escolaridade básica. Os objetos de discussão nesse cenário têm sido diversos, como é o caso da problematização quanto à carência de políticas públicas educacionais, a ausência de interlocução entre a Universidade e a Escola, a desvalorização profissional e a necessidade de investigações dedicadas às práticas e ações inovadoras que possam quebrar com a longa e histórica tradição precária da profissão professor. Esses e vários outros aspectos também permeiam as pesquisas desenvolvidas em diferentes lugares do mundo por pesquisadores, como Gatti (2014), Curi (2020), Neves (2022), Chevallard e Cirade (2009), Nóvoa (2019), Ruiz, A.; Sierra, T.; Bosch, M. e Gascón, J. (2014), Assane (2017), Ball, Thames e Phelps (2008), Otero et. al (2013), respectivamente, oriundos do Brasil, França, Portugal, Espanha, Moçambique, Estados Unidos e Argentina, dentre tantos outros educadores que se debruçam em ações que visam transformar a atual conjuntura da formação de professores tanto no contexto da formação inicial quanto da formação continuada.

Diante desse amplo cenário, uma escolha que fizemos para ler dados produzidos na nossa pesquisa como esses supracitados, e que podem ser tratados dentro do nosso campo teórico, a didática da matemática (DDM), foi trazer a Teoria Antropológica do Didático (TAD), que tem se mostrado potencialmente favorável por dois motivos. Primeiro, por fornecer uma ferramenta que nos permite questionar a realidade do nosso objeto de estudo, conforme

explicitado por Bosch (2018), que concerne a *escala dos níveis de codeterminação didática*. É a partir da análise destes níveis que podemos compreender as *condições e as restrições*⁸⁴ provenientes dos níveis superiores (*Humanidade, Civilização, Sociedade, Escola e Pedagogia*) e que influenciam a dinâmica de funcionamento de um *sistema didático* ou ainda do próprio grupo de formação de professores que constituímos na pesquisa. Por exemplo, as Diretrizes Curriculares Nacionais para a Formação Inicial em Nível Superior de Profissionais do Magistério da Educação Escolar Básica, expressa pela Resolução CNE/CP nº 4/2024, que determinam como deve ser a formação inicial, inclusive, de pedagogos, estão no nível *Sociedade* dessa escala. Esta *condição*, emanada do nível *Sociedade* exerce influência direta no nível *Escola*, onde estão situadas as Universidades que ofertam tais cursos, como é o caso da carga horária total destinada a esses cursos, que representa uma *restrição* advinda do nível *Sociedade* pois, por ora, não pode ser modificada pelos professores e/ou discentes que pertencem às instituições acadêmicas.

O segundo motivo que nos levou à escolha deste quadro teórico diz respeito a intenção de desencadear uma investigação que pudesse colaborar com a proposição de ações alternativas na formação docente, de modo a contribuir para o avanço dos estudos com o *bloco do saber* (θ/Θ). Tal bloco é composto pelas *tecnologias* (θ), como possíveis justificativas que fundamentam as *técnicas* (τ) e *tipo de tarefas* (T) mobilizadas no ensino, e a teoria (Θ) que contempla o referido estudo, visto que

O conhecimento, tanto no sentido teórico quanto prático, é modelado na TAD por meio da noção de praxeologia. O termo é formado por uma combinação de práxis — o saber-fazer ou maneiras de fazer — e logos — um discurso organizado sobre a práxis. Os blocos práxis e logos de uma praxeologia são, por sua vez, compostos de dois elementos distintos: tipos de tarefas e técnicas para realizá-las, para a práxis; uma tecnologia ou discurso sobre a técnica, e uma teoria ou justificativa da tecnologia, para o logos. (Bosch, 2018, p. 4034)

A TAD considera a indissociabilidade entre o saber-fazer e saber, contudo, é possível que uma pessoa desconheça o discurso que fundamenta uma determinada práxis. Isto é, embora o logos esteja presente na práxis, ele pode ser ausente para uma pessoa que esteja na posição de estudante. Assim, no âmbito da formação de professores é imprescindível um olhar atento para o bloco do saber, pois como já apontava Shulman (1986, 1987), precisamos superar o *Paradigma Perdido* ressaltado por ele, sendo fundamental que os professores tenham conhecimentos aprofundados sobre os conteúdos específicos que lecionarão, ou seja, não basta apenas o “saber-fazer”. Afinal, é conhecendo tais conteúdos que o docente poderá ter ferramentas para melhor se equipar e desenvolver questionamentos aos alunos que lhes permitam avançar na construção do conhecimento. Com esse intuito é que passamos a realizar

o seguinte questionamento: Quais são os dispositivos de formação que poderiam ser utilizados para proporcionar à formadora (doutoranda), aos professores e futuros professores dos anos iniciais, condições favoráveis para o ensino de matemática nas suas respectivas instituições de ensino?

Foi aí que encontramos na TAD um aporte que nos permite sustentar uma proposta que leve a uma mudança de paradigmas que, como descrito por Chevallard (2012), direciona-se ao *Paradigma Questionamento do Mundo (PQM)*, visto que ao surgir qualquer questão (Q) para estudo, as pessoas (X) devem considerá-las e estudá-las para obter uma boa resposta, sendo que esse processo, muitas vezes se dá com ajuda de algumas pessoas (Y), que poderiam auxiliá-las em seu processo de investigação, representado pelo *sistema didático* $S(X, Y, Q)$.

Esse paradigma surge em contraposição ao *Paradigma Visita às Obras (PVO)*, amparado numa educação nos moldes mais tradicionais de ensino e muito presente no nível *Pedagogia*, em especial, no contexto brasileiro. Movidas por esse paradigma, as pessoas são mais propensas a recusar as questões que surgem, quando a resposta não parece evidente, o que, conseqüentemente, demandaria algum processo investigativo (Chevallard, 2012). Além de corroborar para uma postura mais passiva do estudante, normalmente nesta escolha, o professor apresenta todo o conteúdo em forma de respostas já prontas, como no nível *Disciplina*, no qual se encontra Matemática, Física, Geografia, por exemplo, cabendo ao estudante apenas receber tais informações, decorrentes do nível *Domínio* como é o caso da Geometria, cujo *Setor* pode constituir na Geometria plana, tendo como *Tema*, o estudo dos polígonos, até chegar a uma *Questão*, como um corpo de conhecimentos entre subáreas da Matemática e à qual compreende um conjunto de atividades para as quais os estudantes devem apresentar uma solução, como, por exemplo, o seguinte tipo de *tarefas T* a serem propostas: Classificar algumas figuras geométricas planas dadas em quatro classes: triângulos, quadriláteros, pentágonos e hexágonos.

Comparando os *paradigmas PVO e PQM*, Bosch (2018) apresenta a *escala dos níveis de codeterminação didática* de cada um deles. Nessas escalas observa-se que o *sistema didático* descrito por $S(X, Y, Q)$ é composto, por exemplo, no âmbito do contexto escolar, por X como representação de um estudante, Y , de um diretor ou orientador de estudo, podendo ser o professor e Q uma questão de estudo proposta por X ou Y . No *PQM* essa questão Q deve ser aberta, de tal modo que se exija um processo de investigação da mesma, podendo inclusive ter na *Disciplina* Matemática uma das ferramentas necessárias para respondê-la, dentre outras relativas a diferentes áreas de conhecimento. Dessa forma, o sistema didático S no *PQM* vem logo após o nível *Pedagogia*, o que não acontece no *PVO*, já que neste a questão de estudo está

resposta $R^\heartsuit$ do processo investigativo. Desta forma, a representação desenvolvida do esquema herbartiano passa a ser descrita por: $[S(X; Y; Q) \Rightarrow \{R_1^\diamond, R_2^\diamond, \dots, R_n^\diamond, O_{n+1}, \dots, O_k, Q_{k+1}, \dots, Q_l, D_{l+1}, \dots, D_m\}] \Rightarrow R^\heartsuit$.

O desenvolvimento do *percurso de estudo e pesquisa* leva em consideração algumas mudanças em comparação às práticas mais tradicionais de ensino, o que exige algumas atitudes fundamentais que, como descritas por Chevallard (2012), condicionam o exercício dos cidadãos neste novo paradigma, o que leva o autor a chamá-los de *cidadãos herbartianos*. Uma destas novas atitudes é a *atitude procognitiva*, que significa que as questões que surgem não são ignoradas; as pessoas sentem a necessidade de descobrir algo novo ou até mesmo redescobrir com a dedicação de “*conhecer para frente*”, essa é uma atitude contrária à *atitude retrocognitiva* comum aos *cidadãos pré-herbartianos*, já que esses acabam por se restringir aos conhecimentos já adquiridos por eles. Nesse caso, Chevallard (2012) diz que se trata de “conhecer de trás para frente”.

Amparadas na necessidade de nos colocarmos como educadoras-pesquisadoras nesse percurso de formação com os professores e futuros professores dos anos iniciais buscamos assumir uma postura herbartiana frente a todas as questões que foram surgindo para nós, em conformidade ao trabalho desenvolvido por Gonçalves (2022). Como o processo de desenvolvimento de um trabalho de doutorado se assemelha a um *PEP*, passamos a denominar nossa tese como um *PEP-tese*. Coerentemente com essa escolha, também realizamos a escrita da tese em uma forma que parece um *PEP*, a qual será especificada no terceiro tópico da discussão neste texto.

A constituição do *PEP-tese* materializou-se por meio de três *PEP* realizados com os (futuros) professores, que detalharemos mais adiante. Nesse trabalho didático, a doutoranda realizava estudos e se equipava praxeologicamente de micros *modelos epistemológicos de referência* que pudessem ajudá-la na proposição de questões e na validação de respostas, visando alimentar o *PEP* em conjunto com o grupo de professores. Dito isso, temos que “na formulação de qualquer problema didático [problema de investigação em DDM], o didata sempre utiliza, mesmo que apenas implicitamente, uma descrição e uma interpretação - ou seja, um modelo epistemológico - do domínio matemático que está jogo” (Gascón, 2011, p. 208, [inserção nossa]). Como exemplos de algumas obras consultadas, citamos Jakubovic (1990), Parra e Saiz et. al (2009), Proulx (2019) e Zazkis (2009), no âmbito do estudo com a temática dos números pares e ímpares, estudada no primeiro *PEP* desenvolvido. No segundo *PEP*, Bloch e Salin (2004), Berthelot e Salin (1992) e Lima e Carvalho (2017) constituíram algumas das

fontes estudadas pela pesquisadora em formação, para fomentar possíveis processos investigativos com o grupo. Da mesma forma, para a constituição da proposta no último *PEP* desenvolvido com o grupo, foram consultadas algumas mídias, como é o caso dos sites do Instituto Alana e do Instituto Akatu.

Além dos aportes listados acima, tangenciaram toda a produção do *PEP*-tese fontes de estudo da doutoranda no âmbito dos estudos voltados a um processo educacional inclusivo, em especial, no que tange as questões de *acessibilidade didática* (Assude, 2014), voltadas às pessoas com deficiência visual, incluindo aí práticas de ensino com a matemática. Como exemplo de algumas obras estudadas, citamos Kranz (2015), Anjos (2019), Silva (2015), Nogueira *et al.* (2020), Faustino *et al.* (2018), Cruz (2022), Bernardo (2021), dentre outros.

Ademais, a *atitude procognitiva* foi se mostrando fundamental para a produção do conhecimento das demais pessoas envolvidas no processo de estudo, de modo que elas pudessem sentir a mudança paradigmática no *percurso de estudo e pesquisa* que juntos íamos desenvolvendo.

Como parte fundamental para análise desse processo, três funções didáticas estão intimamente ligadas, e são mobilizadas durante o desenvolvimento do *PEP*. São elas que nos dão condições de compreender o real funcionamento do processo investigativo na transição de paradigmas. Estamos falando da: *topogênese*, *mesogênese* e *cronogênese*. Na *topogênese* observamos a mudança de *topos*, como lugares ocupados e as responsabilidades que se tem dentro de um percurso. Isso pode ser notado pela maior atividade na prática de pesquisa a ser realizada pelas pessoas do grupo, em especial as que estão na posição de estudantes de uma questão. Os estudantes podem trazer diferentes obras para serem estudadas para obter respostas pessoais às questões que surgem no processo de estudo e compartilhá-las com os demais para que essas possam ser confrontadas e validadas em conjunto. A *mesogênese* nos permite analisar o *meio M* considerado, cuja constituição não é responsabilidade apenas de *Y*, como representante do ‘professor’, isto é, da pessoa que dirige o estudo, mas tanto *X* quanto *Y* elaboram *M*, a partir das produções que fazem, das obras que consultam e trazem para a investigação, bem como os diferentes recursos didáticos que são produzidos e/ou utilizados no percurso. Em decorrência do trabalho a ser desenvolvido no *meio didático*, Chevallard (2009b) aponta a *cronogênese* ligada à origem do tempo didático, a qual nos permite analisar a evolução do processo de estudo desenvolvido por *X* em colaboração com *Y*. Aliadas a essas funções temos algumas *dialéticas* propostas por Chevallard (2009c, 2013), como gestos didáticos fundamentais à condução de um *PEP*. As dialéticas que têm sido mobilizadas nessa pesquisa

são: *questão-resposta, individual-coletivo; paraquedista-trufas, ausência-presença; caixas pretas-luz; mídia-meio, entrada-saída do tema e recepção-difusão.*

Nesse momento comentaremos sobre a primeira dialética, uma vez que as demais estão detalhadas no texto relativo à Q₃ desta tese e podem ser encontradas em [Q₃](#).

A *dialética questão-resposta* compreende a própria dinâmica do *PEP*, além de ser ela que “fornecerá uma primeira descrição da estrutura do processo, bem como uma série de marcas nos caminhos seguidos ou previstos durante a investigação” (Bosch, 2018, p. 4008). Aliado a esta dialética, a autora explicita a possibilidade de tomarmos o esquema herbartiano como ferramenta analítica, podendo ter a descrição do *PEP* por meio de uma árvore de possíveis questões e respostas, também denominada de *mapa de questões e respostas – (MQR)*. A construção desse mapa se dá partindo da questão inicial de investigação de modo que esta possa gerar as questões derivadas que surgem durante o estudo, bem como as respostas que são obtidas até chegarmos à elaboração da resposta *R*♥.

Como esta tese se constitui como um *PEP*-tese, as dialéticas que acabamos de descrever estão presentes em seu desenvolvimento. Porém, por ser tratar de uma tese, outras dialéticas se fazem presentes, para além das dialéticas chevallardianas. Mas, o que estamos considerando por dialética? Em resumo, o conceito de dialética remonta a Heráclito, passando por Sócrates, Kant, Hegel e tendo sua formulação mais famosa em Karl Marx. De forma geral, a dialética é um método de apreensão do funcionamento da realidade que acontece em três momentos⁸⁶: o primeiro seria a tese, o segundo a antítese e o terceiro a síntese. A tese seria a afirmação de algo, que é sucedido pela sua negação ou contradição, chamada de antítese. O resultado do confronto entre essas ideias é chamado de síntese que, por sua vez, no movimento do devir histórico, virá a ser uma nova tese, com uma nova antítese, e assim a História caminha ciclicamente. Além disso e, coerentemente com a mudança paradigmática na qual essa tese se ampara, tomamos por dialética “qualquer praxeologia que permita superar dois tipos opostos de restrições, transformando-as em um novo tipo de condições que as substituem. Nesse contexto, fala-se, portanto, de substituição” (Bosch, Chevallard *et al.*, 2020, p.11).

Nesse sentido, a vivência no doutorado e o exercício de realizar uma pesquisa na transição de paradigmas, nos levou a compor nossa tese com duas obras de Lewis Carroll: *Alice no País das Maravilhas* e *Alice Através do Espelho*, o que nos moveu a operar com a *dialética arte-educação matemática*. Alice é uma personagem que quebra paradigmas; ela desafia um pensamento rígido que, tomada pela curiosidade, busca pelo que lhe é desconhecido. Em suas aventuras passa por várias mudanças de tamanho, cujas marcas em si vão permitindo continuar

sua travessia. Da mesma forma, em *através do espelho*, vemos que ao lidar com o tempo, Alice vai aprendendo que não pode mudar o passado, mas que é possível aprender com ele. Tal como a produção desta tese, as aventuras de Alice corroboram com as aventuras vivenciadas pela Alice D Silva, que ao cair no buraco do Doutorado mobiliza uma pesquisa que permite tanto a ela quanto aos demais professores e futuros professores vivenciarem uma transição de paradigmas, ao ensinar e aprender rumo ao *Paradigma Questionamento do Mundo*. Desta forma, ao romper com o protagonismo em âmbito individual, temos aqui, professores e futuros professores que, tomados pela curiosidade, também vivenciam, no papel de Alice, um processo de construção do conhecimento, o que colaborou para denominá-los todos, nesta pesquisa, como Alice seguido de seus sobrenomes. Em tempo, após o exame de qualificação do doutorado, novas Alices se tornaram colaboradores desta pesquisa e sobre as quais passamos a nos referir como Alice B seguidas de seus sobrenomes, sendo o B em referência à banca examinadora.

Portanto, essa dialética nos potencializa trabalhar em uma dimensão estético-política, como uma linguagem operante na possibilidade de suscitar reflexões e agir para além de dicotomias pré-existentes no âmbito acadêmico.

Outra dialética que passamos a mobilizar concerne a *dialética educador-educando*, em que reinventamos a relação educador e educando tão necessária em um processo de transição de paradigmas, ao buscarmos conexões com Freire (2022), principalmente como forma de ratificar a posição não verticalizada de ensino. Essa escolha deu-se ao compreendermos que a própria constituição do *PEP* permite romper com as posições fixas de educador e educando num sistema didático, especialmente, posições advindas de antigas Pedagogias, inclusive, centradas no *Paradigma Visita às Obras*. A ideia de que no *PEP* o professor é uma das fontes de estudo que o estudante pode mobilizar, além da necessária mudança na *topogênese*, em que ele não assume toda a responsabilidade do saber para si, foi permitindo que percebêssemos o quanto a perspectiva Freiriana, no que se propõe ao diálogo *com*, e não *sobre* ou *para* (futuros) professores dos anos iniciais, foi sendo necessária nesta pesquisa. É essa abertura ao diálogo *com* que tomamos como uma *condição* fundamental no *sistema didático*, em que o professor é um guia de estudo, mas cujo “conteúdo” produzido é fruto do saber e experiência mobilizados por todos os sujeitos envolvidos no sistema didático, o que corrobora para o discurso de um contra paradigma para uma nova sociedade, como propõe Chevallard (2012). Tal como, na possibilidade de que não haja opressores e oprimidos imbuída na relação educador-educando em nossos *sistemas didáticos*, como uma condição de superação de tais polos restritivos.

E com relação ao tipo de *PEP*, em que as dialéticas supracitadas são mobilizadas em nossa pesquisa? Temos que a construção realizada com os professores e futuros professores dos anos iniciais deu-se por meio de três *PEP*, sendo um deles caracterizado como *aberto* e dois como *semiabertos* (Chevallard, 2009a). Compreendemos como *PEP aberto* aquele cuja questão que gera o processo investigativo não tenha sido previamente determinada, assim como ocorreu em um dos nossos *PEP* com os (futuros) professores. Para nós, esse tipo de *PEP* era essencial que fosse mobilizado, tendo em vista que uma *condição* primordial para o início da pesquisa, era que tal proposta partisse das necessidades dos (futuros) professores e não somente das formadoras-pesquisadoras. Assim, o *PEP aberto* leva o pesquisador a participar do processo investigativo realizando a *análise in vivo* durante o funcionamento do sistema didático. Além disso, Chevallard (2009a, p.31) ratifica que nesse caso, “não existe uma verdadeira análise *a priori* anterior ao funcionamento do sistema didático $S(X, Y, Q)$ em que a investigação tem lugar”. Já o *PEP semiaberto* é assim designado por não se enquadrar totalmente numa abordagem de *PEP finalizado* e nem *aberto*. Dizemos isso, pois nos dois *PEP semiabertos* que foram desenvolvidos, a questão que gerou o percurso de estudo foi proposta pelas pesquisadoras, mantendo-a aberta e problemática e, parcialmente, de acordo com os anseios do grupo envolvido, tendo sido possível fazer previsões *a priori* de algumas questões derivadas que poderiam surgir. Por outro lado, não tínhamos como determinar uma previsão sobre as novas questões encontradas e respostas derivadas que entrariam em jogo, o que consequentemente, seria fruto dos estudos realizados pelos (futuros) professores, e nem o fim do processo investigativo com o encontro de $R^\heartsuit$.

Diante desse pequeno panorama teórico-metodológico da pesquisa, a proposta desse texto diz respeito a uma questão derivada da nossa questão inicial de investigação (Q_0 – Como ocorre um percurso de estudo e pesquisa na transição de paradigmas com (futuros) professores que ensinam matemática nos anos iniciais?) e que consiste no próprio título deste artigo: Que *condições e restrições* são refletidas nos (des)caminhos de um *PEP*-tese com (futuros) professores dos anos iniciais? É a partir dessa questão que nos debruçaremos nos próximos tópicos com a intenção de apresentar e discutir algumas das respostas parciais que começamos a produzir e outras questões derivadas dela.

2 Caminhando em diferentes cenários didáticos em um país chamado Brasil

A tese é produzida em meio ao contexto pandêmico da Covid-19, uma forte *restrição* advinda do primeiro nível da *escala de codeterminação didática*, o que afetou a forma como

havíamos, *a priori*, estruturado a pesquisa e, de certa forma, impactou todo o seu desenvolvimento, assim como ocorrera em pesquisas realizadas nesse período, como foi o caso da pesquisa de Rosa e Bittar (2021). Nossa intenção inicial era realizar a investigação durante a oferta da única disciplina obrigatória voltada aos fundamentos e metodologias de matemática do Curso de Pedagogia da UFMS. Tínhamos encontrado ali uma possibilidade de agir sob uma *restrição* institucional relativa à pouca carga horária destinada à disciplina, a saber 68h/aula, e cuja ementa propõe a discussão dos cinco domínios de conteúdos matemáticos para os anos iniciais. Naquele momento vislumbramos a possibilidade de utilizar o *PEP* em um território propício para romper com a fragmentação de tais conhecimentos matemáticos, além da possibilidade de articular com outras áreas do conhecimento numa proposta que visava estabelecer uma mudança de paradigmas.

No entanto, com as necessárias medidas de isolamento social e na angústia, com o passar do tempo, daquelas condições pandêmicas, resolvemos criar condições para o desenvolvimento da pesquisa. Em conversas com vários colegas professores resolvemos realizar a pesquisa na modalidade online utilizando a plataforma *google meet*, em um espaço alternativo à instituição de origem de cada participante, de forma voluntária, e que possibilitasse a integração entre futuros professores, independente do semestre que cursavam, e professores que já lecionavam. Além dessas *condições* tivemos uma que não abrimos mão e que a consideramos como parte de um gesto didático fundamental para o início de um trabalho colaborativo como o *PEP*: a possibilidade de realizarmos um *percurso de estudo e pesquisa* que levasse em conta as necessidades dos (futuros) professores dos anos iniciais e não algo totalmente pré-definido por nós, pesquisadoras, bem como que pudesse adequar a proposta metodológica às *condições* e as *restrições* oriundas da nossa sociedade brasileira.

A princípio começamos a realizar o convite, junto aos procedimentos do comitê de ética⁸⁷, com oferta de 30 vagas com a seguinte questão docente, como forma de motivação para o curso: “Que matemática ensinar e aprender nos anos iniciais? Como ensiná-la?”. Inicialmente disparamos nas Universidades do Estado de Mato Grosso do Sul, porém após contato com uma professora da Universidade Federal da Grande Dourados (UFGD) que conhecia muitos coordenadores de cursos de outras instituições e que nos incentivou a estender a pesquisa para licenciandos e egressos de cursos em diferentes regiões brasileiras, assim procedemos. Completadas as 30 vagas, 26 mantiveram contato no primeiro encontro. Alguns já haviam desistido antes mesmo de começar os encontros e, sem nenhuma justificativa, outros indicaram a incompatibilidade de dia e horário em decorrência de trabalho e/ou aulas no período noturno,

mesmo que mudássemos os dias propostos de encontro. Após o primeiro encontro tivemos a ausência de mais dois participantes, por conta das seguintes *restrições*: problemas com o tempo destinado à ação e demandas externas. Destacamos o quanto esse fator social começa já desde o início a influenciar a participação dos professores envolvidos no processo, como veremos logo adiante.

Com relação a algumas características das Alices, professores participantes de nossa pesquisa, conforme destacado anteriormente, observamos que a maioria era residente da região sudeste e não tivemos nenhum participante representando a região Norte do Brasil. Embora tivéssemos realizado o convite em instituições tanto públicas quanto particulares de ensino, também não tivemos participante oriundo de instituição privada de ensino superior. Quanto à formação acadêmica, grande parte estava cursando a Licenciatura em Pedagogia, como expresso no Quadro 1, o que evidencia a dificuldade de professores em exercício realizarem formações continuadas. Compreendemos que, dentre outras *restrições institucionais*, a expressiva carga horária de trabalho, que geralmente ocorre em 40 horas/aula semanais, acaba interferindo na participação dos professores em um espaço alternativo de formação como o desenvolvido por nós e evidenciada em diferentes pesquisas brasileiras, como as de Silva (2019), Oliveira (2022) e Neves (2022).

Quadro 1: Conhecendo algumas especificidades das Alices participantes da pesquisa

Nome	Cidade/Estado	Formação acadêmica	Tempo de profissão e/ou curso acadêmico	Instituição
Alice Estrela	Niterói/RJ	Licencianda	Cursando 1º período	UFF
Alice Peters	Juiz de Fora/MG	Licencianda	Cursando 6º período	UFJF
Alice Alves	Rio de Janeiro/RJ	Pedagoga	Atuação há menos de um ano	UFF
Alice Oliveira	Maringá/PR	Pedagoga	Atuação há 25 anos	Secretaria de Educação
Alice Lopes	Imperatriz/MA	Licencianda	Cursando 9º período	UFMA
Alice Marques	Imperatriz/MA	Licenciando	Cursando 9º período	UFMA
Alice Pinheiro	Jucurutu/RN	Licencianda	Cursando 7º período	UFRN
Alice Starling	João Monlevade/MG	Licencianda	Cursando 5º período	UFOP
Alice Lima	Rio de Janeiro/RJ	Licencianda	Cursando 7º período	UFF
Alice Pereira	São Carlos/SP	Licencianda	Cursando 7º período	UFSCAR
Alice Braga	Campo Grande/MS	Pedagoga	Atuação há mais 23 anos	Escola Municipal
Alice Paula	Niterói/RJ	Pedagoga	Atuação há menos de dois anos	Escola Municipal
Alice Souza	Campo Grande/MS	Licencianda	Cursando 8º período	UFMS
Alice Garcia	São Carlos/SP	Licencianda	Cursando 1º período	UFSCAR
Alice Carneiro	São Carlos/SP	Licencianda	Cursando 6º período	UFSCAR
Alice Matos	Jataí/MT	Licencianda	Cursando 7º período	UFJ
Alice Machado	Mariana/MG	Licencianda	Cursando 5º período	UFOP
Alice Batista	Rio de Janeiro/RJ	Licenciando	Cursando 5º período	UFF
Alice Morais	Jataí/MT	Licencianda	Cursando 7º período	UFJ
Alice Perez	Teresópolis/RJ	Pedagoga	Atuação há menos de um ano	Escola Municipal
Alice Ramos	Niterói/RJ	Licencianda	Cursando 5º período	UFF

Alice Rautenberg	Campo Grande/MS	Licencianda	Cursando 8º período	UFMS
Alice Borges	Campo Grande/MS	Licencianda	Cursando 6º período	UFMS
Alice Abreu	São Carlos/SP	Licencianda	Cursando 1º período	UFSCAR
Alice Cruz	Currais Novos/RN	Licencianda	Cursando 6º período	UFRN
Alice Santos	Imperatriz/MA	Licencianda	Cursando 9º período	UFMA

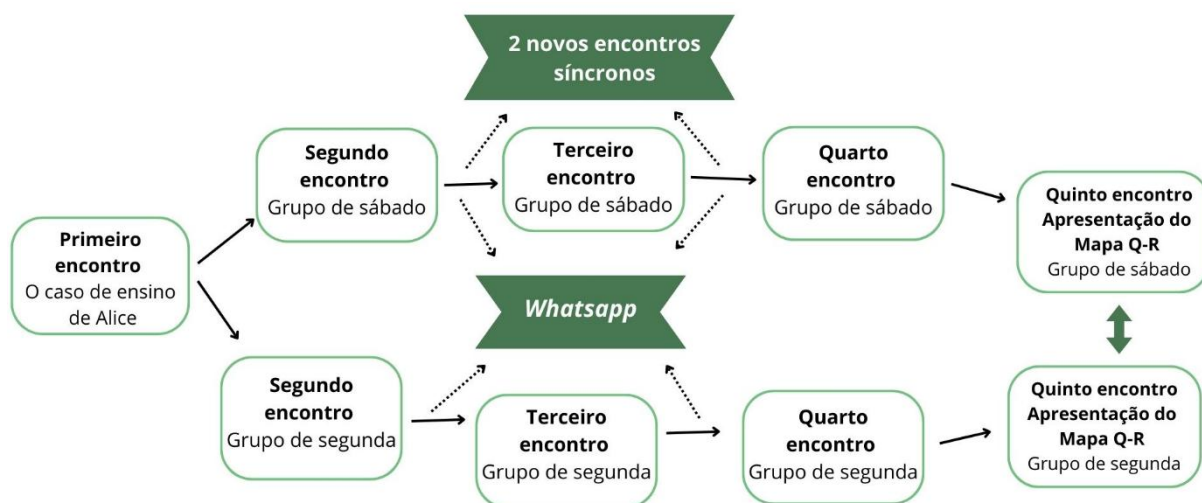
Fonte: dados da pesquisa

Ao total foram previstos 17 encontros online que se efetivaram, quinzenalmente, entre outubro/2021 e setembro/2022. Com a quantidade de vagas preenchidas formamos um grupo de *whatsapp* para facilitar a comunicação e a interação entre os pares. A primeira reunião foi marcada para o dia 23/10/2021 (sábado), com previsão para ter entre 2h e 3h de duração. Cabe destacar que todas as reuniões foram gravadas e os áudios transcritos, para a análise das produções que ocorreram a cada encontro com os participantes da pesquisa.

Primeiro cenário: Micro PEP semiaberto - O caso de Alice

Devido ao período de férias entre dezembro de 2021 e janeiro de 2022, programamos 5 encontros para este processo de estudo, sendo 4 deles para o desenvolvimento da proposta e 1 para socialização das produções realizadas. No primeiro encontro participaram apenas 22 integrantes e 2 justificaram a ausência. No entanto, diante das *restrições* seja no nível *Sociedade* ou no nível *Escola*, como questões religiosas, período de trabalho e disciplinas que cursavam nas *instituições* de origem que estavam dificultando a participação dos integrantes do grupo, tentamos criar *condições* para que os participantes pudessem continuar no percurso iniciado. Assim, passamos a ofertar os encontros organizando o grande grupo em dois grupos, o grupo de sábado e o grupo de segunda-feira, com a mesma dinâmica de trabalho nos dois dias propostos. Portanto, neste *Micro PEP* foi proposta a constituição de 5 encontros, tanto para o grupo de sábado quanto para o grupo de segunda-feira, conforme descrito na figura 4.

Figura 4: Síntese dos encontros do *Micro PEP semiaberto - O caso de Alice*



Fonte: dados da pesquisa

O que podemos expressar nesse momento, a partir da forma como estruturamos a entrada no jogo e como foram desenvolvendo os encontros deste *Micro PEP*?

No primeiro encontro sugerimos a utilização da plataforma *Classroom* para dialogarmos sobre os processos de estudos, e para o compartilhamento das fontes (*mídias*) utilizadas. No entanto, mesmo colocando algumas das questões ali discutidas para que pudéssemos continuar o diálogo após o primeiro encontro, não houve investimento dos participantes do grupo nesse ambiente. Alguns chegaram a acessar o ambiente, porém, não interagiram.

Uma *condição* posta para nós, desde a entrada nesse percurso, foi sobre como poderíamos contribuir para o engajamento dos participantes, tendo em vista que pertenciam a diferentes localidades brasileiras. Assim, optamos por desenvolver os encontros de forma que tivessem um primeiro contato com a proposta do *PEP* para que, futuramente, pudessem ter a responsabilidade de escolher a questão que geraria o próximo percurso de estudo e pesquisa, o qual denominamos como *PEP aberto*. Como formadoras-pesquisadoras sentimos a necessidade, então, de levar para o primeiro encontro alguma ideia de trabalho para desencadear o percurso previsto com os participantes, de modo que pudesse ocorrer a *devolução do problema*, como propõe Brousseau (2008). Por isso, decidimos criar, como questão inicial da investigação, uma situação problemática e de caráter aberto que denominamos *O caso de ensino de Alice*⁸⁸. Esse caso foi embasado nos *casos de ensino* de Shulman (2002), e foi elaborado de forma que pudesse gerar várias outras questões derivadas pelo grupo. Esse movimento foi muito produtivo, com muitas discussões e saímos do encontro com o foco em três questões derivadas para que dele pudéssemos chegar à resposta da nossa questão inicial desse *Micro PEP* (Q_{0-MP}). Cabe ressaltar que a situação problemática perpassava por questões didáticas, pedagógicas e,

inclusive, conceituais de matemática relativas aos números pares e ímpares, sendo esse o objeto matemático em jogo. A proposta sugerida em comum acordo com o grupo de (futuros) professores foi que organizássemos os participantes em três grandes grupos, para cada um dos grupos ficar responsável por uma questão de trabalho, e a cada encontro compartilharíamos as conclusões, estudos e novos direcionamentos.

O ambiente escolhido para o compartilhamento de informações foi o *whatsapp*, formando assim, três grupos distintos neste ambiente. A dinâmica nesses grupos foi sustentada pelo diálogo realizado por somente alguns membros de um mesmo grupo, em que a maioria permanecia em silêncio, mesmo com a mediação e questões suscitadas pela pesquisadora. Diante dessa situação envolvendo o silêncio em alguns grupos de *whatsapp*, percebemos o impacto da não comunicação para o engajamento dos participantes e desenvolvimento da autonomia tão necessários em uma proposta em direção ao *PQM*. Isso se mostrou uma *restrição* para as pesquisadoras, pois não conseguíamos realizar tais modificações nesta situação o que, de certa forma, provavelmente colaborou para alguns impactos que ocorreram no segundo *PEP*. Muitos dos (futuros) professores compartilharam conosco, em entrevistas individuais que fizemos antes de iniciar o *PEP* seguinte, observações a este respeito inclusive indicando como um ponto negativo que acabava desanimando um ao outro, como podemos ver no excerto de uma destas entrevistas:

Sobre os pontos negativos foram que não houve assim no grupo que eu participei, não houve muita interação no grupo do whatsapp e eu acabei não participando por não ter tido aquela interação, eu acabei também não interagindo podia ter acontecido mais troca, mas às vezes a gente fica pelo outro e no final ninguém fala, né? Nem de lá e nem de cá, foi esse o ponto negativo, também que eu poderia ter me doado mais, não doe, é basicamente isso. (Alice Paula, em entrevista, 31/01/2022)

Nesse sentido, nos indagamos sobre uma questão que nesse momento permaneceu fechada, mas que pode nos levar a compreender esse cenário de “entraves”, a partir de pesquisas e/ou estudos com outros campos do conhecimento. De todo modo, uma outra indagação está em como seria possível a interação social de forma colaborativa, com pessoas que passamos a conhecer há tão pouco tempo aliada a uma dinâmica de estudo pouco usual. Seria talvez, em alguns dos casos, uma proximidade ‘afetiva’ necessária a ser considerada? Ou de fato, o impacto de vivenciar uma proposta que tenta aos poucos romper com o *PVO* e que, ao verem-se saindo da zona de conforto, sentem-se extremamente desestabilizados cognitivamente? Essa última pergunta que fazemos origina-se do compartilhamento de uma participante do grupo, sobre o fato de que ela esperava que sempre tivesse textos para serem lidos e discutidos no grupo.

E com os debates que eu participei, eu falo isso por que é muito importante esses debates, sabe? De você apresentar um artigo, a gente lê, tirar os pontos importantes, levar para a reunião e discutir, por que gente vai ter visões diferentes das pessoas, eu fiquei, não vou mentir, que eu fiquei um pouco perdida por que a minha experiência ainda tá em construção, eu vi que algumas participantes do grupo já têm essa construção, já têm essa experiência principalmente da docência, né? De estar ali na sala de aula vendo as dificuldades dos alunos e eu fiquei perdida, por isso, [...] eu achei muito legal também a questão de levar materiais didáticos, apresentar, olhar na hora de se apresentar, você apresentava o material e falava olha como é que você resolveria esse problema? E a gente teve vários olhares, várias opiniões, como eu posso fazer isso? E isso é muito importante, a gente não ficar focado só na nossa visão de resolução das coisas, a gente poder olhar; que tem outras visões, tem outros olhares. Então assim, esses debates me trouxeram esses pontos, e só uma coisa que eu acho que seria legal para os próximos períodos que é o que eu pedi até no meu grupo de pesquisa, que [...] talvez seria legal, por exemplo, colocar a gente para pesquisar um artigo “olha este artigo é de tal temática” por exemplo, é matemática, no ensino de, não sei, “ensino de frações na educação infantil”, além de pesquisar esse artigo, primeiro explicar para eles pontos importantes e depois abrir para debate e levar quem não tem experiência para dentro sabe, por que eu acho que fiquei perdida só nesse ponto [...] (Alice Machado, entrevista, 02/02/2022)

A fala de Alice Machado corrobora com o fato de que os participantes muitas vezes esperam que o formador leve algo pronto para ser trabalhado nas formações, visto que neste caso, o educador (formador) está sempre com a responsabilidade de apresentar possíveis fontes de estudo aos educandos (participantes), o que faz parte da cultura do *PVO*.

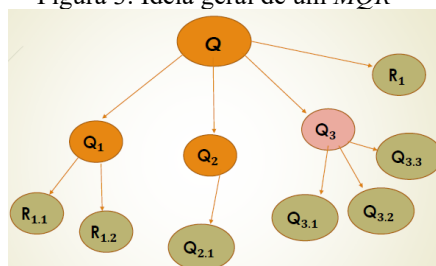
Por outro lado, observamos uma participação muito ativa de Alices que estavam cursando os primeiros semestres do curso de Pedagogia, como foi o caso de Alice Estrela e Alice Garcia. Elas desenvolveram pesquisas, dialogaram e se envolveram na dinâmica proposta. Assim, percebemos que a troca estabelecida entre Alices licenciadas e licenciandas/licenciandos foi profícua, efetivou-se de forma especial no primeiro *PEP* desenvolvido, uma vez que os *PEP* desenvolvidos em 2022 tiveram a maior parte das participações, sendo de Alices licenciandas/licenciandos. Cabe ressaltar ainda, que um dos subgrupos formados preferiu realizar dois encontros síncronos pelo *google meet* de modo que pudessem dialogar e validar tais respostas encontradas, a partir do processo de estudo que cada um desenvolvia.

Durante as reuniões a maioria se expressava expondo os seus pontos de vista, outros, com as próprias práticas de estudo e pesquisa realizadas. Cabe destacar também que os componentes de um dos grupos de trabalho formado, conseguiram se organizar, dividir tarefas entre si, bem como realizavam reuniões entre eles, via *google meet*, para compartilhar sobre o processo de estudo que estavam realizando. Posteriormente, partilhavam com o grupo tudo o que haviam feito e as suas conclusões.

Em um dos momentos do segundo encontro compartilhamos com todos a dinâmica do *PEP*, já que tínhamos como intenção didática a discussão e a produção junto com a ferramenta dos mapas de questões e respostas para os próximos cenários. Uma primeira ideia geral sobre

o *MQR* foi apresentada ao grupo, conforme a figura 3.

Figura 3: Ideia geral de um *MQR*



Fonte: Adaptada de Winslow *et al.* (2013, p. 271)

Nesses 4 encontros de produção, a doutoranda assumiu a responsabilidade de *redatora*, como uma *condição* criada para que pudéssemos juntar as produções dos três grupos em um único *MQR* para socializar no quinto e último encontro de 2021. Assim, a pesquisadora esboçava o *MQR*, a partir das questões e respostas obtidas pelos grupos no aplicativo *padlet*, uma plataforma que permite criar murais virtuais com a colaboração de várias pessoas, de modo a compartilharem diferentes fontes de estudo e realizarem as suas respectivas atividades. O *padlet* foi uma sugestão de um dos grupos, o qual estava utilizando essa ferramenta para organizar as *mídias* consultadas e inferir possíveis respostas para as questões levantadas a partir de suas análises.

A responsabilidade assumida pela pesquisadora na organização dos mapas foi pensada para esse momento introdutório do *PEP*, de modo que para os próximos essa responsabilidade fosse compartilhada pelos demais membros. No entanto, essa *condição* não se efetivou, o que passou a se estender para o próximo *PEP*, tornando-se assim uma *restrição* para o trabalho da pesquisadora nos moldes pré-definidos pelo *PEP*.

Por fim, ao final dos 5 encontros previstos para 2021 tínhamos a participação de 18 integrantes. Pausamos os encontros nos meses de dezembro de 2021 e janeiro de 2022. No final de janeiro realizamos entrevistas semiestruturadas⁸⁹, quando foi possível complementar algumas informações fornecidas desde o primeiro encontro, como os dados que foram expressos no quadro 1, bem como a experiência sentida por eles no desenvolvimento desse primeiro *PEP*. Assim, conversamos com cada professor e futuro professor sobre o que gostaria que fosse trabalhado no próximo *PEP*, como temas, projetos, problemáticas e/ou objetos de saberes matemáticos que sentiam que tinham dificuldades ou que gostariam de aprender com o grupo formado. Sobre essa proposição de tema a grande maioria sugeriu algum bloco de conteúdo ou conceito matemático e os mais citados foram números racionais (expressos por números decimais ou fracionários), números e operações aritméticas; geometria. Isso nos

mostra o quão forte é o estudo das obras quando estamos no *PVO*. Por outro lado, não descartamos a hipótese de que o estudo do *Micro PEP* realizado anteriormente tenha influenciado de alguma forma a escolha, pelo fato de ali ter tido um conceito matemático claramente exposto na situação problemática, bem como outros conceitos interligados que surgiram *a posteriori*.

Nota de um PEP online, que buscou não realizar microexclusões no sistema didático em jogo.

Um dos nossos (futuros) professores, a Alice Marques, é uma pessoa com deficiência visual, que possui cegueira congênita. Ao se inscrever para participar do grupo de formação, sabíamos que, com certeza, demandaria mudanças no *equipamento praxeológico* da doutoranda, pois ela não havia tido um real encontro com uma pessoa com deficiência tanto em sua vida pessoal quanto na vida profissional. No entanto, foi possível, imediatamente, perceber que uma das *condições* necessárias nesse processo de inclusão era a nossa abertura ao processo de estudo na perspectiva inclusiva, com uma *postura procognitiva* para cada questão que surgisse para nós, assim como na busca de respostas que poderiam contribuir para evitar possíveis situações no nosso grupo que pudessem se configurar como *microexclusões*, como referido por Faustino et.al (2018).

Sob os óculos da TAD podemos compreender que uma *condição* que criamos para iniciar a nossa pesquisa – realizar o nosso percurso de estudo e pesquisa de modo online – de certa maneira tornou-se uma *restrição* para a doutoranda por alguns encontros, devido ao fato de sentir que não estava conseguindo tornar tão acessível alguns dos objetos discutidos nos momentos de diálogos. Isso ocorreu, pois a distância física constituiu uma limitante, principalmente quando era necessário “*ver com as mãos*” determinados objetos que ali estavam por vezes representados e que não eram acessíveis somente com as audiodescrições realizadas em tempo real. Além de uma forte *restrição* nos níveis *Escola* e *Sociedade* que concerne ao fato de Alice Marques não ter tido acesso, em sua cidade no interior do estado do Maranhão, no que se refere às condições de uma sala de recursos e uma impressora braille com recursos apropriados para que o (futuro) professor pudesse utilizar.

Precisávamos garantir um direito fundamental para todos os envolvidos na nossa *instituição*, permanecendo na luta para que todos tivessem pleno acesso ao conhecimento socialmente construído o que, conseqüentemente, demanda condições de *acessibilidade didática*, conforme aponta Assude *et al.* (2014). Manter viva a nossa proposta de trabalho fez-

se necessário de modo a agir de forma a não provocar uma *microexclusão*, e, em especial, com a metodologia escolhida pelas pesquisadoras. Não estamos inferindo que isso seja impossível, mas demanda estudos. Foi necessário primeiro aprender *com* ele, uma pessoa com deficiência visual, abrimo-nos ao diálogo *com* ao fazer escolhas, e criar *condições* de *acessibilidade didática*, como disponibilizar as questões e respostas expressas nos mapas pelo aplicativo *padlet*, também em formato *word*, para que pudesse realizar as suas intervenções e de modo que todos tivessem acesso ao conhecimento produzido com equidade de possibilidades. Também foram enviados para o seu endereço físico alguns materiais táteis⁹⁰, conforme foi sendo necessário ao longo dos encontros nos *PEP* desenvolvidos. Já os *MQR* produzidos de forma artesanal, com uso do braille, algumas texturas para diferenciar as colorações usadas nos mapas digitais e cujas conexões foram expressas em alto relevo, por meio de colas e/ou barbante, como apresentado na figura 4, foram enviados a ele somente ao final dos encontros programados. Por vezes, tais informações escritas em braille consistiam em uma primeira frase e/ou parágrafo expresso dos mapas do *padlet* para dar referência à parte trabalhada e a continuidade do texto e/ou informações que ali continham foram colocadas em arquivos em um pendrive, e enviado a ele, que complementava as informações escritas em Braille, como os links das *mídias* consultadas pelos participantes.

Figura 4: *MQR* táteis confeccionados em braille e com alto relevo



Fonte: dados da pesquisa

Um pouco desse movimento, em especial, de aprendizagem da própria doutoranda, também foi compartilhado em Silva e Bittar (2023) quando descrevemos um pequeno movimento com a *dialética entrada-saída do tema* sobre a experiência vivenciada na nossa pesquisa movida em uma perspectiva inclusiva e, de modo específico, com a abertura ao diálogo *com* uma pessoa com deficiência visual.

Segundo cenário: PEP aberto - Questão inicial do PEP definida pelos (futuros) professores

O segundo *PEP* mobilizado na pesquisa ocorreu com 10 encontros tanto no grupo de sábado quanto no de segunda-feira. Tendo em vista a proposição dos temas, iniciamos o nosso primeiro encontro do ano de 2022 com 14 professores e futuros professores, já que houve desistência de alguns integrantes devido ao retorno de alguns cursos na modalidade presencial e outros trabalhos vinculados.

A dinâmica de estudo iniciou amparada por três grandes questões geratrizes desse *PEP* aberto:

Q1-PA: Como ensinar números e operações aritméticas nos anos iniciais?

Q2-PA: Como ensinar números racionais nos anos iniciais?

Q3-PA: Como ensinar geometria nos anos iniciais?

O primeiro encontro ocorreu com a discussão em conjunto sobre algumas questões problemáticas que se constituíam pelos participantes, bem como em articulação com o que as pesquisadoras também colocavam em jogo para que pudesse lançar luz para algumas questões que já pudessem ser estudadas pelos participantes, de modo a avançar com a *dialética questão e resposta*.

Colocamos em cena a necessidade de expor no *padlet* ou em documento no word, tanto as questões a serem estudadas quanto as respostas obtidas, de modo a ter um relato escrito como meio de organização do estudo por todos. Para que fosse possível o estudo dessas três grandes questões em cada grupo, dividimo-las em pequenos subgrupos, segundo a preferência de cada participante. Após a divisão, nas primeiras reuniões de sábado tínhamos dois subgrupos, nos quais a doutoranda transitava em cada sala virtual para as devidas mediações. No entanto, nesse momento vimos que uma *condição* que se mostrou fundamental na execução desse *PEP* foi a mediação do diretor de estudo nas reuniões online. Isso é dito, pois, quando a doutoranda atendia um grupo, o outro quase não realizava as discussões mesmo tendo questões a serem estudadas.

Tentamos um novo reinvestimento dessa forma de trabalhar no grupo de segunda, o que ocorreu conforme o esperado, uma vez que havia uma pesquisadora em cada subgrupo e somente dois temas formados. Nos encontros seguintes, observamos um vazio na mudança de *topos* esperada, tanto na organização das questões e respostas quanto na fragmentação dos grupos. Ressaltamos ainda que apenas uma única vez, uma participante atende ao esperado na perspectiva do *PQM*, ao tomar para si a responsabilidade de redatora do encontro realizado,

esboçando as questões/respostas discutidas e encaminhando possíveis questões para o próximo encontro. Como forma de continuarmos o processo de estudo sem prejuízos para o desenvolvimento das discussões, prosseguimos assumindo a responsabilidade de redatora da produção realizada pelos grupos e como forma de garantir o funcionamento e continuidade do PEP, decidimos junto às sugestões do grupo alternar os temas por encontros ou dividir uma parcela de tempo para discussão de cada temática estudada, fazendo a discussão de dois grandes temas em um mesmo espaço online; o relativo aos números e operações aritméticas e o de geometria. Assim, os números racionais passaram a ser discutidos em alguns encontros junto à temática de números e operações aritméticas, a partir de questões derivadas (Q_i) as quais acabaram perpassando esse processo de estudo.

No entanto, conforme os encontros foram ocorrendo percebemos que havia um foco na discussão a partir das colocações trazidas por alguns participantes, quando esses compartilhavam as mídias consultadas, dúvidas, esboçavam possíveis respostas e, assim, restava um tempo pequeno para discussão dos componentes de outro grupo. Um ponto positivo é que a maioria dialogava, mesmo não sendo tema de seu subgrupo, bem como quando ocorria articulações entre os temas. Por outro lado, o tempo relógio se apresenta como uma *condição* importante, uma vez que ele começou a agir contrário a nós, caso um tema não fosse discutido em um encontro, já que as reuniões aconteciam a cada quinze dias. Assim, demandava uma mediação da doutoranda para que isso não ocorresse no processo de estudo. De forma geral, o quadro a seguir sinaliza como se constituiu esse PEP aberto.

Quadro 2: Quadro síntese dos encontros do PEP aberto

Grupos	Datas	Qtd. participantes ⁹¹	Organização/objetos de discussão
Sábado	12/02	5	<i>Sem subdivisão em grupos menores:</i> Questões problemáticas, perpassando o ensino de naturais, racionais, medidas e geometria.
Segunda	14/02	9	<i>Sem subdivisão em grupos menores:</i> Questões problemáticas conforme o anterior, perpassando ainda a tabuada e classificações de quadriláteros.
Sábado	12/03	2	<i>Com subdivisão em grupos menores:</i> <i>Subgrupo Geometria</i> A partir do relato de que não houve estudo por parte das Alices, a doutoranda propõe um estudo com o geogebra, tendo em vista a possibilidade de uma investigação sobre a classificação de quadriláteros. A partir do esboço de 4 quadriláteros, o que se pode dizer de cada uma das figuras?
	12/03	2	<i>Subgrupo Números e operações:</i> Estudo do Sistema de numeral decimal (SND) – por que lecioná-lo? Em que contribui? Discussão sobre o sistema romano, valor posicional e base, como forma de desencadear novos estudos. Breve discussão sobre uso do material dourado e

			ábaco em LD, quando utilizar cada um deles e por onde começar o estudo das operações?
Segunda	14/03	7	<i>Todos juntos em uma mesma sala, pois em 2 subgrupos só teria uma participante.</i> Discussão permeia a comparação de números decimais, materiais didáticos para o ensino e função (valor) do zero. No que se refere à indagação: como a geometria é proposta nos LD ou em documentos oficiais? Como isso aparece nos anos iniciais? Há uma mídia compartilhada por Alice Ramos, que concerne a um vídeo sobre a origem e introdução da geometria no ensino, produzido pelo pesquisador Nelson Pirola.
Sábado	26/03	2	<i>Todos juntos, pois havia apenas um representante de cada subgrupo. Duração do encontro deu-se em no máximo 1h.</i> Questões gerais de ensino são levantadas, como a proposta do PNLD, LD. Não houve estudos realizados anteriormente. Vídeo compartilhado por Alice Lima sobre o valor do zero, também não foi visualizado e validado pelo grupo. Embora com questionamentos da doutoranda, pouco diálogo desenvolvido.
Segunda	28/03	2	<i>Subgrupo geometria</i> Ampla discussão sobre figuras planas, espaciais. Necessidade de pesquisa para aprofundamento sobre questões de linguagem, como chamar a face do cubo, como lado do cubo e vários outros conceitos. Assim como na referência de uma pirâmide apenas ter base quadrada. Como diferenciar cone de pirâmide? E prismas de pirâmides? Algumas respostas são produzidas no encontro, várias outras indicadas para estudo e uma posterior retomada. Também há uma boa troca de experiência, a partir das relações pessoais vivenciadas com esse tema em outras instituições (educação básica) que levam para a discussão de suas futuras práticas docentes.
		3	<i>Subgrupo Números e operações</i> Discussão com números decimais, sugestão do jogo nunca 4 e introdução ao estudo com a sapateira (enquanto recurso didático).
Sábado	09/04	5	<i>A partir desse encontro, não há mais subdivisões em grupos menores. Todos discutem juntos sobre as temáticas de estudo</i> Discussão com números naturais, sobre a conservação de quantidades, em referência à Constance Kamii, como uma fonte de estudo compartilhada por Alice Estrela. A maior parte do tempo fica direcionado ao campo da geometria: discutindo algumas questões com o uso do Mecano, sobre definições de quadrado/losango/paralelogramo. Algumas questões que permeiam o estudo: Por que estudar essas figuras? Qual a razão de ser? O que tem sentido para os alunos? A partir da discussão sobre figuras uni, bi e tridimensionais. O que seriam? O grupo levanta conjecturas e há questões para serem estudadas.
Segunda	11/04	4	Breve discussão da sapateira (com SND), materiais, agrupamentos e possibilidades didáticas com alunos autista/cegos. Estudo por meio de questões levantadas, acerca do SND – base, valor posicional, sistema romano e outros.
Sábado	30/04	4	Discussão sobre a questão “Para que servem as expressões numéricas?”, a qual foi estudada e compartilhada por Alice Estrela para validação junto ao grupo. Discussão no âmbito da geometria, sobre a problemática no estudo de figuras tridimensionais representadas no bidimensional, a partir de uma produção didática realizada por Alice Pinheiro. Isso possibilita aliar à discussão com um texto que aborda a temática em questões oriundas de avaliações externas. O encontro é finalizado com a discussão de uma questão que possa romper com o que sempre vemos em LD, de modo a pensarmos sobre estratégias didáticas e possíveis conjecturas dos alunos: Como construir um cubo dada somente a medida de uma aresta? Discutiram sobre a viabilidade de um ensino voltado a um trabalho coletivo com toda a classe, em que fosse proposta no quadro e depois os alunos pudessem passar a algumas manipulações. Possibilidade de início de uma discussão em torno de conhecimentos meso, micro e macroespacial, mas que não foram retomadas.
Segunda	02/05	3	Diálogo sobre o que vem a ser inclusão para nós. Discussão sobre tecnologias assistivas, como o Dosvox, o papel do erro no processo de ensino e aprendizagem e o uso do software para a construção de conhecimentos.

Sábado	14/05	3	Iniciando algumas sistematizações: Da divisão com naturais aos decimais. Como dividir 1 por 4? Que ideias perpassam a divisão? E a multiplicação?
Segunda	16/05	4	Iniciando algumas sistematizações: Da divisão com naturais aos decimais. Como dividir 1 por 4? Importância da linguagem correta ao se referir aos termos Quociente, dividendo, divisor, resto. Uma questão também, de acessibilidade!
Sábado	28/05	Não houve encontro	Encontro no sábado cancelado por conta da ausência de Alices e, como forma de manter a organização entre os encontros nos subgrupos, o encontro de segunda também foi cancelado.
Segunda	30/05		
Sábado	04/06	5	Apresentação de uma mídia (vídeo) desenvolvida pelo prof. Dr. José Luiz, de modo a discutir algumas ideias e fundamentos de geometria, com vista à institucionalização das discussões anteriores realizadas na pesquisa.
Segunda	06/06	4	Apresentação de uma mídia (vídeo) desenvolvida pelo prof. Dr. José Luiz, de modo a discutir algumas ideias e fundamentos de geometria, com vista à institucionalização das discussões anteriores realizadas na pesquisa.
Sábado	18/06	4	Sistematização realizada acerca da discussão sobre multiplicação, como possibilidades de ensino, discussão do algoritmo e retomada sobre a questão da tabuada. Questões levantadas sobre o uso do algoritmo e regras operacionais utilizadas sem compreender o que está sendo feito à luz do nosso SND.
Segunda	20/06	3	Idem ao encontro de sábado aliada a questões de acessibilidade didática no tema discutido.
Sábado	02/07	Não houve encontro	Não houve encontro de produção do PEP. Apenas uma breve conversa com Alice Lima, única participante do dia.
Segunda	04/07	2	Questionamentos envolvendo o vai um e empresta um - Adição e subtração com a sapateira – significados das operações junto ao ábaco e sapateira. Institucionalizando a passagem do concreto ao abstrato.
Recesso			
Sábado	30/07	3	Questionamentos em torno da adição e subtração com a sapateira, em retomada ao SND e institucionalização da proposta aliada à produção com o grupo de segunda.
Segunda	01/08	4	Possibilidades com o Soroban – encontro ministrado por Alice Marques (pessoa com deficiência visual)
Sábado	13/08	Não houve encontro	Não houve encontro de produção do PEP. Apenas uma breve conversa com Alice Garcia, única participante do dia, a qual também participou no encontro de segunda-feira (15/08).
Segunda	15/08	5	Institucionalização de algumas questões envolvendo as quatro operações aritméticas, em especial a multiplicação e divisão

Fonte: dados da pesquisa

Em relação às ausências de Alices, começamos novamente a senti-las após o quarto encontro de 2022. E como lidar com elas? O que estava interferindo? Entre os relatos enviados via whatsapp pudemos observar como fatores, o retorno presencial em alguns cursos de graduação, prazos de finalização de TCC e curso o que demanda foco para atender *condições* que imperam em outras *instituições*, no nível *Escola*, falta de tempo para a realização de pesquisa, muita demanda de trabalho nas escolas, dentre outros, como podemos perceber nos excertos a seguir:

Oi Alice D Silva, bom dia! Perdão por estar em falta com vocês, querida. Muita correria, muito trabalho por aqui. Estou com uma turma de quinto ano na rede, uma turminha bem difícil, no entorno fica uma comunidade carente. Peço mil perdões pela ausência, hoje eu não consigo participar, mas na segunda eu consigo. Hoje estou

terminando diários, notas e relatórios [...] (Alice Paula, whatsapp, 14/05/2022)

Igual eu te falei na mensagem, por que eu participei de poucos encontros por que tava tentando me organizar na questão de horário, eu sou muito organizada, mas acabou que em um grupo PET que eu já participo, saiu muitos integrantes e acabou demandando funções para quem ficou, e aí eu comecei a desencontrar, por que no sábado como eu sou mãe eu pego as responsabilidades da casa toda para o sábado, e de manhã o que eu faço é lavar a roupa, então tem que ser de manhã para estender, para secar, então assim, eu não consegui mudar essa realidade, aí eu mudei para segunda, falei não gente se puder na segunda para mim é ótimo que aí já está dentro do cronograma dos estudos, né, e aí, só que se, eu retornando com vocês eu vou ter que fazer no sábado mesmo por que meu período vai para a noite, então assim, já vai inverter tudo e eu vou ter que me reorganizar. (Alice Machado, em entrevista 02/02/2022)

Exemplos como esses nos mostram as diversas demandas que emanam do nível *Sociedade*, e de forma especial, da sociedade brasileira, e que são refletidas como *restrições* aos participantes para continuar o desenvolvimento de um *percurso de estudo e pesquisa* que exige, dentre outras *condições*, engajamento, pesquisa, estudo e, sobretudo, tempo. Esta é uma *condição* necessária para que as demais condições possam, talvez, serem contornadas. Deste modo, se esta *condição* não é satisfeita, ela representa uma *restrição*, o que faz parte da realidade da maioria dos professores da educação básica brasileira.

