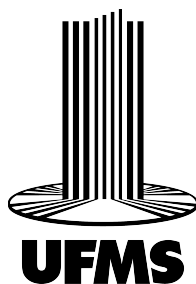


UNIVERSIDADE FEDERAL DE MATO GROSSO DO SUL
FACULDADE DE ENGENHARIAS, ARQUITETURA E URBANISMO E GEOGRAFIA
CURSO DE ENGENHARIA ELÉTRICA

Análise do Controlador PID Autoajustável Baseado na Rede Neural de Brandt-Lin

Beatriz do Prado Costa

Campo Grande - MS
01 de Outubro de 2025



UNIVERSIDADE FEDERAL DE MATO GROSSO DO SUL
FACULDADE DE ENGENHARIAS, ARQUITETURA E URBANISMO E GEOGRAFIA
CURSO DE ENGENHARIA ELÉTRICA

Análise do Controlador PID Autoajustável Baseado na Rede Neural de Brandt-Lin

Beatriz do Prado Costa

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado
como exigência para obtenção do grau de Ba-
charel em Engenharia Elétrica, à Universidade
Federal de Mato Grosso do Sul – UFMS.

Orientador: Prof. Dr. Luigi Galotto Jr.

Campo Grande - MS
01 de Outubro de 2025



Serviço Público Federal
Ministério da Educação
Fundação Universidade Federal de Mato Grosso do Sul



Análise do Controlador PID Autoajustável Baseado na Rede Neural de Brandt-Lin

Beatriz do Prado Costa

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado como exigência para obtenção do grau de Bacharelado em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Mato Grosso do Sul – UFMS considerado **aprovado**.

Banca examinadora:

Prof. Dr. Luigi Galotto Junior (Orientador)

Prof. Dr. Cristiano Quevedo Andrea

Prof. Dr. Bruno Sereni

Campo Grande, 5 de dezembro de 2025.

NOTA
MÁXIMA
NO MEC

UFMS
É 10!!!



Documento assinado eletronicamente por **Cristiano Quevedo Andrea, Professor do Magisterio Superior**, em 05/12/2025, às 15:41, conforme horário oficial de Mato Grosso do Sul, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).

NOTA
MÁXIMA
NO MEC

UFMS
É 10!!!



Documento assinado eletronicamente por **Luigi Galotto Junior, Professor do Magisterio Superior**, em 05/12/2025, às 15:41, conforme horário oficial de Mato Grosso do Sul, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).

NOTA
MÁXIMA
NO MEC

UFMS
É 10!!!



Documento assinado eletronicamente por **Bruno Sereni, Professor do Magisterio Superior**, em 05/12/2025, às 15:41, conforme horário oficial de Mato Grosso do Sul, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site

[https://sei.ufms.br/sei/controlador_externo.php?](https://sei.ufms.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0)

[acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0](https://sei.ufms.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0), informando o código verificador **6092119** e o código CRC **7AF53B64**.

FACULDADE DE ENGENHARIAS, ARQUITETURA E URBANISMO E GEOGRAFIA

Av Costa e Silva, s/nº - Cidade Universitária

Fone:

CEP 79070-900 - Campo Grande - MS

Agradecimentos

Agradeço ao meu orientador Prof. Dr. Luigi Galotto Jr. Sua dedicação às disciplinas instigou-me a aprofundar meu conhecimento na área de sistemas de controle. Agradeço, também, a paciência com a qual me ajudou a desenvolver este trabalho.

Agradeço a todo Corpo Docente do curso de Engenharia Elétrica pela formação acadêmica.

Agradeço à minha família, em especial aos meus pais, Marcos e Elza e ao meu noivo Vitor Hugo pelo apoio durante todos os anos da graduação. Sem vocês, eu certamente não conseguiria terminar essa jornada.

Agradeço aos amigos que fiz durante a minha caminhada. Vocês foram o alívio durante os momentos mais difíceis.

E, por último, agradeço à Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, por oferecer ensino gratuito e de qualidade a toda população brasileira.

Resumo

Controladores PID (Proporcional, Integral e Derivativo) são amplamente utilizados na indústria devido à sua estrutura simples. No entanto, esses controladores apresentam desafios, pois os objetivos de desempenho frequentemente entram em conflitos entre si e os parâmetros da planta podem variar durante a operação. Este trabalho analisa o controlador PID autoajustável (APID) baseado no algoritmo da rede neural de Brandt-Lin combinado a compensação com duas malhas. O PID adaptativo permite que os ganhos (K_p , K_i , K_d) se ajustem continuamente, buscando um desempenho otimizado tanto na resposta em regime transitório quanto no regime permanente. O estudo visa simular via ambiente Simulink o modelo matemático do controlador em três tipos de plantas: de primeira ordem, segunda ordem e em um sistema instável. A análise foi dividida em duas partes: no início da operação e no fim da operação do controlador a fim de analisar como APID se ajusta. Com os ganhos resultantes obtidos na simulação foi possível determinar a função de transferência do PID nas duas etapas de operação. Sendo possível aplicar o conceito do Lugar Geométrico das Raízes (LGR) e a resposta ao degrau para a análise completa do controlador. A análise mostrou resultados satisfatórios em todas as plantas, melhorando a velocidade de resposta, anulando o erro em regime permanente e estabilizando uma planta com um polo no semiplano direito.

Palavras-chaves: PID autoajustável, Rede neural de Brandt-Lin, controle adaptativo.

Abstract

PID controllers (Proportional, Integral, and Derivative) are widely used in the industry because they have a simple structure. However, these controllers have challenges because the performance goals often conflict with each other, and the plant's parameters can change during operation. This work analyzes the self-tuning PID (APID) controller. It is based on the Brandt-Lin neural network algorithm combined with two-loop compensation. The adaptive PID lets the gains (K_p , K_i , K_d) adjust continuously, looking for optimized performance in both the transient response and the steady-state response. The study aims to use the Simulink environment to simulate the controller's mathematical model in three types of plants: first-order, second-order, and an unstable system. The analysis was divided into two parts: at the start of the operation and at the end of the controller's operation, to see how the APID adjusts itself. Using the resulting gains obtained from the simulation, it was possible to find the PID's transfer function at the two stages of operation. This made it possible to apply the concept of the Root Locus (RL) and the step response for a complete controller analysis. The analysis showed satisfactory results in all plants, improving the speed of response, eliminating the steady-state error, and stabilizing a plant with a pole in the right half-plane.

Keywords: Adaptative PID, Brandt-Lin neural network, adaptative control.

Lista de ilustrações

Figura 1 –	Diagrama de blocos de um sistema em malha aberta.	13
Figura 2 –	Diagrama de blocos de um sistema com realimentação unitária. . .	13
Figura 3 –	Compensação com duas malhas de realimentação.	15
Figura 4 –	Resposta ao degrau unitário de uma planta de primeira ordem com atraso de transporte.	15
Figura 5 –	Oscilação sustentada com período P_{cr}	16
Figura 6 –	Subsistemas e interações.	19
Figura 7 –	Sistema com Controlador PID convencional.	20
Figura 8 –	Sistema com PID autoajustável.	23
Figura 9 –	Diagrama de blocos sistema de controle com compensação em cascata.	25
Figura 10 –	Diagrama de blocos do PID autoajustável implementado.	26
Figura 11 –	$G_1(s)$:Saída da planta (azul) e entrada de referência (verde). . . .	28
Figura 12 –	$G_1(s)$: Ganhos K_P , K_I e K_D variando no tempo	29
Figura 13 –	$G_1(s)$: Lugar geométrico das raízes da malha interna para o PID inicial. $\bigcirc$ = zeros na malha aberta; $\times$ = polos na malha aberta e $\square$ = polos em malha fechada (ponto de operação)	30
Figura 14 –	$G_1(s)$: Lugar geométrico das raízes da malha interna para $t = 50s$. $\bigcirc$ = zeros na malha aberta; $\times$ = polos na malha aberta e $\square$ = polos em malha fechada (ponto de operação)	30
Figura 15 –	$G_1(s)$: Lugar geométrico das raízes da malha externa para $t = 0s$. $\bigcirc$ = zeros na malha aberta; $\times$ = polos na malha aberta e $\square$ = polos em malha fechada (ponto de operação)	31
Figura 16 –	$G_1(s)$: Lugar geométrico das raízes da malha externa para $t = 50s$. $\bigcirc$ = zeros na malha aberta; $\times$ = polos na malha aberta e $\square$ = polos em malha fechada (ponto de operação)	31
Figura 17 –	Resposta ao degrau da resposta do sistema com a sintonia inicial e final.	32
Figura 18 –	$G_2(s)$: Saída da planta (azul) e entrada de referência (verde) . . .	33
Figura 19 –	$G_2(s)$: Ganhos K_P , K_I e K_D variando no tempo	33
Figura 20 –	$G_2(s)$: Lugar geométrico das raízes da malha interna para $t = 0s$. $\bigcirc$ = zeros na malha aberta; $\times$ = polos na malha aberta e $\square$ = polos em malha fechada (ponto de operação)	34
Figura 21 –	$G_2(s)$: Lugar geométrico das raízes da malha interna para $t = 50s$. $\bigcirc$ = zeros na malha aberta; $\times$ = polos na malha aberta e $\square$ = polos em malha fechada (ponto de operação)	34

Figura 22	–	$G_2(s)$: Lugar geométrico das raízes da malha externa para $t = 0s$. ○ = zeros na malha aberta; × = polos na malha aberta e □ = polos em malha fechada (ponto de operação)	35
Figura 23	–	$G_2(s)$: Lugar geométrico das raízes da malha externa para $t = 50s$. ○ = zeros na malha aberta; × = polos na malha aberta e □ = polos em malha fechada (ponto de operação)	35
Figura 24	–	Resposta ao degrau da resposta do sistema com a sintonia inicial e final.	36
Figura 25	–	$G_3(s)$: Saída da planta (azul) e entrada de referência (verde) . . .	37
Figura 26	–	$G_3(s)$: Ganhos K_P , K_I e K_D variando no tempo	37
Figura 27	–	$G_3(s)$: Lugar geométrico das raízes da malha interna para $t = 0$. ○ = zeros na malha aberta; × = polos na malha aberta e □ = polos em malha fechada (ponto de operação)	38
Figura 28	–	$G_3(s)$: Lugar geométrico das raízes da malha interna para $t = 50s$. ○ = zeros na malha aberta; × = polos na malha aberta e □ = polos em malha fechada (ponto de operação)	38
Figura 29	–	$G_3(s)$: Lugar geométrico das raízes da malha externa para $t = 0s$. ○ = zeros na malha aberta; × = polos na malha aberta e □ = polos em malha fechada (ponto de operação)	39
Figura 30	–	$G_3(s)$: Lugar geométrico das raízes da malha externa para $t = 50s$. ○ = zeros na malha aberta; × = polos na malha aberta e □ = polos em malha fechada (ponto de operação)	39
Figura 31	–	Resposta ao degrau da resposta do sistema com a sintonia inicial e final.	40

Lista de tabelas

Tabela 1	–	Regra de sintonia de Ziegler–Nichols baseada na resposta ao degrau da planta (primeiro método).	16
Tabela 2	–	Regra de sintonia de Ziegler-Nichols baseada no ganho crítico K_{cr} e no período crítico P_{cr} (segundo método).	17
Tabela 3	–	Resumo dos resultados.	41

Lista de abreviaturas e siglas

PID	Proporcional-Integral-Derivativo
APID	<i>Adaptative Proportional-Integral-Derivative</i>
LGR	Lugar geomético das raízes
SISO	<i>Single Input Single Output</i>
CC	Corrente Contínua
CA	Corrente Alternada
PFC	<i>Power Factor Correction</i>
UPS	<i>Uninterruptible Power Supply</i>

Sumário

1	Introdução	11
1.1	Objetivos	11
1.1.1	Objetivo Geral	11
1.1.2	Objetivos Específicos	12
1.2	Organização do Trabalho	12
2	Revisão Bibliográfica	13
2.1	Fundamentação Teórica	13
2.1.1	Fundamentos de Controle Clássico	13
2.1.2	Controlador PID Autoajustável de Brandt-Lin	17
2.1.2.1	Teoria da interação adaptativa	17
2.1.2.2	Algoritmo autoajuste	20
2.2	Estado da Arte	23
3	Metodologia	25
3.1	Obtenção dos Dados:	25
3.2	Análise dos Dados:	26
4	Resultados	28
4.1	$G_1(s)$: Sistema de Primeira Ordem	28
4.2	$G_2(s)$: Sistema de Segunda Ordem	32
4.3	$G_3(s)$: Sistema Instável	36
4.4	Panorama dos resultados	40
	Conclusão	42
	Referências	43

1 Introdução

A adoção do controle automático foi um fator crucial para o rápido crescimento da produtividade nas fábricas no final dos anos 1920. Isso possibilitou a produção fosse padronizada e em larga escala visto que as falhas passaram a ser minimizadas já que não era necessária a interferência humana em todas as etapas da linha de produção (BENNETT, 1993).

