UNIVERSIDADE FEDERAL DE MATO GROSSO DO SUL
INSTITUTO DE MATEMÁTICA PROGRAMA DE
PÓS-GRADUAÇÃO MESTRADO PROFISSIONAL EM
MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL
CAMPUS CAMPO GRANDE

Eder da Silva Pereira

Uma proposta de Sequência Didática: Aprendendo sobre Triângulos com uso do GeoGebra alinhado com a Teoria da Aprendizagem Significativa

CAMPO GRANDE-MS
2025

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MATO GROSSO DO SUL

EDER DA SILVA PEREIRA

Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional do Instituto de Matemática da Universidade Federal de Mato Grosso do Sul - INMA/UFMS, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Matemática, sendo aprovada em sua forma final pela banca examinadora:

Orientador: Prof. Dr. Alex Ferreira Rossini
Universidade Federal de Mato Grosso do Sul
- UFMS

Prof.a Dr.a Elisandra Bar de Figueiredo
Universidade Universidade do Estado de
Santa Catarina - UDESC

Prof.a Dr.a Lilian Milena Ramos Carvalho
Universidade Federal de Mato Grosso do Sul
- UFMS

Prof. Dr. Claudemir Aniz
Universidade Federal de Mato Grosso do Sul
- UFMS

Prof. Dr. Ruikson Sillas de Oliveira Nunes
Universidade Federal de Mato Grosso -
UFMT

Campo Grande, 06 de agosto de 2025

Agradecimentos

Em primeiro lugar quero agradecer a Deus por sempre ter me dado força em todos os momentos difíceis, principalmente naqueles em que nem eu acreditei, mas Ele sempre esteve me fornecendo mais e mais sabedoria e conhecimento fazendo com que eu chegasse até aqui.

Agradeço aos meus pais, Elenir e Josimar, por sempre acreditarem na minha capacidade e inteligência, apoiarem a cada decisão que tomava e claro por todo suporte familiar ofertado, nunca deixando faltar nada que fosse necessário.

Quero, obviamente, agradecer minha amada esposa Marciane por ter compreendido as diversas vezes que fiz falta tendo que estar em constante estudo e pesquisa para concretizar o mestrado. Por ter oferecido todo apoio e cuidado nos momentos difíceis e suportado a carga de ter que em diversos momentos lidar com nosso querido filho Ian, sozinha, meus profundos agradecimentos amor. Não posso esquecer de agradecer minha sogra Sonia Aparecida Nogueira da Silva pelos cuidados comigo e suporte dentro de casa.

Ao meu orientador, Prof. Dr. Alex Ferreira Rossini, obrigado pela paciência nesse momento tão desafiador que foi a produção dessa dissertação, por contribuir com seu vasto conhecimento e também conselhos.

Agradeço também as colegas de mestrado, Isabela e Lara, que puderam dividir e compartilhar conhecimentos nessa dura etapa de nossas vidas. E também a eles: Cássio, Guilherme e Gleyson, esses que de fato trilhamos juntos esses dois anos, dividindo horas de estudos, conhecimentos, experiências, confraternizações e outros momentos.

Quero ainda agradecer a todos os professores do programa PROFMAT pelos seus excelentes ensinamentos, conselhos e feedbacks, podem ter certeza que vocês fizeram parte disso e também toda a diferença em minha vida, a experiência de passar por esse mestrado com certeza é única e cada um de vocês fez diferença.

Meus agradecimentos também serão para à CAPES, pelo auxílio financeiro, onde por vezes tive que me ausentar das horas de trabalho, por conta de estudos e pesquisas, e com isso, tendo que optar por substitutos.

E por último e não menos importante agradeço também a todos os meus colegas de trabalho e alunos que puderam contribuir de alguma forma para esse mestrado ser concretizado, em especial, Anny, Geovani, Gisele e meus diretores Cleverton e Thiago.

Por fim, fica aqui meus profundos agradecimentos a todos e um Muito Obrigado!

Resumo

Este estudo apresenta uma sequência didática potencialmente significativa para o ensino de triângulos e suas propriedades, utilizando o *software* GeoGebra como ferramenta complementar no ensino de Geometria. A proposta descrita fundamenta-se na Teoria da Aprendizagem Significativa de David Ausubel, associada às metodologias ativas: Resolução de Problemas e da Modelagem Matemática. Além disso, a pesquisa destaca a relevância da inserção das tecnologias digitais no processo de ensino e de aprendizagem, enfatizando a necessidade do corpo docente manter-se constantemente atualizado frente aos avanços tecnológicos. Por meio de atividades interativas e protocolos de construção de triângulos e de seus pontos notáveis, o estudo demonstrou que o uso do GeoGebra possibilita uma exploração dinâmica e visual dos conteúdos, contribuindo para a superação de dificuldades recorrentes no ensino da Geometria. As atividades propostas foram elaboradas e executadas considerando o contexto sociocultural dos alunos, o que favoreceu a compreensão dos conceitos geométricos e a construção de significados. Os resultados indicam que, quando integrado de forma planejada e estratégica, o GeoGebra possui o potencial de transformar a prática pedagógica, tornando-a mais inclusiva, eficaz e motivadora. Por fim, a interação dos estudantes — pertencentes a uma geração imersa em tecnologias digitais — com o *software* evidenciou um engajamento mais crítico, criativo e autônomo. Essa aproximação entre tecnologia e ensino contribuiu para tornar o trabalho docente mais prazeroso e, em certa medida, mais lúdico, sem perder o rigor científico e pedagógico necessário à aprendizagem significativa.

Palavras-chave: Metodologias Ativas, Resolução de Problemas, Modelagem Matemática, Geometria, Ensino.

Abstract

This study presents a potentially significant didactic sequence for the teaching of triangles and their properties, using the GeoGebra *software* as a complementary tool in Geometry teaching. The described proposal is based on David Ausubel's Theory of Meaningful Learning, associated with active methodologies: Problem Solving and Mathematical Modeling. Furthermore, the research highlights the relevance of the insertion of digital technologies in the teaching and learning process, emphasizing the need for the teaching staff to remain constantly updated in the face of technological advances. Through interactive activities and protocols for constructing triangles and their notable points, the study demonstrated that the use of GeoGebra enables a dynamic and visual exploration of the content, contributing to overcoming recurring difficulties in Geometry teaching. The proposed activities were elaborated and carried out considering the students' sociocultural context, which favored the understanding of geometric concepts and the construction of meanings. The results indicate that, when integrated in a planned and strategic manner, GeoGebra has the potential to transform pedagogical practice, making it more inclusive, effective, and motivating. Finally, the interaction of students — belonging to a generation immersed in digital technologies — with the *software* evidenced a more critical, creative, and autonomous engagement. This approximation between technology and teaching contributed to making the teaching work more enjoyable and, to some extent, more playful, without losing the scientific and pedagogical rigor necessary for meaningful learning.

Keywords: Active Methodologies,Problem Solving, Mathematical Modeling, Geometry, Teaching.

Sumário

Lista de Figuras

Lista de Quadros

1 Introdução

O ensino de geometria no Ensino Fundamental II desempenha um papel essencial na formação matemática dos estudantes, contribuindo significativamente para o desenvolvimento do raciocínio lógico, habilidades de resolução de problemas e percepção espacial. Nesse segmento da educação básica, os triângulos ocupam um lugar de destaque por serem figuras geométricas fundamentais, cuja compreensão é indispensável para o aprendizado de conceitos mais avançados, como áreas, perímetros e trigonometria (Brasil, 2018).

Apesar dessa relevância, a assimilação de conceitos geométricos pelos estudantes frequentemente enfrenta obstáculos. Dificuldades em visualizar propriedades geométricas e compreender relações abstratas, como as do Teorema de Pitágoras, podem levar ao desinteresse ou mesmo ao fracasso escolar em matemática. Isso se agrava quando os métodos de ensino adotados são predominantemente tradicionais e baseados em memorização, o que limita a participação ativa dos alunos e o estabelecimento de conexões significativas com os conteúdos (Pavanello, 1993).

Neste contexto, a Teoria da Aprendizagem Significativa (Ausubel, 1978) e o uso das metodologias ativas Resolução de Problemas (Onuchic, 1999) e Modelagem Matemática (Barbosa, 2004) apresentam-se como uma abordagem inovadora para engajar os estudantes e facilitar a compreensão de conceitos complexos. Essas teorias apontam o discente como formador de seu próprio conhecimento, através de conceitos por ele já absorvidos e situações presentes no seu cotidiano, de modo que se sinta parte integrante da solução e torne-se um elo crítico, criativo, colaborativo e engajado nos processos de aprendizagem.

Ainda nessa linha, o GeoGebra destaca-se como um recurso educacional versátil e eficiente, capaz de transformar o ensino de geometria em uma experiência interativa e dinâmica, pois oferece funcionalidades que permitem criar e explorar figuras geométricas em uma interface interativa e visualmente atraente; provendo, assim, uma aprendizagem ativa e investigativa.

Para o ensino de triângulos, no Ensino Fundamental II, elaboramos e executamos Sequências Didáticas, para as turmas do 7º, 8º e 9º anos, seguindo o Referencial Curricular (2020) da Rede Municipal de Ensino de Campo Grande – MS e a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), onde estão descritas todas as competências e habilidades que devem ser trabalhadas em cada etapa de ensino.

O presente trabalho explora como o uso de metodologias ativas e o GeoGebra podem potencializar o ensino de triângulos no Ensino Fundamental II, tanto para superar as dificuldades de compreensão quanto para fomentar um ambiente de aprendizagem inovador e engajante.

1.1 Problemática - contextualização sobre o tema

Apesar da relevância da geometria no Ensino Fundamental II, os desafios enfrentados pelos estudantes na assimilação de conceitos geométricos são recorrentes e preocupantes. Os triângulos, figuras geométricas fundamentais, muitas vezes representam um obstáculo para a aprendizagem devido à dificuldade em visualizar suas propriedades.

Ao mesmo tempo, a crescente inserção de metodologias ativas e tecnologias educacionais apresenta-se como uma alternativa promissora para transformar a forma como conceitos geométricos são inseridos. Ferramentas como o GeoGebra e Metodologias, como Resolução de Problemas e Modelagem, podem ser à luz para uma aprendizagem significativa, pois destacam-se como facilitadores para compreensão de conceitos. Essas abordagens têm o potencial de engajar os estudantes, promover o aprendizado ativo e ajudar a superar barreiras relacionadas à abstração dos conteúdos.

Sendo assim, é possível por meio de uma sequência didática bem planejada, associando uso do GeoGebra e Metodologias ativas, podemos potencializar o ensino de triângulos no Ensino Fundamental II, promovendo a superação das dificuldades de compreensão dos conceitos geométricos e fomentando um ambiente de aprendizagem mais dinâmico e significativo?

Essa problematização conduz à reflexão sobre os caminhos para superar as dificuldades no ensino de geometria por meio de metodologias diferenciadas e da tecnologia, destacando as Teorias de Ausubel, Onuchic e Barbosa e o GeoGebra como uma ferramentas que transformam a experiência de aprendizado em algo mais interativo, envolvente e prático.

Nesse contexo, este trabalho tem como objetivo elaborar sequências didáticas potencialmente significativas que viabilizam investigar o impacto do uso do GeoGebra e das Metodologias ativas no ensino de triângulos, no Ensino Fundamental II.

Tendo em vista esse propósito, busca-se explorar os conceitos básicos de triângulos — classificação, propriedades e elementos — com apoio do GeoGebra, mostrar como resolver problemas do cotidiano e aplicar os conceitos no *software*, por meio de atividades práticas e ainda, avaliar a contribuição das Metodologias e do GeoGebra na promoção de uma aprendizagem significativa. Com tudo, pretende-se não só facilitar a compreensão de conceitos, mas também tornar a aprendizagem mais interativa, dinâmica e prática.

1.2 Organização

O presente trabalho está organizado da seguinte forma:

Capítulo 2: estão relacionados os aportes teóricos relativos à Teoria da Aprendizagem Significativa de David Ausubel.

Capítulo 3: são destacadas as metodologias trabalhadas em sala de aula, direcionadas a tornar o aluno protagonista do próprio aprendizado, isto é, o foco são as metodologias ativas Resolução de Problemas e Modelagem Matemática.

Capítulo 4: é abordado o cunho histórico do triângulo, sua definição, classificação e algumas propriedades, e ainda um breve contexto histórico sobre o *software* GeoGebra acompanhado da inserção da tecnologia e ferramentas tecnológicas na educação.

Capítulo 5: apresenta um conjunto de sequências didáticas voltadas ao ensino de triângulos, integrando o uso do GeoGebra como ferramenta tecnológica de apoio. Essas sequências foram planejadas com base nas metodologias ativas de Resolução de Problemas e de Modelagem Matemática, visando estimular a participação dos alunos, o desenvolvimento do pensamento crítico e a construção autônoma do conhecimento matemático.

Capítulo 6: apresenta o relato das experiências vivenciadas durante a aplicação das sequências didáticas, descrevendo de forma detalhada os procedimentos adotados, as estratégias utilizadas e as interações ocorridas em sala de aula. Além disso, são incluídos registros fotográficos que ilustram os momentos da prática docente e a participação dos alunos nas atividades propostas.

Capítulo 7: as conclusões do trabalho, retomando todo o percurso da pesquisa desenvolvida e seus resultados. Em seguida, as referências bibliográficas.

2 A Teoria da Aprendizagem Significativa de David Ausubel

A aprendizagem é um processo fundamental para o desenvolvimento de todos e em todas as etapas da vida, sendo assim, alvo de várias teorias e abordagens que buscam compreender as formas como o aprendiz adquire, organiza e guarda novos conhecimentos.

No conjunto das teorias influentes na educação, destaca-se neste trabalho a *Teoria da Aprendizagem Significativa* de *David Ausubel*, a qual oferece um modelo de promoção à aprendizagem mais profunda e duradoura, baseada na integração de novos conhecimentos aos que já existem na estrutura cognitiva do aprendiz. Para Ausubel (1978), a aprendizagem significativa ocorre quando o novo conteúdo é organizado de maneira lógica e relacionado ao conhecimento pré-existente do aluno.

A aprendizagem significativa pode ser vista como um processo ativo de construção do conhecimento, no qual o aluno não é apenas um receptor passivo de informações, mas um protagonista que organiza e reorganiza suas ideias e representações mentais enquanto interage com o conteúdo apresentado. Nesse percurso, o papel do educador se torna fundamental, pois é sua responsabilidade criar um ambiente que permita ao aluno acessar, valorizar e expandir o conhecimento prévio que ele já possui. Isso requer uma compreensão profunda da história de aprendizagem do aluno, de suas experiências e de sua estrutura cognitiva.

Ausubel destaca, assim, a importância de respeitar as condições cognitivas individuais de cada aluno, considerando seu ponto de partida e suas particularidades, para que o novo conhecimento seja integrado de forma significativa ao seu sistema de ideias e compreensões. Isso implica um olhar mais atento e humanizado para as necessidades e os contextos dos alunos, reconhecendo suas trajetórias e possibilitando que o aprendizado se torne uma experiência mais rica e personalizada.

De acordo com Ausubel, (1978, p. iv): “Se tivesse que reduzir toda a psicologia educacional a um só princípio, diria o seguinte: o fator isolado mais importante que influencia a aprendizagem é aquilo que o aprendiz já sabe. Averigue isso e ensine-o de acordo.”

Ao mencionar “aquilo que o aprendiz já sabe”, para Ausubel, é descrever a capacidade cognitiva já estabelecida do indivíduo; “Averigue isso” traz como característica fazer um reconhecimento cognitivo do indivíduo de forma completa; “ensine-o de acordo” retrata a organização de ensinamentos a partir do que o indivíduo já sabe, e daí o planejar, preparar recursos facilitadores para que a aprendizagem seja significativa.

2.1 Aprendizagens, segundo Ausubel

A aprendizagem significativa, baseada na teoria de Ausubel, é a relação, não arbitrária e não literal, do novo conhecimento com os já existentes na estrutura cognitiva do indivíduo. Esses conhecimentos prévios são denominados por Ausubel como *subsunçores*.

Os subsunçores são *conceitos*, *proposições* ou *ideias*, já presentes, que servem de base para a assimilação de novas informações. Ou seja, os subsunçores funcionam como âncoras cognitivas, permitindo que o novo conhecimento seja integrado de maneira não arbitrária e não literal, tornando a aprendizagem mais significativa e duradoura.

Para Ausubel, os primeiros subsunçores são adquiridos por meio de formação de conceitos, criando assim, condições necessárias para que novos conceitos possam ser assimilados. Como diz Ausubel (1978, p. 46):

> Uma vez que significados iniciais são estabelecidos para signos ou símbolos de conceitos, através do processo de formação de conceitos, novas aprendizagens significativas darão significados adicionais a esses signos ou símbolos, e novas relações, entre os conceitos anteriormente adquiridos, serão estabelecidas.

Já em casos que não há existência de subsunçores, se faz necessário, o uso de organizadores prévios, que são materiais de introdução, que formarão subsunçores facilitadores à aprendizagem. Conforme indicado por Ausubel (1978, p. 171) "a principal função do organizador prévio é servir de ponte entre o que o aprendiz já sabe e o que ele precisa saber para que possa aprender significativamente a tarefa com que se depara".

Por outro lado, a aprendizagem mecânica é, por Ausubel, uma aprendizagem sem interação com os conceitos subsunçores, novas informações são introduzidas de maneira arbitrária e literal. Porém, ele, não descarta em certos pontos a aprendizagem mecânica, e sim, defende que o ensino de fórmulas, por exemplo, é uma aprendizagem eficaz. Portanto, a prática pedagógica através de ambas aprendizagens não necessita ser uma dicotomia, podendo então, em determinados conteúdos, serem práticas alinhadas.

Para que a aprendizagem seja significativa, o material planejado para o ensino dos conteúdos, necessita ser compreendido e fazer parte da realidade do estudante, um novo conhecimento tem que ser claro, lógico, bem organizado e conectado aos conhecimentos prévios do aluno, facilitando a assimilação. Ou seja, não basta ser novo, tem que ser significativo, assim, o indivíduo faz as conexões com sua estrutura cognitiva já formada e constrói novas compreensões de forma sólida. Isso é chamado por Ausubel de *material potencialmente significativo*.

Conforme Ausubel (1978, p. 41):

> A essência do processo de aprendizagem significativa é que ideias simbolicamente expressas sejam relacionadas, de maneira substantiva

> (não literal) e não arbitrária, ao que o aprendiz já sabe, ou seja, a algum aspecto da sua estrutura cognitiva especificamente relevante (isto é, um subsunçor) que pode ser, por exemplo, uma imagem, um símbolo, um conceito ou uma proposição já significativa.

Contudo, não basta que o professor faça análises para reconhecer os conhecimentos prévios do aprendiz, que transforme o local da aprendizagem num ambiente favorável e que planeje minuciosamente suas aulas integrando o novo conceito com o já existente ofertando assim, um material potencialmente significativo. O papel do estudante também é fundamental nesse processo pois, para que ocorra uma aprendizagem eficaz, dentro desse contexto, o aprendiz tem que estar aberto a receber novos conhecimentos, novas informações.

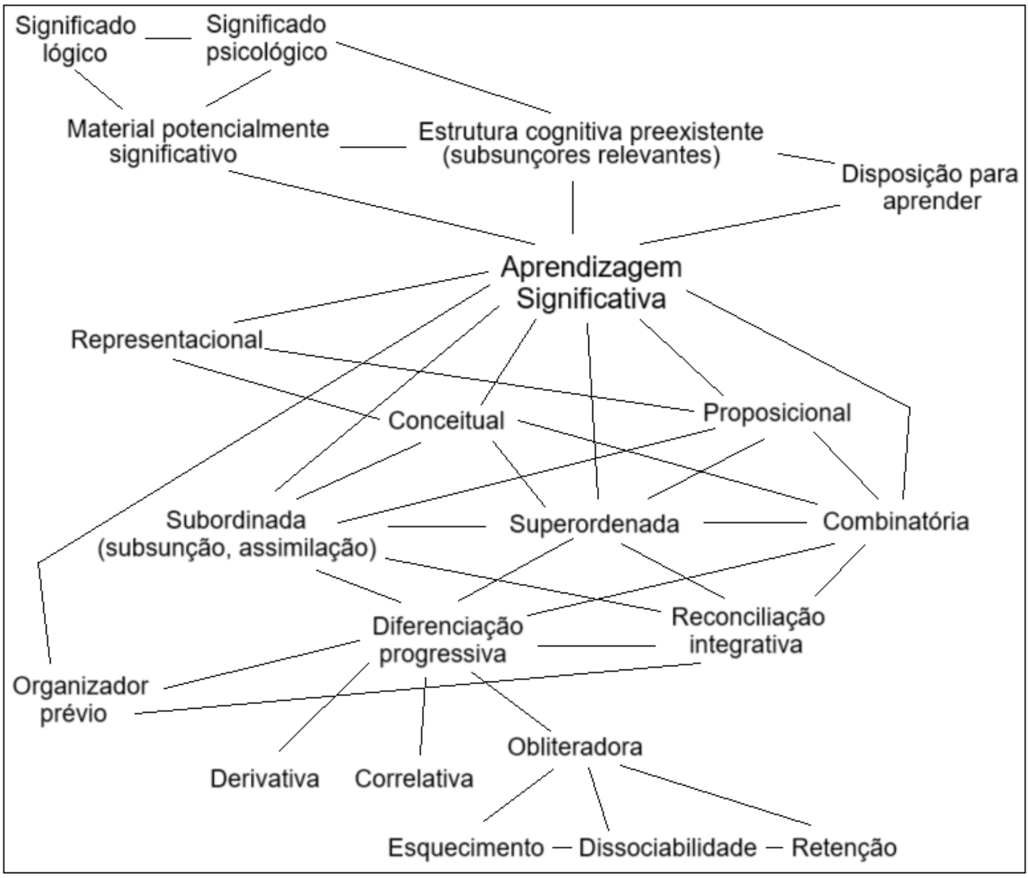
Sendo assim, para que haja uma aprendizagem significativa, é essencial que o conteúdo tenha sentido e relevância para quem aprende e que o aprendiz esteja genuinamente disposto a aprender. Esse processo pode se dar em diferentes níveis: a *aprendizagem representacional*, quando se compreende o significado de símbolos ou palavras; a *conceitual*, quando se entende e organiza ideias mais abstratas; e a *proposicional*, que envolve a assimilação de relações entre conceitos, permitindo formular novos significados e ideias mais complexas.

Neste contexto, Ausubel também descreve diferentes formas de integração desse conhecimento. A *aprendizagem subordinada* acontece quando um novo conteúdo se encaixa em um conceito já existente. Ela pode ser *derivativa*, ao apenas confirmar uma ideia, ou *correlativa*, ao expandir e modificar o que já se sabia. Já a *aprendizagem superordenada* ocorre quando a nova informação é mais ampla e passa a reorganizar conhecimentos anteriores. E a *combinatória* surge quando a nova ideia se relaciona de forma mais indireta com diversos elementos prévios, criando uma compreensão mais abrangente e integrada. Esses processos mostram que aprender não é apenas acumular informações, mas reorganizar e dar novos sentidos ao que já se conhece.