Terceiro cenário: Nano PEP semiaberto - Problemática do consumo consciente

Esse terceiro cenário efetivou-se em dois encontros tanto com o grupo de sábado quanto com o de segunda-feira. No total tivemos 8 participantes. A motivação para ele surge em alguns momentos de diálogo quando participantes do grupo ratificam a necessidade de se trabalhar na perspectiva de projetos, de modo a agregar diferentes áreas do conhecimento e que a Matemática pudesse fazer sentido para os estudantes nos anos iniciais em situações práticas e cotidianas. Aliado a isso, propusemos o desenvolvimento deste *nano PEP* para que também pudessemos realizar o fechamento dos *percursos de estudo e pesquisa* e uma última tentativa para que os participantes desenvolvessem seus próprios *MQR*, partindo da seguinte questão geratriz desse *nano PEP* - Q_{0NP}: “*Em que sentido uma prática de consumo não consciente pode impactar nossas vidas e o meio em que vivemos?*”. Motivadas também pela experiência de termos um professor cego que participara de toda a pesquisa, o que nos fez *despertar* para refletir sobre as *condições* que foram sendo demandadas para a constituição de um *sistema didático inclusivo*, projetamos a realização desse *PEP* com os olhos vendados para que todos os participantes pudessem vivenciá-lo sentindo um pouco do movimento da pesquisa na perspectiva inclusiva. Além disso, era possível que o grupo sentisse um pouco dos obstáculos

enfrentados por ele quanto à acessibilidade no uso de diferentes mídias, por exemplo, ao ouvirem somente os sons de alguns vídeos de um determinado tema, na ausência de possíveis audiodescrições das imagens que o compõem.

Tais encontros ocorreram nos dias 27/08 e 29/08, como uma introdução à nova experiência e nos dias 10/09 e 12/09, como retomada e síntese da experiência vivida, bem como realizamos a finalização dos trabalhos com o grupo de participantes da pesquisa.

No primeiro encontro, a doutoranda e sua orientadora trouxeram dois vídeos para fomentar o diálogo e a proposição de questões e respostas parciais à questão inicial. Após a discussão, a doutoranda esboçou um pequeno mapa com algumas questões e respostas produzidas no encontro e foi solicitado que os participantes complementassem o mesmo com suas produções individuais ou ainda pudessem confeccionar um mapa de questões e respostas individualmente, podendo este ser realizado em formato digital, em estilo de texto em word, em braille, com aplicativos de mapas mentais, redigido em uma folha sulfite, em cartolina com *post-its* ou qualquer outra forma. Assim, a ideia é que depois juntássemos e passássemos à produção de um mapa final, contemplando as questões e respostas de cada um.

Mais uma vez, a confecção do mapa não foi realizada e apenas alguns integrantes complementaram o mapa inicial com pelo menos uma questão ou resposta fruto de um processo de investigação. Como conclusão, observamos o quanto a atitude *retrocognitiva* alimentou o processo de produção do mapa, a partir das próprias relações institucionais vividas anteriormente, dificultando a ação de “*conhecer para frente*” tão necessária na caminhada em direção ao *PQM*, como explicitado por Chevallard (2012).

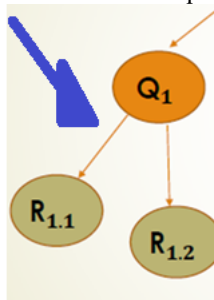
3 Nos (des)caminhos, recompondo com algumas trufas encontradas na apresentação da tese

Desde o primeiro *PEP* desenvolvido na pesquisa, a partir do caso de ensino de Alice, observamos junto aos (futuros) professores a potencialidade com o uso do *mapa de questão e resposta*, permitindo-nos uma visão ampla de um possível território de conhecimentos a ser desbravado, de modo a contribuir para a não fragmentação do conhecimento, além de se constituir como uma potente ferramenta epistemológica de conhecimento, conforme pontua Florensa *et al.* (2021). No entanto, a produção deste *Mapa* constituiu-se como uma possível *restrição* para muitos do grupo, talvez por ainda não ter sido uma ferramenta comumente utilizada por eles como um meio de organização do conhecimento. É aí que consideramos necessário um maior investimento no trabalho com essa ferramenta de estudo, de modo que

possamos caminhar em direção ao *PQM*.

No âmbito de um processo inclusivo junto a uma pessoa com deficiência visual, a confecção dos mapas em forma de árvore de questões e respostas também se constituiu como uma *restrição*, devido à falta de recursos físicos como folha para redação em braille e um suporte presencial para a produção coletiva do mesmo em tempo real do desenvolvimento de todo percurso de estudo e pesquisa. O acesso pelo professor com deficiência visual em nosso grupo a toda a produção do conhecimento realizada com o *MQR* que fomos elaborando, a partir dos diálogos estabelecidos, de modo que tivesse uma experiência tátil com as conexões desencadeadas, se deu somente ao final da produção de dados com os (futuros) professores em jogo. Contudo, mesmo criando algumas *condições* de acessibilidade quanto à produção dos *MQR*, esse ainda permanece um problema aberto para nós, visto que para a apresentação dos mapas em formato digital, as setas, que simbolizam as conexões entre uma dada questão e uma resposta parcial a ela, como sinalizamos na figura 5 a seguir, não são percebidas (lidas) no formato pdf, por leitores de tela, como é o caso do aplicativo NVDA utilizado no Windows 11. Além disso, também questionamos sobre a espacialidade própria de cada *MQR*, a qual pode ser percebida por meio de uma experiência tátil, mas que também não é capturada digitalmente, sem que haja uma audiodescrição da imagem construída ao final do processo.

Figura 5: Indicativo da conexão entre questões e respostas em um *MQR*



Fonte: dados da pesquisa

Em busca de respostas para a questão da acessibilidade dos *MQR* em formato digital, direcionamo-nos a alguns estudos como no campo da Computação que, estando no nível *Disciplina*, precisaria de uma relação interinstitucional, como expresso por Gascón (2011), no avanço de novas pesquisas em busca de uma possível superação desta barreira manifestada em nosso processo de investigação.

Diante disso, questionamo-nos como seria possível agir na escrita da nossa tese diante desta *restrição* e apresentar o resultado da mesma, de forma acessível e, como descrito por Gonçalves (2022), coerente com todo o percurso desenvolvido,

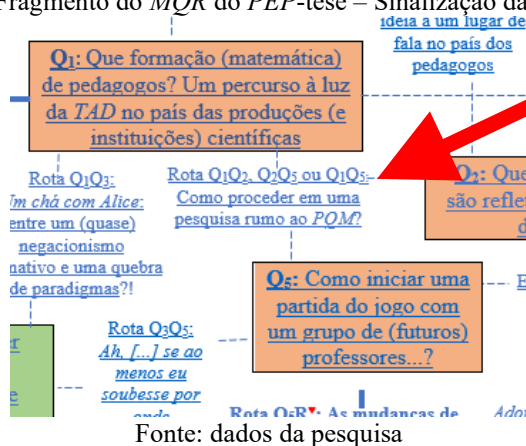


"a não ser que tenha sido escrita para ninguém, o que não é assim tão raro, você sabe" Carroll (2019, p.146).



Assim, foram necessárias algumas *condições* para que as conexões entre as caixas de texto dos *MQR* pudessem ser percebidas, constituindo-se como nosso “alto relevo digital”. Para isso, criamos rotas em forma de narrativas entre os textos que compõem a tese aliada a uma audiodescrição da imagem de um *MQR* que se forma, o que pode ser percebido no fragmento de nosso *MQR* deste *PEP*-tese, expresso na figura 6. Assim, a Rota Q_1Q_2 , Q_2Q_5 ou Q_1Q_5 demarca a conexão entre as caixas que compõem as Questões Q_1 , Q_2 e Q_5 , por exemplo. Estando as rotas nos entremeios de tais conexões, elas passam a ser lidas por leitores de tela, pois as rotas são textos e, conseqüentemente, passíveis de leitura.

Figura 6: Fragmento do *MQR* do *PEP*-tese – Sinalização da Rota Q_1Q_5



Para além de contribuir com a acessibilidade desta parte do *PEP*-tese, tais rotas ainda nos permitem conectar as diferentes ideias que são discutidas entre os textos que trazem as principais questões e respostas produzidas na tese.

Ainda no que tange à acessibilidade desta produção às pessoas com deficiência visual, a doutoranda buscou consultar integrantes da comunidade de pessoas com deficiência visual, tanto cegos quanto com baixa visão, e é com a voz deles que, tomados por nós como mídias/especialistas, ajudam Alice D Silva a compreender e ir validando as diferentes escolhas realizadas e *condições* observadas ao longo da produção de dados. Exemplo disso, pode ser observado na figura 7, momento em que a doutoranda busca uma validação tátil por meio de uma pessoa com deficiência visual, sobre o primeiro *MQR* tátil relativo ao *micro PEP* realizado na pesquisa. Na imagem que segue, é possível verificar ainda o quanto esse mapa ficou extremamente grande e, portanto, um tanto inviável de ser trabalhado de forma tátil.

Figura 7: Validação tátil do MQR referente ao Micro PEP semiaberto – o caso de Alice



Fonte: dados da pesquisa

Quanto à forma estética de apresentação desta pesquisa temos que a composição de textos, por meio do *MQR* construído, busca contemplar um formato multipaper, uma vez que os textos são produzidos em diferentes extensões. Isso é dito, pois, há textos possíveis de serem publicados e difundidos como artigos científicos, ao atenderem regras de submissão de periódicos da área de educação ou educação matemática, como é o caso do limite máximo de páginas para um artigo, e há textos publicáveis apenas no corpus desta tese. A escolha desse formato deu-se a partir das *condições e restrições* que foram interferindo para a própria constituição desta tese sentida e desenvolvida pela pesquisadora em formação. Um exemplo disso está na tentativa de deixar o mais detalhado possível o desenrolar do primeiro *PEP* desenvolvido, de modo que pudéssemos inferir o máximo de elementos que sustentassem nossa hipótese de pesquisa, em complementaridade a outras questões derivadas que perpassaram o percurso.

Por outro lado, a possibilidade de mobilizar a produção com multipaper ratifica ainda a *dialética recepção-difusão* de todo o conhecimento produzido pela doutoranda, Alice D Silva, e sua orientadora, Alice Bittar, de modo a tornar mais rápida a difusão da pesquisa em jogo e, inclusive, vislumbrando um melhor acesso a todo o corpus da tese. Cabe destacar que a dialética supracitada permite-nos validar o processo de construção de um *PEP*-tese, uma vez que em seu desenvolvimento o pesquisador faz uso de diferentes *mídias*, como forma de capturar alguns conhecimentos em torno de sua questão de estudo, validá-los, defendê-los entre os pares da comunidade de estudo e, conseqüentemente, difundir tais conhecimentos produzidos. De modo geral compartilhamos o fato de que,

Todas as escolhas e ações realizadas durante os estudos constituíram a metodologia mobilizada nesta pesquisa, bem como os procedimentos escolhidos e construídos para cada etapa. Nossa busca por desenhar uma resposta sobre como escrever um relatório de pesquisa que evidenciasse nosso processo de produção de forma coerente com a perspectiva teórica adotada, sempre foi embasada nos marcos teóricos da Teoria Antropológica do Didático. (Gonçalves, 2022, p.133)

Desta maneira também fomos observando parte de nossa própria transição entre paradigmas, buscando o *nonsense* no avesso de uma realidade que escapa ao que nos era conhecido até mesmo antes da decisão da pesquisadora em formação seguir seu [coelho branco](#) (orientadora) e, então, cair em um buraco - o doutorado. Afinal, como indagou Alice: “*De que serve um livro*”, pensou, “*sem desenhos ou diálogos?*” Carroll (2019, p. 35).

4 Reflexões sobre possíveis respostas parciais desveladas

Realizar uma pesquisa de doutorado em uma mudança de paradigmas, tentando romper com práticas tão enraizadas tanto em âmbito social quanto educacional é um grande desafio quando ainda temos um forte vínculo com o paradigma vigente. Nesse sentido produzimos este texto com o objetivo de identificar e analisar *condições* e *restrições* que imperam nos (des)caminhos percorridos na nossa proposta de pesquisa. Sobre isso, observamos que nossas dificuldades nesta transição se evidenciaram junto às demandas pessoais e/ou profissionais oriundas dos níveis *Sociedade* e *Escola* que foram interferindo na dinâmica da pesquisa, acarretando nas ausências e na fragilidade das práticas de estudo necessárias em um processo investigativo. Outra *condição* imprescindível condiz com a necessária mudança de *topos* de todos os envolvidos na pesquisa, o que por muitas vezes não ocorreu conforme o esperado, quando essa realidade é refletida por meio do espelho de nossa tese que também buscou caminhar em uma perspectiva inclusiva.

A mudança da atitude *retrocognitiva* para *procognitiva*, necessária no *PQM*, evidenciou-se muitas vezes como uma *restrição* na prática desenvolvida por meio da necessidade de um diálogo *com*, o que nos leva a refletir sobre práticas que permitam que em um *PEP* todos os participantes envolvidos percebam a necessidade de se cultivar a autonomia e o estudo para a produção de conhecimentos de forma coletiva. De forma geral, o que expusemos nesse texto foi também tentando operar com o que propõe Chevallard (2012, p. 162): “dado um conjunto de restrições *K* impostas a uma terna didática (*x*, *y*, *O*), quais condições podem ser criadas ou modificadas - ou seja, quais são os gestos didáticos que eles podem fazer - de modo que *x* estabeleça algum tipo de relação com o objeto *O*?” Foi com esta intenção que buscamos não descartar as questões que poderiam nos levar a acessar algumas respostas parciais em direção à nossa questão inicial de investigação, levando-nos a estabelecer possíveis gestos didáticos que pudessem contribuir para que aos poucos fosse possível ir rompendo com uma postura de cidadãos pré-herbartianos, o que ratifica uma caminhada em direção ao *PQM*.

Como encaminhamento para novos estudos propusemos a reflexão sobre

potencialidades e limitações do uso dos *mapas de questões e respostas*, em ambientes digitais ou não, de modo a buscar *condições de acessibilidade didática* para pessoas com necessidades educacionais específicas, e, de forma especial, às pessoas com deficiência visual, conforme intentamos em nossa pesquisa.

Por fim, as *condições e restrições* que analisamos nesse texto corroboram para o acesso das nossas possíveis respostas parciais e sobre as quais são validadas por um grupo de especialistas (banca de avaliadores desta pesquisa), sendo esse composto por diferentes *mídias* que escolhemos, e que nos permitirão mobilizar a análise da produção aqui realizada, na finalidade de dar corpus à produção da *resposta coração* do nosso referido PEP-tese.



A Rainha recostou-se em uma árvore e disse, muito gentil: "Pode descansar um pouco agora." Alice a fitou, espantada: "Ora, tenho a impressão de que não saímos daqui esse tempo todo! Está tudo igualzinho antes!"

"Claro que está", respondeu a Rainha, "o que você esperava?"

"Bem, no nosso país", disse ainda ofegante, "quando corremos nessa velocidade e por tanto tempo, geralmente, chegamos a um lugar diferente."

"Mas que moleza de país!", exclamou a Rainha. "Já aqui, precisamos correr, e muito, para continuarmos no mesmo lugar. Se quer chegar a um lugar diferente, tem que correr pelo menos duas vezes mais depressa do que isso!"¹⁵(Carroll, 2021, p.54)



Referências

ASSANE, Adelino Inácio. *Práticas curriculares no ensino básico: tecendo e narrando redes de experiências na formação continuada dos professores da disciplina de Ofícios em Moçambique*. 306 f. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Federal Fluminense, Niterói, 2017.

ASSUDE, Teresa; PEREZ, Jean-Michel; SUAUI, Géraldine; TAMBONE, Jeannette; VÉRILLON, Alette. Accessibilité didactique et dynamique topogénétique: une étude de cas. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, La Pensée Sauvage, 34 (1), p.33-57, 2014.

BALL, Deborah Loewenberg; THAMES, Mark Hoover; PHELPS, Geoffrey. Content knowledge for teaching: what makes it special? *Journal of Teacher Education*, 59(5), p. 389-407, 2008.

¹⁵ Para acessar o mapa de questões e respostas, [clique aqui](#).

BOSCH, Marianna. *Study and research paths: a model for inquiry*. In: International Congress of Mathematics. Rio de Janeiro, Brazil, 2018.

BROUSSEAU, Guy. *Introdução ao estudo das situações didáticas: conteúdos e métodos de ensino*. 1ª ed. São Paulo: Ática, 2008.

CARROLL, Lewis. *Aventuras de Alice no País das Maravilhas*. Tradução: M. Heloisa, L. Durazzo. Rio de Janeiro: DarkSide Books, 2019.

CARROLL, Lewis. *Alice através do Espelho*. Tradução: M. Heloisa. Rio de Janeiro: DarkSide Books, 2021.

CHEVALLARD, Yves. *Passé et présent de la théorie anthropologique du didactique*. In Congrès international sur la théorie anthropologique du didactique, p. 705-746, Baeza (Espagne). L.Ruiz-Higueras, A. Estepa, & F. Javier García, 2007.

CHEVALLARD, Yves. *La notion d'ingénierie didactique, um concept à refonder*. Clermont Ferrand, p. 16-23, 2009a.

CHEVALLARD, Yves. *Théorie Anthropologique du Didactique & Ingénierie Didactique du Développement*. In: *Journal du Séminaire TAD/IDD – 1* ; p.1-39, 2009b.

CHEVALLARD, Yves. *Le fait de la recherche*. In: *Journal du Séminaire TAD/IDD – 3* ; p. 1-8, 2009c.

CHEVALLARD, Yves. *Teaching mathematics in tomorrow's society: a case for an oncoming counterparadigm*. *Journal of Research in Mathematics Education*, v. 2, n. 2, p. 161-182, 2012.

CHEVALLARD, Yves. *Des Questions?* In: *Journal Du Séminaire TAD/IDD – 4*, p. 1-35, 2013.

CHEVALLARD, Yves; CIRADE, Gisèle. *Pour une formation professionnelle d'université: éléments d'une problématique de rupture*. *Recherche et Formation*, 60, p. 51-62, 2009.

CURI, Edda. *O conhecimento do professor para ensinar Matemática nos anos iniciais: indicações de pesquisas, reflexões e desafios*. In: TRALDI Jr., Armando; TINTI, Douglas da Silva; RIBEIRO, Rogério Marques. *Formação de professores que ensinam matemática: processos, desafios e articulações com a educação básica*. *Sociedade Brasileira de Educação Matemática – Regional São Paulo*, São Paulo, 2020.

FAUSTINO, Ana Carolina; MOURA, Amanda Queiroz; SILVA, Guilherme Henrique Gomes da; MUZINATTI, João Luiz; SKOSVSMOSE, Ole. *Macroinclusão e microexclusão no contexto educacional (Macroinclusion and microexclusion on education context)*. *Revista Eletrônica de Educação*, v. 12, n. 3, p. 898–911, 2018.

FLORENSA, Ignasi; BOSCH, Marianna; GASCÓN, Josep. Question–answer maps as an epistemological tool in teacher education. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 24(2), p. 203-225, 2021.

FREIRE, Paulo. *Pedagogia da autonomia: saberes necessários à prática educativa*. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 2022.

GASCÓN, Josep. Las tres dimensiones fundamentales de un problema didáctico. El caso del álgebra elemental. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 14 (2), p. 203-231, 2011.

GATTI, Bernadete Angelina. Formação Inicial de Professores para a Educação Básica: as licenciaturas. *Revista USP*, p. 33-46, 2014.

GONÇALVES, Kleber Ramos. *Elaboração de um modelo epistemológico de referência e de uma proposta de ensino para os inteiros relativos influenciado por um grupo de estudos com professores*. 253f. Tese (Doutorado em Educação Matemática). Universidade Federal de Mato Grosso do Sul. Campo Grande, MS, 2022.

NEVES, Tatiani Garcia. *Um estudo com uma professora da educação básica e os fatores que interferem na prática de ensinar matemática*. 200f. Tese (Doutorado em Educação Matemática). Universidade Federal de Mato Grosso do Sul. Campo Grande, MS, 2022.

NÓVOA, Antonio. *Professores – Imagens do futuro presente*. Lisboa: EDUCA. ISBN: 978-989-8272-02-7, 2009.

RUIZ, Alicia; SIERRA, Tomás; BOSCH, Marianna; GASCÓN, Josep. Las matemáticas para la enseñanza en una formación del profesorado basada en el estudio de cuestiones. *BOLEMA*, 28, p. 319-340, 2014.

SHULMAN, Judith H. Happy Accidents: cases as opportunities for teacher learning. *Annual Meeting of the American Educational Research Association*, New Orleans, 2002.

WINSLOW, Carl. MATHERON, Yves. MERCIER, Alain Jacques. Study and research courses as an epistemological model for didactics. *Educational Studies in Mathematics*, v. 83, n. 2, p. 267-328, 2013.

Bem-vindo à Rota Q₃Q₆:

Em todo caminho que sigo nesta trilha, parece que dou de encontro à porta que dá acesso à minha casa!

Na tentativa de desenvolver um *PEP* aberto visando romper com o paradigma vigente na formação de (futuros) professores que ensina matemática e, de forma especial, na formação relativa à docência nos anos iniciais, percebemos que transitamos por muitos momentos de entradas e saídas do *paradigma visita às obras (PVO)*, algumas vezes, com razão de ser para que ocorressem, outras, por já estar tão entranhado em nossas próprias práticas professorais. Transitamos ainda com elementos da Teoria das Situações Didáticas (TSD) que se alia a um estilo de formação docente, fruto de anos de estudo, pesquisa e ação didática que não tem como esquecer nesse momento de travessia.

Na mesa, tomando um  chá com Alices foi possível perceber possíveis ressignificações para o valor do zero, um questionamento, para além do be-a-bá de conceitos base no campo da geometria e dentre tantos outros aspectos conceituais e didáticos. Mas, diante de tais fatos está aí uma das bases de sustentação de uma pesquisa que busca se materializar rumo ao *PQM*: o estudo. No entanto,  [Alice, Tartaruga de Mentira e o Grifo](#) nos fazem lembrar de algo que não tem como fugir:



E vocês estudavam quantas horas por dia?", perguntou Alice, ansiosa para mudar de assunto. "Dez horas no primeiro dia", respondeu a Tartaruga de Mentira, "nove no segundo, e assim por diante."

"Que rotina peculiar!", exclamou Alice.

"É por isso que se chama  'ex-tudo'", esclareceu o Grifo. "A cada dia, o tudo da véspera se torna passado."⁹²



___ No fim das contas, Alices, *quem elegeu a busca, não pode recusar a travessia*⁹³, não?!

___ E aí está um dos pontos chave de nossa pesquisa, né, Alice? Em aprender com as *condições e restrições* que se evidenciam no desenvolvimento de nosso *PEP*-tese.

No entanto, como bem lembra Rubem Alves, *os grandes mestres na história da humanidade só tinham, à sua disposição, um recurso: a fala*⁹⁴. E o que podemos com ela?

A partir de alguns enigmas ou trufas que integram esse *PEP*-tese, podemos decifrá-los ou tropeçar com eles nas paradas que logo se aproximam¹⁶.

¹⁶ Para acessar o mapa de questões e respostas, [clique aqui](#).

Bem-vinda(o) à Q₂!

Q₂: Como romper com o paradigma vigente na formação docente brasileira?

Alice, para chegarmos a uma possível resposta para essa questão precisamos antes nos permitir realizar algumas perguntas anteriores a ela, de modo a nos debruçar para compreendê-las. Para um início de conversa, já poderíamos sinalizar tais questões, como sendo:

Q_{2.1}: O que compreendemos por Paradigma?

Q_{2.2}: Que ferramentas utilizar para romper e/ou quebrar com um paradigma?

Q_{2.3}: Qual é o paradigma vigente e quais suas características?

Q_{2.4}: Se há uma busca por romper com o paradigma vigente, qual é uma alternativa possível a ele? Como este processo pode se dar na formação docente?

Diante de tais questões podemos começar nossa argumentação amparadas por elas e outras que, provavelmente, irão surgir a fim de nos guiar nessa aventura, não? Pois bem...

Quando pensamos em paradigmas já nos vem à mente o filósofo Thomas Kuhn que se debruçou sobre o conceito no âmbito da discussão científica e que concebe paradigmas como sendo “realizações científicas universalmente reconhecidas que, durante algum tempo, fornecem modelos de problemas e soluções para uma comunidade de praticantes de uma ciência.” (Kuhn, 1998, p. 13) No âmbito educacional e de acordo com nossa lente teórica, a Teoria Antropológica do Didático (Chevallard, 2013, p. 163), um paradigma didático corresponde ao “conjunto de regras que prescrevem, mesmo que de forma implícita, o que se estuda – quais são as apostas didáticas O – e quais as formas existentes para estudá-las”. Desta forma, o autor nos leva a compreender que em determinado período histórico temos que algum paradigma é considerado dominante e sobre isso lista três paradigmas, a saber: 1) o *paradigma de celebração de grandes autores*, 2) o *paradigma de visita às obras* e, 3) que, ainda se encontra em uma fase embrionária, o *paradigma questionamento do mundo (PQM)*. (Chevallard, 2013, 2020) No primeiro paradigma considerado, por volta de 300 a.C., o autor evidencia que se estudava as obras oriundas de um autor de referência, como Aristóteles, Euclides, para compreender, por exemplo, o que cada um tinha a contribuir com algum tema de estudo, como política ou geometria. O segundo paradigma se dá na transformação do estudo de autores de referência para obras compostas e/ou oriundas de diferentes autores, por exemplo, que são organizadas e estudadas até hoje na escola, “sob o nome de disciplinas: estudamos então “álgebra” (e não álgebra de Viète), “geometria” (e não geometria euclidiana), etc.”, como nos

sinaliza Chevallard (2020, p. 102). Esse paradigma se origina mais especificamente a partir do século XVIII e é ele o paradigma vigente em que nos referimos nessa Q₂ PEP-tese. Além disso, é estudado, conforme expresso pelo autor, como *obras-disciplinas*, sobre as quais são tomadas como monumentos a serem visitados pelos educandos. Assim, no *paradigma visita às obras (PVO)*, o sistema didático S é constituído por $S(X, Y, O)$, no qual os alunos (X), em uma posição passiva sobre o saber, são meros expectadores da apresentação que o professor (Y) faz das respectivas obras (O) que os leva a estudar. Em tempo: cabe sinalizar ainda que tal ação didática desencadeada pelos professores é fruto do quanto eles são ainda “guiados” pelas determinações externas oriundas dos [*níveis Escola e Sociedade*](#), referentes à *escala de codeterminação didática*.

Assim, é que vemos que nosso sistema escolar é constituído sob o amparo desse paradigma, da mesma forma que estão postas nossas aulas de matemática quando, por exemplo, o professor determina que se faça a resolução de uma dada equação, sem nos questionar sobre o seu conceito, o funcionamento das próprias técnicas ali usadas e, sobretudo, sem saber porquê a estudamos.

No entanto, alguns aspectos do *PVO* podem ser ativados em uma proposta didática amparada em um novo paradigma e, neste ponto, você pode estar se perguntando: mas, que loucura é essa, Alices? Sim, com Khun (1998) consideramos que romper com um paradigma não quer dizer que há uma proposição de algo totalmente oposto a esse, o que nos confirma o fato de que a ciência é cumulativa. Ou seja, se a ciência produz conhecimentos sobre DNA, por exemplo, e ao longo do tempo, vão surgindo novas descobertas, estas podem levar a modificar muitos aspectos oriundos do paradigma dominante, mas alguns outros podem permanecer, o que compreendemos que vai se constituindo num possível jogo científico. Dessa forma, no exemplo que demos sobre uma aula de resolução de equação, não significa que no novo paradigma, em nenhum momento, o professor poderá realizar sua resolução, por exemplo. O fato que muda é que essa ação se dará com uma razão de ser e não seguindo a todo momento as mesmas regras pré-estabelecidas ou derivadas do *contrato didático* instituído.

Desta forma Alice, você já pode ter percebido há muito tempo, que uma ferramenta que já estamos ativando para romper com esse paradigma, é a TAD, não? E é aí que entramos no terceiro paradigma elencado por Chevallard (2020), o *PQM*. Esse paradigma vem justamente propor uma abordagem investigativa, cujo estudo é movido por uma questão de pesquisa, chamada questão geratriz – Q_0 , que gerará novas questões a serem investigadas (Q_i), bem como nos defrontaremos com diferentes obras O e, obteremos possíveis respostas parciais $R^\diamond$ às

questões que nos amparam no processo de investigação, até chegarmos a constituir uma resposta final, denominada $R^\forall$. Nesse processo, os estudantes X possuem um papel ativo sobre o saber e o professor Y , na posição de ajudante do estudo, guia-os no percurso didático. A operacionalização desse novo paradigma se dá com o *percurso de estudo e pesquisa (PEP)*, sendo esse um dispositivo didático e metodológico. Chevallard (2013) sinaliza para o fato de que a postura de um cidadão no *PQM* deve ser movida pela *procognição*, ou seja, não ficar restrito a seus conhecimentos prévios, o que seria uma marca da *retrocognição*, bem como não negar qualquer questão que ainda não a conheça, permitindo-se abrir para o novo. Assim, o autor considera a constituição de um novo sistema didático $S(X, Y, Q)$, no qual as questões tomam o lugar das obras pré-definidas e sobre o qual é inspirado por Johann Friedrich Herbart (1776-1841), fundador da pedagogia como disciplina científica (Bosch, 2018). Assim, esse novo sistema é representado pelo esquema herbartiano $[S(X;Y;Q) \leadsto M] \hookrightarrow R^\forall$, no qual o meio (M) é constituído pelas diferentes questões, respostas oriundas da investigação, assim como as obras consultadas, relatórios redigidos pelos próprios estudantes, dentre outros recursos que são ativados no processo de estudo.

Cabe ainda ressaltar que, tendo o professor no papel de diretor de estudo, um guia, mas sendo os estudantes os protagonistas no processo de pesquisa, há a necessidade na mudança de *topos* (lugar), quando comparado à posição do professor no *PVO*. Nesse caso, consideramos a evolução das responsabilidades sobre o saber (*topogênese*), que passa a não ser somente do professor, mas de todos, inclusive do aluno. Assim, temos que os estudantes podem assumir diferentes posições na dinâmica constituída, podendo também vir a ser ajudantes do estudo, e cujas obras estudadas não são definidas previamente, mas são ativadas na medida que a comunidade de estudo percebe que as mesmas podem responder tais questões de estudo. Elas constituem-se como ferramentas importantes para a obtenção e validação de respostas encontradas que devem ser validadas, em especial, pelos alunos, e na confrontação com outras fontes de estudos, denominadas por *mídias*. Desta maneira, a essência do *PEP* é de caráter aberto e indeterminado, construindo um leque de conhecimento cada vez mais amplo. Diante do caráter aberto desse modelo didático e, de modo a enriquecer o trabalho de estudo, há alguns *gestos didáticos* que gerenciam seu desenvolvimento, os quais tomamos pelas *dialéticas*⁹⁵ que se fazem necessárias na constituição deste percurso. Com base em Chevallard (2011), temos que um gesto didático pode ser compreendido como algo que se faz ou poderia fazer com a intenção de que se possa estudar uma dada questão e/ou obra ou, no caso de um professor, o que pode ou poderia fazer para ajudar X estudar uma dada questão e/ou obra.

Nesse sentido, Ruiz-Olarría (2015) propõe que a proposta do *PEP* realizada por Chevallard (2009) precisaria fazer parte da formação do professor e que os mesmos pudessem viver e também trabalhar com dispositivos, tais como o *PEP*. Assim, a autora evidencia que

[...] se o objetivo é preparar para uma transição efetiva do paradigma monumentalista para o Paradigma Questionamento do Mundo, a própria formação de professores requer dispositivos didáticos que não se baseiam unicamente no paradigma monumentalista e, portanto, devem fazer uso de uma ou outra forma de dispositivos com uma estrutura do tipo *PEP* (estudo de questões, meios de comunicação e meios didáticos etc.). Portanto, propomos um dispositivo didático com uma estrutura de *PEP* focada na formação dos professores, o *PEP-FP*. (RUIZ-OLARRÍA, 2015, p. 136).

A estrutura do *PEP-FP* elencado por ela, se dá pela execução de cinco módulos formativos. O módulo M_0 tem como questão motivadora “como ensinar um determinado conteúdo? Já o módulo M_1 concerne a proposta de “viver um *PEP*”, ou seja, o formador prepara um *PEP* para que os (futuros) professores possam, na condição de estudantes, vivenciá-lo. No módulo M_2 , busca-se fomentar uma análise do *PEP* vivido, assim, os professores e/ou futuros professores passarão a propor alguma proposta de ensino, a partir da vivência que tiveram no módulo anterior, de modo a realizar uma comparação entre as propostas à luz dos paradigmas *PVO* e *PQM*. No módulo M_3 , é proposto que haja a elaboração de um *PEP* para ser trabalhado com os estudantes da educação básica e o último módulo M_4 , concerne a execução do *PEP* elaborado na etapa anterior para que possa ser vivido com os estudantes da educação básica.

Analisando a dinâmica de atuação do *PEP-FP* consideramos que nossa tese apresenta uma proposta de desenvolvimento de um *PEP* na formação de professores, mas que não o analisamos na perspectiva do *PEP-FP*, por não termos planejado a execução amparada no modelo relatado. No entanto, observamos que os *PEP* desenvolvidos com o grupo de professores que trabalharam conosco, os quais podem ser retomados em [Q3 PEP-tese](#), [Q4 PEP-tese](#) e [Q6 PEP-tese](#), podem ter sido mobilizados mesmo que, implicitamente, com base nos módulos 0 e 1 descritos acima. Embora o módulo 2 não tenha sido desenvolvido, a forma dialógica com a qual nosso movimento de pesquisa foi proposto, pode nos levar a inferir que os participantes puderam lançar luz sobre a proposta de um paradigma vigente, o *PVO*, e àquele que estávamos juntos tentando caminhar, o *PQM*.

Assim, cabe ressaltar que a dinâmica do *PEP* que almejávamos e, com vista a romper com o paradigma vigente na formação docente, em especial, na formação de professores e futuros professores dos anos iniciais, passava pelo seguinte questionamento: como desenvolver um *PEP*, de modo a levar em conta as necessidades dos sujeitos que participam de um grupo de formação, sem que o formador sempre apresente a proposta de uma questão geratriz para o

estudo coletivo? Assim, consideramos esse ponto de partida, tendo em vista as pesquisas brasileiras que utilizaram o *PEP* e, de forma especial, nas teses que utilizaram o *PEP* e que foram analisadas no período de 2011 a 2021, por Barreto (2023). A partir da referida investigação foi possível observar que a maioria das teses se constituía como um *PEP* fechado, (Chevallard, 2009a), e mesmo àquelas que realizavam *PEP* semiabertos ou abertos, tinham a questão geratriz de trabalho com os participantes, partindo sempre do pesquisador/formador. Esse fato nos potencializou ao investimento de uma investigação mais aberta que pudesse ir além dos *PEP* fechados, e com o intuito de atender uma proposta não verticalizada de ensino e um caminho a se refletir sobre a atuação em uma perspectiva inclusiva. À medida que nosso *PEP* foi ocorrendo fomos observando que era preciso um complemento à nossa lente teórica, tendo em vista a mobilização de uma questão que surge, para nós, pesquisadoras, em nosso *PEP-tese* “E como lidar com um problema didático inclusivo, a partir do encontro com uma pessoa com DV?”, a qual pode ser desbravada em [Q4 PEP-tese](#). Para tratar esta questão, sentimos a necessidade de nos equipar para a mobilização e análise da sensibilidade afetiva necessária em qualquer sistema didático, inclusive o nosso, desenvolvido na perspectiva de uma proposta que perpassa uma mudança paradigmática.

Desse modo, passamos a considerar que no âmbito da TAD, Chevallard (1992) admite como um termo primitivo, a noção de objeto (O) e, para ele, qualquer coisa pode ser um objeto, inclusive aí, o objeto O – sensibilidade afetiva. Assim, no âmbito da dinâmica cognitiva podemos observar que se esse objeto é conhecido para uma determinada pessoa X, temos então a relação de uma pessoa X com um dado objeto O, ou seja, $R(X, O)$, conforme é sinalizado pelo autor. Contudo, isso não seria suficiente para tomarmos a TAD como uma lente teórica que nos amparasse nessa discussão. Isso nos levou ao contato com a Pedagogia Freiriana (Freire, 2022): com ela e a proposta do *PQM*, acreditamos que seria possível sustentar um elemento essencial na constituição de nossa tese:

Um percurso de estudo e pesquisa constituído na transição de paradigmas e que leva em conta alguns gestos didáticos fundamentais evidenciará condições e restrições para sua realização em um sistema didático inclusivo (X, Y, Q), além de provocar (re)construções nos equipamentos praxeológicos dos (futuros) professores envolvidos neste percurso.

Esse elemento que nos referimos compõe a tese acima e diz respeito a um dos gestos didáticos fundamentais que tomamos, a dialética educador-educando. Essa dialética passa a ser constituída por meio da sensibilidade afetiva, a partir da abertura ao *diálogo com* em um sistema didático S.

Desse modo, consideramos que “A prática educativa é tudo isso: afetividade, alegria, capacidade científica, domínio técnico a serviço da mudança ou, lamentavelmente, da permanência do hoje” (Freire, 2022, p.140). O autor sinaliza ainda para o fato de que é necessário uma abertura para o querer bem aos educandos, e nessa perspectiva é que entendemos que a sensibilidade afetiva condiz com uma escuta sensível que se faz urgente em um sistema didático que busca ser inclusivo. Uma escuta que leve em conta as condições necessárias de todos os educandos para que possam vivenciar um processo de estudo com acessibilidade didática que, conforme apontam Assude *et al.* (2014, p.35), é relativa ao “conjunto de condições que permitem que os estudantes acessem o estudo dos saberes: formas de estudo, situações de ensino e de aprendizagem, recursos, acompanhamento, apoios [...]”.

Assim, isso ainda nos redireciona para o fato de que, como evidencia Freire (2022), o trabalho de um educador perpassa uma condição humana fundamental na educação que é, justamente, a consciência de que, como seres históricos, somos inconclusos. Sendo essa também uma condição fundamental na mudança paradigmática que nos ampara, isso nos leva a considerar a abertura, tanto do educador, quanto do educando, a aprender, a conhecer, no exercício constante do desenvolvimento de nossa autonomia, o que, para o autor, se funda na própria responsabilidade. Ao olharmos para o que propusemos com o PEP, temos ainda que

o papel da autoridade democrática não é, transformando a existência humana num “calendário” escolar “tradicional”, [...], mas, mesmo quando tem um conteúdo programático a propor, deixar claro, com seu testemunho, que o fundamental no aprendizado do conteúdo é a construção da responsabilidade da liberdade que se assume. (Freire, 2022, p. 92)

Desta forma, a dialogicidade na perspectiva freiriana, cujo diálogo entre educador e educando não se dá *para* ou *sobre* e, sim, *com*, sinaliza para a não verticalização de um ensino que se dá na relação de educador para educando. Essa concepção pode ser superada por meio da dialética educador-educando, o que vai ao encontro da proposta do PEP quando a atuação no novo paradigma precisa da necessária mudança de *topos*, tanto de X quanto de Y no sistema didático *S*, ou seja, uma mudança na topogênese.

A topogênese (Chevallard, 1985) diz respeito aos diferentes lugares e responsabilidades que os sujeitos podem vir a ocupar em um determinado sistema didático: por exemplo, o lugar do “professor”, o lugar do “aluno”. Para nossas análises, parece-nos importante distinguir topos, posição e papel (Assude, Perez, Suau, Tambone, Vérillon, 2014): o topos é o lugar proporcionado pela instituição; posição é a maneira pela qual um sujeito ocupa aquele lugar; o papel diz respeito às funções que o sujeito assume em determinado lugar ou posição [...]. (Assude et. al., 2014, p.4)

Portanto, consideramos essa condição fundamental já que a mesma amplia o *topos* dos alunos, bem como é possível notar que a condução do estudo não fica apenas direcionada ao

professor. A perda de sua centralidade quando ele era a única fonte de estudo dos alunos e cuja resposta final era construída e/ou obtida por sua responsabilidade, evidencia a necessária ruptura com o *paradigma visita às obras*, conforme evidenciado por Chevallard (2009b). Assim, percebemos que a perspectiva de uma proposta didática movida pelo *Paradigma Questionamento do Mundo (PQM)* nos move para uma necessária problematização dos moldes tradicionais de ensino, em especial, o que perpassa a formação (matemática) do professor dos anos iniciais, conforme foi sinalizado em nossa [QJPEP-tese](#).

Além disso, cabe ainda sinalizar que a pesquisa de Carvalho (2022) evidencia elementos de aproximação entre a TAD e a Pedagogia Freiriana, o qual infere sobre o alinhamento entre eles visando superar um ensino pautado na repetição e/ou reprodução de conhecimento. Assim, a perspectiva de romper com o estudo de “respostas prontas”, sem razão de ser, sem contribuir para a formação crítica do educando vai ao encontro de uma necessária educação problematizadora e, conseqüentemente, alinhada a uma perspectiva de fato inclusiva que compõe o cenário aqui almejado por nós. Dessa forma, consideramos que este texto é como um ponto de partida para um necessário avanço nas pesquisas que possam se debruçar sobre a dimensão afetiva no sistema didático *S*, mantendo vivas as necessárias condições de acesso ao saber a todos os educandos.

Algumas análises e movimentos de estudos na direção sinalizada nesse texto poderão ser sentidos por você, Alice, em alguns outros labirintos dessa tese...

Rompendo com ...¹⁷

ASSUDE, Teresa; PEREZ, Jean-Michel; SUAUI, Géraldine; TAMBONE, Jeannette; VÉRILLON, Aliette. Accessibilité didactique et dynamique topogénétique: une étude de cas. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, La Pensée Sauvage, 34 (1), pp.33-57, 2014.

CARVALHO, Dierson Gonçalves de. *Estabelecendo aproximações entre a teoria antropológica do didático e a teoria freireana*. Tese (Doutorado em Educação Matemática e Tecnológica) – Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 136f, 2022.

CHEVALLARD, Yves. Fondements et perspectives d’une approche anthropologique du didactique. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, v. 12, n. 1, p. 73-112, 1992.

CHEVALLARD, Yves. Assumer un changement civilisationnel: pacte scolaire et mathématiques. *Éducation & Didactique*, vol.14, n.1, p. 101-109, 2020.

¹⁷ Para acessar o mapa de questões e respostas, [clique aqui](#).

CHEVALLARD, Yves. *La notion d'ingénierie didactique, um concept à refonder*. Clermont Ferrand, p. 16-23, 2009a.

CHEVALLARD, Yves. *Remarques sur la notion d'infrastructure didactique et sur le rôle des PER*, 2009b. Disponível em: <http://yves.chevallard.free.fr/>

CHEVALLARD, Yves. Contraparadigma Emergente. *Journal of Research in Mathematics Education*, v. 2, n. 2, p. 161-182, 2013.

CHEVALLARD, Yves. *Introdução à teoria antropológica do didático*. Curso ministrado de 4 a 13 maio de 2011, Universidade Bandeirantes de São Paulo (Brasil), 2011. Disponível em: http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/article.php3?id_article=210

FREIRE, Paulo. *Pedagogia da Autonomia*. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 2022.

KUHN, Thomas Samuel. *A Estrutura das Revoluções Científicas*. 5. ed. São Paulo, SP: Perspectiva, 257 p. (Coleção Debates), 1998.

RUIZ-OLARRÍA, Alicia. *La Formación Matemático-Didáctica del Profesorado de Secundaria. De las Matemáticas por Enseñar a las Matemáticas para la Enseñanza*. Tesis de Doctoral. Universidad Autónoma de Madrid. Madrid/ES. 2015.

Bem-vinda(o) à Rota Q₂Q₃ ou Q₀Q₃:
Ah, [...] se ao menos eu soubesse por onde começar.⁹⁶

Como partir do nada? De um marco zero? Se acredito já ter percorrido por tantos outros caminhos antes de chegar até aqui?

Como nos lembra Paulo Freire, *só existe saber na invenção, na reinvenção, na busca inquieta, impaciente, permanente, que os homens fazem no mundo com os outros. Busca esperançosa também!*

Desse modo, em busca de fomentar um processo de estudo *com* os (futuros) professores, de modo que pudessem mergulhar na proposta em direção ao *PQM*, era necessário criar um espaço que contribuísse para que fosse possível criar laços entre os sujeitos de nossa instituição – PEPMat, quando tínhamos todos uma questão docente em comum; o de como ensinar e aprender matemática nos anos iniciais?!

Para a materialização da proposta e dentre condições e restrições que aparecerem para nós, refletimos: pode um *PEP* ser originado a partir de conceitos tão mínimos, aparentemente pequenos e específicos, ou ainda, nas palavras de Yves Chevallard, por uma possível praxeologia pontual? E ainda, desencadear discussões tão amplas que possam adentrar em outros ramos da matemática e/ou áreas de conhecimentos?

É, Alice, talvez aí, poderia estar um sinal para a não fragmentação dos conceitos que hoje estão tão engendrados nos currículos escolares, não?! Seria possível uma produção de conhecimento tanto quanto quisermos movidos a partir de um ‘simples’ questionamento ou até mesmo de uma situação que pudesse ter o potencial suficiente para desencadear por ela o desenvolvimento de um *PEP*? E o que se faz necessário para a sua operacionalização? Essas são algumas das cenas que dialogaremos em suas próximas paradas...¹⁸

¹⁸ Para acessar o mapa de questões e respostas, [clique aqui](#).

Bem-vinda(o) à Q3!

Q3: Como ocorre a partida inicial do jogo com um grupo de (futuros) professores que ensinam matemática dos anos iniciais? Aprendendo a desenhar PEP na transição de paradigmas

Uma regra conhecida, como um *spoiler*

A partir da pergunta mobilizada no título deste texto, você, leitor(a), pode estar se indagando sobre que jogo é esse que aqui trataremos. Confessamos que essa é uma pergunta facilmente explicável quando comparada a outras que surgirão nesse percurso ao qual você está convidado(a) a se aventurar e refletir conosco. Também não demorará para perceber que a resposta derivada a essa questão diz respeito a nossa pesquisa de doutoramento. Assim sendo, nos propusemos a analisar o percurso desenvolvido nos primeiros encontros realizados com professores e futuros professores dos anos iniciais oriundos de diferentes instituições brasileiras de ensino. A produção dos dados realizada neste início ocorreu entre os meses de outubro e dezembro de 2021, com cinco encontros online por grupo, pela plataforma do *google meet*, tendo o seguinte problema docente como um engajamento que inicialmente uniu todos os participantes envolvidos: Que matemática ensinar e aprender nos anos iniciais? Como ensiná-la?

Como em todo jogo há regras de funcionamento, o nosso é alicerçado na Teoria Antropológica do Didático (TAD) proposta por Yves Chevallard, tendo como regras *a priori* alguns elementos teóricos que perpassam uma mudança paradigmática do *Paradigma Visita às Obras* (PVO) ao *Paradigma Questionamento do Mundo* (PQM), e que se concretiza na forma de um *Percurso de Estudo e Pesquisa* (PEP), Chevallard (2009a). Mas, afinal, o que são PVO, PQM e PEP?

Em busca de responder a estas perguntas, recorreremos à Chevallard (2013, p. 163), que apresenta um paradigma didático como sendo um “conjunto de regras que prescrevem, embora implicitamente, o que deve ser estudado - quais podem ser as obras didáticas O - e quais são as formas de estudá-las”. Nesse sentido, o PVO corrobora com o processo de ensino que estamos imergidos ainda hoje, o qual pode ser pensado metaforicamente como uma visita a monumentos, sendo esses vistos como saberes que devem ser contemplados pelos alunos, ao ouvi-los na exposição feita pelo professor em sala de aula, sem ao menos conhecerem suas

próprias razões de ser. Contudo, diante das inconsistências desse paradigma que remonta de uma longa tradição histórica, o autor nos convida a caminhar em direção ao *PQM*.

Nesse paradigma, cabe aos alunos realizarem o estudo, de forma coletiva e/ou individual, sob direção do professor/pesquisador. Partindo de uma questão geratriz (Q_0) que permitirá gerar o estudo de diferentes obras [com razão de ser], ao acessar diferentes mídias, será possível levantar diferentes questões e respostas parciais a serem validadas a partir de um meio pertinente, que levarão à resposta final ($R_{\heartsuit}$). Esse processo é materializado por meio de percursos de estudo e pesquisa (PEP). (Silva e Bittar, 2024, p.590, inserção nossa).

Agora, como caminhar em direção ao *PQM*? Ah, essa é a grande questão em jogo!
Por ora, sabemos que um meio para esse deslocamento dar-se-á por meio de um *PEP*,

um dispositivo didático e metodológico constituído por um modelo de perguntas e respostas, baseado em gestos didáticos descritos como *dialéticas de investigação* (Chevallard, 2011). Aliada às *funções didáticas* (mesogênese, cronogênese e topogênese), as dialéticas nos permitem identificar e descrever possíveis mudanças que imperam no funcionamento do sistema didático na execução de um PEP, bem como outros elementos teóricos que julgamos necessários na análise deste processo. (Silva e Bittar, 2024, p. 590).

Amparadas nesse tripé apresentamos, nos próximos tópicos, o desenrolar de nossa entrada ao jogo, analisando os diálogos ocorridos em cinco encontros síncronos e momentos de estudo nos (des)encontros assíncronos por meio do *whatsapp*. Cabe ressaltar que jogaremos com nossa aposta (tese) de pesquisa que concerne ao fato de que, um percurso de estudo e pesquisa constituído na transição de paradigmas e que leva em conta alguns [gestos didáticos](#) fundamentais evidenciará *condições e restrições* para sua realização em um *sistema didático* inclusivo (X, Y, Q), além de provocar possíveis (re) construções no *equipamento praxeológico* dos futuros professores e professores envolvidos neste percurso.

Essa aventura analítica se entrelaça com o cenário de Alice no País das Maravilhas, obra literária de Lewis Carroll (2019), em um movimento dialético entre arte e educação matemática, sobre o qual é constituído a partir da leitura dos dados produzidos na pesquisa. Cabe destacar que nomeamos todos os participantes de nossa pesquisa de “Alices” seguidos de seus sobrenomes, na intenção de ratificar, com esta nomenclatura, o fato de que todos estão inseridos na aventura que esta tese – *PEP* representa.

Embora seja possível que já tenhamos realizado outras paradas, a casa à vista nos parece ainda não habitada. Que tal começarmos o jogo por ela?!

E por onde devo começar a partida desse jogo com o grupo formado?



“Comece pelo começo,” respondeu o Rei, muito sério, “e continue até chegar ao final; só então pare.” (Carroll, 2019, p. 146)



Para o vosso Rei, até parece que as coisas já são todas pré-conhecidas assim, não? O aceite do convite por nós realizado aos professores e futuros professores que ensinam ou ensinarão matemática nos anos iniciais foi o que permitiu que formássemos um  "Grupo Estrambótico", Carroll (2012, p. 56), como o de Alice no País das Maravilhas, constituído por uma rica diversidade cultural e diferentes experiências formativas oriundas do cenário brasileiro.

"[...] eu tenho um certo bloqueio com a matemática e eu pensei assim, quando a gente tem alguma dificuldade com alguma coisa a gente tem que buscar, correr atrás pra poder fazer o melhor quando a gente tiver atuando na sala de aula, por isso que estou aqui [...]" (Alice Matos, 23/10/2021)

"[...] estou trabalhando na rede de XXXX no fundamental, me sinto um pouco perdida em como abordar a matemática com as crianças, então estou aqui, né, tentando me sentir menos perdida." (Alice Perez, 23/10/2021)

"[...] eu sinto muita dificuldade em trabalhar matemática, por isso que me interessou, me chamou muita atenção à pesquisa. Eu quero aprimorar a minha prática para poder não ter uma matemática como me foi ensinada, eu quero fazer diferente. Por isso que eu estou aqui com vocês" (Alice Paula, 08/11/2021)

Unindo o útil ao agradável, no desejo de discutir sobre a problemática didática que envolve a matemática e a formação do (futuro) professor dos anos iniciais, é que tanto as Alices participantes do grupo quanto Alice Bittar e Alice D Silva estão buscando não ser reflexo de um espelho monumentalista de ensino fruto do *PVO*. Por esta razão é que alinhamos ao nosso objetivo de pesquisa analisar um *percurso de estudo e pesquisa* que ocorre na transição de paradigmas com esse grupo de participantes. Dessa maneira constituímos juntos/juntas um espaço alternativo que permitisse nosso diálogo: os encontros pelo *google meet*.

Após a aprovação do projeto pelo comitê de ética e seguindo todos os trâmites necessários, o primeiro encontro ficou marcado para o dia 23/10/2021. Por uma questão de tempo, afinal, dezembro é um período de recesso acadêmico, a pesquisa precisaria atender uma condição urgente: a discussão que fosse proposta inicialmente precisava terminar até dezembro de 2021. Deste modo, devido ao tempo destinado para o trabalho didático, percebemos que o nosso *PEP* passaria a ser constituído como um *micro-PEP*, como observado por Chevallard (2009b, p.7), "poderíamos dizer, haveria, portanto, [...], *PEP*, *micro-PEP* talvez, até *nano-PEP*, mas *PEP!*".

Foi aí que a doutoranda Alice D Silva havia perdido o seu [coelho branco](#) (a orientadora) de vista. Era o momento de refletir, na tentativa de desenhar, mesmo que hipoteticamente, uma possível estrutura sobre a projeção do *PEP* e, finalmente, iniciar o jogo. Reparamos que



"Havia portas em toda a extensão do cômodo, mas todas trancadas. Depois de percorrer o local e testar cada uma das portas, Alice caminhou desanimada até o centro do salão, pensando se algum dia conseguiria escapar dali." (Carroll, 2019, p. 38)



Foi então que lhe ocorreu uma ideia e pensou: por que não uma possível (re)invenção? Por que não reverter algumas regras em jogo, trabalhar com as desregras?



"Além do mais, nem é uma regra de verdade: 🗝 [acabamos] de inventar" (Carroll, 2019, p.145, supressão de termo e inserção nossa).

"Porém, ao percorrer o espaço novamente, notou uma cortininha que não reparara antes, e eis que atrás dela havia uma porta pequenina [...]" (p.38).



Encontrando então a pequena 🗝 chave dourada, a doutoranda sentiu que seria ela quem abriria aquela 🗝 porta tão pequenina e, com o retorno do coelho branco em cena,



"Alice testou a chavezinha dourada e constatou, satisfeita, que servia na fechadura!" (p.38).



Apostando que conseguiríamos iniciar e finalizar esta parte da pesquisa de campo a tempo, planejamos a entrada no jogo, por meio de um estudo com uma questão que pudesse ser aberta o suficiente para desencadear um percurso de estudo e pesquisa que fosse experimentado por todos os integrantes do grupo. É claro que não poderia faltar a possibilidade de que ocorresse a *devolução do problema*, conforme propõe Brousseau (1986), permitindo a entrada e permanência no grupo durante todo o jogo, já que a tomamos como uma condição necessária para que o PEP possa viver em um determinado cenário didático.

Desta forma, a questão geratriz (Q₀), nossa chavezinha dourada, foi construída em forma de uma situação problemática, amparada nos casos de ensino de Shulman (2002), como instrumentos para a aprendizagem do (futuro) professor e inspirada no texto "Joãozinho da Maré" de Rodolpho Caniato⁹⁷, assim como nas experiências formativas de Alice Bittar, envolvendo a temática dos pares e ímpares. Criamos um caso ficcional com muitos traços da realidade que perpassa o cenário brasileiro da profissão professor - *O caso de ensino da professora Alice* 🗝.

