



2023

# Elaboração de Ábacos para Dimensionamento de Peças retangulares com Concretos Classes C45 a C90 Solicitados a Flexão Composta Reta Conforme ABNT NBR 6118:2023

Daniel Pinheiro Dias Fernandes

*Aluno de Graduação em Engenharia Civil, [daniel\\_fernandes@ufms.br](mailto:daniel_fernandes@ufms.br)  
Professor Orientador, Dsc. Sidiclei Formagini, [sidiclei.formagini@ufms.br](mailto:sidiclei.formagini@ufms.br)*

*Faculdade de Engenharias, Arquitetura e Urbanismo e Geografia. Universidade Federal de Mato Grosso do Sul. Av. Costa e Silva, s/nº | Bairro Universitário | 79070-900 | Campo Grande, MS, Brasil.*

## RESUMO

Neste trabalho foram desenvolvidos ábacos para dimensionamento de peças retangulares solicitados a flexão composta reta, para concretos de alta resistência, em referência a nova NBR 6118 (ABNT, 2023). Sendo que algumas mudanças começam nos concretos da classe C45, e outras apenas na C55. A atualização da norma introduziu uma série de diferenciações para o estado limite último (ELU) dos concretos de alta resistência, devido ao seu comportamento frágil. Portanto, para se realizar os dimensionamentos adequados dessas estruturas, garantindo sua segurança, se faz necessário o desenvolvimento de ábacos que se adequem às mudanças normativas. Para o desenvolvimento foram adotados os padrões normativos, que descrevem as equações e parâmetros como os domínios de deformação e a diminuição da tensão e da deformação última do concreto. Considerando essas diferenças foi adotado a aproximação da curva de tensão-deformação do concreto para um diagrama retangular com o parâmetro de  $\lambda$ , fazendo assim o equilíbrio da seção transversal para o cálculo dos esforços resistentes  $N_R$  e  $M_R$ . Para a geração dos ábacos, todos os parâmetros das formulações utilizados tiveram de ser transformados em adimensionais, para que os valores plotados fossem válidos para quaisquer seções retangulares que sigam os parâmetros descritos nos ábacos. Ao final pode-se concluir que devido às reduções, que crescem com o aumento da classe de resistência do concreto, que o uso de concretos com resistências muito elevadas não traz grandes benefícios, pois o acréscimo na resistência não gera um acréscimo nas mesmas proporções nos esforços resistentes  $N_R$  e  $M_R$ .

**Palavras-chave:** Ábaco Flexão Reta, Concreto de Alta Resistência, NBR 6118 (ABNT, 2023).

## ABSTRACT

In this work, the interaction diagrams of axial load and bending moments were developed for the design of high-strength rectangular elements, in compliance with the code of NBR 6118 (ABNT, 2023). Some changes begin with concrete of class C45, while others only apply to C55. The norm update introduced several differentiations for the ultimate limit state (ULS) of high-strength concretes, due to their brittle behavior. Therefore, to carry out proper designs for these structures, ensuring their safety, it is necessary to develop abaci that conform to the normative changes. For the development, normative standards were adopted, describing equations and parameters such as strain domains and the reduction of concrete stress and ultimate strain. Considering these differences, the approximation of the concrete stress-strain curve was adopted for a rectangular diagram with the parameter  $\lambda$ , thus achieving the equilibrium of the cross-section for the calculation of the resistant forces  $N_R$  and  $M_R$ . To generate the abaci, all parameters of the used formulations had to be transformed into dimensionless quantities so that the plotted values would be valid for any rectangular sections following the parameters described in the abaci. In conclusion, it can be inferred that due to the reductions, which increase with the increase in the concrete strength class, the use of very high-strength concretes does not bring significant benefits. This is because the increase in strength does not generate a proportional increase in the resistant forces  $N_R$  and  $M_R$ .

**Keywords:** Straight Bending Abacus, High-Strength Concrete, NBR 6118 (ABNT, 2023).

## 1. INTRODUÇÃO

“O uso de concreto de alta resistência traz vantagens quando empregados em peças cujos carregamentos sejam majoritariamente de esforços de compressão” (SHAAH, AHMAD; 1985). Apesar disso, o concreto de alta resistência apresenta um comportamento mais frágil, rompendo com deformações inferiores ao concreto convencional (SHAH, AHMAD; 1985).

As publicações de ábacos mais utilizadas, como de Venturini e Rodrigues (1987) e Pfeil (1976), citado por Kimura et al (2023), não abrangem concretos de resistências mais elevadas e não estão de acordo com as revisões mais recentes da ABNT NBR 6118 (KIMURA *et al*; 2023).

Devido a isso a ABNT, na última edição da NBR 6118 (2023) introduziu vários parâmetros para o cálculo das deformações e da resistência de concretos de alta resistência. Esses parâmetros serão a base para este trabalho, gerando assim ábacos que obedecem a nova atualização normativa.

Sempre que possível, é conveniente trabalhar com fórmulas adimensionais, pois facilita o emprego de diversos sistemas de unidades e permite a utilização de tabelas e gráficos (CARVALHO, FILHO; 2010). Para que esse processo seja realizado de forma mais simples, é realizado um equacionamento para o equilíbrio das forças resistentes e atuantes, levando-se em conta as hipóteses relativas a deformações e as relações tensão-deformação dos dois materiais (VENTURINI, RODRIGUES; 1987).

“Fornecida a geometria da seção transversal, as armaduras na seção e as propriedades dos materiais, é possível construir o diagrama de interação entre a força normal e momento fletor que representa a envoltória dos esforços resistentes no estado limite último que a seção pode suportar com segurança. Percorrendo todos os domínios de deformação (...), e com as equações de equilíbrio e de compatibilidade, (...), obtém-se os pares ( $N_{Rd}$ ,  $M_{Rd}$ ) correspondentes ao contorno do diagrama de interação, (...). A seção resiste com segurança qualquer par de solicitações ( $N_{sd}$ ,  $M_{sd}$ ) que pertençam ao interior do diagrama” (KIMURA *et al*; 2023).