Com o intuito de controlar a pilotagem de navios, a primeira pessoa a analisar a teoria de controle com rigor matemático foi Nicolas Minorsky, em 1922. Ele demonstrou que a estabilidade pode ser provada utilizando equações diferenciais que modelavam a dinâmica do sistema (OGATA, 2003). Hoje, o controlador desenvolvido a partir da teoria de Monorsky é conhecido como PID (Proporcional, Integral e Derivativo). Embora eficaz, a teoria desenvolvida por Minorsky exigia cálculos complexos que levavam horas para serem realizados. Motivados por isso, em 1942, John G. Ziegler e Nathaniel B. Nichols publicaram um artigo apresentando um método prático para ajustar o controlador para cada tipo de aplicação (ZIEGLER, 1942), sem que seja necessário o modelo matemático da planta (OGATA, 2003).

Mesmo com o avanço da teoria de Sistemas de Controle, o PID ainda é amplamente utilizado por ter uma estrutura simples e com princípios de funcionamento consolidados. Porém, sistemas como o piloto automático de aviões, conversores conectados à rede elétrica para geração distribuída e o controle de abertura da válvula borboleta em motores de combustão (TAMBARA, 2024) requerem que os parâmetros de sintonia mudem durante os diferentes estágios de controle. Para obter um tempo de resposta rápido e reduzir o erro durante o regime permanente são necessários ajustes distintos haja vista que são objetivos que conflitam entre si (LIN; BRANDT R.D.AND SAIKALIS, 2000).

O controlador PID autoajustável (APID) baseado no algoritmo de Brandt-Lin consegue obter uma resposta satisfatória tanto na resposta em regime transitório como em regime permanente pois os ganhos ajustam-se continuamente para obter o melhor desempenho (BADREDDINE; LIN, 2001).

1.1 Objetivos

1.1.1 Objetivo Geral

Este trabalho tem como objetivo principal analisar a operação do controlador PID autoajustável baseado na rede neural de Brandt-Lin. São analisadas três tipos de plantas, que requerem diferentes parâmetros para obter um melhor desempenho. O estudo

é separado em duas etapas: a ação no início e no fim da operação do PID, a fim de observar como foi a influência do controlador na resposta regime transitório e no erro em regime permanente.

1.1.2 Objetivos Específicos

- Utilizar o PID autoajustável com duas malhas de realimentação ;
- Simular o modelo matemático do PID autoajustável como controlador aplicado a funções de transferência de primeira ordem, de segunda ordem e em um sistema instável;
- A partir da simulação, encontrar os ganhos de K_P , K_D e K_I no início e no fim da operação do controlador;
- Calcular a função de transferência do APID para cada planta para as duas etapas de operação;
- Obter o lugar geométrico das raízes da malha interna e da malha externa, em ambas etapas de operação;
- Obter a resposta ao degrau do sistema de controle para conhecer a resposta em regime transitório e regime permanente.

1.2 Organização do Trabalho

No Capítulo 1, é contextualizado o controle automático e apresentada a motivação do trabalho.

No Capítulo 2 é realizada a revisão teórica de controle clássico, da rede neural proposta por Brandt-Lin e como esse algoritmo foi adaptado para ser utilizado como um PID autoajustável. Além disso, nesse capítulo também é discutido de forma breve outros trabalhos nos quais o APID foi aplicado.

No Capítulo 3 aborda como os dados foram obtidos e como foi realizada a interpretação destes dados.

No Capítulo 4 mostra as análises das formas de onda obtidas na simulação e como o APID comportou-se no início e fim de sua operação.

No Capítulo 5 apresenta as conclusões finais e propõe-se a continuidade do trabalho em projetos futuros.

2 Revisão Bibliográfica

2.1 Fundamentação Teórica

2.1.1 Fundamentos de Controle Clássico

Um sistema de controle é um processo (ou planta) que manipula variáveis de entrada com o objetivo de fazer com que a saída do processo siga um valor de referência desejado, atendendo a critérios de desempenho que são definidos pela resposta em regime transitório e pelo erro em regime permanente (NISE, 2015).

A Figura 1 ilustra um sistema em malha aberta. São comandados apenas pela entrada e não conseguem efetuar compensações para nenhum tipo de distúrbio, seja interno, gerado pelo sistema, ou seja externo, gerado fora do sistema (NISE, 2015).

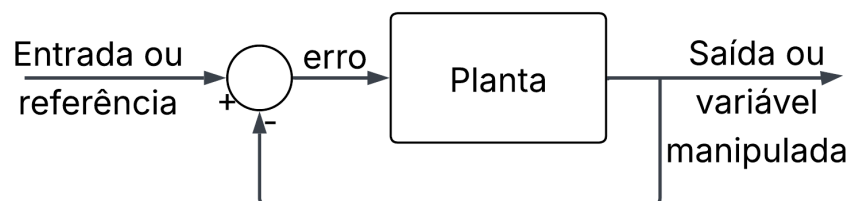
Figura 1 – Diagrama de blocos de um sistema em malha aberta.



Fonte: Autoria própria.

O sistema de controle também pode ser configurado em malha fechada, conforme a Figura 2. Desta maneira, a saída é subtraída da entrada de referência e realimenta o controlador com esse sinal – o erro. Assim, o controlador atua afim de minimizar a diferença entre os sinais, compensando qualquer tipo de distúrbio (NISE, 2015).

Figura 2 – Diagrama de blocos de um sistema com realimentação unitária.



Fonte: Autoria própria.

Uma ferramenta para analisar a estabilidade e resposta transitória é o método lugar geométrico das raízes (LGR), que consiste uma representação gráfica do comportamento dos polos da função de transferência em malha fechada. O lugar geométrico das raízes permite ao projetista escolher o ganho do sistema e observar o efeito que essa variação causa, como a realocação de polos, por exemplo. Quando a resposta e o erro não são satisfatórios, é necessário adicionar polos e/ou zeros na função de transferência através da compensação (NISE, 2015). A compensação pode ser feita das seguintes formas (NISE, 2015):

Compensação Integral Ideal (PI): a integral melhora o erro em regime permanente adicionando um polo na origem na malha aberta (NISE, 2015).

Compensação Derivativa Ideal (PD): a derivada melhora a resposta transitória adicionando um zero na origem na malha aberta, de modo que acelere a velocidade da resposta (NISE, 2015).

Controlador Proporcional, Integral e Derivativo (PID): combinando os compensadores anteriores, é possível melhorar o erro em regime permanente e a resposta transitória (NISE, 2015). A função de transferência do controlador PID é:

$$G(s) = \frac{K_d s^2 + K_p s + K_i}{s} \quad (2.1)$$

sendo,

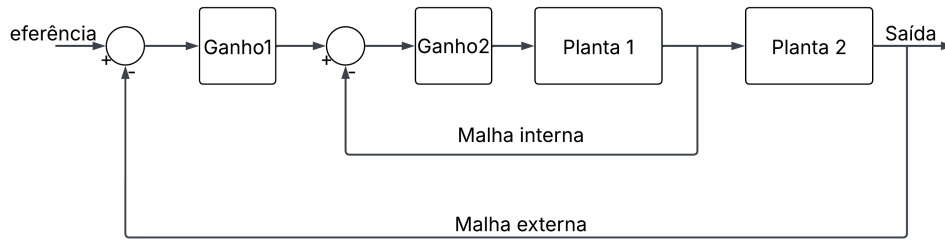
K_P : Ganho proporcional;

K_I : Ganho integral;

K_D : Ganho derivativo.

Compensação com duas malhas de realimentação: É utilizada quando as perturbações impedem o uso dos demais tipos de compensadores (NISE, 2015). O controle em cascata consiste na combinação de duas malhas fechadas, conforme o diagrama de blocos da figura [Figura 3](#). Por via de regra, a malha interna é utilizada para eliminar os distúrbios mais rápidos, enquanto a malha externa é utilizada para eliminar os distúrbios mais lentos (ASTROM; HAGGLUND, 1995). Para um sistema de compensação com duas malhas funcionar de forma independente, geralmente, a malha interna deve responder mais rápido do que a malha externa (SEBORG et al., 2017).

Figura 3 – Compensação com duas malhas de realimentação.

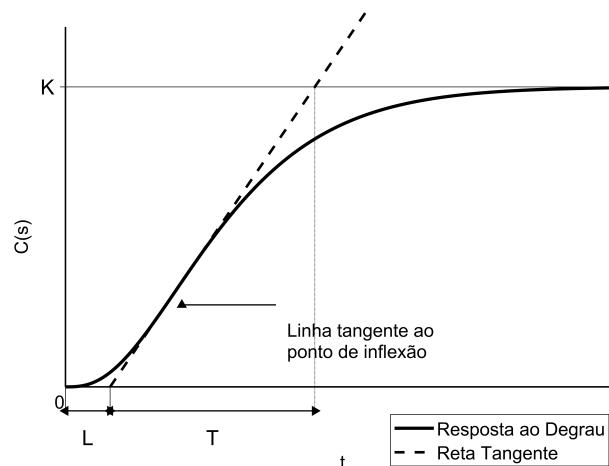


Fonte: Autoria própria.

O projeto baseado no lugar geométrico das raízes só pode ser utilizado, quando o modelo matemático da planta é conhecido. Pensando na praticidade, Ziegler e Nichols elaboraram um método experimental para sintonia de controladores PID que não houvesse a necessidade da função de transferência da planta. Os métodos de Ziegler-Nichols utilizam a resposta experimental ao degrau para ajustar os ganhos K_P , K_I e K_D (OGATA, 2003).

Primeiro método: Para este método ser utilizado, é necessário que a resposta ao degrau unitário na entrada da planta obtida experimentalmente em malha aberta seja uma curva com o formato de S, conforme a figura Figura 4 (OGATA, 2003). Esta é a resposta típica de uma planta de primeira ordem com atraso de transporte.

Figura 4 – Resposta ao degrau unitário de uma planta de primeira ordem com atraso de transporte.



Fonte: Autoria própria.

Para determinar os valores das constantes de tempo T e de atraso L , é traçada uma reta tangente $c(t)$ ao ponto de inflexão da curva. A partir da intersecção da reta $c(t)$ com o eixo horizontal obtém-se a constante L . A constante T é obtida a partir da

intersecção a reta $c(t)$ com a reta da constante K , como é ilustrado na [Figura 4](#) (OGATA, 2003).

O primeiro método de Ziegler-Nichols sugere que os valores para sintonizar o PID sejam escolhidos conforme a Tabela 1.

Tabela 1 – Regra de sintonia de Ziegler-Nichols baseada na resposta ao degrau da planta (primeiro método).

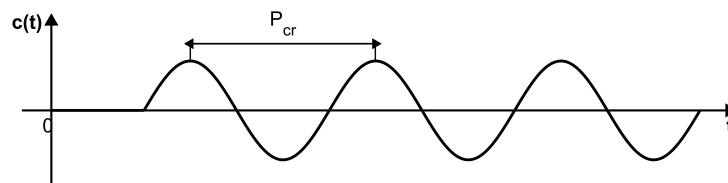
Tipo de controlador	K_P	T_I	T_D
P	$\frac{T}{L}$	∞	0
PI	$0,9\frac{T}{L}$	$\frac{L}{0,3}$	0
PID	$1,2\frac{T}{L}$	$2L$	$0,5L$

Fonte: Ogata (2003).

Sendo: $K_I = \frac{1}{T_I}$ e $K_D = \frac{1}{T_D}$.

Segundo método: No segundo método, pode ser realizada a sintonia baseada na resposta do sistema em malha fechada. O ganho integral e o ganho derivativo são definidos como $K_I = \infty$ e $K_D = 0$, respectivamente. Utilizando um controlador proporcional, o ganho K_P deve ser aumentado de zero até a saída exibir um comportamento oscilatório puro, conforme exemplifica a [Figura 5](#). Isso indica que K_P chegou ao ganho crítico K_{cr} (OGATA, 2003).