O caso de ensino de Alice

Alice, uma professora que atua há mais de dez anos nos anos iniciais, nos procura relatando um episódio ocorrido em uma aula de matemática que ministrou em uma turma de primeiro ano do ensino fundamental. Antes de nos contar o episódio, ela inicia dizendo que no início da docência ministrava aulas de forma bem tradicional, devido a sua insegurança diante de situações imprevisíveis que ocorriam em sala de aula e que fugiam de seu controle. Com o passar dos anos passou a investir em diversas formações continuadas para professores. Segundo ela, a constituição de grupos colaborativos nestas formações foi um fator fundamental para o seu desenvolvimento profissional, o que lhe permitiu vivenciar uma prática de ensino mais voltada à investigação, tornando suas aulas mais dinâmicas, dialogadas, sempre procurando instigar os alunos à descoberta dos conceitos que pretendia ensinar, sendo este, a seu ver, um modo eficaz para provocar aprendizagens. No entanto, essa é uma prática que, infelizmente, ainda não corresponde às suas aulas de matemática, uma vez que por ter muitas dificuldades nesta área, estas acabam sendo mais expositivas e sempre seguindo, passo a passo, o ritual proposto em um livro didático de sua preferência, o que lhe dá segurança e controle sobre a situação de ensino. Porém, há menos de um ano Alice também passou a inovar em suas aulas de matemática, tendo uma prática mais investigativa, trabalhando com diferentes recursos didáticos, dispondo tempo para estudo na área, e se permitindo abrir seus horizontes para o mundo da matemática e a aprender com seus alunos. Contudo, em uma aula que ela decidiu introduzir os números pares e ímpares à sua turma de primeiro ano, Alice começou a “sentir seus pés fora do chão”. Para ela, esses conceitos seriam fáceis de serem trabalhados e nunca havia tido problemas antes para lecioná-los. Nesse episódio de aula, Alice resolveu separar alguns pacotes contendo várias meias coloridas e distribuiu um pacote para cada grupo de alunos, para que pudessem formar pares de meias e, conseqüentemente, decidirem se em cada pacote havia um número par ou ímpar de meias. Ela ainda havia comentado, inicialmente, que para saber *se um número é par, devemos conseguir formar grupos de dois elementos cada, sem sobrar nenhum elemento*. A professora relatou que ao iniciar a experiência, os alunos começaram a separar as meias, por pares de meias iguais. Isto é, duas meias brancas, duas meias de mesma cor, duas meias com a mesma estampa, etc. No entanto, havia pacotes que ela começou a observar com meias sem par, e isso começou a deixá-la confusa, pois no *grupo um* os alunos deixaram num cantinho duas meias, alegando que não poderiam formar um par de meias, já que uma era vermelha e outra verde. Além disso, esse grupo decide que o pacote tem

um número ímpar de meias, já que sobraram duas meias diferentes. Observando o trabalho do *grupo dois*, diante da mesma problemática vista no grupo um, Alice percebeu que João, aluno com deficiência visual, começa a discutir com os colegas que o pacote que receberam contém um número par de meias e que, portanto, não sobra nenhuma meia. Isso é dito quando João pega todas as meias e as separa de duas em duas, independente de cor ou estampas. Os colegas tentam dizer a João que ele havia formado grupos contendo duas meias diferentes e que isso não podia, mas João chama a atenção dos colegas que a professora não havia mencionado que os pares de meias deveriam ser iguais e que, portanto, o número de meias é um número par. João conta a quantidade de meias ao total e nota que há doze meias. Bia também mostra aos colegas que, a partir da fala de João, acredita que não sobrar nenhuma meia, já que é possível formar dois grupos contendo 6 meias em cada. Ouvindo a quantidade relatada por João e a fala de Bia, Alice se vê realmente perdida e acredita que não tenha feito uma boa escolha com essa atividade. Nesse momento o grupo chama a professora, e Alice, sem saber o que fazer, ouve os alunos e diz que logo mais discutirá a atividade. Percorrendo os demais grupos, Alice, inconformada e sem saber o que tinha causado tamanha confusão, chega ao *grupo três*, e se depara com a discussão dos alunos, quando eles estão se questionando se zero era um número par ou ímpar, já que todas as meias do pacote são diferentes e que nenhuma podem formar par. Desesperada, Alice se vê salva pelo sino que toca alertando os alunos que chegara a hora do recreio. A professora então, recolhe os pacotes e diz aos alunos que na próxima semana retomará com a atividade. Angustiadíssimos, os alunos saem para o intervalo, ainda discutindo sobre as possibilidades de formar ou não os pares de meia. Nesse momento, a professora não pensava em outra coisa, a não ser que precisava de ajuda. Saindo da sala de aula buscou conversar com a coordenadora, mas ela estava ocupada; recorreu à diretora que estava em atendimento com os pais de um aluno; ao chegar na sala dos professores, cada colega corria contra o tempo com seus afazeres e Alice se viu sozinha novamente. Até que, ao acessar seu e-mail, se deparou com um convite feito por nós, para fazer parte de um grupo de professores que queriam discutir sobre objetos de ensino em matemática para os anos iniciais. Alice, mais que depressa, mostrou-se interessada e logo nos procurou buscando ajuda, já relatando sua problemática.

**Após ouvir Alice no texto descrito acima, o que faremos para ajudá-la?
Que elementos ela coloca em evidência em sua fala?**

Com a leitura do caso de Alice, você, leitor, pode ter percebido um cenário que nos é familiar - o contexto escolar e, em especial, uma sala de aula de matemática e o quanto esse

parece um lugar propício para suscitar questionamentos e reflexões acerca de questões didáticas que o sustentam. Nesse sentido, o vemos com potencial para problematizar situações com as quais vivenciamos no *PVO*, bem como para questionar as *praxeologias* matemáticas que existem ou não, e as que poderiam existir nos anos iniciais do ensino fundamental relacionadas ao estudo dos números pares e ímpares, como no exemplo acima.

Vale destacar que a TAD considera que toda atividade humana pode ser modelada por meio de praxeologias. A noção de praxeologia é representada pelo quarteto $[T, \tau, \theta, \Theta]$, sendo este constituído pelo bloco prático-técnico $[T, \tau]$ e pelo bloco tecnológico-teórico $[\theta, \Theta]$, onde T são tipo de tarefas; τ técnicas; θ tecnologias e Θ teoria. Conforme explicita Bosch (2000), uma praxeologia ou uma organização matemática (*OM*)

é uma entidade composta por: tipos de problemas ou tarefas problemáticas; tipos de técnicas que permitem resolver os tipos de problemas; tecnologias ou discursos (“logos”) que descrevem e explicam as técnicas; uma teoria que fundamenta e organiza os discursos tecnológicos. Os tipos de problemas e os tipos de técnicas constituem o “saber-fazer” matemático, enquanto os discursos tecnológicos e teóricos constituiriam o “saber” matemático propriamente dito (Bosch, 2000, p. 16, tradução nossa).

Por meio desta noção e ressaltando a importância de percebemos a indissociabilidade entre o saber-fazer e o saber, já que, como dito por Chevallard (2009, p. 04): “Na perspectiva antropológica, não existe uma práxis que não seja acompanhada por um logos” é que podemos modelar as atividades matemáticas que se inserem na dinâmica de estudo do *PEP*.

Além disso, quando construímos o caso de Alice, havia ali a possibilidade de refletir e lançar luz sobre as questões oriundas à inclusão e, em especial, a necessária acessibilidade de uma proposta de estudo junto a pessoas com deficiência visual, questão essa que tangenciava o referido caso de ensino e sobre a qual consideramos mais que necessária não somente em caráter didático, mas como parte de todo nosso processo de formação humana. Assim sendo, cabe aqui ressaltar que *a priori* essa era uma questão que ainda não tinha sido prevista como parte do objeto de investigação desse *PEP* pela doutoranda, mas que poderia ser resolvida no processo de estudo, caso fosse do interesse do grupo.

Levando em conta que a presente tese também é vista como um *PEP* que foi sendo constituído ao longo do processo de doutoramento, esse duplo movimento nos leva a considerar alguns processos didáticos na execução de um *PEP*, como um deles que está sendo mobilizado por nós: a dialética *das caixas pretas e de luz*:

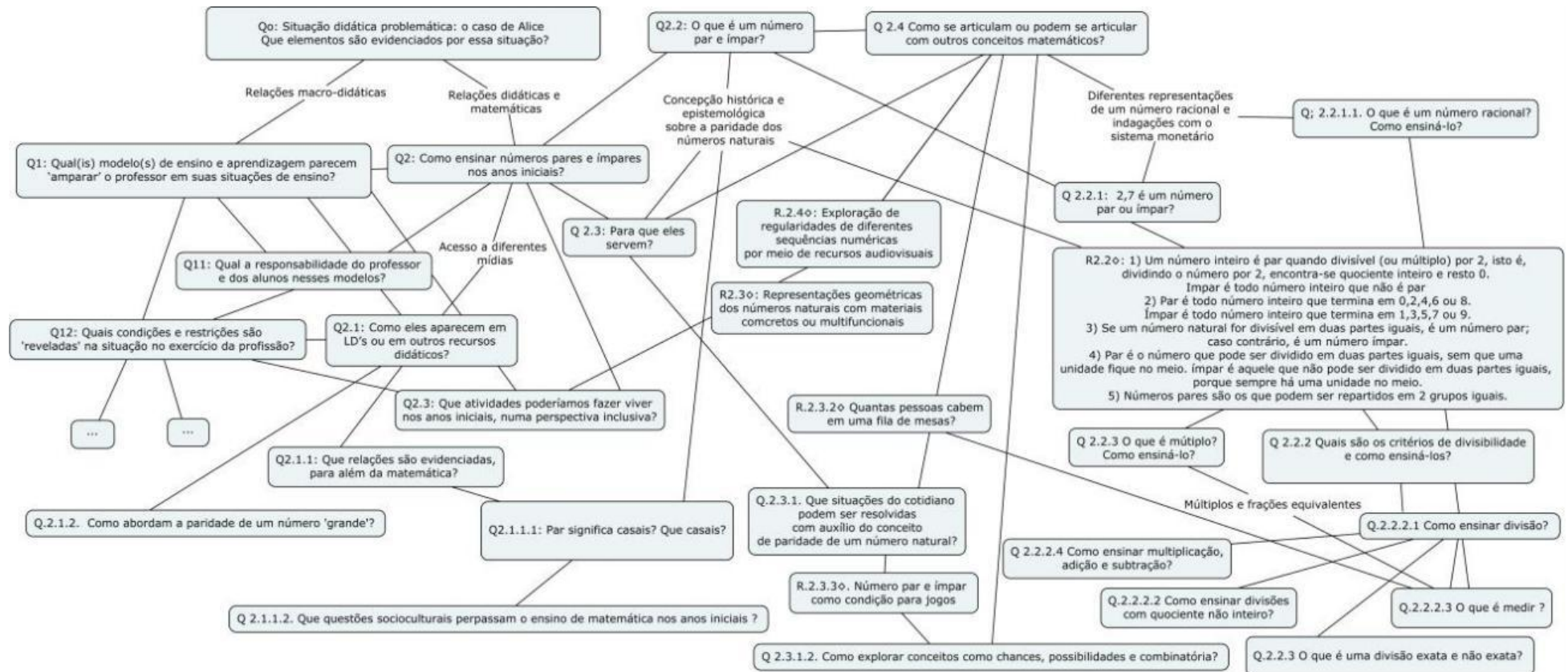
Dialética das caixas pretas e caixas de luz: refere-se à necessidade de estabelecer se uma obra merece ser estudada, esclarecida, analisada etc., ou se determinado conhecimento ficará em um nível cinza (Chevallard, 2007). Ficariam em cinza conhecimentos que não são essenciais para responder à questão geradora ou suas questões derivadas.

Essa dialética é oposta ao hábito escolar que aspira sempre à clareza total, a um estudo detalhado e especializado, como se o conhecimento de algo pudesse acabar (Otero et.al (2013, p. 23).

De todo modo, já antecipando alguns fatos, a caixa relativa ao estudo em uma perspectiva inclusiva foi aos poucos sendo desvelada e, assim, continuamente desbravada, já que um dos alunos do caso de Alice era cego, assim como um dos (futuros) professores do grupo constituído nesta pesquisa.

Após a elaboração do caso, passamos ao esboço de um mapa que contemplasse algumas questões e respostas que poderiam ser mobilizadas a partir do caso de Alice. A intenção na confecção deste mapa foi suscitada pela possibilidade de sentir se tal questão de pesquisa seria forte o suficiente a ponto de permitir fomentar um processo de estudo gerador de várias outras perguntas que demandariam o exercício da pesquisa para identificar e, posteriormente, validar as respostas encontradas, a fim de que pudesse se constituir em uma proposta de ensino consistente. Assim, finalizamos nosso mapa *a priori*, conforme expresso na figura 1.

Figura 1: Mapa *a priori* - o caso de ensino de Alice



Fonte: dados da pesquisa

Para se chegar a esse mapa, Alice D Silva realizou várias buscas ao consultar diferentes obras didáticas, como Jakubovic (1990), Parra e Saiz et. al (2009), Proulx (2019), Chevallard, Bosch e Gascón (2001), BNCC anos iniciais (Brasil, 2018), alguns livros didáticos de matemática voltados aos anos iniciais do ensino fundamental aprovados no PNLD 2019, como a coleção Buriti Mais, exemplares envolvendo a História da Matemática, Boyer (1974); Teoria dos Números, Freitas (2010), pesquisas envolvendo o pensamento algébrico nos anos iniciais, a título de exemplo, Blanton e Kaput (2000) e Zazkis (2009).



“Ora, só porque estava escrito ‘Beba-me’ na garrafa não significava que a esperta [Alice](#) fosse obedecer assim, num impulso. ‘Nada disso, vou examinar primeiro’, pensou [...]” (Carroll, 2019, p.40).



É nesse sentido que o acesso às diferentes mídias faz parte de um gesto didático que não se resume a aceitar tais produções como certas ou finalizadas, pelo contrário: é por meio delas que nos esforçamos para fornecer uma resposta à questão elencada, em vista de validá-la com os demais membros de uma comunidade de estudo que, em nosso caso, compreende um grupo de (futuros) professores dos anos iniciais. Esse gesto corresponde à *dialética mídia-meio* que está imbricada em um *PEP*, bem como

consiste em submeter um enunciado proveniente de uma mídia (ou seja, de um sistema que emite mensagens destinadas a determinados públicos) ao veredito de um meio “adidático”  com relação a este enunciado e a quem o questiona, ou seja, de um sistema que podemos assumir que a resposta à questão da veracidade desta afirmação é desprovida de intenção para com aquele que o questiona. (Marietti, 2009, p. 96)

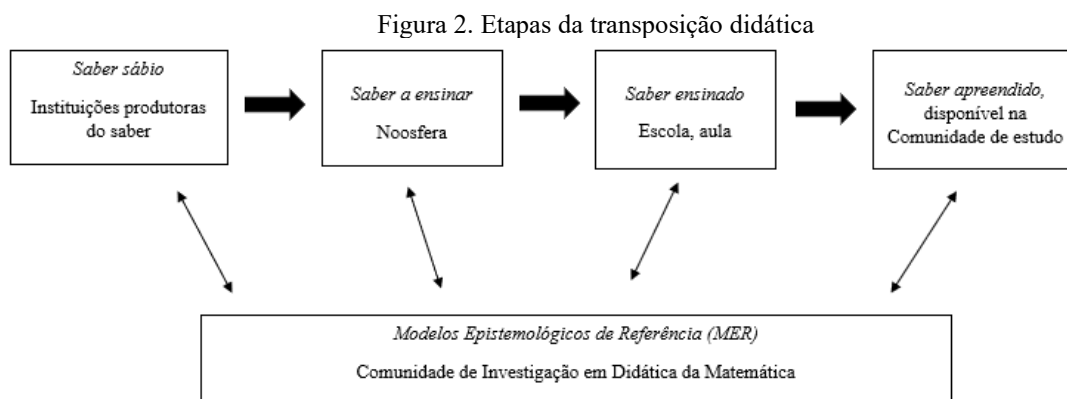
A partir de tais mídias utilizadas pela doutoranda durante a realização de seu estudo, foi possível ativar novos elementos em torno do objeto de investigação e, conseqüentemente, (re)construir seu próprio *equipamento praxeológico*. Como explicita Bosch e Gascón (2009),

É importante notar que as praxeologias geralmente não são construções individuais. O que é comumente considerado como o conhecimento, capacidade ou competência de uma pessoa corresponde ao que designamos como seu equipamento praxeológico, ou seja, o amálgama de praxeologias e elementos praxeológicos que a pessoa tem à sua disposição, isto é, que pode ativar em um determinado momento e sob certas condições e restrições dadas. (Bosch, Gascón, 2009, p.93)

Por outro lado, o processo de consulta às *mídias* em jogo também se faz com uma razão de ser, a que concerne ao estudo realizado pelo pesquisador em didática da matemática sobre seu problema de pesquisa, ou seja, o problema didático em jogo. Gascón (2011) identifica três

dimensões de um problema didático, sendo elas a dimensão epistemológica, a econômica-institucional e a ecológica. Apesar de neste texto discorrermos sobre tais dimensões de forma articulada a alguns processos de estudos desenvolvidos por todo o grupo constituído na pesquisa, cabe destacar que tais dimensões “não devem ser tomadas como propriedades obtidas a partir de uma análise a posteriori de problemas didáticos previamente definidos ou estabelecidos, mas sim como características definidoras e constitutivas da noção de problema didático [...]” (Gascón, 2011, p. 205).

Isto posto, temos que a dimensão epistemológica do problema didático nos permite questionar a atividade matemática que o permeia, como a mesma é constituída, interpretada e estruturada, como evidencia Gascón (2011). Para tanto é preciso levantar questões que levam em conta tal organização matemática, como são desenvolvidas, sua razão de ser e como migram de uma instituição a outra, conforme descrito pelo autor. Quanto à dimensão econômica-institucional, ela transita todas as etapas de transposição didática explicitadas na figura 2, de modo a suscitar “questões sobre o resultado que, num determinado período histórico, a ação da transposição didática produziu nas praxeologias matemáticas e didáticas” (Gascón, 2011, p.216).



Fonte: Gascón (2011, p. 214)

Em convergências às dimensões já relatadas, a dimensão ecológica de um problema didático contém as questões que giram em torno da seguinte pergunta: “porquê as coisas (a OM e a OD) são como são na contingência institucional e que condições seriam necessárias para que estivessem de outra forma dentro do universo do possível? [...]” Gascón (2011, p. 217)

Munidas desses questionamentos, nos amparamos em alguns preceitos da TAD para descrever e analisar o desenvolvimento desta pesquisa ao longo dos cinco encontros do

🔑 grupo estrambótico e sobre o qual trataremos nas páginas seguintes.

E como não mencionar sobre o porquê do uso dos *mapas de questões e respostas (MQR)* neste trabalho, por exemplo? Para tratarmos disso, é necessário rememorar o fato de que o *PEP* é movido por uma *dialética de questões e respostas* e que, segundo Bosch (2018b, p. 4040), é ela que nos “fornece uma prova visível do progresso da investigação e contribui para o que é chamado de cronogênese⁹⁸ do processo”. Essa dialética é operacionalizada por meio de um esquema herbartiano que leva em conta a constituição de um sistema didático $S(X, Y, Q)$, em que X pode ser visto como um grupo de pessoas que buscam estudar uma questão Q com ajuda de Y , sendo esses possíveis ajudantes/mediadores de estudo, cuja representação pode ser explicitada por $S(X; Y; Q) \Rightarrow M \Rightarrow R^\heartsuit$, tendo M como o meio didático constituído pelas diferentes questões e respostas que surgem no processo de pesquisa, bem como as obras consultadas e outros recursos e/ou elementos que poderão ser ativados e incorporados ao meio, como os próprios dados originados a partir de um diálogo coletivo. Assim, com o objetivo de responder à questão que gerou o processo de estudo, passamos a obter a resposta coração - $R^\heartsuit$ (Chevallard, 2009). Nesse viés, Bosch e Winslow afirmam:

O esquema herbartiano foi proposto como uma ferramenta para a análise dos processos de estudo e pesquisa. Através da descrição dos temas ou domínios matemáticos como uma árvore de questões e respostas [ou mapa de questões e respostas], ele oferece uma alternativa à visão comum dos conteúdos matemáticos [...] (Bosch e Winslow, 2016, p.33).

É nessa perspectiva que elaboramos o *MQR a priori*, não com o intuito de demarcar uma única direção de estudo, de forma a determinar um começo, meio e fim totalmente programado ou de certa forma a hierarquizar os conhecimentos produzidos. Pelo contrário, precisávamos nos equipar de ferramentas que nos fossem úteis para dirigir um processo de estudo coletivo, para (re)conhecer possibilidades que pudessem vir ao encontro com o que todo o grupo traria para o estudo e, por conseguinte, elaborar um novo mapa *a posteriori*. Afinal, era necessário nos preparar para o encontro, já que não há como negar que havia um grupo que esperava algo também das proponentes da pesquisa. E ao nos organizar para a partida do jogo é que percebemos o *MQR* como uma ferramenta potente de estudo para descrever as mais variadas conexões entre conhecimentos apreendidos nas diferentes instituições de ensino e que, na maioria das vezes, são vistos de modo desarticulados e fragmentados entre si (Ignasi, 2020). O *MQR* evidencia, ainda, uma forma de romper com o que geralmente é realizado no modelo tradicional de ensino, consequência do *PVO*, em que estudamos apenas respostas prontas sobre um conteúdo matemático, sem questionar o que estamos estudando nem o porquê. Como

observou Alice Borges ao ter o primeiro contato com o *MQR* em um dos nossos ☞ [chás](#) (convenhamos, uma ideia mais atrativa do que um mero encontro online, não?), nos apresentando possibilidades com eles para a atuação profissional do professor:

Em nossa prática pedagógica, fazendo um planejamento assim, e antes de iniciar um assunto eu poderia montar um mapa desse, de questionamentos e respostas. Quais são as possíveis dúvidas? De onde eu começo? O que é interessante? Então, você, enquanto professor, você mesmo fazendo esse mapa de questões e respostas, porque acho que você consegue ver o conteúdo de uma forma mais completa, parece que dá algo bem amplo, né? De onde a gente pode partir? Por que é importante? [...] Então eu acho interessante usar o mapa para pensar o planejamento. (Alice Borges, segundo encontro online - 06/11/2021)

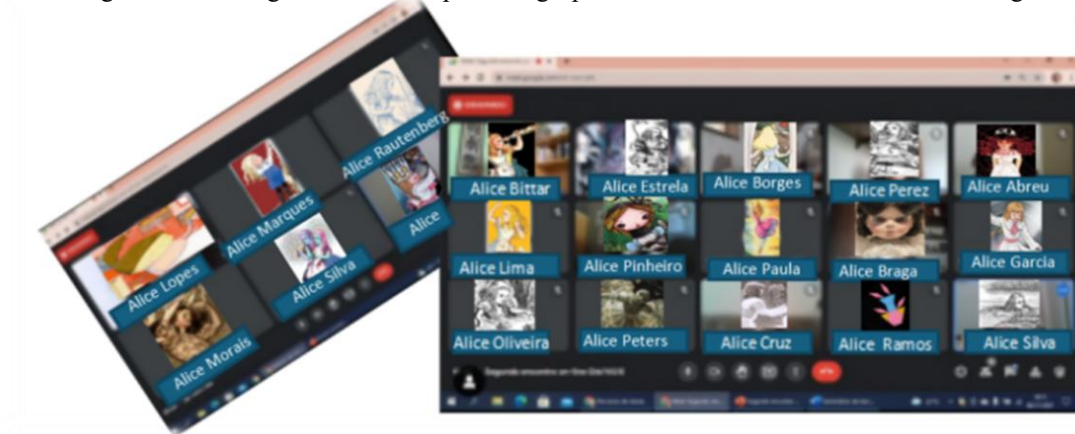
Desse modo é que operamos com mais uma regra em ação: fizemos a escolha de proceder com um percurso de estudo e pesquisa nutrido por um diálogo *com*, como na perspectiva de Freire (2022), na colaboração entre os pares, ao vislumbrar possíveis alternativas sobre o ensinar e aprender matemática na formação de professores, em especial, dos anos iniciais. Era de fato um caminho não percorrido antes, de modo que precisávamos caminhar e fazer o caminho, caminhando, como nos lembra Freire (1997).

Embora os componentes do ☞ grupo *estrambótico* tenham diferentes posições ocupadas no âmbito da pesquisa, como a de doutoranda/formadora/professora e a orientadora/pesquisadora - ambas mediadoras do estudo (Y); professores dos anos iniciais e futuros professores/participantes da pesquisa – estudantes de uma questão (X), temos que Y ajuda X a estudar a questão em jogo. Logo X está assumindo o papel de estudante, mas também pode assumir o papel, em algum momento, daquele que ajuda a estudar. Em síntese, somos todos Alices, nem mais nem menos. Alices em ☞ *chás* dialógicos em nosso *Brasil Brasileiro*⁹⁹! E como foram esses ☞ *chás*?

Ah, trataremos disso em nossas próximas jogadas!

Tomadas pela curiosidade, Alices entram no jogo 🔑

Figura 3: Personagens Alices compondo o grupo estrambótico em um dos 🗝️ chás dialógicos



Fonte: dados da pesquisa

Alice, que estava no país das maravilhas, havia acabado de se deparar com um lago de lágrimas que ela mesma havia provocado quando estava com dois metros e meio de altura e queria entrar por uma porta muito pequenina, ou era ela que estava grande por demais para conseguir passar pela porta? Ainda no lago, ao procurar uma forma de sair dali, Alice encontra um rato que a convida para ir até a margem. Afinal,

 "Estava mesmo na hora de partirem, pois o lago estava lotando com aves e animais que caíram ali dentro: havia Pato, Dodô, Lóris, Águia e diversas criaturas bem peculiares. Alice tomou a dianteira e o grupo nadou atrás dela até a margem". (Carroll, 2019, p.50) 

O primeiro chá dialógico ... 🔑

Assim como no País das Maravilhas, quando o grupo aceitou o convite para participar dessa pesquisa, Alice D Silva os convidou para que pudessem se reunir condicionados a uma situação, aquela ocasionada pelas medidas de isolamento social no período pandêmico. Dessa forma, decidimos pelo *google meet* como o local oficial para nossos encontros, quando ocorreriam nossos 🗝️ chás dialógicos para a construção de um primeiro PEP.

No dia 23/10/2021, em um sábado pela manhã, às 8h (horário de Mato Grosso do Sul), iniciamos nosso primeiro encontro com a presença de 22 convidados. Após a apresentação de cada participante, ao relatarmos o local de onde falavam, o semestre do curso ou instituição de

ensino que estavam cursando e/ou trabalhando, além de suas motivações pessoais por terem escolhido fazer parte deste  grupo estrambótico, Alice D Silva apresenta aos mesmos o caso supracitado de ensino sobre números pares e ímpares da professora Alice, realizando a leitura para todos.

Após ler o texto, as duas principais indagações finais permitiram iniciar o debate, que discorria sobre o que poderíamos fazer para ajudar a professora Alice e quais elementos nos eram apresentados para tanto. Quando Alice D Silva finalizou sua fala, já observamos as mãos sendo levantadas, o que sinalizou a constituição de nossas Alices, professoras/professores ou futuras/futuros professoras/professores, que apontavam o desejo de compartilhar suas impressões sobre o caso de ensino relatado por nossa colega de profissão.

 PARECIA MESMO UM GRUPO ESTRAMBÓTICO  o que se reuniu na margem: as aves com as penas enxovalhadas, os animais com o pelo grudado no corpo, e todos ensopados, mal-humorados e indispostos. A primeira questão, claro, era como se enxugar: confabularam sobre isso e, após alguns minutos, *pareceu muito natural a Alice*  *[(s) vendo-se] conversando intimamente com eles, como se os tivesse conhecido a vida toda. [...]*" (Garroll, 2012, p. 55-56, inserção nossa)



Nossa história se igualava à relatada acima, já que em poucos minutos de conversa, parecia que já nos conhecíamos há muito tempo; não havia hierarquias opressivas, como aqueles que sabem e os que não sabem, supremacias entre ser doutoranda, pesquisadora ou licenciada sobre os que estavam cursando uma licenciatura no início ou na reta final de um curso de pedagogia. Todos somavam uns com os outros. Cada fala compartilhada era repleta de sensibilidade, de ação e reflexão - “como unidade que não deve ser dicotomizada”, conforme evidenciado por Freire (2022a, p.73), do mesmo modo como cada um entra e colabora num jogo coletivo, na constante busca pela construção dos mais diversos conhecimentos que ali começavam a ser desbravados. Isto posto, nos parece mesmo o início, um primeiro passo em direção a uma educação libertadora, que se faz em comunhão.

Não há outro caminho senão o da prática de uma pedagogia humanizadora, em que a liderança revolucionária [educador]  , em lugar de se sobrepor aos oprimidos e continuar mantendo-os como quase “coisas”, com eles estabelece uma relação dialógica permanente. (Freire, 2022a, p.77, inserção nossa)

Graças ao recurso de transcrições das falas das Alices ainda podemos ouvi-las e estar em diálogo com elas, como nos fragmentos a seguir de uma das mais longas conversas em que cada um se manifestava.

Alice Ramos: Sempre tive dificuldade com a matemática, mas a gente que é professor, a gente tem que na hora de planejar pensar nas possibilidades, né? Mas, mesmo pensando nas possibilidades, o que pode acontecer na sala de aula, os questionamentos das crianças, e mesmo assim, eles nos surpreendem, né? [...] Eu acho que seria uma boa saída, propor, descobrir uma nova forma com as crianças, a gente podia ali até pensar junto. Ela propôs separar meias iguais, né? Aí teve um aluninho, uma criança, que falou não, né? O que é deficiente visual, então, eu acho que poderia mostrar para os outros alunos: olha o colega trouxe uma forma diferente de fazer pares, e aí a gente continuava, e aí descobria que dava para fazer pares que são iguais e pares que são... não sei gente...acho que tô agora pensando assim, né?

Alice Oliveira: Eu gostei bastante da historinha e fiquei curiosa para saber se ela é verdadeira ou fictícia e se Alice está no nosso meio, mas independente disso, o que me chamou a atenção talvez seria o aspecto da comunicação matemática aí, como o Lins trata sobre isso, né?  A professora tinha algumas expectativas e ela já esperava algumas respostas dos alunos, como ela relata no início, ah...par ou ímpar é um conceito simples, né? E muitas vezes nós pedagogos, por conta dessa falta talvez aí, com relação a

alguns conteúdos matemáticos, ah esse é facinho de ser trabalhado com os alunos e aí, a professora se depara com uma situação dessa e que daí, nesse aspecto comunicativo, as crianças tiveram um outro entendimento; o menino que tinha uma deficiência visual e ele despertou isso nas outras crianças também, então é muito interessante e eu acho que a discussão que a professora deve encaminhar na sequência é mesmo trazer para o debate, né? Pedir para as crianças, quais foram as hipóteses que aconteceram aqui, né? Cada grupo pensou de um jeito, nesse diálogo matemático, [...] A metodologia que ela usou ali, de levar os pacotes de meias, já é diferente, de simplesmente abrir a página do livro didático (LD) é uma atividade muito clássica que a gente vê lá no LD no primeiro aninho, é a atividade das meias em que as crianças vão circulando as meias para ver se deu par ou ímpar num determinado grupo aí. [...] E aí, a professora veio trazer esse novo aspecto investigativo e ela se sentiu desequilibrada com a situação, mas acho que o caminho é esse.

Alice Alves: Alice Oliveira falou o que eu havia pensado...acho que foi uma oportunidade de gerar a discussão na sala de aula, essas diferentes visões dos alunos. Então, acho que uma forma de lidar com a situação seria isso. Apresentando as formas como os alunos, as crianças, desenvolveram suas linhas de raciocínio sobre a atividade e levando adiante esse processo de investigação e descoberta, e

é isso né? As crianças vão encontrar soluções diferentes e que a gente não imaginou e vão surpreender a gente, mas acho que é um processo nosso, de aprender com elas também. 

Não é porque a gente está aqui num grupo com pessoas que já fizeram pesquisas, que estão no nível de graduação, que a gente não vai aprender com os estudantes também no ensino fundamental, na educação infantil.

Alice Bittar: [...] Essa atividade é bem disparadora mesmo, né? Vocês falaram alguma coisa do tipo: essa situação que a gente prepara e chega lá na hora e acontece uma outra coisa, acho que é sempre, né? Aí vem aquela questão, será que a gente consegue preparar super bem de modo que a gente esteja preparado para qualquer coisa que possa acontecer? Não sei, sou professora há 30 anos, claro que com o passar dos anos vamos aprendendo cada vez mais, né? O Tardif, especialista dos saberes, inclusive um dos autores que, principalmente, o pessoal da pedagogia, se não ouviu vai ouvir falar, Tardif, Shulman etc; e ele vai falar do saber da experiência, que é o que a gente vai aprendendo, [...] é como uma malinha, você vai acrescentando, mas mesmo assim, pode acontecer algumas coisas, né? [...] Então assim, o que ocorre é que a gente tá parando para pensar [...] A situação que ela colocou, de trazer meias, desestabilizou ela, né? E desestabilizar é bom ou ruim?

Alices, como fica nítida a importância do debate coletivo na sala de aula e uma prática para além das propostas fechadas de alguns LD, né? E, sobretudo, a possibilidade do aprender com...

Será que todos conheciam a proposta de Lins? Pode ser que indagar sobre isso, não atenderia a proposta principal de Q0. Mas, pensando bem, poderia até ser uma entrada ao tema, em uma outra circunstância, não?!





"Se alguém conseguir explicar esses versos" disse Alice [...] Eu não acredito que haja um átomo de sentido neles".

Os jurados em peso anotaram em suas lousas: "Ela não acredita que haja um átomo de sentido neles", mas nenhum tentou explicar o documento.

"Se não há nenhum sentido neles", disse o Rei, "isso nos poupa um bocado de trabalho, não é mesmo, pois não precisamos tentar encontrar nenhum. No entanto, não estou bem certo", prosseguiu, abrindo os versos sobre os joelhos e olhando para eles de rabo de olho; [...] (Carroll, 2013, p.159)



Alice, será mesmo que são desprovidas de sentido? Para você ter uma ideia, até o Rei sente que tem algo ressoando em nossos ouvidos, como possa até ter sido antecipado nos parágrafos anteriores, não?

[...] vendo toda essa discussão eu me lembrei de um exemplo, de uma colega da minha sala falando que a professora propôs que cada aluno fizesse um saci, do folclore, e aí ela mostrou um modelo de saci para que todo mundo fizesse em casa, enfim, ela deu tudo o que ela queria ali, mas falou para cada criança construir o seu saci e essa minha colega disse que ela fez um saci completamente diferente, usou materiais diferentes e quando chegou na sala todo mundo fez igualzinho ao que a professora mostrou e ela levou um que era muito diferente e a professora ficou frustrada. Ela tirou uma nota ruim por conta disso, porque não tava de acordo com aquilo que a professora tava esperando, mas ela levou o Saci, só que ela quis fazer da forma dela. Ela falou que pintou o gorro de outra cor, não pintou de vermelho, enfim, ela disse: Gente, eu não quero fazer igual a todo mundo, eu quero fazer o meu saci, né? E ela levou e não foi bem interpretada. Então, eu me lembrei disso  porque nós como professores, temos que nos preocupar com o que está sendo construído sabe, a gente quer a resposta dada, para nossa cabeça, o óbvio né? Então, todo mundo vai dar aquela resposta óbvia, né? E a gente não fica aberto às possibilidades, foi o que aconteceu ali... Então, quando acontece a exploração de várias possibilidades, é onde eu acho que a atividade deu certo, na minha opinião né, porque não é aquela coisa certinha, tudo óbvia, a pessoa chegou ali, trouxe e acabou. A gente pode discutir, ver outras formas e dali a atividade que parecia simples, tem um conceito muito maior e mais complexo. Então, acho que a atividade dela foi perfeita, mas ela não tava aberta e preparada para continuar a atividade, por que ali era uma atividade que ia continuar, não acabou naquele dia, não acabou a discussão,  e não é feio a gente não saber na hora, porque as vezes o professor tem disso né, ele tem que saber de tudo, e naquela hora ela viu que não sabia, ela ficou desesperada, queria perguntar para a diretora, coordenadora, [...] gente, sabe que eu não pensei nisso, vamos pensar e na próxima aula [...] acho que  a gente tem que estar aberto para o novo, e nós professores, temos que estar abertos para o novo, porque o aluno não é óbvio, cada um é um, né? E aí pode chegar coisas que a gente não estava esperando, como um saci de gorro azul. (Alice Lima)

Ao ouvir Alices nos fragmentos acima fica evidente o quanto o caso de ensino parece escancarar um leque de problemas das aulas em matemática, assim como ratificado por vários comentários - a necessidade de pesquisa que poderia ser fruto da ação da professora Alice na possibilidade de ser desencadeada por ela para fazer parte do *meio didático*, bem como se abrindo ao diálogo com eles, ao aprender com os estudantes. Afinal, Alice não perdera o jogo, um percurso de investigação poderia ser engatilhado em seus próximos encontros com a turma,

mas para isso é necessário “que a submissão à autoridade ceda lugar a uma cultura compartilhada de questionamento” (Chevallard, 2007, p.3).

É justamente essa barreira que Alices levantaram sobre a crença de que o professor deve “saber tudo” que, ratifica o pensamento comum de que o professor é, ainda, a principal *mídia*, senão a única, fonte de estudo do aluno em sala de aula. Essa configuração vista como quase incontestável consiste em uma *restrição* no processo de estudo do aluno que resulta de uma prática de ensino *monumentalista*. Da mesma forma que ocorre o equívoco em tomar *mídias* como provedoras de respostas prontas, sem um devido processo de estudo e reflexão para com elas, como é o caso de compreender como finalizado/pronto o que se tem nos próprios livros didáticos.

De todo modo, é preciso romper com esse autoritarismo, no qual o poder de decisão está o tempo todo nas mãos do professor, e se abrir ao reconhecimento, na prática, de que também aprendemos quando ensinamos. Isso também se relaciona ao “estar aberto para o novo”, conforme mencionado nos diálogos acima, e que se remete a uma *atitude procognitiva*, que Chevallard (2011) define como sendo a necessidade de projetar-se em direção ao conhecimento que ainda está por ser (re)construído e não ficar preso ao que é conhecido. Essa atitude é essencial a um cidadão que busca caminhar em direção ao *Paradigma Questionamento do Mundo*, na possibilidade de (re)construir conhecimentos inerentes à própria profissão docente, como aqueles expressos no caso de ensino em jogo. No entanto, “contra a pedagogia da visita às obras e da retrocognição, a pedagogia da investigação, que supõe uma tensão procognitiva, avança lentamente”. (Chevallard, 2011, p.135).

Eu gostei bastante assim da fala da Alice Lima, porque eu venho passando várias vezes por isso em sala de aula e as crianças fazem perguntas e eu, muitas vezes eu não sei a resposta. E aí me faz lembrar que na época que eu tava na pedagogia, a gente falava, conversava o tempo todo, né? Que a gente também aprende junto com as crianças e que a gente não sabe de tudo. Tá, mas quando chega na hora da sala de aula em que ela faz uma pergunta e você, caramba, eu não sei te responder...Primeiro eu fiquei super insegura e o que que eu faço, né? E aí eu comecei a ter essa atitude do tipo: olha, eu não sei! E eu falo isso para eles assim, abertamente, que eu não sei de tudo. E aí eu comecei a pesquisar em sala, assim, na minha sala não tem um computador, então eu uso muito o meu celular e aí eles eles gostam muito desse movimento da pesquisa e eu tenho estimulado bastante isso com eles. Às vezes eu desbloqueio a tela e falo assim: pesquisa aí! Aí, eu coloco no Google e assim eles pesquisam no celular. Eu vejo que isso estimula até de eles terem mais perguntas sabe e ou também no dia seguinte a gente desce para sala de computador e pesquisa o que eles quiseram saber no dia anterior [...] (Alice Perez)

Alice Peters: A primeira coisa que me chamou a atenção, ainda enquanto você lia a história, era que a professora estava procurando se renovar, e  sair da zona de conforto, o que acaba acontecendo quando pratica só a questão do

currículo, sobre o que é esperado no currículo, [...] mas ela não praticava isso muito dentro de sala de aula, eu acho que isso é um erro muito grande [...] onde as crianças podem descobrir a matemática ali na hora [...] Então, o fato dela ter se desesperado justamente, por

uma falta de prática, fez com que ela não conseguisse parar, pensar, respirar e arrumar uma situação que pudesse pelo menos começar ali a ter uma solução, porque ela não precisava ter resolvido aquilo agora, mas ela podia preparar o campo, para que numa

próxima aula fosse explicado de uma melhor forma.

Alice Batista: Porque eu lembro [...] que os professores se preocupavam mais em gravar do que ensinar. E eu acho que essa professora ela trouxe um ponto interessante que começou a gerar a discussão, né?  Foi além do gravar. Eu lembro que eu aprendi nos dedinhos, né? Zero, depois par, ímpar, par, ímpar, para gravar e não para aprender. Então achei interessante o que rolou na discussão.

Que sacadas, Alices! Esses lances correspondem exatamente ao que estamos tentando vivenciar, uma proposta que visa a quebra de paradigma!

Alice Oliveira: Não vejo que foi falha ou que não houve uma certa intencionalidade didática. Ela tinha uma expectativa pautada num padrão, como no que o livro didático traz,  acho que é uma quebra de paradigma mesmo, pois viemos de uma forma mais tradicional de ensino não só na matemática, mas de forma geral. Concordo com a Alice Lima do exemplo do Saci. É bem isso, quando você pede para o aluno desenhar uma casa qual é o modelo de casa que ele desenha, né? Aquela casinha que tem o telhadinho assim, né? Então é um pouco dessas questões [...] ela não

esperava eram as possibilidades de resposta porque ela esperava uma  resposta exata de um padrão então que já é conhecido por ela e por todos nós e que ela esperava que o aluno ia trabalhar dessa forma e quando ela se desestabiliza aí é uma situação que realmente né pode acontecer com qualquer um de nós e aí nos cabe com a experiência e aprendendo lidar com a situação  e a curiosidade que ela despertou dos alunos acho que é isso que não pode perder é ir lá buscar Eles na outra aula..

Nessa relação dialógica que foi sendo estabelecida a partir do caso de ensino de Alice, observamos ainda o quanto o envolvimento de cada um de nós, componentes do grupo, com a situação problemática foi repleta de engajamento na intenção de (des)vendar o que o referido caso poderia nos ensinar. No chá dialógico que começara a se constituir é que,

Educador e educandos (liderança e massas), cointencionados à realidade, se encontram numa tarefa em que ambos são sujeitos no ato, não só de desvelá-la e, assim, criticamente conhecê-la, mas também no de recriar este conhecimento. Ao alcançarem, na reflexão e na ação em comum, este saber da realidade, se descobrem como seus refazedores permanentes. Deste modo, a presença dos oprimidos na busca de sua libertação, mais que pseudoparticipação, é o que deve ser: engajamento. (Freire, 2022a, p.77-78)

Começamos a caminhar na direção de ouvir o outro e ir (re)pensando, na prática, como poderíamos juntos ir avançando no jogo da produção do conhecimento. Tendo a curiosidade marcada como nossa porta de entrada nesse processo de estudo, era preciso torná-la cada vez mais “metodicamente rigorosa” como a que Freire (2022b) evidencia com a necessidade da transição de uma “curiosidade ingênua”, para a “curiosidade epistemológica”. “Na verdade, a curiosidade ingênua que, ‘desarmada’, está associada ao saber do senso comum, é a mesma curiosidade que, criticizando-se, aproximando-se de forma cada vez mais metodicamente rigorosa do objeto cognoscível, se torna curiosidade epistemológica”. (Freire, 2022b, p.33)

Ainda que essa passagem não se dê automaticamente, como é ratificado pelo autor, vemos a importância da constituição do *meio didático* nesse processo de estudo. O diálogo construído foi sendo permeado por questionamentos com a finalidade de provocar que novos

elementos pudessem ser incorporados ao meio, como diferentes mídias e obras a serem ativadas para análise e a possibilidade de reflexão, para um futuro avanço nas discussões e, conseqüentemente, nas (re)construções praxeológicas de conceitos que poderiam ser (des)conhecidos por algumas das Alices ali presentes.

E pensando aqui em nós, né, Alice... Que conceitos estavam aí em jogo para que também pudéssemos explorá-los com razão de ser?

Alice Oliveira: É bem interessante essa discussão [...] às vezes a gente acha que levando material manipulável, qualquer que seja, seja tampinha, para fazer contagem, seja palito, enfim, a gente acha que levando um recurso manipulativo ali a gente vai estar como se diz abalando e que meu aluno vai entender tudo, mas o que envolve, né, manipular um recurso, né? [...] que conceito que tá envolvido ali que eu quero explorar? Como que eu vou conduzir e despertar no aluno, para ele perceber uma propriedade matemática [...] [..]

Início de um processo de pesquisa, fomentado pelo meio didático! Conscientes de nossa inconclusão caminhamos, como de uma curiosidade ingênua em direção a uma curiosidade epistemológica?

Alice D Silva: Teve um grupo, o grupo dois ou um mas que eles separaram as meias certinho ali, né? Os pares iguais, né? Vamos dizer assim. Só que ele foi e deixou duas meias sobrando, né? Duas meias sobrando porque era de cores diferentes e aí ele deduz então que ali havia uma quantidade ímpar de meias porque aquelas meias eram diferentes e não dá para formar par. Então assim, qual é o conceito de par que a gente tem, né? O que a gente entende por par a palavra par? E o que significa a palavra par, né? Então assim, acho que aí a gente pode pensar sobre, a partir daí, não?

Alice Pinheiro: Eles acharam que era número ímpar porque as meias eram diferentes, eles só entenderam par como sendo os pares de meias iguais não o que realmente significa um o número par, o que fica evidenciado quando o João, né, o aluno com deficiência visual, ele faz a separação

independente de cor e tudo mais, né?

Alice D Silva: Então assim, e essa é uma ideia pra gente pode pensar sobre o que significa a palavra par, né? É justamente o que isso nos move, né? E assim, qual é o conceito na verdade da palavra par em termos do número par, né? O conceito de número par matematicamente falando, né? Será que a gente vê diferenças ou não?

Alice Oliveira: Eu fiz uma pesquisa rápida aqui digitei par no Google mesmo só para ver o sinônimo se a gente pensar na palavra par, ele diz que é um conjunto de duas coisas de igual natureza então par de meias, o par de brinco, mas é isso que você falou mesmo e par do ponto de vista matemático, né? Será que é a mesma coisa, né?

Alice D Silva: Legal, Alice Oliveira, então assim, o que você estava falando, a questão dos pares na questão cotidiana, né? Pares de meia né que dá alusão de coisas iguais, como idênticas, né? Por exemplo eu falo pares de roupas. Vou pegar um par de roupa, que eu vou viajar, né? Não necessariamente eu vou pegar duas peças idênticas, digamos assim, vou pegar uma blusa e um short, por exemplo. Então assim, pra gente é muito legal essa busca que você acabou de fazer ali, pra gente ir discutindo.

Alice Matos: Só para complementar né, que a Alice

Oliveira falou, que eu fiz uma busca aqui também só que procurei no ponto de vista matemático E aí diz assim: que consideramos um número como sendo par quando dividimos por dois e o seu resto é zero e o número ímpar quando na divisão por dois o resto é diferente de zero. Então se a gente for olhar no ponto de vista matemático o menino com deficiência visual teria acertado a questão entre aspas, né? Ele acertou.

Alice Pinheiro: Eu me lembrei muito do meu ensino fundamental e do meu ensino médio para mim sempre quando me perguntavam eh o que é número par na minha cabeça sempre eram os números que terminavam em 0 2 4 6 e 8 e assim e assim era isso e quando a gente perguntava o Porquê que era, não vinha a resposta e sempre é assim, sempre é assim e junto com a minha professora XXX a gente tem desenvolvido também cursos dentro da área da Educação matemática e é isso que instiga a maioria dos professores a procurarem os cursos elas querem saber eh o porquê que aquilo acontece por quê que é assim e sempre, sempre me veio na minha cabeça isso com relação a essa sequência, né?

Alice D Silva: Voltando ao que Alice Batista colocou, do gravar, né? Sobre a repetição, que a gente está acostumado a repetir. Então assim, por que repetir é uma coisa, né? Agora saber o porquê que isso

Alice, também o vivenciei desta forma! E o pior foi que depois a curiosidade foi ofuscada para dar continuidade a outros conceitos que, talvez, se diziam mais importantes que esse, né?

acontece, por que que é um número par, os números que tem essas terminações, né?

Alice Estrela: Eu me lembrei também daquela brincadeira que a gente sempre fazia com os

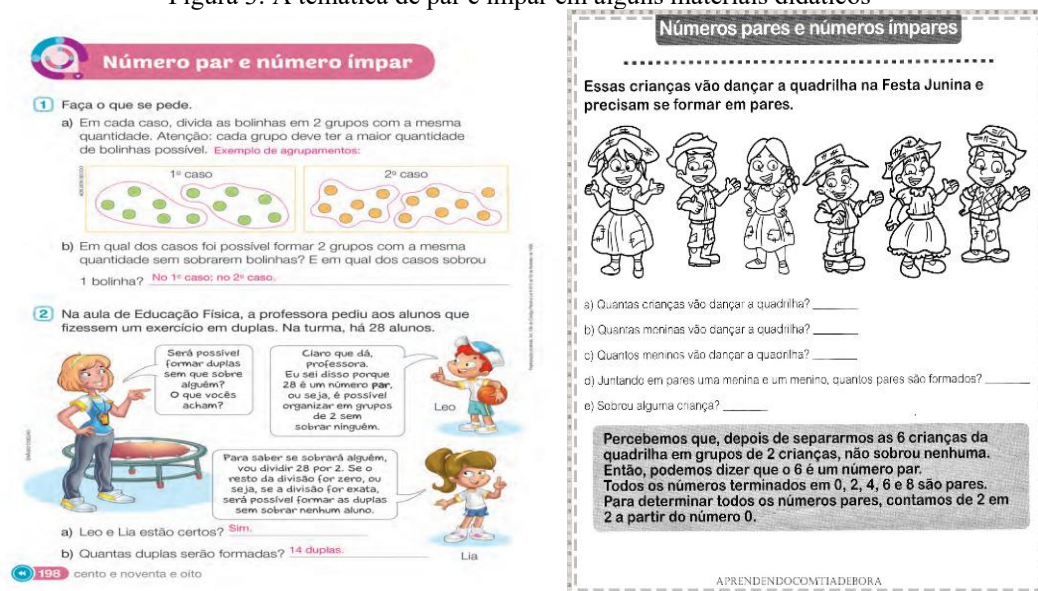
dedos, né? Você colocava e ficava para saber se era ímpar ou se era par e ficava contando ímpar, par, ímpar. E aí o dedo que caía dizia se o número era ímpar ou se era par. Assim, eu aprendi dessa forma que a

Alice Pinheiro falou de com as terminações, né? E você olhava número de acordo com a terminação, mas também aprendi dessa forma, contando nos dedos para saber se era ímpar ou se era par

Em articulação às memórias didáticas que começaram a vir à tona...

Nesse momento, o tempo destinado ao encontro já começara a se esgotar e era necessário encaminhar para sua finalização. Sendo assim, de posse das discussões sobre par e como apareciam nos livros didáticos (LD), como relatado por Alice Oliveira e demais Alices quando ativaram elementos sobre o tema em suas memórias didáticas, apresentamos situações de duas fontes midiáticas que tratavam a temática. O objetivo em ativar essa carta que tínhamos na manga consistia em fomentar uma prévia de uma possível análise sobre o que comumente se tem de disponível em diferentes materiais didáticos. Na imagem projetada para discussão havia uma página de um LD dos anos iniciais que mostrava dois exercícios, sendo um deles a tarefa do tipo *T*: formar dois grupos de objetos com mesma quantidade, cuja técnica τ indicada para resolução era o de circular os objetos, e uma atividade disponível na *web* que tratava sobre a formação de casais para uma dança de quadrilha.

Figura 3: A temática de par e ímpar em alguns materiais didáticos



Fonte: LD - Buriti MAIS/MP -3 ano, 2017, p. 198 e

<https://aprendendocomtiadebora.blogspot.com/2020/04/numeros-pares-e-numeros-impares.html>

Uma das coisas que eu estava pensando [...] assim que eu olhei para essa atividade da quadrilha, eu até comentei no chat: já imaginou se uma criança pergunta tá, mas aí menino não pode fazer par com menino ou menina não pode fazer par com menina? E aí até a Alice Oliveira colocou dizendo: aí desestrutura a professora de novo, né?! [...] (Alice Pinheiro)

A discussão sobre número par como sinônimo de casais de diferentes sexos também perpassa a discussão sobre muitos cenários de LD ressaltada durante o ☞ chá entre Alices. A questão levantada por Alice Pinheiro e a resposta de Alice Oliveira indicando uma possível desestabilização da professora para tratar desse assunto também perpassa estudos de outros campos da educação matemática, como os de gênero e sexualidade, o que indica uma possível entrada no tema para avanço do estudo de questões desse tipo. Esse movimento vai ao encontro da *dialética entrada e saída do tema* que permeia uma investigação aberta e amparada nos preceitos do PQM, conforme argumenta Chevallard:

enquanto a cultura escolar estabelecida leva a querer identificar o caminho mais curto para um objetivo supostamente conhecido de antemão, esta dialética integra a necessidade de uma exploração aberta, em que não hesitamos em arriscar sair do assunto tanto em termos de pesquisa documental, por exemplo, como na escolha das questões Q1 geradas pelo estudo de Q e que decidiremos ou não iniciar ou continuar o estudo. (Chevallard, 2010, p. 26)

Em vista disso, deixamos livre para que o que foi tratado no ☞ chá pudesse ser direcionado a possíveis estudos durante as semanas que antecederiam o momento de nosso segundo ☞ chá. Como muitas questões foram sendo pontuadas ao longo do diálogo, de modo que pudesse ajudar a professora Alice no caso relatado, Alice D Silva disparou oito questões oriundas de seu mapa *a priori* que poderiam ser um gatilho para fomentar a continuidade do processo de estudo:

- Q1. Qual (quais) modelo(s) de ensino e aprendizagem parecem ‘amparar’ o professor em suas situações de ensino? E qual o papel do professor e dos alunos nesses modelos?
- Q2. Como ensinar o conceito de números pares e ímpares nos anos iniciais?
- Q3. O que é um número par? E um número ímpar?
- Q4. Como eles aparecem em livros didáticos ou em outros recursos didáticos?
- Q5. Que relações são evidenciadas, para além da matemática?
- Q6. Por que os distinguir? Para que eles servem?
- Q7. Como se articulam ou podem se articular com outros conceitos matemáticos?
- Q8. Que atividades poderíamos fazer viver nos anos iniciais em uma perspectiva inclusiva?

Ficou acordado que as Alices poderiam escolher alguma dessas questões para estudo ou outras que melhor conviesse a cada uma, com vistas a construirmos juntos uma proposta de ensino sobre a temática dos números pares e ímpares.

Quanto às possíveis infraestruturas a serem utilizadas, a doutoranda abriu uma sala de aula virtual no *Google Classroom* para a interação dos estudos realizados e para armazenar os materiais utilizados nesse processo, espaço esse que seria alimentado entre os encontros

quinzenais em que aconteceriam os 🔑 chás dialógicos pelo *Google Meet*. Também foi criada uma enquete para definição do melhor dia da semana e horário para a constituição dos 🔑 chás. Essa enquete foi disponibilizada no grupo do *Whatsapp* durante a semana, e diante de algumas restrições para que os encontros ocorressem somente aos sábados ou em um outro dia da semana, devido a questões religiosas e aulas nos cursos de Licenciatura em Pedagogia, Alice D Silva decidiu que a partir do próximo encontro teríamos dois dias para os 🔑 chás dialógicos, sendo eles aos sábados às 8h e na segunda-feira subsequente, às 19h, tendo ambos entre 2h e 3h de duração. Assim, quem não pudesse comparecer em algum deles teria a possibilidade de discutir com outro grupo da semana.

E o que acontecerá agora?

Ora, o segundo chá dialógico! 🔑

Algumas notas do 🔑 chá de sábado pela manhã - 06/11/2021
--

Nesse encontro estiveram presentes 17 Alices, incluindo a doutoranda e sua orientadora. Em conversa sobre o que cada um conseguiu estudar desde o primeiro encontro, Alice Estrela logo começou:

*Bom gente, desde o nosso último encontro eu tentei responder as perguntas que ficaram né, na semana passada e aí depois eu comecei a olhar alguns livros didáticos que eu tinha aqui em casa que foram os que eu usei durante o ensino fundamental. E aí eu encontrei muitas questões parecidas com as últimas questões que a gente trabalhou [...] principalmente quando se tratava das quatro operações básicas e assim, eu percebi que tinha exatamente esse padrão para adição. Era esse mesmo modelo para subtração, para divisão, para multiplicação, e aí quando tinha geralmente um outro conteúdo eu percebi que era mais questões assim, de circular, por exemplo, eu olhei três livros né, e dei uma olhadinha também naqueles que vocês mandaram. E aí nos três livros que eu olhei toda vez que o conteúdo era para trabalhar com formas geométricas, por exemplo, o aluno ele tinha que circular, no caso a atividade era para o aluno circular né, a forma geométrica que o enunciado pedia e era só isso. E aí esse foi o padrão que eu percebi né, nessas atividades de matemática [...] 🔑 **assim, são livros de anos diferentes, de editoras diferentes, mas que trazem a mesma proposta [...]** e observei que são muito parecidas com aquela que a gente viu né, que tem ali a imagem aí quantas meninas quantos meninos ou na divisão que eu vi por exemplo quantas meninas são? Quantos grupos seriam formados? e tipo assim, essa proposta de atividade tinha tanto em um livro quanto no outro, né? Só mudava algumas perguntas e aí pára na questão de formar a estrutura da conta, a criança tinha ali o sinalzinho de mais, colocavam o número na caixinha e o resultado. Então assim. eu percebi esse padrão de atividade sendo reproduzido em vários livros, o que é muito mecânico, né? 🔑 **Muito mecânico, muito, a criança não pára para refletir sobre aquilo, ela coloca ali a resposta e é apenas isso.** (Alice Estrela).*

É notório que Alice olhou o LD como um todo, cuja observação nos leva a interpretar que nas páginas dos livros parecia haver ali uma reprodução, com exercícios repetitivos,

perguntas e atividades muito diretivas e, como ela mesma observara, induzindo um único caminho de resolução, sem abertura para reflexão. Esse primeiro movimento dado, sob uma visão de *paraquedista* Chevallard (2010), permite perceber alguns indícios de como se dá a organização didática (OD) nos LD observados. Isso nos leva a considerar a *dialética paraquedista-trufas*, cuja dialética

integra a necessidade de “vasculhar” (como os páraquedistas) vastas áreas, em que sabemos, a priori, que não deveríamos encontrar muita coisa, mas onde o inesperado poderia acontecer, e onde aprenderemos a identificar, como um caçador de trufas, os raros tesouros, muitas vezes pouco visíveis, que farão avançar a investigação. (Chevallard, 2010, p.26)

Essa dialética nos permite observar que essa ação de Alice Estrela, embora não tenha se detido a olhar apenas para os números pares e ímpares, foi o que permitiu que ela começasse a sentir o paradigma de ensino vigente, por meio dos recursos didáticos observados, os LD.