## 2. FUNDAMENTOS TEÓRICOS

Segundo a ABNT NBR 6118 (2023) item 17.2.2, para a análise dos esforços resistentes de uma seção retangular, devem ser consideradas as seguintes

hipóteses básicas (desconsiderando os termos relacionados a proteção):

- as seções transversais se mantêm planas após a deformação;
- a deformação das barras passivas aderentes em tração ou compressão deve ser a mesma do concreto em seu entorno;
- as tensões de tração no concreto, normais à seção transversal, devem ser desprezadas no ELU;
- a distribuição de tensões no concreto é feita de acordo com o diagrama idealizado curvo e retangular, que pode ser substituído pelo retângulo de profundidade  $y = \lambda x$ , onde o valor do parâmetro  $\lambda$ ,  $f_{ck} > 50$  MPa pode ser tomado igual a:

$$\lambda = 0,8 - \frac{(f_{cd} - 50)}{400} \quad (1.1)$$

- e a tensão atuante na profundidade  $y$ , para peças retangulares, pode ser tomada igual a:

$$\sigma_c = \alpha_c \cdot \eta_c \cdot f_{cd} \quad (1.2)$$

- Onde  $\alpha_c$  equivale a:

$$\alpha_c = 0,85 \cdot \left[ 1,0 - \left( \frac{f_{cd} - 50}{200} \right) \right] \quad (1.3)$$

- E conforme o item 8.2.10.1, para concreto  $f_{ck} > 40$  MPa temos que  $\eta_c$ , fator que considera a fragilidade do concreto:

$$\eta_c = \left( \frac{40}{f_{ck}} \right)^{1/3} \quad (1.4)$$

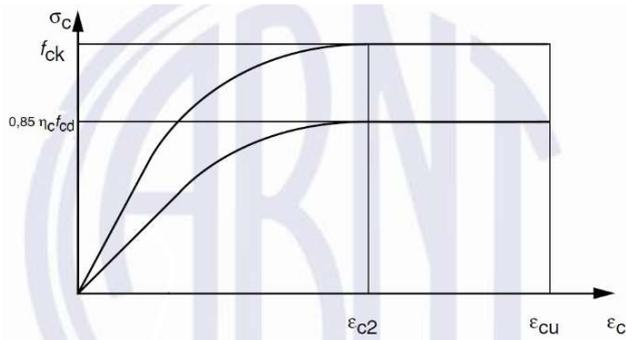
- Sendo a resistência à compressão de cálculo do concreto ( $f_{cd}$ ) para 28 dias, de acordo com o item 12.3.3 da NBR 6118 (ABNT, 2023) dada por:

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \quad (1.5)$$

Sendo o coeficiente de ponderação da resistência do concreto  $\gamma_c = 1,4$ , dado pela tabela 12.1 da NBR 6118 (ABNT, 2023).

Ainda de acordo com a norma de Projeto de estruturas de concreto, NBR 6118 (ABNT, 2023), temos que o diagrama de tensão-deformação para análises no estado-limite último de compressão para o concreto pode ser dado pelo diagrama:

Figura 1 – Diagrama tensão-deformação idealizado.  
Fonte: NBR 6118 (ABNT 2014), adaptado.



Onde, segundo a NBR 6118 (ABNT, 2023), a equação para a parte curva do diagrama pode ser escrita como:

$$\sigma_c = \alpha_c \cdot \eta_c \cdot f_{cd} \cdot \left[ 1 - \left( 1 - \frac{\epsilon_c}{\epsilon_{c2}} \right)^n \right] \quad (1.6)$$

Sendo:

- $\epsilon_c$ , a deformação do concreto;
- $\epsilon_{c2}$ , a deformação do concreto no início do patamar plástico;
- $\epsilon_{cu}$ , a deformação última para o concreto.
- E  $n$  é dado pela equação:

$$n = 1,4 + 23,4 \cdot \left( \frac{90 - f_{ck}}{100} \right)^4 \quad (1.7)$$

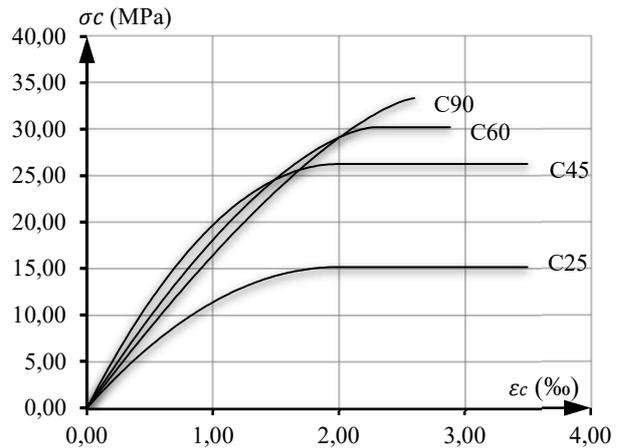
Sendo que os limites de deformação do concreto mudam de acordo com a resistência (para concretos C55 a C90), segundo a NBR 6118 (ABNT, 2023):

$$\epsilon_{c2} = 2,0\text{‰} + 0,085\text{‰} \cdot (f_{ck} - 50)^{0,53} \quad (1.8)$$

$$\epsilon_{cu} = 2,6\text{‰} + 35\text{‰} \cdot \left( \frac{90 - f_{ck}}{100} \right)^4 \quad (1.9)$$

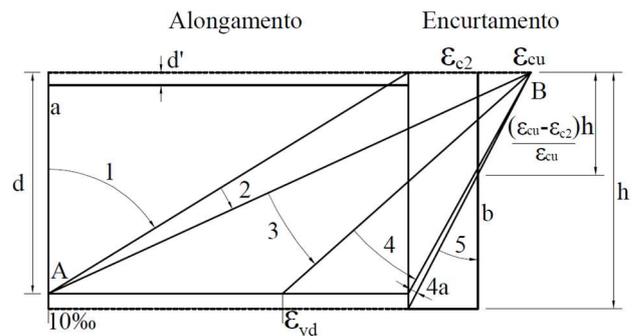
Esse equacionamento faz com que o diagrama tensão-deformação adquira uma parte reta maior e um patamar reduzido conforme a classe de resistência cresce, como mostrado na Figura 2:

Figura 2 – Diagrama tensão-deformação, Fonte: Autor.