Figura 5 – Oscilação sustentada com período P_{cr} .



Fonte: Autoria própria.

Com os valores do ganho crítico K_{cr} e do período crítico P_{cr} obtidos de forma experimental, Ziegler e Nichols recomendam utilizar os valores da Tabela 2.

Tabela 2 – Regra de sintonia de Ziegler-Nichols baseada no ganho crítico K_{cr} e no período crítico P_{cr} (segundo método).

Tipo de controlador	K_P	T_I	T_D
P	$0,5K_{cr}$	∞	0
PI	$0,45K_{cr}$	$\frac{1}{1,2}P_{cr}$	0
PID	$0,6K_{cr}$	$0,5P_{cr}$	$0,125P_{cr}$

Fonte: Ogata (2003).

2.1.2 Controlador PID Autoajustável de Brandt-Lin

Melhorar o erro no regime permanente significa comprometer a resposta transitória, bem como melhorar a resposta transitória significa comprometer o erro no regime permanente (NISE, 2015). Para o PID apresentar um desempenho melhor, o ajuste deve ser feito em duas etapas: no início do funcionamento da planta para obter uma boa resposta transitória e durante seu funcionamento para obter um erro menor no regime permanente (LIN; BRANDT R.D.AND SAIKALIS, 2000). O PID adaptativo (APID) é uma forma de ajustar continuamente os parâmetros do controlador de modo a manter o desempenho ideal da planta (BADREDDINE; LIN, 2001). Além disso, não é necessário o uso da função de transferência da planta, o que torna o algoritmo universal, pois pode ser aplicado a diversos tipos de sistemas (LIN; BRANDT R.D.AND SAIKALIS, 2000).

Usando a rede neural de Brandt-Lin (BRANDT; LIN, 1996), o sistema controlado foi decomposto em quatro subsistemas: a planta, o proporcional, o integral e o derivativo. Os ganhos K_P , K_I e K_D são considerados interações entre esses quatro subsistemas. Desta forma, um algoritmo universal de APID foi desenvolvido baseado na teoria de interação adaptativa a fim desses coeficientes se autoajustarem. Os ganhos mudam conforme as entradas e os distúrbios mudem, então não é necessário que K_P , K_I e K_D convirjam para alguma constante (LIN; BRANDT R.D.AND SAIKALIS, 2000).

Os itens a seguir fundamentam-se na teoria da interação adaptativa, originalmente deduzida por Brandt e Lin (1999). A proposta de modificação desse algoritmo para uso como PID autoajustável foi desenvolvida em um trabalho subsequente por Lin e Brandt R.D.and Saikalis (2000).

2.1.2.1 Teoria da interação adaptativa

A teoria da interação adaptativa considera um sistema consistindo em N subsistemas. Cada subsistema tem um sinal de saída y_n e um sinal de entrada x_n , ambos integráveis. A dinâmica de cada subsistema é descrita por uma funcional causal, indicado na equação (2.2).

$$\mathcal{F} : \mathcal{X}_n \rightarrow \mathcal{Y}_n, n \in \mathbb{N} \quad (2.2)$$

onde $\mathcal{X}_n$ e $\mathcal{Y}_n$ são espaços vetoriais de entrada e saída, respectivamente.

Isso significa que a n -ésima saída $y_n(t)$ do subsistema está relacionada com a n -ésima entrada $x_n(t)$ pela equação (2.3):

$$y_n(t) = (\mathcal{F}_n \circ x_n)(t) = \mathcal{F}_n[x_n(t)], n \in \mathbb{N}, \quad (2.3)$$

onde $\circ$ denota composição de funções.

Assume-se que o subsistema é um sistema de entrada única e saída única (SISO).

A derivada de Fréchet é uma ferramenta utilizada para encontrar pontos de máximos e mínimos de um funcional (AGUIAR; FIGUEIREDO; HAVEROTH, 2017). É assumido que a derivada de Fréchet da funcional $\mathcal{F}_n$ existe e é definida pela equação (2.4).

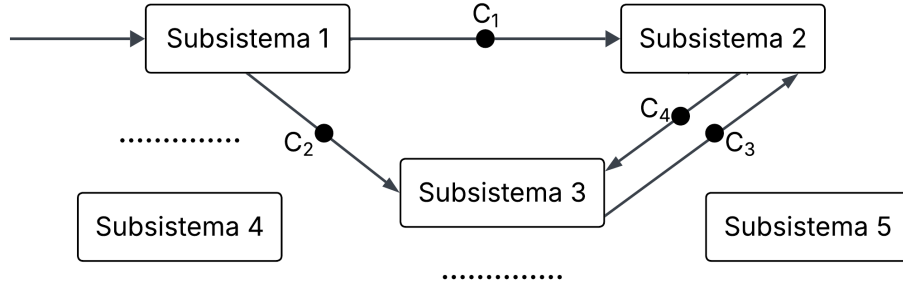
$$\lim_{\|\Delta\| \rightarrow 0} \frac{\|\mathcal{F}_n[x + \Delta] - \mathcal{F}_n[x] - \mathcal{F}'_n \circ \Delta\|}{\|\Delta\|} = 0. \quad (2.4)$$

Assume-se que existe no máximo uma conexão de um subsistema para o outro. Seja a pre_c o subsistema cuja saída é transportada pela conexão c e $post_c$ o subsistema cuja entrada recebe o sinal transportado pela conexão c . Em outras palavras, pre_c é a pré-conexão, o subsistema de origem que envia o sinal enquanto $post_c$ é a pós-conexão, o subsistema que recebe o sinal.

O conjunto de interações de entrada para o n -ésimo subsistema é denotado por $I_n\{c : pre_c = n\}$ e o conjunto de interações de saída é dado por $O_n\{c : post_c = n\}$.

Na Figura 6 o conjunto de interações de entrada do subsistema 2 é $I_2 = \{c_1, c_3\}$ e o conjunto de interações de saída mesmo subsistema é $O_2 = \{c_4\}$ e c_1 conecta o subsistema 1 ao subsistema 2, então $pre_{c_1} = 1$ e $post_{c_1} = 2$

Figura 6 – Subsistemas e interações.



Fonte: Autoria própria.

Como apenas interações lineares são consideradas, assume-se que a entrada do subsistema é uma combinação linear da saída de outro subsistema através das conexões em I_n e um possível sinal de uma entrada externa $u_n(t)$. A entrada do subsistema é definida pela equação (2.5).

$$x_n(t) = u_n(t) + \sum_{c \in I_n} \alpha_c y_{prec}(t), n \in \mathbb{N} \quad (2.5)$$

Como a interação é linear, podemos substituir a equação (2.3) na equação (2.5) para obter a dinâmica do sistema, que é descrita pela equação (2.6).

$$y_n(t) = \mathcal{F}_n[u_n(t) + \sum_{c \in I_n} \alpha_c y_{prec}(t)], n \in \mathbb{N} \quad (2.6)$$

Cada conexão c não passa apenas um sinal mas como também pondera por um valor α_c chamado de peso da conexão. Este peso determina a força ou influência dessa conexão.

O objetivo do algoritmo de adaptação é ajustar os pesos das conexões com o intuito de minimizar o erro $E(y_1, \dots, y_n, u_1, \dots, u_n)$ analisando todas as entradas externas e saídas do sistema.

Teorema: Considerando que a dinâmica do sistema seja dada pela equação (2.7), na qual o tempo t é omitido para simplificar a notação.

$$y_n = \mathcal{F}_n[u_n + \sum_{c \in I_n} \alpha_c y_{prec}], n \in \mathbb{N} \quad (2.7)$$

O índice de desempenho E é monotonicamente decrescente com o tempo, se os pesos das conexões forem adaptados de acordo com a equação (2.8), ao mesmo tempo que a equação (2.8) tem solução única.

$$\dot{\alpha}_c = \left(\sum_{s \in O_{post_c}} \alpha_s \dot{\alpha}_c \frac{\frac{dE}{dy_{post_s}} \circ \mathcal{F}'_{post_s}[x_{post_s}]}{\frac{dE}{dy_{post_s}} \circ \mathcal{F}'_{post_s}[x_{post_s}] \circ dy_{post_s}} - \gamma \frac{\partial E}{\partial y_{post_s}} \circ \mathcal{F}'_{post_s}[x_{post_s}] \right), c \in \mathbb{C} \quad (2.8)$$

Respeitando essas duas condições, a equação 2.9 sempre será satisfeita.

$$\dot{\alpha} = \gamma \frac{dE}{d\alpha_c}, c \in \mathbb{C} \quad (2.9)$$

Onde o coeficiente de adaptação é $\gamma > 0$.

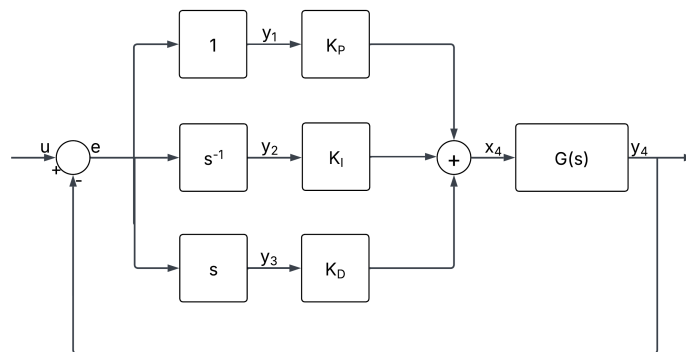
Esse teorema pode ser aplicado de forma genérica a vários tipos de sistema. Usando este algoritmo, uma rede neural pode adaptar-se sem a necessidade de uma realimentação específica para a retropropagação de erros. Dessa forma, reduz a complexidade da rede neural, fazendo com que simplifique a implementação, especialmente em *hardwares* (BRANDT; LIN, 1999).

O sistema de controle PID é um caso que satisfaz a derivada de Fréchet, então o algoritmo de adaptação pode ser significativamente simplificado como é mostrado a seguir.

2.1.2.2 Algoritmo autoajuste

O sistema de controle PID é decomposto em quatro subsistemas, conforme a Figura 7.

Figura 7 – Sistema com Controlador PID convencional.



Fonte: Autoria própria.

Sendo,

Subsistema 1: parte proporcional com a $FT = 1$.

Subsistema 2: parte integral com a $FT = s^{-1}$.

Subsistema 3: parte derivativa com a $FT = s$.

Subsistema 4: planta $G(s)$ a ser controlada.

Dessa forma, existem três pesos adaptáveis $\alpha_c = K_P, K_I$ e K_D . Para todas essas conexões, $O_{post_c} = O_4 = \emptyset$. Dessa forma, a equação (2.8) reduz-se a equação (2.10).

$$\dot{\alpha} = -\gamma \frac{\partial E}{\partial y_{post_s}} \circ \mathcal{F}'_{post_s}[x_{post_s}] \circ y_{pre_c} \quad (2.10)$$

É possível utilizar outros índices de desempenho, que resultarão em algoritmos autoajustáveis diferentes (LIN; BRANDT R.D.AND SAIKALIS, 2000). Neste caso, o objetivo é minimizar o erro descrito pela equação (2.11).

$$E = e^2 = (u - y_4)^2 \quad (2.11)$$

Como os ganhos são considerados os pesos das conexões nesse sistema, é possível obter os ganhos autoajustáveis a partir da equação (2.10). Sendo o índice de desempenho descrito na equação (2.11), obtém-se o ganho autoajustável $\dot{K}_P$ conforme a equação (2.12).

$$\dot{K}_P = -2\gamma(y_4 - u)\mathcal{F}'_4[x_4] \circ y_1 = -2\gamma e\mathcal{F}'_4[x_4] \circ y_1 \quad (2.12)$$

De forma análoga, obtemos a equação (2.13) para para $\dot{K}_I$.

$$\dot{K}_I = -2\gamma e\mathcal{F}'_4[x_4] \circ y_2 \quad (2.13)$$

e a equação (2.14) para $\dot{K}_D$:

$$\dot{K}_D = -2\gamma e\mathcal{F}'_4[x_4] \circ y_3 \quad (2.14)$$

O algoritmo autoajustável para o P, I e D sempre dependerá do erro e , da derivada de Fréchet $\mathcal{F}'_4$ e da saída do subsistema $y_i, i = 1, 2, 3, \dots$. Portanto, qualquer modificação na derivação ou integração não mudará a adaptação do algoritmo (LIN; BRANDT R.D.AND SAIKALIS, 2000).