[...] eu dizia que o meu sonho era ser professora para entregar  folhinhas para os alunos, né? Porque eu cresci vendo os professores fazerem isso e olhar esses livros agora me faz pensar que eu aprendi matemática de uma forma muito mecânica [...]eu acho que observando esses livros didáticos e vendo né que eu também aprendi dessa forma, eu acho que isso me trouxe um olhar diferente sobre a matemática, até porque por ter aprendido dessa forma, eu achava que era exatamente só isso, então eu achava de fato que a matemática era esse processo mecânico [...] (Alice Estrela)

Ao retomar elementos que dispõe em seu *equipamento praxeológico*, Alice Matos traz para a cena elementos de sua memória didática com relação à disciplina que discorre sobre a matemática no curso de pedagogia que estava realizando no momento. Em diálogo ela ratifica a importância de o professor conhecer as definições dos conceitos matemáticos em jogo, como em comparação ao caso de ensino de Alice.

a gente está fazendo matemática 1 agora na graduação e a professora [...] questionou se o quadrado era um retângulo também e a maioria da gente colocou que não, que um quadrado não era retângulo. Ai, ela explicou a definição de retângulo e então assim dentro da definição de retângulo o quadrado é um retângulo também [...] então significa que lá na nossa base a gente não aprendeu dessa forma e assim, acho que se encaixa um pouco na questão do problema da Alice que a questão das definições mesmo que muitas vezes a gente não tem a definição bem exata do que é aquele conteúdo e às vezes está suscetível com esse tipo de desencontro, né? (Alice Matos)

Por outro lado, Alice Borges chama a atenção para o fato de que também não basta apenas “ver”, entre aspas, as definições dos conceitos envolvidos, mas é necessário percebê-los junto a representações, situações e recursos que possam dar sentido a eles.

Bom eu não tinha participado do encontro passado, não consegui participar, mas aí depois eu li todo o material e eu acho que para mim, a grande questão é que os conceitos eles são só puramente definidos para isso e pronto, mas falta, talvez, as representações, como eu consigo ver essa definição nos diferentes conceitos, para que eu

consiga realmente afirmar ela e conseguir aplicar em várias situações, né? Porque a gente só vê assim a questão do que é par, e eu vi várias situações que tava assim para todo mundo é divisível por dois e pronto. Mas e se eu vejo um contexto diferente eu já não consigo aplicar se eu não tenho bem fixado, então às vezes falta mais representações, mais atividades com aqueles recursos, outros materiais para que o conteúdo seja realmente assimilado, né? Porque em vários outros conteúdos eu vi assim, como a Alice Estrela falou, põe a definição, põe a caixinha, responde a isso e se eu não sei por trás o que tá acontecendo, se eu vejo uma situação um pouco diferente, eu já não consigo mais fazer. Por isso acho que essa questão de trazer as diversas situações que esse conteúdo pode ser aplicado é essencial [...] (Alice Borges)

Então, Alice, Gérard Vergnaud (1985, 1996), psicólogo e pesquisador no campo da didática da matemática, afirma que um conceito não pode ser visto de forma isolada, mas como uma tríade de três conjuntos $C = (S, I, L)$, indispensáveis ao processo de compreensão conceitual e para a aprendizagem dos estudantes. S simboliza o conjunto de situações que dão sentido a um conceito, I o conjunto dos invariantes operacionais, constituído pelos conceitos em ação e teoremas em ação, e L , as formas de linguagem (ou simbolizações), que permitem expressar um conceito, ao representar os invariantes, as situações e procedimentos de tratamento.

Em continuidade ao momento inicial do diálogo, Alice Bittar e Alice D Silva reforçam o quanto a proposta de pesquisa perpassa o questionamento de termos conceituais e didáticos no âmbito do processo de ensino e aprendizagem da matemática. Isso vai ao encontro do que os componentes do  grupo estrambótico foram pontuando, já que todos ali presentes sinalizavam para uma educação matemática que prega que o estudante deve ser chamado a questionar e refletir sobre os aspectos em discussão. Nesta perspectiva, decidimos compartilhar com o grupo alguns preceitos do *Paradigma Questionamento do Mundo*, o que se deu com o próprio questionamento sobre a sigla PEPMat - anos iniciais que constava na imagem do primeiro slide que projetamos (Figura 4).

Figura 4. Slogan do grupo estrambótico



Fonte: dados da pesquisa

Embora já tivesse constado no TCLE o termo *Percurso de Estudo e Pesquisa* indagamos o grupo sobre qual o sentido disso para nós e, então, compartilhamos nossa ideia de tê-lo como uma ferramenta metodológica de estudo que poderia nos ajudar a problematizar e compreender as questões envolvidas no processo de ensino e aprendizagem da matemática, em especial, aquelas oriundas do caso de Alice. Como disse a Águia à margem da [lagoa de lágrimas](#) construída por Alice:



"Fale nossa língua!", vociferou a Águia. "Não conheço metade dessas palavras difíceis e, o que é pior, duvido que você também as conheça!" (Carroll, 2019, p. 53)



Ah, com toda certeza ela não estava desprovida de razão, não é mesmo? Mas precisávamos compartilhar um pouco do que, na posição de aprendiz, nos propusemos a nos aventurar com o grupo. Procedemos então com um momento de exposição típico do *PVO*, mas como uma razão de ser: queríamos jogar às claras com todo o grupo, a partir dos fundamentos teóricos da TAD que estavam embasando nossas ações, já que não conheciam a área de estudo da DDM.

Mas, diante das explanações, pensamos: como melhor discorrer sobre o *PQM*, o *PVO* e os mapas de questão e resposta, (*MQR*) de modo que todos pudessem começar a, de fato, sentir a proposta de estudo que estávamos tentando encaminhar?



"Bem, a melhor explicação, nesse caso, é a execução" (Carroll, 2019, p. 53)



Foi assim que a discussão dos preceitos do *PQM* e do *PEP* foi ocorrendo, quando passamos a exemplificar o *MQR* a partir do questionamento de como se faz uma paella¹⁰⁰, sendo essa uma questão compartilhada por Marianna Bosch em uma de suas palestras ministradas na UFMS. A princípio, pensamos em modificar para feijoada, por ser um prato típico brasileiro, mas decidimos manter conforme o original, já que aí era possível que o grupo pudesse sentir a necessidade de pesquisa com cada questão levantada.

Figura 5. Estudo com *MQR*

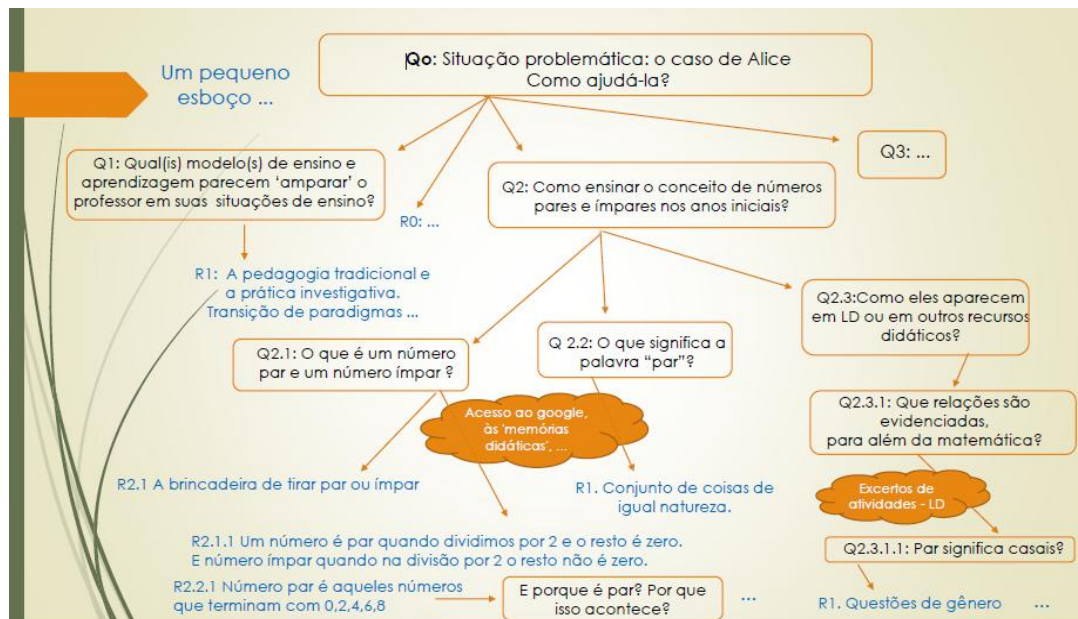


Fonte (adaptada): Bosch (2018a)

[...] eu não sabia também que era uma comida, eu pensei que fosse o nome do mapa e eu ia perguntar por que eu fiquei um pouco em dúvida com relação ao objetivo. O objetivo do mapa é fazer com que a gente reflita como que a gente pode dialogar, ao pensar nas propostas para ensinar um conteúdo a um aluno. É isso ou eu entendi errado? (Alice Estrela)

A partir da pergunta de Alice Estrela, fomos percorrendo sobre o *PVO* e o *PQM*, da mesma forma que Alice Cruz viu similaridade da dinâmica de estudo sobre a paella com a modelagem matemática, permitindo-nos dialogar sobre algumas de suas especificidades e o que nos leva a perceber que o *PQM* engloba, de uma certa maneira, tal proposta de ensino. Ressaltamos ainda que em nosso caso temos um problema docente, que corresponde a como ensinar números pares e ímpares e trabalharmos em função de constituir uma proposta de ensino em resposta ao caso de Alice. Nesse sentido, realizamos um esboço com o *MQR*, expresso na figura 6, trazendo em jogo as questões e respostas que foram sendo construídas no primeiro encontro, o que permitiu evidenciar a dinamicidade do estudo e a necessidade de evolução das questões e respostas, assim como a validação de algumas respostas que ali já foram sendo consideradas.

Figura 6. Primeiro esboço do MQR em diálogo com o grupo estrambótico



Fonte: dados da pesquisa

[...] muito legal esse mapa, porque ele realmente amplia, né, as nossas possibilidades e eu vi que ele também tem essa questão da pergunta e da resposta e aí é possível analisar tanto o seu questionamento, né? Como a possibilidade de você criar uma resposta ou no caso como Alice, por exemplo, que foi recorrer a outras pessoas, analisar também a resposta dessas pessoas, né? E aí é possível chegar num olhar comum sobre como desenvolver essa prática. (Alice Estrela)

Que cartada Alice Estrela! E é isso que precisamos: estudar, investigar, analisar e validar as respostas que encontramos, já que somos nós que a professora Alice procurou para ajudá-la, não é mesmo? Por isso é tão necessária a *dialética média-meio* nesse processo investigativo, como forma de identificar diferentes *mídias* que possam contribuir para a produção de possíveis respostas às questões em jogo, e ao inseri-las no *meio didático*, precisamos, como grupo, analisá-las e validá-las como respostas que podemos, de fato, fazer uso.

Sobre a dinâmica constituída, Alice Abreu e Alice Borges também ressaltam a importância de se trabalhar em sala de aula por meio de perguntas, em que percebem que o modelo expresso com os mapas parece ser de fato propício para romper com as propostas vistas em LD, repletas de mais respostas prontas e dadas, quando acreditamos em um ensino que potencialize a prática de levar os alunos a pensarem sobre o que estão estudando e construam seus próprios conhecimentos. Ainda nesse tópico, observamos o quanto

A dialogicidade não nega a validade de momentos explicativos, narrativos, em que o professor expõe ou fala do objeto. O fundamental é que professor e alunos saibam que a postura deles, do professor e dos alunos, é *dialógica*, aberta, curiosa, indagadora e não apassivada, enquanto fala ou enquanto ouve. O que importa é que professor e alunos se assumam *epistemologicamente curiosos*. (Freire, 2022b, p.83, grifos do autor)

É nesse sentido que, embora nossa proposta seja trabalhar essa dinâmica na formação de professores, a reflexão crítica de Alice Perez, a seguir, convida a todos nós para pensar sobre a problemática levantada o que passa a se instaurar como uma questão ainda em aberto no processo investigativo com o PQM:

Esse é um ponto, Alice, que podemos falar novamente com o Tempo, quando lemos os escritos de Marina Fricker sobre as injustiças epistêmicas que podem ser aqui reinterpretadas como forma de olhar novamente para as vozes das crianças e a potência que elas habitam...

Ah Alice, como “É interessante observar que a minha experiência discente é fundamental para a prática docente que terei amanhã ou que estou tendo agora simultaneamente com aquela. É vivendo criticamente a minha liberdade de aluno ou aluna que, em grande parte, me preparo para assumir ou refazer o exercício de minha autoridade de professor.” (Freire, 2022b, p.87)”

←
[...] comecei a pensar isso com as crianças, né? Para gente pensar em como a gente no dia a dia, não faz essas perguntas, para a gente mesmo, né? E isso faz com que a gente fique um pouco perdido em como abordar determinados assuntos, né? E na correria do dia a dia, a gente não faz essas perguntas, mas aí eu pensei, e com as crianças, né? No caso delas acho que a gente teria que fazer até o movimento anterior das perguntas, porque elas não vão saber o que é uma Paella, aí de repente não vão saber o que é uma Wikipédia, aí antes da Wikipédia não vão saber, de repente, o que é: como assim existe diferentes tipos? Então, pra gente até chegar na pergunta, responder à pergunta que a gente quer responder, temos que anteriormente abordar uma série de problemas, né?

E às vezes isso faz com que a gente até perca o caminho de onde a gente quer chegar. Mas, daí eu fiquei pensando também: onde que a gente quer chegar? Que caminho é esse, né? E aí, a gente até tem um objetivo no final de semestre que temos que ensinar determinado assunto, só que para chegar nesse assunto, a gente tem que ensinar antes outros assuntos e outros assuntos e a gente primeiro vai partir da curiosidade deles e aí depois... Assim, eu tô bem reflexiva aqui, porque isso me fez até pensar [...] que tem um conto eu não sei se é esse o nome, o nacirema eu acho, [...] que começa a se referir às pessoas, ao ser humano, só que sem usar as palavras que a gente conhece e a gente começa a achar super estranho, né? E aí eu fiquei pensando que com as crianças é meio que isso assim, para a gente tentar explicar alguma coisa, a gente não utiliza pressupostos ou palavras prontas, né? Mas a gente tenta buscar as palavras do mundo delas, para fazer com que elas entendam, e isso é tão complexo [...] (Alice Perez)

Além do exposto, em sua fala, Alice Perez, percebemos a tensão existente entre o afloramento de questões que as crianças carregam consigo e a intencionalidade didática que o professor possui quando, de certa forma, é necessário que ele consiga que os estudantes entrem no jogo da questão principal do processo de estudo almejado.

O bom seria que experimentássemos o confronto realmente tenso em que a autoridade de um lado e a liberdade do outro, medindo-se, se avaliassem e fossem aprendendo a ser ou a estar sendo elas mesmas, na produção de situações dialógicas. Para isto, o indispensável é que ambas, autoridade e liberdade, vão se tornando cada vez mais convertidas ao ideal do respeito comum somente como podem autenticar-se (Freire, 2022b, p.87)

Nesse sentido é que correlacionamos esse movimento com o nosso próprio processo investigativo que se instala com o grupo estrambótico em referência ao caso de ensino de Alice. Ao rememorarmos como foram surgindo as questões e respostas expressas na figura 6, chegamos ao questionamento sobre a definição encontrada de que um número par é todo número que termina com 0, 2, 4, 6 e 8, e sobre a qual precisamos avançar no estudo para descobrir o porquê disso, evitando assim a reprodução de uma prática de saber-fazer sem conhecer, de fato, o real saber que a fundamenta. Ou como preconiza Yves Chevallard, era preciso avançarmos para o bloco tecnológico-teórico da praxeologia inerente ao conceito de número par e ímpar. Nesse momento, Alice Bittar aproveita para instigar uma jogada com o grupo como forma de fomentar a necessidade de estudo e pesquisa: “vou dar uma provocada

aqui [...] ao explicar para uma criança que o número terminado em quatro é par, todo mundo concorda? Ou tem alguém que discorda? [...] Então, eu tenho uma conclusão, o 3,4 é par. O que vocês acham?” (Alice Bittar). Em resposta, Alice Estrela diz que “*ele é par, eu acho. Não sei, mas é porque eu fico pensando naquela questão de que ele, eu acho, que ele é possível de ser dividido por dois, né?*”

A respeito disso, comentamos o quanto esta pode ser uma pergunta possível de ocorrer em sala de aula e o quanto precisamos pensar melhor sobre isso, o que estávamos nos permitindo fazer nesse nosso espaço, parando para pensar, por que precisaríamos responder essa questão, assim como aquela que surge no caso de Alice, se o zero é ou não par. Nesta brincadeira relembramos que “[...] *até porque se terminou em zero, zero termina em zero, né?*” (Alice Bittar). Ou ainda no que aparece no chat: “*zero não forma par, mas também não deixa ninguém sobrando*” (Alice Abreu). Sem dúvida, algo que parecia tão simples e que ninguém acharia que números pares e ímpares daria trabalho, não?

Todas essas discussões me remeteram a um artigo que eu li há algum tempo [...] não sei se vocês conhecem [...] sobre as pesquisas relacionadas ao modelo MTSK que seria o conhecimento profissional específico, especializado, que um professor possui ou deve possuir para ensinar matemática. Ai ele traz muito essa coisa das questões e acho muito interessante para a pesquisa [...] vão trazendo sobre quais são aqueles conhecimentos que seria interessante um professor que ensina matemática possuir, né? (Alice Pinheiro)

Realmente, Alice Pinheiro, o modelo MTSK (Mathematics Teacher’s Specialized Knowledge) evidenciado por Ball, Thames e Phelps (2008), apresenta tanto o domínio que trata do conhecimento da matemática quanto do domínio relativo ao conhecimento pedagógico do conteúdo e os subdomínios subjacentes a eles, de modo a ressaltar a necessidade de aprofundar os saberes que estão em jogo ao ensinar matemática. Percebemos o quanto tais estudos se alinham aos estudos da DDM, quando estes levam em conta a especificidade do saber matemático e cuja preocupação junto à TAD está justamente nas condições e restrições de difusão do saber matemático nas mais diversas instituições em que vivem.

Além disso, Alices, apresenta-se aí uma possibilidade de ativar a *dialética entrada e saída do tema* que poderia ser um investimento para a professora Alice para compreender a necessidade de estudo para além do plano das aparências do saber-fazer matemático. De certa forma, a resposta constituída por Alice Pinheiro é um exemplo de resposta a ser situada no *MQR* de nosso processo investigativo, visto que o mapa é construído ao longo do processo, por quem está vivenciando-o. Assim, para analisar como foi sendo desenhado nosso *PEP*, mobilizamos as seguintes funções didáticas: cronogênese, mesogênese e topogênese.

A cronogênese, uma cronologia baseada em investigação e, portanto, não linear, tem por objetivo exibir as questões e respostas que surgem durante o experimento. Uma forma de descrever esta dialética é por meio do mapa de questões e respostas. A mesogênese [...] nos apresenta como ocorre a evolução do milieu (ou meio) por meio das respostas que são validadas pelos estudantes durante o experimento, além de analisar as fontes de pesquisa que forneceram ou serviram como base para estas respostas e como (ou por quais critérios) estas fontes são validadas pelos estudantes. A topogênese [...] controla a evolução das responsabilidades de cada pessoa, nos mostrando o que faz o professor e o que fazem os estudantes durante o processo de estudo e pesquisa, isto é, [...] determina quais foram as contribuições de cada indivíduo para o coletivo durante o percurso. (Benito, 2019, p. 51)

Aliado a essa necessidade e tendo em vista que o tempo cronológico já estava nos dando indícios de que o nosso ☞ chá estava terminando, começamos a organizar com todo o grupo a continuidade de nosso trabalho e o avanço nos estudos. Nesta perspectiva, Alice Estrela levantou a possibilidade de o grupo aproveitar as oito questões pontuadas no primeiro encontro e, em diálogo entre as Alices, ficou decidido que iríamos trabalhar em três pequenos subgrupos, em que cada um avançaria em uma das seguintes questões:

Q₁ – MP: O que é um número par? E um número ímpar?

Q₂ – MP: Que atividades poderíamos fazer viver nos anos iniciais em uma perspectiva inclusiva?

Q₃ – MP: Como os números pares e ímpares aparecem em livros didáticos ou em outros recursos didáticos?

Assim, o grupo 1, encarregado do estudo sobre o conceito de número par e ímpar, buscaria responder as questões levantadas sobre a definição dos números em jogo, se 3, 4 e 0 eram ou não par, e o porquê de os números terminados por 0, 2, 4, 6 e 8 serem pares. Já o grupo 2 ficou de se organizar em busca de atividades que pudessem romper com a prática usual de ensino observada pelo grupo nesses últimos encontros, levando em conta uma perspectiva inclusiva, já que temos no grupo uma Alice com deficiência visual. O grupo 3 ficou responsável por analisar se aparece e/ou como consta a temática dos números pares e ímpares em livros didáticos, documentos oficiais e em outros recursos didáticos, com a finalidade de desvelar possíveis *trufas* (Chevallard 2010), que *a priori* não puderam ser identificadas, com uma visão de *paraquedista*, quando foi realizada uma primeira observação das OD e OM com LD voltados aos anos iniciais.

Desta maneira, ficou acordada a constituição de três subgrupos no *whatsapp* e cada componente do ☞ grupo estrambótico escolheria o grupo que passaria a contribuir, atendendo a condição de que cada grupo tivesse Alices de diferentes estados brasileiros, de modo a ter o compartilhamento entre professores e licenciandos com cenários formativos diversos. Finalizando nosso ☞ chá, um pequeno diálogo logo continua no *whatsapp*, o que nos mostra a curiosidade ainda latente de Alice Abreu, como podemos ver nas imagens a seguir:



Fonte: dados da pesquisa

Será que há alguma outra carta em jogo?

Algumas notas do ☞ chá de segunda à noite - 08/11/2021

Aliás, vamos lembrar que havia um grupo reunido do outro lado da margem, o grupo de segunda, que se propôs a tomar um ☞ chá. Neste chá estiveram presentes 7 Alices, incluindo a Alice D Silva. Todas se apresentaram, já que alguns não estiveram presentes na primeira reunião, como Alice Rautenberg, Alice Marques e Alice Santos. No entanto, Alice Paula fica presente apenas por alguns minutos, por nesse dia apresentar problemas de conexão com a internet. A apresentação de cada um foi realizada junto a uma autodescrição para que Alice Marques, pessoa com deficiência visual, pudesse ter uma percepção de cada membro do grupo.

Em seguida, ouvimos alguns depoimentos de Alices sobre a entrada ao jogo, como ressaltado por Alice Lopes; a partir do que foi vivenciado no primeiro ☞ chá dialógico, ela diz: *“Alice D Silva, eu fiquei com a Alice na cabeça. Até hoje eu ainda penso na Alice [...] e fico pensando, oh meu Deus eu não sei isso! Enfim, ficou martelando na minha cabeça [...]”*.

A possibilidade de ouvir de Alice(s) sobre o quanto o caso de ensino a(s) tocou e desestabilizou frente a alguns conhecimentos prévios relativos à temática dos pares e ímpares nos impulsou a retomar a discussão do caso, na necessidade de provocar o avanço com as questões de estudos que o permeiam. Porém, antes ouvimos as concepções de Alice Marques e Alice Rautenberg referente ao caso de ensino em estudo.

Alice Marques: Muito interessante aquela situação, né? Ou, eu poderia dizer aquelas situações em tão curto prazo de tempo, né? Em poucos minutos ali, a professora se depara com pelo menos três situações trazidas naquele exemplo e [...] qual é a linguagem que está sendo usada ao passar um conteúdo e quando você não é claro tudo que você dificilmente vai conseguir que a sua proposta seja de fato, pelo menos aquilo que você pensou né [...] Então olha só, vamos pensando por parte né, **primeiro eu quero passar um conteúdo e eu vou escolher um objeto no caso ali, um item que foi a meia. Será que fiz uma boa escolha? Aí você pensa né, poderia ser, mas afinal de contas quando se fala em números ímpares e pares né, eu não tenho necessariamente**

que formar um par igual, né?

[...] **Os pares ele tem que ser tomado de dois em dois, muito vago essa explicação,** essa solicitação na proposta da atividade, aí pode se pensar né vou agrupar de dois em dois, mas como?

Alice Rautenberg: Então é relacionando essa questão que Alice Marques acabou de falar, eu acho que os pares de meia tá muito relacionado com o nosso cotidiano, né? Então no nosso cotidiano a gente tem esse hábito de usar dois pares de meia um par de meia igual, né? Cada pé igual um ao outro e isso que fez a confusão na cabeça das crianças, porque a mãe cobra que ela usa o par de meia igual então para ela

separar **os pares de meia ela relacionou que tem que ser**

igual, mas por conta do cotidiano, da questão histórico social dela né? Então eu acho que se a professora tivesse usado essa atividade depois que ela tivesse introduzido a questão dos pares e ímpar e talvez como Alice Marques falou né tivesse trabalhado outros outros materiais e ela tivesse introduzido depois para quebrar essa questão de que tinha que ser igual, talvez seria mais efetiva a atividade dela, né? Por conta dessa questão histórico social que a gente usa um par de meia igual, então é para ela teria eu acho que explanado melhor o conteúdo,

talvez trabalhado com outro tipo de material e depois colocado a meia para fazer os alunos refletirem sobre o que é par e também o que é ímpar.

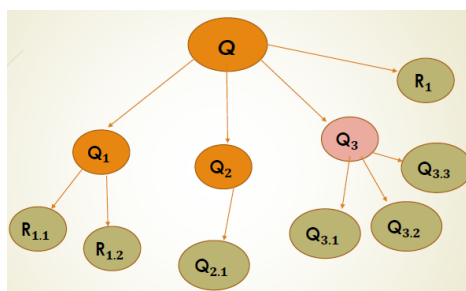
Alice, que interessante essa possível reversão! O que nos proporciona suscitar um ambiente investigativo com os próprios alunos sobre o(s) conceito(s) em jogo, né?

Nas falas das Alices fica evidente o cuidado que os docentes precisam ter ao fazer uso de objetos concretos e como esses são trabalhados pensando em sua contribuição à passagem a um conceito abstrato, como é o caso da matemática. Enquanto meio material utilizado pela professora, questionam as meias como um objeto que compõe o meio didático, compreendendo ser importante que o início deste trabalho seja viabilizado com outros instrumentos, como pedras, sementes, dedos, dentre outros ressaltados.

Quando Alice Marques chama a atenção para a definição utilizada pela professora Alice, ela ratifica a importância de nos atentarmos, como docentes, para a linguagem utilizada em sala de aula. Isso é dito quando a definição dada pela professora, a saber: “*Se um número é par, devemos conseguir formar grupos de dois elementos cada, sem sobrar nenhum elemento*”, pode deixar implícito o fato de que tem que formar todos os grupos possíveis de dois elementos. Assim, a criticidade ressaltada para com a situação didática em análise nos instrumentaliza na caminhada para o desvelamento das questões em jogo.

Após estas primeiras colocações, Alice D Silva faz a apresentação da proposta do PQM e o desenvolvimento do PEP, tal como realizado no sábado. No entanto, sua exposição oral se modificou devido à realização das audiodescrições de cada imagem projetada, desde a ideia geral de um primeiro MQR, expresso pela figura 8.

Figura 8: Ideia geral de um *MQR*



Fonte (adaptada): (Winslow et al., 2013, p. 271)

Quanto ao exercício das descrições por Alice D Silva, sendo o primeiro momento que começou a realizá-las nos encontros online, observou-se a necessidade de pontuar a organização do mapa, pois partindo de uma questão geratriz, havia ali algumas setas direcionando às questões e respostas, descritas pausadamente. No entanto, o desafio foi sendo evidenciado a ela no mapa da paella quando ali se mostravam mais elementos gráficos, como balões e setas, e os textuais, aliado ao objetivo de descrever a todo o grupo a forma de organizar uma produção de conhecimento. Nesse sentido, aos poucos, a Alice D Silva foi percebendo que era necessário cuidado e atenção para com a organização espacial dos elementos a serem descritos e os elementos principais ali expostos, a ponto de não deixar de considerá-los com fidelidade à imagem em referência.

Em relação ao estudo do mapa como ferramenta de conhecimento, no próprio exemplo colocado sobre a confecção da paella, as Alices foram pontuando questões que poderiam aparecer na educação básica, visando um trabalho didático que perpassasse diferentes áreas do conhecimento. Isto é dito quando as Alices Marques, Rautenberg e Lopes observam a possibilidade de mobilizar muitas questões que podem fomentar um estudo em âmbito interdisciplinar. Observam com a matemática, a ideia de proporção, ao associar o quantitativo de pessoas com o quantitativo de ingredientes necessários em diferentes casos, por exemplo. Da mesma forma, dialogam com vistas a avançar no estudo sobre a origem do prato, podendo mobilizar questões voltadas à História, Geografia e à própria escrita de uma possível receita pelos alunos, mobilizando aspectos da Língua Portuguesa.

Esse olhar amplo sobre a oportunidade de avançar no estudo, talvez nos leve a necessidade de refletir sobre uma possível adaptação da questão geratriz colocada, ao vislumbrar trabalhos em uma perspectiva bidisciplinar ou codisciplinar. Essa forma de organização de trabalhos didáticos vai ao encontro da proposta do *PEP* como forma de estudo e pesquisa em que as *OM*, assim como aqueles referentes a outras disciplinas, possam ser estudadas com outros sentidos atribuídos pelos estudantes.

[...] um PEP é obrigado a se situar com relação a um determinado “programa”, que só deverá exceder excepcionalmente. Essa limitação formal pode, contudo, ser modificada, se não à vontade, pelo menos de forma bastante ampla, criando sistemas de formação escolar, por exemplo organizando a criação de sinergias de várias disciplinas, ou seja, permitindo – e até impulsionando – a abordagem codisciplinar da questão Q sobre o princípio do PEP (Chevallard, 2004, pp. 8-9).

Quando retomamos nosso estudo com a ajuda do *MQR* sobre o caso de ensino de Alice, em discussão com o grupo, refletimos o fato de que em nossa proposta de estudo não há uma questão geratriz fechada em si mesma, como seria o caso de atividades específicas para estudo de uma dada praxeologia em jogo. Na explanação do mapa, quando Alice D Silva chega a retomar o fato de que no último encontro, as Alices encontraram uma definição de número par e ímpar, como sendo: “o número é par quando dividimos por dois e o resto é zero e um número é ímpar quando na divisão por dois o resto não é zero”, permitindo o seguinte diálogo.

Alice Marques: Lembrando que não pode ser só desse jeito aí, somente que o resto não é zero, porque se for dois, quatro, seis, ainda vai acabar dividindo. Então só é ímpar quando resta um [...] então assim é tem que limitar, porque se sobra três ainda vai dar para dividir por dois.

Alice D Silva: Perceba que interessante né, Alice Marques, e essa foi uma resposta encontrada na internet. Eu lembro que ela colocou da mesma forma que aparecia lá mesmo, né? Então, vejam o quanto que o que Alice Marques tá nos colocando gente, é que a gente encontra uma resposta para a questão sobre o que é um número par ou ímpar, né? Foi feito um movimento de pesquisa, acessou ali o Google e essa mídia que a gente tá chamando de mídia são as

fontes de estudo, né? Ela deu uma resposta e essa resposta a gente precisa validar ela e não aceitá-la como pronta e acabada. Então o que Alice Marques está nos colocando aqui nos faz olhar para isso também, né? Então assim, a gente tem uma resposta, mas será que essa resposta tá correta? Será que essa resposta tá legal? Agora, a gente vai precisar olhar para ela com calma e analisar essa questão da divisão, né?

Alice Lopes:  Ai sobre essa questão geralmente quando a gente é aluno, principalmente, da Educação Básica que a gente não tem muito norte, se o professor, por exemplo, chegar com uma resposta assim a gente vai aceitar e ter ela como a resposta correta não tem muito esse questionamento, essa

criticidade sobre as respostas, né?

Alice D Silva: Exatamente.

Alice Moraes: Qual é a fonte, né? [...] Isso eu fui aprendendo na faculdade, no começo da faculdade que eu chegava da faculdade e ia contar para ele [o marido] o que eu escutava e ele falava: Qual foi a fonte? Nós temos essa visão que se o professor falou então temos total credibilidade, né? Então é isso e como que a gente está comentando sobre a questão de onde está saindo essa informação, né? Como utilizar isso a nosso favor, porque é o que tá escrito em tal lugar, mas qual foi a base? E isso gera uma grande discussão devido que a gente tá questionando e não simplesmente concordando com aquilo que está sendo dito, né?

Alices, temos que o professor é uma fonte de estudo, que também se embasou em algumas mídias. Talvez, o exercício que temos que fazer é o de cultivar uma atitude procognitiva para com nossos estudos, mantendo-nos vigilantes ao exercício da criticidade, de modo a romper com uma postura passiva frente ao saber.

Ainda incomodado com o que fora encontrado na internet, Alice Marques continua ...

vamos trazer aí para essa questão do que foi encontrado na internet, de que um número é par quando dividido por 2 resulta em 0, né, e é ímpar quando dividido por 2 resulta em um número diferente de zero. Quando eu tô colocando para a criança, então eu tô usando a questão dos números inteiros e não fracionários e eu não posso me prender a isso [...] porque o ensino ele tem que se dá exatamente aquilo que diz a norma né daquilo que é a ordem dos elementos a serem apresentados para criança ele tem que trabalhar com números inteiros e depois só lá para frente é que você vai trabalhar a questão de números fracionários, mas mesmo assim o três ele pode ser dividido por dois, pode se eu tiver utilizando lá, pela questão de números fracionários, né? Mas o número 3 ele é ímpar, porque se eu dividir 3 por 2 vai dar um e sobra o quê? Nada! Por que 1,5 vezes 2 é 3, mas o número 3 ele é par ou é ímpar? Olha o tanto da complexidade que é a questão desses cálculos, né? [...] Por isso eu sempre coloco essa questão tem que sobrar um em um número ímpar, quando ele é dividido por 2, sobra 1. (Alice Marques)

Alice D Silva: Pessoal, Alice Marques colocou aí três é par ou ímpar, né? A partir dessa questão, mas e o número 1,5 o número 1,5 por exemplo ou o 3,4... ele é par ou ímpar? Mas assim só puxando o gancho de Alice Marques então para os demais também né? Mas se o professor pega e fala que um número par é aquele que termina com zero, dois, quatro, seis e oito, bom, aí olhando para o quatro né? Se é par quando tem essas terminações, então 3,4 será que ele é par porque ele termina com quatro?

Alice Marques: aí a gente está falando em um número fracionado, ele tem uma vírgula ali, a partir do momento que cai uma vírgula ele já não é mais um número inteiro

Alice D Silva: Rapidinho Alice Marques, vocês concordam pessoal?

Alice Rautenberg: agora eu já tô confusa professora, já não sei mais de nada não

Alice D Silva: Mas, você acha que é par ou não?

Alice Rautenberg: Ah, já não sei mais não professora, eu acho que não, porque ele é ímpar, mas às vezes por conta da vírgula ele pode se tornar um número par, né?

Alice Moraes: eu até peguei calculadora aqui e eu fiz 3,4 por 2 dá 1.7

 E, simultaneamente no chat:

Alice Moraes: 3,4 é ímpar

Alice Lopes: 3,4 par

Embora a doutoranda pudesse ter investido no diálogo acima, colocando questionamentos sobre o que seria um número inteiro para o grupo, ou ainda, no próprio estudo envolvendo o conceito de divisibilidade, para a análise sobre a questão de o resto ser ou não 1 na constituição de um número ímpar, sua escolha nesse momento foi por não realizá-lo. Isso se deve pelo fato de que parecia estar se constituindo um monólogo dela com questões e respostas formuladas por Alice Marques, uma vez que tais colocações nos davam indícios de que a problematização sobre os conceitos envolvidos já pertencia ao seu *equipamento praxeológico*, sendo esse o conjunto de praxeologias que o sujeito dispõe. No entanto, seguindo o objetivo de garantir que todo o grupo pudesse viver um processo de estudo e pesquisa e não receber apenas uma resposta pronta, sem o exercício da validação ao qual defendemos com o *PQM*, vimos que não seria ali o momento de Alice D Silva realizar a validação ou até mesmo a institucionalização do que seria ou não um

número inteiro e, conseqüentemente, sua ligação com números pares e ímpares. Era necessário parar, parar para a consulta de mais fontes de pesquisa e desenvolver um estudo tanto em âmbito individual quanto coletivo.

Em retorno à discussão, ela logo continuou quando Alice Marques já ratifica sua posição ressaltando a questão sobre as linguagens utilizadas, ao pontuar sobre a possibilidade de o número 3,4 ser usado em diferentes contextos. Embora estivéssemos considerando um número decimal, ele representa outro uso quando o grupo o utiliza para representar de forma simplificada o valor de 3 milhões e 400 mil junto com a expressão 3,4 milhões, sendo, para esse caso, preciso recrutar outra análise quanto a determiná-lo como um número par ou ímpar, já que essa situação o remete na representação de um número inteiro. Tal colocação nos remete ao fato de que “Para Chevallard o saber é fruto de produção humana e, por isso, seu uso e seu funcionamento dependem da instituição em que está vivendo, ou seja, o saber não existe no vácuo.” (Bittar e Freitas, 2022, p.11).

Ao dialogar com o grupo sobre a importância das diferentes representações e situações para o estudo e compreensão dos conceitos matemáticos, Alice D Silva retoma o fato de que ficamos com alguns desafios para estudo, inclusive a questão sobre o número 3,4 ser ou não par. Aliás, como ela mesma disse:

[...] se um aluno te pergunta isso em sala de aula, o que você faz? Só não vale correr igual Alice correu, né? Então, assim, que tipo de resposta você dará para o aluno? Vamos pensar sobre isso, porque dependendo da resposta que a gente dá para esse aluno, a gente pode matar todo um processo de construção de conhecimento, né? (Alice D Silva).

Deste modo, passamos à organização do estudo para a semana, como realizado no sábado. Assim, ficou acordado um movimento duplo no grupo de segunda, pois parte buscaria compreender as questões conceituais que foram surgindo, como manifestado por Alice Lopes e Alice Rautenberg:

Alice Lopes: Eu tô mais perturbada, assim que me deixou mais pensativa, foi essa questão do que é realmente o número par, o número, depois de todos os questionamentos e os que Alice Marques trouxe eu fiquei pensando, meu Deus [...] mas aí eu acho que eu tô mais inclinada para isso, a parte dos conceitos mesmo.

Alice Rautenberg: Então, eu gosto muito da parte também dos materiais para se trabalhar, mas eu também fiquei intrigada igual a Alice Lopes sobre o que é um número par, pois nunca tinha assim parado para pensar, né, sobre o porquê [...]

Tais colocações corroboram com o que Paulo Freire nos traz sobre o fato de que:

A curiosidade como inquietação indagadora, como inclinação ao desvelamento de algo, como pergunta verbalizada ou não, como procura de esclarecimento, como sinal de atenção que sugere alerta, faz parte integrante do fenômeno vital. Não haveria criatividade sem curiosidade que nos move e que nos põe pacientemente impacientes diante do mundo que não fizemos, acrescentando a ele algo que fazemos. (Freire, 2022b, p.33)

Já os demais participantes do grupo ali presentes pontuaram sobre as situações para estudo, ao pensar nas atividades com possibilidades de jogos que instiguem a criticidade e como forma de refletirem sobre suas constituições em uma perspectiva inclusiva.

Desta forma, passaremos a discorrer sobre o desenrolar das produções quando os subgrupos formados entram por algumas portas de estudo para apresentar os resultados das questões levantadas e escolhidas pelo(s) grupo(s). De todo modo, nossa intenção é identificar e analisar (re)construções praxeológicas que pudessem ir se constituindo com as dinâmicas coletivas de estudo e pesquisa, assim como desvelar algumas condições e restrições que estivessem interferindo no processo de estudo proposto. Afinal, estávamos todos vivenciando algumas mudanças que nos acontecem ao transitar entre paradigmas. Era uma nova situação não muito habitual, não é mesmo?

O que parece mesmo é  "uma história caudalosa"! [...]



"Estou vendo! Bota caudalosa nisso!" comentou Alice" (Carroll, 2019, p. 51-55).



Porta 3,4: "Que estranho" - pensou. Como assim, par ou ímpar?!

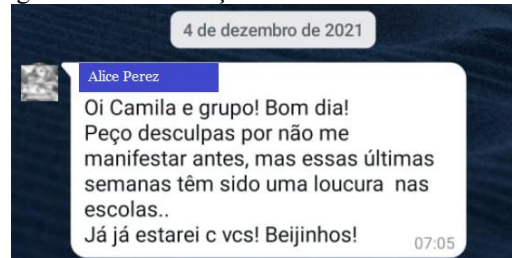
Esta porta, embora seja uma criação para este texto, foi aberta pelos integrantes do  grupo estrambótico que escolheram estudar sobre a questão Q_{1-MP}, referente à definição de números pares e ímpares, de modo a compreender as questões conceituais derivadas desse estudo como o fato de três inteiros e quatro décimos e o zero serem ou não números pares. Trataremos neste espaço sobre objetos achados nos estudos desenvolvidos pelas Alices e as interações ocorridas nos encontros assíncronos pelos subgrupos do *Whatsapp*, tendo como intuito discutir sobre o que são números pares e ímpares. Entraram nessa  porta algumas Alices, participantes do  chá de sábado e de segunda, bem como a Alice D Silva, e permaneceram em diálogo nela até o nosso encontro do quarto chá dialógico, ocorrido nos dias 04 e 06/12/2021.

E o que podemos perceber nos diálogos dos (des)encontros assíncronos pelo whatsapp com os integrantes do grupo de sábado? 🗝️

Neste subgrupo alguns estudos individuais são iniciados e compartilhados no whatsapp após uma semana desde o último chá dialógico. A demora para o início das discussões se dá frente a algumas *condições institucionais* que acabam interferindo no processo de estudo coletivo, como evidenciam Alice Pinheiro e Alice Perez, posteriormente, sobre não conseguir acompanhar as discussões assíncronas.

Alice Pinheiro: *Alice D Silva, boa tarde [...] Eu andei fazendo umas pesquisas, eu só ainda não tive tempo de colocar aqui no grupo. [...] Peço desculpas também por não ter entrado em contato, porque semana passada foi a semana de preparação para a prova do ENADE, aí fiz no domingo, mas é isto. Eu tô disponível caso as meninas queiram, não sei se elas vão querer, por exemplo, marcar uma reunião no Google Meet para conversar sobre isso, ou o diálogo pode ser só aqui mesmo pelo grupo. Estou me colocando aí à disposição caso vocês achem necessário. (Transcrição de áudio no whatsapp, 16/11/2021)*

Figura 9: Uma condição de desencontro assíncrono



Fonte: dados da pesquisa

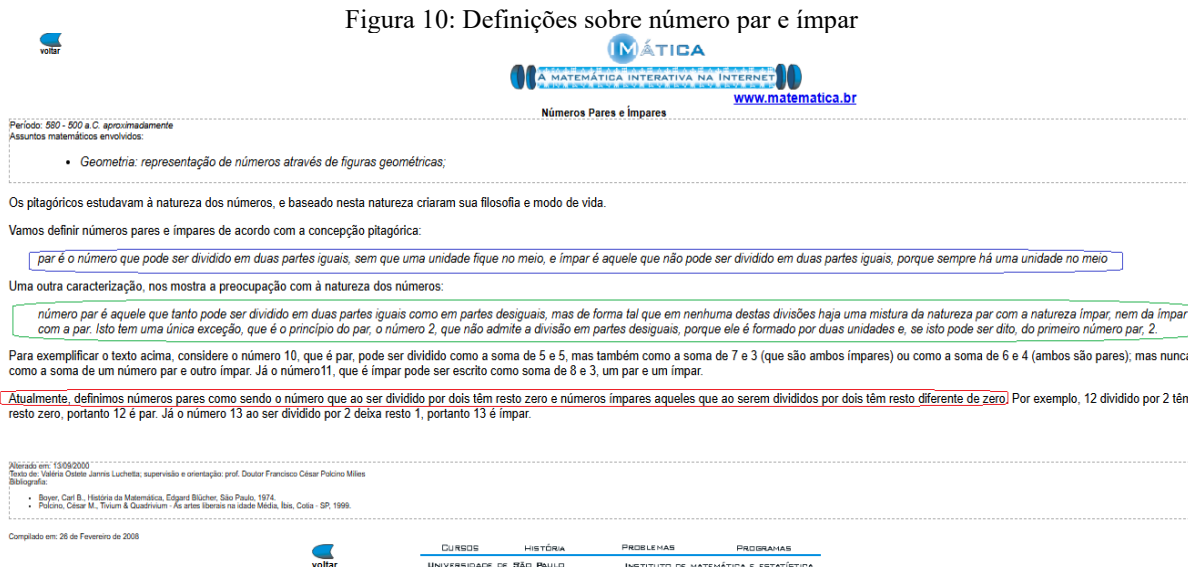
Ainda assim, podemos observar que no que tange à *topogênese*, Alice Pinheiro se coloca à disposição do grupo caso o restante dos participantes quisesse marcar uma reunião no *google meet* para compartilhar com a discussão do processo de estudo que cada um estava fazendo individualmente. Embora não aceito pelo grupo, esse movimento seria importante para a organização desse trabalho, inclusive sobre as responsabilidades de cada integrante do grupo e do coletivo em si, para que questões pudessem ser levantadas e as respostas obtidas, validadas por eles. É aí que a *dialética individual-coletivo*, ou ainda, a *dialética da autonomia-sinonímia*, se dão como um gesto didático fundamental para superarmos a ação didática fortemente vinculada ao *PVO* de que basta que o indivíduo (estudante) assuma uma autonomia sobre o seu próprio processo de estudo, em vista a responder as questões postas pelo docente. Nesse sentido, é necessário avançar deste estágio para a construção de uma sinonímia, como expresso por Chevallard (2010), cuja

responsabilidade é assumida coletivamente, construindo e validando as respostas em cooperação com Y (diretor e/ou ajudante de estudo).

Nesse meio-tempo Alice  [Pinheiro] encontrara um quartinho todo arrumado, com mesa sob a janela onde havia (tal com esperara) um leque e dois ou três pares de minúsculas luvinhas brancas de pelica. (Carroll, 2019, p.60, inserção nossa).

Dentre os objetos encontrados, ela compartilha com o coletivo um *link* de um site vinculado à Universidade de São Paulo, expresso pela figura 10 a seguir.

Figura 10: Definições sobre número par e ímpar



Período: 580 - 500 a.C. aproximadamente
Assuntos matemáticos envolvidos:

- Geometria: representação de números através de figuras geométricas;

Os pitagóricos estudavam a natureza dos números, e baseado nesta natureza criaram sua filosofia e modo de vida.

Vamos definir números pares e ímpares de acordo com a concepção pitagórica:

par é o número que pode ser dividido em duas partes iguais, sem que uma unidade fique no meio, e ímpar é aquele que não pode ser dividido em duas partes iguais, porque sempre há uma unidade no meio

Uma outra caracterização, nos mostra a preocupação com a natureza dos números:

número par é aquele que tanto pode ser dividido em duas partes iguais como em partes desiguais, mas de forma tal que em nenhuma destas divisões haja uma mistura da natureza par com a natureza ímpar, nem da ímpar com a par. Isto tem uma única exceção, que é o princípio do par, o número 2, que não admite a divisão em partes desiguais, porque ele é formado por duas unidades e, se isto pode ser dito, do primeiro número par, 2.

Para exemplificar o texto acima, considere o número 10, que é par, pode ser dividido como a soma de 5 e 5, mas também como a soma de 7 e 3 (que são ambos ímpares) ou como a soma de 6 e 4 (ambos são pares); mas nunca como a soma de um número par e outro ímpar. Já o número 11, que é ímpar pode ser escrito como soma de 8 e 3, um par e um ímpar.

Atualmente, definimos números pares como sendo o número que ao ser dividido por dois têm resto zero e números ímpares aqueles que ao serem divididos por dois têm resto diferente de zero. Por exemplo, 12 dividido por 2 têm resto zero, portanto 12 é par. Já o número 13 ao ser dividido por 2 deixa resto 1, portanto 13 é ímpar.

Atualizado em: 13/09/2005
Texto de Valéria Oster Jamris Luchetta; supervisão e orientação: prof. Doutor Francisco César Polino Miles
Bibliografia:

- Boyer, Carl B., História da Matemática, Edgard Blücher, São Paulo, 1974.
- Polino, César M., Teoria & Quaternário - As artes liberais na cidade Média, São Carlos - SP - 1999.

Compilado em: 26 de Fevereiro de 2008

CURSOS HISTÓRIA PROBLEMAS PROGRAMAS
UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO INSTITUTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA

Fonte: <https://www.matematica.br/historia/parimpar.html>

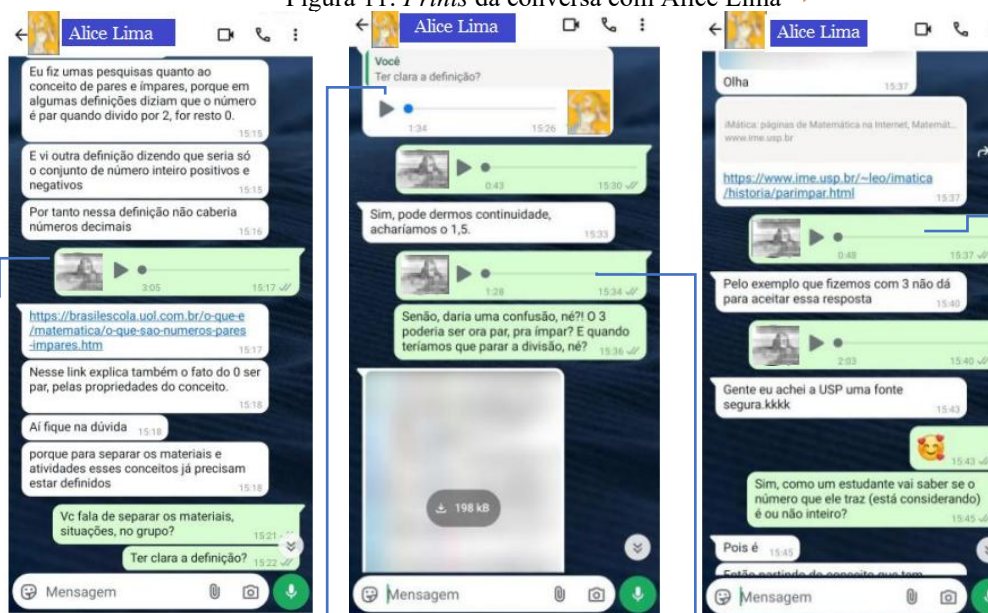
Ao trazer para o grupo esta fonte de estudo, Alice Pinheiro ratifica que acredita ser um bom site a ser considerado, já que é uma instituição renomada de ensino no Brasil. Ela identifica que tais definições podem ajudá-los a compreender que não caberia aos números decimais, como é o caso do 3,4 ressaltado nos  chás dialógicos, serem descritos como números pares ou ímpares. Embora apenas Alice Garcia tenha dado indícios de estar acompanhando e concordando com o que disse Alice Pinheiro, chamamos a atenção para o fato de que até então ainda não havia tido uma validação de tal *mídia* encontrada, de modo a ser confrontada com outras definições, como uma possível análise crítica das mesmas a serem realizadas no *meio didático*. Isso é dito, em

conformidade ao que Chevallard (2007, p.3) nos traz, já que “A existência de uma vigorosa (e rigorosa) dialética entre *mídias* e *meios* é uma condição crucial para que um processo de estudo e pesquisa não se reduza à cópia acrítica de elementos de resposta dispersos nas instituições da sociedade.”

Por outro lado, Alice Lima estava ali em silêncio, 🔒 “observando simplesmente, de passagem”¹⁰¹, já que percebe que havia entrado pela 🔒 porta errada. No entanto, foi o suficiente para verificar que alguma coisa não estava bem às claras, o que levou a chamar Alice D Silva em particular.

Figura 11: Prints da conversa com Alice Lima 🔒

Alice D Silva fala do desafio sobre o questionamento de 3,4 ser ou não par pensando no ensino, caso fosse realizado por um aluno, como já foi suscitado nas discussões em outros grupos.



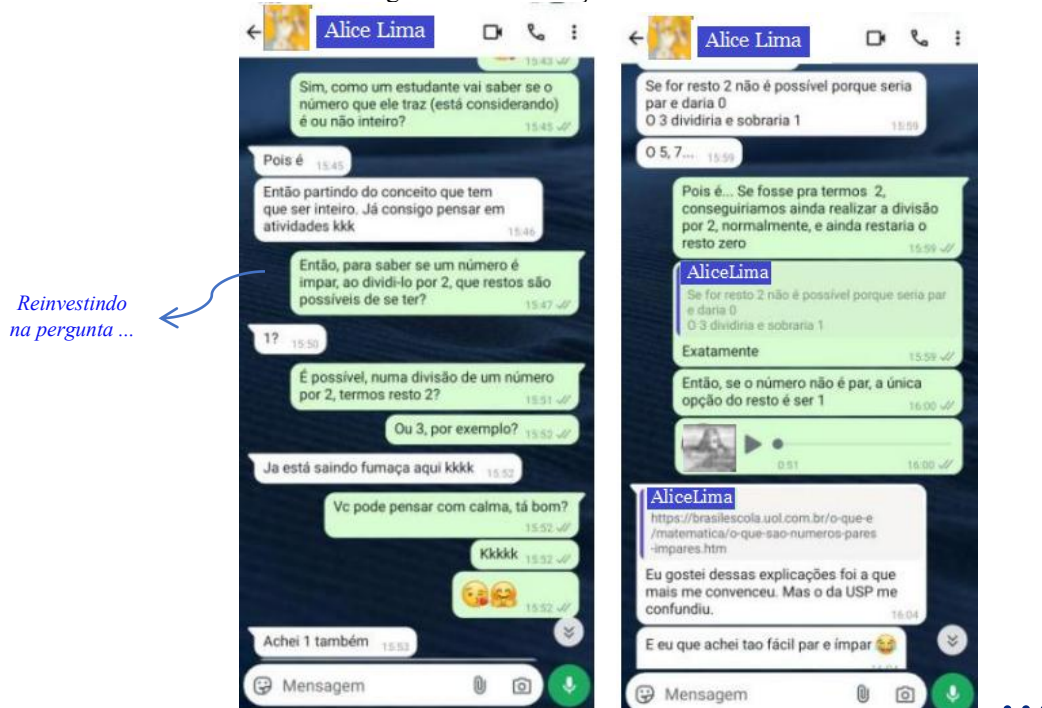
Fonte: dados da pesquisa

Alice Lima, pegando o início de sua fala, você fala assim: qualquer coisa dividida por 2 dá um resto zero, então esse número será par. Então tá, se a gente pegar o 3, e 3 dividido por 2, é possível esse resto dar zero? O que você acha? Porque o 3 é inteiro, então o que você me diz? Nessa situação, vamos tentar dialogar um pouquinho nesse sentido, pode ser?

Alice D Silva fala sobre quando falamos de uma divisão no conjunto dos inteiros, não basta que apenas o dividendo seja inteiro, mas o quociente também precisa ser inteiro.

Sim, exatamente. E o que você me diz da fonte, em termos do que você está pensando? E aí eu vou fazer outra pergunta a você também, né? Então veja, essa questão, além disso, do que a gente acabou de colocar ali, da questão do 3, é também pensar, por exemplo, nessa questão do número ímpar, olha lá, e números ímpares, aqueles que, ao serem divididos por dois, têm resto diferente de zero. E aí, né, ao ser dividido por dois um número ímpar, o resto, ele pode ser diferente de zero. Então ele pode ser 1, 2, 3, 4, 5, qualquer número que, somente que não seja zero, para ele ser ímpar. O que você acha?

Figura 12: Continuação da conversa com Alice Lima



Fonte: dados da pesquisa

Em meio à conversa, a doutoranda discorre sobre o fato de na página considerada a referência a um número inteiro está implícita, embora isso não esteja bem às claras a qualquer pessoa, cuja relação com o objeto do saber O , como em relação à concepção pitagórica ou quanto aos próprios números pares e ímpares serem estudados apenas no âmbito do conjunto dos números inteiros. Com base em Chevallard (1992), esse seria um ponto em que uma pessoa X desconheça O , ou ainda, que sua relação pessoal com esse objeto é vazia, também expresso por $R(X,O) = \emptyset$. Nesse sentido, a forma da definição atual trazida no texto dá margem a novos questionamentos, e até mesmo a possibilidade de indução ao erro, como já discutido anteriormente. Contudo, o que está em jogo não é o fato de que a fonte esteja errada e nem que Alice Lima esteja equivocada em não confiar no que é expresso pela *mídia*. Além disso, não é o caso da mediadora do estudo, Alice D Silva, responder sim ou não para respostas obtidas no meio. Para compreender essa jogada, se faz necessário observarmos que a complexidade que compõe essa relação, tal como evidenciada por Alice Marques em outros  chás, pode ser concebida por meio da dialética *ausência na presença* e *presença na ausência*, evidenciada por Chevallard (2010). E como essa dialética pode ser exemplificada? Veremos a seguir o que o autor nos traz:

[...] Um dos maiores problemas enfrentados por qualquer estudo de uma obra tem como solução uma forma apropriada da dialética da presença na ausência e da ausência na presença. O que queremos dizer com isso? Quando uma pessoa x quer estudar um trabalho O , ela pode entrar “em contato” com O , onde este trabalho está vivo: se x quiser estudar o teatro, ou a cubagem de toras, ou a língua inglesa, ou a culinária molecular, x pode se aproximar de alguma instituição onde se faz teatro, onde se cortam toras, onde fala inglês, onde fazemos culinária molecular[...] Mas, geralmente, se a pessoa x é assim brutalmente colocada na presença da obra, esta permanece em grande parte elusiva, impenetrável, não apropriável por x . Para x , a obra O está de fato ausente, embora que ela esteja ali, muito perto: assim ela está ausente apesar de sua presença; para marcar a coisa, diremos que está “ausente na presença”. Uma apresentação sobre a obra O permite por outro lado, “falar” de O na própria ausência de O : através de uma apresentação sobre O , esta obra torna-se presente apesar de sua ausência real; diremos que ela está “presente na ausência”. A presença real da obra O , como dissemos, não é de forma alguma garantia de que x será capaz de “aprender” O . [...] Por outro lado, não se pode aprender completamente o teatro, o cubo de troncos, a linguagem inglesa, a cozinha molecular apenas em apresentações, por mais bem feitas que sejam: vem um tempo em que você tem que, por exemplo, fazer teatro, cortar toras, falar inglês, fazer cozinha molecular, respectivamente, no palco de um teatro, numa serraria, no coração de uma família inglesa, nas cozinhas de um restaurante especializado. Estes são os perigos destas duas armadilhas [...] que a dialética aqui mencionada deveria nos permitir superar. (Chevallard, 2010, pp.103-104)

É com base nessa dialética que inferimos que, embora tenhamos começado a avançar no estudo praxeológico em jogo, quando Alice Lima intuitivamente faz generalizações com casos particulares para observar o resto da divisão de números ímpares por 2, também observamos a ausência de uma real justificativa matemática sobre o porquê de o resto desta divisão ser sempre 1.