Com o tempo, o conhecimento significativo se torna parte da forma como o indivíduo pensa e compreende o mundo. Quando o novo conteúdo se incorpora de tal forma que já não depende mais dos conceitos que o ancoraram inicialmente, temos o que Ausubel define por *assimilação obliteradora*. Além disso, a aprendizagem significativa favorece a *diferenciação progressiva*, que aprofunda e refina os conceitos ao longo do tempo, e a *reconciliação integrativa*, que permite estabelecer relações entre ideias aparentemente desconectadas. Esse movimento constante de assimilação e reorganização faz com que o conhecimento se torne mais flexível, duradouro e útil na vida real.

Os principais conceitos, da teoria ausubeliana, discutidos neste texto estão situados no mapeamento trazido pela Figura 1.

Figura 1 – Mapa Conceitual para Teoria de Ausubel



Fonte: Autor, 2025, baseado em Moreira, 1993.

O desenvolvimento cognitivo é, segundo Ausubel (1978), um processo dinâmico no qual novos e antigos significados estão, constantemente, interagindo e resultando em uma estrutura cognitiva mais diferenciada, a qual tende a uma organização, onde conceitos mais gerais ocupam o ápice e conceitos menos inclusivos, assim como dados factuais e exemplos específicos são abrangidos.

2.2 Instrumentos Facilitadores

Os *mapas conceituais* e os *diagramas V* são instrumentos riquíssimos a serem utilizados em diversos processos nas etapas de ensino e aprendizagem. Os mapas, com mais facilidade e êxito em todas as etapas de ensino, inclusive na *Educação Básica*, já os diagramas, possuem uma eficácia maior em experimentos laboratoriais, campo de pesquisa, de certo modo, na *Educação Superior* (Moreira, 2006). Como instrumento avaliativo, ambos se tornam eficientes quando bem planejados, instruídos e utilizados pelo professor, podendo ser úteis em diferentes momentos da avaliação de aprendizagem significativa.

A utilização de ferramentas, instrumentos não tradicionais, no processo de ensino e de aprendizagem, são de suma importância e cabe, ao professor, investigar aquilo que seus aprendizes já sabem, planejar e fazer as escolhas dos materiais potencialmente significativos, lembrando que este material tem que, de certo modo, tornar o aluno disposto a aprender, pois só assim a aprendizagem significativa ocorrerá, e ensinar de acordo com o que se sabe e o que foi programado.

2.2.1 Mapas Conceituais e Diagramas V

Tomaremos, mapas conceituais, como sendo, um diagrama sistematizada onde a organização é hierárquica, em sua forma mais utilizada, têm sua estruturação de conceitos, vertical e horizontalmente, de modo que, conceitos gerais ficam na parte superior, conceitos subordinados, centralmente, e conceitos menos inclusivos, como exemplos, na parte inferior. Horizontalmente, são posicionados conceitos hierárquicos aproximados. Podemos adotar como exemplo, a introdução dos conceitos sobre "Números Racionais", onde o termo é posicionado superiormente como tema central, horizontalmente e centralmente, pode-se apresentar "Números Decimais", "Frações" e "Porcentagens" já que apresentam uma hierárquia equivalente e possuem uma conectividade entre si e, por fim, em sua parte inferior, trazer exemplos de números escritos em cada uma das formas apresentadas.

Na perspectiva de Novak (1981), para conseguir a reconciliação integrativa de maneira mais eficiente, a instrução deve ser organizada de tal forma que se "baixe e suba" nas hierarquias conceituais à medida que a nova informação é apresentada. De modo geral, os mapas conceituais, podem ser usados como instrumentos de ensino e/ou aprendizagem. Além disso, podem também ser utilizados como auxiliadores na análise e planejamento do currículo (Stewart et al., 1979).

Como dizem Gowin e Novak (1984, p. 14), "porque são representações explícitas, abertas, dos conceitos e proposições que uma pessoa tem, mapas conceituais permitem que professores e alunos troquem, negociem, significados até que compartilhem".

2.3 Ausubel e outros Teóricos

A teoria de Ausubel é uma das mais importantes quando se trata do campo educacional, tanto que vem sendo altamente discutida e comparada com outras teorias da aprendizagem. Embora o objetivo final seja comum para as diferentes abordagens de ensino, que é levar conhecimento ao indivíduo, as perspectivas sobre como esse processo ocorre podem variar substancialmente.

A seguir, faremos algumas comparações entre a teoria de Ausubel e outras que são tão influentes quanto. Essa comparação servirá para verificarmos os pontos de convergência e divergência dentre essas abordagens e ainda nos ajudará a compreender o valor único da teoria da aprendizagem de Ausubel na educação.

2.3.1 Ausubel vs Skinner

A teoria proposta por *B.F. Skinner*, do *Condicionamento Operante* é, assim como a teoria de Ausubel, influente no campo da aprendizagem. Na perspectiva de Skinner, o aprendizado ocorre como resultado de reforços e recompensas que modelam o comportamento (Skinner, 1972). Por exemplo, quando o professor entrega uma estrelinha dourada para alunos que corretamente realizaram uma tarefa, esse professor está aplicando o conceito de reforço positivo, pois a premiação (receber a estrelinha) reforça o comportamento desejado de realizar as tarefas corretamente. Com essa estratégia, espera-se que o aluno se sinta motivado a repetir esse comportamento para ganhar mais estrelinhas. Outra estratégia, no contexto da Gamificação - aplicativos educativos, o aluno recebe pontos ou desbloqueia níveis ao acertar respostas; nesse caso, ele associa o acerto a uma recompensa que o incentiva a continuar estudando.

De acordo com Skinner (1972, p. 1):

> [...] Explicamos por que uma pessoa se comporta como o faz, nos voltando para o ambiente e não para as atividades ou estados interiores. O ambiente foi eficaz durante a evolução das espécies e denominamos o resultado de dotação genética humana.

Para Skinner, a aprendizagem é reducionista, isto é, não considera fatores cognitivos, emocionais e sociais; mas ressalta à modificação do comportamento em resposta a estímulos externos. Sendo assim, o foco está no comportamento observável e nas consequências externas que influenciam esse comportamento. O que diverge à teoria de Ausubel, que por sua vez, foca na cognição e no processo interno pelo qual o aluno organiza e estrutura o conhecimento. Destaca ainda, que a aprendizagem não é apenas uma resposta a estímulos externos e, sim, um processo de integração de novos conteúdos a conceitos já formados na estrutura cognitiva do aluno.

2.3.2 Ausubel vs Bandura

O foco da *Teoria da Aprendizagem Social*, de *Albert Bandura*, é a aprendizagem observacional, onde o aprendizado é feito por meio de observações de modelos. Podemos notar a perspectiva dessa teoria em uma aula de matemática, por exemplo, quando o professor resolve um exercício na lousa de modo organizado e apresenta estratégias de resolução, enquanto isso os alunos observam o modelo do professor para aplicar as mesmas estratégias em outros exercícios.

Como diz Bandura (1986, p. 9):

> A representação serve como um guia para a reprodução comportamental. A aprendizagem por observação sem desempenho está amplamente documentada em estudos de modelagem utilizando um procedimento de aquisição sem resposta. Após assistir modelos realizarem modos

> novos de resposta, os observadores podem posteriormente descrever todo o padrão de comportamento com considerável precisão, e, dadas as condições apropriadas, eles frequentemente conseguem realizar reproduções comportamentais sem erros na primeira tentativa de teste.

Para Bandura, não há necessidade de reforço ou experiências para uma aprendizagem e, sim, que se pode aprender por meio de imitações ou modelos. Em contrapartida a teoria de Ausubel é cognitiva e, como tal, rejeita a premissa de que somente o estímulo e a resposta (comportamento observável) devem ser objeto de estudo.

De todo modo, as teorias compreendem a importância do contexto social na aprendizagem, porém abordam esse conceito de maneiras distintas. Para Bandura, a observação e a imitação são fundamentais no processo de aprendizagem e, sua teoria se concentra nas influências externas e sociais. Por outro lado, Ausubel enfatiza a integração ativa de conteúdos ao conhecimento prévio do estudante e propõe que o conhecimento é construído internamente, através da organização mental do aluno.

2.3.3 Ausubel vs Bruner

A teoria da *Aprendizagem por Descoberta*, de *Jerome Bruner*, sugere o encorajamento dos alunos a descobrir o conhecimento com seus próprios meios, tornando assim o aluno mais ativo. Nesse contexto, o professor deve atuar como um facilitador, apenas direcionando e orientando em vez de dar a resposta direta.

Nessa perspectiva, o aluno é incentivado a resolver problemas e solucionar casos de maneira independente. Para isso, a teoria enfatiza que a preparação do conteúdo deve ser apresentada de maneira a proporcionar uma descoberta gradual, partindo da exploração de conceitos mais simples para que o aluno construa seu próprio conhecimento e tente explorar problemas de maior complexidade. Com isso, espera-se que o aluno seja capaz de explorar e experimentar mais, ao invés de simplesmente receber conhecimento. A aprendizagem é melhor alcançada através da descoberta, quando o aprendiz está ativamente engajado no processo, em vez de ser um receptor passivo de informações (Bruner, 1976).

Mesmo que a teoria de Bruner defenda a aprendizagem ativa, ela difere da teoria de Ausubel no ponto em que Bruner sugere que os alunos devem ser deixados para obter conhecimentos sozinhos, sem a necessidade de um conhecimento prévio, enquanto que Ausubel defende a todo momento que para o aluno adquirir novos conhecimentos ele precisa de um conhecimento prévio, e mais, que o novo conhecimento tem que interagir de maneira lógica com o conhecimento já estruturado cognitivamente.

2.3.4 Ausubel vs Piaget

Ambas as teorias, a *Teoria Construtivista* de *Jean Piaget* e a Teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel, convergem na ideia de que a aprendizagem é um processo ativo. Para Piaget, o indivíduo aprende através da interação com o mundo em que está inserido, por meio de experimentos mentais que resultam em estágios de desenvolvimento cognitivo. O conhecimento é construído ativamente pelo sujeito, e não uma simples cópia do mundo exterior (Piaget, 1974).

As divergências ocorrem em alguns pontos como, Piaget centraliza a criança na construção do seu próprio conhecimento conforme interage com o meio e à medida que progride por estágios específicos de desenvolvimento cognitivo. Segundo Piaget (1974), a aprendizagem ocorre em níveis e, para atingir posteriores níveis, o anterior tem que ter sido adquirido. Já Ausubel tem como proposta que a aprendizagem significativa é uma relação do novo com aquele já compreendido na estrutura cognitiva do aluno e isso independe da idade ou estágio de aprendizagem. O foco aqui está em como novas informações são organizadas, enquanto que Piaget enfatiza a adaptação e reorganização cognitiva.

Como aponta Piaget (1974, p. 15):

> O desenvolvimento cognitivo é um processo contínuo de reorganização de estruturas cognitivas, que ocorre em diferentes níveis. Cada nova etapa do desenvolvimento é construída sobre as anteriores, onde cada estágio se torna uma estrutura mais complexa que integra os esquemas anteriores, sem descartá-los, mas reorganizando-os para permitir novos tipos de raciocínio.

Ambas as teorias valorizam o conhecimento prévio, mas Piaget enfatiza a adaptação e reorganização cognitiva, enquanto Ausubel destaca a importância da estruturação lógica e hierárquica do conteúdo.

2.3.5 Ausubel vs Vygotsky

A teoria de *Lev Vygotsky*, sobre a *Zona de Desenvolvimento Proximal*, defende que o aprendizado ideal ocorre na interação entre o que se sabe e onde se pode chegar com ajuda, de um alguém mais experiente, seja professor ou colega com uma estrutura cognitiva mais avançada. Segundo Vygotsky (1981), sua teoria é definida na distância entre o nível de conhecimento que a criança possui e o nível que a mesma pode atingir com auxílio.

Ausubel enxerga a sua teoria como um processo individual de organização cognitiva, enquanto Vygotsky enfatiza a interação social e no suporte do professor. Ambas as teorias focam na importância do conhecimento prévio, porém, como já dito, Ausubel é mais enfático na estruturação e organização internas do conteúdo e Vygotsky destaca o contexto social e mediação.

2.3.6 Síntese das Teórias Discutidas

A Teoria da Aprendizagem Significativa de David Ausubel fornece uma compreensão de como o indivíduo adquiri seu conhecimento de maneira estruturada e organizada, e ainda, como os docentes podem fazer com que os alunos alcancem seus objetivos com eficácia.

Ao destacar a importância dos subsunçores, dos organizadores prévios, da hierarquia cognitiva, a teoria deixa claro como a aprendizagem acontece e auxilia o professor sobre os cuidados que deve ter em reconhecer os conhecimentos já consolidados e empregados trazidos pelos alunos, além de organizar o ambiente para que seja confortável e preparar um material potencialmente significativo para que a aprendizagem se torne de fato significativa.

A abordagem e aplicação da teoria, que enfatiza a integração ativa do aluno nos estágios de aprendizagem, faz com que os conhecimentos sejam realmente compreendidos, estruturados, organizados e até aplicados em diferentes contextos do cotidiano do aluno. E com tudo, pretende-se que o estudante atinja uma aprendizagem de excelência.

Por fim, a teoria ausubeliana compartilha diversas ideias com demais teorias, como a ênfase na aprendizagem ativa e a importância dos subsunçores, mas diverge em sua ênfase na organização lógica e hierárquica. Skinner e Bandura defendem o comportamento observacional, e Piaget e Vygotsky se escoram no desenvolvimento cognitivo e na mediação social. Já Ausubel, tem como foco o processo interno de organização do conhecimento, tornando assim, uma aprendizagem duradoura, integrada, formando assim, indivíduos críticos e criativos.

3 Metodologias de Ensino - Resolução de Problemas e Modelagem Matemática à Luz da Teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel

A compreensão de que o conhecimento prévio do aluno é a base para uma aprendizagem significativa faz com que o professor elabore estratégias de ensino mais ativas e engajadoras. Na matemática, isso quer dizer, desviar de paradígmas, que apontam o ensino da matemática como simples processos de memorização e aplicação de fórmulas, para práticas que torne o aluno mais envolvido e interessado, onde ele possa construir e reorganizar seus próprios conhecimentos respeitando suas experiências e particularidades.

Nesse contexto, metodologias como a *Resolução de Problemas* e a *Modelagem Matemática* ganham força, pois promovem o protagonismo a partir de situações inseridas no cotidiano do aluno. Essas abordagens alinhadas à Teoria da Aprendizagem Significativa favorecem a compreensão de conceitos, o desenvolvimento crítico e criativo, e ainda, estabelece uma relação entre a teoria e a prática.

3.1 Resolução de Problemas: algumas perspectivas

A resolução de problemas matemáticos remonta à antiguidade, como comprova o Papiro de Rhind ou Papiro Ahmes, escrito por volta de 1650 a.C. que contém uma coleção de problemas matemáticos envolvendo multiplicação, divisão e problemas do cotidiano da civilização egípcia (Boyer e Merzbach, 2011).

Neste contexto, autores como Pólya (1995), Pozo (1998), Pozo e Angón (1998), Onuchic (1999) e Onuchic e Allevato (2004), assim como as orientações curriculares expressas nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) – Matemática (Brasil, 1997), defendem a importância da *resolução de problemas* como método de ensino da matemática.

No início, o ensino da matemática no Brasil era predominantemente focado na memorização de fórmulas e na repetição de procedimentos. Com o avanço da Educação Matemática, enfatizou-se a ideia de que o ensino da matemática deveria ter como centro o estudante.

A proposta da metodologia de resolução de problemas, que começou no final da década de 80 e início da década de 90 a ser vista como estratégia de construção de conhecimento de matemática (Onuchic, 1999), consiste em utilizar situações-problema como ponto de partida. Em linhas gerais, adotar essa estratégia significa assumir que a aprendizagem matemática ocorre de forma mais efetiva quando o estudante é desafiado a refletir, argumentar e propor soluções, conferindo aos conceitos trabalhados sentido e aplicabilidade.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) indicam a abordagem de resolução de problemas como ponto de partida para inserção de atividades e conteúdos em sala de aula, pois, por um lado, essa abordagem evita uma aprendizagem mecânica e, por outro, possibilita a construção de conhecimento significativo, uma vez que as situações-problema podem estimular nos alunos conexões entre os conteúdos e seus conhecimentos prévios. O arcabouço teórico desta metodologia encerra habilidades de interpretação, capacidade de pensar crítica e independentemente e, ainda, propicia a elaboração de estratégias de resolução, tornando os alunos um elo ativo na construção do seu desenvolvimento.

Em sua obra clássica, Pólya (1995) convida professores e alunos a enxergarem os problemas não como obstáculos, mas como oportunidades para praticar a criatividade e desenvolver o raciocínio lógico. Para ele, a resolução de problemas não se trata de um dom, mas de uma habilidade que é adquirida com prática, dedicação e reflexão do que é executado na resolução do problema (Pólya, 1995, p. 5).

Pólya, nesse trabalho, propõe um campo de estratégias que colaboram para que os alunos aprendam e desenvolvam habilidades em resolver problemas. Este processo é organizado em quatro etapas, na seguinte ordem: compreender a questão, planejar roteiros de possíveis soluções, praticar aquilo que foi planejado e, ao encontrar uma solução, refletir sobre o processo analisando os passos para garantir o êxito. Pólya também apresenta o conceito das *heurísticas* que, por sua vez, são estratégias gerais para resolver questões. As heurísticas não chegam a ser fórmulas, mas orientações gerais que podem ser aplicadas em diferentes tipos de problemas envolvendo a matemática.

Enquanto Pólya oferece um caminho claro e organizado para resolver problemas, indicando estratégias para enfrentar os desafios, Pozo (1998) amplia essa visão ao refletir sobre como pensamos e aprendemos ao longo desse processo. Para ele, resolver problemas não é apenas aplicar técnicas/fórmulas ou seguir um roteiro padrão, mas um ato de dar significado ao que estamos fazendo. Segundo Pozo (1998, p. 32)

> Aprender a resolver problemas é, antes de tudo, aprender a compreender o problema; trata-se de analisar e interpretar a informação disponível, relacioná-la a conhecimentos prévios e reconstruí-la para gerar novos significados. Isso exige do aprendiz um esforço ativo e reflexivo, pois não se trata apenas de reproduzir uma solução previamente aprendida, mas de enfrentá-lo de forma autônoma. Resolver problemas é um exercício constante de reformulação da própria aprendizagem, porque exige não só que se entenda a solução, mas que se entenda o problema.

Ainda segundo a perspectiva de Pólya, o estudante é responsável pelo seu aprendizado. Para conectar o aluno a essa responsabilidade, as situações-problema devem fazer parte da rotina do aluno, tornando sua resolução uma experiência mais concreta e real, oportunizando, dessa forma, uma aprendizagem duradoura e significativa. Para os autores, Pozo e Angón (1998, p.45)

> [...] a aprendizagem significativa exige não apenas que os estudantes mobilizem os conhecimentos adquiridos, mas também que sejam capazes de utilizá-los de forma adaptativa em contextos reais e variados. Aprender é, antes de tudo, uma questão de construir e reconstruir o conhecimento a partir da experiência e das demandas do problema.

Pozo e Angón defendem que a aprendizagem é significativa quando o aprendiz é desafiado a pôr em prática suas habilidades e conhecimentos, tanto em situações diversas quanto em novas situações. Defendem ainda que, utilizar a metodologia de situações-problema não é apenas analisar, pontuar ou classificar o estudante com base no resultado final, mas é avaliar todo o processo de aprendizagem, verificando cada passo e progresso atingido pelo aluno, o que hoje é definido como *avaliação formativa*.

A respeito desses papéis, Onuchic (1999) complementa nos trazendo uma abordagem que coloca o aprendiz no centro do aprendizado, destacando o papel ativo que ele deve desempenhar na construção do próprio conhecimento. Como afirma Onuchic (1999, p. 45): "Resolver problemas é uma forma de colocar o aluno no centro de sua aprendizagem, estimulando-o a questionar, analisar e descobrir por si mesmo as respostas."

Na tentativa de elucidar essa questão, Onuchic e Allevato (2004) também apontam que aprender a resolver problemas, está a par de memorização, é momento de descoberta, uma vez que os aprendizes exploram, investigam e aprendem juntos. No tocante à sala de aula, esta deve se tornar um ambiente proativo por meio da criação de grupos de alunos, onde o erro é visto como uma forma de aprender e cada desafio é uma chance para evoluir. De acordo com as autoras:

> A resolução de problemas, quando bem planejada e conduzida, pode transformar o ambiente escolar em um espaço de criação e reflexão, onde o estudante se sente motivado a explorar possibilidades e construir seus próprios significados. Nessa abordagem, o professor não é o dono das respostas, mas um facilitador que conduz os estudantes em direção ao pensamento crítico e à descoberta. Trata-se de um processo em que ambos, professor e aluno, aprendem e crescem mutuamente. A aprendizagem significativa, nesse sentido, nasce da interação, do incentivo ao questionamento e da valorização do caminho percorrido, e não apenas do resultado final. (Onuchic e Allevato, 2004, p. 92)

Essa abordagem nos faz refletir que a resolução de problemas trata-se de promover a autonomia do aprendiz, incentivando-o a pensar, trabalhar em equipe e tomar decisões. Assim, *ensinar* a resolver problemas é preparar o aluno para enfrentar os desafios da vida de forma confiante e reflexiva. Enfatizam ainda, a necessidade do docente em desenvolver a competência de criar ambientes para que essa aprendizagem seja efetiva e que o erro, visto pelo aluno como fracasso, seja entendido e refletido como parte do processo de aprendizagem do conhecimento.

A respeito da criação de cenários propícios e engajadores, o professor deve procurar proporcionar problemas que carregam o conhecimento prévio do aluno; mas que ainda sejam desafiadores, com o objetivo de que os estudantes detenham a autonomia de seu desenvolvimento. Nesse cenário, o professor se coloca como mediador, enquanto os estudantes atuam como protagonistas de seu próprio conhecimento.

Mediante as perspectivas levantadas, podemos constatar que a metodologia de ensino através da resolução de problemas não é apenas uma ferramenta de aprendizagem de matemática, mas uma riquíssima fonte para o desenvolvimento de competências e habilidades preconizadas na Base Nacional Comum Curricular. E também uma forma de conexão entre o saber e o fazer, entre o professor e o seu aprendiz e, ainda, entre as situações em sala de aula com os problemas enfrentados fora dela, sendo assim, um aprendizado significativo que vai além dos muros da escola.

3.2 Modelagem Matemática: algumas perspectivas

Tendo em vista as dificuldades dos alunos em compreender e atribuir significado aos conteúdos de matemática apresentados em sala de aula de maneira tradicional - por meio de aulas expositivas - a busca por outras metodologias/estratégias para mudar esse cenário deve ser constante nas práticas docentes. Para isso, de acordo com pesquisas em Educação Matemática como (D'Ambrósio, 2005) e (Freire, 2014), será preciso que o professor invista, do ponto de vista pedagógico, em abordagens que conduzam cada aluno ao seu protagonismo, isto é, que levem em conta as habilidades cognitivas de cada um, no intento de auxiliá-los a estabelecer conexões da matéria com situações de seu cotidiano e da sociedade.