Para calcular a derivada de Fréchet, vamos considerar a funcional $y = \mathcal{F}[x]$, descrita pela equação (2.15).

$$\mathcal{F}[x] = \int_0^t (f(x(\tau), \tau)) d\tau \quad (2.15)$$

A derivada de Fréchet para $\mathcal{F}$ é igual a sua derivada de Gâteaux ([AGUIAR; FIGUEIREDO; HAVEROTH, 2017](#)). A derivada de Gâteaux de $\mathcal{F}$ em x na direção h é dada pela equação (2.16).

$$\delta\mathcal{F}(x; h) = \int_0^t f_x(x(\tau), \tau) h(\tau) d\tau \quad (2.16)$$

Onde $F_x = \frac{\partial f}{\partial x}$. Portanto, a derivada de Fréchet para $\mathcal{F}$ em x é dada pela equação (2.17).

$$\mathcal{F}'[x] \circ h = \int_0^t f_x(x(\tau), \tau) h(\tau) d\tau \quad (2.17)$$

Para uma planta linear invariante no tempo com a $FT = G(s)$, $\mathcal{F}$ é dado pela convolução da equação (2.18).

$$\mathcal{F}[x] = g(t) * x(t) = \int_0^t x(\tau) g(t - \tau) d\tau \quad (2.18)$$

Onde $g(t)$ é a resposta ao impulso. Em vista disso, chegamos que a solução derivada de Fréchet é dada pela equação (2.19).

$$\mathcal{F}'[x] \circ h = \int_0^t g(t - \tau) h(\tau) d\tau = g(t) * h(t) \quad (2.19)$$

Atráves da simulação de vários sistemas práticos, foi encontrado que a derivada de Fréchet pode ser aproximada pela equação (2.20).

$$\mathcal{F}'[x] \circ h = \beta h \quad (2.20)$$

Sendo β alguma constante.

Substituindo a equação (2.20) nas equações (2.12), (2.13) e (2.14), obtém-se o algoritmo modificado de ajuste para os ganhos do PID.

A equação (2.21) para ganho proporcional.

$$\dot{K}_P = -\gamma e y_1 \quad (2.21)$$

A equação (2.22) é para ganho integral.

$$\dot{K}_I = -\gamma e y_2 \quad (2.22)$$

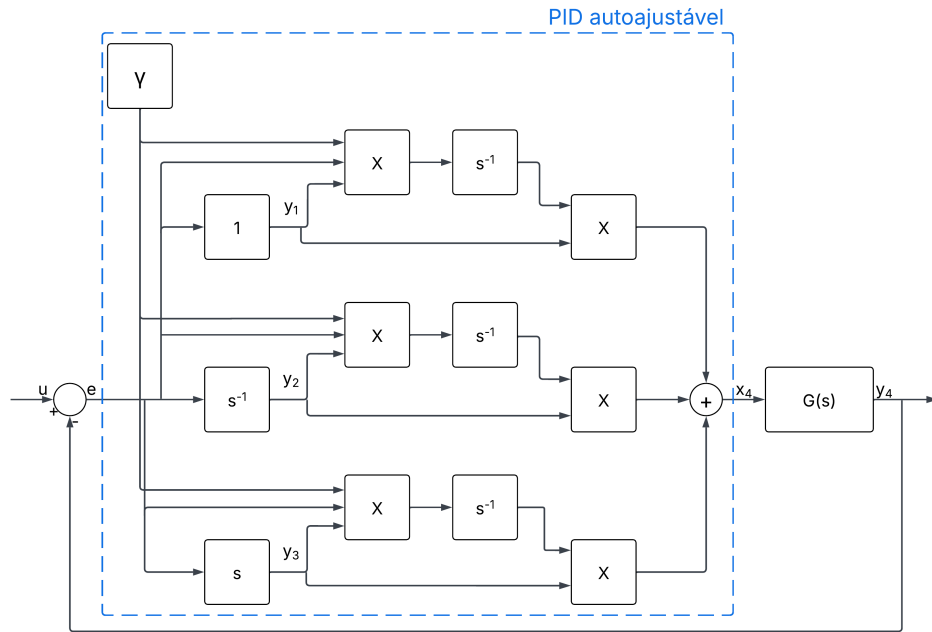
E a equação (2.23) é para ganho derivativo.

$$\dot{K}_D = -\gamma e y_3 \quad (2.23)$$

Coeficiente de adaptação: $\gamma = 2\beta$

O PID autoajustável pode ser implementado conforme Figura 8.

Figura 8 – Sistema com PID autoajustável.



Fonte: Autoria própria.

2.2 Estado da Arte

O APID de Brandt-Lin foi utilizado como controlador do sistema de arranque e alternador a fim de reduzir as flutuações indesejadas na velocidade de rotação do motor de combustão quando é operado em baixa rotação. Esse sistema consiste em um motor de indução que é instalado no eixo de manivelas do motor principal para ser uma fonte de torque suplementar para anular a rápida variação de torque do motor. O estudo mostrou que o K_D convergiu para valores menores conforme a velocidade do motor aumentava, exigindo assim menos esforço do atuador e economizando energia (BADREDDINE et al., 2004).

Outra aplicação do APID na indústria automobilística é o utilizá-lo como controlador de sensores de fluxo de ar com a finalidade de deixá-los mais robustos e obter um tempo de resposta melhor. Esse sensor mede o fluxo de massa de ar utilizada para

um motor fazer a combustão. Concluiu-se com o estudo que APID obteve tempo resposta em regime transitório e o erro em regime estacionário melhores do que os sensores convencionais da época. (SAIKALIS; OHO; LIN, 2001).

Em Mansouri et al. (2014) o algoritmo foi modificado para funcionar como um controlador proporcional-integrativo para um *boost PFC*. Os conversores CC-CC são amplamente utilizados em sistemas de alimentação ininterrupta (UPS), em sistemas de geração distribuída para adaptar o nível de tensão e em carregadores de bateria de veículos elétricos para conexão veículo-rede, por exemplo. Porém, esse tipo de recurso causa prejuízos à qualidade de energia na rede. O controlador adaptativo mostrou-se eficiente em minimizar os harmônicos, regular a corrente drenada da rede e corrigir o fator de potência.

O artigo de Kumar e Tyagi (2021) estudou mais uma aplicação em conversores, porém dessa vez o APID foi implementado para fazer o controle de tensão em um inversor (conversor CA-CC) utilizado em um sistema fotovoltaico composto por painéis solares e baterias. O estudo mostrou que o APID é mais estável e eficiente do que os controladores PID comuns. A tensão da rede consegue manter-se estável mesmo quando há a ocorrência de uma falta fase-terra e quando a demanda de potência muda.

O trabalho de Saikalis e Lin (2001) propôs utilizar a rede neural de Brandt-Lin como controlador de uma função de transferência, configurando o sistema em malha fechada com realimentação unitária. Posteriormente, Grassi (2014) utilizou a mesma rede, porém associada a uma compensação em cascata, na qual a malha interna possuía realimentação derivativa e a externa, unitária. O presente estudo visa analisar a rede de Brandt-Lin nesta mesma configuração em cascata, porém com o algoritmo modificado para atuar como um PID autoajustável.

3 Metodologia

Este trabalho consiste na análise do algoritmo de Brandt-Lin modificado a fim de funcionar como um PID autoajustável. O algoritmo modificado foi escolhido por ter o esquema simplificado, facilitando a implementação e a análise. O PID autoajustável foi combinado com a compensação em cascata, tendo a malha interior sendo realimentada por uma derivada, bem como o trabalho de [Grassi \(2014\)](#).

Foi feita a análise do regime transitório e regime permanente em três tipos de plantas, sendo uma de primeira ordem, uma de segunda ordem e outra planta instável, com um polo positivo. Como o intuito é mostrar que o controlador consegue adaptar-se, o coeficiente de adaptação e ganhos iniciais foram iguais para todas as plantas.

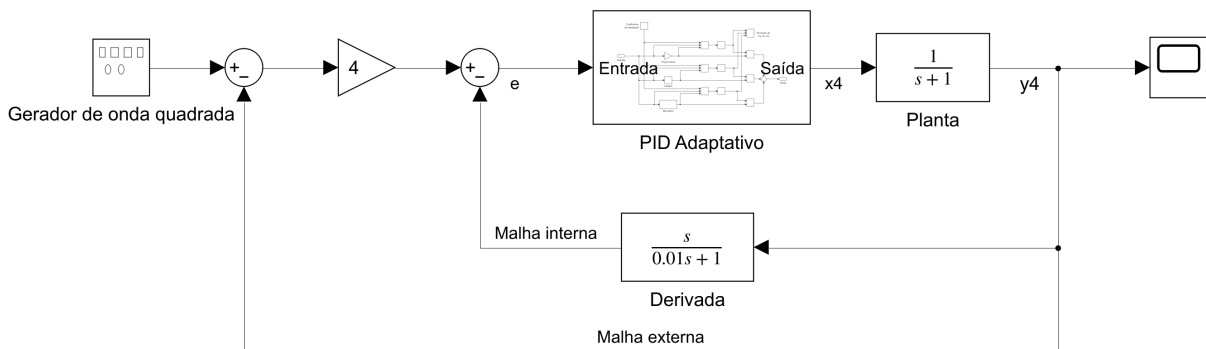
A seguir, é descrito como foi realizada a obtenção e análise dos dados.

3.1 Obtenção dos Dados:

Para obter os valores de K_P , K_I , K_D e a forma de onda da saída, a simulação foi realizada utilizando o *software* Simulink, conforme o diagrama de blocos da [Figura 9](#). Como entrada de referência foi utilizado um gerador de onda quadrada com a amplitude = 1 e a frequência = 0,2 Hz. A compensação em cascata foi utilizada para reduzir os ruídos facilitando a análise dos dados. A resposta na malha interna tornou-se tão rápida que apresenta o comportamento de um integrador. Dessa forma, permite que ganho da malha externa seja igual a quatro, obtendo uma constante de tempo $\tau = 0,25$.

Foi utilizado um filtro passa-baixa com a dupla função de fornecer a derivada e filtrar os ruídos de alta frequência.

Figura 9 – Diagrama de blocos sistema de controle com compensação em cascata.



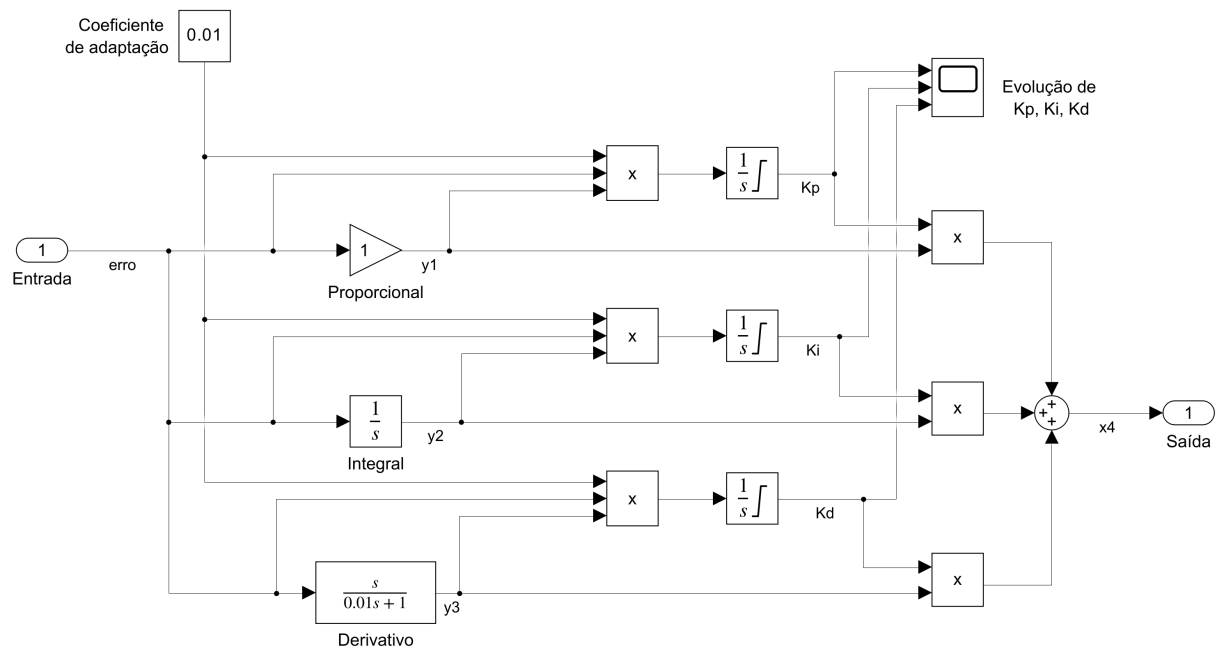
Fonte: Autoria própria.