É aí que vemos que uma tecnologia que poderia justificar esse fato se dá com outros conceitos matemáticos, como é o caso da teoria da congruência no estudo da aritmética com o conjunto dos inteiros ($\mathbb{Z}$). No entanto, percebe-se que, para uma comunidade de não licenciados em matemática, há ausência desse saber na *mídia* analisada, apesar de estar presente na própria abordagem de números pares e ímpares. Isso nos leva a refletir sobre alguns questionamentos que perpassam o uso da linguagem em diferentes *mídias* expressas na sociedade, como o caso deste *link* da *web* analisado: a linguagem utilizada no texto é acessível a quem? Na verdade, para quem o texto é dirigido?



Sobre a Teoria da congruência criada por Gauss e publicada em 1801 em *Disquisitiones Arithmeticae*, segundo Freitas (2009), é ela que nos permite analisar sobre os restos de uma divisão euclidiana por dois números inteiros positivos, bem como constituindo uma ferramenta potente para resolver problemas não-matemáticos, como é o caso do “ciclo semanal, as posições das horas, dos minutos e dos segundos nos ponteiros do relógio (não digital), [...] e outros tantos que envolvem repetições cíclicas”, como explicita Freitas (2009, p.56). Assim, temos que:



“a divisão é uma operação importante e que permite identificar a classe dos números inteiros por meio da identificação do seu resto. Por exemplo, ao dividirmos um número inteiro qualquer por

2, poderiam ocorrer somente dois casos: a divisão por 2 é exata (número par) ou a divisão por 2 deixa resto 1 (número ímpar). Nesse caso o conjunto dos inteiros fica dividido em dois subconjuntos disjuntos, os inteiros pares e os inteiros ímpares" (Freitas, 2009, p.57).

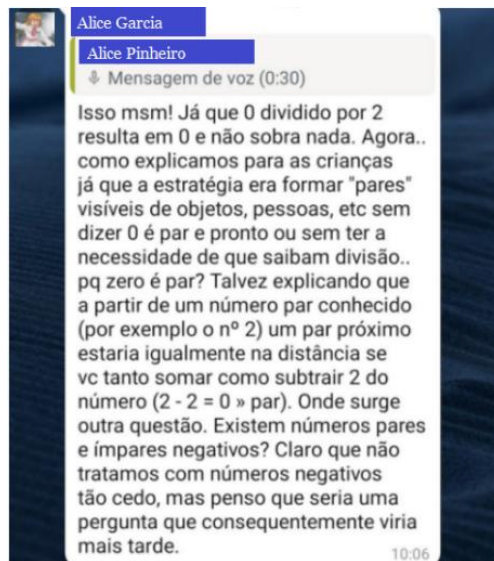


Cabe ainda ressaltar que na ocasião não consideramos que caberia ao nosso *PEP* um estudo avançado com saberes oriundos de uma matemática acadêmica, de modo a realizarmos uma *entrada no tema*. Também há de se considerar o fato de Alice D Silva não ter tido algum outro conhecimento em seu *equipamento praxeológico* que a permitiria ativá-lo naquele momento, em busca de realizar um processo de transposição didática¹⁰² desse saber em jogo.

Quanto à *mesogênese* deste processo de estudo, temos que em retorno ao diálogo construído no subgrupo do *whatsapp* entre Alice Pinheiro e Alice Garcia, observamos que a resposta encontrada por elas de que um número par e um número ímpar pertencem ao conjunto dos números inteiros passou a ser aceita pelas mesmas, o que permitiu a validação da resposta atribuída a 3,4: este número não é par nem ímpar, já que não pertence ao conjunto dos inteiros. De posse deste achado, Alice Garcia avança para a colocação da necessidade de refletirem sobre o fato de essa questão ser apresentada nos anos iniciais, cuja compreensão do número 3,4 perpassa os números decimais. Nesse sentido, percebem a importância de apresentar nesse ciclo de escolaridade, algumas especificidades desses números aproveitando o cotidiano das crianças, já que essa é uma questão passível de ocorrer nos anos iniciais, como foi possível verificar em Proulx (2019).

Por outro lado, quando Alice D Silva questiona sobre o fato de zero ser ou não par, Alice Pinheiro recorre à ideia de divisibilidade por 2, quando expressa que zero ao ser dividido por 2 possui resto zero, sendo esta uma condição para ser par, o que a permite justificar sua resposta. Tal procedimento também é corroborado por Alice Garcia, quando percebemos que elas a utilizam como elemento do bloco tecnológico-teórico para justificar algumas das técnicas utilizadas até o momento, como é o caso do agrupamento de 2 em 2 e, inclusive, no caso de que se dado um número inteiro então o mesmo só pode ser um número par ou ímpar. Em diálogo, observamos a evolução do *meio* quando outras questões surgem para estudo sobre o conceito em jogo e seu ensino nos anos iniciais, como mostra a figura 13 a seguir.

Figura 13: Partindo da questão: zero é par ou ímpar?



Fonte: dados da pesquisa

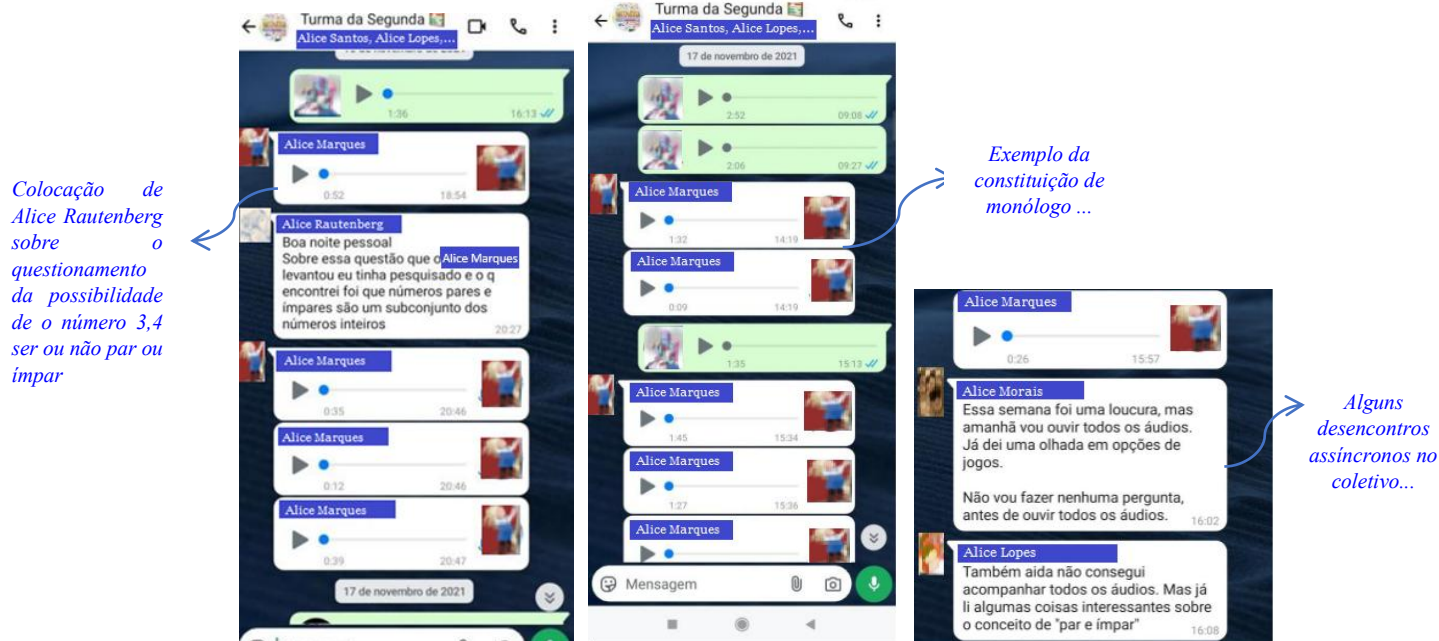
A técnica utilizada por Alice Garcia para que as crianças possam perceber uma regularidade numérica junto aos números pares pontuou mais uma questão ao meio didático, como a possibilidade de a situação recair no estudo com números inteiros negativos, conceito esse não previsto para os anos iniciais. Desta forma, discutimos que embora não seja proposta a abordagem do tema neste ciclo de escolaridade, é possível aliá-lo às observações de mundo da criança, quanto à existência da representação de números negativos que podem ser visualizados no dia a dia, como é o caso da temperatura negativa do ambiente ou a própria temperatura expressa em algumas geladeiras, entre outros.

Já no subgrupo formado pelos participantes do chá de segunda ... 🔑

Alice D Silva abre a discussão lembrando-os sobre as questões que precisavam ser pesquisadas, a fim de encontrar respostas que pudessem ser compartilhadas no coletivo e, possivelmente, validadas. Nesse sentido, observamos que Alice Marques mantém suas afirmações acerca do que compreende ser um número par e ímpar, sendo esses números inteiros, o que descartaria a possibilidade de análise de o número 3,4 ser ou não par ou ímpar. Além disso, ele evidencia que desconhece alguma fonte que possa trazer o fato de o número decimal 3,4 ser

analisado em relação a paridade numérica. Corroborando com tal colocação, Alice Rautenberg afirma que na sua pesquisa realizada também havia encontrado que os números pares e ímpares formam um subconjunto do conjunto dos inteiros, como podemos observar na figura 14.

Figura 14: Alguns dos momentos de diálogos assíncronos do grupo de segunda



Fonte: dados da pesquisa

Inferimos que ela tenha realizado um movimento em busca de compreender o porquê de 3,4 não ser nem par nem ímpar, saindo de uma posição passiva sobre o saber, de apenas aceitar tal colocação já pontuada no 🗝️ chá dialógico. No entanto, no coletivo isso acaba não sendo confrontado com outras fontes e com a participação de demais colegas, devido também aos desencontros assíncronos.

Por outro lado, observamos que Alice Marques apresenta uma atitude autônoma sobre o saber, a partir da mediação de Alice D Silva para que o grupo pudesse ir organizando um processo de estudo. Essa atitude se dá ao expressar sua compreensão sobre a impossibilidade de um número racional, e não inteiro, ser par ou ímpar, inclusive instigando o grupo para a análise de um número fracionário, quando realiza conversão do número 3,4 expresso na representação decimal para a representação fracionária. Embora solicitasse aos colegas que compartilhassem as fontes de estudo, caso sua análise estivesse equivocada, o grupo não chegou a pontuar se houve por sua parte acesso às mídias de estudo sobre o tema naquele momento de nosso percurso. Assim, fomos percebendo

que junto aos desencontros assíncronos que foram ocorrendo com as demais participantes do grupo, acabou-se constituindo um diálogo somente entre Alice D Silva e Alice Marques. Nele surgiram novas questões que poderiam ser acrescidas ao meio, mas nem sempre as perguntas lançadas ao grupo encontravam eco no mesmo, independentemente de quem as fizesse.

Assim, se de um lado tivemos a fragilidade na evolução do *meio* e no avanço com questões e respostas de estudo, por outro, as colocações pontuadas desde o segundo  chá dialógico por Alice Marques levaram a Alice D Silva a realizar algumas pequenas institucionalizações, como é o caso de que não caberia analisar o número decimal 3,4 quanto a sua paridade, já que ele não é um inteiro. Tais fontes de estudo que embasaram a apresentação foram compartilhadas junto com algumas definições encontradas também pelos demais colegas. Assim, explicou a necessidade de olhar um número decimal como um todo, e não parcialmente, como ocorreu com a hipótese outrora levantada, ao analisar apenas a terminação do número dado para determinar se é ou não par, como é o caso da parte decimal nesse caso. Assim, Alice D Silva explicitou que, se aplicássemos tal conjectura no caso do número 2,5 ele seria ímpar. Contudo, $2,5 = 2,50$, ou seja, 5 décimos equivalem a 50 centésimos e, conseqüentemente, nesse último caso, seria dito que o número 2,50 seria par. Se tal suposição fosse verdadeira, teríamos aí um número sendo par e ímpar ao mesmo tempo, o que não procede. Ela afirmou ainda que, caso essa fosse uma questão que tivesse surgido por estudantes no contexto de sala de aula, não era o caso de apenas responder se o número não era par nem ímpar, mas que a situação pudesse fomentar um diálogo para que novas conjecturas fossem sendo levantadas, como de certa forma ocorreu entre nós. Inclusive, ao refletir sobre a posição de professor, se faz necessária também a possibilidade de ampliar os conhecimentos relativos à área de conhecimento em jogo e ao ensino da mesma, o que corresponde ao caso de ampliar nosso próprio *equipamento praxeológico* tanto em âmbito matemático quanto didático, por meio dos estudos e pesquisa continuamente desenvolvidos no decorrer da nossa profissão professor.

Assim, a discussão neste subgrupo direcionou-se o debate sobre possibilidades de atividades envolvendo a temática de estudo, logo após o terceiro  chá dialógico, o qual será tratado no subtópico denominado  Porta no espelho e nos próximos chás.

Nesse momento, Alice ...



[...] percebeu que uma das árvores tinha uma porta, dando para o seu interior. “Isto é muito curioso!” pensou. “Mas hoje tudo é curioso. Por que não dar uma entradinha?” E foi o que fez. (Carroll, 2012, p. 110)



: Qual a razão de conhecer uma face do campo de croqué, o currículo?! 

Quando Alice no País das Maravilhas abre essa  porta, ela se depara com um lindo jardim em que logo na entrada já havia algumas rosas brancas, mas que estavam sendo pintadas de vermelho por três jardineiros. Diante de tal cena, Alice os questiona sobre qual a razão de estarem pintando-as, quando um deles responde:



“O que acontece, senhorita, é que estas rosas deveriam ser vermelhas, mas plantamos uma roseira branca por engano. Se a rainha descobrir, cortará as nossas cabeças, sabe? Como pode ver, senhorita, estamos tentando corrigir o problema da melhor maneira possível, antes que ela chegue para ...” (Carroll, 2019, p.104)



Nesse momento, a Rainha chega a este local e todos ali presentes se organizam e se colocam em suas posições para iniciar o jogo de  croqué. Embora o real jogo de  croqué da era vitoriana consistia, em princípio, num passatempo dos aristocratas ingleses da década de 1850¹⁰³, no país das maravilhas, Lewis Carroll faz uma analogia à austeridade da sociedade da época subvertendo-o em jogadas com animais e com regras não muito bem definidas, por sinal.



“Alice nunca vira um campo de croqué tão peculiar na vida: o terreno era todo irregular, com protuberâncias e buracos. As bolas eram ouriços vivos; os malos, flamingos; e os soldados tinham que se curvar, apoiando-se nos pés e nas mãos, para formar os arcos. [...] Todos jogavam ao mesmo tempo, sem aguardar a vez, discutiam sem parar e disputavam os ouriços. [...]” (Carroll, 2019, p.108-109)



Já em nosso caso, a analogia que aqui realizamos diz respeito às decisões feitas pela noosfera e que são materializadas na forma de normas, diretrizes, como o próprio currículo prescrito no âmbito educacional, livros didáticos, dentre outros. Por noosfera, Chevallard (1982) compreende as diferentes instituições que determinam os conhecimentos a serem ensinados ou não em uma dada instituição de ensino. Assim, as rosas sendo pintadas para agradar a rainha, nos lembra o quanto que nós professores fazemos para atender os desejos da noosfera, diante das várias demandas da profissão, não?!

Isso nos fez lembrar de um diálogo com Alice Perez, quando Alice D Silva pergunta a ela sobre suas principais fontes e recursos didáticos que utiliza para planejar suas aulas. Eis sua resposta...

Ah eu pesquiso bastante na internet. Muito mesmo. E sempre relacionando com as diretrizes do município, né? Porque também eu não gosto de me sentir presa nas diretrizes, mas assim, [👉] existe essa demanda muito forte aqui da gente sempre estar referenciando. Eu tenho um receio muito grande de ficar sabe, com a cabeça muito nas diretrizes, porque a gente acaba se perdendo em escutar as crianças, né? [...] agora antes de conversar com você eu tava até fazendo uma planilha com os códigos, já deixando certinho o que eu ia trabalhar no primeiro trimestre, segundo, terceiro, em relação às diretrizes, né? Eu leio para poder depois em sala de aula com aquilo na cabeça fazer as relações com o que as crianças estão me trazendo, então ao invés de ir algo direto da diretriz pra sala eu tento colocar a diretriz na minha cabeça. Estou sempre lendo para poder relacionar na sala de aula de modo mais fluido e mais espontâneo, né? [...] eu ainda me sinto um pouco perdida no que eu preciso trazer pras crianças e [...] [👉] eu tô me deparando agora sabe, por isso que eu tô fazendo essa planilha assim para entender que conteúdos que são exigidos que eu ensine no quinto ano, porque por mais que as crianças tragam coisas, eu me sinto assim... eu sinto um peso nas minhas costas em relação às minhas obrigações sobre o que eu preciso ensinar [...] [Em referência aos colegas de profissão] ninguém quer debater e isso me causa também muita angústia, não querer nem debater o sentido das coisas, aceitando como são, né? Elas já estão estabelecidas [...] (Alice Perez, em entrevista - 02/02/2022)

E pelo fato de estarem estabelecidas, até parece que não podemos provocar mudanças em nossas práticas, não é mesmo Alice Perez? Concordamos com você, por que precisamos conhecer o que está posto, ou seja, o modelo dominante de ensino, questioná-lo, para tentar nos emancipar dele, como nos lembra Gascón (2011).

[...] podemos dizer que a dimensão econômico-institucional de um problema didático inclui questões que giram em torno da questão: como estão as coisas (as OM e OD) na contingência institucional? [...] Vale a pena mencionar que qualquer resposta que pretendemos dar à questão acima referida deve basear-se num MER e no modelo didático de referência (MDR) apoiado por este MER (Gascón, 2011, p. 213).

Apesar de não termos construído um modelo epistemológico de referência (MER) próprio desta tese, nos apoiamos em diferentes fontes de estudo em Didática que nos permitem perceber a

importância do levantamento de obras de referências. Esse processo de estudo nos permite refletir sobre possibilidades futuras de emancipação de um currículo enraizado no *PVO*. Esse exercício de estudo e pesquisa que nos propomos a nos aventurar, pode nos levar a compreender as organizações matemáticas e didáticas. Embora tenhamos iniciado esse movimento com um conceito numérico tão elementar, que diz respeito aos números pares e ímpares, que nas palavras de Chevallard (1999) pode ser considerado como uma *organização praxeológica pontual*, consideramos o quanto necessário é esse estudo, o que nos permite ampliar nossa compreensão para novas análises a serem realizadas com outras OM que vivem nos anos iniciais.

Assim, era necessário preparar as peças para o lance nesta jogada, e por qual razão conhecer estas regras? Talvez possamos nos permitir ir conhecendo juntos, à medida que vamos jogando. Com esse intuito, os integrantes do grupo estrambótico que entraram por esta porta se dispuseram a estudar para responder a seguinte questão: Como os números pares e ímpares aparecem em documentos oficiais, livros e/ou materiais didáticos para os primeiros anos de escolaridade básica?

Logo após abrirem essa  porta, marcas da *topogênese* já poderiam ser vistas, quando o grupo iniciou suas pesquisas dividindo suas responsabilidades tanto em âmbito individual quanto coletivo, no sentido de buscarem por documentos oficiais e materiais próprios dos municípios onde cada um residia e depois compartilharem para discutir e validar os elementos encontrados. Em seguida, Alice Estrela cria um drive para que compartilhem seus achados e convida os demais integrantes a se reunirem pelo *google meet* para conseguirem dialogar e sistematizar os estudos desenvolvidos. De acordo, Alice Borges, Batista, Peters e Matos verificam que o único horário possível para a realização dos encontros seria das 21h30 às 23h (BSB), já que em outros períodos e horários cursavam disciplinas nas suas respectivas instituições de ensino superior. Desse modo, realizaram dois encontros síncronos, como cartadas extras, que foram mobilizadas por eles nos dias 17/11/2021 e 01/12/2021.

Antes do primeiro encontro por elas organizado, foram compartilhando alguns materiais pesquisados no whatsapp, assim como a Base Nacional Curricular Comum (BNCC), o Parâmetro Curricular Nacional (PCN) e alguns livros didáticos que estavam disponibilizados na sala de aula do *classroom* do grupo geral e que fizeram parte do acervo da pesquisa. Entre um  chá e outro, Alice Lima compartilhou com todo o grupo estrambótico mais alguns LD online que havia recebido

em uma disciplina que cursava no curso que estudava, o que também serviu como apoio a este subgrupo de estudo.

De posse dos materiais pesquisados, no primeiro encontro síncrono deste subgrupo observamos que Alice Estrela expõe seu processo de estudo com planos de aula oriundos de um município próximo ao que reside no Rio de Janeiro, já que não encontrara o referencial curricular do RJ. Nesses planos, Alice percebe que a maioria faz uso da habilidade da BNCC, relativa ao 1º ano do EF, que busca “*comparar números naturais de até duas ordens em situações cotidianas com ou sem suporte da reta numérica*” (Brasil, 2018, p.279) e convida os demais para discutirem, tendo em vista a consonância ou não com a BNCC, a partir do que os demais encontraram em seus municípios de origem. Já Alice Peters começou a analisar nos Programas de Educação Tutorial (PET), os planos de estudo da Secretaria de Educação do Estado de Minas Gerais, desde a educação infantil ao quinto ano do ensino fundamental. Ela relata não ter encontrado nenhum vestígio sobre números pares e ímpares, inferindo assim que, por tal documento ser de caráter emergencial acredita que podem ter priorizado outros conceitos determinados pela BNCC, continuando sua busca para o referencial curricular de Juiz de Fora/MG.

Alice Borges ressalta que suas *mídias* de estudo foram constituídas por alguns livros antigos que havia em sua casa, sendo esses livros referentes aos manuais do professor, e que também não encontrou nada direcionado ao estudo de nossa temática de estudo. Desta forma analisou o referencial curricular do município de Campo Grande MS, e não encontrou referências às palavras par e ímpar, a não ser a ideia de agrupamento de objetos de 2 em 2 no segundo ano do ensino fundamental. Apenas no referencial do estado de MS, é que ela relata ter encontrado uma única menção direta aos números pares e ímpares, no sexto ano do ensino fundamental, como uma regra para determinar tais números em uma dada sequência numérica.

Embora os PCN não tenham sido mobilizados pelo grupo, Alice D Silva percebe que no tópico relativo às orientações didáticas, voltadas ao segundo ciclo - antigas terceira e quarta série, há somente uma menção explícita aos números pares e ímpares, relativamente às diferentes classificações dos números, como podemos observar a seguir.

Os conhecimentos a respeito dos números naturais são construídos num processo em que eles aparecem como um instrumento útil para resolver determinados problemas e como um objeto que pode ser estudado por si mesmo. Sua utilidade é percebida pelas crianças antes mesmo de chegarem à escola; elas conhecem números de telefone, de ônibus, lidam com preços, numeração de calçado, idade, calendário. O estudo dos números como objeto matemático também deve partir de contextos significativos para os alunos, envolvendo, por exemplo, o reconhecimento da existência de

diferentes tipos de números (naturais, racionais e outros) e de suas representações e classificações (primos, compostos, pares, ímpares etc.). (Brasil, 1997, p.61).

No entanto, na BNCC não há menção explícita a estes conceitos. Diante do fato de o grupo não ter encontrado a terminologia par ou ímpar em alguns referenciais na mesma, Alice D Silva ajuda o grupo, ressaltando a possibilidade de tal conceito estar embutido em outros, assim como poderiam verificar, por exemplo, o termo paridade, acrescentando mais esse descritor de busca, já que também corresponde ao que estavam procurando. Desta forma, continuam a realizar novas buscas, quando encontram no sexto ano algumas ideias envolvendo par e ímpar junto aos conceitos de múltiplos e divisores. Nesse ponto, Alice Estrela também faz tal associação, complementando:

quando eu procurei números pares e ímpares é associando aos múltiplos, isso, então tem a questão dos múltiplos também, até achei um plano de aula que falava que é explorando os múltiplos de dois e aí aparece o conceito de par e de ímpar associado a esse conteúdo. (Alice Estrela, encontro 17/11/2021)

A partir daí observam que o conceito de múltiplo também aparece na unidade temática - Álgebra, na BNCC no que se refere à sequência numérica recursiva. Essa visão de paraquedista nos mostra a viabilidade desse processo para que os estudos possam ir avançando junto a colaboração entre os pares, na busca de aos poucos ir desvelando as trufas encontradas pelo caminho. Uma visão geral das partes encontradas na BNCC que poderiam corresponder à temática de estudo, está expressa no quadro a seguir.

Quadro 1. Possíveis objetos vinculados aos números pares e ímpares na BNCC

Ano	Unidade temática	Objetos do conhecimento	Habilidades
1º	Álgebra	Padrões figurais e numéricos: investigação de regularidades ou padrões em sequências.	(EF01MA09) Organizar e ordenar objetos familiares ou representações por figuras, por meio de atributos, tais como cor, forma e medida.
		Sequências recursivas: observação de regras usadas utilizadas em seriações numéricas (mais 1, mais 2, menos 1, menos 2, por exemplo).	(EF01MA10) Descrever, após o reconhecimento e a explicitação de um padrão (ou regularidade), os elementos ausentes em sequências recursivas de números naturais, objetos ou figuras.
2º	Álgebra	Identificação de regularidade de sequências e determinação de elementos ausentes na sequência.	(EF02MA10) Descrever um padrão (ou regularidade) de sequências repetitivas e de sequências recursivas, por meio de palavras, símbolos ou desenhos. (EF02MA11) Descrever os elementos ausentes em sequências repetitivas e em

			sequências recursivas de números naturais, objetos ou figuras.
3º	Álgebra	Identificação e descrição de regularidades em sequências numéricas recursivas ou seguintes.	(EF03MA10) Identificar regularidades em sequências ordenadas de números naturais, resultantes da realização de adições ou subtrações sucessivas, por um mesmo número, descrever uma regra de formação da sequência e determinar elementos faltantes.
	Números	Reta numérica	(EF03MA04) Estabelecer a relação entre números naturais e pontos da reta numérica para utilizá-la na ordenação dos números naturais e também na construção de fatos da adição e da subtração, relacionando-os com deslocamentos para a direita ou para a esquerda.
4º	Álgebra	Sequência numérica recursiva formada por múltiplos de um número natural.	(EF04MA11) Identificar regularidades em sequências numéricas compostas por múltiplos de um número natural.
		Sequência numérica recursiva formada por números que deixam o mesmo resto ao ser divididos por um mesmo número natural diferente de zero.	(EF04MA12) Reconhecer, por meio de investigações, que há grupos de números naturais para os quais as divisões por um determinado número resultam em restos iguais, identificando regularidades.
6º	Números	Fluxograma para determinar a paridade de um número natural Múltiplos e divisores de um número natural Números primos e compostos	(EF06MA04) Construir algoritmo em linguagem natural e representá-lo por fluxograma que indique a resolução de um problema simples (por exemplo, se um número natural qualquer é par). (EF06MA05) Classificar números naturais em primos e compostos, estabelecer relações entre números, expressas pelos termos “é múltiplo de”, “é divisor de”, “é fator de”, e estabelecer, por meio de investigações, critérios de divisibilidade por 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 100 e 1000. (EF06MA06) Resolver e elaborar problemas que envolvam as ideias de múltiplo e de divisor.

Fonte: Brasil (2018, p.278 a 291)

Ao explorar novos materiais, Alice Batista compartilha duas vídeo aulas, em que o futuro professor faz uma crítica a elas como exemplo de tantos materiais que tratam o tema com o uso de agrupamentos de objetos, mas com objetos sempre iguais, como araras azuis, bolas de futebol de mesma coloração etc. Alice observa que tais elementos distintos também poderiam formar grupos

e que a longo prazo essa recorrência da organização didática que vemos poderia se tornar um problema futuro para a aprendizagem dos estudantes. O licenciando ainda ressalta que quando observa o método de ensino já focado na divisão por dois, é necessário observar o ano escolar ele é empregado. Ou seja, sublinha que não é possível explicitar a definição de que um número é divisível por 2 nos primeiros anos de escolaridade. Deste modo, percebemos, o quanto é necessário fazer uso de adaptações para que esse saber possa ser trabalhado nesse ciclo escolar, e a ideia de agrupamento vem somar a esse objetivo. Ainda em seu processo de busca, ele compartilha com o grupo que também recorreu a outras *mídias*, como fontes de estudo ou ainda possíveis especialistas que colaboraram com sua pesquisa, no caso os colegas que cursavam licenciatura em matemática.

E perguntei a um amigo que ele tá fazendo faculdade de licenciatura em matemática e ele vai dar aula de matemática. Ele falou que em nenhum momento, a faculdade apresentou o conceito de par ou ímpar ou alguma maneira, para que isso seja feito e ele já tá no oitavo sexto período do curso. (Alice Batista, 17/11/2021)

Neste diálogo comenta que havia feito uma busca rápida do termo no *google* e encontrou uma curiosidade que poderia também ser compartilhada com as crianças, já que elas são movidas pela curiosidade. Isso se dá quando encontra a concepção pitagórica da relação de par/ímpar com o feminino/masculino, lembrando ainda a questão que perpassa a questão de gênero, comentada nos primeiros  chás dialógicos. Corroborando com essa curiosidade na história da matemática,



Misticismo sobre números não é criação dos pitagóricos. Os pitagóricos não eram os únicos a imaginar que os números ímpares tinham atributos masculinos e, os pares, femininos — com a concomitante crença (não destituída de preconceito), encontrada ainda em Shakespeare, de que “há divindade nos números ímpares”. Muitas civilizações primitivas partilharam de vários aspectos da numerologia, mas os pitagóricos levaram a extremos a adoração dos números, baseando neles sua filosofia e modo de viver. Boyer (1974, p.58)



Já nas buscas com diferentes LD, Alice Peters ressalta que analisou uma coleção em que aparece a ideia de agrupamento e que quando versa sobre terceiro ano, o autor traz a brincadeira de par ou ímpar, o que a leva a pensar que vai abordar a questão de forma diferente; no entanto, ele apenas traz a imagem da brincadeira em que os estudantes devem reconhecer tais números, ao solicitar que pintem de uma cor os números pares e de outra cor os números ímpares, o que retoma a observação do quanto as atividades são diretivas e não possibilitam aos alunos pensarem sobre esses números.

Nesse momento, Alice Estrela questiona o grupo sobre se *existe algo [...] dizendo sobre se um número somado a outro formaria um número par, por exemplo, um número ímpar com outro ímpar poderia ser par?* Tal estudo é iniciado por Alice, que começa a levantar ali algumas conjecturas sobre a formação dos números, descobrindo algumas regularidades. Embora a Alice D Silva tenha dito que se tratava de algumas propriedades com esses números, isso não a inibiu de continuar sua descoberta, da mesma forma que Alice Batista aproveita para compartilhar um artigo científico que havia encontrado, no qual uma das partes envolvia justamente o fato de que a soma de números ímpares resulta em par e que a soma de um número par com ímpar é ímpar.

eu achei muito interessante, agora eu tô fazendo na minha mente e tá dando sempre certo que a soma de dois números ímpares é par [...] Acho que até legal, você ficar na sua mente assim $3 + 3$ vai dar 6, cara eu tava fazendo essa conta e, somando com um, tipo eh a soma de dois números ímpares dá um número par e a soma de dois números ímpares somado a mais um número ímpar, dá ímpar, tipo: $3 + 3$ dá 6 com mais 1, 7 que é ímpar [...] É muito vibrante, quando comecei a pensar nessa questão dos pares e ímpares, nossa se eu tenho um número par e adiciono mais um ímpar eu chego em um número ímpar, né? Então assim, eu fui construindo várias hipóteses (Alice Estrela, encontro 17/11/2021)

A Alice D Silva aproveita para compartilhar com o grupo o quanto esse processo de estudo está sendo produtivo e de certa forma contrário ao que sempre vemos com o *PVO*, em que o professor já dá as respostas prontas para os alunos trabalharem. Uma ação didática um tanto diferente de apenas solicitar que o aluno coloque numa caixinha a resposta final, após pintar determinada quantidade de números pares e de números ímpares, quando observamos que Alice Estrela começa a conjecturar e a perceber regularidades com esses números. Este episódio evidencia a contribuição da *dialética individual-coletivo* para o estudo desenvolvido no sistema didático, em que o grupo dialoga com Alice Estrela, compartilhando e validando suas conjecturas.



"Estavam aprendendo a desenhar" prosseguiu o [Arganaz](#), [...] "E faziam vários desenhos, como de todas as coisas que começam com a letra M". (Carroll, 2019, p. 101)



Aliás, era como uma (re)descoberta de propriedades matemáticas, tal como já produzido pelos pitagóricos no século XX.



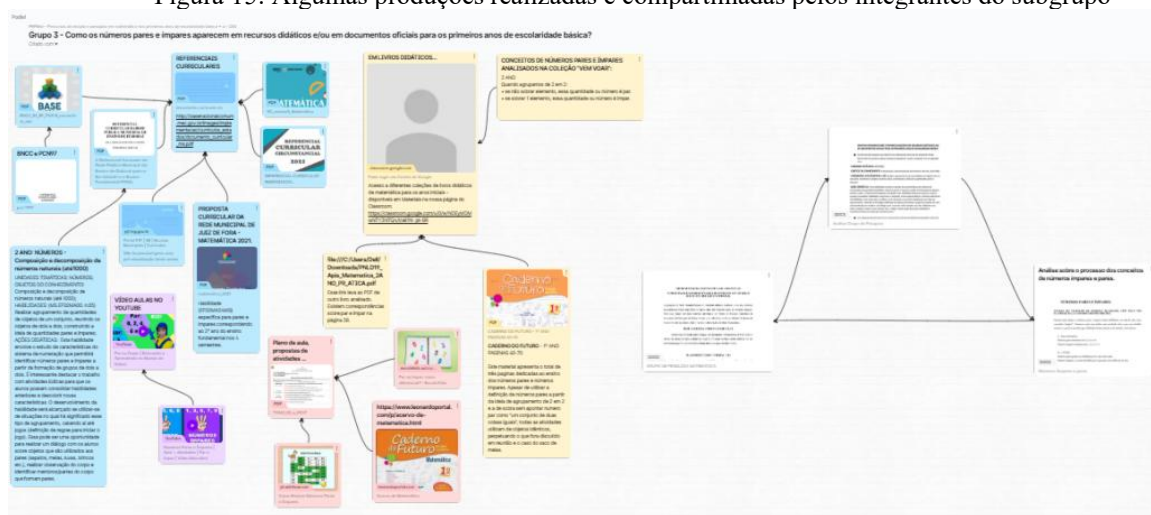
"os pitagóricos começaram em dado momento a falar em número ímpar-ímpar ou par-ímpar, conforme fosse o produto de dois números ímpares ou de um ímpar e um par, de modo que às vezes o termo "número par" era reservado às potências inteiras de dois." (Boyer, 1974, p.61)

"Na aritmética, Platão deu ênfase não só à distinção entre números pares e ímpares como entre as categorias "par vezes par", "ímpar vezes par" e "ímpar vezes ímpar". (Boyer, 1974, p.79)



No outro encontro síncrono do subgrupo, aqueles que puderam estar presentes retomaram as questões dos referenciais curriculares e se organizaram para colocar os materiais pesquisados no aplicativo *padlet*, que foi sugerido por Alice Batista. Desta forma, a doutoranda abriu uma página e a compartilhou com eles, onde começaram a colocar tais produções. Diante das colocações disparadas nos diálogos, Alices percebem a potencialidade do *padlet* para sistematizar as fontes pesquisadas, com alguns indicativos de análise, para que todo o grupo estrambótico pudesse compreender o estudo realizado, assim como decidiram sistematizar suas respostas em documentos que pudessem também serem compartilhados. Assim, Alice Peters, Estrela e Borges realizam cada uma a sistematização das trufas desveladas em seus processos de estudo. O desenvolvimento deste percurso pode ser observado na imagem e *link* de acesso, a seguir.

Figura 15: Algumas produções realizadas e compartilhadas pelos integrantes do subgrupo



Fonte: dados da pesquisa. Disponível em:

<https://padlet.com/camimatt/grupo-3-como-os-n-meros-pares-e-mpares-aparecem-em-recursos--1cttdnkmqyl1yh55w> e <https://drive.google.com/drive/folders/1ZyEQHo8cKpPaLsPZR0Qp2pNJB-WuEQJK?usp=sharing>

Ainda sobre o processo de estudo desenvolvido pelos integrantes deste subgrupo, percebemos que a *atitude procognitiva* dos mesmos fez diferença na busca por respostas à questão levantada. Além disso, a mobilização da *dialética leitura-escrita* foi necessária no processo de estudo, pois não bastava apenas ler os materiais pesquisados: era importante traçar suas próprias

inferências, analisando com criticidade as fontes em jogo e estabelecendo pequenas sínteses do que foi observado no material.

Eu acho que uma coisa importante que a gente pode inclusive incluir nessa síntese e um pouco de como isso, assim, de como esse estudo tem transformado as nossas visões acerca desse trabalho, assim com esses conteúdos que a gente muitas vezes espera que seja uma coisa muito automática, né? [...] porque de forma aprofundada gente eu achava que números pares eram só aquilo mesmo, e agora analisando os documentos, assim, eu acho que isso contribui até mesmo para pensar em outros conteúdos que a gente tá trabalhando, né? (Alice Estrela 01/12/2021)

Nesse sentido, em meio ao diálogo do grupo foi possível verificar que a princípio acreditavam que números pares e ímpares estariam apenas no campo de números, não percebendo assim sua proximidade com a álgebra. Porém, é nessa ponte entre as áreas de estudo da matemática que estaria a teoria dos números, sendo essa a teoria Θ que ampara o estudo praxeológico desenvolvido nesse *PEP*, entre os paradigmas aritmético e algébrico. Nesse ponto, Zazkis (2009) ratifica a elegância dos argumentos que podem ser baseados na teoria dos números e ainda serem relevantes e presentes, nos primeiros anos do ensino fundamental.

O lugar mais apropriado para desenvolver tais argumentos é trabalhar com padrões repetidos. Considere, por exemplo, um trem em que o primeiro vagão é vermelho, o segundo é azul, o terceiro é vermelho, o quarto é azul e assim por diante. Qual é a cor do 20º carro? Embora seja possível construir um modelo ou fazer uma lista, também é possível introduzir um argumento par/ímpar, que pode ser acessível aos jovens alunos. Para demonstrar o poder e a elegância de tal argumento, variamos a pergunta: Qual é a cor do centésimo carro? Do 537º carro? Além disso, a atenção aos números pares e ímpares pode ser estendida à consideração da divisibilidade. Suponha que os carros alternem vermelho-azul-amarelo. Qual é a cor do 20º carro? Do 100º? Do 537º? Embora haja uma variedade de maneiras de responder à pergunta, um argumento elegante atenderá aos conceitos subjacentes à teoria elementar dos números, como múltiplos e divisibilidade, e será acessível para alunos do ensino fundamental. (Zazkis, 2009, p.5)

Esse cenário nos leva a verificar que a questão de investigação deste grupo criou possibilidades de melhor compreender parte do campo conceitual relativo aos números pares e ímpares. Quando Alices iniciam esse trabalho com as propriedades de tais números, contribuem para o levantamento de hipóteses e para as discussões envolvendo problemas como os relatados por Zazkis (2009) em nossos próximos  chás dialógicos.

Isso também é corroborado por Alice Estrela quando conversa com professoras dos anos iniciais de seu município e percebe que elas trabalham a sequência numérica com atividades que mobilizam somente a repetição na identificação de números pares e ímpares, por meio das terminações de tais números. Embora a atividade com a sequência numérica seja de suma importância neste ciclo de escolaridade, como afirmam Zazki e Liljedahl (2015) sobre sua

potencialidade na exploração de diferentes conceitos da Teoria dos Números. Como no caso dos múltiplos e da divisibilidade, é necessário avançar nos possíveis questionamentos para fomentar o reconhecimento de padrões e estabelecer possíveis generalizações. Nesse sentido, quanto à ênfase dada às terminações dos números em 0, 2, 4, 6 e 8, Alice D Silva discute com o grupo sobre a funcionalidade desta técnica para determinar se números de muitas ordens decimais são ou não pares ou ímpares. No entanto, é importante um trabalho em que os estudantes possam construir e perceber tais regularidades e explorar, por meio de questionamentos, o que as crianças observam de comum na problemática, à medida que vamos ampliando a composição de números múltiplos de 2, o que poderia ser feito com a ajuda da tabela da tabuada de 2, por exemplo.

Quanto a operacionalização desta parte do percurso ficou bem perceptível que a ferramenta do *padlet*, como recurso encontrado por eles entre tantos outros armários existentes, em sua forma de apresentação em mapas, por exemplo, possibilitou colocar as fontes e fazer comentários sobre elas, além de articular uma produção a outra. A potencialidade do *padlet* como uma infraestrutura didática usada pelo grupo contribuiu ainda para a operacionalização da *dialética recepção-difusão*, gesto didático que mobiliza a produção dos dados obtidos e difusão das respostas levantadas e validadas pelos participantes.

Cabe destacar ainda que o engajamento do grupo viabilizou que cada um assumisse a responsabilidade sobre a sistematização dos dados, não deixando a cargo da doutoranda Alice D Silva, o que mostra marcas significativas da *topogênese* nesse processo de estudo do grupo, tal como foi com a atitude com as cartadas extras (os encontros síncronos criados por eles), de modo a romper com processos de estudo fortemente enraizados no *PVO*.

Assim, parece-nos que algumas escolhas feitas neste jogo possibilitaram estudar o objeto matemático e/ou identificar reconstruções no *equipamento praxeológico* matemático ou didático dos componentes do subgrupo, durante a tentativa de estudo da *dimensão econômico-institucional* e ecológica do problema didático.

E quanto a você Alice D Silva, notou alguma diferença em seu *equipamento praxeológico* com relação aos pares e ímpares? Por que é importante o conceito de par ou ímpar na matemática ou algo sobre a razão de ser desse objeto matemático?



"Nunca pensei sobre isso", admitiu Alice. "Por quê?" (Carroll, 2013, pg.138)



Figura 16: Releitura de Alice e sua  mudança de tamanho



Fonte: Acervo da artista plástica Adriana Peliano.
Disponível em: <https://www.instagram.com/p/DCqIFMSO2rQ/>

Na verdade, seria interessante compartilhar que o estudo com esse objeto matemático, a partir da prática de estudo e pesquisa desenvolvida, favoreceu no mínimo a modificação da relação pessoal da doutoranda para com ele, ao modificar o fato de que para ela estava tudo acomodado por saber, talvez, que um número par é da forma $2k$ e ímpar na forma $2k+1$, sendo k um número inteiro. Era necessário ampliar, era preciso retornar à história da matemática e compreender algumas questões epistemológicas que nunca havia pensado sobre ou se debruçado para estudar. No desenrolar desse processo, observa a contribuição destes conceitos com os problemas de incomensurabilidade, como podemos ver nas paradas a seguir, caso queiram se aventurar um pouco nesse terreno.



"Vá-se da descoberta que, na própria geometria, os inteiros e suas razões eram insuficientes para descrever mesmo propriedades básicas simples. Não bastam, por exemplo, para comparar a diagonal de um quadrado ou de um cubo ou de um pentágono com seu lado. Os segmentos são incomensuráveis, não importa quão pequena se escolha a unidade de medida. As circunstâncias que rodearam a primeira percepção da incomensurabilidade de segmentos de reta são tão incertas quanto a época da descoberta. Comumente, se supõe que a percepção veio em conexão com a aplicação do teorema de Pitágoras ao triângulo retângulo isósceles. Aristóteles se refere a uma demonstração da incomensurabilidade da diagonal de um quadrado com seu lado, indicando que se baseava na distinção entre pares e ímpares. Uma demonstração deste tipo é fácil de construir. Sejam d e l a diagonal e o lado do quadrado, e suponhamos que sejam comensuráveis, isto é, que a razão d/l é racional e igual a p/q , onde p e q são inteiros sem fator comum. Agora, do teorema de Pitágoras, sabe-se que $d^2 = l^2 + l^2$; logo $(d/l)^2 = p^2/q^2 = 2$ ou $p^2 = 2q^2$. Logo, p^2 deve ser par, e então p é par. Portanto, q deve ser ímpar. Fazendo $p = 2r$ e substituindo na equação $p^2 = 2q^2$ vem $4r^2 = 2q^2$, ou $q^2 = 2r^2$. Então q^2 deve ser par; logo q é par. Mas tínhamos demonstrado acima que q deve ser ímpar e um inteiro não pode ser ao mesmo tempo par e ímpar. Resulta, pois, pelo método indireto, que a hipótese de d e l serem comensuráveis deve ser falsa." (Boyer, 1974, p.70)



Alice D Silva, e você que achou que não tinha nada a ver Os Elementos de Euclides com a Teoria dos Números?!



Frequentemente se pensa, erradamente, que os elementos de Euclides só tratam de geometria. [...] três livros (VII, VIII e IX) são dedicados à teoria dos números. A palavra “número” para os gregos sempre se referia ao que chamamos números naturais — os inteiros positivos. O livro VII começa por uma lista de vinte e duas definições distinguindo vários tipos de números — ímpares e pares, primos e compostos, planos e sólidos (isto é, os que são produtos de dois ou três inteiros) e finalmente definindo número perfeito como “aquele que é igual às suas partes”. Os teoremas nos livros VII, VIII e IX provavelmente são familiares aos leitores que tenham tido um curso elementar de teoria dos números, mas a linguagem das demonstrações certamente não será familiar. Em todos esses livros, cada número é representado por um segmento, de modo que Euclides se refere a um número AB. (A descoberta dos incomensuráveis tinha mostrado que nem todos os segmentos podem ser associados a inteiros, mas a afirmação recíproca — de que números inteiros podem sempre ser representados por segmentos — evidentemente continua válida.) Por isso Euclides não usa frases como “é um múltiplo de” ou “é um fator de”, pois ele as substitui por “é medido por” e “mede”, respectivamente. Isto é, um número n é medido por outro número m se existe um terceiro número k tal que $n = km$. (Boyer, 1974, p.95)



Afinal, contribuições desses estudos na própria evolução do pensamento matemático, não param por aí. Nesse tocante, “Euler também demonstrou que todos os números perfeitos pares são da forma dada por Euclides: $2^{n-1}(2^n - 1)$, onde $2^n - 1$ é primo. Se existe ou não número perfeito ímpar é uma questão aberta.” (Boyer, 1974, p.311).

Alice, cá estou pensando alto... Se na História da Matemática também vimos o quanto o par está relacionado ao feminino, talvez já esteja aí os indícios de que a perfeição esteja ligada somente ao feminino, não? Para mim, isso já está mais que provado, até que se prove o contrário, é claro!



: Possibilidades de atividades inclusivas para além do avesso do (in)verso das

folhinhas

Ao entrarem por esta porta, os integrantes do grupo estrambótico, participantes do grupo de sábado, ficaram de realizar os estudos de modo a responder a seguinte questão em jogo: Que situações, atividades e/ou materiais didáticos envolvendo números pares e ímpares poderiam estar presentes nos anos iniciais do ensino fundamental em uma perspectiva inclusiva?

As Alices permaneceram em silêncio por um bom tempo. Mesmo com a intervenção de Alice D Silva, algumas delas disseram não ter conseguido realizar as pesquisas e outras que ainda iriam fazê-las. Seria tal silêncio um sinal para a não abertura dessa porta especificamente?

Por outro lado, Alice Lima leva em conta o cotidiano das crianças ao retomarem objetos usados em pares, como patins, brincos, chinelos etc., lembrando que nesse caso já havíamos discutido sobre a linguagem par tanto em âmbito cultural quanto matemático. Alice Starling traz novamente a brincadeira de par ou ímpar com foco para o ensino desse conceito. Mas, quais questões mobilizar para isso, não são evidenciadas, o que consistia no desafio de fazer com que a brincadeira possa ser uma ferramenta didática para a produção de conhecimento. Isso foi questionado por Alice D Silva, para que pudéssemos refletir sobre como tornar a brincadeira como meio de produzir matemática e que questões poderíamos pensar juntos a partir disso.

Diante do silêncio assíncrono no subgrupo, Alice D Silva sugere a análise da página da web: <https://pt.wikihow.com/Ensinar-N%C3%BAmeros-Pares-e-%C3%8Dmpares>, que apareceu em um dos momentos de estudo de outro subgrupo. O objetivo dessa sugestão seria colaborar com o grupo para a análise de situações trazidas em tal *mídia* como possibilidades para ensinar par e ímpar. Observando tais atividades, a doutoranda percebe o quanto elas são um tanto diretivas, e que sua análise, bem como de outras atividades, como as expressas nas figuras 17 e 18, aposta na possibilidade de que as Alices percebam tais situações, de modo a isso contribuir para uma expansão de consciência sobre os limites dessas atividades em detrimento daquelas capazes de desafiar os padrões vigentes de compreensão e ensino.

Figura 17: Atividades das faixas

Alternando: azul, rosa, azul, rosa, ...

Vamos considerar as faixas abaixo...

Na primeira faixa, o total das partes é um número par ou ímpar? E na segunda faixa?
Como acreditam que os alunos fariam para responder essas questões?

Faixa 1 

Faixa 2 

Será que conseguimos dizer se cada uma delas tem um número par ou ímpar de partes, sem precisar conta-las?

Sem contar, o número total de partes da faixa 3 é par ou ímpar?

Faixa 3 

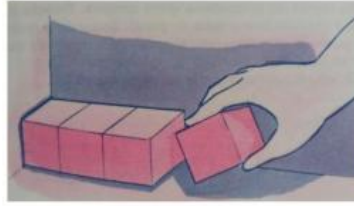
E agora, sabendo que esta faixa tem 31 partes e continuamos usando somente essas duas cores de forma alternada, qual a cor da última parte?



Fonte (adaptada): Jakubovic (1990)

Figura 18: Atividades dos cubos

Nesta situação, o primeiro cubo foi colocado no chão, no canto de uma sala. Os outros também estão colocados no chão, encostados em uma parede, formando uma fila.



- 1) Com esses 3 cubos enfileirados, quantas faces ficarão expostas? E se tivermos 4 cubos?
- 2) O número de faces expostas será sempre par? Sempre ímpar?
- 3) E se tivermos 24 cubos, enfileirados como nesta figura. Qual será o número de faces expostas? O número de faces expostas será sempre par? Será sempre ímpar?

Fonte (adaptada): Jakubovic (1990)

A análise de diferentes perspectivas de atividades de ensino poderia contribuir ainda para que pudéssemos ampliar nosso repertório didático, não como receitas prontas a serem utilizadas, mas para fomentar um necessário ambiente de reflexão e estudo para futuramente produzir possíveis adaptações destas atividades, principalmente, pensando em uma caminhada cada vez mais em direção ao *paradigma questionamento do mundo*. Isso vai ao encontro da proposição das atividades das faixas e cubos (figuras 17 e 18), de modo a nos levar à reflexão sobre porque não nos inspirarmos no que já temos, como forma de provocar possíveis (re)invenções com situações que consideramos potenciais para fomentar a construção do conhecimento pelos estudantes e tornar acessível aos nossos preceitos.

Cabe destacar que tais atividades não foram comentadas neste subgrupo, mas acabaram se constituindo como um mote das próprias Alices que ingressaram nessa porta, para disparar o debate com todos os membros estrambóticos no chá dialógico.

Algo muito parecido também ocorreu com o subgrupo formado pelos participantes do chá de segunda. Somente após o terceiro chá dialógico é que há a inserção de atividades pesquisadas no *youtube*, como possíveis situações que atenderiam à questão de estudo desta porta, sendo elas pontuadas por Alice Rautenberg. Tais atividades podem ser encontradas nos links dos vídeos disponibilizados neste texto, a seguir, e sobre os quais traremos algumas inferências que depois foram retomadas no chá dialógico com todo o grupo. Vídeo 01 ¹⁰⁴ : [https://youtube.com/watch?v=HUCCGKDvznU&feature=share](https://youtube.com/watch?v=HUCCGKDvznU&feature=share;); Vídeo 02: <https://youtu.be/TfE8Pt0Z4Nk> e o Vídeo 03: <https://youtu.be/XEi9vcz38Z4>. –

Figura 19: Algumas considerações a partir das atividades trazidas por Alice Rautenberg

[...] Acho que a proposta deste vídeo é de trabalhar com as propriedades, primeiramente, no caso um número par somado com outro par dá par, ímpar somado com par resulta em ímpar etc, né? [...] É possível que eles possam ir construindo esse conhecimento, ir verificando que isso é válido, vejam que não é algo que o professor vai passar uma lista de atividades para o aluno fazer e verificar que é válido. O que questiono é assim...Será que somente ao jogar o aluno vai percebendo isso? [...] Pensando na saída do concreto ao abstrato como os alunos podem ir sistematizando e como o professor poderia estar ajudando nesse processo? [...] Outra coisa, depois ela optou com as terminações pelo número par. E o ímpar, né? [...] E talvez, acho necessário pensarmos sobre os números que ela coloca para serem analisados, né? [...] Para que possa fazer sentido ao aluno. [...]



[...] Bom, essa atividade vai colocando as tampinhas a partir de cada número colocado, então uma tampinha para o número 1, [...] até o 10, né? E aí pede para que as crianças possam ir circulando em pares, né? [...] Bom, nesse caso acho que a gente poderia até pensar algumas adaptações desse próprio jogo, né? E aí, pensando nessa questão, uma perspectiva também inclusiva, que outras adaptações a gente poderia fazer usando também esse mesmo material, né? [...] e talvez aí, por que até o 10? Será que não daríamos também para pensar com números maiores? E se pensarmos com números maiores, que outras questões a gente pode tirar, né, para sistematizar com as crianças algumas ideias envolvendo o conceito de par ou ímpar, né? [...]

[...] Percebo que nessa atividade os alunos já reconhecem os números, se é ímpar ou par ... e podem utilizar aquela estratégia das terminações dos números, né? [...] Há outras estratégias que eles podem utilizar? [...] Será que nessa atividade da toca do coelho, a gente consegue mudar as regras do jogo para que ela fique nesta perspectiva mais colaborativa? [...]

Fonte: dados da pesquisa

Após a contribuição de Alice Rautenberg no grupo, Alice Marques pontua sobre uma das atividades que mobilizara uma ideia voltada para a competição entre os alunos, trazendo em cena a necessidade de reformularmos uma atividade de cunho cooperativo. De posse das atividades, a doutoranda faz as descrições das imagens que aparecem nos vídeos compartilhados junto a vários questionamentos para que todo o grupo pudesse avançar no estudo de tais situações, com vista a contribuir para um ambiente de produção de conhecimento pelo aluno, a partir da necessária mediação do professor em sala de aula. Parte de suas colocações constam na figura 19. De posse dessas inferências, volta a reinar um silêncio no grupo, mas no 🗝️ há dialógico tais questões são retomadas e ampliadas. E o silêncio? Superado!

 *Alice, me senti tal como você em tantos momentos nessas portas assíncronas. Acho que isso também pode nos redirecionar à reflexão quanto às condições e restrições que interferem em um sistema didático, não?*

 Uma outra coisa que eu tava pensando também que a Alice Estrela trouxe, na verdade várias pessoas trouxeram né? Desse movimento de a gente fazer um planejamento e não esperar sair desse planejamento. Só que eu tô passando por um movimento meio que contrário, assim: de que eu faça o planejamento e eu espero que eles me tirem do planejamento, para eles me darem ideias pro próximo planejamento. Só que às vezes eles não falam nada e aí eu fico desesperada porque eu não sei o que que eles estão pensando, eu não sei se estão entendendo. E é isso, assim, eu faço meu planejamento baseado no que eles me trazem. [...] então eu fico na verdade ansiosa para eles me tirarem do planejamento e às vezes isso não acontece [...] realmente, é uma coisa que me toca muito, porque quando elas não respondem, nossa me dá uma agonia assim, eu não sei o que fazer, não sei como dar continuidade [...] (Alice Perez no primeiro  chá dialógico - 23/10/2021)

Talvez essa  porta pela qual passamos estivesse complexa demais para esse primeiro movimento assíncrono: o não engajamento e interação entre Alices pode ter dificultado o desbravamento delas ou tantas outras suposições possíveis que podem explicar o seguinte fenômeno didático: a fragilidade do estudo e pesquisa em (des)encontros assíncronos. Por outro lado, observamos que em vários momentos as Alices não encontraram (se de fato pudessem existir) as  chaves que abririam tal  porta, inclusive no diálogo para adaptações ou criações de atividades que pudessem ser o mais inclusivas possíveis. No entanto, tais questões puderam ser retomadas em uma  porta que estava ali sempre aberta e que até parecia uma via de mão dupla. Esta  porta é a que dava acesso aos novos  chás dialógicos com todos os membros do  grupo estrambótico.

 *“Que tal mudar de assunto?” interrompeu [a Lebre de Março](#), bocejando. ‘Estou ficando cansada disto. Proponho que esta senhorita nos conte uma história’” (Carroll, 2012, p.106).*

Reencontrando-nos nos chás dialógicos com o grupo estrambótico

Assim como Alice responde à Lebre de Março temer não conseguir contar nenhuma história, também não sabemos se atenderemos ao pedido da senhora Lebre. No entanto, buscaremos contar a história que se passou do terceiro ao quinto  chá dialógico com o  grupo estrambótico, atentando-nos para o fechamento das principais cartadas em recorrência ao que estávamos discutindo anteriormente.