Para auxiliar o professor de matemática nessa tarefa, diversos pesquisadores identificam a *Modelagem*, quando bem planejada, como uma prática pedagógica promissora. Isso se deve ao seu caráter investigativo, que, ao ser articulada com temas relevantes e próximos da realidade dos alunos, favorece uma maior participação nas atividades em sala de aula. Além disso, a Modelagem também se destaca por sua natureza interdisciplinar, proporcionando aos estudantes uma formação mais ampla, como indicam os trabalhos (Bassanezi, 2004), (Barbosa, 2004), (Bean, 2001), (Biembengut, 2000), (Cury, 2004), (Moreira, 1992), (Burak, 1987), (D'Ambrósio, 1986).

De modo mais esclarecedor, os trabalhos citados indicam que, ao propor atividades problematizadas e contextualizadas que envolvam a Modelagem, as ações investigativas realizadas pelos estudantes favorecem o desenvolvimento de habilidades como, a reflexão crítica, o trabalho cooperativo, a formulação de conjecturas e estratégias, além da atribuição de significados aos problemas abordados. Nesse sentido, D'Ambrósio (1986), em seu livro *Da realidade à ação*, é preciso em dizer que

> O indivíduo é parte integrante e ao mesmo tempo, observador da realidade. Sendo que ele recebe informações sobre determinada situação e busca, através da reflexão, a representação dessa situação em grau de complexidade. Para se chegar ao modelo é necessário que o indivíduo faça uma análise global da realidade na qual tem sua ação, onde define estratégias.

O estudante, ao protagonizar a prática de resolução de uma situação-problema, tende a se tornar mais confiante e engajado no processo de aprendizagem. Essa postura ativa está alinhada às concepções de Ausubel, que enfatiza a importância da disposição para aprender como elemento central na aprendizagem significativa.

A tarefa de propor situações-problema atuais e reais, bem como materiais que auxiliem os estudantes, *cabe*, não exclusivamente, ao professor e exigir-se-á um preparo mais apurado, em vista da imprevisibilidade ocasionada pela variação de ideias geradas pelas possíveis respostas dos alunos. Nesse sentido, o professor, inicialmente, precisará realizar um *diagnóstico* de seus alunos, às vezes, até de maneira individual, antes de propor alguma atividade de Modelagem para, então, poder atingir a todos. Quanto ao *planejamento* do material, como defende Ausubel, esse deve ser lógico, claro e potencialmente significativo para todos os estudantes, independentemente de sua estrutura cognitiva e, assim, a aprendizagem será de fato significativa.

A experiência de ensino de matemática proposta no Capítulo 5 será embasada teoricamente em Barbosa (2004, p.3), que na perspectiva da Educação Matemática, entende "que a Modelagem é um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a problematizar e investigar, por meio da Matemática, situações com referência na realidade".

Neste contexto, o autor explica que a prática de *problematizar* encerra a formulação de perguntas e a proposição de situações-problema; por sua vez, *investigar* envolve a busca, seleção, organização, manipulação e análise de informações, além da reflexão crítica sobre elas. Tais atividades não se desenvolvem de maneira isolada, mas se articulam ao longo do processo de engajamento dos estudantes com a atividade proposta. Dessa forma, torna-se possível levantar indagações e realizar investigações que favorecem a construção de um conhecimento mais reflexivo e significativo.

Antes de adentrarmos nas perspectivas sobre as *tarefas* (veja Seção 5.1, 5.2 e 5.3) que cabem ao professor para propor situações-problema em sala de aula que utilizam a essência da Modelagem, buscamos na literatura mais perspectivas sobre a concepção de modelo e a de Modelagem como proposta de ensino de matemática, a fim de nortear nossa proposta de trabalho em sala de aula. Dito isso, a seguir, apresentamos um levantamento bibliográfico das contribuições de alguns autores sobre a temática.

De acordo com Monteiro (1992), há dois grupos que utilizam a Modelagem: os que a utilizam como um método de pesquisa em matemática e os que a utilizam como um método pedagógico de ensino e aprendizagem da matemática. Com relação ao segundo grupo, a autora entende a modelagem como um caminho para o ensino e a aprendizagem da matemática, no qual o aluno parte de uma *realidade observada*.

Realidade esta, que vem a ser a compreensão dos conceitos que contornam determinadas situações cotidianas, e essas compreensões são baseadas nos conhecimentos prévios e nas experiências do indivíduo. Em outras palavras, é a percepção do ser com tudo ao seu redor, uma relação humana com o ambiente.

Para Bassanezi (2004), um dos primeiros pesquisadores a difundir a Modelagem no contexto da Educação Matemática, a Modelagem é

> um processo dinâmico utilizado para a obtenção e validação de modelos matemáticos. É uma forma de abstração e generalização com a finalidade de previsão de tendências. A modelagem consiste, essencialmente, na arte de transformar situações da realidade em problemas matemáticos cujas soluções devem ser interpretadas na linguagem usual. A modelagem é eficiente a partir do momento que nos conscientizamos que estamos sempre trabalhando com aproximações da realidade, ou seja, que estamos elaborando sobre representações de um sistema ou parte dele (Bassanezi, 2004, p. 24).

A ideia descrita por Bassanezi está representada na Figura 2. Na visão do autor, as situações reais são convertidas e explicadas por meio de situações matematizadas, isto é, por meio de hipóteses e aproximações intrínsecas do problema.

Figura 2 – Esquema Simplificado de Modelagem Matemática

Fonte: Bassanezi, 2004, p. 44.

Nessa linha, Burak (1987) vê a Modelagem como um conjunto de procedimentos, cujo objetivo é construir um paralelo para tentar explicar, matematicamente, os fenômenos do cotidiano, auxiliando o homem a fazer previsões e a tomar decisões com mais confiança e criatividade. Bean (2001) destaca, quando define a essência da Modelagem, o conceito de "modelo matemático" como uma aproximação da realidade. Segundo o autor

> A essência da modelagem matemática consiste em um processo no qual as características pertinentes de um objeto ou sistema são extraídas, com a ajuda de hipóteses e aproximações simplificadoras, e representadas em termos matemáticos (o modelo). As hipóteses e as aproximações significam que o modelo criado por esse processo é sempre aberto à crítica e ao aperfeiçoamento. (Bean, 2001, p. 53).

Além disso, como afirma o autor, simplesmente aplicar dados retirados de um problema — como os encontrados na indústria — a um modelo já pronto não caracteriza uma prática de Modelagem. Isso porque, nesse caso, não há formulação de hipóteses nem simplificações específicas feitas pelo modelador (Bean, 2001).

Por fim, Cury (2004) corrobora a perspectiva de Barbosa (2004) quando relata a experiência de um projeto de Modelagem realizado por alunos de um curso de Sistema de Informação. Nesse contexto, a condução do projeto previa que a formulação dos problemas emergisse, a priori, dos campos de atuação profissional dos próprios alunos, ou seja, as situações a serem modeladas seriam advindas de fora da matemática, evidenciando também a natureza interdisciplinar da Modelagem Matemática.

Vale evidenciar que o ensino por meio da Modelagem também requer uma mudança de paradigma por parte do professor, pois requer uma nova forma de elaborar as atividades e conduzir o ensino da matemática por meio delas. Essas situações podem ser consideradas desafiadoras, especialmente para professores acostumados a explanar os conhecimentos da forma tradicional, já que por meio da modelagem a conduta do professor deve propiciar aos estudantes o desenvolvimento do pensamento crítico e a busca de soluções criativas. É importante observar que o desenvolvimento da autonomia ocorre com aperfeiçoamento da criatividade.

3.2.1 Modelagem Matemática em sala de aula

Seguindo as perspectivas de Barbosa (2004), abordamos nesta subseção, de forma sucinta, a Modelagem enquanto proposta curricular, reconhecendo que sua implementação pode assumir diferentes formas. Incorporá-la ao ensino significa romper com paradigmas e promover a problematização e a investigação de situações ancoradas na realidade. Esse ambiente de aprendizagem estimula os alunos a formular perguntas, buscar e organizar dados, analisar informações e desenvolver estratégias para resolver os problemas propostos, mesmo quando partem de situações iniciais sugeridas pelo professor.

Mais do que aplicar conhecimentos prévios, a Modelagem favorece a construção de novos saberes e o desenvolvimento do pensamento crítico e reflexivo, evidenciando seu caráter interdisciplinar e seu potencial transformador no contexto educacional.

Por não se adequar ao tradicionalismo, Barbosa (2001, 2004), ao invés de nomear por etapas ou níveis de ensino, prefere definir como *regiões de possibilidades*, que simplesmente chamou de *casos* e os numerou de 1 a 3.

Caso 1 - O professor apresenta aos estudantes um problema com todos os seus dados, cabendo aos alunos apenas a investigação. Nesse caso, os alunos não tem a necessidade de sair do ambiente da sala de aula para coletarem dados para solucionar o problema apresentado, tornando assim uma atividade tecnicamente curta.

Caso 2 - Aqui o problema apresentado faz com que a investigação dos estudantes seja fora da sala de aula, isto é, para que seja feita a coleta de novos dados, para efetuarem a solução do problema, os alunos tem que transitar pelo ambiente escolar. Nesse caso, cabe ao professor apenas formular o problema e os estudantes se responsabilizam pela condução das tarefas.

Caso 3 - A partir de temas não-matemáticos, aqui desenvolvidos, podem ser trazidos e pensados tanto pelo professor quanto pelo aluno. Porém a elaboração, contextualização, coleta de dados e resolução do problema construído são tarefas organizadas pelos estudantes.

Essa perspectiva mostra que, do caso 1 para o 3, as responsabilidades pelas elaborações das atividades vão se tornando cada vez mais compartilhadas e transferidas do professor para o aluno. No Quadro 1 podemos enxergar esse esquema com mais clareza.

Quadro 1 – Tarefas no Processo de Modelagem

	Caso 1	Caso 2	Caso 3
Formulação de Problema	Professor	Professor	Professor/Aluno
Simplificação	Professor	Professor/Aluno	Professor/Aluno
Coleta de Dados	Professor	Professor/Aluno	Professor/Aluno
Solução	Professor/Aluno	Professor/Aluno	Professor/Aluno

Fonte: Barbosa, 2001, 2004.

Em todos os casos descritos fica evidente o quão a Modelagem é flexível em diversas situações de ensino e aprendizagem. Pois existem casos em que a ivestigação será feita de forma simples e rápida como aponta o caso 1 e, também existem problemas em que as investigações demandaram tempo como é presente nos casos 2 e 3. De todo modo, destaca-se a perspectiva crítica.

Ao considerar as metodologias Resolução de Problemas e Modelagem Matemática na perspectiva da Teoria da Aprendizagem Significativa, nota-se que elas se complementam no propósito de tornar a aprendizagem mais interativa e próxima da realidade do aluno. A Resolução de Problemas ajuda o estudante a pensar com autonomia e a dar sentido nos conceitos que são trabalhados. Já a Modelagem traz situações reais, que serão exploradas utilizando ideias matemáticas, instigando a curiosidade, a investigação e o diálogo. Juntas, elas vão além do ambiente sala de aula, tornando-a um espaço de descoberta, onde o novo conhecimento é conectado ao já pré-estabelecido, fazendo com que seus saberes sejam ampliados.

Nas sequências didáticas que serão apresentadas, no Capítulo 5 e relatadas no Capítulo 6, essas metodologias caminharão lado a lado, ofertando aos estudantes diferentes formas de aprender e se integrar com a matemática. Nesse ambiente de aprendizagem o professor atua como mediador e facilitador, enquanto o aluno, como protagonista de seu próprio conhecimento. Haverá momentos de resolução de problemas, para desenvolver raciocínio e compreensão dos conceitos, e momentos de modelagem, despertando a criatividade, a análise crítica e a conectividade com a realidade. Com isso, as sequências propostas buscarão estabelecer a matemática como um instrumento facilitador para compreender situações cotidianas, promovendo uma aprendizagem mais duradoura e significativa.

4 Geometria Plana e o GeoGebra

Nas escolas, a Geometria Plana estudada é, em sua maior parte, a Geometria Euclidiana, que tem como base os postulados do matemático grego Euclides, expostos em sua obra Os Elementos (século III a.C.). Neste contexto, a forma como os triângulos são apresentados nos primeiros anos do Ensino Fundamental II influencia diretamente a formação do raciocínio lógico ou espacial, bem como a compreensão e o uso dos conceitos geométricos nas etapas seguintes. A relevância de tais formas geométricas no ensino escolar é enfatizada por Lima e Carvalho (2010, p. 153)

> Dentre as figuras geométricas, os triângulos estão, sem dúvida, entre as mais importantes. Eles podem se constituir em 'células básicas' para a construção de muitas das figuras que estudamos na geometria e, além disso, escondem, na sua aparente simplicidade, uma enorme riqueza de propriedades matemáticas.

Com o propósito de criar um ambiente de aprendizagem sobre a geometria dos triângulos, as situações didáticas propostas almejam incentivar os alunos a formular perguntas, investigar propriedades geométricas e resolver problemas de origem matemática e não matemáticas do cotidiano (Barbosa, 2001).

Para isso, a integração do *software* GeoGebra terá papel essencial na experiência de aprendizagem. Essa ferramenta oferece um ambiente interativo e dinâmico em que os alunos podem visualizar conceitos geométricos, como a soma dos ângulos internos de triângulos, semelhança e aplicações do Teorema de Pitágoras, tornando o aprendizado mais prazeroso e promovendo maior engajamento dos alunos. A interação com recursos tecnológicos, como destacam Oliveira e Santos (2021), não apenas motiva os alunos, mas também amplia sua capacidade de análise crítica e resolução de problemas.

4.1 Geometria dos Triângulos

Nesta seção, o conteúdo proposto explora a natureza fundamental dos triângulos. Define, conforme nos livros (Júnior, 2022), triângulo como uma figura de três lados, aborda a condição de existência, discute suas classificações com base em lados e ângulos, bem como cevianas, mediatrizes e os pontos notáveis.

Definição 1. Dados três pontos A, B e C não colineares, à reunião dos segmentos AB, AC e BC chama-se triângulo ΔABC. Um triângulo ΔABC possui diversos elementos fundamentais que são essenciais para a compreensão de suas propriedades matemáticas.

1) **Condição de Existência**: Para que o triângulo seja possível, é necessário que a soma das medidas de dois segmentos seja sempre maior que a medida do terceiro. Essa condição de existência é conhecida como *desigualdade triangular*. Em suma, dados três segmentos AB, BC e AC é possível formar o ΔABC se, e somente se:

$$\overline{AB} < \overline{AC} + \overline{BC}$$
$$\overline{AC} < \overline{AB} + \overline{BC}$$
$$\overline{BC} < \overline{AC} + \overline{AB}$$

2) **Classificação quanto aos Lados**

   - *Triângulo equilátero*: possui os três lados com a mesma medida;
   - *Triângulo isósceles*: possui dois lados com a mesma medida;
   - *Triângulo escaleno*: possui os três lados com medidas diferentes.

3) **Classificação quanto aos Ângulos**

   - *Triângulo retângulo*: possui um ângulo (reto) de $90°$;
   - *Triângulo acutângulo*: possui os três ângulos (agudos) maior do que $0°$ e menor do que $90°$;
   - *Triângulo obtusângulo*: possui um ângulo (obtuso) maior do que $90°$ e menor do que $180°$.

Definição 2. Os segmentos de reta que conectam um vértice de um triângulo ao lado oposto são chamados de *cevianas*. As principais cevianas encontrados no triângulo são: *alturas*, *bissetrizes* e *medianas*.

4) **Pontos Notáveis**

   - *Baricentro*: é ponto de interseção das três medianas (ceviana que conecta o vértice ao ponto médio do lado oposto). O baricentro também é conhecido como *centro de gravidade do triângulo*;
   - *Incentro*: é ponto de interseção das três bissetrizes (ceviana que divide os ângulos internos do triângulo ao meio). O incentro é o ponto que dista igualmente dos lados do triângulo e também é o *centro da circunferência inscrita no triângulo*;
   - *Ortocentro*: é o ponto de interseção das três alturas (ceviana que conecta o vértice ao lado oposto perpendicularmente);

Definição 3. As retas que interceptam os pontos médios de cada lado do triângulo perpendicularmente, são denominadas *Mediatrizes*.

- *Circuncentro*: é o ponto de interseção das três mediatrizes. O circuncentro também é conhecido como *centro da circunferência circunscrita no triângulo*.

No triângulo equilátero, os quatro pontos notáveis (baricentro, incentro, ortocentro e circuncentro) coincidem em um único ponto central. Esse fato reflete a perfeita simetria desse tipo de triângulo.

Dito isso, é importante que o ensino de Geometria ofereça formas mais acessíveis e envolventes para os discentes aprenderem. Nesse sentido, as tecnologias digitais podem ajudar, tornando o conteúdo mais visual, dinâmico e próximo da realidade dos estudantes. O GeoGebra, como já adiantado no início deste capítulo, se destaca como uma ferramenta prática e intuitiva, que permite explorar os conceitos geométricos de forma transparente e significativa.

4.2 Educação na Era Tecnológica: O papel do professor como orientador da aprendizagem

Na contemporaneidade, o uso de tecnologias em sala de aula torna-se cada vez mais indispensável para acompanhar as mudanças na sociedade e nos processos de aprendizagem. Contudo, para que essas ferramentas sejam empregadas de maneira eficaz, é essencial que o professor esteja adequadamente capacitado para utilizá-las de forma intencional e pedagógica.

O papel do professor, antes centrado na transmissão de conteúdos, evoluiu para o de orientador da aprendizagem. Neste contexto, o professor é um guia, fazendo com que o aluno pense e estimule suas capacidades, crie oportunidades de utilizar os seus talentos, respeitando os diversos modos de aprender. Cabe ressaltar que o computador é somente uma máquina e, para que se torne uma ferramenta didática, necessita de um professor capacitado.

Nesse sentido, o professor assume a responsabilidade de promover o protagonismo do aluno, guiando-o na construção do conhecimento e fomentando a autonomia intelectual. Essa transição do professor para um papel de facilitador é também enfatizada pelos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs), que destacam:

> O professor é visto, então, como facilitador no processo de busca de conhecimento que deve partir do aluno. Cabe ao professor organizar e coordenar as situações de aprendizagem, adaptando suas ações às características individuais dos alunos, para desenvolver suas capacidades e habilidades intelectuais. (Brasil, 1997, p. 31).

A prática docente, conforme os PCNs, pressupõe uma concepção de ensino e aprendizagem que envolve a interação entre professor e aluno, as metodologias empregadas e o contexto social em que estão inseridos. Segundo os PCNs (Brasil, 1997, p. 30):

> A prática de todo professor, mesmo de forma inconsciente, sempre pressupõe uma concepção de ensino e aprendizagem que determina sua compreensão dos papéis de professor e aluno, da metodologia, da função social da escola e dos conteúdos a serem trabalhados. [...] Tais práticas se constituem a partir das concepções educativas e metodologias de ensino que permearam a formação educacional e o percurso profissional do professor.

Com o advento das tecnologias digitais, o acesso à informação e às ferramentas interativas transformou as demandas das novas gerações de estudantes. Nesse cenário, é importante que os professores incorporem estratégias pedagógicas que integrem as tecnologias educacionais de forma a engajar os alunos, atender às suas necessidades individuais e explorar diferentes estilos de aprendizagem, e ainda, é fundamental ressaltar que as tecnologias, por si só, não garantem uma transformação educacional eficaz. Apenas se tornam ferramentas poderosas quando utilizadas por educadores que compreendem seu potencial pedagógico e as integram em estratégias que valorizem o aprendizado significativo e ativo.

4.3 O uso de Tecnologias Digitais na Educação

A incorporação de tecnologias digitais na educação está intimamente ligada às políticas educacionais que promovem a *Cultura Digital*. Estas políticas visam integrar as *Tecnologias da Informação e Comunicação* (TIC) no ambiente escolar, reconhecendo-as como recursos pedagógicos essenciais para o desenvolvimento das competências do século XXI. A cultura digital na educação vai além do simples uso de dispositivos tecnológicos e engloba a transformação das práticas educativas para alinhar-se com as demandas de uma sociedade cada vez mais tecnológica e conectada (Gomes-Júnior, 2016).

No Brasil, a *Base Nacional Comum Curricular* (BNCC) estabelece diretrizes gerais para a educação básica, incluindo a competência digital como uma habilidade essencial a ser desenvolvida pelos alunos. A BNCC (Brasil, 2018) busca garantir uma formação integral que transcende o domínio dos conteúdos tradicionais, incorporando habilidades fundamentais para o século XXI, como a capacidade de utilizar de forma crítica e eficaz as tecnologias da informação e comunicação. Esta abordagem reflete a necessidade de repensar o papel da escola diante das mudanças provocadas pela era digital. A escola deve ser um ambiente que fomente a formação de cidadãos críticos, colaborativos e capazes de utilizar tecnologias de maneira ética e responsável. A competência digital engloba não apenas o uso técnico das ferramentas digitais, mas também a compreensão dos impactos sociais, econômicos e culturais das TIC na vida cotidiana.

Para a implementação efetiva dessas políticas, é fundamental entender como elas são aplicadas e quais recursos estão disponíveis para fomentar a cultura digital nas escolas. A efetividade dessas políticas depende de diversos fatores, como a formação contínua dos professores, que por sua vez, é crucial, pois é necessário que os educadores estejam preparados para integrar as TIC em suas práticas pedagógicas de maneira eficaz e inovadora. Isso requer o desenvolvimento de competências digitais dos professores, a familiarização com novas metodologias de ensino e a utilização de recursos digitais para promover uma aprendizagem ativa e colaborativa.

4.4 O Geogebra

O GeoGebra representa uma inovação no ensino de matemática. Sua característica dinâmica, aliada a práticas pedagógicas eficazes, auxilia professores no enfrentamento das dificuldades inerentes ao ensino-aprendizagem de matemática. Cabe ressaltar que, para transformar o ensino de matemática, não basta a presença de recursos tecnológicos; é essencial investir também na formação continuada de professores sobre o uso de ferramentas tecnológicas.

4.4.1 Transformando o Ensino de Matemática com Tecnologia

Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais (Brasil, 1997), o papel do professor é de facilitador, ajudando os alunos a buscar conhecimento de maneira ativa. O GeoGebra alinha-se a essa visão, oferecendo recursos que tornam a aprendizagem investigativa e significativa.

O uso do GeoGebra no Ensino Fundamental II pode transformar a maneira como os conceitos matemáticos são ensinados. Por exemplo:

Exploração de Triângulos: O GeoGebra permite que os alunos desenhem triângulos e investiguem propriedades como soma dos ângulos internos, relação entre os lados e aplicação do Teorema de Pitágoras.

Transformações Geométricas: Atividades que mostram reflexões, rotações e translações de figuras geométricas de forma dinâmica e visual.

Estudo de Gráficos e Funções: Os alunos podem traçar gráficos de funções matemáticas e analisar suas características de maneira interativa.

5 Sequências Didáticas

Nesta seção, apresentamos sequências didáticas (SDs) destinadas aos alunos do ensino fundamental II, especificamente para os 7°, 8° e 9° anos. O planejamento de cada SD foi elaborado para se alinhar aos conhecimentos e habilidades esperados em cada fase de aprendizado. A base para esses planejamentos é o Referencial Curricular (2020) da Rede Municipal de Ensino de Campo Grande – MS, que, por sua vez, está alinhado aos princípios fundamentais da Base Nacional Comum Curricular (BNCC).