O PID autoajustável obtido através da modificação do algoritmo de Brandt-Lin foi implementado conforme Figura 10. Neste sistema, os ganhos evoluem ao longo do tempo, ajustando-se automaticamente para minimizar o erro do sistema. O coeficiente de adaptação (γ) define a velocidade que os ganhos do controlador mudam.

O sinal do erro é processado pela parte proporcional, integral e derivativa do sistema, resultando nas saídas y_1 , y_2 e y_3 . Para o cálculo de cada componente do PID, o bloco X multiplica o γ , o sinal do erro (antes de ser processado) e o sinal de saída pertencente àquele ramo. O produto de cada multiplicação resulta nas derivadas de $\dot{K}_P$, $\dot{K}_I$ e $\dot{K}_D$, sendo necessário integrá-los para obter os valores atuais dos ganhos.

Para realizar a simulação, o coeficiente de adaptação foi definido como $\gamma = 0,01$ e foram utilizados valores arbitrários para os ganhos iniciais, definidos como $K_P = 20$, $K_I = 1$ e $K_D = 0$.

Figura 10 – Diagrama de blocos do PID autoajustável implementado.



Fonte: Autoria própria.

3.2 Análise dos Dados:

As análises foram realizadas em duas etapas, no início e no fim da ação do controlador, para entender como o algoritmo adaptou-se.

O processo de análise dos dados de simulação no MATLAB envolveu a exportação dos dados do Simulink. Os ganhos iniciais do controlador PID foram obtidos em $t = 0s$ e os ganhos finais em $t = 50s$. A partir desses ganhos, a função de transferência

dos controladores em ambos os instantes ($t = 0s$ e $t = 50s$) foi determinada usando a equação (2.1). Com o controlador modelado, foram gerados e analisados os gráficos do lugar geométrico das raízes, tanto da malha externa como da malha interna e da resposta ao degrau para o início e o fim da ação do controlador, permitindo a análise de sua adaptação ao longo do tempo.

4 Resultados

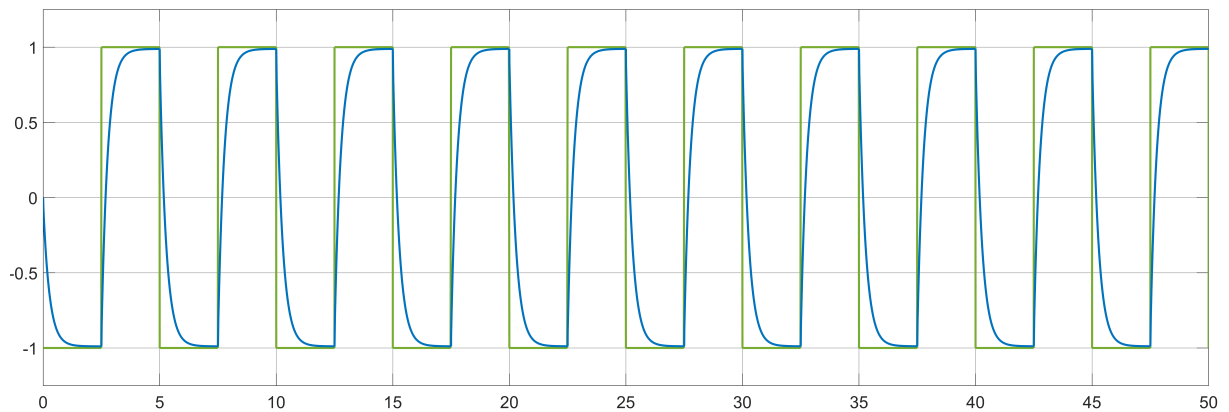
4.1 $G_1(s)$: Sistema de Primeira Ordem

A primeira planta a ser analisada foi o sistema de primeira ordem descrito na equação (4.1).

$$G_1(s) = \frac{1}{s + 1} \quad (4.1)$$

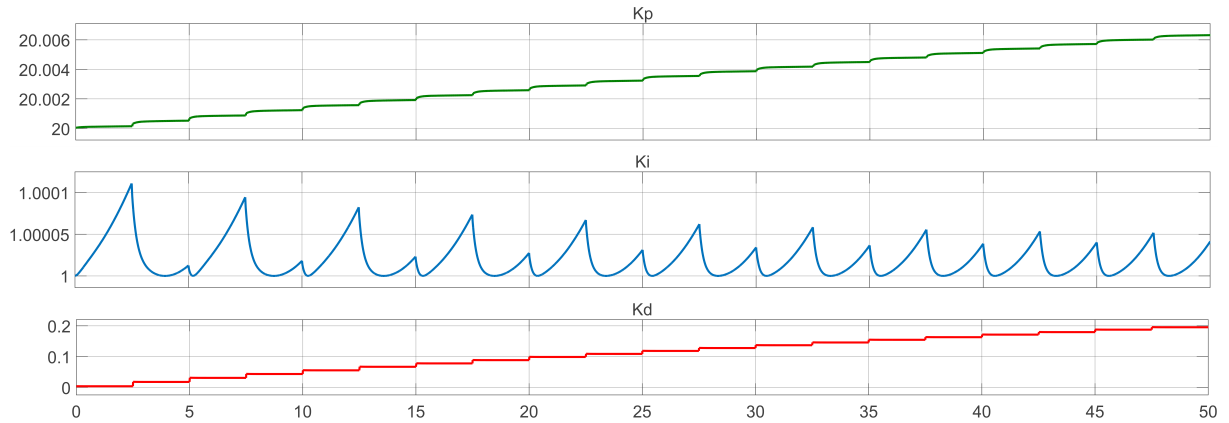
A forma de onda da saída da planta indica que o controlador conseguiu adapta-se de modo que o erro em regime permanente fosse praticamente zero, conforme a Figura 11.

Figura 11 – $G_1(s)$:Saída da planta (azul) e entrada de referência (verde).



Fonte: Autoria própria.

A Figura 12 ilustra como os ganhos do APID adaptaram-se para $G_1(s)$. No instante $t = 0s$ obteve-se $K_P = 20$, $K_I = 1$ e $K_D = 0$, ou seja, os parâmetros iniciais. Para o instante $t = 50s$ obteve-se $K_P = 20,0063$, $K_I = 1,0000$ e $K_D = 0,1952$. K_P cresceu de forma discreta, K_I manteve-se praticamente constante e o K_D foi a interação com a maior amplitude, sempre crescendo.

Figura 12 – $G_1(s)$: Ganhos K_P , K_I e K_D variando no tempo

Fonte: Autoria própria.

Conhecendo o valor dos ganhos o início e no fim da ação do PID autoajustável, é possível obter a FT dos controladores utilizando a equação (2.1).

A equação (4.2) é a função de transferência para o início da ação do APID.

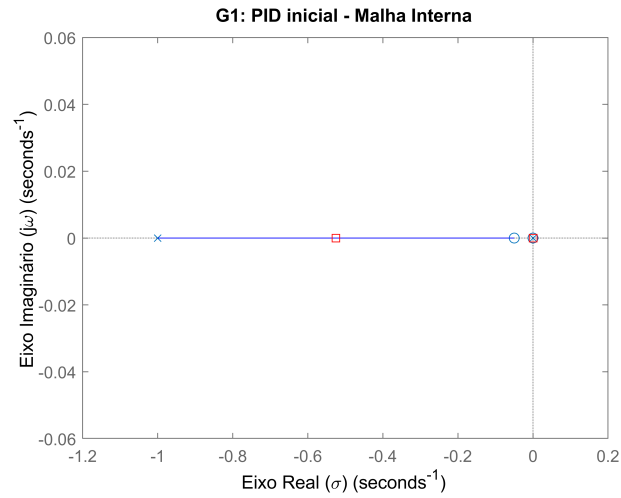
$$PIDG_{1i}(s) = \frac{s + 0,05}{s} \quad (4.2)$$

E a equação (4.3) é a função de transferência para o final da ação do APID.

$$PIDG_{1f}(s) = \frac{(s + 102,4)(s + 0,05001)}{s} \quad (4.3)$$

A Figura 13 ilustra o lugar das raízes da malha interna no início da operação. Além do polo em -1 da própria planta, a realimentação em derivada adicionou um zero na origem e o PID inicial adicionou um zero em $-0,05$ e um polo na origem. O ponto de operação, que é o polo em malha fechada, ficou em $-0,525$.

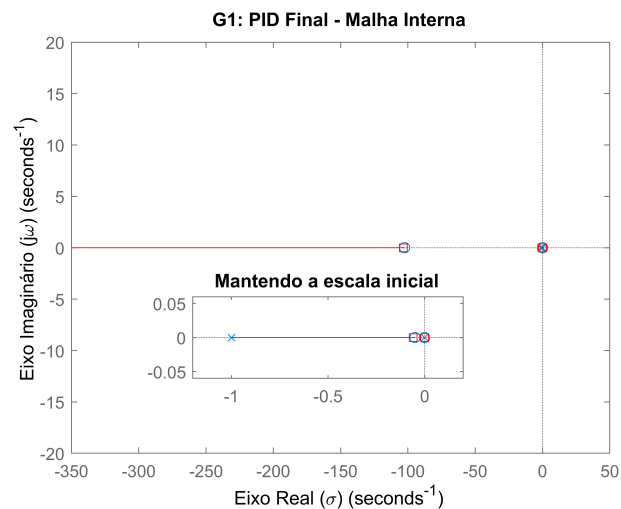
Figura 13 – $G_1(s)$: Lugar geométrico das raízes da malha interna para o PID inicial. $\circ$ = zeros na malha aberta; $\times$ = polos na malha aberta e $\square$ = polos em malha fechada (ponto de operação)



Fonte: Autoria própria.

A Figura 14 ilustra o lugar geométrico das raízes da malha interna no tempo final da adaptação do controlador. Pode-se verificar o surgimento de um polo não dominante em $-103,4$. Por outro lado, no destaque do LGR, mantendo a escala anterior do LGR com o PID na sintonia inicial, observa-se que o polo dominante da malha fechada variou de $-0,525$ para $-0,0592$. Este é um efeito esperado com realimentação por derivada para que a malha interna se aproxime de um integrador, e a malha externa opere com uma sintonia e controlador mais simples.

Figura 14 – $G_1(s)$: Lugar geométrico das raízes da malha interna para $t = 50s$. $\circ$ = zeros na malha aberta; $\times$ = polos na malha aberta e $\square$ = polos em malha fechada (ponto de operação)

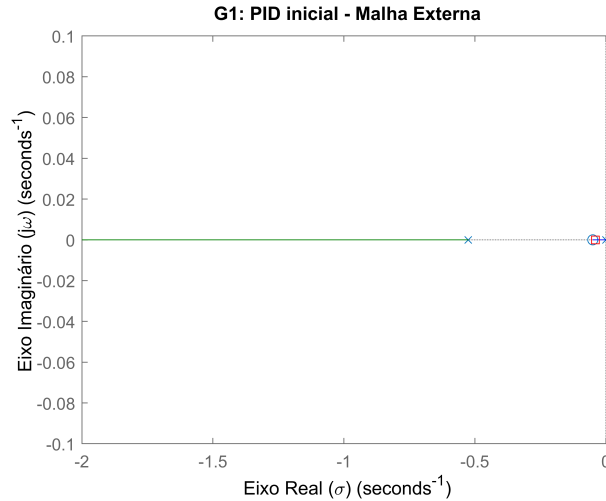


Fonte: Autoria própria.

A Figura 15 mostra o lugar geométrico das raízes da malha externa no começo

da operação. A malha fechada interna inicial, com polos $[-0,525; 0]$ e zero em $-0,05$, corresponde à planta a ser controlada pela malha externa. O ponto de operação dominante da malha externa ficou próximo deste zero inicial, em $-0,04$, e o outro polo em $-2,48$.