Este chá é composto por 9 Alices, incluindo Alice Bittar e Alice D Silva. Alice Estrela inicia o diálogo compartilhando com o grupo seu processo de estudo com livros didáticos tanto atuais quanto mais antigos, planos de aula de professores e propostas de ensino que, na perspectiva dela, são propostas muito mecânicas e padronizadas, sem nenhum diferencial. Isso é dito em contraponto à experiência vivenciada na reunião do subgrupo, quando começa a realizar sua “descoberta” sobre as propriedades de números pares e ímpares, exemplificando ao grupo esse caso e o quanto percebeu ser importante pensar sobre as possibilidades de trabalho, por meio do levantamento de conjecturas. Embora tivesse estudado essas questões, retoma sua necessidade para compreender a definição de tais números:

Depois eu fiquei também pensando nos números fracionários. Será que tem como um número fracionário ser definido como ímpar ou par? E aí só que para isso eu não conseguia ver a explicação até porque na minha cabeça, [...] assim, o meio sabe, um quarto ele é ímpar? Ele é par? Ele é uma mistura de ímpar com par? ✂ E aí eu fiquei pensando se eu tô numa sala de aula e meu aluno pergunta isso, como que eu vou saber me virar com isso sabe? Assim, são questionamentos que eu acho que se eu não tivesse iniciado com a pesquisa eu não ia pensar, eu ia continuar reproduzindo, né? (Alice Estrela)

A fala de Alice Estrela ratifica o reconhecimento do sujeito de sua própria inconclusão, tanto expresso por Paulo Freire quanto Yves Chevallard. Nesse sentido é que “a educação se refaz constantemente na práxis. Para ✂ ser tem que ✂ estar sendo” (Freire, 2022a, p.102, grifo do autor). Esse movimento que tentamos fazer com essa pesquisa, vai justamente ao encontro do que Chevallard (2012) propõe como um cidadão que se move em direção ao *PQM* que, tendo consciência de sua própria inconclusão, ao invés de aceitar tais práticas, mantendo-se em uma *atitude retrocognitiva*, busca pelo conhecimento novo, por algo que ainda não lhe é conhecido.

A mesma dúvida foi levantada por Alice Starling, que embora tenha entrado na ✂ porta de estudo relativa à $Q_2\text{-MP}$, para refletir sobre possibilidades de atividades, parece não ter conseguido se deter quanto ao conceito em si envolvido, pois a mesma mobiliza a possibilidade de conversão de um número da representação fracionária para a decimal para identificar se tal número vem a ser ou não um número par. Ao direcionarmos a discussão para que algum representante do grupo, que

ficou encarregado de estudar tais questões, pudesse compartilhar seu processo com o grupo, Alice Garcia explica a impossibilidade de tomar 3,4 como par ou ímpar por não ser um número inteiro, já que a definição de tais números corresponde aos inteiros. Ademais, ela inicia um debate com Alice Pinheiro sobre a necessidade de definir número inteiro e/ou número decimal aos estudantes, além de pontuar que em seu processo de estudo, descobriu que o número zero é par por ser múltiplo de 2, ou seja, podemos dividi-lo por 2 e obter resto zero.

Dentre outras colocações realizadas por Alices, Alice Bittar dialoga com o grupo sobre o fato de que com as crianças não definimos formalmente tais números, mas vamos trabalhando aos poucos a questão conceitual, mobilizando quantidades discretas e contínuas, em linguagens e ações acessíveis a elas. Por outro lado, esta é uma oportunidade para nós professores irmos compreendendo a questão dos conjuntos numéricos. Quando trabalhamos os números naturais com as crianças, estamos nos referindo aos inteiros positivos, assim como quando tratamos de divisibilidade, em que só tem sentido pensar nesse conceito com os números inteiros. São nesses momentos que, na impossibilidade de definir prontamente números pares e ímpares, se desvela o fato de que eles são inteiros. Esses são dados que estão presentes na própria constituição de tais números, ainda que de forma implícita, como uma espécie de “regra escondida”. Nesse sentido, Alice Lima também compartilha o que percebeu com o *link* de estudo das definições retiradas de uma fonte da USP, dizendo o quanto sentiu a necessidade de conhecer, de fato, o conceito para que pudesse pensar em atividades e materiais para ensiná-lo. Esse desejo demonstra o movimento dialético de ensino e aprendizagem ao qual tanto professores quanto alunos estão submetidos.

Elas discutiram ainda sobre como nas brincadeiras de par ou ímpar mobilizadas na infância, se estabeleciam ditas regras que ninguém questionava, e quando se perguntava sobre o porquê de algo, a resposta era: porque é assim! Isto é dito, por exemplo, sobre sempre se começar a contagem pelo número 1, sendo ele ímpar e depois constituindo a sequência alternada entre ímpar, par, ímpar, ...Tais colocações redirecionam o grupo a discutir sobre resgatar tais práticas, na passagem do momento de uma brincadeira livre até o fato de aliá-la a um processo de estudo.

Talvez se fosse usada, pudesse fazer a diferença sabe, porque é uma questão cultural e está presente assim na nossa infância. Eu acho que seria interessante trabalhar assim com essas brincadeiras, né? E como reflexão mesmo para ensinar um conteúdo [...] (Alice Lima)

O diálogo sobre como resgatar elementos da cultura da criança é compartilhado por Alice Perez, que lança, em seguida, novos questionamentos que podem contribuir com a evolução do meio, a partir de um necessário momento de estudo e pesquisa do grupo.

[...] eu acho que seria interessante antes de nomear, tentar perceber como eles percebem o par e o ímpar, sem eu colocar como nossa sociedade ocidental percebe, sabe? Ai pesquisamos sobre par na internet. Na matemática eu vi que tem algumas culturas que usam bastante uma nomeação mais ou menos assim, né? O ímpar relacionado àquele que é sozinho, ao par como tem um par, tem alguém, mas o ímpar tá sozinho, sabe? E aí eu comecei a pensar sobre isso e isso me trouxe assim de que eu não sei. Tô curiosa para saber como as crianças que ainda não têm esse conhecimento interpretam o par ou ímpar, sabe? Na cultura da infância mesmo, como elas interpretam isso? Trago uma questão aqui na verdade, porque eu fiquei pensando nisso, a gente já tá tão na nossa caixa e a gente tá tentando sair dela só que a criança não tá totalmente ainda, né, socializado e tal, então não sei se alguém saberia me trazer essa resposta assim se antes de ensinar sobre par e ímpar, se vocês chegaram a perceber como que a criança percebia. Eu falo de ir na própria cultura dela na infância, nas brincadeiras ela tem esse conhecimento [...] (Alice Perez)

Com essa questão posta, Alice Bittar comenta sobre uma fala compartilhada com ela por uma pesquisadora da área da Etnomatemática, que tratava de um caso de uma etnia que não começava a contar desde o número 1, mas sim do número 2, justamente porque no grupo não existe o individual, o meu, é o nosso. Nesse sentido, Alice D Silva apresenta um conto sobre o quanto o tema de par ou ímpar passa pela ideia de divisão, pensando em resgatar valores oriundos de outras culturas. O conto do *Ubuntu*¹⁰⁵ é apresentado ao grupo, o que engatilhou uma discussão para a ideia de divisão enquanto partilha, além de nos possibilitar a discutir sobre a necessidade de o educador respeitar os conhecimentos trazidos pelos educandos (Freire, 2022b). Isso nos redireciona ainda a uma ação didática compartilhada entre educador e educando, sobre um pensar a partir de valores tão necessários no contexto atual que estávamos (estamos) vivendo. E por que não aliar o estudo em matemática com valores humanos fundamentais à própria prática educativa? Esse é um questionamento que também nos permite perceber o quanto é indispensável um gesto didático na constituição de um *PEP* e que passamos a (re)inventá-lo em nossa pesquisa, fruto da relação pessoal de Alice D Silva com Larrosa (2022) e os estudos de Freire (2022a, b). Esse processo diz respeito à sensibilidade afetiva constituída na abertura ao diálogo *com* , podendo ser expresso por meio da *dialética educador-educando* em um *sistema didático* (X, Y, Q) que busca se constituir em um espaço inclusivo.

A questão de Alice Perez em complementaridade ao que Alice D Silva pontua sobre o que vem a ser a Etnomatemática, por exemplo, na perspectiva de D'Ambrósio (2002), que muitos do grupo não conheciam, poderia fortalecer aspectos da *Mesogênese* para a pesquisa, compreendendo

o tema em diferentes culturas, mas isso não foi mobilizado no estudo do grupo. Isto fica evidente quando no retorno à  Porta 3,4 Alice D Silva compartilha uma obra, o *Cadernos de Educação Escolar Indígena*¹⁰⁶ com estudos etnomatemáticos que indica uma possível resposta parcial à questão levantada por Alice Perez com uma fonte de estudo, mas que aparentemente não recebe uma devolutiva dos demais integrantes do grupo.

Quanto à dinâmica de estudo que elaboramos, Alice D Silva questiona se queriam fazer alguma modificação, como nas entradas de estudo pelas três  portas que discurremos neste texto. No entanto, não houve indicativo de mudanças a serem realizadas. Apenas Alice Borges e Estrela comentaram sobre a potencialidade de reunir as diferentes experiências trazidas por cada integrante que reside em estados brasileiros distintos, bem como afirmaram a necessidade de continuar as pesquisas para fechamento e sistematização no  grupo estrambótico.

Notas do  chá de segunda-feira à noite (22/11/2021)
--

Este  chá contou com a participação de 7 Alices, incluindo a doutoranda e sua orientadora. Com vistas a compartilhar os estudos individuais desenvolvidos ao longo das semanas, Alice Rautenberg inicia discorrendo sobre ter realizado pesquisas sobre o que é um número par e ímpar, visualizando vídeos no *youtube* com aulas explicativas, nos quais percebe a ênfase dada às terminações dos números. Com apoio de outras fontes de estudo, infere que os números pares e ímpares são subconjuntos dos inteiros. Já Alice Lopes ratifica a fala de Alice Rautenberg sobre os mesmos tipos de atividades e explicações encontradas na web. No entanto, a futura professora comenta que, em suas buscas, se deparou com uma dissertação em que o autor vai esboçando aspectos da aritmética, inclusive da definição dada pelos pitagóricos. Nesse ponto, o grupo discute a dificuldade de compreensão da linguagem usada na definição, a qual caberia mais para estudos direcionados aos professores e não como meio de apresentação aos alunos, e continua a discussão sobre o tratamento do conceito de divisibilidade dentro do contexto dos inteiros.

Cabe destacar que o fato de Alice Lopes trazer uma *mídia* oriunda de estudos no campo científico é algo a ser considerado, uma vez que esse tipo de fonte junto a um artigo científico que Alice Batista trouxe a partir de seus estudos na  porta relativa à $Q_3\text{-MP}$ foram as únicas fontes fora links de fácil acesso da *web* e/ou videoaulas que abordam sínteses da temática em jogo. Assim,

isso nos leva a questionar: qual o lugar das produções acadêmico-científicas, tais como as teses e dissertações, no desenhar deste percurso de estudo e pesquisa?

Já Alice Peters, como representante neste  chá do subgrupo que estava estudando os materiais e documentos oficiais, compartilha com os demais integrantes o que o grupo fez ao se debruçar sobre esses documentos, como em vídeo aulas da internet, alguns planos de aula de professores oriundos do RJ e disponibilizados na *web*, assim como livros didáticos. A futura professora relata a necessidade que sentiu em olhar para alguns manuais do professor, na intenção de que ali poderia ter algo a mais sobre como ou o que ensinar da temática de estudo. Nesse ponto, ela compartilha não ter encontrado qualquer indício nesta direção, realizando uma crítica necessária sobre o que diz respeito à *OM* e *OD* de LD brasileiros quando tentaram realizar algumas análises com livros um pouco mais antigos que os atuais:

 Alice, a indignação que traz a partir desse exercício analítico, me fez lembrar de Freire (2022b), quando ele afirma o quanto ela pode potencializar a necessária assunção de si, ao mover-te e movendo-nos também, para nos assumir como sujeito ativo nesse processo de mudança contra as incoerências no campo educacional.

 [...] é muito bizarro você parar para pensar que esses livros são analisados pelo MEC, então assim, eles são oficiais e como que eles acham e têm convicção de que eles estão trabalhando uma coisa de uma nova maneira? Mas que eles estão só perpetuando coisas que já são trabalhadas há décadas e décadas e décadas e tipo assim não é só sobre o par e ímpar, acaba que a gente vê sobre muitas outras coisas, se a gente for olhar outras matérias também aposto que vai ser a mesma coisa, então assim, é muito estranho [...] (Alice Peters)

Munidos de sua colocação, compartilhamos o quão evidente fica a falência do *PVO*, descrito por Chevallard (2012), cuja materialização também podemos perceber em instrumentos institucionais, como é o caso do LD. É esse processo de análise que nos permite observar o quanto a mesma prática tem sido pouco inovadora atualmente, como mostra a tese de Kaspary (2020) no que se refere à análise do campo aditivo em LD. Romper com tal prática é um ponto de tensão que impera no nível *Sociedade*, quando há tantos jogos de poderes, inclusive no âmbito econômico, como pode ser visto na tese de Silva (2019). Cabe ressaltar que com ajuda de Alice Bittar, foi possível discutir alguns pontos sobre avaliação e análise de livros didáticos no  grupo estrambótico, a partir da contribuição trazida por Alice Peters.

Por outro lado, assumir-nos como educadores e sujeitos nesse processo de mudança almejada, como a possibilidade de emancipar-nos das práticas relatadas por Alice Peters, nos leva de volta à questão posta anteriormente sobre o lugar da consulta aos textos científicos por professores e futuros professores. Este tipo de situação poderia ser um mote para pensar e avançar na proposição de novas elaborações didáticas, em contraponto àquelas *mídias* encontradas mais facilmente na *web*.

Quanto à análise do conceito de número par e ímpar, o grupo retomou questões como se 3,4 ou o zero eram ou não par e, a partir das respostas encontradas, foram compreendendo o fato de zero ser par e da impossibilidade de 3,4 ser classificado como par ou ímpar. Essa compreensão se faz necessário, já que a professora Alice do caso de ensino também havia nos solicitado ajuda sobre questões que perpassavam a própria definição de números pares e ímpares.

Da mesma forma, inicia-se uma discussão derivada da questão sobre o resto de uma divisão, em especial de um número ímpar dividido por 2, que nos levou a dialogar sobre a inviabilidade que a linguagem comumente usada apresenta, divisões exatas, para se referir a uma divisão com resto zero, por exemplo. Segundo Saiz (2009, p. 165) “Divisão exata”, “divisão sem resto”, alude à divisão euclidiana que possui um resto nulo. O qualitativo de exata é enganoso porque supõe que existem divisões que são inexatas; “sem resto” não é uma expressão mais feliz, porque o zero também é um resto”. Além disso o grupo recai em uma longa discussão sobre a divisão com quantidades discretas e contínuas, pensando em como a criança poderia ou não proceder na divisão de objetos concretos, como uma boneca e uma barra de chocolate. Tal discussão permitiu validar um processo de divisão que não perca a integridade do objeto em jogo, quando na possibilidade de uma criança vir a repartir partes do corpo de uma boneca, por exemplo, o que seria totalmente inviável. A partir desse exemplo, observamos como meio de validação sobre a ação das crianças frente a exemplos práticos da operação de divisão, a necessária mediação do professor, inclusive com o tratamento do erro como possibilidade didática, ratificado Alice Bittar, Alice D Silva e Alice Rautenberg.

A partir de algumas sistematizações realizadas nesse  chá, no que tange aos aspectos conceituais, ficou acordado com o grupo de retomarem alguma questão que talvez não tenha sido trabalhada até o momento e avançar no processo de estudo e pesquisa quanto às propostas de atividades que pudéssemos ir pensando juntos, de modo a romper com uma prática de ensino tão tradicionalista, como o grupo vinha percebendo com os estudos realizados.

Quarto chá dialógico ... 

Com a participação de 12 Alices, incluindo Alice D Silva e Alice Bittar, o diálogo (re)começou com Alice Abreu pontuando o quanto gostou das atividades das faixas e cubos esboçadas pela doutoranda na mesma semana que antecedeu este ☞ chá. Tais atividades expressas na ☞ porta no espelho (figuras 17 e 18) são retomadas a seguir (figura 20), e foram compartilhadas com todo o grupo estrambótico para estudo neste momento do chá.

Figura 20: Atividades das faixas e cubos

Alternando: azul, rosa, azul, rosa, ...

Vamos considerar as faixas abaixo...

Na primeira faixa, o total das partes é um número par ou ímpar? E na segunda faixa?

Como acreditam que os alunos fariam para responder essas questões?



Será que conseguimos dizer se cada uma delas tem um número par ou ímpar de partes, sem precisar conta-las?

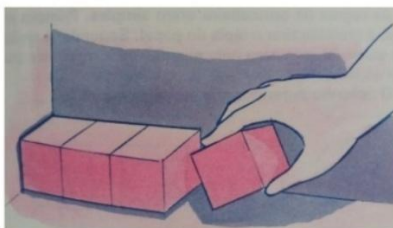
Sem contar, o número total de partes da faixa 3 é par ou ímpar?



E agora, sabendo que esta faixa tem 31 partes e continuamos usando somente essas duas cores de forma alternada, qual a cor da última parte?



Nesta situação, o primeiro cubo foi colocado no chão, no canto de uma sala. Os outros também estão colocados no chão, encostados em uma parede, formando uma fila.



- 1) Com esses 3 cubos enfileirados, quantas faces ficarão expostas? E se tivermos 4 cubos?
- 2) O número de faces expostas será sempre par? Sempre ímpar?
- 3) E se tivermos 24 cubos, enfileirados como nesta figura. Qual será o número de faces expostas? O número de faces expostas será sempre par? Será sempre ímpar?

Após a leitura de tais atividades, o grupo começa a discorrer sobre a atividade das faixas e estratégias que poderiam ser mobilizadas pelos estudantes, sem a necessidade de contagem, como foi o caso do agrupamento de 2 em 2. Nesse ponto, Alice Pinheiro compartilha uma atividade que já conhecia e que também trazia essa perspectiva da alternância de cores em faixas, que havia lido em um artigo sobre o desenvolvimento do pensamento algébrico com crianças. Além disso, coloca a possibilidade de a criança iniciar contando de fato, numerando cada parte da faixa, com a necessária mediação do professor, dizendo que ele pode ir questionando as crianças sobre o que elas percebiam em comum ao relacionarem as cores com os números identificados por elas.

De posse das ideias levantadas, Alice D Silva as questiona como fariam para identificar se o total de partes é par ou ímpar, sem contá-las ou enumerá-las. Nesse sentido, começam a pensar e trabalhar com a atividade matemática, compreendendo-a, levantando hipóteses, vivenciando-a tal como poderia, quem sabe, ser mobilizada pelas crianças e, conseqüentemente, levando-nos a pensar sobre o seu ensino.

Alice Pinheiro: Por conta da cor no final a gente percebe, por exemplo, que a cor o roxinho claro ela vai representar os números ímpares e a rosa vai representar os números pares; então, assim que concluí, por exemplo, uma pontinha da faixa com o rosa vai terminar com números pares[...] elas têm um padrão, é como a Alice Alves tava falando. Elas têm um padrão quando elas terminam em roxinho. Claro, elas vão terminar com números ímpares e quando elas terminam em rosa elas vão terminar em número par.

Alice D Silva: [...] o que vocês acham?

Alice Abreu: eu acho que seria mais uma estratégia para criança ver se daria continuidade ou se desse se ela achasse que não continuou, então porque tem um ímpar aí, né? Porque tá faltando algum parzinho do outro quadradinho não sei se explica direito, mas eu acho que seria mais uma estratégia para trabalhar isso com as crianças

Alice Borges: eu tinha pensado nisso só que aí olhando a faixa dois ela termina com roxinho. Claro que ela é par, né?

Alice Alves: mas quando eu falei do padrão eu falei do padrão da primeira do primeiro conjunto porque se você olhar o primeiro conjunto ele começa com o azul e termina com azul lá no final o último conjunto tem que começar com azul e terminar com rosa, porque ele é par, entendeu? A segunda mesmo é o contrário ele começa com rosa e termina com azul se no final os dois últimos ficarem rosa e azul ele é par porque ele terminou o conjunto também o último lá de baixo também é par [...] então acho que eu não sei, não sei se eu consegui explicar ou se eu fiz um troço muito complicado. Então, tecnicamente se o segundo for rosa o último for rosa, ele é par o último teria que ter a mesma cor que o segundo não é isso, para ele ser par? E se o último não tiver a mesma cor que o segundo ele é ímpar.

Alice Borges: ou em vez de unir, talvez eu tinha pensado em fazer uma dobradura assim a cada um par faz uma dobradura porque aí acaba ficando aquele que tá sozinho sem ele ficar dobrado, sobrando.

Alice Bittar comenta sobre a possibilidade de exploração pelas crianças, para que depois possam perceber a regularidade em jogo, que consiste no fato de se a faixa iniciar e terminar com a mesma cor, o quantitativo total das partes é ímpar, mas se iniciar e terminar com cores diferentes é par. Alice D Silva retoma a fala de Alice Borges quanto à possibilidade de as crianças realizarem dobraduras, o que leva a pensar sobre possibilidades de tornar a atividade acessível, viabilizando o trabalho com ajuda de algum material concreto. As crianças poderiam ainda dialogar sobre as várias questões que o professor propõe, de modo a construírem hipóteses, validarem e até chegarem à formulação de alguma regra e irem avançando, a depender do ano de escolaridade, como expresso por Alice Borges.

Em seguida, passamos à atividade com os cubos, discutindo, a princípio, sobre a possibilidade de realizá-la com as crianças como uma brincadeira. Tal como a atividade anterior, o grupo começa a tentar solucionar as questões, levantando hipóteses e refletindo sobre sua exploração com as crianças. Alice Abreu pontua suas conjecturas, concluindo que independentemente da quantidade de cubos colocadas, sendo par ou ímpar, ao final sempre haverá um total ímpar de faces expostas. Alice D Silva comenta sobre o nível de complexidade para a criança, chamando o grupo a refletir sobre o fato de talvez começar os questionamentos a partir de um cubo dado e ir avançando, como podemos observar no diálogo que segue.

Alice D Silva: [...] isso porque daí vai ficar uma parede, vai ficar tampando aqui a parede lateral, né? Essa face aqui encostada nessa parede lateral, no fundo essa face, e no chão, certo? É como se a gente tirasse então esses dois cubos para começar a pensar, ficaria então com três faces expostas, certo? E se a gente tivesse então dois, dois cubos alinhados aqui, vamos tirar só

esse terceiro. Quantas faces expostas que a gente teria?

Alice Abreu: aí teremos cinco

Alice D Silva: então com um cubo a gente tem três faces expostas, com dois cubos, a gente tem cinco faces expostas, com três cubos...

Alice Abreu: nove

Alice D Silva: nove? Vocês concordam?

Alice Bittar: Será que a gente consegue ir identificando alguma regularidade nisso? [...]

Alice Peters: nesse aí a cada cubo que é adicionado a gente pode pensar como adicionar três faces e tirar uma porque uma vai ser tampada ou simplesmente só adicionar duas vezes porque vai ser uma regularidade.

Na sequência discutimos sobre a possibilidade de trabalhar com cubos coloridos, pensando em uma primeira percepção visual da criança ou ainda de forma concreta. Por outro lado, Alice Abreu avança na discussão comentando sobre as possíveis variações da atividade para a criança ir sendo desafiada. Nesse sentido, a futura professora pontua sobre o fato de depois deixar os cubos somente em contato com o chão, e que seria possível ir percebendo outras regularidades. Isso evidencia ainda a amplitude da discussão, que a partir de novos questionamentos é possível ir além do trabalho com números pares e ímpares, levando-os a

construir outras regularidades, identificando padrões em diferentes sequências formadas. Nesse ponto, Alice Alves chama a atenção para a importância do registro a ser realizado pela criança, para que o professor compreenda o raciocínio de cada uma, o que corrobora um lance fundamental para a descrição de uma regra de formação da sequência e, conseqüentemente, no próprio desenvolvimento do pensamento algébrico em questão.

Alice D Silva também retoma a discussão da atividade, tendo em vista o aumento de cubos na situação, quando Alice Lima identifica a inviabilidade do desenho ao considerar 24, 48 ou até 54 cubos, por exemplo, potencializando ainda a necessidade do registro e da sistematização das relações construídas. Nesse viés, aliado a necessidade do próprio conceito de par e ímpar, o qual é possível representar na linguagem algébrica, Alice D Silva convida o grupo que ficou de estudar a questão conceitual (Q_{1-MP}) a compartilhar sua experiência com o restante do grupo estrambótico. Alice Pinheiro comenta sobre o quanto tem percebido diferentes conceitos que perpassam a relação par ou ímpar, por meio de atividades como as discutidas nestes chás, que rompem com as mesmas práticas observadas nas propostas didáticas visualizadas na *internet*, além de retomar a questão de divisibilidade por 2 na definição do número par e ímpar.

Nesse momento, sentimos a necessidade de aliar o que estava sendo discutido por meio das análises das atividades a ideia de divisão que remete à temática de estudo, institucionalizando as questões postas. Assim, discutimos com os (futuros) professores a definição mais formal que atravessa uma linguagem algébrica, diferente da linguagem mais acessível e repassada às crianças nos primeiros níveis de escolaridade, como estamos acostumados a lidar, fruto do processo didático padrão. Com esse objetivo, foi apresentada e discutida a definição dada por Freitas (2009, p.15): “Dizemos que um número inteiro n é par quando ele pode ser escrito na forma $n = 2k$, onde k é algum número inteiro. Um número inteiro n é ímpar quando ele pode ser escrito na forma $n = 2k+1$, onde k é algum número inteiro.”

[...] eu até pensei em falar dessa transposição didática e gosto, mas é bem isso [...] quando ela falou dos 24 cubos, eu já pensei na multiplicação só que eu pensei, peraí, a criança de 7 anos ainda não aprendeu a multiplicação, mas ela pode pensar que se tem 24 cubos vai ter 24 faces em cima mais 24 faces embaixo mais a outra face ali que sobra. Então, tipo assim, a gente não vai falar a palavra multiplicação só que ela vai estar multiplicando 24 por 2 ali, então, acho que a gente não tem que fugir tanto assim daquilo que a criança ainda não sabe que é aquele conceito que a gente ainda não ensinou para criança, porque ela ainda pode usar aquilo como uma ferramenta meio não racional, sabe? Tipo, ela não vai falar ‘ai, aqui, eu vou fazer uma multiplicação’, mas ela vai estar fazendo. (Alice Abreu)

Assim, dialogamos sobre o conhecimento em ação que as crianças vão mobilizando durante a atividade e a necessária mediação do professor na abordagem das praxeologias

matemáticas em jogo. Isso é afirmado também por Alice Peters quando ela comenta o fato de ter encontrado uma questão ao analisar o manual do professor de um livro didático - Após anos iniciais que trazia a possibilidade de o professor estimular as crianças a observar que os números das casas estão organizadas de um lado por números pares e de outro, ímpares. Nesse sentido, o grupo discute sobre a possibilidade de aproveitar essa situação para fomentar um ambiente investigativo, de modo que o professor pudesse lançar questionamentos aliando àqueles advindos pelas crianças.

Uma outra questão posta foi com relação ao número zero, validando a questão de que o zero seja par, frente a tantas outras abordagens trazidas em diferentes *mídias*, como é o caso do equívoco em considerar o zero como sendo nem par nem ímpar, ou seja, neutro. Falamos ainda sobre a importância de debater o zero a partir das considerações das crianças, das situações trazidas ao longo do processo de ensino, talvez na própria descoberta das regularidades observadas em determinadas atividades em estudo. Até mesmo porque o zero foi umas das grandes invenções na matemática e que não foi tão trivial quanto pode parecer, o que pode inclusive ser uma questão a ser trabalhada junto a outros sistemas de numeração em que o zero surge a partir de qualquer necessidade. Nesse momento Alice Paula compartilha com o grupo uma de suas experiências como forma de reafirmar esta ideia:

eu peguei uma turma muito questionadora esse ano e a gente não estava ainda no online e quando eu fui ensinar o zero, nossa, foi uma chuva de perguntas, de questionamento deles, né? Inclusive eles faziam esse questionamento: se o zero é nada, se equivale a nada, por que que ele é par? E daí que eu fui pesquisar artigos na internet, coisas para tentar explicar mais ou menos para eles o que era o zero, né? Foi aí que quanto mais a gente pesquisa, mais a gente estuda, a gente tem mais base para explicar, né? E eu fui explicar a questão do zero e aí acabei tendo que explicar o zero e antes do número zero e depois do número, mas foi bem interessante, foi aprendizado para mim também. (Alice Paula)

A partir da fala de Alice Paula, a doutoranda retoma uma colocação realizada por Alice Garcia durante o estudo na  porta 3,4 relativa à Q_{1-MP} quando ela chegara à questão do zero, pensando na possibilidade de o aluno perceber a regularidade em jogo buscando os pares mais próximos, como no apoio à reta numérica com a possibilidade de “dar pulos” de 2 em 2. Por outro lado, Alice Starling compartilha com o grupo o desenho *Cyber Chase*, que fez parte de sua infância e que traz em dois episódios, na linguagem infantil, a necessidade do zero na vida social. Nesse sentido, fica nítido o quanto a dialogicidade desenvolvida nos  chás foi contribuindo para que os (futuros) professores validassem respostas encontradas e as ajudantes de estudo, Alice D Silva e Bittar institucionalizassem alguns conceitos em jogo importantes à

formação do pedagogo, quando Alices em jogo levantavam novas possibilidades e aprofundamentos de estudo.

No que se refere às produções do subgrupo que entrou pela  porta na árvore para discutir como a temática é abordada nos documentos oficiais e materiais didáticos (Q₃-MP), Alice Borges e Peters, presentes no  chá, compartilham o processo de estudo com todo o  grupo estrambótico, bem como as questões levantadas e validadas, fruto da adidaticidade que os integrantes desse subgrupo desenvolveram ao tomarem para si a questão de investigação colocada. Nessa parte de desenvolvimento do *PEP* percebemos o quanto o grupo, sob uma visão de *paraquedista*, se debruçou sobre a área avistada permitindo-se aos poucos desvelar as *trufas* encontradas em tais materiais didáticos, o que poderia nos dar indícios de uma possível percepção do terreno, em que se encontrava a professora Alice, e como poderia ajudá-la para compreender os enigmas que ali foram deixados em seu caso de ensino.

De posse dos diálogos desenvolvidos neste  chá, Alice D Silva marcou com o grupo o quinto  chá dialógico, tendo como objetivo realizar a exposição de todo o material desenvolvido tanto pelo grupo de sábado quanto de segunda, de modo a constituir uma proposta didática pensada por todo o  grupo estrambótico.

Notas do  chá de segunda-feira à noite (06/12/021)

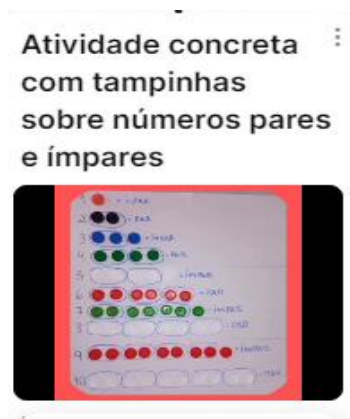
Com a participação de 7 Alices, incluindo a doutoranda, o diálogo foi aberto como forma de socialização dos estudos realizados. Alice Moraes comenta com o grupo sobre uma experiência vivenciada junto a algumas crianças pequenas sobre a brincadeira do par ou ímpar como condição para o início de um dado jogo, sendo esse mobilizado apenas com os dedos da mão. Ela partilha o fato de ao perguntar, por exemplo, sobre como sabe que deve começar com o número 1 e que ele é ímpar, a criança responde que “*ah, porque a professora que falou que um é ímpar*”, o que levou Alice Moraes a perceber que decorou a construção de tal sequência alternada. Discutimos, assim, sobre os recursos usados pelas crianças, a princípio com os dedos e depois a mobilização da estratégia usada com a análise das terminações dos números como necessidade de reconhecimento da paridade de números com mais de dois algarismos, por exemplo. Por outro lado, em reflexão sobre um trabalho didático envolvendo tal brincadeira, a doutoranda compartilha com o grupo uma questão que poderia desencadear um estudo

matemático que havia encontrado nesse período de estudo com o tema. Tal questão concerne a saber se a brincadeira do par ou ímpar é uma brincadeira justa, ou seja, se ambos os jogadores possuem a mesma chance de ganhar o jogo, tanto aquele que escolheu par como aquele que escolheu ímpar. Como poderíamos proceder para descobrir e como a matemática poderia nos auxiliar a responder tal questão? Embora essa indagação pudesse originar um processo de estudo, não há investimento nela quando o diálogo toma novas direções, a partir das colocações de Alices.

Nesse ponto, Alice Estrela, embora não estivesse participando anteriormente do grupo de segunda, mas mais aos sábados, contribuiu no  chá dando um panorama detalhado dos estudos e pesquisas realizados em seu subgrupo, o que possibilitou a todos aprenderem com a análise do tema em diferentes materiais didáticos e documentos oficiais. Já Alice Rautenberg esboça uma fonte de estudo vinculada ao site Brasil Escola, que traz uma definição e propriedades de números pares e ímpares, e valida a questão de zero ser par dialogando sobre os números inteiros negativos e possibilidades didáticas com esses números, a partir das mediações a serem realizados pelo professor, com questionamentos que vão permitindo à criança observar regularidades entre esses números, como os saltos de 2 em 2 dados com ajuda da reta numérica. Assim, retomamos a necessidade do estudo com zero, tal como apareceu como dúvida no próprio caso da professora Alice e o quanto nós, enquanto professores, podemos alimentar nosso *equipamento praxeológico* com conceitos imperativos à docência.

Alice Lopes pontua sobre a necessidade de trabalhar tais ideias desde a educação infantil com o uso do material dourado para as crianças irem percebendo a composição dos números e suas diferenças. Ao ser indagada pela doutoranda sobre a disposição dos cubinhos para que as crianças possam fazer tais associações com a ideia intuitiva de par e ímpar, ela traz a mediação do professor para provocá-los, na possibilidade de ir montando os números com o material concreto e comparando com o que os colegas também vão apontando, por exemplo. Alice D Silva fala sobre a aproximação que percebe dessa ideia do material concreto com um vídeo que Alice Rautenberg apresenta, quando as crianças são solicitadas a dispor as tampinhas de grupinhos de 2 em um papel, de modo a ir circulando-as em par e percebendo que nos números ímpares sempre vai sobrando 1 elemento, tal como expresso pela ideia da figura 21.

Figura 21: Print do vídeo que aborda atividade com tampinhas



Fonte: <https://www.youtube.com/watch?v=HUCCGKDvznU&t=1s>
(vídeo não está mais disponível para o público)

Alice Rautenberg lembra que na  porta no espelho a doutoranda havia questionado sobre que possíveis adaptações poderíamos pensar para torná-la mais inclusiva, o que a levou a levantar nesse momento do diálogo sobre se seria interessante a possibilidade de uso do geoplano e das borrachinhas para realizar os agrupamentos de 2 em 2. Nesse momento, a doutoranda acredita ter que dar mais voltas com a borrachinha para prender dois preguinhos e que seria interessante realizar a validação desse material com Alice Marques, que não estava presente nesse  chá.

[...] porque é mais sensorial, né, para pessoa de baixa visão, cega. Então ela pode contar os pregos né ou até fazer com as tampinhas também seria uma possibilidade, né, de você fazer eu já fiz caça palavras assim que é com tampinhas, e você também reúne eles com a borrachinha, que dá essa sensibilidade, também não sei, talvez o sensorial fique melhor com a tampinha[...] (Alice Rautenberg)

Ao refletir sobre tais materiais a futura professora valida com o grupo a possibilidade com as tampinhas e borrachinhas, assim como a doutoranda também afirma que quando viu o vídeo compartilhado, encontrou o material chamado *numicon*, mas que o mesmo também teria que ser pensado, já que teria um custo mais elevado, e realmente havia a possibilidade de antes explorar materiais de baixo custo, como as tampinhas ou botões. Um exemplo da situação proposta por Alice Rautenberg pode ser visualizado na imagem a seguir.

Figura 22: exemplo de atividade de agrupamentos com tampinhas



Fonte: <https://br.pinterest.com/pin/688910074285591311/>

Alice Rautenberg resgata ainda a discussão de como fomentar atividades nas quais os alunos possam reconhecer regularidades existentes entre números pares e ímpares, ao retomar os três vídeos compartilhados na  porta no espelho, a qual também se propôs a investigar. Alice Rautenberg comenta sobre o vídeo¹⁰⁷ envolvendo os dados.



Mas, antes de continuar a história, o que trata esse vídeo?

Ele parte de um jogo, com a produção de seis dados, como representações de cubinhos, usando rolos de papel higiênico e uma caixinha de palitinhos. Um dado foi numerado convencionalmente de 1 a 6. Dois dados representando os números pares, sendo uma face escrita par e as demais cada uma numerada com 2, 4, 6, 8 e 10. Outros dois dados representando números ímpares, com a escrita ímpar e a numeração 1, 3, 5, 7 e 9 nas demais faces representadas. E um dado tendo três faces escrito soma, e as outras 3 com o símbolo (+) para representar a adição. A autora sugere inicialmente o jogo com os dados pares e o dado de soma intercalando-os. Assim, como exemplo, tem-se $6+2$ que dá 8. Para a criança saber se 8 é par ou ímpar ela pode recorrer aos palitinhos e agrupá-los em 2 em 2 para descobrir. Isso é realizado depois, somente com os dados ímpares. A autora sugere várias jogadas de cada, para a criança perceber que adição de dois números pares resulta em par, assim como jogando com dois dados com números ímpares. Depois, trabalhando com um dado par e outro ímpar, reconhecendo o resultado ímpar e, sobretudo, de modo que os alunos possam aos poucos se desprenderem dos palitinhos, ao formarem grupos de 2 em 2, para reconhecer se um número é ou não par, apenas pela terminação deste número.



Retomando o comentário de Alice Rautenberg sobre a atividade de que trata o vídeo, ela chama a atenção para a necessidade de os alunos registrarem os números que encontram para ajudá-los a perceber a regularidade existente a partir das terminações dos números, para identificá-los como pares ou ímpares. Sobre isso, ela relata:

Eu tava pensando assim em outras atividades que dá para a gente perceber que essa questão da regularidade, né, a gente, por exemplo, pode fazer eles anotarem e registrar em todos os números que eles descobrirem se é par e ímpar e depois eles analisarem, né? Mas o que é parecido nesse número que tem no outro? Também que tem outro, aí eles vão descobrir essa regularidade, né, do 2, 4, 6, né? Então é uma questão assim que a gente pode usar um material concreto para eles irem acrescentando para eles mesmo poderem construir, né? [...] (Alice Rautenberg)

Alice D Silva concorda com Alice Rautenberg, uma vez que coloca ao grupo que percebe a contribuição do vídeo para a construção do resultado das propriedades elencadas, inclusive com a possibilidade de ampliação para o produto entre os números. Será que valeria

a mesma regra, da mesma forma que o registro pode ajudar na tão necessária passagem do concreto ao abstrato? Por outro lado, a doutoranda fala sobre o quanto a observação no vídeo a fim de explorar a regularidade por meio das terminações estava ainda um tanto obscura para ela.

A partir da reflexão com a *mídia* em jogo, o grupo começa a pensar sobre as regras ali postas, inclusive tentando inserir (e/ou modificar) algumas delas, de modo a contribuir para que os educandos pudessem avançar na observação de tais regularidades.

Quando você falou isso eu fiquei bolando aqui alguma coisa para gente poder usar esse par,  [em referência à palavra escrita par no dado] aí eu pensei assim que a gente podia colocar uma regra de colocar assim, saiu escrito par lá, a criança tem que escolher um número par para fazer a soma, né? Seria uma ideia para tipo fazer com que eles vão pensando mesmo, né? Eu pensei nisso, aí ele, 'ah não agora, eu tenho que chutar, eu que vou escolher um número par que eu quero que entra na soma, né?' (Alice Rautenberg, inserção nossa)

Ao refletir sobre a situação colocada por Alice D Silva, quanto ao trabalho com os dados como meio de estudo das terminações dos números, Alice Rautenberg apresenta a possibilidade de confecção de dados, como em referência a um tetraedro, dodecaedro, e dentre outros formatos. Essa ideia é apresentada por ela com o objetivo de trabalhar com números maiores, como 11 a 19, o que possibilitaria aos alunos ampliar a percepção de tais regularidades com diferentes números, cujas somas fossem maiores de 20. Alice D Silva aproveita para retomar inclusive a possibilidade de confecções desses novos dados, podendo trabalhar as planificações e, inclusive, estabelecendo a conexão entre diferentes áreas da matemática, em um trabalho didático que o professor pode ir questionando e ampliando tais discussões, inclusive com o próprio pensamento algébrico ali envolvido.

Em referência à atividade dos dados e ao diálogo estabelecido entre o  grupo estrambótico neste chá, Alice Estrela confirma a contribuição de tal estudo realizado, o que evidencia a potencialidade de um percurso de estudo e pesquisa para a formação de professores que objetive ir aos poucos caminhando na direção do *PQM*, de modo a romper com práticas tão recorrentes no *PVO*.

Eu acho que os registros, só o fato de já fazer os registros, já muda um pouco com essa lógica que a gente tá acostumado, né? Com essa possibilidade das crianças fazerem os próprios registros dela e eu acho que isso, é assim, um fator que o professor pode usar até mesmo na avaliação, né, sobre como as crianças estão realizando esses registros e como que elas chegaram a esse caminho. Então eu acho que só pelo fato de já fugir daquela lógica mais mecânica, né, da resposta pronta, já é uma coisa positiva e aí eu acho que agora deu para perceber que tem muitas possibilidades assim, né? De até integrar outros conteúdos para o estudo, né, de números pares e números ímpares. E aí eu acho que assim, acho que isso muda até mesmo a perspectiva que eu tinha porque eu pensava que no caso, trabalhar números pares e números ímpares seria, como trabalhar um conteúdo simples, né, que aí traria essas definições que eu já tinha visto para as crianças, e aí agora eu vejo que é possível associar até com outros conteúdos e tornar a aula tipo mais dinâmica, né, porque senão a gente também fica muito preso

nessa questão dos números pares e números ímpares e no final a atividade acaba com uma folhinha, e aí de qualquer forma a criança se vê ali né, com o conteúdo resumido né a uma exposição de um conceito muito abstrato. E aí uma atividade na folhinha, como essas atividades que a gente vê e que a gente vem observando também que são todas da mesma forma, como eu até fiquei um pouco assustada, porque parece que muda a editora do livro, mas é sempre o mesmo perfil de atividade, né? [...] (Alice Estrela)

É necessário pontuar sobre o termo soma usado no jogo e usado por Alices no sentido coloquial. Tal expressão é usada no vídeo como sinônimo do sinal de mais, que remete a operação de adição. No entanto, o termo soma significa o resultado da operação de adição realizada entre dois termos e não a operação aritmética em questão. Assim, embora Alice D Silva não tenha se detido nessa questão no momento de discussão com o grupo, retificamos aqui o seu uso, indicando ainda a possibilidade de trocar o termo soma que aparece no dado pelo símbolo de +.

Quanto ao último vídeo que foi compartilhado na  porta no espelho, ao qual o grupo associou à brincadeira da toca do coelho, ele alude ao reconhecimento de números pares e ímpares. Para a brincadeira é necessário desenhar uma linha com giz no chão e tanto do lado esquerdo da linha quanto do direito escreve-se alguns números, variados entre par e ímpar e contidos de 1 a 3 ou mais algarismos. Cada número deve ser expresso dentro de um círculo. A brincadeira consiste na criança ficar em cima da linha e pular dentro do círculo que contém o número, quando ouvir o comando  número ímpar ou o comando  número par. Embora a atividade tenha sido pensada inicialmente como forma do estudante fixar tais números, o grupo discute sobre trabalhar com ela de uma forma colaborativa, podendo ser realizada desde a educação infantil, com números menores, e ir ampliando seu escopo a depender do ano de escolaridade que esteja jogando. Também não foi discutido sobre a inacessibilidade desta atividade às crianças com deficiência visual e deficiência motora, o que poderia ser feito para torná-la acessível a elas.

Outra atividade retomada foi sobre o uso de números pares e ímpares no cotidiano, como na disposição dos números das casas nas ruas, situação esta compartilhada no  chá de sábado pela futura professora Alice Peters. O grupo discute a possibilidade de transformar tal atividade com um caráter investigativo, incluindo ainda a mobilização de outras áreas do conhecimento para estudo. Por exemplo, na busca por compreender a origem de tal prática, inclusive sobre como é realizada a disposição a partir do marco zero de cada cidade, o que leva a investigar o que é o marco zero, como foi determinado, enfim, questões que acabam instigando a curiosidade da criança. Alice Estrela pontua o diferencial observado nas atividades trazidas pelo

grupo, quando ela as compara com uma atividade que encontrou na internet, que solicitava que a criança pintasse os números pares, por exemplo, até o número 100. A futura professora relata que esse tipo de abordagem demanda um trabalho exaustivo da criança, reforçando ainda mais a necessidade de refletir sobre o que encontramos na *internet* que, na perspectiva de nossa pesquisa, concerne à reflexão e validação das diferentes *mídias* pesquisadas.

Dentre as últimas possibilidades didáticas ressaltadas pelo grupo está o indicativo de Alice Lopes para a abordagem do tema explorando a música *Fui ao Itororó* em uma perspectiva interdisciplinar. Outra atividade, disponível em Jakubovic (1990), é pontuada por Alice D Silva, a partir do questionamento que ela faz ao grupo sobre quantas pessoas cabem nas mesas quando toma-se uma mesa de 4 lugares e tem-se a necessidade de juntar a ela mais outras mesas. Tal atividade questiona sobre a quantidade de lugares disponíveis se tivermos que juntar 10, 24 ou 57 mesas, e ainda, sobre quantas mesas seriam necessárias para ter 58 lugares disponíveis. Esta atividade poderia levar os alunos a esboçarem suas estratégias e reconhecerem o padrão em jogo com a devida mediação do professor. Como o tempo não quis colaborar conosco, infelizmente, tais atividades não foram dialogadas e devidamente refletidas.

Por fim, Alice D Silva comenta com o grupo a tarefa que ela terá ao longo das semanas para sistematização do trabalho desenvolvido por todos, como um material de estudo que ficará disponível e passível de futuras adaptações para suscitar reflexões com as práticas de estudo e pesquisa de cada integrante do grupo estrambótico.

E o quinto chá dialógico ...?! 🗝️

Nesse último 🗝️ chá, embora também constituído de forma dupla nos dias 18/12/2021 e 20/12/2021, com a presença ao total de 19 Alices, façamos de conta que eles fazem parte de uma única história, que passaremos a contar. Dizemos isso, pois este último 🗝️ chá teve a intenção apenas de compartilhar com todo o grupo o percurso de estudo e pesquisa realizado até o quarto 🗝️ chá dialógico por todos os componentes do grupo estrambótico. Para isso, constituímos um documento único, expresso por meio de um mapa de questões e respostas, que chamaremos de mapa *a posteriori*. Esse mapa foi elaborado pela Alice D Silva, que exerceu nesse momento a responsabilidade de sintetizar esse processo ao redigir tal escritura, cuja confecção do *MQR* se deu com o aplicativo *Cmaptools*, e compartilhado com o grupo por meio de uma imagem (figura 23).

Figura 23: uma visão deformada do mapa de Q-R *a posteriori*



Fonte: dados da pesquisa. Disponível em: <https://padlet.com/camilaosilva/nosso-percurso-de-estudo-e-pesquisa-sobre-o-ensino-de-n-mero-ub9qvwaqx5b12zc3>

Versão acessível à pessoa com DV, disponível em:

https://drive.google.com/drive/folders/1cB0Mf5iNee8IWzsrPgTHH2kFUFg3NNnI?usp=drive_link

A partir desse *MQR*, a doutoranda uniu tais questões e respostas de forma mais transparente possível em conjunto com as *mídias* de estudo de todo o grupo, com o apoio da ferramenta *padlet*, que foi compartilhada e utilizada pelo grupo que entrou pela  porta que deu acesso a uma das faces do  campo de croqué. Assim, com a confecção do mapa por meio do *padlet*, percebemos a possibilidade de difundir o conhecimento produzido, aliado ao trabalho desenvolvido com a dialética *questão-resposta* e *mídia-meio*. Esse mapa está disponível em: <https://padlet.com/camilaosilva/nosso-percurso-de-estudo-e-pesquisa-sobre-o-ensino-de-n-mero-ub9qvwaqx5b12zc3> e em versão acessível a DV em: https://drive.google.com/drive/folders/1cB0Mf5iNee8IWzsrPgTHH2kFUFg3NNnI?usp=drive_link

É preciso lembrar que nas partes iniciais deste texto trouxemos um esboço do mapa *a priori* que mobilizamos para este *PEP*. Para uma melhor visualização dos mapas *a priori* e *a posteriori*, com possibilidade de ampliação deles, os colocamos no link relativo à exposição no aplicativo *padlet*, o qual foi expresso logo acima. E quanto às proximidades ou não entre os mapas *a priori* e o mapa *a posteriori* deste *PEP* podemos inferir sobre *cronogênese*, no que se refere à evolução do processo investigativo com o grupo. Assim, é perceptível o fato de que houve uma evolução do estudo, a partir das respostas produzidas ao caso de ensino da professora Alice e das questões levantadas durante os diálogos pelo  grupo estrambótico. Dizemos isso, mesmo que algumas delas não tenham sido mobilizadas para estudo que, em referência à *dialética das caixas pretas e caixas de luz*, concerne ao caso das questões expressas na cor verde do mapa *a posteriori*, sendo elas: O que é modelagem matemática? O que é

etnomatemática? O que é MCK e para que serve? O que é um número fracionário? O que é inclusão? A brincadeira do par ou ímpar é justa? Qual a chance do jogador que escolheu ímpar iniciar a partida? Afinal, o que é chance?

Entendemos que a abertura de muitas dessas caixas poderia não atender diretamente ao objetivo da questão Q_0 , mas que, ao mesmo tempo, a amplitude expressa no mapa *a posteriori* evidencia tanto a potencialidade do diálogo estabelecido quanto a riqueza da própria produção do conhecimento apresentada com o *MQR*, sendo esse uma importante ferramenta de estudo para a formação docente, em especial, na área da educação matemática.

Após a exposição de tais mapas, ao relembrar alguns pontos dialogados durante os  chás, solicitamos que cada Alice pontuasse algumas palavras-chaves que expressassem o que este *PEP* representou para cada participante. Juntando as palavras produzidas pelos integrantes dos grupos de sábado e de segunda feira, expressamos em uma nuvem de palavras que depois foi compartilhada na rede social *Instagram* do grupo PEPMat (figura 24).

Figura 24: Imagem compartilhada no instagram do último  chá de 2021



Fonte: dados da pesquisa

Tecendo uma chegada rumo a nova(s) partida(s)

Com a análise do desenvolvimento deste *PEP* percebemos o quanto o meio constituído favoreceu a entrada do grupo no jogo, permitindo-nos dar a partida no jogo, tendo como Q_0 desse *Micro-PEP*, isto é, Q_{0-MP} , a situação problemática concernente ao caso de ensino da professora Alice. Isto é dito quando observamos que houve a *devolução do problema* aos professores e futuros professores, os quais assumem Q_{0-MP} como seu próprio problema de investigação, o que não ocorre apenas no primeiro  chá dialógico constituído, mas se mantém

ativo ao longo do percurso. É nítido o engajamento de Alices nos momentos dos 🔑 chás e em tantos outros momentos de estudos individuais, na busca de fontes de estudo, nos diálogos coletivos e nas 🔑 portas abertas de estudos pelo whatsapp, em busca de compartilhar e validar as respostas encontradas, o que analisamos por meio da *dialética individual-coletivo e mídia-meio*. Isso evidencia ainda uma *relação não verticalizada de ensino*, diferente daquela em que os estudantes apenas reproduzem e respondem a uma demanda encaminhada pelo professor em uma posição passiva, o que é coerente com as práticas instituídas no *PVO*.

Inferimos que não houve um simples diálogo envolvendo trocas de experiências. Mais que isso, houve um aprender a pensar, a questionar e problematizar os mais diversos conceitos envolvidos no caso de ensino de Alice, sendo esses matemáticos e didáticos, por exemplo. Relacionamo-los ainda com nossas vivências, compartilhando conhecimentos uns com os outros, e nos permitindo desvelar *trufas* que permeiam nossa realidade. Desta forma percebemos o quanto a dialogicidade desencadeada nos encontros entre Alices permitiu-nos mobilizar a necessária dialética educador-educando, (re)discutida no texto relativo a Q₃, em que ambos interagem constantemente na busca de 🔑 *ser mais*, de estudar e equipar-se na tentativa de se emancipar de tantas práticas dominantes e constantemente perpetuadas no *PVO*. “Esta busca do 🔑 *ser mais*, porém, não pode realizar-se no isolamento, no individualismo, mas na comunhão, na solidariedade dos existires, daí que seja impossível dar-se nas relações antagônicas entre opressores e oprimidos”. (Freire, 2022a, p.105, grifo do autor).

Nesse sentido, as três questões derivadas escolhidas com o grupo evidenciaram a contribuição em trabalhar coletivamente, embora de forma parcial, as dimensões do problema didático, permitindo que tivéssemos algumas percepções destas dimensões, à medida que transitássemos entre elas. Além disso, estava aí a possibilidade de questionar o saber em jogo, não aceitar algo pronto, além de desencadear um estudo que pudesse desvelar o *saber-fazer* em direção ao *bloco tecnológico-teórico* e refletir sobre as possibilidades didáticas com a temática de estudo. Assim, era preciso compreender com profundidade as relações que permeavam o caso de ensino, necessitando de uma prática de estudo e pesquisa, para que pudéssemos ajudar a professora Alice e, quem sabe, na possibilidade de ela ter vivenciado esse *PEP* conosco.

Começamos ainda a tentar ouvir os silêncios na *ausência da presença* de tantas Alices que por ora estavam nos 🔑 chás dialógicos e, de forma especial, nas 🔑 portas de estudo, mas que não desenvolveram momentos de estudo e pesquisa, ao menos coletivos. Afinal, “Não é no silêncio que os homens se fazem, mas na palavra, no trabalho, na ação-reflexão” (Freire, 2022a, p.108). Tais silêncios ainda nos redirecionam à análise de possíveis *restrições institucionais*

advindas do nível *Sociedade*, como demandas de trabalho, de instituições de ensino superior e dentre outras que foram disparadas ao longo deste texto, mas que são compartilhadas no texto referente a [Q5](#) desta tese. Além disso, não podemos deixar de mencionar o fato de que tais *restrições* são também advindas de *níveis inferiores da escala de codeterminação didática*, especialmente, quando refletimos sobre a dificuldade existente na proposição de atividades matemáticas em uma perspectiva inclusiva. Assim, a complexidade de lidar com tarefas desse tipo nos leva a considerar que nesse momento de formação já havia a demanda de estudos aliados às possibilidades com tecnologias assistivas, como o caso de resgatar na atividade com os dados, ao menos, discursos linguísticos em braille e em língua portuguesa, com o uso de confecção de materiais com alto relevo.

Percebemos ainda que tanto a Alice D Silva quanto as Alices do  grupo estrambótico que interagiram neste *PEP* vivenciaram momentos de desequilíbrios cognitivos frente às diversas situações aqui desencadeadas. Isso possibilitou que  mudassem de tamanho, quando se dispuseram a caminhar na direção do *PQM*, sendo esse um mundo ainda não habitado por nós, mas que tentamos ir juntas, aprendendo a desenhar *PEP* e evidenciando (re)construções em seus *equipamentos praxeológicos*.

Foi possível inferir, a partir do avanço do estudo com as questões e respostas produzidas pelo grupo e expressas por meio do *MQR*, a abertura para a possibilidade de um estudo epistemológico que perpassa o campo da educação matemática, sendo o *MQR* uma  porta de múltiplas saídas, o que sublinha, para nós, a potência dessa infraestrutura didática. Contudo, há ainda questões que se encontram num subterrâneo deste texto, o que trata da acessibilidade das infraestruturas utilizadas por nós às pessoas com DV. Isso é dito com relação ao mapa de questões e respostas, discutido no texto relativo à Q4 desta pesquisa de doutoramento, bem como do aplicativo *padlet* e o quanto isso é refletido no que tange às (re)construções do *equipamento praxeológico* da doutoranda num *PEP* que busca ser constituído em um sistema didático inclusivo. Algumas pistas desta jogada encontram-se em outros labirintos que, talvez, podem até já ter sido percorridos por você, Alice.

Assim, na possibilidade de continuar a (re)pensar e (re)significar nossas práticas ao ensinar  (e aprender) na transição de paradigmas é que nos encontraremos em próximas paradas.

Desenhando com ...¹⁹

BALL, Deborah Loewenberg; COHEN, David K. *Developing practice, developing practioners: toward a pratice-based theory of pro-fessional education*. In: SYKES, G.; DARLING-HAMMOND, L. (Org.) *Teaching as the learning profession: Handbook of policy and practice*. San Francisco: Jossey Bass, pp. 3-32, 1999.

BALL, Deborah Loewenberg; THAMES, Mark Hoover; PHELPS, Geoffrey. Content knowledge for teaching: what makes it special? *Journal of Teacher Education*, v. 59, n. 5, pp. 389-407, 2008.

BITTAR, Marilena, FREITAS, José Luiz Magalhães de. Uma entrevista com Yves Chevallard sobre a Teoria Antropológica do Didático. *Revista Paranaense De Educação Matemática*, 11(25), 11–22, 2022. Disponível em: <https://periodicos.unespar.edu.br/rpem/article/view/7019>

BLANTON, Maria L., KAPUT, James J. Generalizing and progressively formalizing in a third grade mathematics classroom: Conversations about even and odd numbers. In M. Fernández (Ed.), *Proceedings of the Twenty-second Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (pp. 115–119). Columbus, OH: ERIC Clearinghouse, 2000.

BOSCH, Marianna. Modelos epistemológicos e didáticos no paradigma de questionamento do mundo. Palestra ministrada no Seminário Sul-Mato-Grossense de Pesquisa em Educação Matemática - PPGEducMat/UFMS, Agosto 2018, Campo Grande/MS, 2018a.

BOSCH, Marianna. *Study and research paths: a model for inquiry*. In: International Congress of Mathematics. Rio de Janeiro, Brazil, 2018b.

BOYER, Carl Benjamin. *História da Matemática*. Edgard Blücher. São Paulo, 1974.

BRASIL. *Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática*. Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1997.

CHEVALLARD, Yves. *Les mathématiques à l'école et la révolution épistémologique à venir*. Conférence plénière donnée le 26 octobre 2006 dans le cadre des Journées 2006 de l'APMEP (Clermont-Ferrand, 26-28 octobre 2006), p. 439-461, 2007. Disponível em: http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/article.php3?id_article=110.

CHEVALLARD, Yves. *La notion d'ingénierie didactique, un concept à refonder*; Clermont-Ferrand, pp:16-23, 2009a. Disponível em <http://yves.chevallard.free.fr>.