> Competências: é a mobilização de conhecimentos (conceitos e procedimentos), habilidades (práticas, cognitivas e socioemocionais), atitudes e valores para resolver demandas complexas da vida cotidiana, do pleno exercício da cidadania e do mundo do trabalho; Habilidades: expressa as aprendizagens essenciais que devem ser asseguradas aos alunos nos diferentes contextos escolares; Objetos de Conhecimento: correspondem à relação construída entre conteúdo, conceitos e processos e o desenvolvimento de habilidades (Brasil, 2018).

Com esse material pedagógico visamos fortalecer o ensino da geometria dos triângulos nas séries indicadas, oferecendo um guia claro e prático para os educadores. Para o desenvolvimento das propostas de SDs apresentadas a seguir, foram considerados, além dos documentos norteadores que embasam o ensino escolar do município de Campo Grande-MS, os apontamentos da Teoria da Aprendizagem Significativa de David Ausubel e das metodologias Resolução de Problemas de Lourdes de La Rosa Onuchic e Modelagem Matemática de Jonei Cerqueira Barbosa.

5.1 Sequência Didática - 7° ano

A sequência didática destina-se à turmas de 7° ano e abrange as seguintes habilidades: (CG.EF07MA24.s) Construir triângulos usando régua e compasso, reconhecer a condição de existência de triângulo quanto à medida dos lados e verificar que a soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo é 180°; (CG.EF07MA25.s) Reconhecer a rigidez geométrica dos triângulos e suas aplicações, como na construção de estruturas arquitetônicas (telhados, estruturas metálicas e outras) ou nas artes plásticas; (CG.EF07MA26.s) Descrever, por escrito e por meio de um fluxograma, um algoritmo para a construção de um triângulo qualquer, conhecidas as medidas dos três lados.

Tema: Construção e Condição de Existência de Triângulos.

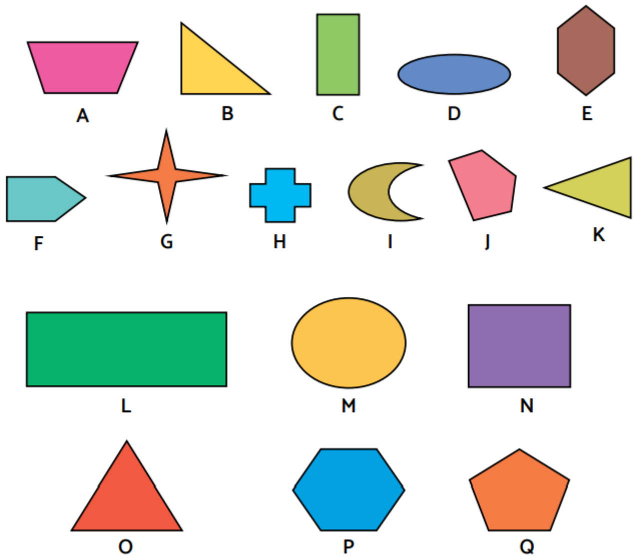
Objetivos Gerais:
1) Construir triângulos com uso de régua e compasso dado as medidas;

2) Assimilar que a soma dos ângulos internos é 180°;
3) Compreender a condição de existência dado as medidas dos lados;
4) Conscientizar o uso do triângulo em estruturas e construções devido à sua rigidez;
5) Criar fluxograma descrevendo a construção de um triângulo;
6) Consolidar os conhecimentos com o uso do *software* Geogebra.

5.1.1 Atividade 1: Diagnóstica

O professor apresenta aos alunos uma imagem contendo diversas figuras geométricas planas, entre elas triângulos, quadrados, pentágonos e trapézios. Em seguida, solicita que os alunos identifiquem quais das figuras correspondem a triângulos. Na Figura 3, segue uma proposta com várias figuras geométricas.

Figura 3 – Imagem de Figuras



Fonte: Imagem de Figuras Geométricas, 2025.

Objetivo: Identificar os conhecimentos (prévios dos alunos) quanto ao reconhecimento de cada figura, seus elementos e também quanto à classificação dos triângulos.

Estratégia: O professor, para alcançar os objetivos, realiza alguns questionamentos aos alunos. Abaixo, apresenta-se uma lista de sugestões.

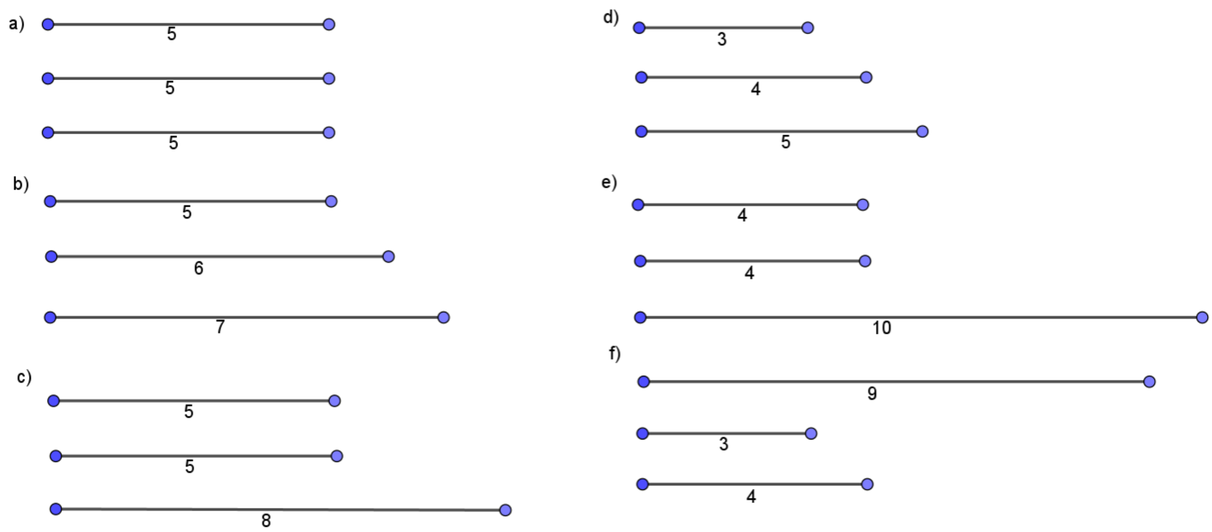
1) Entre as figuras geométricas, quais são consideradas triângulos? Por que essas figuras são chamadas assim?
2) Em casa e/ou na rua conseguimos encontrar objetos de formato triangular? Que exemplos você consegue lembrar?
3) Quais os nomes dos triângulos das figuras B, K e O? Vocês conhecem o nome de mais algum?
4) Quais as características particulares desses triângulos que vocês reconheceram?

Após verificar que a turma compreendeu que um triângulo é uma figura formada por três "pedaços" (segmentos) de reta que se encontram dois a dois em três pontos distintos (chamados de vértices), o professor deve seguir para a próxima atividade.

5.1.2 Atividade 2: Construção com régua e compasso

Para essa atividade serão utilizadas as metodologias Resolução de Problemas de Pólya, ao compreender o problema, montar estratégias de construção, executar a estratégia e refletir sobre a construção e a Modelagem Matemática de Barbosa, para concretizar a condição de existência do triângulo através das inequações que serão enxergadas.O professor orienta a construção de um triângulo, utilizando régua e compasso, a partir das medidas conhecidas dos lados. Nesse momento, ele solicita que os alunos realizem construções com diferentes medidas como ilustra a Figura 4.

Figura 4 – Medidas dos Lados



Fonte: Autor, 2025.

No Quadro 2 tem-se o gabarito da Atividade 5.1.2, informando o item, se foi ou não possível efetuar a construção e a classificação do triângulo.

Quadro 2 – Gabarito das Construções

Item	**Possível**	**Classificação**
a)	Sim	Equilátero
b)	Sim	Escaleno
c)	Sim	Isósceles
d)	Sim	Retângulo
e)	Não	X
f)	Não	X

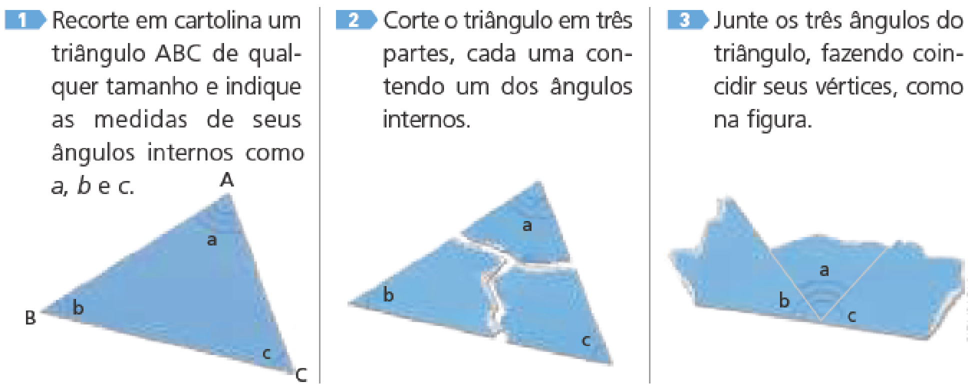
Fonte: Autor, 2025.

Os alunos podem efetuar as construções seguindo os seguintes passos:

1) Utilizando a régua, construir o segmento com uma das três medidas fornecidas;
2) Com centro em um dos vértices e usando o compasso aberto com uma das outras duas medidas dadas, construir um círculo;
3) Agora com centro no outro vértice do segmento construído no primeiro passo e ainda com o compasso, agora aberto com a medida que falta, construir um segundo círculo;
4) Em dos pontos de interseção dos círculos, marcar o vértice, esse será o terceiro vértice do triângulo;
5) Agora com a régua novamente fechar o triângulo e usar a régua para conferir a medida dos lados.

E, em seguida, recortem os ângulos internos para observar suas propriedades, como na Figura 5.

Figura 5 – Recorte dos Ângulos Internos



Fonte: A Conquista da Matemática, 2022, 7° ano, p. 185.

Objetivos: Verificar a viabilidade da construção. Observar a desigualdade triangular e a soma dos ângulos internos.

Estratégia: O professor incentiva o aluno a realizar as construções utilizando régua e compasso. Em seguida, propõe alguns questionamentos. Abaixo, apresenta-se uma lista de sugestões.

1) Todos os triângulos foram construídos com sucesso?
2) Nos itens possíveis de construção, qual tipo de triângulo foi formado?
3) Nos itens que não foram possíveis a construção, qual foi o motivo?
4) O que foi observado ao juntar os ângulos internos?
5) Vocês reconhecem o ângulo formado?

5.1.3 Atividade 3: Conceituação Teórica

O professor formaliza que a *soma dos ângulos internos de todo triângulo é sempre igual a* 180°, e também que a *soma das medidas de dois lados de um triângulo é sempre maior do que a medida do terceiro lado.*

Objetivo: Sistematizar os conhecimentos construídos em sala de aula.

Estratégia: Nesta etapa, primeiramente, o professor conduz uma aula expositiva e dialogada. Na sequência, ele organiza para ilustrar os conhecimentos discutidos, utilizando o GeoGebra, constroi um triângulo qualquer e, movimentando o triângulo construído, aumentando e/ou diminuindo suas dimensões, mostra para os estudantes que, os critérios de existência e da soma dos ângulos internos, permanecem intactos.

Sendo assim, dado um triângulo ABC de lados a, b, e c e de ângulos internos medindo α, β e γ, podemos concretizar juntamente com os alunos, as seguintes equações:

$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ \quad \text{e} \quad a + b > c, \quad a + c > b, \quad b + c > a.$$

5.1.4 Atividade 4: Atividades Práticas com o GeoGebra

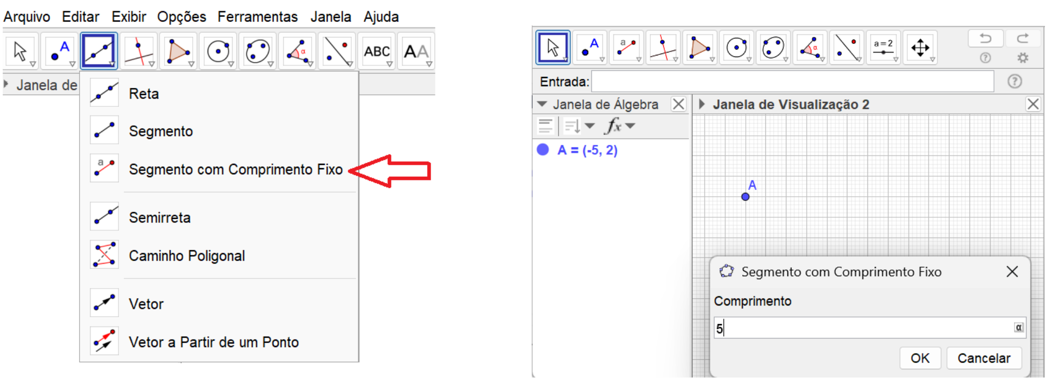
O professor retoma as construções de triângulos no ambiente digital.

Objetivo: Reforçar a compreensão das construções por meio da tecnologia, consolidando visualmente as propriedades dos triângulos.

Estratégia: O professor apresenta um roteiro para a construção de um triângulo equilátero de lado 5 (veja atividade 5.1.2) com o auxílio do GeoGebra.

Para construir um segmento de medida 5, basta clicar no terceiro ícone da barra de ferramentas do GeoGebra, selecionar “Segmento com Comprimento Fixo”, clicar em um ponto na Janela de Visualização, inserir o valor 5 na caixa aberta automaticamente pelo *software* e, por fim, clicar em OK para que o segmento seja construído, como ilustra a Figura 6.

Figura 6 – Segmento com Comprimento Fixo



Fonte: Autor, 2025.

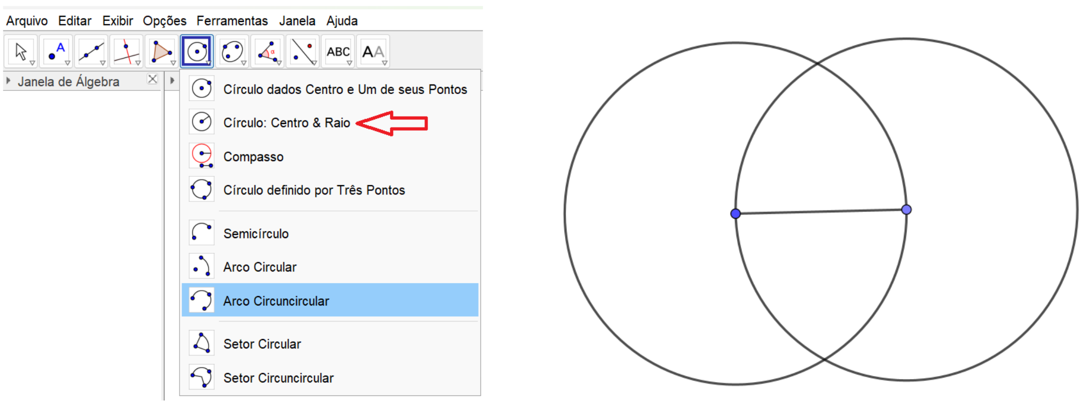
Na Figura 7 temos o segmento construído que será um dos lados do triângulo.

Figura 7 – Segmento Replicado de Comprimento 5 cm

Fonte: Autor, 2025.

Na sequência, construir as circunferências de raio igual a 5 cm e centro nos extremos do lado construído. Para isso, clicar no sexto ícone da barra de ferramentas do GeoGebra, selecionar "Círculo: Centro & Raio", clicar em um dos extremos do segmento na Janela de Visualização, inserir o valor 5 na caixa e clicar em OK para que a circunferência seja construída. Repita os mesmos passos para obter outra circunferência de raio 5 e de centro no outro extremo, como mostra a Figura 8.

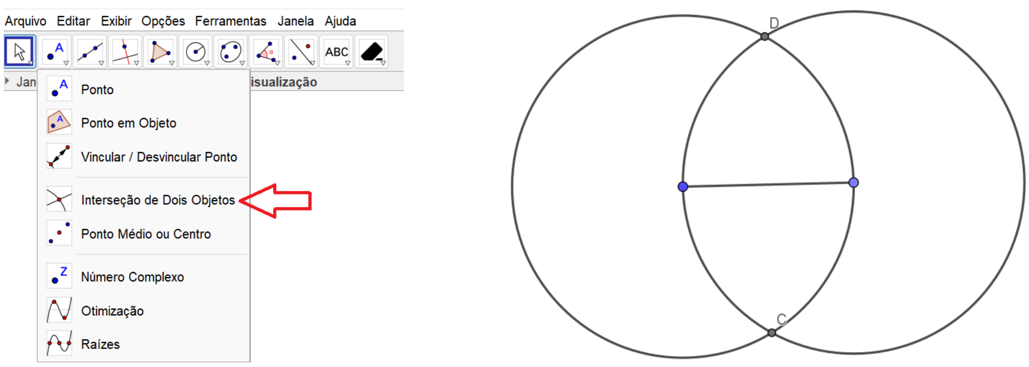
Figura 8 – Circunferência: Centro & Raio



Fonte: Autor, 2025.

Posteriormente, marcar os pontos de interseção das duas circunferências construídas; para isso, deve-se clicar no segundo ícone da barra de ferramentas do GeoGebra, selecionar "Interseção de Dois Objetos" e clicar nas duas circunferências, como ilustra a Figura 9.

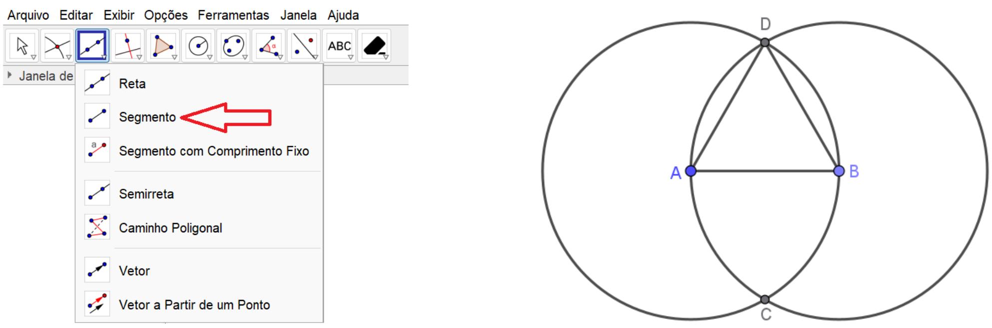
Figura 9 – Interseção de Dois Objetos



Fonte: Autor, 2025.

Por fim, clicar no terceiro ícone da barra de ferramentas do Geogebra, selecionar "Segmento", clicar em um dos pontos de interseção das circunferências (digamos o superior) e, em seguida, clicar em um dos extremos do segmento replicado (digamos o extremo esquerdo). Repita os mesmos passos para obter o terceiro lado do triângulo, como na Figura 10.

Figura 10 – Segmento e Triângulos Formados

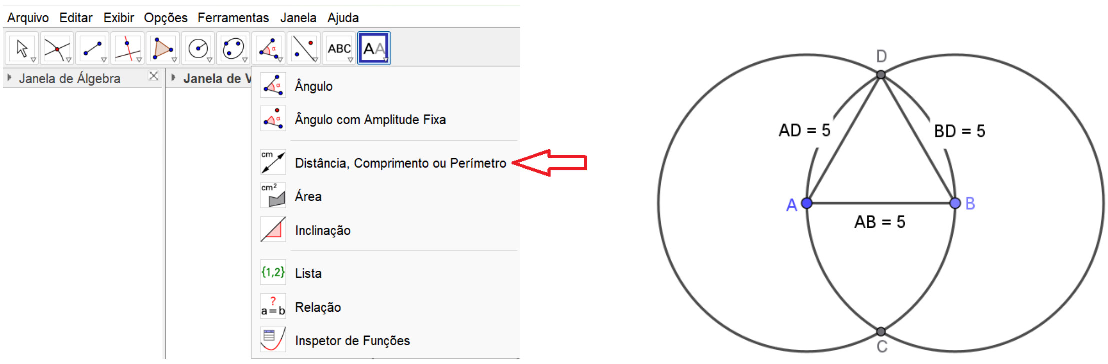


Fonte: Autor, 2025.

Note que é possível efetuar a construção de um segundo triângulo, utilizando a mesma base AB e o ponto inferior de interseção das circunferências.

Para verificar que de fato os três lados do triângulo têm medidas iguais a 5 cm, clicar no oitavo ícone da barra de ferramentas do GeoGebra, selecionar "Distância, Comprimento ou Perímetro" e, em seguida, clicar nos três vértices do triângulo, como na Figura 11.

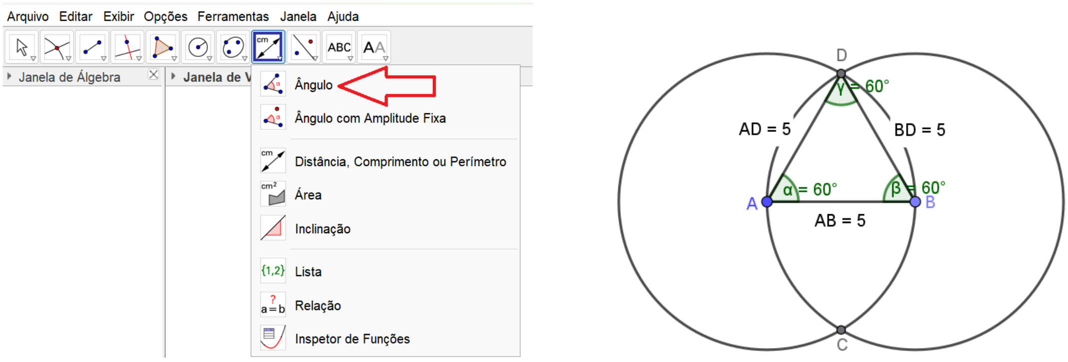
Figura 11 – Distância, Comprimento ou Perímetro



Fonte: Autor, 2025.

E para verificar a medida dos ângulos, basta; ainda no oitavo ícone, selecionar "Ângulo" e, em seguida, clicar nos três vértices do triângulo, como na Figura 12. Finalizando a validação da construção da Atividade 5.1.2 por meio do GeoGebra.

Figura 12 – Triângulo com as Medidas dos Ângulos



Fonte: Autor, 2025.

5.1.5 Atividade 5: Rigidez do Triângulo

Construção de uma ponte com palitos de picolé e cola quente.

Objetivo: Verificar que estruturas compostas por triângulos são, geralmente, mais estáveis e rígidas do que outras utilizando quadrados ou retângulos, e por isso, elas são utilizadas na construção de ginásios, galpões e pontes.

Estratégia: O professor apresenta a atividade com clareza e orienta o início das construções de forma livre. Em outro momento, solicita que os alunos utilizem formatos triangulares, conforme ilustrado na Figura 13.

Figura 13 – Ponte com Palitos de Picolé

Fonte: Pontes de Palitos, 2025.

Após a construção das estruturas, professor e alunos conduzem testes de rigidez, adicionando pesos (livors e cadernos) sobre as pontes construídas. Verifica-se, assim, que as pontes construídas com formas triangulares suportam mais pesos e, isso demonstra, na prática, a rigidez do triângulo.

5.1.6 Atividade 6: Integração e Consolidação

Debate com a turma sobre os aprendizados construídos a partir das atividades propostas na SD.