Sendo assim, pela NBR 6118 (ABNT, 2023), temos que o ELU é garantido quando a distribuição das deformações na seção transversal pertencer a um dos domínios definidos na Figura 3.

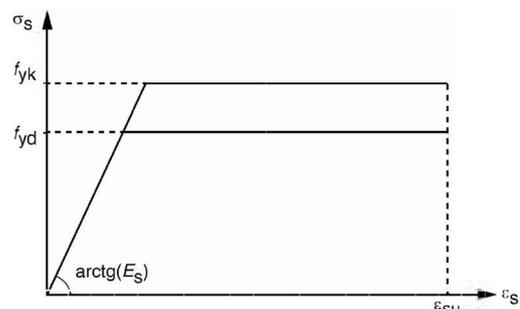
Figura 3 – Domínios de estado-limite último de uma seção transversal. Fonte: Autor (baseado na Figura 17.1 da NBR 6118, ABNT 2023)



Pela Figura 3 temos que os domínios 1 e 2 rompem por deformação plástica excessiva, os domínios 3, 4, 4a e 5 rompem por encurtamento-limite do concreto, na reta “a” temos tração uniforme e na reta “b” temos compressão uniforme (ABNT, 2023).

A NBR 6118 (ABNT, 2023) ainda disponibiliza o diagrama de tensão-deformação do aço para ELU, no item 8.3.6.

Figura 4 – Diagrama tensão-deformação para aços de armaduras passivas. Fonte: NBR 6118 (ABNT, 2023).



Pelo item 8.3.6 temos que a deformação última do aço é  $\varepsilon_{su} = 10\%$  e a deformação para o patamar de escoamento  $f_{yk}$  é  $\varepsilon_{yd} = 2,0\%$ . E pelo item 8.3.5 temos que o módulo de elasticidade do aço, na falta de resultados experimentais pode ser adotado como sendo 210 GPa, NBR 6118 (ABNT, 2023).

Cada domínio é caracterizado pela posição da linha neutra em relação à altura efetiva “d” e pelas deformações no concreto e no aço (respectivamente,  $\varepsilon_c$  e  $\varepsilon_s$ ), sendo estes para cada domínio, segundo a NBR 6118 (ABNT, 2023), que escreve todos os limites dos domínios e relações de deformação em função da altura útil “d”, mas neste trabalho se faz necessário escreve-las em função da altura “h”.

Sendo assim temos os termos:

$$k_x = \frac{x}{d} \quad (2.1)$$

$$\delta = \frac{d'}{h} \quad (2.2)$$

$$h = d + d' \quad (2.3)$$

$$\beta_x = \frac{x}{h} \quad (2.4)$$

Substituindo 2.1, 2.2 e 2.3 em 2.4 temos:

$$\beta_x = k_x \cdot (1 - \delta) \quad (2.5)$$

Onde, para a seção transversal temos:

- x é a distância da borda superior à linha neutra;
- d é a altura útil da seção, do braço de alavanca formado entre a armadura e o topo da seção;
- h é a altura da seção;
- d' é a distância do CG da armadura até a borda mais próxima da seção.
- $\delta$  é a proporção de d' em relação à altura da seção (h);
- $k_x$  é a proporção da linha neutra em relação à altura útil (d);
- $\beta_x$  é a proporção de da linha neutra em relação à altura (h) da seção;

Como visto anteriormente, a NBR 6118 (ABNT, 2023) descreve os limites dos domínios de deformação, que são:

- Domínio 1, caracterizado pela tração não uniforme:

$$k_x < 0 \quad (3.1)$$

$$\varepsilon_{s1} = 10\% \quad (3.2)$$

- Domínio 2, flexão simples ou composta, com máximo alongamento do aço tracionado:

$$0 \leq k_x \leq k_{x2,3} \quad (3.3)$$

$$\varepsilon_{s1} = \varepsilon_{su} = 10\% \quad (3.4)$$

$$\varepsilon_c = \varepsilon_{s1} \cdot \frac{\beta_x}{1 - \beta_x - \delta}, \text{ com } \varepsilon_{c2} \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_{cu} \quad (3.5)$$

- Domínio 3, flexão simples ou composta, com máximo encurtamento no concreto e aço tracionado e escoando:

$$k_{x2,3} \leq k_x \leq k_{x3,4} \quad (3.6)$$

$$\varepsilon_c = \varepsilon_{cu} \quad (3.7)$$

$$\varepsilon_{s1} = \varepsilon_c \cdot \frac{1 - \beta_x - \delta}{\beta_x}, \text{ com } \varepsilon_{yd} \leq \varepsilon_{s1} \leq 10\% \quad (3.8)$$

- Domínio 4, flexão simples ou composta, com encurtamento máximo no concreto e aço tracionado sem escoamento:

$$k_{x3,4} \leq k_x \leq 1 \quad (3.9)$$

$$\varepsilon_c = \varepsilon_{cu} \quad (3.10)$$

$$\varepsilon_{s1} = \varepsilon_c \cdot \frac{1 - \beta_x - \delta}{\beta_x}, \text{ com } \varepsilon_{yd} \leq \varepsilon_{s1} \leq 10\% \quad (3.11)$$

- Domínio 4a, flexão composta com armaduras comprimidas e parte inferior da viga tracionada.

$$1 \leq k_x \leq 1 + \delta \quad (3.12)$$

$$\varepsilon_c = \varepsilon_{cu} \quad (3.13)$$

$$\varepsilon_{s1} = \varepsilon_c \cdot \frac{\beta_x}{1 - \beta_x - \delta} \text{ com } \varepsilon_{yd} \leq \varepsilon_{s1} \leq \left( \varepsilon_c \cdot \frac{\beta_x}{-\delta} \right) \quad (3.14)$$

- Domínio 5, compressão não uniforme, sem tração.

$$k_x \geq 1 + \delta \quad (3.15)$$

$$\varepsilon_{c2} \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_{cu} \quad (3.16)$$

$$\left( \varepsilon_{c2} \cdot \frac{-\delta}{1 - \frac{(\varepsilon_{cu} \cdot \varepsilon_{c2})}{\varepsilon_{cu}}} \right) \leq \varepsilon_{s1} \leq \varepsilon_{c2} \quad (3.17)$$