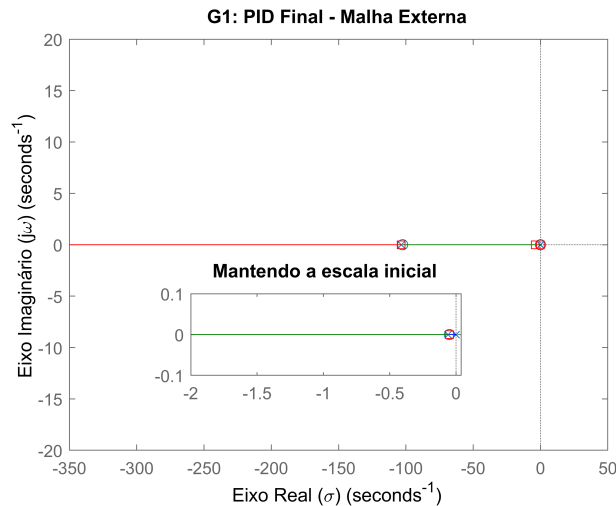
Figura 15 – $G_1(s)$: Lugar geométrico das raízes da malha externa para $t = 0s$. $\circ$ = zeros na malha aberta; $\times$ = polos na malha aberta e $\square$ = polos em malha fechada (ponto de operação)



Fonte: Autoria própria.

A Figura 16 ilustra o LGR da malha externa no fim da operação. É importante destacar que o ganho do compensador da malha externa é fixo e a variação ocorreu pela mudança da malha interna. Além do polo mais rápido adicionado, os 2 polos mais lentos do sistema inicial $[-0,04; -2,48]$, ficaram mais rápidos na sintonia final em $[-0,049; -3,96]$.

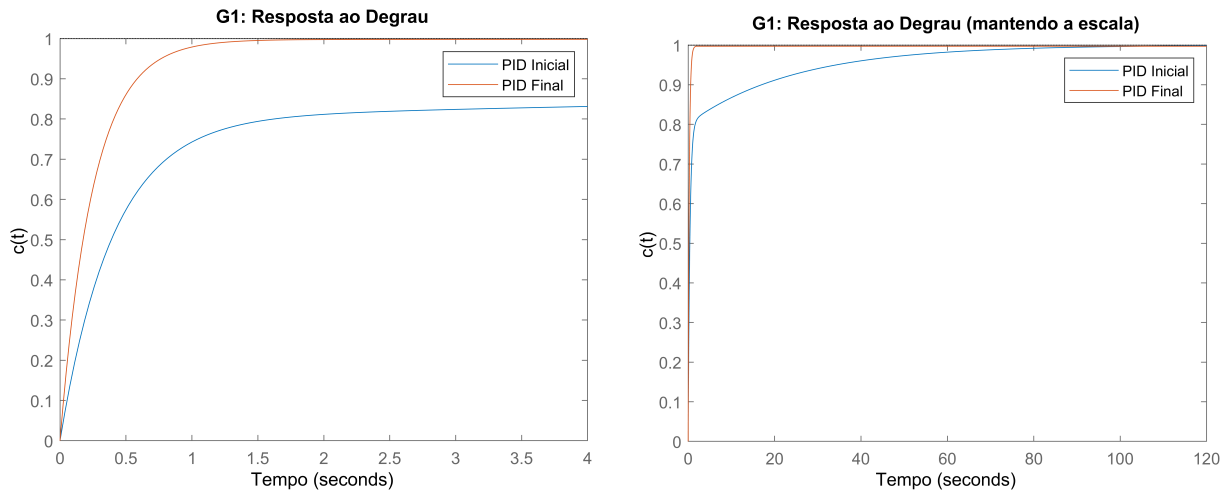
Figura 16 – $G_1(s)$: Lugar geométrico das raízes da malha externa para $t = 50s$. $\circ$ = zeros na malha aberta; $\times$ = polos na malha aberta e $\square$ = polos em malha fechada (ponto de operação)



Fonte: Autoria própria.

A Figura 17 ilustra resposta ao degrau do sistema. Com o PID inicial, obteve-se o tempo de subida de $t_r = 17s$, o tempo de acomodação $t_s = 57s$ e o erro em regime permanente de $e_{degrau}(\infty) = 0,002$. Com o PID final, obteve-se: tempo de subida de $t_r = 0,56s$, o tempo de acomodação $t_s = 1,01s$ e o erro em regime permanente de $e_{degrau}(\infty) = 0,002$. A diferença na resposta no tempo foi maior do que a diferença nos polos dominantes, porque o polo dominante se aproximou do zero do sistema em $-0,05$ tendo o seu efeito reduzido.

Figura 17 – Resposta ao degrau da resposta do sistema com a sintonia inicial e final.



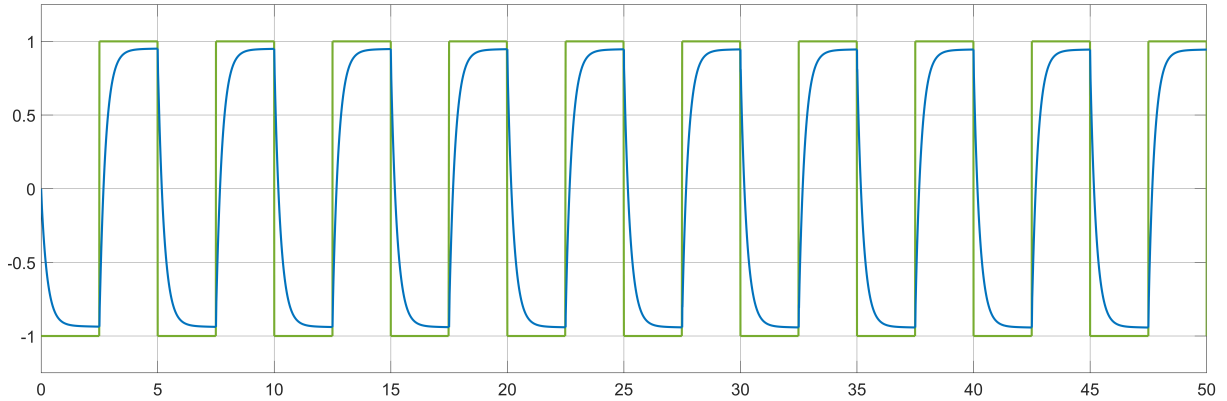
Fonte: Autoria própria.

4.2 $G_2(s)$: Sistema de Segunda Ordem

A segunda planta a ser analisada foi o sistema de segunda ordem descrito na equação (4.2), a qual tem dois polos localizados em -5 e -10 .

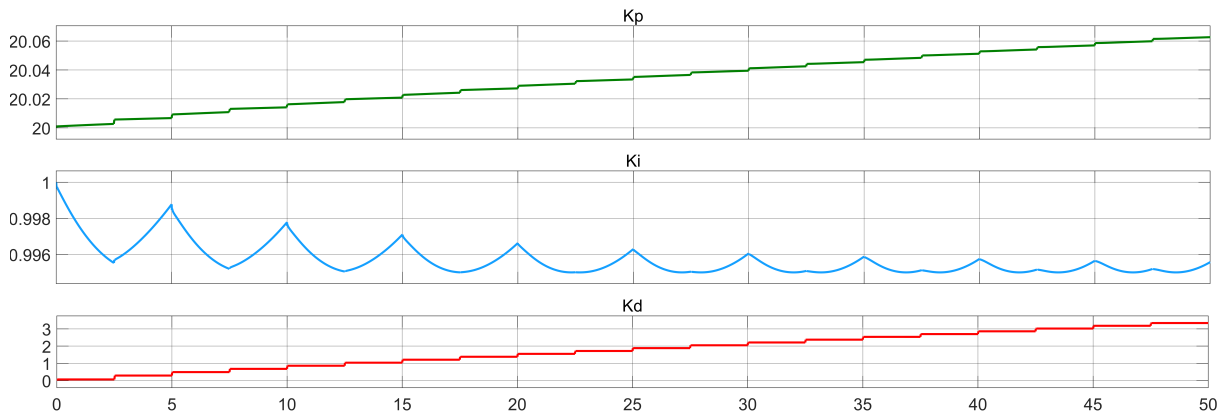
$$G_2(s) = \frac{10}{(s + 5)(s + 10)}$$

A Figura 19 apresenta a forma de onda na saída do controlador. Comparando com a entrada de referência, é possível concluir que o APID adaptou-se bem desde o início de sua ação.

Figura 18 – $G_2(s)$: Saída da planta (azul) e entrada de referência (verde)

Fonte: Autoria própria.

A Figura 19 mostra como os ganhos do APID adaptaram-se. No instante $t = 0s$, iniciou-se com $K_P = 20$, $K_I = 1$ e $K_D = 0$. Para o instante $t = 50s$, obtiveram-se os ganhos $K_P = 20,0627$, $K_I = 0,9956$ e $K_D = 3.3395$. K_P cresceu discretamente, K_I decresceu de forma minimamente perceptível, enquanto K_D obteve a maior amplitude.

Figura 19 – $G_2(s)$: Ganhos K_P , K_I e K_D variando no tempo

Fonte: Autoria própria.

Substituindo os ganhos K_P , K_I e K_D na equação (2.1), obtem-se:

A equação (4.4), sendo a função de transferência para o início da ação do APID.

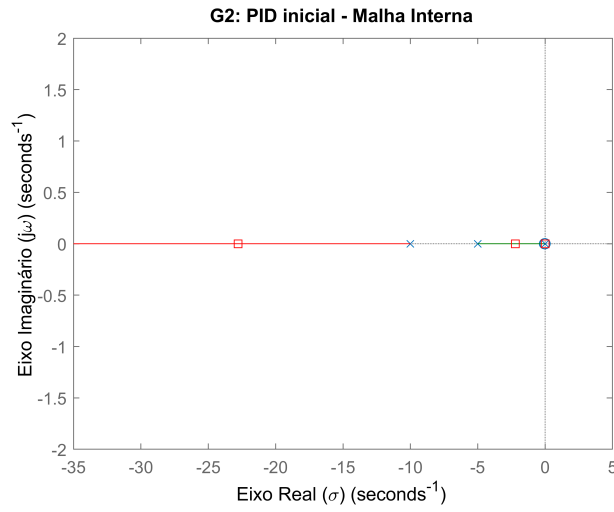
$$PIDG_{2i}(s) = \frac{s + 0,05}{s} \quad (4.4)$$

E a equação (4.5), sendo a função de transferência para o final da ação do APID.

$$PIDG_{2f}(s) = \frac{(s + 5,958)(s + 0,05)}{s} \quad (4.5)$$

A Figura 20 ilustra o LGR da malha interna no início da operação. Com $G_2(s)$, a realimentação em derivada e o PID inicial, os polos na malha fechada ficaram em $[0; -2, 2; -22, 8]$.

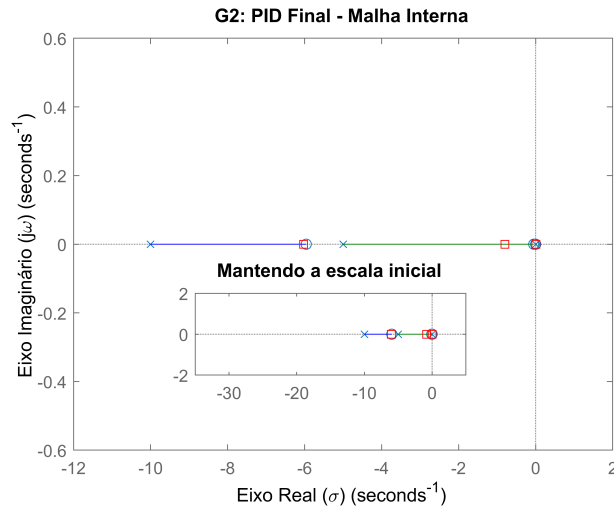
Figura 20 – $G_2(s)$: Lugar geométrico das raízes da malha interna para $t = 0s$. $\bigcirc$ = zeros na malha aberta; $\times$ = polos na malha aberta e $\square$ = polos em malha fechada (ponto de operação)



Fonte: Autoria própria.

A Figura 21 ilustra o LGR da malha interna no fim da adaptação, onde o sistema deslocou os polos novamente para mais perto da origem em $[0; -0,8; -6]$.