Objetivo: Promover a troca de ideias e argumentação entre os alunos, consolidando a importância dos triângulos no cotidiano, na engenharia, na arquitetura e até nas artes.

Estratégia: Neste momento, o professor organiza e registra as ideias e suposições da turma. Para tornar a discussão integradora, direcionada e enriquecedora do ponto de vista conceitual, utilizar um roteiro de perguntas. Abaixo, apresenta-se uma lista de sugestões.

1) O que vocês descobriram na construção com régua e compasso? E no GeoGebra?
2) Como foi a experiência de construir pontes com palitos? O que vocês perceberam?
3) Quem quer compartilhar uma descoberta importante que fez durante as atividades?
4) Alguém identificou situações em que não era possível construir um triângulo? Por quê?
5) O que vocês observaram sobre a soma dos ângulos internos?
6) Por que o triângulo é considerado uma figura rígida?
7) Alguém pode pensar em exemplos na cidade ou em casa onde vemos triângulos usados para garantir estabilidade?
8) Quais profissões ou áreas você acha que usam bastante esse conhecimento?
9) O que mais gostaram de aprender nesta sequência sobre triângulos?

5.1.7 Atividade 7: Avaliação Final

O professor disponibiliza uma lista de exercícios (veja Apêndice A) para que os alunos demonstrem seus conhecimentos sobre o tema abordado. Nessa lista, incluir atividades de construção, perguntas sobre possíveis construções e um exercício para que cada aluno elabore um roteiro de construção de um triângulo, a partir das medidas de seus lados.

Objetivo: Avaliar o aprendizado do aluno, incluindo as partes prática e a escrita teórica, assim, estimulando a organização lógica e a capacidade de abstração.

Estratégia: Solicitar que os alunos desenvolvam cada exercício com empenho e rigor possível na elaboração das respostas escritas. Sempre que solicitado, intervir de forma adequada para apoiar o aluno na superação das dificuldades e assegurar que ele alcance seus próprios objetivos.

5.2 Sequência Didática - 8° ano

A sequência didática apresentada destina-se à turmas de 8° ano e contempla o desenvolvimento das seguintes habilidades: (CG.EF08MA15.s) Construir, utilizando instrumentos de desenho ou *softwares* de geometria dinâmica, altura, mediatriz, bissetriz, mediana, ângulos de 90°, 60°, 45° e 30° e polígonos regulares; (CG.EF08MA17.s) Aplicar os conceitos de mediatriz e bissetriz como lugares geométricos na resolução de problemas. Porém, neste trabalho, o foco será na construção e aplicação dos conceitos dos lugares geométricos altura, mediatriz, bissetriz e mediana.

Tema: Cevianas e Pontos Notáveis.

Objetivos Gerais:
1) Construir as cevianas notáveis (altura, mediana e bissetriz) e mediatriz em diferentes triângulos, utilizando instrumentos manuais (régua e compasso), promovendo o desenvolvimento de habilidades geométricas e de visualização espacial;
2) Compreender as cevianas e a mediatriz como lugares geométricos, relacionando seus pontos de encontro (ortocentro, baricentro, incentro e circuncentro) como pontos notáveis e investigando suas propriedades;
3) Modelar situações do cotidiano que envolvam conceitos de lugar geométrico, destacando a relevância e aplicabilidade da geometria na vida prática;
4) Explorar e resolver problemas contextualizados que envolvam o uso de pontos notáveis em situações reais, favorecendo a construção do conhecimento de forma colaborativa e investigativa.

5.2.1 Atividade 1: Diagnóstica

O professor aplica um questionário individual com perguntas abertas, com o objetivo de identificar os conhecimentos de cada aluno sobre triângulos e seus elementos internos. Seguem algumas sugestões para esse levantamento.

1) Quais são os tipos de triângulo, com relação às medidas de seus lados? E com relação à medida dos ângulos?
2) O que você entende por altura de um triângulo?
3) O que é a mediana de um triângulo?
4) E o que é bissetriz?
5) E mediatriz?
6) O que são cevianas?
7) Você reconhece os pontos de encontro das principais cevianas de um triângulo?

Objetivo: Investigar os conhecimentos dos alunos sobre cevianas e pontos notáveis.

Estratégia: Nesta etapa, o professor solicita que cada aluno responda às perguntas por escrito, utilizando seus conhecimentos; não há correção imediata das respostas. Analisar as respostas com o objetivo de identificar possíveis intervenções e readequações da SD. As perguntas devem provocar reflexão e estabelecer uma ponte entre os conhecimentos já adquiridos e os conceitos novos.

5.2.2 Atividade 2: Contextualização e Problematização

Para iniciar as atividades, o professor através de uma situação problema, evidenciando o uso da metodologia Resolução de Problemas de Onuchic, explora os conhecimentos e criatividade dos estudantes em investigar e solucionar problemas.

Atividade: Três irmãos herdaram uma propriedade triangular. Eles pretendem dividir esse terreno de forma justa entre eles. Além disso, desejam construir um quiosque no interior da propriedade igualmente distante dos três lados do terreno, para facilitar o acesso de todos. Como podem fazer isso? A Figura 14 ilustra o imóvel.

Figura 14 – Terreno Triangular

Fonte: Gerado por IA, 2025.

Objetivo: Despertar o interesse do estudante em solucionar o problema, introduzindo uma situação real. De forma contextualizada, introduzir a ideia de lugar geométrico, a partir da busca por um ponto equidistante dos lados de um triângulo.

Estratégia:

Orientar os estudantes a interpretarem geometricamente a situação, e, a partir disso, traçar segmentos que unem vértices aos lados opostos do triângulo. Com isso, eles poderão observar o ponto onde esses segmentos se interceptam. Após as construções, debater com a turma e incentivar que compartilhem suas conjecturas e ideias. Seguem algumas sugestões para iniciar uma discussão com a turma:

1) De que forma vocês tentaram encontrar a localização do quiosque?
2) Dessa maneira, quais foram as dificuldades que encontraram? Foi eficaz?
3) Quantos segmentos vocês conseguiram traçar partindo de um único vértice até o lado oposto do triângulo? E partindo dos demais vértices, essa quantidade foi a mesma?
4) Notaram que ao construir segmentos partindo de vértices distintos os mesmos se

intersectam? Essa interseção sempre foi possível partindo dos três vértices?
5) Seguindo a mesma ideia, o mesmo critério de construção, passou a ser possível a interseção de três segmentos construídos que partissem de vértices diferentes?
6) Esses pontos de interseção, nos triângulos criados por vocês, em todos os casos permaneceram dentro do triângulo?
7) Para resolver nosso problema, os pontos de interseção encontrados fora do terreno, soluciona o caso?
8) Os pontos encontrados no interior do terreno, ligados a seus lados, divide o terreno apenas em formatos triângulares ou em outras formas também?
9) Todos os pontos de interseção encontrados dentro do triângulo são soluções do nosso problema, ou seja, distam igualmente dos lados do triângulo?
10) Nesse caso, em particular, encontrado por um certo aluno, a distância do quiosque aos três lados do triângulo são iguais? Sendo assim, é solução para a nossa situação?

5.2.3 Atividade 3: Conceitos de Cevianas e Pontos Notáveis

Objetivo: Introduzir os conceitos de ceviana e mediatriz e os pontos notáveis (baricentro, incentro, circuncentro e ortocentro).

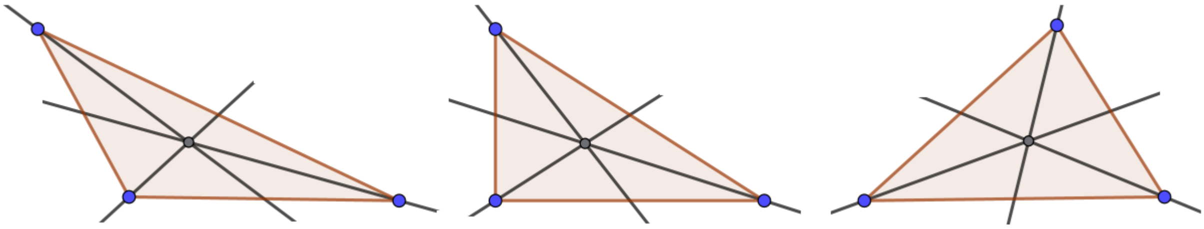
Estratégia: Apresentar, de forma expositiva, as três principais cevianas do triângulo e suas mediatrizes. Com foco nos pontos notáveis (bico): baricentro, incentro, circuncentro e ortocentro – destacar suas propriedades geométricas. Utilizando o GeoGebra, construir as cevianas, mediatrizes e os pontos notáveis. A cada construção, explorar o dinamismo que o *software* oferece, realizando movimentos na figura.

5.2.4 Atividade 4: Atividade Prática

O professor orienta os alunos na utilização do GeoGebra para a construção de triângulos, bem como de suas cevianas e mediatrizes. A partir das interseções, observarão que o baricentro e o incentro permanecem sempre no interior do triângulo, e a localização do ortocentro e do circuncentro se move, para fora ou para os vértices/lados, dependendo se o triângulo possui ângulos retos ou obtusos.

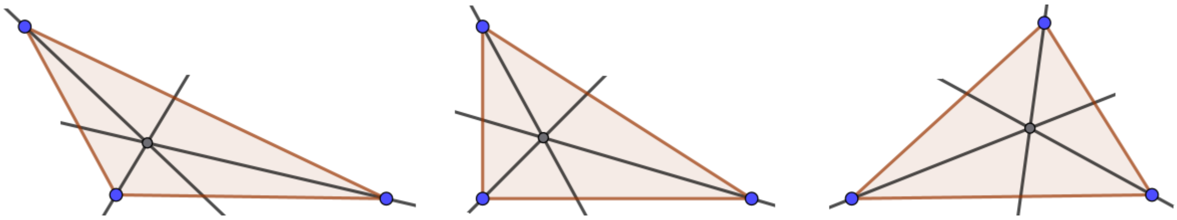
Objetivo: Observar, com auxílio do *software*, que os pontos notáveis mudam suas posições de acordo com o tipo do triângulo construído. As Figura 15, Figura 16, Figura 17 e Figura 18 trazem, respectivamente, as posições dos Baricentros, Incentros, Ortocentros e Circuncentros, nos triângulos Obtusângulo, Retângulo e Acutângulo.

Figura 15 – Baricentros



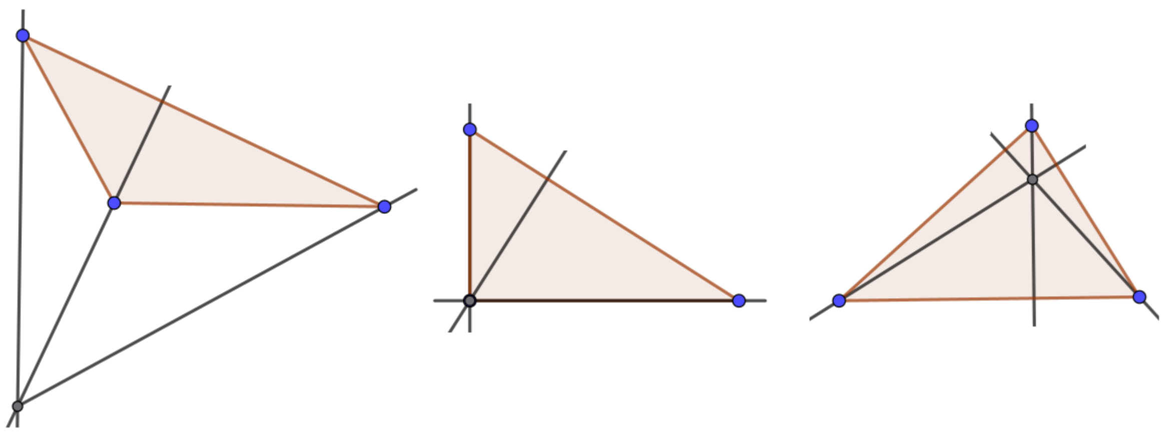
Fonte: Autor, 2025.

Figura 16 – Incentros



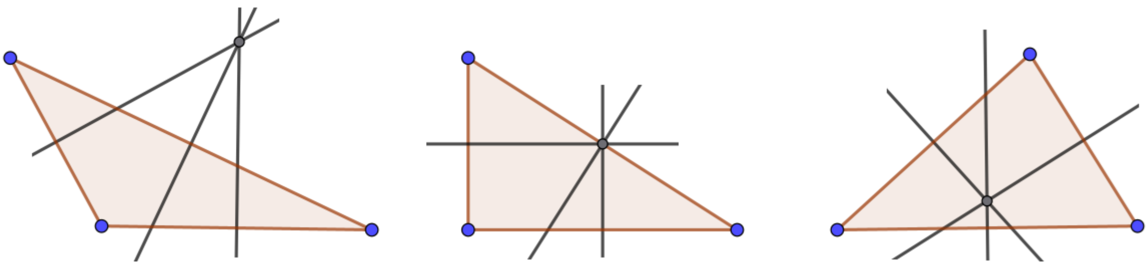
Fonte: Autor, 2025.

Figura 17 – Ortocentros



Fonte: Autor, 2025.

Figura 18 – Circuncentros



Fonte: Autor, 2025.

No Quadro 3 tem-se o relatório das posições dos pontos (interno, externo, vértice, ponto médio) em cada triângulo.

Quadro 3 – Posições dos Pontos Notáveis de Acordo com o Triângulo

	Baricentro	**Incentro**	**Ortocentro**	**Circuncentro**
Obtusângulo	Interno	Interno	Externo	Externo
Retângulo	Interno	Interno	Vértice	Ponto Médio
Acutângulo	Interno	Interno	Interno	Interno

Fonte: Autor, 2025.

Estratégia: Será uma aula prática, o professor apenas será o mediador, instruindo as construções quando necessário. Ao final, o professor direcionará algumas perguntas aos alunos, como as que sugerimos a seguir:

1) Em quais triângulos os pontos notáveis estão em seu interior?
2) Em quais estão em seu exterior?
3) Existe algum triângulo em que o ponto notável está em um dos vértices/lados?
4) O que vocês observaram com relação aos pontos notáveis no caso de um triângulo equilátero?
5) Retomando o problema do quiosque, qual é o ponto de interseção das bissetrizes? E o que esse ponto tem como propriedade?
6) Qual é o ponto de interseção das medianas? Qual é a importância desse ponto?
7) A interseção das alturas chama-se?
8) E qual é o nome que se dá a interseção das mediatrizes? Esse ponto tem alguma propriedade?

5.2.5 Atividade 5: Integração e Consolidação

Nesta atividade o professor faz uso da Modelagem Matemática de Bassanezi, trazendo um problema real. Como içar um objeto triangular de modo que ele não gire ou seja arrastado, isto é, permaneça em equilíbrio?

Objetivo: Explorar a característica de centro de massa do baricentro através do içamento de um objeto triangular. Compreender, por meio da experimentação prática, propriedades dos pontos notáveis em situações reais.

Estratégia: Os alunos deverão confeccionar triângulos com papelão e, com régua e compasso, construir as medianas para encontrar o baricentro. Em seguida, farão um furo sobre ele para amarrar um barbante. Por fim, irão içar o triângulo e, então, observar que ele é içado paralelamente ao chão; isto ocorre, pois a sua massa está “toda” concentrada sobre o baricentro, onde o barbante foi amarrado. É como se o barbante içasse uma bola de papelão em vez de um triângulo.

5.2.6 Atividade 6: Avaliação Final

O professor elabora um conjunto de exercícios — Apêndice B — para a turma envolvendo situações do cotidiano relacionadas a construção de segmentos e pontos notáveis. Orienta a turma a realizar as construções geométricas com base nos conhecimentos e teorias previamente aprendidos.

Objetivo: Identificar o aprendizado da turma em relação às cevianas e aos pontos notáveis do triângulo. Além disso, investigar as associações feitas pelos alunos entre as atividades desenvolvidas em sala e situações-problema enfrentadas fora do ambiente escolar.

Estratégia: Incluir na atividade exercícios que estabelecem conexão com o cotidiano dos alunos.

5.3 Sequência Didática - 9° ano

A SD é voltada para turmas do 9° ano e trabalha as seguintes habilidades: (CG.EF09MA13.s) Demonstrar relações métricas do triângulo retângulo, entre elas o teorema de Pitágoras, utilizando, inclusive, a semelhança de triângulos; (CG.EF09MA14.s) Resolver e elaborar problemas de aplicação do teorema de Pitágoras ou das relações de proporcionalidade envolvendo retas paralelas cortadas por secantes. Onde o papel principal dessa SD estará na aplicação das relações métricas do triângulo retângulo e no teorema de Pitágoras.

Tema: Relações Métricas do Triângulo Retângulo e Teorema de Pitágoras.

Objetivos Gerais: Demonstrar o Teorema de Pitágoras; Compreender as relações métricas; Aplicar as fórmulas em situações do dia a dia.

5.3.1 Atividade 1: Diagnóstica

O professor conduz um jogo de perguntas e respostas sobre tipos de triângulos, casos de semelhança e as principais cevianas. Após as primeiras perguntas (veja a lista de sugestões) e com foco no triângulo retângulo, questionar a turma quais são os nomes atribuídos aos lados do triângulo retângulo e qual a famosa relação que há entre eles.

1) Quais são os tipos de triângulos de acordo com seus lados/ângulos?

2) Vocês lembram o que são triângulos semelhantes?

3) Quais os casos de semelhança de triângulos?

4) Recordam o que são cevianas e mediatrizes?

5) Quais são as principais cevianas?

6) Dentre os tipos de triângulos, vocês responderam o triângulo retângulo, qual é a característica desse triângulo?

7) Quais os nomes que são dados para os lados de um triângulo retângulo, conseguem identificá-los em um exemplo?
8) Onde podemos encontrar esse tipo de figura?

Objetivo: Recordar os conhecimentos dos alunos relacionados ao triângulo retângulo e aos casos de semelhança de triângulos.

Estratégia: Durante a atividade, resgatar o protagonismo, a criatividade e o senso crítico dos alunos ao estimular que eles respondam de forma espontânea, sem exigir formalismo excessivo. Isso valoriza a criatividade e o desenvolvimento do senso crítico em suas argumentações.

5.3.2 Atividade 2: Contextualização e Problematização

Após aplicar a atividade diagnóstica, o professor, fazendo uso da Teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel e a metologia ativa Resolução de Problemas de Onuchic, apresenta uma situação-problema sobre o teorema de Pitágoras e propicia aos alunos um momento de reflexão, interpretação e construção de novos conceitos, articulados aos conhecimentos previamente adquiridos. Para isso, a seguinte atividade é sugerida:

Na escola, será construído um novo acesso para cadeirantes. O projeto prevê uma rampa retilínea que fará uma ligação do pátio ao corredor principal da escola, que dá acesso às salas, com uma inclinação adequada para garantir a acessibilidade, a segurança e as normas. A entrada do corredor fica 1,2 metros acima do nível do pátio, e o espaço disponível no chão para a construção da rampa é de 4 metros de comprimento. Qual será o comprimento da rampa? E caso seja necessário dividir essa rampa ao meio e instalar um pequeno patamar plano (uma plataforma de descanso), de modo que as duas rampas formem triângulos semelhantes, qual seria a altura do patamar? A Figura 19 ilustra o problema.

Figura 19 – Rampa da Escola

Fonte: Gerado por IA, 2025.

Objetivo: Investigar as estratégias de resolução do problema, incentivar a reflexão sobre a importância da matemática, particularmente dos conceitos geométricos, na solução de situações do dia a dia.

Estratégia: O professor reserva, inicialmente, um tempo para que a turma interprete o problema com clareza. Em seguida, incentiva os alunos a representarem a situação por meio de desenhos que favoreçam a resolução. Retoma conceitos previamente abordados, como os casos de semelhança, orientando os estudantes a perceberem a possibilidade de construir um triângulo que modele a situação proposta.

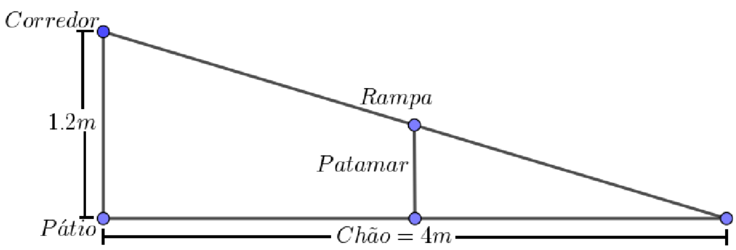
5.3.3 Atividade 3: Relações Métricas no Triângulo Retângulo e Pitágoras

Nesta etapa, o professor retoma/continua o problema da atividade anterior, ainda não solucionado, mas que já despertou a curiosidade e o interesse dos estudantes.

Objetivo: Manusear o GeoGebra para visualizar, de forma prática e dinâmica, a validação das fórmulas aplicadas em situações envolvendo triângulos retângulos, como o Teorema de Pitágoras e as relações métricas.

Estratégia: Primeiramente, o professor apresenta no *software* a construção da situação-problema, como na Figura 20.

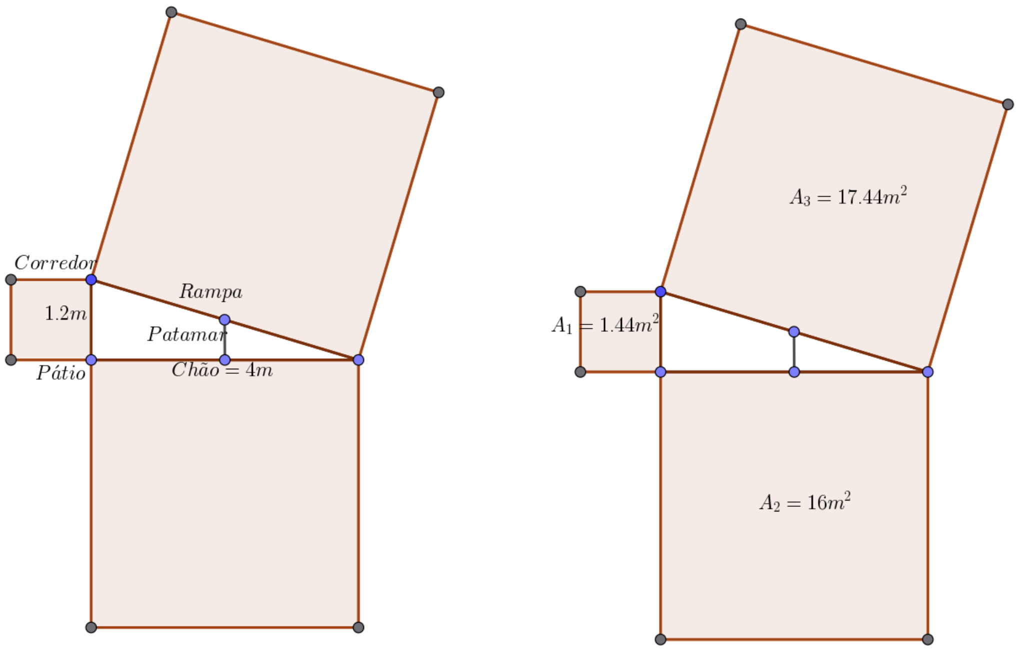
Figura 20 – Geometria do Problema Trabalhado



Fonte: Autor, 2025.