De forma geral, para todos os domínios temos que  $\varepsilon_{s2}$  é dado por:

$$\varepsilon_{s2} = \varepsilon_c \cdot \frac{\beta_x - \delta}{\beta_x} \quad (3.18)$$

### 3. EQUAÇÕES ADMENSIONAIS

Para se chegar as equações adimensionais, “dada uma seção retangular em concreto armado, ilustrada na Figura 5, submetida às solicitações de força normal  $N_d$  e de momento fletor  $M_d$  a linha neutra (LN) é perpendicular ao eixo de simetria da peça, caracterizando a flexão composta reta. No ELU, tem-se uma distribuição das armaduras  $A_{s1}$  e  $A_{s2}$ , deformação máxima no concreto ( $\varepsilon_c$ ) na borda superior, e deformação nas armaduras ( $\varepsilon_{s1}$  e  $\varepsilon_{s2}$ ). A distribuição de tensões no concreto é constituída por um trecho curvo e outro retangular; e as forças resultantes no concreto comprimido e no aço são, respectivamente,  $R_{cc}$ ,  $R_{sc}$  e  $R_{st}$ ” (KIMURA *et al*; 2023).

Onde  $N_d$ ,  $M_d$ ,  $R_{cc}$ ,  $R_{sc}$  e  $R_{st}$  são:

- $N_d$ , esforço normal de cálculo, em kN;
- $M_d$ , momento fletor de cálculo em kN.m;
- $R_{cc}$ , resultante no concreto comprimido em kN;
- $R_{sc}$ , resultante no aço comprimido em kN;
- $R_{st}$ , resultante no aço tracionado em kN.

“O diagrama de interação gerado por um procedimento computacional pode ser feito de duas formas, utilizando as integrações das tensões no concreto tanto a simplificação do bloco retangular de

tensões como o diagrama parábola-retângulo, sendo a diferença entre elas desprezível” (KIMURA *et al*; 2023). Sendo assim, neste trabalho foi utilizada a aproximação da parábola-retângulo para um retângulo aproximado utilizando o valor de  $\lambda$ , para  $f_{ck} > 50$  MPa, descrito no item 17.2.2 da NBR 6118 (ABNT, 2023).

Figura 5 - Solicitações em equilíbrio na seção. Fonte: Autor (baseado na figura 11.4 de KIMURA *et al*; 2023).

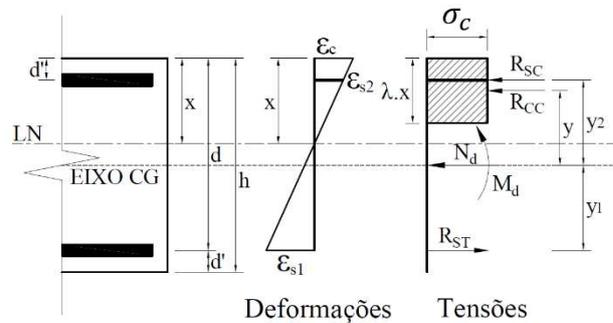
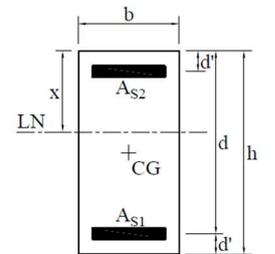


Figura 6 – Seção transversal. Fonte: Autor.



SEÇÃO TRANSVERSAL

Este trabalho se fundamenta nos conceitos básicos para o dimensionamento de peças de concreto armado, ou seja, o equilíbrio estático da seção transversal, bem como os limites de deformabilidade dos materiais (concreto e aço), dados pelos diagramas de tensão-deformação tanto do aço, quanto do concreto. Sendo que a NBR 6118 (ABNT, 2023) estabelece os parâmetros para os cálculos dos diagramas de tensão-deformação do concreto que serão empregados neste trabalho.

Sendo assim o equilíbrio estático da seção transversal ilustrada acima seria:

$$N_d = R_{cc} + R_{sc} - R_{st} \quad (4.1)$$

$$M_d = R_{cc} \cdot y + R_{sc} \cdot y_2 + R_{st} \cdot y_1 \quad (4.2)$$

Temos que:

$$R_{cc} = \alpha_c \cdot \eta_c \cdot f_{cd} \cdot b \cdot x \cdot \lambda \quad (4.3)$$

$$R_{sc} = A_{s2} \cdot \sigma_{s2} \quad (4.4)$$

$$R_{st} = A_{s1} \cdot \sigma_{s1} \quad (4.5)$$

$$\beta_y = \frac{y}{h} \quad (4.6)$$

$$y_1 = y_2 = h \cdot (0,5 - \delta) \quad (4.7)$$

$$A_{s1} = A_{s2} = 0,5 \cdot A_s \quad (4.8)$$

Substituindo a equação 2.4 e as equações de 4.3 a 4.8 em 4.1 e 4.2 temos:

$$N_d = \alpha_c \cdot \eta_c \cdot f_{cd} \cdot \beta_x \cdot b \cdot h \cdot \lambda + 0,5 \cdot A_s \cdot (\sigma_{s2} - \sigma_{s1}) \quad (4.9)$$

$$M_d = \alpha_c \cdot \eta_c \cdot f_{cd} \cdot \beta_x \cdot \lambda \cdot \beta_y \cdot b \cdot h^2 + 0,5 \cdot A_s \cdot (\sigma_{s1} + \sigma_{s2}) \cdot h \cdot (0,5 - \delta) \quad (4.10)$$

Tendo a taxa mecânica de armadura descrita por Venturini e Rodrigues (1987) como:

$$\omega = \frac{A_s \cdot f_{yd}}{A_c \cdot f_{cd}} \quad (4.11)$$

Onde  $f_{yd}$ , de acordo com NBR 6118 (ABNT, 2023) é:

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} \quad (4.12)$$

Sendo  $\gamma_s = 1,15$  o coeficiente de ponderação da resistência do aço, dado pela tabela 12.1 da NBR 6118 (ABNT, 2023) e  $f_{yk}$  a resistência característica a tração do aço, fornecida pelo fabricante.