CHEVALLARD, Yves. *À propos des PER*. In: Journal du Seminaire TAD/IDD – 1; pp. 7-23, 2009b. Disponível em: <<http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/IMG/pdf/journal-tad-idd-2009-20010-1.pdf>>.

CHEVALLARD, Yves. *La TAD face au professeur de mathématiques*. 2009c. Disponível em: http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/article.php3?id_article=162.

¹⁹ Para acessar o mapa de questões e respostas, [clique aqui](#)

CHEVALLARD, Yves. *Éléments de didactique du développement durable*; 2011. Disponible em <http://yves.chevallard.free.fr>

CHEVALLARD, Yves. *Didactique fondamentale. Module 1 (2010-2011): Leçons de didactique*; 2010. Disponible em http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/IMG/pdf/DFM_2010-2011_Module_1_LD.pdf

CHEVALLARD, Yves. *Vers une didactique de la codisciplinarité*. Notes sur une nouvelle épistémologie scolaire. 2004. Disponible em: http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/IMG/pdf/Vers_une_didactique_de_la_codisciplinarite.pdf

CHEVALLARD, Yves. *Pourquoi la transposition didactique?* Séminaire de didactique et de pédagogie des mathématiques de l'IMAG, p. 167 – 194, Grenoble, 1982.

FREIRE, Paulo. *Pedagogia da Esperança*. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1997.

FREIRE, Paulo. *Pedagogia do Oprimido*. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 2022a.

FREIRE, Paulo. *Pedagogia da Autonomia*. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 2022b.

PROULX, Jérôme. *Leçons de la classe de mathématiques - pair et impair*. *Vivre le primaire*, 32 (3), p. 19-20, 2019.

GASCÓN, Josep. Las tres dimensiones fundamentales de un problema didáctico. El caso del álgebra elemental. *Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa*, 14 (2), p. 203-231, 2011.

MARIETTI, Julia. *Le concept de PER et sa réception actuelle en mathématiques et ailleurs*. Mémoire de 1^{re} année du master de sciences de l'éducation. Université de Provence. 2009. http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/rubrique.php3?id_rubrique=15

VERGNAUD, Gérard. *Concepts et schèmes dans une théorie opératoire de la représentation*. In *Psychologie Française e Les Représentations*, n°30, pp.245-252, 1985. Disponible sur: https://www.gerard-vergnaud.org/GVergnaud_1985_Concepts-Schemes_Psychologie-Francaise-30

VERGNAUD, Gérard. A Teoria dos Campos Conceituais. In: Brun, Jean. (org.) *Didáctica das Matemáticas*. Lisboa: Instituto Piaget, 1996, p. 155-191.

WINSLOW, Carl; Matheron, Yves; Mercier, Alain. Study and research courses as an epistemological model for didactics. *Educational Studies in Mathematics*, v. 83, n. 2, 267– 28, 2013.

ZAZKIS, Rina. Theory in mathematics education: queen and servant. *Mediterranean Journal for research in Mathematics Education*, v.8, p. 2-16, 2009. Disponible em: https://www.researchgate.net/publication/273773087_Number_Theory_in_mathematics_education_Queen_and_Servant

Rota Q₃Q₆ ou Q₀Q₆:
Entre  bolinhos, chás, garrafinhas, ...

Tal como ocorrera no país das maravilhas, quando...

 Dodô "demarcou a pista de corrida circular ("o formato não importa", explicou), depois posicionou todos espalhados pela pista. A largada não foi oficialmente declarada com o tradicional "um, dois, três e já"; puseram-se a correr de qualquer jeito, paravam quando bem entendiam, sem que ninguém soubesse ao certo quando a corrida chegara ao fim."¹⁰⁸



... assim foi como vivenciamos em nossos PEP.

Fomos aprendendo durante os percursos, a compor com os  bolinhos e garrafinhas, por exemplo, encontradas nas mais diversas *mídias* de estudo, de modo a discutir e validar o que encontrávamos coletivamente. Em paralelo ao processo de estudo que se desenrolava com todo o grupo, era necessário que Alice D Silva fosse sentindo as *condições* que se manifestavam em sua operacionalização na caminhada em uma perspectiva inclusiva. Isso se fez necessário, por exemplo, de modo a enxergar as *infraestruturas* necessárias nesse caminho transicional para viabilizar um processo comunicativo o mais acessível possível a todos. Era um ato que se delineava para nós, como um compreender em que

*experiência e saber que se dialetam, densificando-se, alongando-se e dando, com nitidez cada vez maior, o contorno e o relevo de sua profunda intuição central: a do educador de vocação humanista que, ao inventar suas técnicas pedagógicas, redescobre através delas o processo histórico em que e por que se constitui a consciência humana.*¹⁰⁹

 Afinal, "não adiantava muito ficar olhando pela portinha, então ela retornou à mesa, torcendo para encontrar outra chave ou, pelo menos, um livro que ensinasse pessoas a se encolherem como lunetas. [...]"¹¹⁰



Um processo em que as  mudanças de tamanho que ocorriam eram inevitáveis aos integrantes que compunham nosso  grupo estrambótico, inclusive Alice Bittar e Alice D Silva.

____ Alice, em síntese, nossa trajetória pode ser reinterpretada como o fato de que...



**Enquanto você se esforça pra ser
Um sujeito normal e fazer tudo igual
Eu do meu lado aprendendo a ser louco
Um maluco total, na loucura real**

Controlando a minha maluquez
Misturada com minha lucidez

Vou ficar
Ficar com certeza
Maluco beleza
[...]



**Esse caminho que eu mesmo escolhi
É tão fácil seguir, por não ter onde ir
Controlando a minha maluquez
Misturada com minha lucidez²⁰**

[...]

Música: **Maluco Beleza**¹¹¹
Compositores: Raul Seixas e Claudio Roberto A. Azeredo

²⁰ Para acessar o mapa de questões e respostas, [clique aqui](#).

Bem-vindo à
Rota Q5R[♥]: Acho que ainda preciso comer ou beber algo

Parece que temos aprendido junto ao grupo o fato de que *o aprender para nós e para ensinar é diferente*¹¹², assim como quanto o ensinar e o aprender se complementam e fundem-se em si, na constante (re)construção de nossos *equipamentos praxeológicos*.

Viver uma pesquisa que nos tira de nossa zona de conforto em direção a um novo paradigma didático, não é uma mudança trivial, assim quando lidamos com questões culturalmente enraizadas, como é o caso de considerar que o processo de ensino se dá pela figura do professor, aliada a dificuldade de pensar e elaborar perguntas. Romper com esses pensamentos e atitudes é imprescindível no desenvolvimento de um *PEP*, o que nos move constantemente a compreender as *condições e restrições* que ali imperam, nos deixando cada vez mais com um sentimento de inacabamento. Processo, não é Alice? Não é assim que se dá um processo de conhecimento que historicamente e socialmente é produzido?

*Tempo, tempo, tempo, tempo ...*¹¹³

Aos poucos vamos percebendo que, nos entremeios de tantas *condições e restrições* no nível *Sociedade* ou *Escola* que interferem sobre o sistema didático constituído em nossa pesquisa,  "Alice olhou ao redor, reparando nas flores e nas folhas na relva, mas não encontrou nada que parecesse bebida ou comida ideal para a solução de seu problema"^{cxiv}. 

Acreditamos que nesse momento, era preciso  falar *como* Tempo, o que a levou a enxergar o quanto os participantes do  grupo estrambótico alimentaram constantemente o processo de pesquisa, ao qual se permitiu aventurar.

 Mas o que acontece quando você volta para o início?^{cxv21}  ...

²¹ Para acessar o mapa de questões e respostas, [clique aqui](#)

Bem-vinda(o) à Q₆!

Q6: O que nos diz uma aventura em um **chá dialógico** entre números e geometria com (futuros) professores dos anos iniciais?

Alice pensou consigo mesma: agora você vai ver um filme  [por ora, um trailer]
 ...feito para crianças.
 Talvez.
 Antes que eu me esqueça:
 você deve...
 fechar os olhos.
 Caso contrário, ...
 você não vai ver nada.
 (Filme Alice^{cxvi}, 1988, Jan Švankmajer, inserção nossa)

A partir do próximo parágrafo você pode perceber que essa, assim como algumas páginas que seguem, parecem um tanto inacessíveis, não? Assim aconteceu com Alice, que ao folhear as páginas de um livro se deparou com uma parte que não conseguia ler, pensando que estava escrita em uma outra língua.



Uma das coisas que me chamou a atenção ao ler esse artigo foi a forma como o autor abordou o tema da ética na inteligência artificial. Ele não apenas mencionou a importância de considerar os valores humanos no desenvolvimento de sistemas de IA, mas também forneceu exemplos concretos de como isso pode ser feito. Isso me fez refletir sobre a responsabilidade que temos como desenvolvedores e pesquisadores em garantir que nossas criações estejam alinhadas com os princípios éticos que queremos promover na sociedade. Além disso, o autor destacou a necessidade de transparência e accountability no uso de IA, o que é uma preocupação legítima, especialmente em áreas como saúde e justiça criminal. Acredito que a adoção de uma abordagem ética e responsável é fundamental para que a inteligência artificial cumpra seu potencial de melhorar a vida humana sem causar danos ou violar direitos fundamentais.

características mais belas da ciência: ser uma história que não tem um fim pré-definido, mas aberta e pronta para sempre ser reinventada.

Pois bem, diante dos argumentos expostos iniciaremos o nosso trajeto!

De antemão, podemos dizer que não foi bem uma largada nos moldes 1, 2, 3 e já

Na verdade, no começo, foi quase como tudo em todo lugar ao mesmo tempo, uma espécie de multiverso que perdurava o outro lado do espelho de Alice, assim como é sinalizado por Rafael Monteiro nas notas finais do livro Alice através do Espelho, em Carroll (2021). Nossa Q-EP-100

concerne aos desenvolvimentos de um PEP que buscou se constituir de forma aberta, a partir do desejo de cada Alice que aceitou cair na toca do coelho com Alice D Silva. Nossa ideia era que tal questão partisse da necessidade e experimentação de cada Alice e foi assim que elas decidiram que as seguintes questões estatísticas é que iriam compor o estudo de um problema docente ressaltado por todo o grupo estatístico:

Q-PAV: Como ensinar números e operações aritméticas nos anos iniciais?

Q-PAG: Como ensinar geometria nos anos iniciais?

Esses PEPs foram desenvolvidos em 20 encontros, sendo 10 encontros em cada grupo (o grupo de sábado e o de segunda-feira) no ano de 2022. Antes de prosseguirmos sobre o estudo das questões de investigação levadas pelo grupo tem algo que logo se mostra em cena para nós, quando consideramos os temas desse PEP aberto: o desafio é forte a mobilização do PVO nas práticas educativas vividas por nós, Alices, no que se refere ao estudo de obras programáticas pelo próprio currículo brasileiro. Por outro lado, o caráter intramatemático de estudo abordado na perspectiva do PEP favoreceu a problematização de tais conceitos estudados na educação básica, realizando um investimento para com o bloco do saber em relação às práticas matemáticas, em jogo.

No âmbito dos estudos com geometria, temos como questão estatística Q-PAV: Como ensinar geometria nos anos iniciais? foi desenvolvido o estudo com questões detidas, a saber:

Q1: Como ensinar a classificação de triângulos e quadriláteros?

Q2: Por que estudar geometria? Que geometria deve estar presente nos anos iniciais?

Q3: Como ensinar a geometria aliada a questões cognitivas?

Q4: Como pode ser realizada o estudo com as dimensões lúdicas de objetos?

Q5: Por que não estudar geometria?

Q6: Que geometria é proposta nos documentos oficiais? Como isso aparece nos anos iniciais?

À medida que o início da percepção da exploração de diferentes recursos digitais na mobilização de recursos das redes por Alice, permitiu a questionar o alcance (possibilidades) de cada um deles como o geoplano, mesmo e softwares de geometria dinâmica. Alçada a isso, o estudo foi se ampliando como nas possibilidades de exploração de possibilidades, em especial, no caso das redes, a percepção de uma mudança no entendimento da tecnologia de Alice, quando em meio a questionamentos foi preciso realizar um estudo e pesquisar em algumas fontes na web, de modo a compreender as definições de aprendizagem, para uma possível classificação dos mesmos. Através de uma proposta de estudos que surge da prática necessária de estudo, como a proposta de Alice Garcia e O'Neil criada por Alice Ramos, e sobre a qual esta última compartilha um vídeo sobre o desenvolvimento de pensamento lógico, para fomentar um estudo junto ao grupo. Consideramos que esse movimento de aprendizagem por Alice permite uma possível entrada de estudo sobre a aprendizagem tecnológica do saber em jogo, bem como evidencia a importância de uma aprendizagem de todos de Alice em relação à possibilidade de estudos de estudo em um PEP. Com isso, nota-se também a importância da mobilização da dialética individual-coletiva, o que determina o a doutrina de atividades novas meios para a discussão no referido capítulo, mas os demais membros também podem entender a necessidade de reflexões de possibilidades a serem questionamentos realizados tanto por Alice Garcia quanto Alice Ramos.

Em outro momento, a discussão de aprendizagem de algumas das redes e das práticas, da qual a um conjunto de questionamentos sobre objetos em jogo, desde a compreensão das linguagens atribuídas a objetos geométricos, como diferentes entre faces e lados que devem ser conhecidas e familiarizadas pelos professores, lembrando de cuidar para com o uso das terminologias com as crianças. No entanto, o estudo avançou para a dimensão da aprendizagem dos objetos, um exemplo está com Alice Ramos e Arianne que receberam em um dos momentos do capítulo de aprendizagem, a aprendizagem na web em busca de redes que poderiam ser utilizadas no grupo. Assim como, passamos a reconhecer a importância de estudo que uma dada figura geométrica, como o cubo, possui em sua composição de figuras bidimensionais, unidimensionais e bidimensionais, conforme expresso por Lima e Carvalho (2017). Tais reflexões também foram mobilizadas no grupo de estudo, sendo que nesse foi possível também avançar no diálogo sobre a representação de figuras tridimensionais no plano e as dificuldades que as crianças podem apresentar. Nesse momento, inferimos sobre a importância e o cuidado na prática docente sobre esse assunto, a partir de um

geométrica por Alice em jogo já haviam sido evidenciadas antes.

que tais dificuldades inerentes ao processo de ensino e aprendizagem com o campo da matemática, tendo em vista que o tempo destinado à aprendizagem estava se esgotando e que a de sistematizar o estudo, por meio da institucionalização dos saberes em jogo, propôs questões didáticas nos anos iniciais? Então, que decisão seria mais adequada? Para nós, do vídeo temos sido suscitadas muitas novas questões para o fortalecimento de estudos e precipitadas, por meio de uma abordagem monomentalista do saber, mesmo que na abordagem pessoal, mesmo diante das restrições em jogo? Seria esse um momento de agir, de forma institucionalizada, tendo em vista o caráter dinâmico de um PEP aberto? E como avaliar os seguintes questionamentos: haveria um momento “ideal” para uma possível sinalização por Alice. A razão de ser de desenvolver esse movimento em um PEP, nos leva nas questões deixadas em aberto nos grupos e que consideramos a possíveis dúvidas ativas, o professor José Luiz M. de Freitas, o qual aceita reconhecer um vídeo amparado pelas questões de nossa pesquisa. Esse momento deu-se com a ajuda de um vídeo de estudo que encontramos, sentimos a necessidade de realizarmos um movimento de institucionalização antes das outras restrições institucionais que impediam Alice de ter uma frequência assídua nos TAPs, nos cabe sinalizar que diante das dúvidas que ficaram latentes e devido a mobilização a dimensão econômico-institucional do problema docente em jogo.

busca por respostas a questões que ficaram abertas, como é o caso do questionamento que dialógicos intertextuais no funcionamento do percurso, exemplo disso pode ser observado na que vários momentos de ausência da prática de estudo nos momentos exteriores aos CHAs

no referido PEP. Por outro lado, como possíveis limitações do PEP vivenciado observamos a possibilidade de superação da contradição existente na relação educador-educando, como atividade provocativa de Alice que, a partir do ato de questionar o saber em jogo, sinaliza para a evidenciar a contradição no avanço da produção de conhecimento, sinalizando-nos uma consideramos que os CHAs que ocorrem para estudo com a geometria

desnudas realizadas nas aulas para os estudos desenvolvidos na formação de professores. Belleman, que esse movimento concerne à necessária transposição didática dos resultados de extensas aplicações nos anos iniciais. Com o tempo, percebemos em diálogo com Alice B um artigo científico que problematizava tal questão, justamente no contexto de avaliações dadas durante a mesorregião, cujo meio didático foi ampliado junto a elementos de respostas com questionar e avaliar algumas figuras ali representadas, assim como percebemos a contradição comparativamente de uma atividade acadêmica realizada por Alice Pinheiro, que nos levou a

Alguns dos movimentos de nossos estudos é sinalizada por meio do WQR de geometria com o auxílio de aplicativo para tablet que consistiu em busca de respostas para a seguinte questão em jogo: a Q-PA-01.

Cabe destacar que na dinâmica de estudo com o tema de geometria não foi mobilizada a reflexão em uma perspectiva inclusiva, sendo apenas um grupo de estudantes-leitores quando a documentação teórica das atividades descritas, bem como expostas nos diálogos necessários de tornar acessíveis alguns objetos discutidos nos  **Chês**. Por outro lado, o estudo com a questão Q-PA-01: Como ensinar números e operações aritméticas nos anos iniciais? debruçou-se mais as discussões do grupo, talvez por terem ocupado um maior número de encontros com o referido tema, discutindo ainda, diferentes materiais didáticos, inclusive recursos manipuláveis na possibilidade de fazerem parte de uma experimentação à laia necessária à acessibilidade da questão (2014). As questões derivadas de estudo desse PEP foram:

- Q1: Como ensinar a multiplicação?
- Q2: Como ensinar o sistema de numeração decimal (SND)?
- Q3: Como ensinar a adição e subtração?
- Q4: Quando e porque utilizar materiais manipuláveis (manipuláveis e/ou digitais)?
- Q5: Como ensinar a subtração nos documentos oficiais? E em LD ou em outras fontes de estudo?
- Q6: Como ensinar a divisão?
- Q7: Como ensinar números racionais?
- Q8: Como ensinar expressões numéricas?

Os encontros referentes ao estudo das operações com números naturais e o SND, aliado aos materiais concretos, como a abacete, o ábaco e o material domado permitiram fortalecer um diálogo e um questionamento com o bloco do saber, além de viabilizar a atenção a ser dada na passagem do concreto ao abstrato, o que para isso nos amparamos na sensibilidade da atividade matemática no que tange à diversidade e não o inverso discutida por Bosch, Chevallard (1999). Tal estudo permitiu o compartilhamento com todo o grupo de professores e futuros professores, viabilizando a percepção do ato de trabalhar na prática pedagógica desenvolvida por Alice e as respostas atribuídas, assim como registrada na Pedagogia da Pergunta por Freire (2013). Isso é dito somado à ação de Alice quando traziam vídeos da web, como vídeos de estudo para discussão nos  **Chês** diálogos.

Um exemplo está em um vídeo compartilhado por Alice Lima sobre a divisão de 1 por 4, em que são discutidas técnicas como regras sem um devido questionamento sobre os procedimentos algorítmicos que a criança deve chegar a compreender.

Logo no início dos encontros a questão Q2 é mobilizada para estudo a

alicerces, como base de sustentação, de uma pesquisa tanto ao PQM é o estudo. Afinal, Chevallard, Bosch e Gascon (2001) já diziam sobre ser o possível elo perdido entre o ensino e aprendizagem da matemática.

Assim como nos estudos com a geometria, o WQR de números também foi construído com as produções do grupo estruturadas, compondo assim um material para acesso e reflexões futuras de Alice.

O filme concretamente é nossa O-PEP, que se apresenta em forma de publicações de artigos científicos e sob os seus títulos disponíveis para consulta nesse mesmo arquivo, ao final deste texto.

Sabe Alice, agora que chegou ao final (ou seria um possível (re)início?) do nosso percurso na casa do espelho, vou te contar um segredo...

Publicações referentes a O-PEP, segue ...

Nosso lindo palácio azul,
Volar pra casa,
Numa neblina,
Brincar de esconde-esconde
Estrada tão bonita
Ver a Via-láctea,
Pegar carona nessa corrente de cometa
Venha que será um barato
Se você vier com a gente
Porque sou inteligente
Em vivo sempre no mundo da lua
[...]

Desde o meu primeiro passo pro infinito...
Porque sou aventureiro
Em vivo sempre no mundo da lua
[...]

É infinito
O meu lado é futurista,
Porque sou um cientista
Em vivo sempre no mundo da lua



Quebrou a cabeça por algum tempo, mas por fim lhe ocorreu uma ideia luminosa. "Ora, este é um livro do espelho, claro! E se eu o segurar diante de um espelho as palavras vão aparecer todas na direção certa de novo."cxvii



Alice, se quiser acessar o nosso espelho, clique em²²:

<https://docs.google.com/document/d/1bR8RyIpBd54qauQlWWhgzS6nRnzvTEli/edit?usp=sharing&ouid=111668084629839966137&rtpof=true&sd=true>

²² Para acessar o mapa de questões e respostas, [clique aqui](#)

Bem-vinda(o) à
Rota Q6R^Y: chegamos à 8ª casa?

Alice, acreditamos que estamos um tanto longe de chegarmos à  oitava casa. Damos pequenos passos, passos imprescindíveis para a compreensão de alguns aspectos educacionais que nos propusemos a colocar nosso olhar para algumas condições, ou melhor, alguns *gestos didáticos* fundamentais que pudessem favorecer uma mudança de paradigmas na formação docente. Compartilhamos da aventura de se fazer pesquisa e se há alguns vestígios para possíveis desdobramentos que nos levem a uma solução, consequentemente, *toda solução cria novos problemas*¹¹⁸, não?

E sobre,  "quem venceu?" "A pergunta merecia profunda reflexão [...]"¹¹⁹



Mas, vocês, Alices, não trouxeram soluções! Sim, não trouxemos, acreditamos que produzimos alguns indícios de respostas que podem originar outras respostas e novas questões. E veja como isso é interessante, por que assim, continuamos a dialogar e a pensar *com a Humanidade*, sendo ela o primeiro nível da *escala de codeterminação didática*!

No fim das contas,

[...]
Um menino caminha
E caminhando chega num muro
E ali logo em frente
A esperar pela gente o futuro está
E o futuro é uma astronave
Que tentamos pilotar
Não tem tempo, nem piedade
Nem tem hora de chegar
Sem pedir licença, muda a nossa vida
E depois convida a rir ou chorar
 **Nessa estrada não nos cabe
Conhecer ou ver o que virá
O fim dela ninguém sabe
Bem ao certo onde vai dar
Vamos todos numa linda passarela
De uma aquarela
Que um dia enfim descolorirá**²³
[...]

Aquarela¹²⁰
Canção de Toquinho

²³ Para acessar o mapa de questões e respostas, [clique em](#).

Bem-vinda(o) à Rota Q₂Q₄:
“Adoram decapitar as pessoas por aqui. É um verdadeiro milagre que ainda exista gente viva!” 

A produção de dados da tese se dá em meio ao contexto pandêmico da Covid 19 e, se isso não fosse o bastante, além de *n* questões sociais e políticas que o Brasil vivenciou de extrema desumanidade e exclusão ainda mais aflorados nesse período. Não tem como deixar de considerar o impacto de uma instituição política na sociedade brasileira, marcando uma época de extremo negacionismo da ciência, negacionismo ambiental, negacionismo freiriano (Negação no próprio país de origem, do Patrono da Educação Brasileira, o qual é reconhecido mundialmente pelo seu legado!) e tantos outros. Sem contar a proliferação cada vez mais acentuada das falsas informações dos mais diversos conteúdos pelas diferentes *mídias*, que são simplesmente acatadas por muitos brasileiros sem nenhuma reflexão crítica, sem questionamentos sobre as referidas fontes utilizadas e muito menos a busca pelo conhecimento no estudo de fontes confiáveis. Uma moral da história? Cidadãos *pré-herbartianos*, vivendo totalmente numa *postura retrocognitiva*, de forma acrítica o que, infelizmente, faz jus à real denominação do *Paradigma de Visita às Obras*. O ato de questionar o mundo foi se mostrando cada vez mais indispensável em nosso processo de formação humana; não tinha como dicotomizar o mundo que consistia nessa pesquisa com o mundo lá fora. Nesse sentido, era necessário buscarmos os pilares que sustentam o que por muitas vezes vemos somente no plano da aparência, como no exercício que mobiliza um *percurso de estudo e pesquisa*, rumo a descobrir a essência dos diferentes *objetos* que perpassam nossas *relações pessoais* em diferentes *instituições* em que vivemos. Inclusive, sobre a própria relação que estabelecemos com objetos inerentes do ensino e aprendizagem da matemática, como em uma relação sensível a ser constituída em qualquer *sistema didático*.

Aqui, Alice, também adoram decapitar professores, e toda *gente da gente*¹²¹, em práticas tão sutis como aprendemos com as *microexclusões*¹²² realizadas nos mais diversos cenários institucionais. Na arte da vida e na formação da profissão professor, caminhamos, aprendendo a  **(sobre)viver!**²⁴

²⁴ Para acessar o mapa de questões e respostas, [clique aqui](#).

Bem-vinda(o) à
Rota Q₂R^v: Novos tempos em cenas de travessia

Vislumbramos, de fato, um rompimento com uma ação passiva dos estudantes frente ao seu processo de aprendizagem, em que muitas vezes são expectadores da aula ministrada pelo professor e que, na rapidez com que demanda essas informações, fica de lado a primeira ação para desencadear um processo de construção de conhecimento: questionar o que está por trás de tantos jogos de palavras com os quais nos deparamos em um sistema didático. Desta forma, passamos a viver em *Tempo de Travessia*, como apresentado por Fernando Pessoa:

*Há um tempo em que é preciso
abandonar as roupas usadas
Que já tem a forma do nosso corpo
É esquecer os nossos caminhos que
nos levam sempre aos mesmos lugares
É o tempo da travessia
E se não ousarmos fazê-la
Teremos ficado para sempre
À margem de nós mesmos*

Essa tese parece estar se constituindo como uma possibilidade de não só questionar o mundo, mas narrar pequenos fragmentos desse mundo! *Fragmentos esses que estavam ou ficam escondidos*, não é mesmo Alice Bittar?!

E com isso, nos permitimos a abrir-nos para o desconhecido e colocar em prática o que compusemos com nossa fundamentação-teórica, a partir do trabalho por meio de PEP com (futuros) professores dos anos iniciais. E para compor essa rota a sintonia da aventura de origem europeia - *Alice no país das maravilhas* com a releitura brasileira, a partir do filme *Alice dos Anjos*¹²³, ressignifica a potência da arte expressa em nosso país, ao representar o mundo brasileiro em uma relação entre mundos. Da mesma forma, está o potencial da ciência brasileira, quando dialogamos com a Pedagogia Freiriana ao complementar com elementos indispensáveis à *dinâmica topogenética* que perpassa um sistema didático.

Afinal,  "Se você conhecesse o [Tempo](#) tão bem quanto eu", disse o [Chapeleiro](#), "não falaria sobre ele, e sim  *comele*"¹²⁴²⁵. 

²⁵ Para acessar o mapa de questões e respostas, [clique aqui](#)

Bem-vinda(o) à R♥!

**R♥: Memórias de uma página do mundo¹²⁵, em um mundo às avessas:
abertura para novos PEP 🗝️**

Quando a produção desta tese era ainda apenas uma ideia, havia ali um desejo de uma quebra de paradigmas; quebrar paradigmas na formação didática, pedagógica e, em especial, matemática de futuros professores dos anos iniciais. Embora nossa intenção inicial fosse trabalhar com o desenvolvimento de um *percurso de estudo e pesquisa (PEP)* em uma disciplina no curso de pedagogia da UFMS, percebemos que boa parte de nossa proposta se manteve. Naquele momento queríamos agir diante de uma forte *restrição institucional*, a carga horária destinada aos conceitos e fundamentos da matemática o que não se concretizou devido as condições pandêmicas da época. Talvez, o fato de ser ministrada durante um curso, cujas disciplinas são obrigatórias, poderia (ou ainda pode, como indicativo para futuras pesquisas) evidenciar possíveis (e outras) *condições e restrições* da constituição de um *PEP*, visando uma mudança de paradigmas. Assim, na proposta desenvolvida nesta tese, trabalhamos em um espaço alternativo online no âmbito da formação inicial, o qual também se constituiu como um espaço de formação continuada para professores já atuantes. Constituímos um grupo oriundo de diferentes regiões brasileiras, e nos reuníamos quinzenalmente, pelo *google meet*, no período de outubro de 2021 a setembro de 2022. Com o grupo formado, buscamos defender que: *Um percurso de estudo e pesquisa constituído na transição de paradigmas e que leva em conta alguns gestos didáticos fundamentais evidenciará condições e restrições para sua realização em um sistema didático inclusivo (X, Y, Q), além de provocar (re)construções nos equipamentos praxeológicos dos (futuros) professores envolvidos neste percurso.*

Para confirmar nossa tese, desenvolvemos um *PEP* movido com a seguinte questão geratriz: *Como ocorre um percurso de estudo e pesquisa na transição de paradigmas com (futuros) professores que ensinam matemática nos anos iniciais? Afinal de contas, que (re) construções são produzidas, no equipamento praxeológico dos (futuros) professores rumo ao Paradigma Questionamento do Mundo?*

Dessa questão surgiram mais seis questões derivadas, a primeira delas como forma de compreender o cenário da formação didática, pedagógica e, em especial, matemática dos pedagogos, já que é nesse que nossa pesquisa se passa e no qual buscamos provocar uma quebra de paradigma. Como resultados observamos uma tensão que perpassa a identidade do curso de pedagogia e sinalizamos a necessidade de romper com práticas tradicionais enraizadas que permita repensar o referido curso que formará o professor dos primeiros anos de escolaridade

básica brasileira. A proposição de políticas públicas com vista a fortalecer o elo entre formação inicial e continuada é um caminho sinalizado, assim como uma mudança de paradigmas que compreenda, na prática, o exercício da dialogicidade entre educadores e educandos.

Na segunda questão buscamos por elementos que pudessem ajudar na leitura para o que estava ocorrendo desde o início do percurso de formação. Como já tínhamos a priori a necessidade de nos equipar quanto à proposta de mudanças de paradigmas desencadeada por Yves Chevallard, observamos que era necessário ir além e nos aventurar com uma possível contribuição do teórico brasileiro Paulo Freire. O aumento de nossa lente teórica nos potencializa para um olhar com a sensibilidade afetiva, a partir da abertura ao *diálogo com*, tão necessária em um sistema didático que busca tanto ser inclusivo quanto constituir-se na transição de paradigmas. Assim, construímos a dialética educador-educando como uma condição fundamental para contribuir com a quebra de paradigma na formação docente.

Na terceira questão discorremos sobre o início da pesquisa com o grupo de professores, em busca de desenvolver o primeiro PEP *com* eles. Nessa questão buscamos esmiuçar o processo de dialogicidade que foi ocorrendo, permitindo evidenciar (re)construções praxeológicas dos (futuros) professores, a partir do processo de estudo com o caso de Alice. Da mesma forma, compreendemos o desenrolar desse PEP a partir das dialéticas em jogo. Ali, as *restrições* já começavam a afetar a produção de questões e respostas que poderia fazer evoluir o processo de estudo. Nesse ponto, vimos o quão difícil é uma mudança de paradigmas, quando o que culturalmente é esperado pelos estudantes é que o professor ensine e não que ele trabalhe e produza junto com os estudantes, assim como é no exercício de elaborar e sistematizar perguntas para um processo investigativo. Somado a isso, percebemos a necessária ruptura com uma atitude retrocognitiva frente ao saber que ainda é desconhecido, em que trabalhar rumo ao *Paradigma Questionamento do Mundo* exige uma atitude de estudo e pesquisa. Mesmo assim, não podemos deixar de considerar o engajamento que ocorreu por diversos momentos, como no compartilhar de suas fontes de estudo, visando contribuir com discussões coletivas. Quanto às ausências já sinalizadas desde os primeiros encontros, por demandas de trabalho e/ou estudos oriundos dos cursos que estavam vinculados, oriundas do nível *Sociedade*, estas evidenciam a necessidade de *condições* que vão além dos agentes do sistema didático, uma mudança de paradigmas na formação demanda de Tempo “livre”, tempo para formação intelectual, tempo como investimento pessoal.

A quarta questão foi pensada pelo fato de a inclusão ter perpassado todo o desenvolvimento da pesquisa, já que, além de termos proposto trabalhar a partir das

necessidades de cada (futuro) professor, uma condição se fez presente para a doutoranda, compreender *condições e restrições* que imperam no cenário da educação (matemática) inclusiva, em especial, com pessoas com deficiência visual (DV). Tal condição a fez agir sobre esse cenário, já que um dos participantes é uma pessoa com DV. Assim indicamos algumas condições, com vista a garantir uma acessibilidade didática nos encontros formativos, conforme vivenciado por nós: 1) A sensibilidade afetiva em S, a partir da abertura ao diálogo *com e à* escuta de todo o grupo; 2) A escuta e diálogo com membros da comunidade de pessoas com DV, de modo a compreender a necessidade de construir junto e validar possibilidades num trabalho didático inclusivo que, como ratificado por Sassaki (2007), “Nada sobre nós, sem nós!” 3) Reprodução de textos acessíveis, tanto no que se refere a textos alternativos e descrições de imagens quanto em textos em formato word, diante da inacessibilidade digital de aplicativos utilizados ou textos em pdf não acessíveis; 4) Experiência áudio-tátil com recursos didáticos produzidos com materiais acessíveis e de baixo custo; 5) Atitude herbartiana tanto por parte do educador quanto do educando na busca por novos conhecimentos e, de modo especial, para uma variedade de ferramentas disponíveis com as tecnologias assistivas. Essa condição nos redirecionou ainda à necessidade de diálogo entre diferentes áreas do conhecimento, como foi o caso de olharmos para estudos no *nível Disciplina* da escala de codeterminação didática, compreendendo o cenário que passa não só no campo da educação matemática, mas também na ciência da computação, por exemplo. Também em diálogo com diferentes áreas de conhecimento, observamos que o *nano PEP* criado como forma de finalizar a pesquisa com uma experiência inclusiva, nos permitiu inferir a potencialidade de uma proposta codisciplinar, viabilizando um trabalho didático mais humanista, sem desconsiderar a necessidade de perspectivas para o estudo de conteúdos específicos, como no caso da própria matemática.

Quanto às restrições observadas, sinalizamos também como possibilidades de perspectivas futuras de investigações. Uma delas diz respeito ao trabalho com os *MQR digitais*, sendo essa uma potente ferramenta para o questionamento epistemológico do conhecimento. Primeiramente, diante da fragilidade na construção dos mesmos pelos próprios participantes, nos indagamos: Como aumentar o *topos* dos participantes com o uso do *MQR*? Quanto a tornar os *MQR* acessíveis digitalmente às pessoas com DV, o que fazer para que o *MQR* não potencialize *microexclusões* no trabalho com um PEP online junto a pessoas com DV? Que outras condições poderiam/podem ser criadas para romper com tal restrição? E, não obstante, que potencialidades e/ou limitações podem ser consideradas no desenvolvimento desse trabalho, mas de forma presencial?

Na quinta questão trazemos elementos do percurso metodológico de nossa pesquisa. Para isso, apresentamos fundamentos do dispositivo didático-metodológico do PEP, mobilizando as funções didáticas e as dialéticas que compõem essa proposta, além de detalhar as escolhas por nós realizadas, sinalizando para algumas condições e restrições que evidenciaram nos (des)caminhos de nossa investigação, inclusive na tentativa expressa por nós de modo a tornar a produção final dessa tese acessível, bem como ratificar com elementos gráficos, como chaves e cartas de baralho que a permeiam, a necessidade de refletirmos sobre inacessibilidade que tangencia as produções que realizamos em nosso meio acadêmico-científico.

A sexta questão contempla o desenrolar de um PEP, cuja questão geratriz parte das necessidades do grupo, constituindo-se como um PEP aberto que perpassa o campo de números e geometria. Por razões metodológicas e de tempo destinado para uma análise sistemática dos dados produzidos amplamente nesse PEP, tendo em vista que só ele foi constituído por 20 sessões de estudo a serem analisadas, decidimos que os textos relativos a essa questão serão produzidos e difundidos por meio de publicações futuras. Desta forma, essa questão se constitui, por ora, como um episódio suprimido. Alguns spoilers de sua constituição são sinalizados sob uma visão paraquedista no âmbito desta questão, assim como na apresentação da quinta questão de nosso PEP-tese.

Nos entremeios dessas questões agimos com a dialética arte e educação matemática, mobilizando as obras de Alice no país das maravilhas e Alice através do espelho, que se entrecruzam com o processo de transição de paradigmas mobilizado na pesquisa. Nesse sentido concordamos com Adriana Peliano quando a artista discorre sobre as obras de Alice em que: *Na época do surrealismo, ela se tornou sonhadora; [...] No século 21, Alice se tornou meio que um caleidoscópio de como lidamos com os conflitos, como um espelho de nossas contradições*¹²⁶.

Embora o carro chefe na mobilização desta dialética tenha sido operado com Alice ao longo das questões de estudo desta tese, cabe destacar ainda que produções artísticas brasileiras não são por nós desconsideradas, uma vez que elas nos ajudam a compor as narrativas que constituem as rotas do mapa de questão e resposta desta tese.

Desta forma, era preciso transitar para além das grades de nossa *gaiola epistemológica*, como expresso por Ubiratan D'Ambrósio e, com *vigilância epistemológica*, questionar o mundo e realizar um diálogo *com*. Essa é, talvez, uma das condições imprescindíveis na realização de uma pesquisa rumo ao *PQM*: ao sermos movidos pela curiosidade, levantamos

questões e desenvolvemos um processo de estudo que nos permitiu ir em busca de possíveis respostas para a indagação levantada *a priori*. Assim, foi quando percebemos que era preciso agir sobre o fato de que



" [...] Alice, sendo muito peculiar, adorava fingir que era duas pessoas."¹²⁷



Não deixa de ser um pouco disso, não é, Alice?

A questão mesmo que nos surge é: como poderíamos pensar a sensibilidade afetiva em um sistema didático, sendo essa uma condição que começa a se manifestar latente na produção de nossos dados? Conforme dito anteriormente, começamos a perceber que não tínhamos elementos suficientes na TAD que nos sustentasse nessa discussão, e, tocadas pela leitura das obras de Paulo Freire, fomos percebendo que seria a elas que recorreríamos para estudar e levantar possíveis respostas para nossa questão. Visando romper com a visão verticalizada de ensino, em que o professor é somente aquele que ensina e o aluno é aquele que aprende, ativamos (criamos) uma resposta, que denominamos por R♣. Esta resposta contempla a dialética educador-educando, de modo que a sensibilidade afetiva estabelecida em *S*, se dá a partir da abertura ao diálogo *com* e não *sobre* ou *para* (futuros) professores dos anos iniciais, sendo esses os participantes de nossa tese.

Essa dialética junto com as dialéticas chevallardianas, que consideramos como gestos didáticos fundamentais na execução de um PEP nos possibilitaram defender nossa tese.

E, qual o sentido, ou seria, o  *nonsense*, desta tese?

Talvez um modo de dizer o que não queremos, como a criança que aprende a falar as primeiras palavras e que tem em seu vocabulário o: Não! Alice D Silva pode não saber (ainda) ao certo para onde ir e aonde quer chegar, mas sabe, como uma criança, para onde não quer ir e/ou ser ou fazer.



"Quem venceu? [...] todos venceram, e todos merecem prêmios"¹²⁸



"[...] a trama de Alice  [D Silva] permanece um ctônico, no qual uma donzela é tragada pelas entranhas da terra para ser devolvida à superfície após o cumprimento do rito de passagem que a amadurece  [o Doutorado]"¹²⁹



Bem-vinda(o) à

Rota Q₂R[♥]: Mudanças de tamanho e depoimentos de Alices

Estava ali Alice D Silva submersa na [lagoa de lágrimas](#) que ela mesma havia provocado, ou melhor, escolhido trabalhar, na angústia de nunca ter vivido algo parecido antes e na aventura de vivê-lo como parte do  grupo estrambótico, aprendendo com as  mudanças de tamanho que a acontecia o tempo todo. Por exemplo, como o exercício de aprender que esse processo de ensino durante a própria execução de PEP constitui-se de forma coletiva; ou seja, um fazer juntos, um fazer *com*!

Muitos foram os elementos que nos atravessaram nesse percurso, como bifurcações em uma estrada que escolhemos para trabalhar na transição de paradigmas. Foi necessário entrar em uma das bifurcações e agir na complementação da lente teórica, que tínhamos antes mesmo do início de nosso percurso.

 “Quase me arrependo de ter entrado na toca do coelho, mas... essa vida aqui embaixo até que é meio divertida, sabe”¹³⁰ 

Fomos aprendendo a desmistificar um processo de ensino enraizado no *PVO*, como o caso compartilhado por Alice Lima, que concerne ao fato de que: uma docente solicita a confecção de um sapo, mostrando um molde para sua turma (em um curso superior de ensino). Quando uma estudante apresenta o sapo que havia confeccionado e que, por sinal, não era igual ao que a professora havia mostrado, não foi considerado, já que apenas o dela não estava em conformidade ao esperado pela professora. A partir dessa situação que Alice Lima nos conta, nos indagamos: E quantas vezes, o processo de construção e (re)invenção de conhecimento deixa de ser considerado em um sistema didático, o que poderia ainda gerar tantos outros questionamentos?

Sabe Alice, “*Eu tenho medo de quando eu for pra sala de aula eu ser um pouco Alice também e quando esses questionamentos forem surgindo*” (Alice Lopes, encontro 23/10/2021)

Parece que uma premissa fundamental rumo ao *PQM* é considerar que tanto educadores quanto educandos precisam estar abertos ao desconhecido, ao novo, o que concerne a necessária *atitude procognitiva*. Caso contrário, se mantivermos um sistema no qual predomina cada vez

mais uma *educação bancária*, essa mudança paradigmática será cada vez mais difícil de acontecer. Como nos lembra a Alice, do filme de produção brasileira - Alice dos Anjos:

🔑 Só conseguiremos vencer essa guerra quando houver a união de todos os pares e todos os ímpares que sofrem na mão desses grandes coronéis, desses homens que mandam e desmandam em nossas terras, que querem nos tirar do nosso lugar, que querem destruir nossos sonhos de uma vida inteira e ainda acabam com nossa mãe terra, com seus projetos ambiciosos. Mas juntos, somos mais fortes e maiores. Podemos impedir que isso aconteça¹³¹.

E aí, Alices, mais uma vez voltamos à importância do professor e de suas atitudes no *sistema didático*, o que ainda podemos ratificar com Alice dos Anjos, quando a Rainha do cangaço fala à Alice sobre sua avó, que foi professora de todos os Severinos e Marias do local onde residiam no sertão nordestino.

Mais do que ler, ela ensinou que somos gente. Finalmente, fez entender que somos livres, e nos mostrou nosso poder. E assim, mais do que ler, teve coragem para amar, porque amar é educar, porque amar é educar! E foi assim que ela lutou contra justiça e opressão. Mais do que ler, fez sujeito ser, deu sentido à vida, porque quando se ensina, se aprende mais ainda. O que a professora Indira ensinou não foi só a ler ou a escrever. Ela ensinou a importância de se lutar por um mundo mais justo. Ela nos fez existir!¹³²

Você, Alice, pode estar pensando...Ah, como são tantas Alices que permeiam essa pesquisa, não?! Pois é. A igualdade se dá somente na escrita de seus nomes, uma vez que é na particularidade e diferença de cada uma, na singularidade de nosso ser, que nos ajudam a compreender esse caminho, permitindo nos entender e nos perder nessa tecitura.

Afinal, *a vida só é possível reinventada!*¹³³ E nesse ponto, compartilhamos da análise de Raquel Delvaje com relação ao poema Reinvenção de Cecília Meireles, quando diz que a autora “*cita os sonhos como reinvenção da realidade [...] transcende do real ao imaginário, levando consigo todo o peso da vida*”.

Quando Cecília Meireles diz em seu poema "Tudo mentira! Mentira/ da lua, da noite escura. / Não te encontro, não te alcança.../ Só – no tempo equilibrada, / desprendo-me do balanço/ que além do tempo me leva...", nesse momento é como se ela recobrasse a razão, ela sai do imaginário de sua mente e volta à realidade. Nessa hora ela percebe que é tudo mentira aquela presença quase que sentida no tato, mas enfim, não verdadeira. Mas ela sabe que no fundo "a vida só é possível reinventada". <https://www.recantodasletras.com.br/artigos-de-literatura/4214009>

Seria esse *PEP*-tese, um sonho?²⁶

²⁶ Para acessar o mapa de questões e respostas, [clique aqui](#)

Bem-vinda(o) à **Rota Q4R♥**:

Poxa, quase esqueci que eu preciso crescer de novo 🔑

Alice, você já pode ter observado ao transitar por outros labirintos desse PEP-tese o quanto fomos nos (trans)formando durante o processo desta pesquisa, aprendendo a lidar com o tempo e tentando produzir sentido para o que vai nos acontecendo, nos passando. Chegou uma hora em que o tecer junto com o grupo de professores e futuros professores dos anos iniciais foi se encaminhando para uma partida final do jogo. Após três meses do último [chá](#) dialógico que tivemos, Alice Lima compartilha no grupo do *whatsapp*, a seguinte imagem junto ao texto que aparece ao lado dela.

Figura 1: *Humanos tecendo juntos*



Fonte: dados das autoras

Este desenho é de Anja Rozen, uma estudante da escola primária de 13 anos na Eslovénia, ela é a vencedora do concurso internacional Plakat Miru. Anja foi escolhida entre 600.000 crianças de todo o mundo. "O meu desenho representa a terra que nos conecta e nos une. Os humanos tecem juntos. Se um desiste, outros caem. Estamos todos ligados ao nosso planeta e uns aos outros, mas infelizmente temos pouco conhecimento disso. Estamos tecidos um no outro. Outros tecem ao meu lado a minha própria história; e eu teço a deles."

Diante da imagem recebida, Alice D Silva logo se indagou sobre como faria a descrição daquela imagem no grupo. Essa indagação deriva do fato de tal imagem ser repleta de subjetividade e naquele momento ela decidiu agir com máximo de racionalidade, para que Alice Marques pudesse sentir e tirar suas próprias inferências.

Logo em seguida, Alice Lima a ajuda, complementando a descrição feita por ela, como podemos observar:

Alice D Silva: Descrição da imagem: duas mãos e antebraços se tocam apenas por meio de seus indicadores, formando a letra V para baixo. Ambas são pintadas na cor azul claro, contendo desenhos de países do mundo em cor verde claro. Por sua vez, essas mãos com antebraço seguram duas hastes de cor preta, que se cruzam em X. Logo abaixo, há desenhos coloridos de pessoas segurando essas hastes e que se encontram de mãos dadas, tocando-se com suas mãos e pés. Embaixo dessas, há o desenho de outras pessoas que se tocam entre si e se seguram uma a uma junto às anteriores. Essa ação

vai se repetindo e se curvando à esquerda até a margem inferior do papel, o que ainda dá a ilusão de continuidade da figura representada.

Alice Lima: Vale ressaltar que as duas astes simulam agulhas de tricô e as mãos que tecem simbolizam o planeta, a linha é representada por figuras de pessoas, que resultam em tecido de pessoas conectadas.

Esse relato nos evidencia o quanto a aprendizagem é um processo contínuo e sua potência de ser construída em comunhão. As nossas mudanças de tamanho, em especial ao lidar com a Educação Inclusiva, com pessoas com DV, não parou por aí. Junto ao grupo DDMat, fazer parte da organização do XVII SESEMAT que abordou a educação matemática e educação especial em uma perspectiva inclusiva nos permitiu novos aprendizados, assim como nos diferentes encontros que Alice D Silva teve com o técnico em Educação da UFMS e com Alice Marques.

Com a pandemia vivenciada, com a EM, no duplo sentido que há para nós nesta sigla e que marca a vida da doutoranda, a qual também precisou constantemente se (re)inventar com ela nesse período de produção desse *PEP*-tese e tantos outros interstícios em que aprendemos a tentar ser cada vez mais resilientes, assim como uma criança que aprende a andar, vai se permitindo a dar pequenos passos mesmo sabendo (percebendo) que a caminhada, jornada, seria longa.²⁷

²⁷ Para acessar o mapa de questões e respostas, [clique aqui](#)

Referências

- ALVES, Rubem. *Por uma educação sensível*. Organização de Raquel Alves. 1. ed. São Paulo: Principis, 2023.
- BLOCH, Arthur. *A Lei de Murphy* — primeira parte. Rio de Janeiro: Record, 1977.
- BOSCH, Marianna, CHEVALLARD, Yves, GARCÍA, Francisco; MONHAGAN, John. *Um convite à teoria antropológica da didática*. M. Bosch, Y. Chevallard, F. Javier García & J. Monhagan (Hrsg.), Working with the Anthropological Theory of the Didactic in Mathematics Education. A Comprehensive Casebook. Routledge, 2020. DOI: [10.4324/9780429198168](https://doi.org/10.4324/9780429198168)
- BOSCH, Marianna; GASCON, Josep. Contribuições da Teoria Antropológica da Didática para a formação de professores de matemática do ensino médio. Em MJ Gonzalez, MT González & J. Murillo (Eds.), *Pesquisa em Educação Matemática XIII* (pp. 89- 113). Santander: SEIEM, 2009.
- CARROLL, Lewis. *Alice: Aventuras de Alice no País das Maravilhas & Através do Espelho*. Tradução de Maria Luiza X. de A. Borges. Introdução e notas de Martin Gardner. 2. ed. Rio de Janeiro: Zahar, 2013.
- CARROLL, Lewis. *Aventuras de Alice no País das Maravilhas*. Rio de Janeiro: DarkSide Books, Tradução: Marcia Heloisa, Leandro Durazzo, 2019.
- FARIA FILHO, Luciano Mendes de. *Da vocação, ou do indizível da docência*. Pensar a educação em pauta, 2015. Disponível em: <https://www.researchgate.net/publication/283343703>
- FALCÃO, Adriana. *Mania de Explicação*. Ilustrações de Mariana Massarani. São Paulo: Salamandra, 2001.
- FREIRE, Paulo. *Por uma Pedagogia da Pergunta*. São Paulo: Paz e Terra, 2013.
- FREIRE, Paulo. *Pedagogia do Oprimido*. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 2022.
- OLIVEIRA, Adriana Barbosa. *Licenciaturas em matemática como produção narrativa: aberturas para experiências*. Tese de Doutorado. Universidade Federal de Mato Grosso do Sul. 2018.
- PIMENTA, Selma Garrido; PINTO, Umberto de Andrade; SEVERO, José Leonardo Rolim de Lima. A Pedagogia como locus de formação profissional de educadores(as): desafios epistemológicos e curriculares. *Práxis Educativa*, Ponta Grossa, v. 15, 2020.

APÊNDICE

1. Cartilha com alguns personagens e cenários das obras *Alice no país das maravilhas* e *Alice através do espelho*²⁸

A seguir você, leitor(a) Alice, encontrará uma breve descrição dos personagens que, assim como você, dividem conosco o protagonismo desse PEP-tese. As obras “*Alice no País das Maravilhas*” e “*Alice Através do Espelho*”, de Lewis Carroll, foram escolhidas como nossos guias por se interseccionarem com o propósito de nossa pesquisa. Elas compartilham o fio condutor que a dúvida, o questionamento e a surpresa diante do novo demandam para que possamos trabalhar sobre as condições e restrições que se evidenciam nos fenômenos didáticos, bem como nas potencialidades inferidas nesse processo rumo ao *Paradigma Questionamento do Mundo*. As histórias de Alice, seus personagens e situações surreais e caóticas, à primeira vista, nos levam a olhar com outras lentes para as diversas situações que nos passam. Inclusive no relacionamento com as pessoas e seus modos diversos de existirem, bem como a pensar sobre os nossos próprios modos de existir e em que medida e para quem eles são considerados “normais”. Para isso, também colabora o fato de que a personagem do título ainda é uma criança e, como tal, está mais aberta a novas experiências e ideias. A escolha de nomear todos os participantes dessa pesquisa de Alice, inclusive seus leitores e interlocutores, é um convite para que possamos voltar à imaginação infantil e a sua brilhante capacidade de inovação e renovação.

As colocações a seguir estão amparadas nas obras:

CARROLL, Lewis. *Alice*. Edição comentada e ilustrada *Aventuras de Alice no País das Maravilhas e Através do Espelho*. Tradução de Maria Luiza X. de A. Borges. Introdução e notas de Martin Gardner. Rio de Janeiro: Zahar, 2013. E-book Kindle.

CARROLL, Lewis. *Aventuras de Alice no País das Maravilhas*. Rio de Janeiro: DarkSide Books, Tradução: Marcia Heloisa, Leandro Durazzo, 2019.

CARROLL, Lewis. *Alice através do Espelho*. Rio de Janeiro: DarkSide Books, Tradução: Marcia Heloisa, 2021.

²⁸ Para voltar ao mapa de questões e respostas, [clique aqui](#)

Alice

Protagonista de ambos os livros, é retratada como uma menina muito inteligente, curiosa e questionadora. Por conta disso, ela acaba caindo na chamada toca do coelho, que dá acesso a um mundo, a princípio, bastante excêntrico se comparado à realidade de Alice. Ao se deparar com personagens que desafiam sua lógica e a do leitor, como animais, plantas e objetos que falam, por exemplo, e situações bizarras como crescer ou encolher de tamanho, as experiências de Alice representam uma perspectiva da infância que desafia a lógica racional e engessada do mundo adulto, bem como mostra o processo de amadurecimento e conhecimento de mundo que todos nós passamos.

No segundo livro, *Alice Através do Espelho*, nos deparamos com uma personagem mais complexa, que é um peão no jogo de xadrez e avança casas até tornar-se rainha, ainda que ela permaneça questionadora e curiosa. Durante a jornada de ambas as obras, Alice se vê enredada em situações bizarras, como crescer e encolher ao comer e beber algumas substâncias mágicas, participar de um chá maluco com o Chapeleiro Louco e a Lebre de Março, e jogar croquet com flamingos e ouriços como instrumentos sob as ordens da ditadora Rainha de Copas. No meio dessa e de outras aventuras, Alice acorda e percebe que tudo não passou de um sonho, voltando à realidade com um novo olhar sobre a vida, imaginação e a infância. Após esses eventos, ela entra em um mundo invertido por meio de um espelho de sua casa. Esse mundo todo é organizado como um tabuleiro de xadrez, e assim como na primeira obra, ele é marcado por personagens e situações que desafiam nossas noções tradicionais do tempo, do espaço e da linguagem, bem como fazem Alice encarar novos processos de amadurecimento. Nesse contexto, Alice se vê como uma peça do jogo e no decorrer dele encontra personagens icônicos como a Rainha Vermelha, a Rainha Branca e Humpty Dumpty. Esses encontros são marcados também por diálogos cheios de trocadilhos e reflexões filosóficas que nos fazem, assim como a personagem, pensar sobre identidades e novos modos de encarar a realidade. Aqui, depois de várias confusões, Alice novamente acorda



Carroll (2013, p. 40)



Carroll (2013, p. 43)



Carroll (2013, p. 48)



Carroll (2013, p. 306)

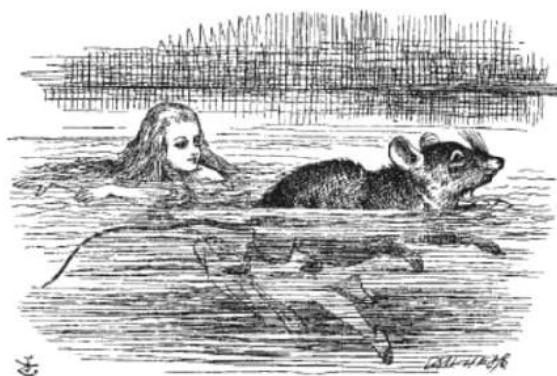
questionando a realidade e o papel dos sonhos e da imaginação em nossa vida.

Coelho Branco

O Coelho Branco é um dos primeiros personagens do mundo fantástico com o qual Alice se depara. É ele quem conduz a personagem para o chamado País das Maravilhas. Ela nota que ele é muito elegante e está sempre com pressa, olhando para seu relógio de bolso. É o encontro com o Coelho e a queda de Alice em sua toca que dá início as aventuras da personagem. Ele representa a metáfora da busca por conhecimento de Alice, já que é ele quem a guia por um universo a princípio surreal para ela. Além disso, o Coelho Branco também pode representar o papel do tempo em nossas vidas e como nos tornamos obcecados por seu controle.



Carroll (2013, p. 37)



Carroll (2013, p. 54)

Lagoa de Lágrimas

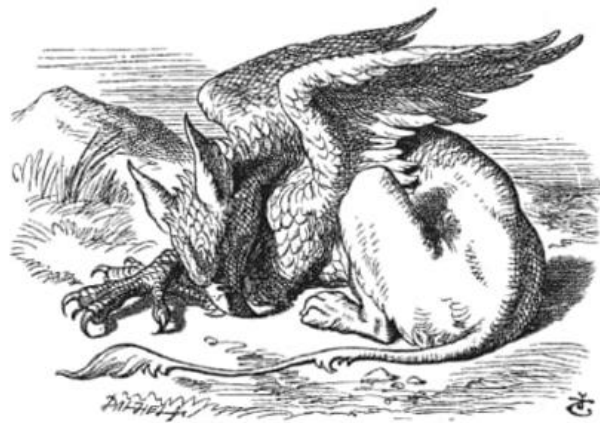
Após cair na Toca do Coelho, Alice encontra uma pequena chave dourada em cima de uma mesa. Ela encontra uma porta muito pequena para o seu tamanho, que dá para um jardim, e que corresponde a chave. À frente dela se encontra uma garrafa com os dizeres “Beba-me”. Alice assim o faz, e imediatamente diminui de tamanho, o que a permite passar pela porta. Ao se dar conta que esqueceu a chave, Alice se preocupa em como poderá entrar no jardim, encontra um bolo com os dizeres “Coma-me”, e assim o faz. No entanto, a menina cresce desproporcionalmente, e ao se dar conta que não pode alcançar o jardim, ela chora copiosamente até que suas lágrimas formam uma lagoa. Nesse instante, o Coelho passa por ela e deixa cair suas luvas e seu leque. Alice os recolhe, e à medida que se abana com o leque ela começa a diminuir de tamanho, de modo que escorrega e quase se afoga na lagoa de lágrimas. O Rato, no entanto, aparece e a ajuda a atravessar a lagoa formada. Na margem, Alice dialoga com alguns animais, inclusive com a Águia.