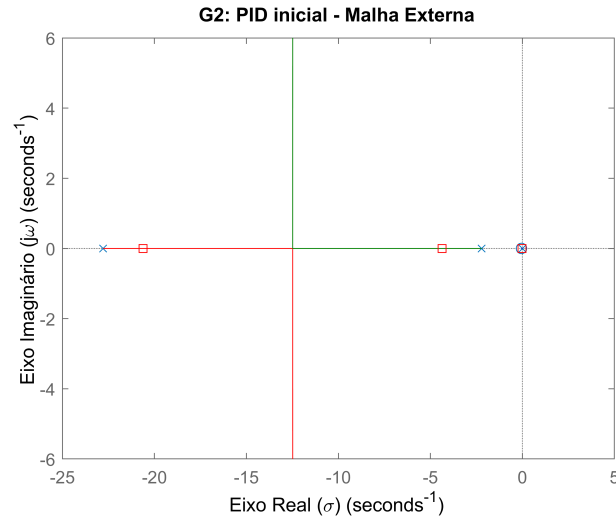
Figura 21 – $G_2(s)$: Lugar geométrico das raízes da malha interna para $t = 50s$. $\bigcirc$ = zeros na malha aberta; $\times$ = polos na malha aberta e $\square$ = polos em malha fechada (ponto de operação)



Fonte: Autoria própria.

A Figura 22 ilustra o LGR da malha externa no começo da operação, com polos em $[-0, 02; -4, 4; -20, 6]$ (condição super amortecida).

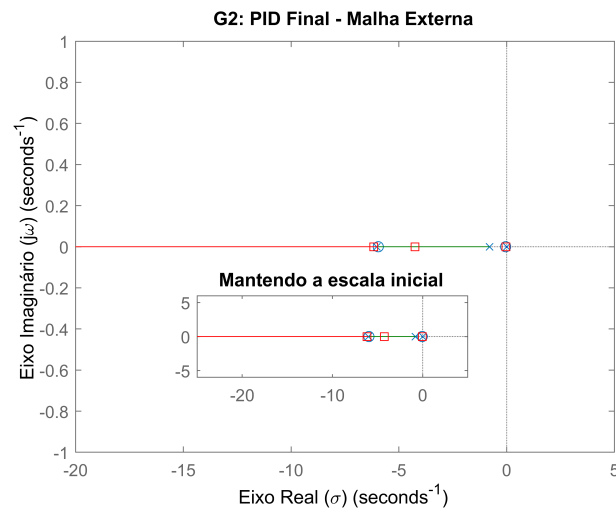
Figura 22 – $G_2(s)$: Lugar geométrico das raízes da malha externa para $t = 0s$. $\bigcirc$ = zeros na malha aberta; $\times$ = polos na malha aberta e $\square$ = polos em malha fechada (ponto de operação)



Fonte: Autoria própria.

A Figura 23 ilustra o LGR da malha externa no fim da operação, com polos em $[-0, 04; -4, 25; -6, 17]$. O polo dominante se tornou mais rápido e próximo do zero do sistema em $-0,05$, resultando novamente na diminuição do seu efeito na resposta no tempo.

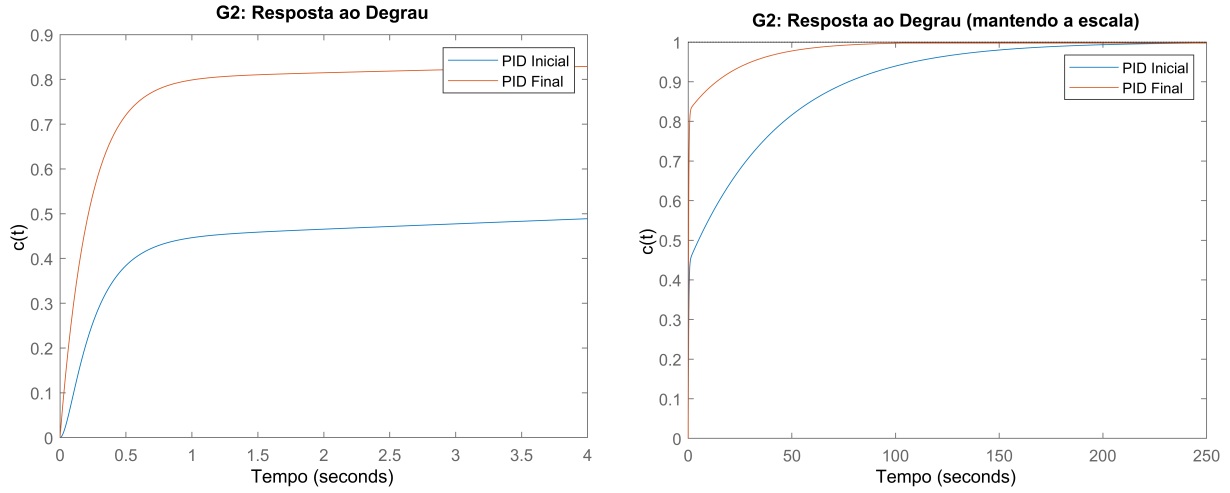
Figura 23 – $G_2(s)$: Lugar geométrico das raízes da malha externa para $t = 50s$. $\bigcirc$ = zeros na malha aberta; $\times$ = polos na malha aberta e $\square$ = polos em malha fechada (ponto de operação)



Fonte: Autoria própria.

A Figura 24 ilustra resposta ao degrau do sistema. Para o PID inicial obteve-se o tempo de subida de $t_r = 77,3s$, o tempo de acomodação $t_s = 150s$. Já com o PID final, obteve-se: tempo de subida de $t_r = 13,6s$, o tempo de acomodação $t_s = 52,6s$. Para ambos PID o erro em regime permanente aproximou-se de zero.

Figura 24 – Resposta ao degrau da resposta do sistema com a sintonia inicial e final.



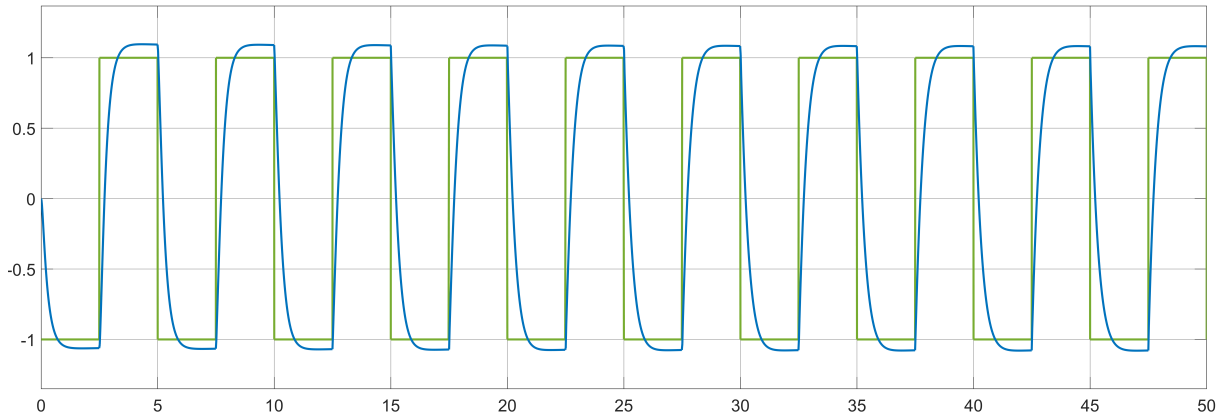
Fonte: Autoria própria.

4.3 $G_3(s)$: Sistema Instável

A última planta, descrita pela equação (4.3) é um sistema instável (com polo no semiplano direito em $+2$), tornando-se mais desafiador de ser estabilizada.

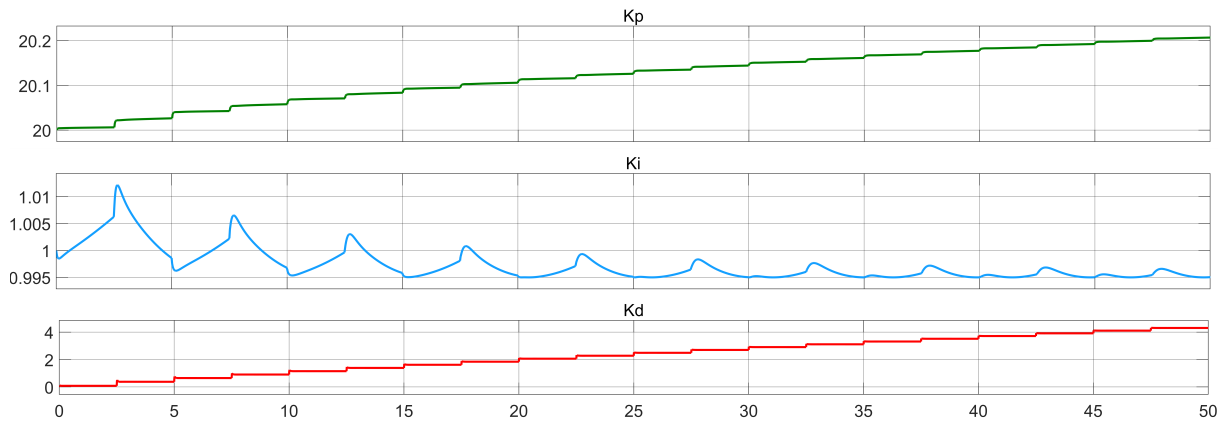
$$G_3(s) = \frac{1}{(s - 2)(s + 3)}$$

A Figura 25 apresenta a forma de onda na saída da planta $G_3(s)$. Embora a resposta ultrapasse a referência, a saída tende a reduzir o erro gradativamente.

Figura 25 – $G_3(s)$: Saída da planta (azul) e entrada de referência (verde)

Fonte: Autoria própria.

A Figura 19 ilustra a evolução dos ganhos do APID. No instante $t = 0s$, iniciou-se com $K_P = 20$, $K_I = 1$ e $K_D = 0$. Para o instante $t = 50s$, resultou-se em $K_P = 20,2068$, $K_I = 0,995$ e $K_D = 4,3037$. K_P cresceu discretamente, K_I oscilou de forma minimamente perceptível, sendo praticamente constante e K_D cresceu, obtendo a maior amplitude.

Figura 26 – $G_3(s)$: Ganhos K_P , K_I e K_D variando no tempo

Fonte: Autoria própria.

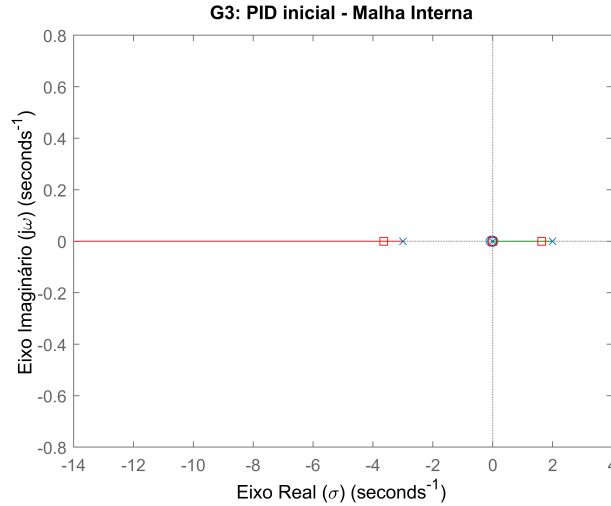
Conhecendo os ganhos, obtem-se a equação (4.6) (PID inicial) e a equação (4.7) (PID final).

$$PIDG_{3i}(s) = \frac{s + 0.05}{s} \quad (4.6)$$

$$PIDG_{3f}(s) = \frac{(s + 4.645)(s + 0.04977)}{s} \quad (4.7)$$

A Figura 27 mostra o LGR da malha interna no início da operação. Considerando $G_2(s)$, a realimentação em derivada e o PID inicial, o sistema iniciou operando instável com polos em $[-3, 63; 1, 64; 0]$.

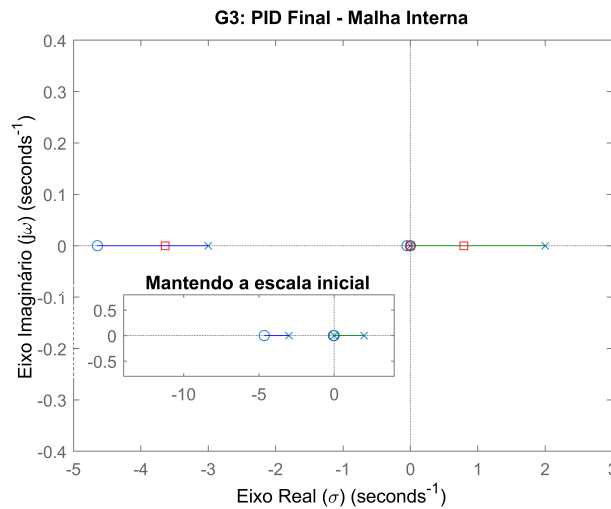
Figura 27 – $G_3(s)$: Lugar geométrico das raízes da malha interna para $t = 0$. $\bigcirc$ = zeros na malha aberta; $\times$ = polos na malha aberta e $\square$ = polos em malha fechada (ponto de operação)



Fonte: Autoria própria.