E  $A_c$  sendo a área de concreto:

$$A_c = b \cdot h \quad (4.13)$$

Substituindo 18 em 16 e 17 temos:

$$N_d = \alpha_c \cdot \eta_c \cdot f_{cd} \cdot \beta_x \cdot b \cdot h \cdot \lambda + 0,5 \cdot \frac{\omega}{f_{yd}} \cdot b \cdot h \cdot f_{cd} \cdot (\sigma_{s2} - \sigma_{s1}) \quad (4.14)$$

$$M_d = \alpha_c \cdot \eta_c \cdot f_{cd} \cdot \beta_x \cdot \lambda \cdot \beta_y \cdot b \cdot h^2 \quad (4.15)$$

$$+ 0,5 \cdot \frac{\omega}{f_{yd}} \cdot b \cdot h^2 \cdot f_{cd} \cdot (\sigma_{s1} + \sigma_{s2}) \cdot (0,5 - \delta)$$

Agora, para que ambas as equações sejam reduzidas a termos adimensionais,  $N_d$  e  $M_d$  serão divididas pelos termos dimensionais a quais dependem.

$$\frac{N_d}{f_{cd} \cdot b \cdot h} = \frac{\alpha_c \cdot \eta_c \cdot f_{cd} \cdot \beta_x \cdot b \cdot h \cdot \lambda}{f_{cd} \cdot b \cdot h} + 0,5 \cdot \frac{\omega}{f_{yd}} \cdot \frac{b \cdot h \cdot f_{cd}}{f_{cd} \cdot b \cdot h} \cdot (\sigma_{s2} - \sigma_{s1}) \quad (4.16)$$

$$\frac{M_d}{f_{cd} \cdot b \cdot h^2} = \frac{\alpha_c \cdot \eta_c \cdot f_{cd} \cdot \beta_x \cdot \lambda \cdot \beta_y \cdot b \cdot h^2}{f_{cd} \cdot b \cdot h^2} + 0,5 \cdot \frac{\omega}{f_{yd}} \cdot \frac{b \cdot h^2 \cdot f_{cd}}{f_{cd} \cdot b \cdot h^2} \cdot (\sigma_{s1} + \sigma_{s2}) \cdot (0,5 - \delta) \quad (4.17)$$

Sendo assim obtemos os esforços adimensionais:

$$v = \frac{N_d}{b \cdot h \cdot f_{cd}} \quad (5.1)$$

$$\mu = \frac{M_d}{b \cdot h^2 \cdot f_{cd}} \quad (5.2)$$

$$v = \alpha_c \cdot \eta_c \cdot \beta_x \cdot \lambda + 0,5 \cdot \frac{\omega}{f_{yd}} \cdot (\sigma_{s2} - \sigma_{s1}) \quad (5.3)$$

$$\mu = \alpha_c \cdot \eta_c \cdot \beta_x \cdot \lambda \cdot \beta_y + 0,5 \cdot \frac{\omega}{f_{yd}} \cdot (\sigma_{s1} + \sigma_{s2}) \cdot (0,5 - \delta) \quad (5.4)$$

## 4. METODOLOGIA

Os cálculos foram realizados em planilha eletrônica Excel®, sendo feitos de acordo com as

equações descritas neste trabalho. As figuras confeccionadas para este trabalho foram feitas no software AutoCAD 2023® (Autodesk inc.®).

## 5. RESULTADOS

Tabela 1 – Parâmetros para os cálculos do ELU de concretos C45 a C90. Fonte: Autor.

$f_{ck}$ (MPa)	$f_{cd}$ (MPa)	$\lambda$	$\alpha_c$	$\eta_c$	n	$\sigma_c$ (MPa) patamar	Para aço CA-50			
							$\epsilon_{c2}$ (‰)	$\epsilon_{cu}$ (‰)	$x_{2,3}/d$	$x_{3,4}/d$
45,00	32,14	0,80	0,85	0,96	2,00	26,27	2,00	3,50	0,26	0,63
50,00	35,71	0,80	0,85	0,93	2,00	28,18	2,00	3,50	0,26	0,63
55,00	39,29	0,79	0,83	0,90	1,75	29,28	2,20	3,13	0,24	0,60
60,00	42,86	0,78	0,81	0,87	1,59	30,23	2,29	2,88	0,22	0,58
65,00	46,43	0,76	0,79	0,85	1,49	31,05	2,36	2,74	0,21	0,57
70,00	50,00	0,75	0,77	0,83	1,44	31,74	2,42	2,66	0,21	0,56
75,00	53,57	0,74	0,74	0,81	1,41	32,31	2,47	2,62	0,21	0,56
80,00	57,14	0,73	0,72	0,79	1,40	32,77	2,52	2,60	0,21	0,56
85,00	60,71	0,71	0,70	0,78	1,40	33,12	2,56	2,60	0,21	0,56
90,00	64,29	0,70	0,68	0,76	1,40	33,36	2,60	2,60	0,21	0,56

A Tabela 1 foi criada em planilha eletrônica (Excel®) utilizando as equações descritas neste trabalho, ou seja, foram obtidos os parâmetros especificados pela NBR 6118 (ABNT, 2023) para o correto dimensionamento de peças de concreto armado de classes de resistências iguais e superiores a C45.

Como os valores de  $\lambda$ ,  $\eta_c$ ,  $\alpha_c$ ,  $\epsilon_{c2}$ ,  $\epsilon_{cu}$  e os limites entre os domínios variam de acordo com o  $f_{ck}$ , se faz necessário a criação de ábacos específicos para cada classe de resistência.

Sendo assim, foram gerados nove ábacos (em anexo), com o uso do Excel®, sendo eles das classes C45, C60, C70, C80 e C90, com relação  $d'/h=0,1$ , os outros três ábacos, foram feitos para as classes C45, C70 e C90 com relação  $d'/h=0,15$ , todos com armadura simétrica.

Pode-se constatar que o aumento da resistência do concreto fez com que a área do domínio 3 fosse aumentada significativamente. Além disso, pode-se notar a diferença que a relação  $d'/h$  causa, sendo que com o aumento deste acarretou em uma redução significativa no  $M_R$ . Essa modificação também acarretou em uma diminuição na área do domínio 1 no gráfico e no crescimento dos domínios 3 e 4a.