Carroll (2013, p. 59)

Grifo

O Grifo é apresentado como uma figura mítica que tem o corpo de um leão e a cabeça, garras e asas de uma águia. Alice o conhece por meio da Rainha de Copas, que ordena que ele a leve para conhecer a Tartaruga Falsa. Assim como o Coelho, o Gato e outros personagens, o Grifo guia Alice por um pedaço da sua trajetória e lhe dá conselhos de acordo com sua visão de mundo. Em geral, ele é um personagem mais irônico e cético, que parece não acreditar em muitas das realidades absurdas do País das Maravilhas e nas narrativas de outros personagens. Ele nos parece representar, talvez, uma possível voz da “razão” quando dialoga com Alice.



Carroll (2013, p.129)

Um Chá Maluco

Alice encontra o Chapeleiro Maluco, a Lebre de Março e o Arganaz, um dorminhoco na história tomando chá em uma mesa ao ar livre. Alice acha estranho o comportamento dos outros personagens, que conversam de maneira quase incompreensível, por meio de enigmas, trocadilhos e respostas sem sentido. A princípio, o Chapeleiro e a Lebre de Março relutam em aceitar Alice na reunião. Toda a cena representa o choque de sentido entre o mundo que Alice conhece e aquele que lhe parece, à primeira vista, absurdo, em especial, ao lidar com o Tempo, já que sempre é a hora do chá.



Carroll (2013, p.102)

Gato de Cheshire (Gato Risonho)

O Gato Risonho é um personagem marcado pelo seu sorriso largo e por sua habilidade de desaparecer. É por meio dele que a história introduz as reflexões filosóficas e ambíguas que marcarão todos os encontros de Alice em ambas as obras. Ele representa o espírito questionador e ilógico de situações desconhecidas e que desafiam nossos conhecimentos prévios e certezas. Uma de suas falas mais famosas é quando diz a Alice que "todos são loucos" naquele mundo, inclusive ele e ela própria.



Carroll (2013, p.96)

Chapeleiro Maluco

Mais um personagem marcado pela surrealidade, o Chapeleiro Maluco está preso, junto com a Lebre de Março, em um eterno chá por conta de brigas com o Tempo (que em si representa um personagem da história). Assim como o Gato, ele desafia Alice com questionamentos que abalam as certezas da menina, e a maneira como ele pensa e organiza o mundo representa, na história, o lado aparentemente irracional do conhecimento, mas que é essencial para se avançar na sua busca. Em tempo, o ato de sempre celebrar seus desaniversários reflete ainda a ideia de subverter uma lógica comumente vivida no mundo real e um convite à imaginação e liberdade para com o que, talvez, se passa em um tempo presente.



Carroll (2013, p. 104)

Lebre de Março

É a melhor amiga do Chapeleiro Maluco, e assim como os demais personagens do País das Maravilhas é questionadora, extrovertida e desafia Alice com perguntas e charadas.



Carroll (2013, p. 109)

Lagarta

A lagarta é uma personagem que também questiona Alice, porém, mais especificamente, sobre a identidade da menina. Nos parece que o fato de que a lagarta representa um estágio da vida de uma borboleta também contribui para a construção da metáfora do crescimento e da transformação de Alice.



Carroll (2013, p. 79)

Rainha de Copas

A Rainha de Copas é uma das personagens mais marcantes da história de Alice. É ela quem manda no País das Maravilhas, apesar de o lugar possuir um rei. Em uma das passagens mais importantes da história, seus súditos (jardineiros) pintam as rosas brancas do reino de vermelhas, com o medo da constante ameaça que a rainha fazia quando algo lhe desagradava: a de lhes cortar a cabeça. Era dessa forma que ela lidava com algo que não saía da forma como esperava, mandando decapitar as cabeças daqueles que a desobedeciam. Ela também gosta de jogar croquet usando flamingos como tacos e ouriços como bolas, não aceita de modo nenhum que as coisas não saiam como ela determina. A representação da personagem busca retratar como a obsessão pela perfeição e a intolerância com modos de pensar divergentes caracterizam relações baseadas no medo e no autoritarismo.



Carroll (2013, p. 116)

Jogo de Croquet

No castelo da Rainha de Copas, Alice é convidada por ela para participar de uma partida de croquet. No entanto, o que se observa é um cenário caótico, desorganizado e bizarro, onde os tacos do jogo são flamingos, as bolas ouriços e os arcos são cartas de baralho. Todas essas criaturas estão sob o jugo da Rainha de Copas, que fica irada ao perceber a confusão do jogo e ameaça cortar a cabeça daqueles que não a obedecerem. A cena do jogo de croquet representa o caos e a surrealidade tanto da situação em si quanto do papel que cada personagem desempenha no jogo, bem como expressa o fato de que mesmo nos contextos mais absurdos é possível observar relações de poder e uma hierarquia social.



Carroll (2013, p. 113)



Carroll (2013, p. 119)

Rei de Copas

Submisso e sempre com medo da rainha, o personagem do Rei de Copas representa a omissão e a passividade diante de situações a princípio absurdas e inadmissíveis.



Carroll (2013, p. 161)

Rainha Branca

É irmã da Rainha Vermelha e é o oposto desta última. Tem um temperamento doce, gentil e solidário para com os outros e sua personagem que, talvez, possa representar a possibilidade de uma liderança que rompe com alguns estereótipos.



Carroll (2013, p. 236)

Tweedledee e Tweedledum

Personagens Gêmeos que se comportam de maneira muito imatura e infantil. Estão sempre brigando, e suas divergências representam a condição de dualidade e tensão do mundo.



Carroll (2013, p. 219)

Humpty Dumpty

É um ovo antropomórfico inspirado no folclore inglês. Ao encontrar Alice, ele desafia a lógica e as certezas da personagem por meio de uma conversa sobre palavras, significados e a importância da linguagem. Os diálogos que permeiam essa conversa têm uma lógica invertida, e representam a necessidade de subversão de conceitos e ideias que o processo de conhecimento demanda. Humpty Dumpty defende que as palavras significam exatamente o que ele quer que signifiquem, que tenham o sentido que ele lhes dá, "nem mais, nem menos".



Carroll (2013, p. 253)

O Tempo

Consideramos que o Tempo é retratado como um personagem em si, desafiando ainda o conhecido Chronos, e sob o qual permite também realizar diferentes viagens subjetivas. Pode ainda representar um caráter paradoxal e de subversão à lógica de um determinado mundo.

O Marimbondo de Peruca

É o nome de um personagem de Alice Através do Espelho e o título de uma de suas passagens, que foi retirada da obra para, dentro dos motivos ressaltados pelo ilustrador John Tenniel, facilitar as ilustrações do livro quando de sua publicação. Apenas em 1977 essa passagem foi incluída em algumas edições da obra, depois de permanecer “esquecida” por mais de um século. O Marimbondo de Peruca encontra Alice e trava com ela um diálogo permeado por trocadilhos excêntricos que trazem reflexões filosóficas sobre a existência, o amadurecimento e identidades típicas da narrativa nonsense de Lewis Carroll.

Lewis Carroll

Homônimo de Charles Lutwidge Dodgson, nasceu em 27 de janeiro de 1832 na Inglaterra. Além de atuar como escritor, Charles sempre esteve envolvido com a educação, tendo sido professor de matemática, poeta e diácono anglicano. É um dos maiores expoentes da chamada literatura *nonsense*, caracterizada por retratar situações e personagens que desafiam a lógica, a comunicação, o tempo e o espaço, causando, a princípio, um choque cultural e um estranhamento em relação ao mundo real. Além de jogar com os duplos sentidos expressos em suas obras, Carroll escrevia diversas cartas com estilo próprio, como cartas espelhadas, às avessas (invertendo a ordem de apresentação, ao começar pelo fim e terminar com o início das mesmas) e como as cartas redigidas às crianças, em que trocava algumas palavras por imagens das mesmas.²⁹

²⁹ Para voltar ao mapa de questões e respostas, [clique aqui](#)

2. Nota descritiva da página que compõe o mapa de questões e respostas da tese

De modo geral, esta página compreende o mapa de questões-respostas, sendo esse o título que está centralizado no campo superior. O mapa é composto por sete perguntas (Q), 18 rotas e, ao final, a $R^\heartsuit$ que se encontra centralizada no campo inferior, sendo que há conexões entre elas. As perguntas são numeradas e algumas estão em caixas cinzas, enquanto as rotas são indicadas com linhas e setas em vermelho e algumas que se conectam diretamente à $R^\heartsuit$ estão em azul.

Todas as caixas de texto, inclusive as rotas, estão localizadas abaixo da primeira questão Q_0 que se encontra centralizada após o título e compreende toda a extensão da página. Tais caixas estão, parcialmente, organizadas linearmente de forma horizontal, uma após a outra.

Assim, embaixo de Q_0 encontra-se, da esquerda para a direita, 4 rotas dispostas linearmente e, ao final, a Q_4 . Tais rotas são: rota Q_0Q_2 , rota Q_0Q_1 , rota Q_0Q_5 , rota Q_0Q_4 . Logo abaixo da rota Q_0Q_1 está a Q_1 , abaixo da rota Q_0Q_4 está a rota Q_1Q_4 e abaixo de Q_4 está a rota Q_5Q_4 .

Em seguida, da esquerda para direita, temos: rota $Q_1R^\heartsuit$, rota Q_1Q_2 , a rota Q_1Q_3 , Q_3Q_5 ou Q_1Q_5 , a Q_5 e, por último, a rota Q_5Q_6 .

Logo abaixo destas temos, também da esquerda para a direita, a Q_2 , a rota Q_2Q_3 ou Q_0Q_3 , a Q_3 , a rota Q_3Q_6 ou Q_0Q_6 , a rota $Q_5R^\heartsuit$ e Q_6 . Abaixo de Q_3 está a rota Q_3R e, ao lado desta, rota Q_2Q_4 .

Por fim, da esquerda para a direita, está a rota $Q_2R^\heartsuit$, a $R^\heartsuit$, a rota $Q_6^\heartsuit$ e, logo abaixo desta última, a rota $Q_4R^\heartsuit$.

As descrições textuais das perguntas, rotas e $R^\heartsuit$, são apresentadas a seguir e estão dispostas por hiperlinks.

[Q₀](#): "Como ocorre um percurso de estudo e pesquisa na transição de paradigmas com (futuros) professores que ensinam matemática nos anos iniciais? Afinal de contas que (re) construções são produzidas no equipamento praxeológico dos (futuros) professores rumo ao Paradigma Questionamento do Mundo?"

[Rota Q₀Q₁](#): Alice, que tal juntas questionarmos a formação à profissão professor dos anos iniciais?

[Q₁](#): Que formação (matemática) de pedagogos? O que se tem e o que se deseja? Um percurso à luz...

[Rota Q₀Q₂](#): Paradigma Questionamento do Mundo? Equipamento praxeológico? Precisamos de uma conversa com Humpty Dumpty!

[Rota Q₁Q₂](#): Um chá com Alice: entre um (quase) negacionismo formativo e uma quebra de paradigmas?!

[Rota Q₁R[♥]](#): Uma conclusão paradoxal?! 

[Q₂](#): Como romper com o paradigma vigente na formação docente brasileira?

[Rota Q₂Q₃ ou Q₀Q₃](#): Ah, [...] *se ao menos eu soubesse por onde começar*

Rota Q₂R[♥]: Novos tempos em cenas de travessia

Rota Q₁Q₃, Q₃Q₅ ou Q₁Q₅: Como proceder em uma pesquisa rumo ao PQM ?

Q₃: Como ocorre a partida inicial do jogo com um grupo de (futuros) professores que ensinam matemática dos anos iniciais? ...

Rota Q₃R[♥]: As mudanças de tamanho e depoimentos de Alices

Rota Q₀Q₄: *Que maravilha, começo a avistar um outro mundo! Um jardim de flores vivas?!*

Rota Q₁Q₄: E todas as flores podem falar?

Rota Q₂Q₄: *Adoram decapitar as pessoas por aqui. É um verdadeiro milagre que ainda exista gente viva!*

Q₄: Que tensão impera em espelhos dialéticos de exclusão-inclusão em PEP com ...?

Rota Q₄R[♥]: Poxa, quase esqueci que eu preciso crescer de novo!

Rota Q₀Q₅: Do início de uma ideia a um lugar de fala no país dos pedagogos

Rota Q₅Q₄: R[♣]: É um jogo de palavras?

Q₅: Que condições e restrições são refletidas nos (des)caminhos de um PEP-tese?

Rota Q₅R[♥]: Acho que ainda preciso comer ou beber algo

Rota Q₅Q₆: Em todo caminho que sigo nesta trilha, parece que dou de encontro à porta que dá acesso à minha casa!

Rota Q₃Q₆ ou Q₀Q₆: Entre  bolinhos, chás, garrafinhas, ...

Q₆: O que nos diz uma aventura em um chá dialógico entre números e geometria com ...?

Rota Q₆R[♥]: chegamos à 8ª casa?

R[♥]: Memórias de uma página do mundo, em um mundo às avessas: abertura para novos PEP 

Para voltar ao mapa de questões e respostas, [clique aqui](#)

3. Termo de consentimento livre e esclarecido³⁰ ✎

Prezado participante, você está sendo convidado(a) a participar da pesquisa intitulada “Percursos de estudo e pesquisa em matemática na formação de pedagogos”, desenvolvida pelos pesquisadores Camila de Oliveira da Silva e Marilena Bittar. Temos como objetivo central do estudo investigar a constituição de uma proposta de formação na perspectiva do paradigma de Questionamento do Mundo, com vista a possibilitar modificações no equipamento praxeológico de professores e futuros professores dos anos iniciais do ensino fundamental.

O convite para a sua participação se deve por parte da composição de um grupo de licenciados e licenciandos de Cursos de Pedagogia, uma vez que é indispensável para atendermos o objetivo central, que a constituição desse grupo tenha profissionais já habilitados em pedagogia ou que estejam em processo de formação inicial para atuar como professores dos anos iniciais do ensino fundamental, de modo a vivenciarem a proposta de formação a ser desenvolvida nesta pesquisa.

Sua participação é voluntária, isto é, ela não é obrigatória, e você tem plena autonomia para decidir se quer ou não participar, bem como retirar sua participação a qualquer momento. Você não terá prejuízo algum caso decida não consentir sua participação, ou desistir da mesma. Contudo, ela é muito importante para a execução da pesquisa. Serão garantidas a confidencialidade e a privacidade das informações por você prestadas.

Cabe destacar que a sua participação nesta pesquisa ocorrerá por meio de *ambientes virtuais*, de forma a levar em conta o contexto atual da Pandemia da Covid-19, respeitando o distanciamento social.

Qualquer dado que possa identificá-lo será omitido na divulgação dos resultados da pesquisa, de forma a manter o sigilo de sua identidade, bem como assegurar a confidencialidade e privacidade dos mesmos. Você poderá solicitar ao pesquisador, a qualquer momento, isto é, durante ou posteriormente à realização da pesquisa, qualquer informação sobre a sua participação na pesquisa ou ainda sobre os objetivos e propostas concernentes à referida pesquisa. Essa solicitação poderá ser feita mediante os contatos explicitados neste Termo. Ressaltamos ainda que todo e qualquer contato estabelecido contigo será realizado de forma individual, podendo ser por *e-mail* ou por mensagens escritas no aplicativo *whatsapp* (caso prefira), como forma de facilitar a comunicação no formato remoto e manter o sigilo de sua identidade.

Assinatura do participante



Assinatura do pesquisador

Os instrumentos utilizados nesta pesquisa para produção de dados, na qual envolverá a sua participação, consiste em:

³⁰ Para voltar ao mapa de questões e respostas, [clique aqui](#)

1. *Gravações em áudio e vídeo dos encontros* com o grupo de participantes e pesquisadora, para transcrição e análise dos dados da pesquisa - na qual constituirá a referida proposta de formação por meio da vivência de percursos de estudo e pesquisa (PEP). Desta forma, cabe ressaltar que esses encontros serão realizados via *google meet*. A princípio prevemos a realização de 17 sessões, sendo cada uma delas de até 3h de duração. A proposta é que as sessões possam ocorrer com periodicidade quinzenal, a serem desenvolvidas entre os meses de outubro/2021 a julho/2022.
2. *Produções escritas pelo grupo de participantes* (licenciandos e licenciados em Pedagogia) na pesquisa em função do processo de estudo desenvolvido ao longo da proposta de formação. Estas produções poderão ser feitas como relatos escritos dos percursos de estudo e pesquisa realizados em grupos, ou de forma individual, a serem digitalizados e entregues via *e-mail* à pesquisadora, bem como de possíveis discussões, interações e questões levantadas e problematizadas pelo grupo no *ambiente virtual Classroom*, como forma de complementar e alimentar o processo de estudo ocorrido nos encontros ao vivo.
3. *Entrevistas semiestruturadas* que constituirá de algumas questões disparadoras de discussão, sendo a mesma de caráter aberto e diagnóstico, sendo prevista a realização de duas entrevistas. A primeira, prevista para logo após a primeira sessão de trabalho, como forma de caracterização dos participantes, bem como para compreendermos as necessidades vinculadas aos aspectos matemáticos e didáticos que poderão ser mobilizados durante o percurso de estudo e pesquisa que concerne a esta proposta de tese. E, outra, após a última sessão de trabalho, com vista a identificarmos potencialidades e limitações da proposta do PEP desenvolvidos na visão dos participantes da pesquisa, bem como se os mesmos inferem possíveis modificações ocorridas durante a vivência do PEP, quanto a suas relações com os objetos de ensino da Matemática nos anos iniciais. Cabe destacar que, as entrevistas semiestruturadas serão realizadas individualmente e o dispositivo a ser utilizado será definido por você, dentro de suas possibilidades. Podendo estas serem realizadas via *whatsapp* por meio de mensagens de áudio, chamadas de vídeo e/ou áudio, ou ainda, por possíveis encontros pelo *google meet*, previamente agendados. Sendo que, independentemente do dispositivo utilizado – a saber, *whatsapp* ou *google meet*, todas as entrevistas serão gravadas e, posteriormente, transcritas para análise de dados, com o seu consentimento.

Assinatura do participante



Assinatura do pesquisador

4. O tempo de duração da entrevista será de aproximadamente 30 minutos. As entrevistas serão transcritas e armazenadas, em arquivos digitais, mas somente terão acesso às mesmas os pesquisadores.

Ressaltamos que esta pesquisa poderá ter risco mínimo que pode estar vinculado a algum possível constrangimento em alguma etapa desta pesquisa, devido a alguma dificuldade para dialogar sobre os objetos de estudo envolvidos na pesquisa, às gravações de áudio e/ou vídeo previstos no decorrer dos encontros no grupo ou ainda nas entrevistas individuais. No entanto, como forma de minimizar esse possível desconforto reforçamos que você poderá se manifestar num diálogo estabelecido com o grupo, somente se sentir confortável, ou ainda, podendo comunicar individualmente à pesquisadora, para que a mesma possa criar outras alternativas para a coleta de dados

que possam contornar eventuais desconfortos com as gravações ou outros instrumentos acima mencionados. De todo modo, caso haja indício de possível risco, a qualquer momento, você poderá se desligar da pesquisa, requerer que não seja feito uso das gravações, ou ainda caso decida não consentir com sua participação nesta pesquisa.

Da mesma forma que nos comprometemos em suspender as propostas previstas, caso haja qualquer indício de constrangimento por parte dos participantes, com vista a proporcionar um espaço favorável e produtivo a todos os professores e futuros professores envolvidos na pesquisa. Por outro lado, esta pesquisa apresenta benefícios indiretos, uma vez que os mesmos participarão de sessões de estudo e pesquisa, que estarão diretamente vinculadas ao exercício de sua profissão, podendo até mesmo utilizá-las em suas (futuras) práticas docentes em Matemática. Além disso, os resultados obtidos nessa proposta de formação serão de grande valia, pois poderão nos dar indícios de possíveis alternativas a serem desenvolvidas no âmbito da formação de pedagogos, no que se refere à elaboração de propostas para o ensino de matemática nos anos iniciais que estejam amparadas no *Paradigma de Questionamento do Mundo*.

Reforçamos que sua participação nesta pesquisa é voluntária e não prevê nenhum tipo de investimento financeiro por sua parte, para sua participação nela. Em caso de gastos decorrentes de sua participação nesta pesquisa, você será ressarcido, assim como, no caso de eventuais danos decorrentes de sua participação na pesquisa, você será indenizado.

Ao final da pesquisa, todo material será mantido em arquivo, sob guarda e responsabilidade do pesquisador responsável, por pelo menos 5 anos, conforme Resolução CNS no 466/2012.

Assinatura do participante



Assinatura do pesquisador

Quanto aos resultados obtidos nesta pesquisa, os mesmos serão divulgados no trabalho final de tese, bem como à comunidade científica tanto na área de Educação quanto Educação Matemática, por meio de artigos científicos em periódicos nacionais e internacionais e em eventos científicos nas áreas supracitadas. Os resultados desta pesquisa também serão divulgados em palestras dirigidas aos professores e futuros professores dos anos iniciais que participaram desta pesquisa, bem como por meio de relatórios individuais para os entrevistados.

Este termo é redigido em duas vias, sendo uma do participante da pesquisa e outra do pesquisador. Em caso de dúvidas quanto à sua participação, você pode entrar em contato com o pesquisador responsável através dos e-mails: camimatt@gmail.com ou camila.o.silva@ufms.br, do telefone: (67) 99106-0828 (Camila) ou por meio do endereço profissional: Cidade Universitária, Av. Costa e Silva - Pioneiros, MS, 79070-900- Campo Grande (MS).

Em caso de dúvida quanto à condução ética do estudo, entre em contato com o Comitê de Ética em Pesquisa da UFMS (CEP/UFMS), localizado no Campus da Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, prédio das Pró-Reitorias 'Hércules Maymone' – 1º andar, CEP: 79070900. Campo Grande – MS; e-mail: cepconeppropp@ufms.br; telefone: 67-3345-7187; atendimento ao público: 07:30-11:30 no período matutino e das 13:30 às 17:30 no período vespertino. O Comitê de Ética é a instância que tem por objetivo defender os interesses dos participantes da pesquisa em sua integridade e dignidade e para contribuir no desenvolvimento da pesquisa dentro de padrões éticos. Dessa forma, o comitê tem o papel de avaliar e monitorar o andamento do

projeto de modo que a pesquisa respeite os princípios éticos de proteção aos direitos humanos, da dignidade, da autonomia, da não maleficência, da confidencialidade e da privacidade.

Para sua manifestação sobre a coleta de dados desta pesquisa apresentamos, a seguir, alguns campos para que você possa autorizar ou não os instrumentos de coleta de dados a serem utilizados. Para isso, assinale a opção por você pretendida:

☐ você concorda que durante sua participação na pesquisa seja realizada gravação de áudio dos encontros ocorridos via *google meet*, para o desenvolvimento da proposta de formação por meio da vivência de percursos de estudo e pesquisa (PEP)

☐ você **não** concorda que durante sua participação na pesquisa seja realizada gravação de áudio dos encontros ocorridos via *google meet*, para o desenvolvimento da proposta de formação por meio da vivência de percursos de estudo e pesquisa (PEP)

Assinatura do participante



Assinatura do pesquisador

☐ você concorda que apareça sua imagem nas gravações realizadas nos encontros ocorridos via *google meet*, para o desenvolvimento da proposta de formação por meio da vivência de percursos de estudo e pesquisa (PEP)

☐ você **não** concorda que apareça sua imagem nas gravações realizadas nos encontros ocorridos via *google meet*, para o desenvolvimento da proposta de formação por meio da vivência de percursos de estudo e pesquisa (PEP)

☐ você concorda com a gravação das entrevistas

☐ você **não** concorda com a gravação das entrevistas

☐ você concorda em fornecer as produções escritas que forem desenvolvidos por você ou que tenham sua participação ao longo desta proposta de formação. (ex. relatos escritos dos percursos de estudo e pesquisa realizados em grupos, ou individualmente por você)

☐ você **não** concorda em fornecer as produções escritas que forem desenvolvidos por você ou que tenham sua participação ao longo desta proposta de formação. (ex. relatos escritos dos percursos de estudo e pesquisa realizados em grupos, ou individualmente por você)

☐ você concorda que informações, como as conversas ocorridas e discussões oriundas de sua participação nos ambientes virtuais (*WhatsApp, Classroom, e-mail, google meet*), sejam utilizadas para produção de dados nesta pesquisa

☐ você **não** concorda que informações, como as conversas ocorridas e discussões oriundas de sua participação nos ambientes virtuais (*WhatsApp, Classroom, e-mail, google meet*), sejam utilizadas para produção de dados nesta pesquisa



Camila de Oliveira da Silva

Nome e assinatura do pesquisador responsável

Campo Grande, 21 de setembro de 2021.

Nome e assinatura do participante da pesquisa

_____, ____ de ____ de ____

Local e data

4. Roteiro de entrevista semiestruturada³¹

Roteiro - 1 (*Caráter diagnóstico*)

- O que te levou a escolher a profissão professor, e de forma especial, a opção pelo curso de Pedagogia?
- Como foi sua relação com a matemática durante a educação básica? E no período da graduação?
- Pode nos contar sobre sua vivência/experiência na formação inicial com esta área?
- ✓ Como foi se deparar com a necessidade de ensinar matemática nos anos iniciais do EF?
- ✓ Quais as dificuldades encontradas por você, nesse processo? As mesmas ainda se repercutem ou foram superadas?
- ✓ Como as aulas, vinculadas aos objetos de ensino da matemática, vivenciadas por você na graduação eram conduzidas? Você atribui alguma relação destas para com suas práticas docentes ou futuras práticas docentes em matemática?
- Quais conteúdos matemáticos sente mais dificuldade e/ou facilidade na possibilidade de lecioná-los?
- Você já participou de algum tipo de formação específica que discutissem objetos de ensino da matemática nos anos iniciais? Se sim, em sua opinião, acha que elas contribuíram para a sua possível prática docente? Por quê? Como eram essas formações?
- *Se já atua como pedagogo:*
 - ✓ Qual o seu tempo de experiência na docência nos anos iniciais do EF?
 - ✓ Em que ano de escolaridade já atuou ou está atuando?
 - ✓ Que recursos mais utiliza para o planejamento de suas aulas?
 - ✓ Como você geralmente leciona a matemática nestes anos de escolaridade?
 - ✓ Qual instituição cursou a graduação e ano de conclusão dela?
- *Se você é licenciando em Pedagogia:*
 - ✓ Já cursou disciplinas que discutissem sobre o ensino de matemática nos anos iniciais? Quais?

³¹ Para voltar ao mapa de questões e respostas, [clique aqui](#)

- ✓ Já vivenciou ou está vivenciando o período de estágio supervisionado nos anos iniciais do EF?
- ✓ Já teve a experiência de elaborar possíveis planos de aula em matemática? Se sim, que recursos mais utiliza para a preparação deles?
- Que conceitos matemáticos (*no campo da aritmética, álgebra, geometria, grandezas e medidas ou probabilidade e estatística*) mais gostaria de discutir em nossos próximos encontros? E que perguntas gostaria de fazer para juntos buscarmos respostas ao longo deste percurso de trabalho?

Roteiro - 2 (Finalização da primeira fase da pesquisa: micro PEP – O caso de Alice)

- Como foi vivenciar um processo de pesquisa que envolveu o desenho de percursos de estudo e pesquisa em matemática para os anos iniciais do ensino fundamental?
- ✓ Para você, a dinâmica de estudo proposta nesta pesquisa se diferenciou em algum aspecto de formações já vivenciadas anteriormente por você? Se sim, em que sentido?
- ✓ Quais os pontos positivos e negativos desta proposta de trabalho que você atribui para a sua formação docente e, conseqüentemente, para a aprendizagem dos alunos dos anos iniciais?
- ✓ O desenvolvimento desta pesquisa contribuiu de alguma forma para sua formação matemática e didática? Se sim, como?
- ✓ Você acredita que houve alguma modificação em sua relação com a matemática e/ou com objetos de ensino da matemática para os anos iniciais, a partir da vivência com os PEP? Em que sentido?
- ✓ Teve alguma dificuldade na dinâmica vivenciada na produção de PEP para o ensino de matemática nos anos iniciais? Se sim, quais? Acredita que elas foram superadas ou não?
- ✓ A pesquisa contribuiu, de alguma forma, para você desenhar e executar futuros PEP nos anos iniciais do ensino fundamental?

5. Nota descritiva da imagem - carta de agradecimento

A carta concerne a um mapa mental, cujo centro se dá em um círculo grande e ao redor desse círculo central, há vários outros círculos menores conectados por linhas, sendo que cada um contém um subtítulo (palavras-chave) expressos em cores diferentes. Dentro de tais círculos há textos que são descritos a seguir. O fundo do mapa mental é branco e a fonte do texto consta em preto.

No círculo central, o seguinte texto é redigido em letras maiúsculas, sendo que as expressões: À Deus e Virgem Maria, minha mãe constam em negrito.

À Deus, por ser o centro da minha vida, o caminho, o amor! Àquele que é vivo e que sempre esteve presente, conduzindo todo o percurso desta pesquisa, me fortalecendo, acendendo a luz no meu coração, para tudo além do que eu não conseguia e/ou pudesse ver, ouvir ou sentir. obrigada senhor que, junto ao coração imaculado da Virgem Maria, minha mãe, me desses a vida e tem proporcionado constituir-me (indefinidamente) na relação com cada pessoa aqui conectada. pessoas essas que tanto iluminaram esse trajeto, sendo fontes de sabedoria, alegria e esperança.

No campo central superior consta o conector com a palavra LUZ em azul claro indicando o círculo com o texto: Aos meus filhos Mariana e o pequeno Isaac que se encontra em meu ventre, por serem a luz da minha vida e a razão pela qual eu levanto todos os dias. Eles são o amor e a força que dão sentido à minha jornada e a concretização desse doutorado é, principalmente, por eles.

Na sequência, descrevemos a apresentação dos círculos menores, em sentido horário, cada um precedido pelas palavras-chave correspondentes em seus respectivos conectores.

CARINHO/AJUDA (verde escuro) - À toda a minha família (Padrinhos, Tio-Pai, Primos-irmãos, tias, primas) e à família que eu escolhi sou eternamente agradecida. Em especial, aos meus sogros, pelo intenso apoio e cuidados com a Mariana ao longo de todos esses anos, e que foram fundamentais para que eu desse prosseguimento à escrita da tese. À todos os queridos amigos que estiveram comigo, pela torcida e carinho de sempre.

COMPANHEIRISMO (preto) - Aos amigos do grupo DDMat, um enorme agradecimento pelo companheirismo e pela troca de experiência. Vocês são a prova de que não fazemos nada sozinhos. De forma especial, agradeço ao Douglas pela ajuda constante e à Cleide, pelo apoio, incentivo e conversas compartilhadas nos mais diversos momentos do doutoramento.

ATITUDE/FOCO (azul marinho) - Aos amigos da LEduCampo, Vanessa, Edinalva e Diovany que prontamente assumiram minhas aulas para que eu pudesse realizar essa pesquisa e às queridas amigas, Rosana e Luciene pelo incentivo constante.

ZELO (preto) - Ao neurologista (Pedro Rippel) e Psicanalista (Regina Prati) que tanto me fortaleceram e cuidaram para que eu tivesse condições psíquicas e emocionais para dar continuidade a esse trabalho. As condições de saúde com a EM, a pandemia e minha gravidez demandavam cuidados que vocês conduziram de forma muito acolhedora e especial.

CONFIANÇA/PARCERIA (laranja) - À todas as Alices que, com muita generosidade, resiliência em tempos de pandemia e cumplicidade, aceitaram participar desta pesquisa não como meros sujeitos de pesquisa, mas como companheiros na jornada da docência.

FORÇA/FÉ (azul marinho) - À tia Rosália, em que seu incentivo, zelo e investimento na minha trajetória na educação me deram forças para buscar sempre ser uma profissional melhor. E que, junto a minha vó Isabel e à Frances, constituem exemplos para mim de mulheres batalhadoras e inspiradoras de garra e fé.

ESPERANÇAR (verde escuro) - Obrigada à todos, todas e todes que estiveram comigo e que transitarão por esse percurso!

FORÇA/CORAGEM (azul escuro) - À minha grande amiga Clarice, que em sua breve passagem por aqui foi um verdadeiro exemplo de força e fé, me ensinando sobre o valor do tempo em nossas vidas. A saudade tem outro significado depois de você. Também agradeço à toda a sua família pela força, carinho e amizade sempre presente.

DOÇURA (verde claro) - Às crianças de minha família, filha, sobrinhos e sobrinhas, primos e primas, muito obrigada por renovar a minha fé com sua doçura.

COLABORAÇÃO (verde escuro) - Aos colaboradores constituintes da comunidade cega. Em especial, ao Vanderley R. Silva que não mediu esforços para me ajudar e esclarecer pontos importantes sobre a questão da acessibilidade na pesquisa. À Mariana Rodrigues pelos diálogos que me fizeram refletir sobre aspectos que, talvez, eu não percebesse sozinha.

PRESENÇA (rosa) - À Dri e Su, o meu muito obrigada pela presença, constância, encorajamento e pela escuta sensível ao longo desse percursos e, em especial, nos momentos mais desafiadores desta tese.

GENEROSIDADE (azul marinho) - Agradeço aos membros da banca por dispensarem seu tempo e conhecimento para a condução e avaliação desta pesquisa, pelo olhar atento e humilde, disposto a construir comigo esta pesquisa. Vocês são uma inspiração, e foi uma honra poder contar com vocês.

PARCERIA/INSPIRAÇÃO (laranja) - À prof. Marilena, agradeço imensamente pela parceria nesta trajetória do Doutorado. Obrigada por acreditar no meu potencial, embarcar comigo nas ideias e reflexões dessa pesquisa, por dar asas a minha imaginação, e pela compreensão e apoio nos momentos mais difíceis e desafiadores. Por fim, agradeço por ser uma inspiração para mim e por me ajudar a constituir-me em uma educadora matemática.

AMOR/CUIDADO (dourado) - À minha mãe Leda, meu amparo desde sempre. Sua força e amor incondicional, com sua disponibilidade em cuidar de mim e da minha família são reflexos do mais belo amor de mãe. O meu muito obrigada.

AMOR (vermelho) - Ao Ícaro, meu esposo, melhor amigo, meu porto seguro; amor da minha vida. Obrigada pelo apoio incondicional, por construir comigo meu bem mais precioso, a família, e viver comigo todos os meus projetos. Te amo!³²

³² Para retornar na página referente a carta de agradecimento, [clique aqui](#).

¹ As imagens que compõem esta parte foram retiradas do site www.canva.com

² Bosch (2018).

³ A leitura em primeira pessoa se refere à experiência formativa de Alice D Silva, doutoranda e primeira autora deste trabalho, embora tenha sido construído de forma colaborativa *com* Alice Bittar, sua orientadora e coautora deste texto, e permeada pelo diálogo *com* diversas Alices (professores/professoras) que fizeram (ou farão) parte desta trajetória de doutoramento, assim como você leitor(a).

⁴ Em referência à personagem Alice no país das maravilhas em Carroll (2019).

⁵ Carroll (2013, p.140)

⁶ Nome por nós atribuído para preservar a identidade da criança.

⁷ Personagem que aparece no livro Alice Através do Espelho.

⁸ Carroll (2019, p. 41)

⁹ Um indivíduo X pode ter, sobre um objeto do saber dado, Os, apenas uma relação pessoal, a qual emerge de um sistema de relações institucionais (tal como a relação didática), relações ternárias nas quais o indivíduo X entra em relação com o objeto do saber Os e com um ou mais agentes da instituição I. Dessa relação pessoal releva, em particular, tudo o que a gente acredita ordinariamente poder dizer - em termos de "saber", "saber-fazer", de "concepções", de "competências", de "domínio", de "imagens mentais", de "representações", de "atitudes", "de fantasias", etc... - de X sobre Os. Tudo o que se pode afirmar - com ou sem razão, pertinente ou não - deve ser realizado (na melhor das hipóteses) sobre um aspecto da relação pessoal de X com Os. O conceito de relação (pessoal) aparece para abranger aspectos fragmentários dos quais normalmente o dissociamos. (Chevallard, 1989, pp. 226-227 apud Chaachoua, Bittar 2019, p. 31).

¹⁰ Uma instituição I é um dispositivo social 'total', que pode certamente ter apenas uma extensão bastante reduzida no espaço social (existem as microinstituições), mas que permitem - e impõem - a seus *sujeitos*, isto é, às pessoas x que vêm a ocupar as diferentes *posições* p ofertadas em I, o envolvimento com *maneiras de fazer e de pensar próprias*. (Chevallard, 2003, p. 2)

¹¹ Uma restrição concerne à "[...] uma condição observada, de uma certa posição institucional a um certo instante, como *não modificável*, imutável (relativamente e provisoriamente); da mesma forma, uma condição é uma restrição modificável neste mesmo sentido" (Chevallard, 2018, p. 35, grifo do autor).

¹² "A noção de contrato didático se inspira em uma visão do mundo social na qual cada tipo de interação particular supõe um contrato cujas cláusulas definem, ao mesmo tempo, aquilo que os protagonistas da interação podem legitimamente fazer e o significado de suas atuações. Participar de uma interação social determinada supõe que se reconheça (e se aceite) o contrato específico que a rege. Mas o que dificulta a "entrada" no contrato é o caráter amplamente implícito de suas cláusulas e o fato de que, em muitos casos, a explicitação destas não é possível, porque mudaria o conteúdo do contrato e sua natureza. [...]" (Chevallard, Bosch, Gascón, 2001, p. 203).

¹³ Bosch e Winslow (2015, p. 391-392) esclarecem que: "No que diz respeito às *infraestruturas didáticas* (ou seja, os materiais e equipamentos de conhecimento necessários para implementar os processos de ensino e aprendizagem), é evidente a necessidade de técnicas relacionadas ao design e gerenciamento de itens pelos professores, como atividades dos alunos, como a formulação de perguntas, consulta a meios de comunicação, adaptação de respostas públicas encontradas às questões examinadas, elaboração de sínteses das soluções obtidas e meios dos alunos para auto-monitorização do seu trabalho [...]"

¹⁴ Em consonância aos impactos da indústria cultural (Adorno, 2021), na formação da pessoa, e aqui de forma especial, criança/adolescente.

¹⁵ Música: Homem Amarelo de o Rappa - banda musical brasileira que trabalhava mesclando ritmos periféricos, como reggae, rock, rap, funk.

¹⁶ Carroll (2019, p. 46)

¹⁷ Chevallard (2003)

¹⁸ Colocação a partir de Freire (2022, p.35)

¹⁹ A notação do sistema didático S(X, Y, Q) diz respeito à consideração do estudante X que, com ajuda de um guia do estudo Y, o qual podemos associá-lo à figura do professor, passa a estudar uma questão problemática, denominada de Q.

²⁰ Carroll (2013, p. 214)

²¹ Fala da [Rainha Branca](#) à Alice em Carroll (2013, p.237)

²² Carroll (2019, p.35)

²³ Essa música pode ser acessada em: <https://www.youtube.com/watch?v=C7v4DWJmckM>

²⁴ Freire (2013, p.39)

²⁵ Bosch, Gascón (2009, p.93)

²⁶ Bosch, Chevallard, Garcia, Monhagan (2020, p.13)

²⁷ Martin Gardner, na nota 11 da edição comentada de Carroll (2013), sinaliza que: "Em seu artigo "The Stage and the Spirit of Reverence", Carroll expressa isso da seguinte maneira: "palavra alguma tem um sentido

inseparavelmente ligado a ela; uma palavra significa o que o falante pretende dizer com ela, e o que o ouvinte entende por ela, e isso é tudo...[...]"

²⁸ Carroll (2013, p. 256-257)

²⁹ Freire (2022)

³⁰ Explicação da menina Maria, uma criança que explana sobre as explicações que dá as coisas do mundo ao seu redor, no livro *Mania de explicação* de Adriana Falcão.

³¹ Carroll (2013, p.204)

³² Bosch, Chevallard, García e Monhagan (2020, p.19)

³³ Pimenta *et al.* (2020, p. 2)

³⁴ Música Tempo perdido, composição: Renato Junior Manfredini, disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=tI9kSZgMLsc>

³⁵ Carroll (2013, p.199)

³⁶ A música Ser diferente é normal, pode ser encontrada em: <https://www.youtube.com/watch?v=t6pPEjwFBkk>

³⁷ O referido artigo, com publicação prévia realizada no XVII Seminário Sul-mato-grossense de Pesquisa em Educação Matemática (SESEMAT), está disponível em: <https://periodicos.ufms.br/index.php/sesemat/article/view/19165>

³⁸ Como forma de esclarecer o uso desta dialética a qual foi expressa no artigo original, temos que a dialética entrada-saída do tema tratada por Chevallard (2007) é ativada nesse momento, conforme esclarece Corica (2018, p.57), já que “se a questão for ampla e geral, é necessário ter a possibilidade de sair do tema, podendo até sair da disciplina de referência, e reingressar posteriormente”. Isso se dá quando observamos que no estudo desenvolvido com obras oriundas da DDM, como a TAD, não havia nesse campo elementos suficientes para nos ajudar a responder questões que envolvia a sensibilidade afetiva e a experiência em um sistema didático. Assim, era necessário entrar em outros campos de estudos em busca de ajudar-nos no processo investigativo que estávamos realizando.

³⁹ O uso da primeira pessoa do singular busca fazer menção à primeira autora do presente artigo.

⁴⁰ Diante dos momentos incertos que passávamos com a pandemia do COVID-19, e com a necessidade de distanciamento físico, pensamos sobre a possibilidade de realizar encontros online via google meet. Assim, passei a convidar acadêmicos e egressos de cursos de pedagogia de diferentes regiões brasileiras, conforme as exigências éticas, e encaminhar e-mails a coordenadores, secretários e professores de curso, para que também pudessemos chegar ao público-alvo destinado à pesquisa.

⁴¹ Caso queira ler o caso de ensino de Alice, [clique aqui](#):

⁴² O que nos direciona a refletir sobre o que é ou pode vir a ser um encontro para cada um de nós.

⁴³ Cabe destacar que nesse momento não cogitei a possibilidade de realizar a assinatura com o sougov.br.

⁴⁴ A ledora, neste caso, era uma acadêmica da pedagogia vinculada a um projeto na universidade. Sua função era apoiar os acadêmicos com deficiência visual no desenvolvimento de suas atividades acadêmicas, como leitura e descrições necessárias de textos, imagens ou outros recursos utilizados.

⁴⁵ O que hoje, fruto dos encontros com o grupo dessa pesquisa, leio como uma atitude para começarmos a pensar em possibilidades à luz do Desenho Universal Pedagógico percorrido por Kranz (2014), e, talvez, caminhar para um real processo de inclusão educacional.

⁴⁶ Optamos pelo termo necessidades específicas, ao invés de necessidades especiais, como forma de ratificar uma ruptura com o paradigma de exclusão que foi historicamente e socialmente constituído e, assim, (re)afirmar uma perspectiva inclusiva que busca legitimar as diferenças existentes entre as pessoas.

⁴⁷ Os encontros de formação ocorreram de outubro de 2021 a setembro de 2022.

⁴⁸ No artigo original constava Liddell, pois no momento de sua elaboração, não tínhamos ainda ideia de como nos referiríamos a cada integrante de nossa pesquisa.

⁴⁹ Compartilho da palavra sentir com a potência da expressão “sentir é aprender” do 3º Congresso Virtual do Laboratório Inteligência de Vida (LIV) que ocorreu no ano de 2021. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=j1s9QVfcNDg>

⁵⁰ Em referência às obras de Carroll (2019).

⁵¹ Esse aplicativo pode ser utilizado como um possível recurso didático em sala de aula. Informações sobre ele podem ser encontradas em: <https://padlet.com>

⁵² A solução encontrada foi compartilhá-la fisicamente com Alice Marques, como o caso da sapateira, descrita a seguir no texto.

⁵³ Cabe ressaltar que a sapateira enviada à Alice Marques foi construída com os números e letras redigidos tanto em braille quanto à tinta.

⁵⁴ Essa ideia foi compartilhada por um colega e integrante do Grupo de Estudos DDMat, o Douglas W. N. de Souza, que havia tido uma experiência em uma peça teatral com atores com deficiência visual e que todo o público estava, desde a entrada até a saída, com os olhos vendados.

⁵⁵ O detalhamento desse material pode ser encontrado em Bertoni (2020).

⁵⁶ <https://grupoddm.pro.br/wp-content/uploads/2021/09/Apresentacao-da-oficina-on-line-05.pdf>

⁵⁷ No contexto brasileiro, um professor polivalente é aquele que é habilitado para ministrar aulas nos anos iniciais do ensino fundamental e que leciona em diversas áreas de conhecimento, tais como Matemática, Ciências, Língua Portuguesa, Geografia, entre outras.

⁵⁸ Vídeo disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=2DV9uPrOtMM&t=1s>

⁵⁹ Vídeo disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=FgTMxqaj6qA&t=1s>

⁶⁰ Abordagem expressa em referência à *dialética paraquedista-caçador de trufas* mobilizada em um processo investigativo e que é abordada, por exemplo, em Bosch *et al.* (2020).

⁶¹ A cena passa-se em preto e branco, em uma sala com os pais e uma criança sentados ouvindo o noticiário em um rádio. O que é comunicado no rádio é sinalizado com cenas expressas em forma de balões imaginários de fala. O comunicado concerne a Fred, um menino que pede à sua mãe, que está cozinhando, um tênis que viu na propaganda, com o qual pode correr muito rápido e virar um herói. Embora a mãe sinalize à criança que não pode acreditar em tudo que se vê em propagandas, ela lembra que o aniversário dele está chegando e que ele havia pedido um brinquedo, mas que poderia então trocar pelo tênis. O menino feliz, logo aceita a condição dada pela mãe. Um tempo depois, ele recebe o telefonema de seu amigo, para o qual já conta o presente que ganhou. Em seguida, vai à escola usando o tênis. No pátio da escola ouve que um cão havia fugido e sai correndo para colocar em prática tudo que o seu super tênis prometia fazer. Fred correu tanto, ficando extremamente cansado. Pulou e saltou o portão, caindo e se machucando, além de o tênis ter rasgado com a queda. Fred percebe que deveria ter escutado sua mãe. O vídeo é finalizado com a criança na sala virando-se para trás e ficando de frente para nós, espectadores, com um balão de fala escrito: “Cuidado! Não acredite em tudo que você vê. Nem sempre o mais divertido é o melhor”.

⁶² Segundo Moraes (2016), tal conceito é amplamente trabalhado por Edgar Morin e é relativo ao fato de que embora vivamos em contextos e nacionalidades diferentes, habitamos um mesmo planeta que necessita de cuidado. “Para tanto, é preciso consensuar valores, princípios, atitudes e comportamentos comuns, sem os quais não daremos conta de enfrentar a crise sistêmica [...] que vem afetando e colocando em xeque a sobrevivência de nossa civilização”. (Moraes, 2016, p.2). Texto disponível em: <https://padlet.com/camimatt/clonagem-do-padlet-mapa-projeto-consumo-consciente-encontro--v5tycvucfc6qrch6>

⁶³ O vídeo apresenta em um ônibus, alguns humanos confeccionados de embalagem, dos quais consomem durante toda a sua vida diversos produtos e, em comparação, apresenta uma tartaruga localizada em uma praia e sobre a qual consome apenas o que a natureza oferece. Chama a atenção para o humano que carrega várias sacolas plásticas, evidenciando o elevado quantitativo de sacolas plásticas usadas por cada pessoa dentro de um mês, sacolas essas que são usadas uma única vez e logo descartadas. Mas, tudo fica acumulado no planeta, sendo que mais da metade dos resíduos no Brasil vão para lugares inadequados contaminando tanto o solo quanto a água, e complicando a vida de diversos seres vivos como a própria tartaruga, que tenta comer a sacola que chega até ela pelas águas do oceano. Há a sinalização de que a mudança deste cenário seja possível, com hábitos como a utilização de um produto até o fim e a prática de reciclagem. O fim da apresentação se dá com a tartaruga oferecendo ao humano uma sacola reciclável.

⁶⁴ Acesso disponível em: <https://www.unesco.org/reports/wwdr/2022/en/agriculture>

⁶⁵ Consideramos a tradução de TPE (Travaux Personnels Encadrés) e IDD ((Itinéraires de découverte), cujos termos constam em Chevallard (2004), como sendo: TPE – Trabalhos Pessoais Orientados e IDD – Itinerários de investigação.

⁶⁶ Texto original: “Permettre aux mathématiques enseignées de sortir de leur splendide isolement pour retrouver le monde, alors, c’est non seulement faire « travailler » les mathématiques sur des questions Q non nécessairement mathématiques (comme il en va dans les TPE ou les IDD), mais les y faire travailler de concert avec d’autres savoirs, en une symphonie codisciplinaire où les mathématiques concourent avec d’autres disciplines à élucider des conditions et contraintes de toute nature qui déterminent la production de réponses R à des questions Q.”

⁶⁷ <https://www.youtube.com/watch?v=ThwcQt1B0dU>

⁶⁸ <https://www.culturagenial.com/analise-poema-eu-etiqueta-carlos-drummond-de-andrade/>

⁶⁹ “Obsolescência programada é a decisão do produtor propositalmente desenvolver, fabricar, distribuir e vender um produto para consumo de forma que se torne obsoleto ou não funcional especificamente para forçar o consumidor a comprar a nova geração do produto”. Esta definição concerne a https://pt.wikipedia.org/wiki/Obsolesc%C3%Aancia_programada.

⁷⁰ Padlet do grupo de segunda-feira: <https://padlet.com/camimatt/clonagem-do-padlet-mapa-projeto-consumo-consciente-encontro--8kzb5d2tml10v5go>

Padlet do grupo de sábado: <https://padlet.com/camimatt/clonagem-do-padlet-mapa-projeto-consumo-consciente-encontro--v5tycvucfc6qrch6>

⁷¹ Produção expressa no padlet com acessibilidade em formato doc. <https://docs.google.com/document/d/11KD7eBJXYIOe75X2dT4YYjIcfAz1VRMS/edit?usp=sharing&ouid=111668084629839966137&rtpof=true&sd=true>

⁷² A escala dos níveis de codeterminação didática (Chevallard, 2007) permite analisar condições e restrições produzidas em cada um dos níveis, visto que cada um é passível de influenciar os demais. A escala é composta pelos níveis superiores e inferiores. Os níveis superiores são compostos pela Humanidade, Civilização, Sociedade, Escola e Pedagogia, e os níveis inferiores são compostos pela Disciplina, Domínio, Setor, Tema e Questão. Disposta em uma posição vertical, esta escala é expressa por uma dupla seta entre cada um dos níveis.

⁷³ #textoalternativo

⁷⁴ Em referência a obra “*Alice no país das maravilhas*” Carroll (2019, p.72), essa fala concerne ao momento de tensão em que Alice vinha passando ao longo do dia, por ter sofrido muitas mudanças de tamanho. Quando encontra com a tartaruga pela primeira vez, ela é recebida com pergunta: “*Quem é você?*”? o que a deixa um tanto ‘desnorteada’.

⁷⁵ Carroll (2019)

⁷⁶ As instituições brasileiras observadas foram: FMP/SC, IFC, UEAP, UNESP/Bauru; UESPI; UERJ; UVA; UFAL; UNIFAP, UFC, UFF, UFGD, UFJF, UFMA, UFMG, UFOP, UFPI, UFRJ, UFSC.

⁷⁷ Concebemos o equipamento praxeológico como um conjunto de conhecimentos e habilidades que uma pessoa dispõe para realizar uma determinada tarefa. No sentido professoral, também nos indagamos sobre [...] qual é o Equipamento Praxeológico necessário, ou pelo menos útil, para que os professores possam intervir de maneira efetiva e pertinente na formação matemática dos estudantes, de tal ou qual etapa educativa e o que se pode fazer para ajudar para que os professores disponham dele? (GASCÓN; BOSCH, 2009, p. 94).

⁷⁸ Todos os sujeitos da pesquisa foram nomeados por Alices, seguidos de seus sobrenomes.

⁷⁹ Fala de Alice para si mesma quando procurava uma rota de fuga em meio ao campo de batalha e reencontra seu amigo, o *Gato* de Cheshire, no capítulo 8 - “O campo de croque da Rainha”, em Carroll (2019, p.109).

⁸⁰ Saramago (1995, p. 310)

⁸¹ Música Bê-a-bá – Toquinho, disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=_Oe1G3wjRXg

⁸² <https://pt.wikipedia.org/wiki/Negacionismo>

⁸³ Uma primeira versão resumida deste texto foi publicada em forma de artigo no IX SIPEM.

⁸⁴ Em princípio, tudo é condição, mas dizemos que uma condição é uma restrição para uma determinada instância U - pessoa ou instituição - quando U tem que, frente as outras condições prevaletentes, esperar por um razoável período tempo para modificar esta condição. Em outras palavras, uma restrição para U é uma condição que não pode ser modificada por U. As condições que não aparecem como restrições são chamadas de condições, ou melhor, para evitar dúvidas, condições modificáveis por U. (Chevallard, 2009, p.12)

⁸⁵ A adaptação sinalizada na fonte concerne ao fato de que no original constava que o nível Setor é um nível superior ao nível Domínio, o que corresponde a um equívoco, como pode ser observada em (Chevallard, 2002, 2009, 2013), bem como Bosch *et al.* (2020).

⁸⁶ Como em consonância à apresentação do método dialético hegeliano, abordado em: <https://pt.wikipedia.org/wiki/Dialética>

⁸⁷ O termo de consentimento de pesquisa consta no Apêndices desta pesquisa e o parecer de aprovação da pesquisa pelo comitê de ética está disponível em: https://drive.google.com/file/d/1HfHI03IwUz2xzqA_VWfpYllmf8yc7o8/view?usp=drive_link

^{iv} O caso de ensino de Alice pode ser encontrado em: [clique aqui](#)

⁸⁹ O roteiro desta entrevista consta no Apêndice 2, o qual pode ser acessado em: [clique aqui](#)

⁹⁰ Tais materiais estão expressos no texto referente à Q4 do PEP-tese. Para acessá-lo, [clique aqui](#)

⁹¹ Consideramos o quantitativo de participantes, sem computar a doutoranda e sua orientadora.

⁹² Carroll (2019, p.124, grifo nosso)

⁹³ Guimarães Rosa

⁹⁴ Alves (2023, p.113)

⁹⁵ Tais dialéticas são mobilizadas em nossa Q₅ PEP-tese, bem como em Q₂ PEP-tese.

⁹⁶ Carroll (2019, p. 39)

⁹⁷ Disponível em:

https://edisciplinas.usp.br/pluginfile.php/7951026/mod_resource/content/1/Jo%C3%A3ozinho%20da%20Mar%C3%A9.pdf

⁹⁸ A cronogênese concerne a uma das funções didáticas essenciais no processo investigativo, a qual, diz respeito à “gênese do tempo didático, ou seja, o tempo da construção praxeológica” Chevallard (2009c, p.2).

⁹⁹ Em referência à música: “Brasil, Meu Brasil Brasileiro” do compositor Ary Barroso.

¹⁰⁰ Prato típico da culinária espanhola

¹⁰¹ Carroll (2013, p. 82)

-
- ¹⁰² O termo transposição didática produzido por Yves Chevallard na década de 1980 leva em consideração o processo de transição de um conhecimento tal como fora produzido até que o mesmo possa ser ensinado na escola e apreendido pelos estudantes. Consequentemente, isso nos leva a perceber que esse processo transpositivo faz com que o conhecimento em jogo sofra várias adaptações para que possa viver em uma determinada instituição.
- ¹⁰³ Conforme expresso em: <https://pt.wikipedia.org/wiki/Croquet>
- ¹⁰⁴ No momento, este vídeo não está mais disponível ao público.
- ¹⁰⁵ Este conto pode ser encontrado em: <https://www.youtube.com/watch?v=1zMGaXqsoMM>
- ¹⁰⁶ Texto disponível no nosso padlet, em: <https://padlet.com/camilaosilva/nosso-percurso-de-estudo-e-pesquisa-sobre-o-ensino-de-n-mero-ub9qvwaqx5b12zc3>
- ¹⁰⁷ <https://www.youtube.com/watch?v=TfE8Pt0Z4Nk>
- ¹⁰⁸ Carroll (2019, p.53)
- ¹⁰⁹ Freire (2022, p.12)
- ¹¹⁰ (Carroll, 2019, p. 39)
- ¹¹¹ Música Maluco beleza, pode ser acessada em: <https://www.youtube.com/watch?v=XgOpeZ9zFMA>
- ¹¹² Oliveira (2018)
- ¹¹³ Em referência à música de Caetano Veloso: Oração ao Tempo. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=HQap2iglhxA>
- ^{cxiv} Carroll (2019, p.69)
- ^{cxv} Carroll (2019, p.98)
- ^{cxvi} Filme Tcheco, legendado, disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=hYrIYNxeQs8>
- ^{cxviii} (Carroll, 2013, p. 186)
- ¹¹⁸ Bloch (1977)
- ¹¹⁹ Carroll (2019, p. 53)
- ¹²⁰ Música Aquarela: <https://www.youtube.com/watch?v=xT8HIfQ8Y0>
- ¹²¹ Reconstrução em Freire (2022)
- ¹²² Faustino *et al.* (2018)
- ¹²³ Esse filme pode ser assistido em: <https://www.primevideo.com/-/pt/detail/Alice-dos-Anjos/0M65P0DWCHJDGNAH3C67II483K>
- ¹²⁴ Carroll (2019, p. 96, grifo do autor)
- ¹²⁵ Falcão, Adriana. Uma Página do Mundo. São Paulo: Melhoramentos, 2022.
- ¹²⁶ Em referência à fala de Peliano (2021) em entrevista realizada, disponível em: https://www.em.com.br/app/noticia/cultura/2021/07/04/interna_cultura,1282986/adriana-peliano-aproveita-o-carrollsdia-para-lancar-alice-em-7-chaves.shtml
- ¹²⁷ Carroll (2019, p. 41)
- ¹²⁸ Carroll (2019, p.53-54)
- ¹²⁹ (Carroll, 2019, p.23, [inserção nossa]).
- ¹³⁰ (Carroll, 2019, p. 61)
- ¹³¹ O texto refere a transcrição realizada por nós da fala da Rainha do Cangaço, no filme *Alice dos Anjos*.
- ¹³² Idem a nota anterior.
- ¹³³ Poema Reinvenção de Cecília Meireles.