A Figura 28 mostra o LGR da malha interna no fim da adaptação, que alterou os polos de operação para $[-3, 64; 0, 8; 0]$. O polo instável ficou mais à esquerda, porém não o suficiente para estabilizá-lo.

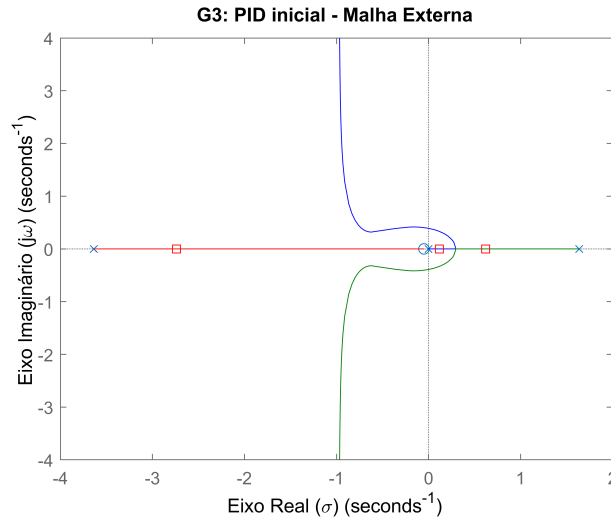
Figura 28 – $G_3(s)$: Lugar geométrico das raízes da malha interna para $t = 50s$. $\bigcirc$ = zeros na malha aberta; $\times$ = polos na malha aberta e $\square$ = polos em malha fechada (ponto de operação)



Fonte: Autoria própria.

A Figura 29 mostra o lugar geométrico das raízes da malha externa no começo da operação, que também iniciou de forma instável, com polos em $[-2.7; 0, 12; 0, 62]$.

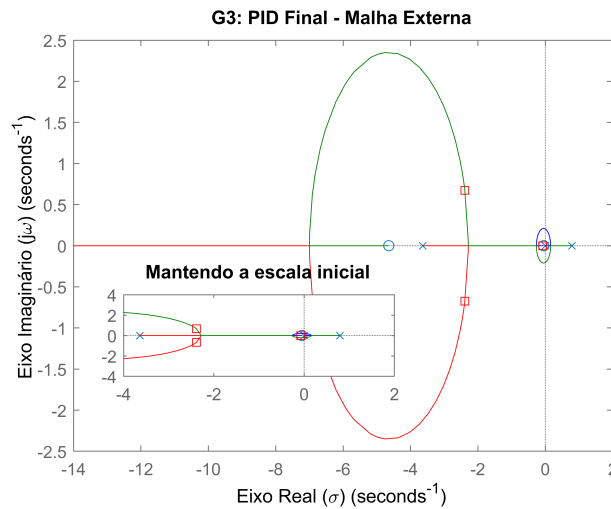
Figura 29 – $G_3(s)$: Lugar geométrico das raízes da malha externa para $t = 0s$. $\circ$ = zeros na malha aberta; $\times$ = polos na malha aberta e $\square$ = polos em malha fechada (ponto de operação)



Fonte: Autoria própria.

A Figura 30 mostra o LGR da malha externa no fim da adaptação, onde o sistema ficou com polos estáveis em $[-2, 39 \pm j0, 671; -0, 075]$. É interessante observar que a redução da instabilidade na malha interna colaborou para estabilidade do sistema, mesmo com a sintonia fixa na malha externa.

Figura 30 – $G_3(s)$: Lugar geométrico das raízes da malha externa para $t = 50s$. $\circ$ = zeros na malha aberta; $\times$ = polos na malha aberta e $\square$ = polos em malha fechada (ponto de operação)

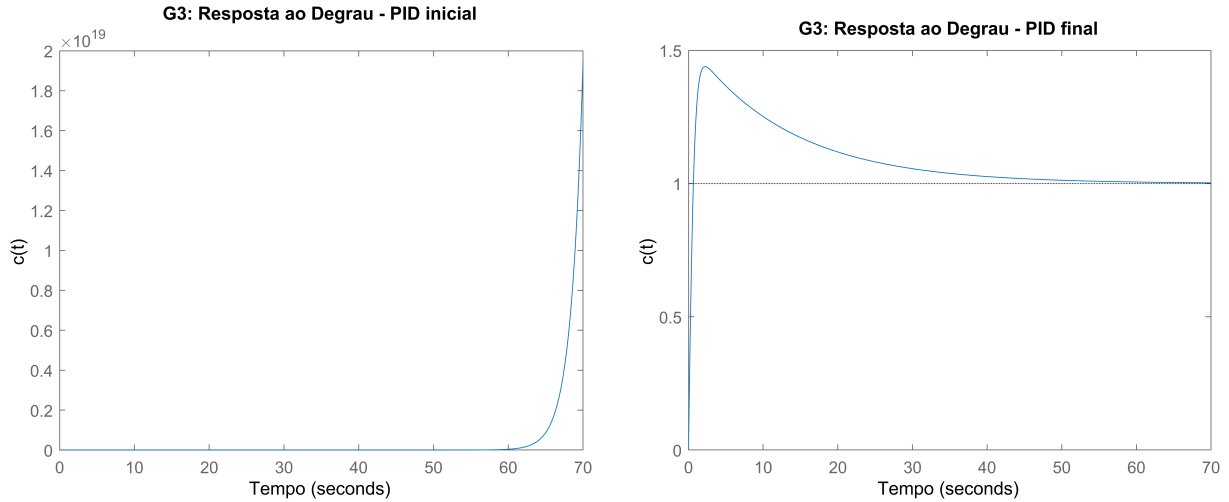


Fonte: Autoria própria.

A Figura 31 mostra resposta ao degrau do sistema. Para o PID inicial a resposta

ao degrau mostra a instabilidade do sistema e a resposta ao degrau do PID final confirma que o sistema foi estabilizado. O tempo de subida foi de $t_r = 0,5s$, o tempo de acomodação $t_s = 43,7s$ e o erro em regime permanente de $e_{degrau}(\infty) = 0,002$. O sobressinal de 0,4 é em virtude o ponto de operação encontrar-se no eixo imaginário.

Figura 31 – Resposta ao degrau da resposta do sistema com a sintonia inicial e final.



Fonte: Autoria própria.

4.4 Panorama dos resultados

A resposta na saída de cada planta mostrou que o APID adaptou-se lentamente a fim de obter uma resposta mais próxima da entrada de referência. O comportamento da evolução dos ganhos K_P e K_D foi o mesmo para todas as plantas. K_P teve um crescimento sutil, enquanto K_D apresentou a maior amplitude entre todos os ganhos. O ganho K_I apresentou uma baixíssima amplitude em todas as plantas, porém em $G_1(s)$ e em $G_3(s)$ teve uma pequena oscilação enquanto para $G_2(s)$ houve uma queda, que também foi muito próxima de zero.

O lugar geométrico das raízes mostrou como foi o impacto dos zeros e polos adicionados pelo APID e mostrou também como a configuração em cascata conseguiu reposicionar os polos a fim melhorar o desempenho do sistema.

O tempo de subida e o tempo de acomodação diminuíram significativamente, enquanto o erro no regime permanente foi para zero em todas as plantas. Adicionalmente, o APID combinado com a compensação em cascata conseguiu estabilizar a planta instável.

A tabela 3 contém o resumo dos resultados obtidos.

Tabela 3 – Resumo dos resultados.

Planta	Tempo	K_P	K_I	K_D	t_r (s)	t_s (s)	$e_{degrau}(\infty)$
$G_1(s)$	t=0	20	1	0	17	57	0,002
	t=50s	20,0063	1,0000	0,1952	0,56	1,01	0,002
$G_2(s)$	t=0s	20	1	0	77,3	150	0,002
	t=50s	20,0627	0,9956	3,3395	13,6	52,6	0,002
$G_3(s)$	t=0s	20	1	0	-	-	-
	t=50s	20,2068	0,995	4,3037	0,5	43,7	0,002

Conclusão

A análise das plantas G_1 , G_2 e G_3 demonstra que variações na dinâmica da planta exigem não apenas ajustes de ganho, mas mudanças estruturais na localização dos zeros do controlador. Enquanto G_1 demandou alta velocidade de resposta, G_2 exigiu cancelamento de polos e G_3 , a estabilização de uma raiz positiva no semiplano direito. Torna-se evidente que uma sintonia fixa falharia caso o sistema mudasse de comportamento, pois cada planta requisitou parâmetros de sintonia completamente distintos. Portanto, o PID autoajustável de Brandt-Lin apresentou resultados satisfatórios combinado com a compensação em cascata, garantindo a estabilidade e o desempenho robusto em cenários onde a planta transita entre comportamentos estáveis, lentos e instáveis. Adicionalmente, destaca-se que o APID apresenta um esquema estrutural simples, o que facilita tanto a sua implementação física quanto a análise teórica do sistema.

Para trabalhos futuros, propõe-se utilizar o APID no controle de sistemas de maior complexidade, como conversores conectados à rede elétrica de geração, que são plantas não-lineares sujeitas a constantes mudanças no ponto de operação. Além disso, sugere-se modificar o algoritmo do APID utilizando outros critérios de desempenho, ou flexibilizá-lo para atuar como controlador Proporcional-Integral (PI) ou Proporcional-Derivativo (PD) conforme a necessidade. E, por fim, mostra-se relevante a implementação experimental em bancada do PID autoajustável para validação física dos resultados simulados.

Referências

- AGUIAR, R. de; FIGUEIREDO, E. B. de; HAVEROTH, G. A. Considerações sobre as derivadas de gâteaux e fréchet. *C.Q.D. - Revista Eletrônica Paulista de Matemática*, v. 9, 2017.
- ASTROM, K. J.; HAGGLUND, T. *Advanced PID Control*. Research Triangle Park, NC: Instrument Society of America, 1995.
- BADREDDINE, B.; LIN, F. Adaptive PID controller for stable/unstable linear and non-linear systems. *Proceedings of the 2001 IEEE International Conference on Control Applications*, 2001.
- BADREDDINE, B. et al. Active damping of engine idle speed oscillation by applying adaptive PID control. *SAE Transactions*, 2004.
- BENNETT, S. *A history of control engineering 1930-1955*. London, UK: Peter Peregrinus Ltd., 1993.
- BRANDT, R.; LIN, F. Supervised learning in neural networks without feedback network. *Proceedings of the 1996 IEEE International Symposium on Intelligent Control*, 1996.
- BRANDT, R.; LIN, F. Adaptive interaction and its application to neural networks. *Information Sciences*, v. 121, n. 3, p. 201–215, 1999. ISSN 0020-0255.
- GRASSI, M. *Controle Adaptativo com Rede Neural em Sistemas Não Lineares de Malha Fechada*. Monografia (Trabalho de Conclusão de Curso) — Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, 2014.
- KUMAR, M.; TYAGI, B. A robust adaptive decentralized inverter voltage control approach for solar PV and storage-based islanded microgrid. *IEEE Transactions on Industry Applications*, 2021.
- LIN, F.; BRANDT R.D.AND SAIKALIS, G. Self-tuning of PID controllers by adaptive interaction. *Proceedings of the 2000 American Control Conference.*, 2000.
- MANSOURI, M. et al. Online adaptive power factor correction controller for dc-dc converters. *Clean Energy and Technology (CEAT)*, 2014.
- NISE, N. S. *Engenharia de Sistemas de Controle*. Rio de Janeiro, SP: LTC, 2015.
- OGATA, K. *Engenharia de Controle Moderno*. São Paulo, SP: Pearson, 2003.
- SAIKALIS, G.; LIN, F. A neural network controller by adaptive interaction. *Proceedings of the 2001 American Control Conference.*, 2001.
- SAIKALIS, G.; OHO, S.; LIN, F. Modeling of advanced control strategies for air flow sensor. *IFAC Proceedings Volumes*, v. 34, n. 1, p. 345–350, 2001.
- SEBORG, D. et al. *Process Dynamics and Control*. Hoboken, NJ: Wiley, 2017.

TAMBARA, R. V. *Controle Adaptativo: teoria e aplicação*. Santa Maria, RS: Editora UFSM, 2024.

ZIEGLER, N. B. N. J. Optimum settings for automatic controllers. *The American Society of Mechanical Engineers*, 1942.