É perceptível que se deve tomar especial cuidado no uso dos ábacos ao que se refere a relação  $d'/h$ , pois esta afeta os resultados obtidos.

Ao se observar os gráficos contidos ao final deste trabalho, nota-se que os valores de  $v$  diminuem conforme cresce a resistência, isso se deve ao fato de que como  $v$  foi reduzido a um fator adimensional e não depende da resistência, mas ainda é influenciado pelos termos  $\lambda$ ,  $\eta_c$ ,  $\alpha_c$ , e pelas variações de deformações e domínios, fazendo com que o seu valor diminua.

Entretanto, na prática isso não diminui a resistência última a esforço normal, como podemos nota na Tabela 2 a seguir.

Tabela 2 – Normal resistente para compressão uniforme ( $\omega=2,0$ ). Fonte: Autor.

$f_{ck}$ (MPa)	$f_{cd}$ (MPa)	b (cm)	h (cm)	$v$	$N_d$ (kN)
45	32,14	25	50	2,61	10487
60	42,86	25	50	2,55	13661
70	50,00	25	50	2,48	15500
80	57,14	25	50	2,42	17286
90	64,29	25	50	2,36	18964

Pode-se observar que apesar da queda do valor de  $v$ , o esforço  $N_d$  não diminuiu, devido ao aumento da resistência do concreto.

Com base nas equações mostradas neste trabalho e com a Tabela 1, também construída da mesma forma, foi possível realizar interações onde a linha neutra foi variada de -100 a 100, para que fossem criadas as envoltórias de esforços.

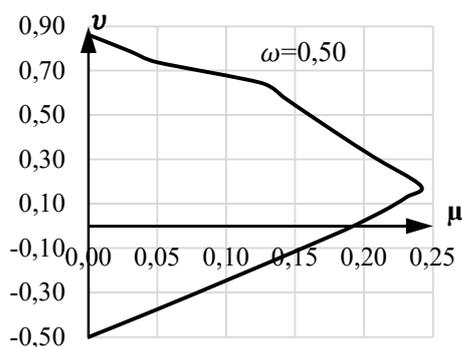
A Tabela 3 contém os resultados obtidos com a variação do termo  $\beta_x$ , e dos valores de  $\mu$  e  $v$  para uma taxa mecânica de armadura ( $\omega$ ) de 0,5 para concreto de classe C90 com relação  $d'/h$  de 0,1.

Com os valores da Tabela 3, pode-se plotar um gráfico, onde os valores de  $\mu$  correspondem ao eixo das abscissas e os valores de  $v$  os das ordenadas.

Tabela 3 – Exemplo de confecção de ábaco. Fonte: Autor.

$\beta_x$	$\varepsilon_c$	$\varepsilon_{s1}$	$\varepsilon_{s2}$	$\sigma_{s1}$	$\sigma_{s2}$	$\beta_y$	$\beta_y$ cor.	$\beta_x$ cor.	$\mu$	$v$
-100,00	-9,91	10,00	-9,92	434,78	-434,78	35,50	0,00	1,00	0,00	-0,50
0,00	0,00	10,00	-1,11	434,78	-233,13	0,50	0,50	0,00	0,05	-0,38
0,10	1,25	10,00	0,00	434,78	0,00	0,47	0,47	0,10	0,11	-0,21
0,20	2,60	9,10	1,30	434,78	273,00	0,43	0,43	0,20	0,18	-0,02
0,30	2,60	5,20	1,73	434,78	364,00	0,40	0,40	0,30	0,21	0,07
0,40	2,60	3,30	1,95	434,78	409,50	0,36	0,36	0,40	0,23	0,13
0,50	2,60	2,10	2,08	434,78	434,78	0,33	0,33	0,50	0,24	0,18
0,60	2,60	1,30	2,17	273,00	434,78	0,29	0,29	0,60	0,21	0,31
0,70	2,60	0,70	2,23	156,00	434,78	0,26	0,26	0,70	0,18	0,41
0,80	2,60	0,30	2,28	68,25	434,78	0,22	0,22	0,80	0,16	0,50
0,90	2,60	0,00	2,31	0,00	434,78	0,19	0,19	0,90	0,14	0,58
1,00	2,60	-0,30	2,34	-54,60	434,78	0,15	0,15	1,00	0,13	0,64
1,50	2,60	-1,00	2,43	-218,44	434,78	0,03	0,00	1,00	0,05	0,74
2,00	2,60	-1,40	2,47	-300,36	434,78	0,20	0,00	1,00	0,03	0,79
100,00	2,60	-2,60	2,60	-434,78	434,78	34,50	0,00	1,00	0,00	0,86

Figura 7 – Gráfico exemplo para confecção dos ábacos. Fonte: Autor.



Para a demonstração dos resultados obtidos, foi dimensionado uma seção retangular com o uso dos ábacos confeccionados neste trabalho. Os resultados foram conferidos com o software P-Calc<sup>®</sup>, utilizando seção única. Lembrando que este aplicativo não está de acordo com as últimas alterações de norma, então se espera um fator de segurança elevado, quando exposto majoritariamente a esforço normal.

Exemplo 1: Calcular a área de aço para a seguinte seção retangular:

- $f_{ck} = 90,00$  MPa
- Aço CA50
- $d'/h = 0,10$
- $b = 20,00$  cm
- $h = 40,00$  cm
- $N_d = 1000,00$  kN
- $M_d = 200,00$  kN.m

$$v = \frac{N_d}{b \cdot h \cdot f_{cd}} = \frac{1000,00}{20,00 \cdot 40,00 \cdot 6,43} \cong 0,20$$

$$\mu = \frac{M_d}{b \cdot h^2 \cdot f_{cd}} = \frac{20000,00}{20,00 \cdot 40,00^2 \cdot 6,43} \cong 0,10$$

Pelo Ábaco A-7 para concreto C90 temos  $\omega$ :

$$\omega = 0,15$$

$$A_s = \frac{b \cdot h \cdot f_{cd}}{f_{yd}} = 0,15 \cdot \frac{20,00 \cdot 40,00 \cdot 6,43}{43,48} = 17,74 \text{ cm}^2$$

Adotando barras de 12,5 mm, temos:

$$A_{s\phi 12,5} = \pi \cdot \frac{1,25^2}{4} = 1,23$$

$$n_{barras} = \frac{17,74}{1,23} = 14,46 \cong 15$$

Lembrando que é necessário um número par para se manter a simetria, adota-se 16 barras.