Em seguida, o professor conduz a resolução do problema com a participação ativa da turma. Através do *software*, o professor mostra na prática para os alunos a famosa relação — Teorema de Pitágoras — entre os catetos e a hipotenusa de um triângulo retângulo, como na na Figura 21.

Figura 21 – Teorema de Pitágoras

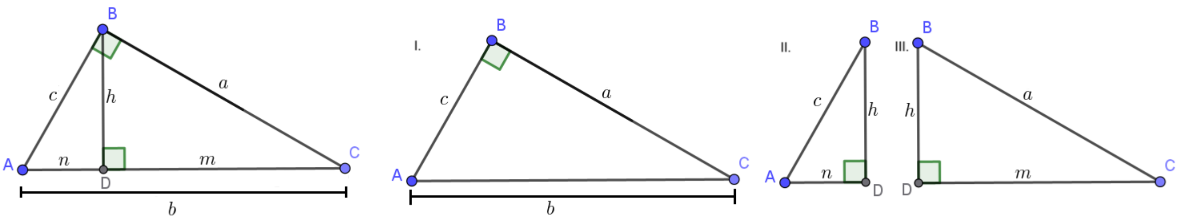


Fonte: Autor, 2025.

Note que, a partir dos lados (catetos e hipotenusa) do triângulo retângulo constroi-se quadrados e em seguida suas respectivas áreas, obtendo $A_1 = 1,44m^2$, $A_2 = 16m^2$ e $A_3 = 17,44m^2$. Daí temos que, $A_3 = A_1 + A_2$, como as áreas dos quadrados são obtidas através da medida de seus lados elevado ao quadrado, de forma genalizada, obtemos então, o Teorema de Pitágoras ($a^2 = b^2 + c^2$) onde b e c são as medidas dos catetos que geram os quadrados de áreas A_1 e A_2 enquanto que a é a medida da hipotenusa que gera o quadrado de área A_3.

Para estabelecer as relações métricas, obter os três triângulos semelhantes, como mostra a Figura 22.

Figura 22 – Triângulos Semelhantes a partir de um Triângulo Retângulo



Fonte: Autor, 2025.

- Da relação de semelhança entre os triângulos ABC e ADC segue que,

$$\frac{a}{c} = \frac{b}{h} \Rightarrow a \cdot h = b \cdot c, \quad \frac{a}{c} = \frac{c}{n} \Rightarrow c^2 = a \cdot n.$$

- Da relação de semelhança entre os triângulos ABC e BDC temos,

$$\frac{a}{b} = \frac{b}{m} \Rightarrow b^2 = a \cdot m.$$

- Da relação de semelhança entre os triângulos ADB e BDC temos,

$$\frac{h}{m} = \frac{n}{h} \Rightarrow h^2 = m \cdot n.$$

- Da partição da hipotenusa do triângulo ABC em duas projeções m e n, temos;

$$a = m + n.$$

5.3.4 Atividade 4: Atividade Prática

Com uso da metologia ativa Modelagem Matemática de Barbosa, especificamente o Caso 2, pois os estudantes terão que sair da sala de aula para coletar dados, medir a altura de objetos, como postes, árvores ou paredes, utilizando a comparação entre as sombras projetadas pelos objetos e a sombra de um objeto referencial de altura conhecida (por exemplo, uma vara ou estaca de comprimento previamente determinado). Após essa etapa, medir a distância horizontal entre a base do objeto de referência e o topo do objeto cuja altura foi determinada, aplicando conceitos de proporcionalidade ou semelhança de triângulos para validar os resultados.

Objetivo: Aplicar proporcionalidade e o Teorema de Pitágoras.

Estratégia: O professor conduz a turma a um local ensolarado, que possibilite a formação de sombras de objetos verticais, como postes, árvores ou similares. Em seguida, orienta a divisão da turma em grupos e que cada grupo escolha um objeto acessível. Por fim, solicita que meçam o comprimento do objeto referencial e o tamanho da respectiva sombra e, posteriormente, a sombra do objeto escolhido cuja altura pretendem determinar. Após a coleta dessas medidas, cada grupo estabelece a relação de proporcionalidade entre as alturas e os comprimentos das sombras, calculando assim a altura do objeto.

Em continuidade, o professor solicita que cada grupo represente a situação por meio de um esquema geométrico, destacando os elementos envolvidos. Por fim, cada grupo aplica o Teorema de Pitágoras para determinar a distância entre o ponto de medição e o topo do objeto, complementando a análise geométrica da situação.

5.3.5 Atividade 5: Integração

Nesta etapa, o professor conduz um diálogo com a turma, utilizando perguntas e respostas para estimular o uso das relações matemáticas e do Teorema de Pitágoras, orientando-os na busca de soluções para problemas contextualizados. Perguntas essas como:

1) O que acharam das atividades?
2) O que o Teorema de Pitágoras, aplicado no triângulo retângulo, relaciona?
3) Citem situações que podemos resolver utilizando esse teorema.
4) Existem outras relações que podemos extrair de um triângulo retângulo? Conseguem dizer algumas?
5) Fazer a interpretação geométrica, ou seja, desenhos do problema, facilita no momento da resolução?
6) Conseguem relacionar essas teorias aqui apresentadas com o cotidiano?

Objetivo: Compreender e aplicar o Teorema de Pitágoras e as relações métricas no triângulo retângulo em uma situação prática e significativa, estimulando o raciocínio geométrico e a interpretação de problemas reais. Utilizar medidas reais para solucionar os problemas, interpretar a relação entre catetos e hipotenusa de um triângulo retângulo, desenvolver autonomia e trabalho em grupo.

Estratégia: O professor conduz uma discussão orientada, incentivando o uso de relações geométricas pertinentes. Em seguida, analisa as práticas realizadas com o objetivo de estabelecer conjecturas e registra as descobertas da turma.

5.3.6 Atividade 6: Avaliação Final

Após a integração das ideias por meio do diálogo coletivo, o professor proporciona aos alunos a oportunidade de aplicar, de forma autônoma, os conceitos discutidos. Para isso, propõe uma situação prática que aproxima a matemática do cotidiano, permitindo verificar se compreenderam o uso do Teorema de Pitágoras.

Uma régua de 1 metro foi utilizada para estimar a altura de um poste com base na sombra projetada pelo sol. A régua projeta uma sombra de 1,6 metros, e a sombra do poste mede 4,8 metros. Com base nessas informações, responda:

a) Qual é a altura, aproximada, do poste?
b) Supondo que uma corda será amarrada no chão, no final da sombra do poste, até o topo do poste, qual será o tamanho dessa corda?

Objetivo: Avaliar a capacidade de interpretar situações-problema reais. Mostrar aplicações do teorema de Pitágoras e das relações métricas na resolução dessas situações.

Estratégia: O professor aplica a atividade de forma individual, permitindo que o aluno utilize régua e calculadora, caso julgue necessário. Durante a atividade, acompanhar e orientar a turma.

6 Aplicando as Sequências Didáticas

No presente capítulo, o professor-autor descreve as experimentações pedagógicas realizadas a partir das sequências didáticas elaboradas no Capítulo 5 e apresenta suas perspectivas. Durante o desenvolvimento das SDs, o professor pôde analisar, modificar e reestruturar seus planejamentos pedagógicos, buscando maior eficácia no ensino. Em relação às turmas, pôde avaliar as construções de conhecimentos em diferentes momentos, como nos momentos de diálogos/debates e nos registros de avaliações, tanto práticas quanto tradicionais. O professor-autor também expõe a duração de cada atividade, os recursos utilizados e, sempre que possível, realiza registros fotográficos dos trabalhos produzidos pelos alunos, considerando que avaliar melhor exige documentar o processo de aprendizagem.

6.1 Execução da SD do 7° ano

A SD elaborada foi implementada na turma 7° ano A, matutino, composta de 25 alunos, da Escola Municipal Professor João Cândido Souza, situada na cidade de Campo Grande - MS, local onde o professor-autor exerce sua função professor regente da turma. A aplicação da SD teve uma duração total de 3 aulas de 60 minutos, distribuídos conforme relatado a seguir.

6.1.1 Relato da Atividade 1: Diagnóstica

Duração: 10 minutos.
Recursos: Datashow e questionário orientado.

Realizei o questionário — subseção 5.1.1 — através de um jogo rápido de perguntas e respostas. Diversas falas surgiram e pude identificar os conhecimentos prévios da turma. Encerrei recordando conceitos, definições e os tipos de triângulo, os quais foram anotados pelos alunos em seus cadernos. A seguir, as respostas da turma às perguntas.

Pergunta 1: Praticamente todas as respostas foram: figuras B, K e O. E, porque elas têm 3 lados e 3 pontas, outros poucos disseram 3 vértices. Não deram atenção aos ângulos.
Pergunta 2: Houve diversas respostas. Fatias de pizza, placas de trânsitos, cones, chapéu de bruxa ou de aniversário, produtos de mercado indicando perigo, entre outros objetos.
Pergunta 3: As respostas foram: retângulo, isósceles e equilátero, não necessariamente nessa ordem. Não conseguiram lembrar do triângulo escaleno.
Pergunta 4: A resposta mais frequente foi que o triângulo equilátero possui três lados iguais. No entanto, para os demais triângulos mencionados, os alunos disseram conhecer a

forma da figura, mas não conseguiram identificar suas características. Esse retorno me fez perceber a importância de reforçar as propriedades dos triângulos isósceles e retângulo.

6.1.2 Relato da Atividade 2: Construção com régua e compasso

Duração: 40 minutos.
Recursos: Datashow, tesoura, régua, compasso, transferidor, lápis e borracha.

Num primeiro momento, os estudantes tentaram apenas utilizar a régua e as medidas fornecidas. A Figura 23 mostra as primeiras tentativas, onde o terceiro lado não se encaixava.

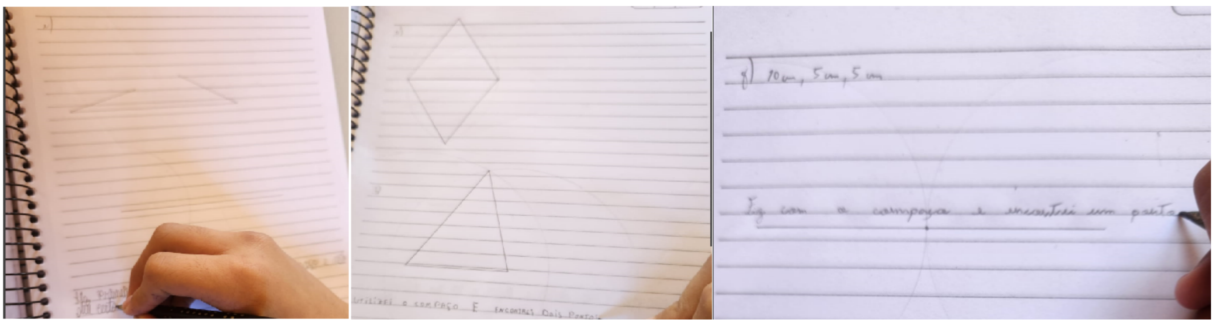
Figura 23 – Construções Apenas com Régua

Fonte: Dados da pesquisa.

A partir disso, propus o uso do compasso e que construíssem um lado e, em cada um dos vértices desse lado, círculos com as outras duas medidas fornecidas. Expliquei que a distância, de qualquer ponto do círculo com origem no vértice, seria sempre igual à medida utilizada no compasso, ou seja, a medida do lado desejado.

Dessa forma, começaram a observar os diferentes comportamentos das figuras: em alguns casos, os círculos se interceptavam em dois pontos; em outros, apenas em um; e, em alguns casos, não havia interseção alguma. Quando as interseções surgiam, rapidamente fechavam as figuras e construíam os triângulos. Na Figura 24 seguem alguns desenhos produzidos pelos alunos durante essa atividade investigativa.

Figura 24 – Construções com Compasso e Formação de Triângulos quando Possível



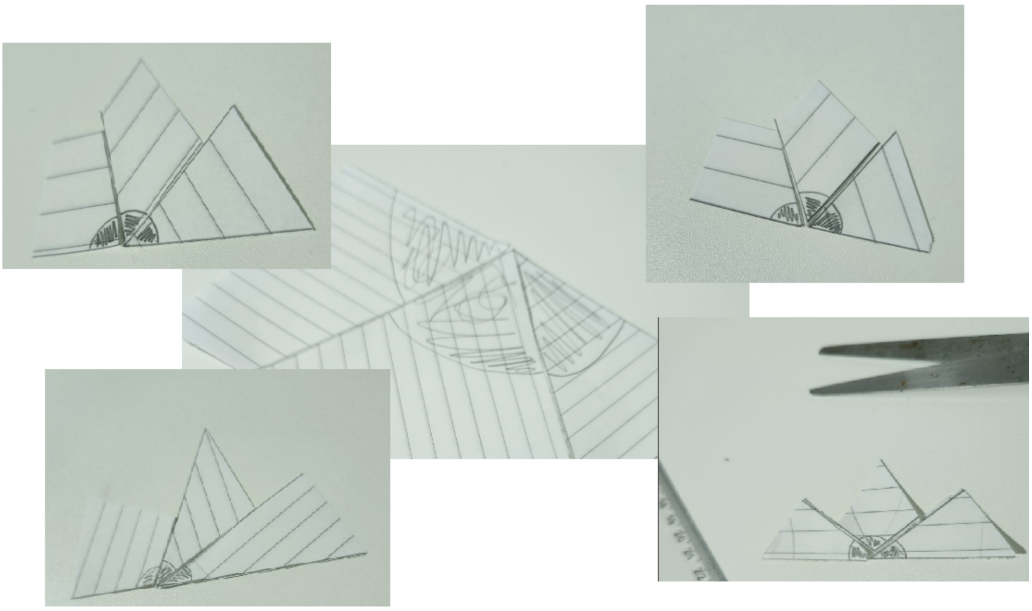
Fonte: Dados da pesquisa.

Nesse momento, percebi que os alunos começaram a se envolver mais, surgindo perguntas, curiosidades e um interesse espontâneo pela atividade. Transcrevi, a seguir, algumas frases anotadas durante a atividade: "Professor com essas medidas não deu para construir um triângulo, não fecha." "Esse aqui a interseção está em cima do lado que eu já tinha construído." "Nesse aqui eu consegui construir dois triângulos, um de cabeça para baixo e outro normal, tem algum problema?" Diante desse entusiasmo, promovi um debate em que os estudantes expressaram suas conjecturas e ideias. Durante a conversa, fiz as perguntas descritas na — subseção 5.1.2 — a partir das quais obtive as seguintes respostas:

Pergunta 1: "Não, em alguns casos não conseguimos fechar o triângulo".
Pergunta 2: "Diversos tipos, equilátero, isósceles, até retângulo a gente conseguiu construir".
Pergunta 3: Foi a mais discutida, porém, conseguiram notar; posteriormente com auxílio do GeoGebra, que quando os círculos não tinham interseção ou eram tangentes (interiormente ou exteriormente) não havia a possibilidade de construir o triângulo.

Para finalizar, solicitei que fizessem os recortes dos ângulos, e logo observaram que os três ângulos juntos formavam a metade de um círculo, isto é, a metade de uma volta, e verbalizaram que era um ângulo de 180°. Na Figura 25 apresento alguns resultados.

Figura 25 – Soma dos Ângulos Internos de um Triângulo na Prática



Fonte: Dados da pesquisa.

Ao realizar as perguntas 4 e 5 responderam:

Pergunta 4: "Formou a metade de uma volta".
Pergunta 5: "Sim, é o ângulo de meia volta, que mede 180°". Complementei dizendo que esse ângulo também pode ser chamado de ângulo raso.

6.1.3 Relato da Atividade 3: Conceituação Teórica

Duração: 10 minutos.
Recursos: Datashow e o *software* GeoGebra.

Nessa atividade — subseção 5.1.3 — utilizei o GeoGebra, em sala de aula com auxílio do computador e datashow, para validar o conhecimento construído pelos alunos refazendo a construção de alguns exemplos e sistematizando as condições de existência de triângulos. Aqui foi onde terminei a primeira aula.

6.1.4 Relato da Atividade 4: Atividades Práticas com GeoGebra

Duração: 20 minutos.
Recursos: Datashow, *software* GeoGebra.

Nessa atividade — subseção 5.1.4 — dando início a segunda aula, ensinei a construção de um triângulo no GeoGebra, seguindo as ideias da turma de quando construíram. Após, eles fizeram as demais construções, no *software*, alguns alunos apresentaram certa familiaridade com o aplicativo e outros não, como a construção, por parte deles, foi no meu computador, pude retomar o passo a passo da construção e com isso, demonstraram que absorveram os conhecimentos.

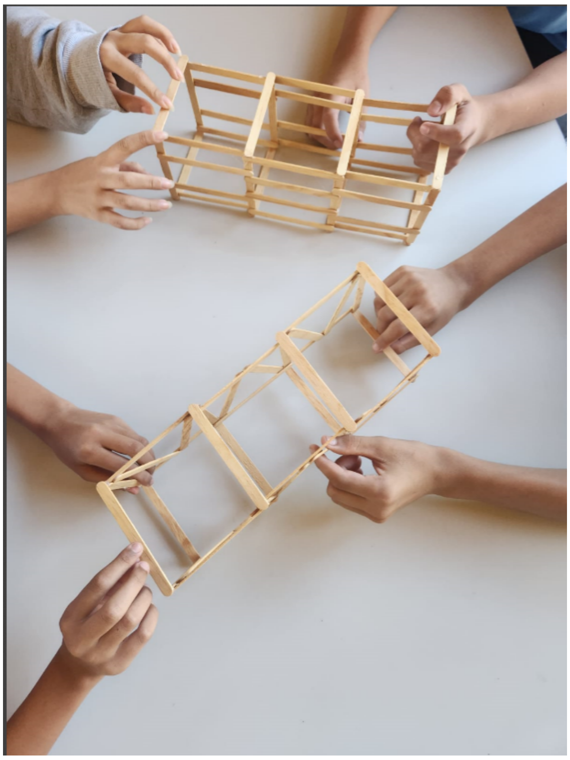
6.1.5 Relato da Atividade 5: Rigidez do Triângulo

Duração: 40 minutos.
Recursos: Palitos de picolé, cola quente e materias (livros e cadernos) para sobrepor as pontes.

Nessa atividade — subseção 5.1.5 — houve grande engajamento da turma e muita dedicação. No início, os alunos construíram algumas pontes que não suportaram os primeiros testes de rigidez, devido às formas geométricas escolhidas. Intervi destacando que seria necessário dividir o "peso" da carga entre os palitos e que uma boa estratégia seria a utilização de formas triangulares.

A partir dessa orientação, iniciaram a confecção das pontes e perceberam que elas estavam ficando mais firmes, isto é, mais rígidas. Por fim, realizamos os testes de rigidez, que evidenciaram como as estruturas triangulares se mostraram realmente mais resistentes. Todos os testes foram realizados por meio do empilhamento de livros e cadernos sobre as pontes. Na Figura 26, apresento o resultado de algumas das construções realizadas pelos estudantes. Finalizado os testes, retomei os conhecimentos obtidos e findei a segunda aula.

Figura 26 – Pontes de Palitos de Picolé



Fonte: Dados da pesquisa.

6.1.6 Relato da Atividade 6: Integração e Consolidação

Duração: 20 minutos.
Recursos: Questionário orientado.

Para iniciar a terceira aula, aproveitei as experiências, tanto com o *software* quanto com as construções realizadas, para elaborar um questionário — subseção 5.1.6 — com o objetivo de debater os aprendizados. Após a aplicação, registrei as respostas da turma.

Pergunta 1: A régua e compasso são bem mais úteis do que imaginávamos, não servem apenas para desenhar linhas e círculos e sim, que suas finalidades podem ser diversas, como por exemplo, construir triângulos com êxito. Já com o GeoGebra, que o contato foi pouco, pudemos observar o quão dinâmico é o aplicativo, e se é assim com os triângulos deve ser bem bacana poder ter outros conteúdos através dele, pois é legal quando saímos do quadro e caderno.
Pergunta 2: Uma experiência legal, trabalho em grupo, debates no momento das construções, aulas que somos expostos para além do caderno, explicações e quadro, nos faz utilizar mais nossas criatividades e conhecimentos. E quando fizemos os testes com os pesos pudemos aprender na prática que as formas triangulares são de fato eficaz e rígidas nas construções civís.
Pergunta 3: Nessa pergunta virou conflito, pois todos queriam compartilhar alguma experiência, porém para resumir, registraram as ideias já descritas nas duas perguntas

anteriores.
Pergunta 4: Como já havíamos aprendido com a régua e compasso, na aula anterior, aqui observamos que de fato não é possível efetuar as construções quando as condições de existência não são respeitadas.
Pergunta 5: Novamente, como já foi visto e tivemos essa experiência, com o *software* podemos observar que quando é possível a construção do triângulo, podemos movimentar o quanto quisermos que a soma dos ângulos internos não se modifica, mantendo-se em 180°.
Pergunta 6: Porque quando colocamos os pesos sobre as pontes construídas com formas triangulares, elas não se deformaram e nem se destruíram (com os pesos que utilizamos), já as demais, construídas com formas quaisquer, foram facilmente descontruídas. Ou seja, uma forma triangular fixada faz se necessário uma carga maior para que sofra deformação, evidenciando a rigidez de seu formato.
Pergunta 7: Tripés, assentos com três pernas, estruturas para segurar quadros de fotos, pontes pela cidade, estruturas metálicas que seguram telhados.
Pergunta 8: Arquitetos, pedreiros, engenheiros, artistas da área de desenho.
Pergunta 9: As partes práticas com certeza, poder sair dos métodos tradicionais é sempre bacana e muitas das vezes podemos interagir com o conteúdo de maneira eficiente. Poder ter visualizado através do GeoGebra todos os movimentos que o *software* oferece também foi uma experiência muito boa.

6.1.7 Relato da Atividade 7: Avaliação Final

Duração: 40 minutos.
Recursos: Lista de exercícios e avaliação escrita.

Nessa etapa — subseção 5.1.7 — os estudantes colocaram em prática tudo o que aprenderam por meio de uma avaliação tradicional, em formato de lista de exercícios. Mesmo com o uso de diferentes metodologias ao longo da sequência, esse tipo de avaliação continua sendo importante, pois ajuda a verificar de forma clara se cada aluno conseguiu compreender os conceitos e aplicar os procedimentos básicos de maneira individual.

A prova, nesse sentido, não aparece apenas como cobrança, mas como complemento às demais atividades. Ela permite que o professor identifique dificuldades, acompanhe a evolução de cada estudante e garanta um registro mais formal da aprendizagem. Quando bem pensada, pode ir além da memorização, trazendo situações que exigem interpretação, raciocínio e aplicação dos conteúdos em problemas práticos.

6.2 Execução da SD do 8° ano

A SD planejada foi realizada com alunos do 8° ano B, vespertino, que conta com 32 estudantes, da Escola Municipal Etalívio Pereira Martins, situada na cidade de Campo Grande - MS, local onde o professor-autor exerce sua função de professor regente da turma. A intenção de executar a SD em unidades escolares diferentes foi de analisar a reação e compreensão dos discentes com diferentes realidades sociais, já que uma das escolas se enquadra como periférica e a outra se encaixa como central. Apesar das diferentes localidades e público alvo (estudantes com poder aquisitivo maior) as escolas não apresentam diferenças estruturais, ambas não ofertam uma sala de tecnologia/recursos onde os alunos poderiam ter um computador individual ou trabalhar em duplas/trios, o que no caso, potencializaria o aprendizado dos estudantes.