Figura 8 – Geometria Exemplo 1. Fonte: Autor.

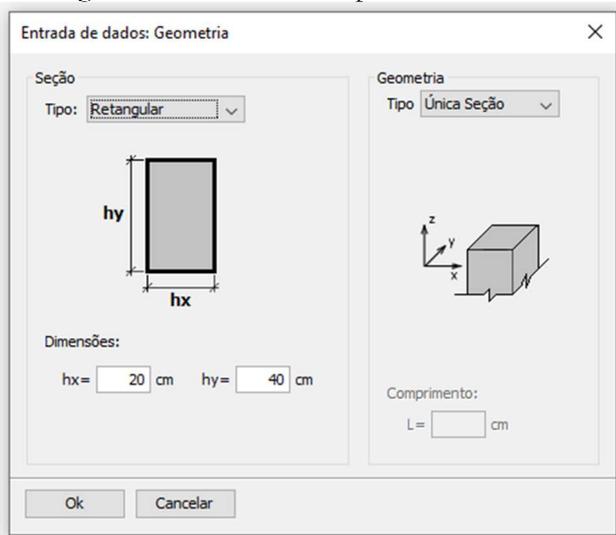


Figura 9 – Materiais do Exemplo 1. Fonte: Autor.

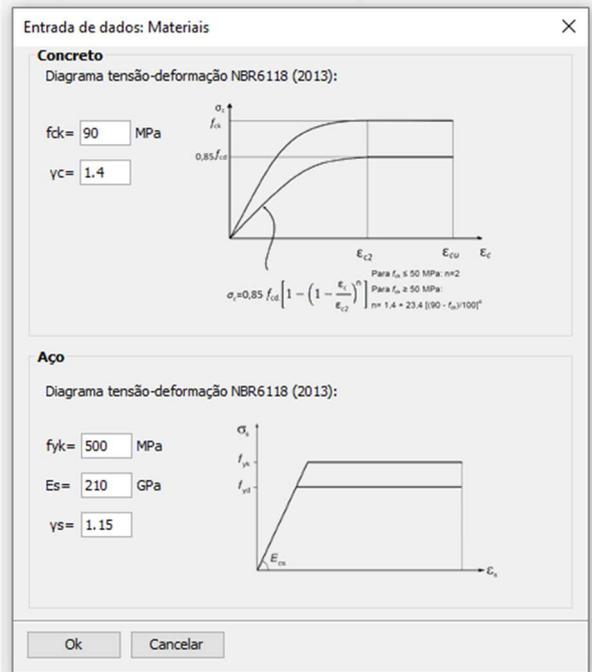


Figura 10 – Armação do Exemplo 1. Fonte: Autor.

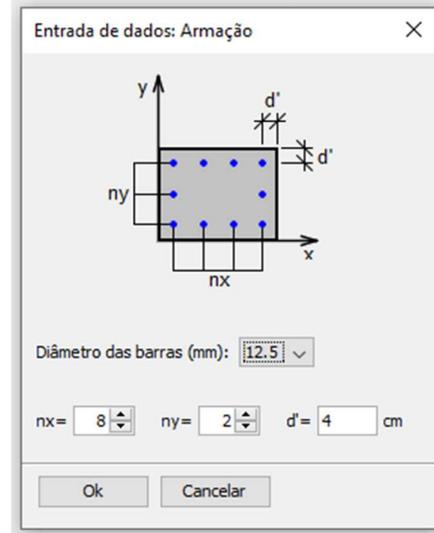


Figura 11 – Esforços do Exemplo 1. Fonte: Autor.

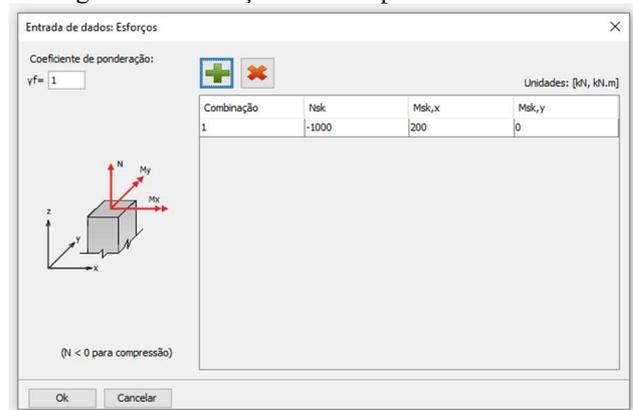


Figura 12 – Resultado Exemplo 1. Fonte: Autor.

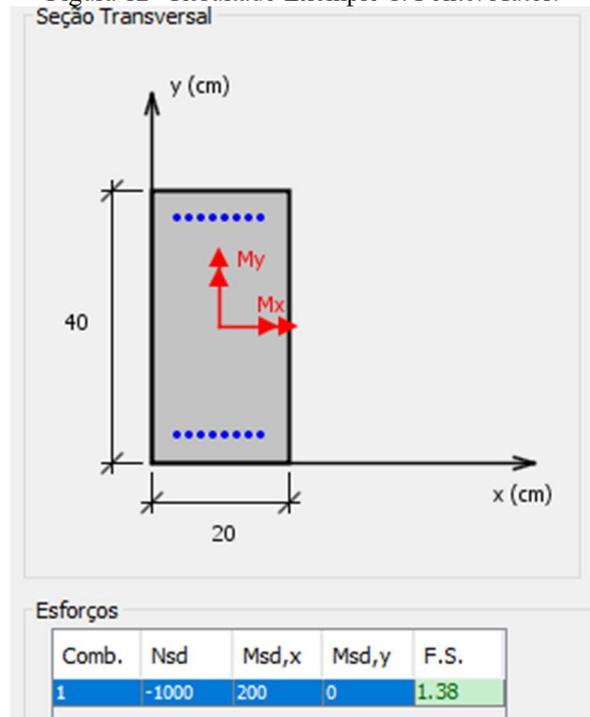
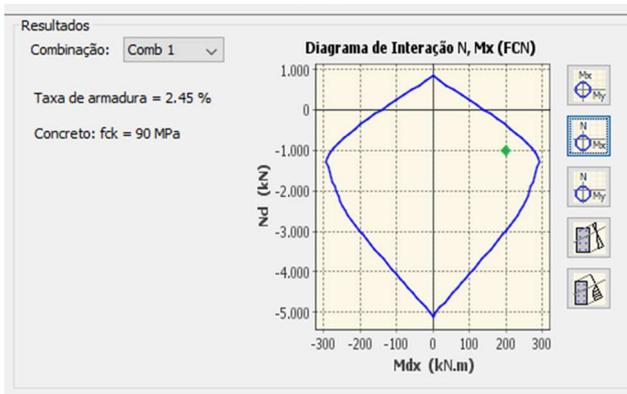