6.2.1 Relato da Atividade 1: Avaliação Diagnóstica

Duração: 15 minutos.
Recursos: Questionário orientado.

Com a intenção de investigar os conhecimentos prévios dos estudantes levantei um questionário — subseção 5.2.1 — de forma rápida, um debate simples e eficaz onde propus as perguntas, os estudantes responderam e eu pude analisar seus saberes.

Pergunta 1: Nessa etapa de ensino os estudantes já possuindo uma bagagem maior de conhecimentos responderam praticamente todos os triângulos existentes, exceto o acutângulo e obtusângulo, que são difíceis de memorizar seus nomes, porém demonstraram reconhecer os mesmos.
Pergunta 2: De forma simples, responderam que altura é do ponto mais alto do triângulo até o ponto mais baixo da figura.
Pergunta 3: Essa pergunta foi feita por curiosidade, para saber se os estudantes já tinham ouvido falar sobre, pois o primeiro contato que terão com esse conhecimento é exatamente nessa fase do estudo.
Pergunta 4: Não souberam responder assim como a pergunta anterior.
Pergunta 5: Idem a resposta da pergunta 4.
Pergunta 6: Não tinham conhecimentos do que são cevianas.
Pergunta 7: Também não souberam responder, pois se não conhecem as cevianas e mediatriz não teria como eles conhecerem os pontos notáveis.

Todas as perguntas efetuadas foram planejadas e com a consciência das respostas que surgiriam. O intuito, de fato, foi resgatar a classificação dos triângulos e se conheciam a ceviana altura, sendo assim o objetivo de investigar os conhecimentos prévios foi obtido com sucesso. Após esse momento, de maneira rápida, ilustrei o que eram cada uma das cevianas perguntadas sem muita explicação, pois o intuito da sequência didática é construir esses conhecimentos.

6.2.2 Relato da Atividade 2: Contextualização e Problematização

Duração: 45 minutos.
Recursos: Material tradicional, quadro branco, canetão, caderno, lápis, caneta e borracha.

Para iniciar o processo de aprendizagem sobre cevianas e pontos notáveis do triângulo, apresentei aos alunos um problema contextualizado, também descrito na sequência didática do 8° ano 5.2.2. Após a leitura coletiva do problema, os alunos copiaram o enunciado e iniciaram sua interpretação individual e em pequenos grupos.

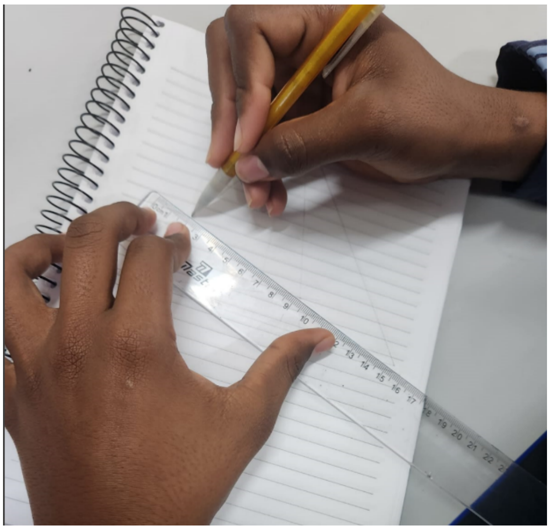
Na tentativa de encontrar uma solução, os estudantes desenharam triângulos quaisquer e começaram a posicionar pontos no interior da figura. Com o auxílio de réguas, mediram as distâncias desses pontos aos lados do triângulo, observando que essas medidas não coincidiam. Como mostra a Figura 27.

Figura 27 – Construção de Pontos Internos Aleatórios

Fonte: Dados da pesquisa.

Rapidamente perceberam que esse método não era eficiente para resolver o problema proposto. Diante dessa constatação, iniciei a intervenção com uma nova proposta: que construíssem segmentos partindo dos vértices em direção aos lados opostos a cada vértice do triângulo, utilizando todos os três vértices, de tal modo que houvesse interseções entre esses segmentos. A partir dessa orientação, os alunos começaram a observar que, em muitas situações, os segmentos traçados a partir dos vértices se encontravam em um ponto comum, ou seja, existia uma interseção entre eles. Essas observações levaram os estudantes a formular conjecturas sobre a existência de um ponto especial no interior do triângulo. Na Figura 28 registrei uma amostra de alguns desses pontos especiais encontrado por um aluno.

Figura 28 – Ponto de Encontro de Cevianas

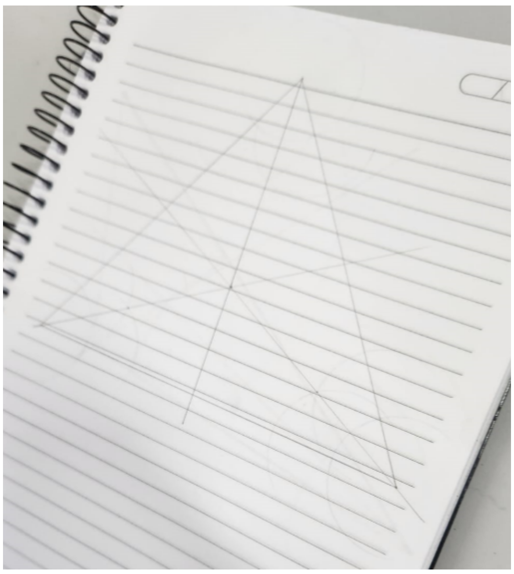


Fonte: Dados da pesquisa.

Nesse momento, com uma segunda intervenção, incentivei os alunos para que seguissem uma mesma lógica de construção para os três segmentos, como por exemplo, que todos fossem alturas. Assim, os estudantes experimentaram a construção das alturas do triângulo e exploraram os pontos de interseção resultantes.

Um aluno, movido pela curiosidade, traçou segmentos que partiam dos vértices, porém que ficassem ao meio dos lados que se encontravam em cada um desses vértices. Ao concluir a construção dos três segmentos, notou que eles se encontravam em um único ponto no interior do triângulo. Intrigado, mediu a distância desse ponto até os três lados da figura e percebeu que eram iguais. Na Figura 29, fiz o registro do desenho feito pelo aluno.

Figura 29 – Ponto de Encontro das Bissetrizes



Fonte: Dados da pesquisa.

Ao relatar sua descoberta à turma, aproveitei o momento para promover um debate coletivo, incentivando os alunos a refletirem sobre os conhecimentos construídos e a relacionarem as construções realizadas com os conceitos de pontos notáveis do triângulo, em especial o incentro. Para finalizar a primeira aula, perguntas dirigidas foram feitas (veja 5.2.2) e as respostas relatei na sequência.

Pergunta 1: Primeiramente fizemos pontos dentro do triângulo e fomos medindo com a régua as ditâncias.

Pergunta 2: Não deve ser assim que resolve, pois, por mais que a gente consiga encontrar esse ponto dessa maneira, vamos demorar muito e com certeza não tem eficácia nenhuma.

Pergunta 3: Conseguimos construir vários segmentos partindo de um único vértice, podemos até dizer que são infinitos segmentos. Sim professor podemos efetuar essas mesmas construções partindo de qualquer um dos três vértices do triângulo.

Pergunta 4: Tivemos essa percepção sim e de diversas maneiras como, ao construirmos apenas dois segmentos de dois vértices distintos obtivemos diferentes interseções, porém quando construíamos três segmentos de vértices diferentes essa quantidade de pontos diminuiu consideravelmente, isso quando existia essa interseção. Não professor, em alguns casos, essas interseções ocorreram fora do triângulo.

Pergunta 5: Sim, depois que fomos orientados a seguir um mesmo critério de construção observamos que os pontos de encontro eram mais presentes.

Pergunta 6: Não professor, mesmo com as orientações, em alguns casos, como triângulo obtusângulo, as interseções ainda assim, aconteceram fora desses triângulos.

Pergunta 7: Não resolve não, pois o quiosque necessita estar dentro do terreno.

Pergunta 8: No caso das cevianas e pensando na união desses pontos notáveis com os vértices do triângulo, dividiu sempre em outros triângulos. Agora o ponto notável formado a partir das mediatrizes formou figuras diversas.

Pergunta 9: Não, mesmo que pontos encontrados a partir de segmentos criados com critérios iguais alguns não satisfazem o problema por não estar a mesma distância dos três lados do terreno.

Pergunta 10: Sim, esse ponto encontrado pelo "colega", que foi construído a partir de cada vértice pensando em por o segmento no meio dos lados que se encontram no vértice, dista igualmente de cada um dos lados do terreno. Esse ponto é a solução do problema.

6.2.3 Relato da Atividade 3: Conceituação Teórica

Duração: 20 minutos.

Recursos: Quadro branco, canetão, datashow, caderno, lápis, caneta e borracha.

Inicialmente a segunda aula foi expositiva com as definições devidas de cevianas, mediatrizes e os pontos notáveis, tudo foi feito utilizando a participação e envolvimento dos estudantes com a atividade explorada na etapa anterior. Uma etapa fácil de ser concluída e eficiente já que o engajamento dos alunos foi surpreendente. Em seguida, todas as construções elaboradas por eles foram feitas com o uso do GeoGebra e no aplicativo tiveram a oportunidade de enxergar o dinamismo que ocorre com o movimento dos triângulos, onde mais uma vez notaram que os pontos notáveis nem sempre estão localizados no interior do triângulo.

6.2.4 Relato da Atividade 4: Atividades Práticas

Duração: 40 minutos.
Recursos: Datashow e *software* GeoGebra.

Na sequência da etapa anterior, os alunos tiveram a oportunidade de poderem construir triângulos quaisquer no *software*, construir também suas cevianas e mediatrizes e notarem os pontos notáveis. Observando por si só que seguindo as definições de cada segmento o ponto de encontro é sempre satisfatório, puderam ainda, ao movimentar as construções no aplicativo, que de fato os pontos, nem sempre pertencerão ao interior do triângulo.

Para a conclusão dessa segunda aula/etapa, fiz um novo debate, este 5.2.4, e registrei. Dessa vez o debate foi bem curto, pois todas as respostas já estavam frescas nas memórias, pois foi dito e trabalhado em diversos momentos da SD.

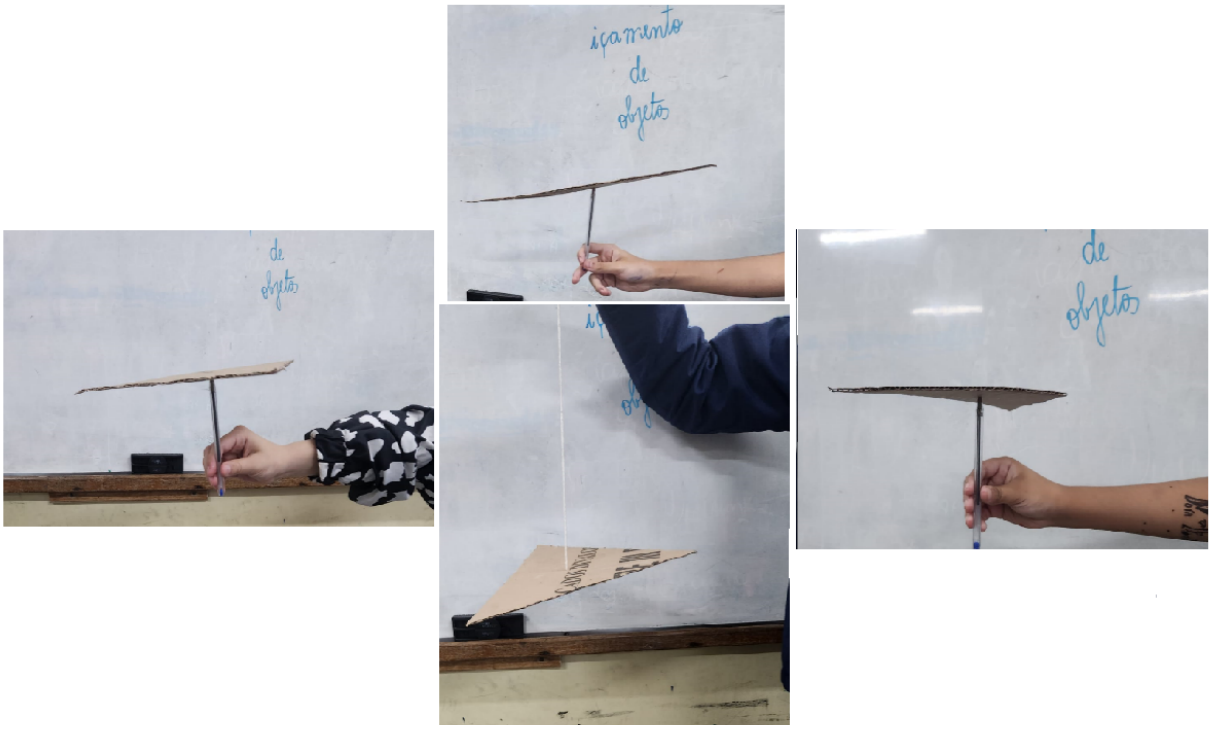
Pergunta 1: Nos equiláteros, isósceles e também nos acutângulos.
Pergunta 2: Alguns pontos notáveis do triângulo obtusângulo.
Pergunta 3: Sim esse é o caso do triângulo retângulo que tem o ortocentro sendo um de seus vértices e mais, podemos observar que o circuncentro fica exatamente no meio do lado maior do triângulo.
Pergunta 4: Esse triângulo equilátero só pode ser perfeito, tem todos os lados iguais, os ângulos iguais e todos os pontos notáveis nele é um ponto só, extremamente curioso e bacana esse fato.
Pergunta 5: Esse ponto é o incentro, é o ponto no interior do terreno que possui a mesma distância (equidista) dos três lados do terreno.
Pergunta 6: O ponto é o baricentro, também podemos chamá-lo de "centro de massa" ou "centro de gravidade" do triângulo. Esse ponto é o ponto de equilíbrio do triângulo.
Pergunta 7: Agora temos o ortocentro.
Pergunta 8: Já esse é o circuncentro, ao construírmos um círculo que contém os três vértices do triângulo, ou seja, o triângulo circunscrito a um círculo, o circuncentro é o centro desse círculo.

6.2.5 Relato da Atividade 5: Integração e Consolidação

Duração: 30 minutos.
Recursos: Papelão, tesoura, compasso, régua e barbante.

Para realizar a atividade proposta da terceira aula — subseção 5.2.5 — os estudantes partiram para construção dos triângulos com os papelões, construíram todos os tipos de triângulos que conhecem, em seguida utilizando os conhecimentos já adquiridos, foram construindo as medianas dos triângulos e seus baricentros. Por fim, fizeram um furo no baricentro suficiente para poderem passar um barbante e fazer um nó de fixação. Sem ter um local para poder passar o barbante e puxar os triângulos, os estudantes apenas seguraram seus triângulos pelos barbantes e, outros através do furo feito posicionaram uma caneta e notaram o equilíbrio causado. Na Figura 30, deixei o resgistro da atividade confeccionada pelos estudantes.

Figura 30 – Içamento de Triângulos



Fonte: Dados da pesquisa.

Puderam, na prática, observar o uso, no dia a dia, de um ponto notável, notando que os triângulos permanecem planos em relação ao solo, e isso é utilizado no içamento de objetos. No caso dos triângulos, o baricentro também é conhecido como centro de massa. Em todos os momentos, estive orientando os alunos e dialogando, tendo a oportunidade de, na oralidade, perceber o quanto os estudantes estavam entretidos com a atividade e também engajados com seus conhecimentos e aprendizados.

6.2.6 Relato da Atividade 6: Avaliação Final

Duração: 30 minutos.
Recursos: Lista de exercícios, caderno, lápis, caneta e borracha.

Durante as etapas de aplicação da SD desenvolvidas até aqui, pude observar as ideias, conjecturas e conhecimentos da turma. E agora, nesse momento da atividade, eles conseguiram realizar a parte teórica que tiveram na prática. Assim, pude avaliá-los e concluir que, quando há engajamento, eles absorvem melhor os conteúdos, tornando-se mais criativos, críticos e autônomos.

6.3 Execução da SD do 9° ano

Para a aplicação da SD elaborada, solicitei ao professor regente da turma 9° ano A, matutino, da Escola Municipal Professor João Cândido de Souza, que selecionasse entre 10 e 15 alunos, de forma aleatória e não compensatória efetivamente de notas, para que pudessem participar dessa sequência, pois não disponho de turmas de 9° ano. Essa condição tornou a experiência diferente das anteriores, pois, apesar de ocorrer no mesmo ambiente escolar onde realizei a aplicação com o 7° ano, desta vez trabalhei com alunos que não faziam parte de turmas com as quais eu já tinha contato. A aplicação foi realizada no periódo comum de aula da turma, ou seja, no matutino, o professor regente então, disponibilizou-me 15 estudantes, onde eles, de forma alguma, serião prejudicados na composição de suas notas.

6.3.1 Relato da Atividade 1: Avaliação Diagnóstica

Duração: 10 minutos.
Recursos: Questionário orientado.

Nesta primeira aula, com o intuito de identificar os conhecimentos dos alunos, propus um jogo de perguntas e respostas (veja a subseção 5.3.1). As respostas obtidas foram resumidas e anotadas. Seguem algumas delas.

Pergunta 1: “Existem seis tipos, equilátero, isósceles, retângulo, escaleno”. Depois de um breve momento de recordação, os nomes acutângulo e obtusângulo foram ditos, indicando que esses eram mais difíceis de lembrar.
Pergunta 2: Sim professor, são triângulos parecidos, em posições diferentes e também tamanhos diferentes, porém proporcionais.
Pergunta 3: Não souberam responder, pois não lembravam os casos de semelhança.
Pergunta 4: Sim, são aqueles segmentos que os triângulos possuem, que se cruzam dentro dos triângulos, as vezes fora também.
Pergunta 5: A altura é uma, agora as demais não lembramos.

Pergunta 6: Essa é fácil professor, ele possui um ângulo de 90°, é ..., ângulo reto.
Pergunta 7: Hipotenusa, que é o maior lado, e os outros dois são os catetos. Como já respondido, podemos identificar como sendo o maior lado, mas podemos notá-lo também como sendo o lado que está ao "contrário" do ângulo reto.
Pergunta 8: Nos telhados, em estruturas metálicas, pontes também. Após essa troca rápida foi introduzido sem a solicitação de registros, por parte dos alunos, os conceitos que eles acabaram não se recordando.

6.3.2 Relato da Atividade 2: Contextualização e Problematização

Duração: 20 minutos.
Recursos: Datashow, caderno, lápis, caneta e borracha.

Com o auxílio do datashow, foi projetado o problema para que os alunos pudessem realizar a leitura e interpretação da situação real e, a partir disso, começassem a elaborar estratégias para chegar a possíveis respostas. Os estudantes iniciaram a interpretação transformando o texto em uma representação geométrica, desenhando o formato da rampa conforme suas compreensões obtidas por meio da leitura. Posicionaram as medidas fornecidas no enunciado e até denominaram de "x" à medida que estava sendo solicitada. Como ainda havia dúvidas quanto à interpretação do "patamar", fiz uma intervenção para que os alunos compreendessem esse elemento da situação.

Após esse esclarecimento, eles passaram a incluir o patamar no desenho, nomeando-o como "y", uma vez que também se tratava de uma medida solicitada pelo problema. Em seguida, ficou evidente que os alunos não conseguiriam avançar na resolução da atividade, pois, conforme o planejado, a intenção era que eles realizassem a interpretação geométrica do problema para, então, introduzir os conhecimentos e conceitos matemáticos desejados, no caso, o Teorema de Pitágoras e, na sequência, as Relações Métricas no Triângulo Retângulo.

6.3.3 Relato da Atividade 3: Conceituação Teórica

Duração: 90 minutos.
Recursos: Datashow, *software* GeoGebra, caderno, lápis, caneta e borracha.

Nessa etapa, fiz o uso dos 30 minutos restantes da primeira aula e aproveitei da aula conjugada para dar continuidade a teorização na segunda aula. Utilizei da mesma atividade da etapa anterior, e auxílio do *software* GeoGebra, para uma melhor visualização e compreensão, construi o mesmo desenho geométrico que os alunos tinham feito em seus cadernos na plataforma e também foram postas as medidas e as incógnitas encontradas.

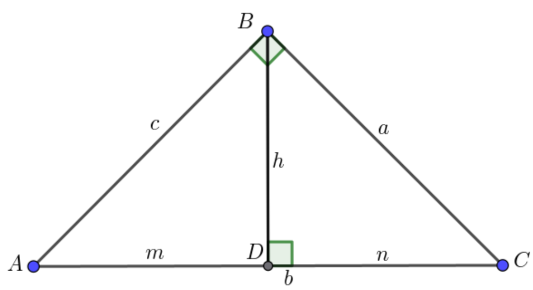
Nesse momento, acrescentando os conceitos já conhecidos de triângulos, fiz o reconhecimento do triângulo retângulo e, com isso, quais lados eram os catetos e qual era a hipotenusa, que estava sendo substituída pelo o que seria a escada da rampa no problema. Sendo assim, tinham que descobrir a medida da hipotenusa em primeiro lugar.

Para a introdução do conceito do Teorema de Pitágoras, construi um triângulo retângulo qualquer no GeoGebra e, quadrados a partir das medidas de cada um dos lados desse triângulo. Na sequência mostrei as áreas de cada um desses lados. Partindo desse instante, os alunos pontuaram algumas percepções. Nesse momento fiz a mediação através de perguntas destinadas a chegar onde necessitava. E com isso, os estudantes conseguiram identificar que a soma das áreas dos dois quadrados menores formados a partir das medidas dos dois catetos era igual a área do quadrado formado a partir da hipotenusa, com mais algumas intervenções e conhecimentos que já possuíam, conseguiram montar a seguinte relação: "a hipotenusa ao quadrado é igual a cateto ao quadrado mais o outro cateto ao quadrado". Ou seja, do jeito deles, e utilizando a ilustração que o GeoGebra oferece, conseguiram montar o Teorema de Pitágoras. Foi preciso apenas generalizar a teoria para que pudesse ser útil em qualquer situação envolvendo um triângulo retângulo.

Ao solucionar uma das medidas solicitadas no problema, os alunos partiram para descobrir o tamanho do patamar, como esse assunto é algo já de conhecimento deles, pois semelhança de triângulos é um conteúdo que já foi trabalhado, tiveram um certo conforto em resolver. Observaram rapidamente a semelhança entre os dois triângulos formados, e ainda disseram o caso de semelhança, que em particular é o *"Ângulo – Ângulo"*. Como já descobriram o tamanho da escada da rampa que, aproximadamente, foi de $4,2\ metros$, montaram a razão de semelhança podendo assim, encontrar o tamanho do patamar, que foi, aproximadamente, de $0,6\ metros$.

Com o problema agora completamente resolvido e utilizando o conhecimento de semelhança de triângulos que os estudantes possuem, chegou o momento de mostrar as relações métricas no triângulo retângulo. Através do GeoGebra fiz a construção de um triângulo retângulo qualquer, denominado ABC, reto em B e a ceviana altura do vértice B com relação a base AC, na interseção da altura com a base, marcou-se o ponto D e as medidas foram, a, b e c para os lados, h para altura e, m e n para as projeções. O desenho registrei na Figura 31.

Figura 31 – Triângulo ABC



Fonte: Autor, 2025.

Os estudantes rapidamente observaram que haviam três triângulos retângulos e iniciaram a investigação da possibilidade de serem semelhantes já possuindo algo em comum que era o ângulo reto. No caso dos triângulos ABC e ADB, notaram que além do ângulo reto também possuíam em comum o ângulo no vértice A, então pelo caso *"A – A"*, são semelhantes, pelo mesmo caso notaram a semelhança entre os triângulos ABC e BDC, que nesses, além do ângulo reto possuíam o ângulo no vértice B. E por fim, os triângulos ADB e BDC acabaram também sendo semelhantes pelas medidas de seus ângulos.

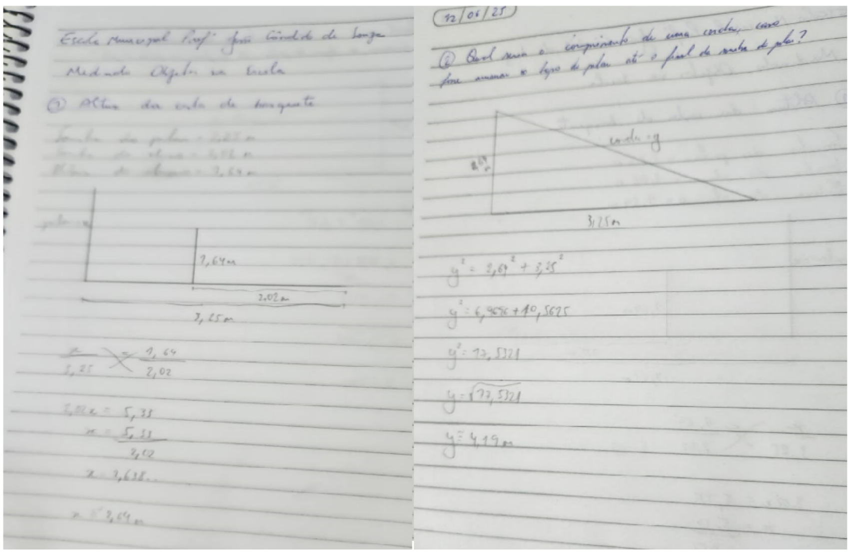
Partindo dessas informações, eles foram montando todas as relações que eram possíveis, inclusive as que são consideradas Relações Métricas no Triângulo Retângulo, para concretizar esse momento, fiz o registro no quadro das relações utilizadas e nomeadas para que os estudantes pudessem memorizar e agregar em seus conhecimentos.

6.3.4 Relato da Atividade 4: Atividades Práticas

Duração: 30 minutos.
Recursos: Locais da escola, fita métrica, caderno, lápis, caneta e borracha.

Iniciei a terceira aula com a atividade prática elaborada (veja subseção 5.3.4). Um passeio pela escola foi realizado para identificar alguns objetos a serem medidos. O primeiro objeto escolhido foi a altura da cesta de basquete. Foram medidas a sombra produzida pelo pilar que sustenta a cesta, a sombra de um aluno e a sua altura. Com essas informações, os alunos desenvolveram os cálculos e encontraram a altura do pilar. Aproveitando o momento, solicitei que os alunos encontrassem o tamanho de uma corda esticada que estava presa no topo do pilar da cesta de basquete até o final da sua própria sombra. Agora, utilizando o Teorema de Pitágoras, efetuaram os cálculos. Os resultados obtidos por um aluno registrei na Figura 32.

Figura 32 – Medindo Objetos pela Escola



Fonte: Dados da pesquisa.

6.3.5 Relato da Atividade 5: Integração e Consolidação

Duração: 10 minutos.
Recursos: Questionário orientado.

Para sumarizar os conhecimentos, realizei um debate, utilizando as perguntas da subseção 5.3.5. A participação dos alunos e a interação da turma com o *software* foi satisfatória e divertida. Ao optar por uma abordagem diferenciada, rompendo com o tradicional, percebi que os alunos demonstraram maior interesse e envolvimento com o conteúdo, especialmente ao relacioná-lo com um problema concreto. Registrei, de forma resumida, as interações dos estudantes.

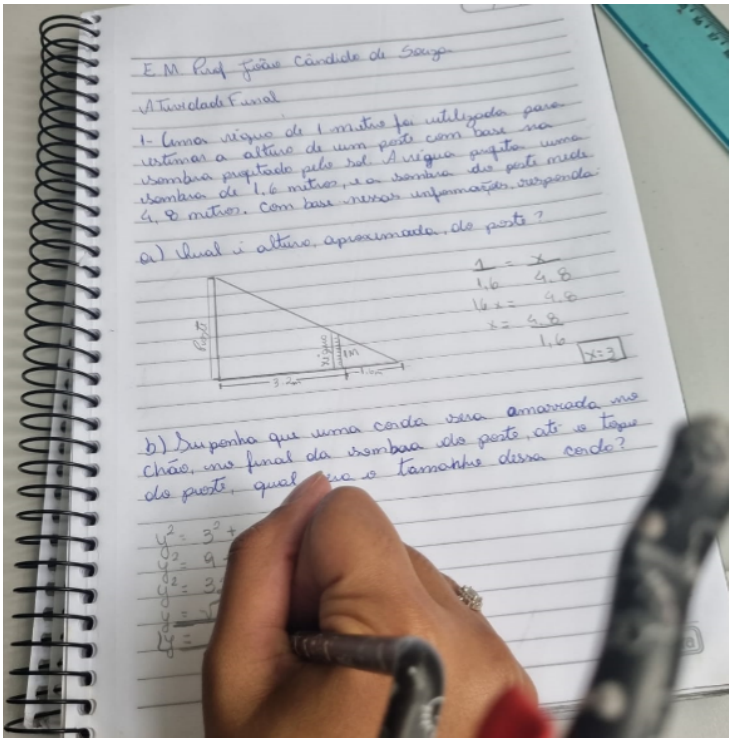
Pergunta 1: Bacana, o ato de saírmos do ambiente sala de aula já torna o conteúdo mais atrativo, interessante, conectado com a realidade e o material visual palpável também é mais atrativo do que quadro/giz e caderno/lápis.
Pergunta 2: De modo simples, relaciona as medidas de seus lados, onde a soma dos quadrados dos catetos é igual o quadrado da hipotenusa.
Pergunta 3: Problemas envolvendo alturas, medidas de rampas, de escadas, tamanho de telhados, até mesmo de telhas, estruturas metálicas, desde que sejam fornecidas algumas medidas.
Pergunta 4: Sim professor; “aquela da altura com as projeções”, “a soma das projeções é igual a hipotenusa”.
Pergunta 5: E muito, nos faz enxergar com clareza o que se pede o que foi dado, com a interpretação geométrica feita, basta a gente verificar o que está faltando o que temos e identificar a relação correta para solucionarmos o problema com êxito.
Pergunta 6: Bom professor, assim como existem as situações já ditas que utilizamos o Teorema de Pitágoras, temos também problemas onde teremos que utilizar as demais relações, como por exemplo, o comprimento de um fio elétrico necessário para fornecer energia a uma residência, sabendo que o poste está entre duas casas que se distanciam 100 metros e a distância da casa que vai receber energia está apenas a 30 metros do poste.

6.3.6 Relato da Atividade 6: Avaliação Final

Duração: 20 minutos.
Recursos: Exercício situação-problema.

Nesse momento, de avaliação final, os estudantes, através de um exercício proposto, utilizando os conhecimentos adquiridos, puderam demonstrar todo o engajamento que tiveram com o conteúdo e solucionaram o problema com êxito. Na Figura 33, deixo as resoluções de uma aluna.

Figura 33 – Resoluções



Fonte: Dados da pesquisa.

Primeiramente a aluna efetuou a compreensão do problema. Ao desenhar a situação em seu caderno e desenvolver o raciocínio geométrico, notou que o sol produzia sombras no formato de triângulos retângulos e semelhantes. A partir desses conceitos elaborou a estratégia de resolver através da proporcionalidade entre as razões das alturas e sombras de cada objeto. E ao executar o planejamento, concluiu que a altura do poste era de 3 *metros*. Como já havia notado o triângulo retângulo, ela observou que a corda estava compondo a hipotenusa do triângulo. Aplicando então o teorema de Pitágoras pôde constatar que o comprimento da corda era de aproximadamente $5,66$ *metros*.

Ao finalizar a experiência relatada, percebe-se que aprender Geometria pode ser mais prazeroso quando o aluno é convidado a investigar, experimentar e relacionar o conteúdo com sua realidade enquanto que o professor assume o papel de mediador. Nesse contexto, as metodologias adotas — Resolução de Problemas de Pólya e Bassanezi e a Modelagem Matemática de Bassanezi e Barbosa — favorecem para o engajamento do estudante, alinhadas ainda à Aprendizagem Significativa de Ausubel e ao *software* GeoGebra, por estarem conectados aquilo que o aluno já possui em sua estrutura cognitiva, os conceitos tornam-se mais duradouros e concretos.

7 Conclusão

O presente estudo teve como objetivo analisar os impactos do uso do *software* GeoGebra no ensino da Matemática, por meio da aplicação de sequências didáticas direcionadas aos diferentes segmentos do Ensino Fundamental. Os resultados evidenciam que a incorporação dessa ferramenta digital favorece um ensino mais dinâmico e interativo, potencializando o engajamento dos estudantes, promovendo maior retenção do conhecimento e facilitando a compreensão de conceitos matemáticos — especialmente os relacionados à Geometria.

Diante do percurso desenvolvido constatou-se que, por meio de uma sequência didática cuidadosamente planejada, associada ao uso do GeoGebra e de Metodologias ativas como, Resolução de Problemas e Modelagem Matemática, o ensino de triângulos no Ensino Fundamental II pôde ser potencializado. Essa integração favoreceu a superação de dificuldades recorrentes na compreensão dos conceitos geométricos e promoveu um ambiente de aprendizagem mais dinâmico, participativo e significativo.

Verificou-se que a sequência didática elaborada permitiu explorar de forma sistemática os conceitos básicos de triângulos e que a interação dos discentes com os conteúdos se torna mais significativa quando as tecnologias são introduzidas de maneira planejada e eficiente. Nesse contexto, o GeoGebra mostrou-se um recurso valioso, ao proporcionar uma abordagem visual e manipulável da abstração matemática, contribuindo para a construção de significados de forma concreta e exploratória. As atividades práticas possibilitaram que os estudantes aplicassem tais conceitos na resolução de problemas contextualizados, aproximando a matemática de situações do cotidiano e reforçando o papel do *software* como recurso didático.

As contribuições desta pesquisa para o campo da Educação Matemática são relevantes. A utilização do GeoGebra permitiu avanços na compreensão conceitual, ao transformar a aprendizagem em uma experiência mais envolvente. O aumento do engajamento dos alunos foi um aspecto notório, uma vez que a ferramenta despertou interesse e motivação superiores aos métodos tradicionais. Além disso, a pesquisa reforça a importância da adoção de metodologias ativas no ensino, ao evidenciar como a experimentação prática, mediada pela tecnologia, favorece a aprendizagem significativa. Os alunos não apenas compreenderam melhor os conceitos geométricos, como também se envolveram mais ativamente no processo, assumindo uma postura investigativa e colaborativa. Dessa forma, pode-se afirmar que os objetivos traçados foram alcançados confirmando a relevância da proposta desenvolvida.

Outro ponto de destaque refere-se à possibilidade de personalização do ensino. O uso do *software* permite que cada estudante avance em seu próprio ritmo, promovendo um ambiente mais inclusivo e respeitando as individualidades. Essa flexibilidade é essencial em um contexto educacional que valoriza a diversidade de ritmos e estilos de aprendizagem.

Apesar dos avanços observados, a formação e capacitação docente ainda se apresentam como desafios. Muitos professores demonstram resistência ou desinteresse em atualizar suas práticas pedagógicas, limitando-se frequentemente às condições estruturais oferecidas. No entanto, é fundamental compreender que o papel do professor vai além das limitações materiais: é preciso agir com criatividade e protagonismo, buscando soluções e estratégias que qualifiquem o processo de ensino e aprendizagem, mesmo diante de adversidades.

Diante disso, amplia-se o leque de possibilidades para a construção de novas sequências didáticas e a incorporação de diferentes ferramentas digitais, não apenas no ensino da Matemática, mas também em outras áreas do conhecimento. É imprescindível que o docente transite do modelo tradicional para uma prática pedagógica mais inovadora, reconhecendo nas tecnologias digitais um potencial aliado à sua atuação profissional. O professor do século XXI deve acompanhar a evolução tecnológica, metodológica e pedagógica que marca a contemporaneidade.

Conclui-se, portanto, que a integração de ferramentas tecnológicas como o GeoGebra ao ensino da Matemática configura-se como uma estratégia promissora para tornar a aprendizagem mais acessível, interativa e eficaz. A continuidade das investigações nessa área poderá não apenas aprimorar as práticas pedagógicas, mas também impulsionar a evolução do ensino matemático em um cenário cada vez mais digital e desafiador.

Referências

AUSUBEL, D. P. et al. Educational psychology: A cognitive view. holt, rinehart and Winston New York, 1978. Citado 4 vezes nas páginas 11, 14, 15 e 17.

BANDURA, A. et al. Social foundations of thought and action. *Englewood Cliffs, NJ*, v. 1986, n. 23-28, p. 9, 1986. Citado na página 19.

BARBOSA, J. *A Geometria no Ensino Fundamental: Abordagens Didáticas e Estratégias Pedagógicas*. São Paulo: Editora Ática, 2001. Citado 2 vezes nas páginas 30 e 32.

BARBOSA, J. *Modelagem matemática: O que é? Por que? Como? Veritati,(4), 73-80*. 2004. Citado 5 vezes nas páginas 11, 26, 27, 29 e 30.

BASSANEZI, R. C. *Ensino-aprendizagem com modelagem matemática: uma nova estratégia*. [S.l.]: 2. Ed. São Paulo: Editora Contexto, 2004. Citado 2 vezes nas páginas 26 e 28.

BEAN, D. O que é modelagem matemática? *Educação matemática em revista*, v. 8, n. 9/10, p. 49–57, 2001. Citado 2 vezes nas páginas 26 e 29.

BIEMBENGUT, M. S.; HEIN, N. *Modelagem matemática no ensino*. [S.l.]: Editora Contexto, 2000. Citado na página 26.

BOYER, C. B.; MERZBACH, U. C. *A history of mathematics*. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2011. Citado na página 23.

BRASIL. *Parâmetros curriculares nacionais: introdução aos parâmetros curriculares nacionais*. Brasília: MEC/SEF, 1997. Citado 4 vezes nas páginas 23, 34, 35 e 36.

BRASIL. *Base Nacional Comum Curricular*. Brasília: MEC, 2018. Citado 3 vezes nas páginas 11, 35 e 37.

BRUNER, J. S. *Uma nova teoria da aprendizagem*. [S.l.: s.n.], 1976. Citado na página 20.

BURAK, D. *Modelagem matemática: uma metodologia alternativa para o ensino de matemática na 5. série*. [S.l.: s.n.], 1987. Citado 2 vezes nas páginas 26 e 28.

CURY, H. N.; OLIVEIRA, A. M. P. de. *Disciplinas matemáticas em cursos superiores: reflexões, relatos, propostas*. [S.l.]: EDIPUCRS, 2004. Citado 2 vezes nas páginas 26 e 29.

D'AMBRÓSIO, U. *Da realidade à ação: reflexões sobre educação e matemática*. [S.l.]: Grupo Editorial Summus, 1986. Citado 2 vezes nas páginas 26 e 27.

D'AMBRÓSIO, U. *Sociedade, cultura, matemática e seu ensino*. [S.l.]: SciELO Brasil, 2005. 99–120 p. Citado na página 26.

FREIRE, P. *Pedagogia da esperança: um reencontro com a pedagogia do oprimido*. [S.l.]: Editora Paz e Terra, 2014. Citado na página 26.

GOMES-JÚNIOR, A. da S.; OLIVEIRA, I. C. M.; LINO, E. P. Uso de materiais concretos no ensino da desigualdade triangular. *Revista Ensin@ UFMS*, v. 1, n. 1, p. 195–204, 2016. Citado na página 35.

GOWIN, D. B.; NOVAK, J. D. Learning how to learn. *USA: Cambridge University*, 1984. Citado na página 18.

IMAGEM de Figuras Geométricas,. 2025. <https://encr.pw/HurdL>. Acesso em: 24 maio. 2025. Citado na página 38.

JúNIOR, J. R. G. *A Conquista da Matemática: Ensino Fundamental – Anos Finais*. São Paulo: Editora FTD, 2022. Citado 2 vezes nas páginas 32 e 40.

LIMA, M. I.; CARVALHO, C. S. *Geometria: Fundamentos e Práticas*. 1. ed.. ed. São Paulo: Editora Ática, 2010. Citado na página 32.

MONTEIRO, A. *O ensino de matemática para adultos através do método modelagem matemática*. Tese (Doctoral dissertation) — Dissertação (Mestrado em Educação Matemática)–Instituto de Geociências e Ciências Exatas-Rio Claro, 1992. Citado 2 vezes nas páginas 26 e 28.

MOREIRA, M. A. *A teoria da aprendizagem significativa e sua implementação em sala de aula*. [S.l.]: Editora Universidade de Brasília, 2006. Citado na página 17.

MOREIRA, M. A.; BUCHWEITZ, B. *Novas estratégicas de ensino e aprendizagem: os mapas conceptuais eo Vê epistemológico*. [S.l.: s.n.], 1993. Citado na página 17.

NOVAK, J. D. Uma teoria de educação. *São Paulo: Pioneira*, p. 55–73, 1981. Citado na página 18.

OLIVEIRA, A. C.; SANTOS, J. C. A contribuição da tecnologia no ensino de geometria: uma análise do uso do geogebra. *Revista Brasileira de Educação Matemática*, Brasília, v. 27, n. 4, p. 23–37, 2021. Citado na página 32.

ONUCHIC, L. d. l. R. *Pesquisa em educação matemática: concepções e perspectivas*. [S.l.]: Editora Unesp, 1999. Citado 4 vezes nas páginas 11, 23, 24 e 25.

ONUCHIC, L. d. l. R.; ALLEVATO, N. S. G. Novas reflexões sobre o ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas. *Educação matemática: pesquisa em movimento. São Paulo: Cortez*, p. 213–231, 2004. Citado 2 vezes nas páginas 23 e 25.

PAVANELLO, R. M. O abandono do ensino da geometria no brasil: causas e consequências. *Zetetiké*, v. 1, n. 1, 1993. Citado na página 11.

PIAGET, J.; BETH, W. E.; MAYS, W. *Epistemologia genética e pesquisa psicológica/Equipe da livraria Freitas Bastos*. [S.l.]: Livraria Freitas Bastos, 1974. Citado na página 21.

PONTES de Palitos,. 2025. <https://encr.pw/Zjujv>. Acesso em: 24 maio. 2025. Citado na página 44.

POZO, J. I. *A solução de problemas aprender a resolver, resolver para aprender*. [S.l.]: Porto Alegre: Artes Médicas Sul, 1998. Citado 2 vezes nas páginas 23 e 24.

POZO, J. I.; ANGÓN, Y. P. A solução de problemas como conteúdo procedimental da educação básica. *A solução de problemas: aprender a resolver, resolver para aprender. Porto Alegre: ArtMed*, p. 139–165, 1998. Citado 2 vezes nas páginas 23 e 25.

PóLYA, G. *A arte de resolver problemas : um novo aspecto do método matemático*. [S.l.]: Rio de Janeiro: interciência, 1995. Citado 2 vezes nas páginas 23 e 24.

Secretaria Municipal de Educação de Campo Grande. *Referencial Curricular da Rede Municipal de Ensino de Campo Grande – MS*. 2020. <https://www.campogrande.ms.gov.br>. Acesso em: 25 abr. 2025. Citado 2 vezes nas páginas 11 e 37.

SKINNER, B. Humanismo e behaviorismo. *The Humanist*, 1972. Citado na página 19.

STEWART, J. et al. Concept maps: A tool for use in biology teaching. *American biology teacher*, ERIC, v. 41, n. 3, p. 171–75, 1979. Citado na página 18.

VYGOTSKY, L. S. The instrumental method in psychology. In: *The concept of activity in Soviet psychology*. [S.l.]: Routledge, 1981. p. 134–143. Citado na página 21.

APÊNDICE A – Lista de Exercícios - 7° ano

1. Com régua e compasso, construa um triângulo com lados medindo 5 cm, 7 cm e 9 cm.

2. Dado os seguintes conjuntos de medidas, diga se é possível formar um triângulo. Justifique sua resposta usando a condição de existência dos triângulos.

   a) 3 cm, 4 cm, 8 cm.

   b) 6 cm, 7 cm, 10 cm.

   c) 5 cm, 5 cm, 10 cm.

3. Use o triângulo do exercício 1 e meça os três ângulos internos com um transferidor. Depois, calcule a soma deles. O que você conclui?

4. Imagine que você precisa montar uma barraca de camping usando varetas. Você pode escolher entre montar as estruturas com formas quadradas ou com triângulos.

   a) O que pode acontecer se você usar apenas formas quadradas? Elas se manterão firmes? Explique.

   b) Por que os triângulos são mais utilizados em estruturas como torres, barracas, telhados ou andaimes?

   c) Explique, com suas palavras, o que significa dizer que o triângulo tem rigidez geométrica.

5. Descreva, em passos numerados, como construir um triângulo com lados de 6 cm, 8 cm e 10 cm usando régua e compasso. Depois, represente esse algoritmo em forma de fluxograma simples.

APÊNDICE B – Lista de Exercícios - 8° ano

1. Construa um triângulo ABC qualquer. Em seguida, utilize régua e compasso para construir:

    a) A altura relativa ao lado BC.

    b) A mediana relativa ao lado AC.

    c) A bissetriz do ângulo A.

    d) A mediatriz do lado AB.

2. Um ponto P se move de tal forma que está sempre à mesma distância dos pontos A e B.

    a) Que lugar geométrico é descrito pelo ponto P?

    b) Represente esse lugar geométrico em um plano cartesiano onde A = (2,3) e B = (6,3).

3. Uma escola deseja instalar um bebedouro que fique à mesma distância de duas salas de aula. As salas estão representadas por dois pontos A e B no pátio da escola.

    a) Qual é o lugar geométrico que indica todos os pontos equidistantes de A e B?

    b) Como esse conceito pode ajudar a encontrar o local ideal para o bebedouro?

4. Observe as afirmativas abaixo e assinale as como verdadeiras ou falsas.

    ( ) A mediatriz de um lado de um triângulo sempre passa pelo vértice oposto.
    ( ) A bissetriz de um ângulo divide o ângulo em duas partes congruentes.
    ( ) A mediana sempre liga um vértice ao ponto médio do lado oposto.
    ( ) A altura de um triângulo forma um ângulo reto com o lado oposto ao vértice.

5. Em um terreno triangular, deseja-se colocar um poste de luz de forma que ele fique à mesma distância dos três lados do terreno.

    a) Qual construção geométrica permite encontrar esse ponto?

    b) Justifique a resposta explicando por que essa construção garante a posição desejada.