Figura 13 – Diagrama de interação Exemplo 1. Fonte: Autor.



Pode-se observar que o resultado obtido foi satisfatório, chegando a um fator de segurança de 1,38.

Exemplo 2: Comparação do método utilizado com o utilizado com os ábacos de Venturini e Rodrigues (1987).

Para esta comparação foi gerado um nono ábaco com os parâmetros de concreto convencional, ou seja,  $\sigma_c$  (MPa) patamar =  $0,85 \cdot f_{cd}$ . Seguindo os mesmos dados da seção retangular do exercício anterior, so que com  $f_{ck}=35$  MPa e utilizando os ábacos A0 (deste trabalho) e A-2 de Venturini e Rodrigues (1987).

$$v = \frac{N_d}{b \cdot h \cdot f_{cd}} = \frac{1000,00}{20,00 \cdot 40,00 \cdot 2,50} = 0,50$$

$$\mu = \frac{M_d}{b \cdot h^2 \cdot f_{cd}} = \frac{20000,00}{20,00 \cdot 40,00^2 \cdot 2,50} = 0,25$$

Pelo Ábaco A-0 temos  $\omega$ :

$$\omega = 0,50$$

$$A_s = \frac{b \cdot h \cdot f_{cd}}{f_{yd}} = 0,50 \cdot \frac{20,00 \cdot 40,00 \cdot 2,50}{43,48} = 23,00 \text{ cm}^2$$

Adotando barras de 12,5 mm, temos:

$$A_{s\phi 12,5} = \pi \cdot \frac{1,25^2}{4} = 1,23$$

$$n_{barras} = \frac{23,00}{1,23} = 18,75 \cong 19$$

Pelo Ábaco A-2 (VENTURINI, RODRIGUES; 1987) temos  $\omega$ :

$$\omega = 0,45$$

$$A_s = \frac{b \cdot h \cdot f_{cd}}{f_{yd}} = 0,45 \cdot \frac{20,00 \cdot 40,00 \cdot 2,50}{43,48} = 20,70 \text{ cm}^2$$

Adotando barras de 12,5 mm, temos:

$$A_{s\phi 12,5} = \pi \cdot \frac{1,25^2}{4} = 1,23$$

$$n_{barras} = \frac{20,70}{1,227} = 16,87 \cong 17$$

Como se faz necessário um número par para se manter a simetria, adota-se 20 barras para o ábaco A-0 e 18 para o ábaco A-2 de Venturini e Rodrigues (1987).

Figura 14 – Geometria Exemplo 2 (A-0). Fonte: Autor.

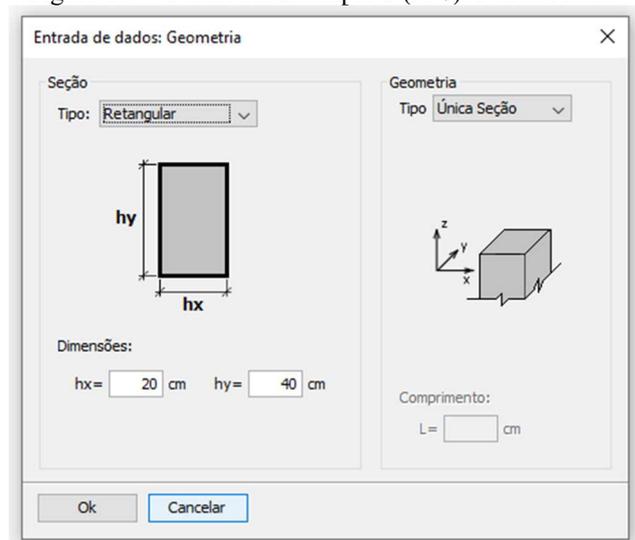


Figura 15 – Materiais do Exemplo 2 (A-0). Fonte: Autor.

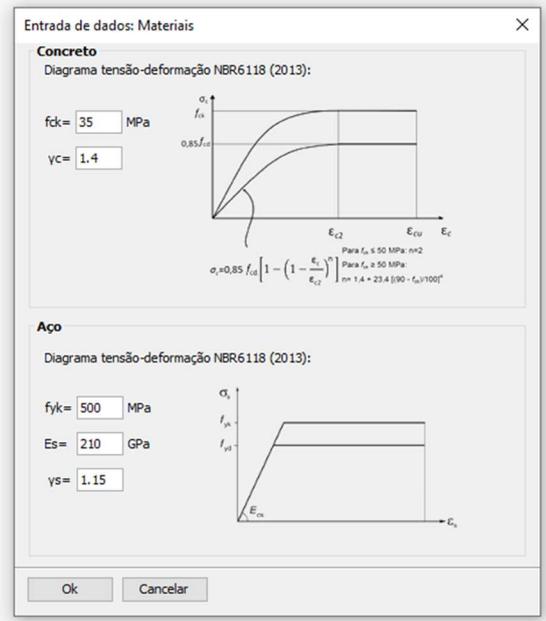


Figura 16 – Armação do Exemplo 2 (A-0). Fonte: Autor.

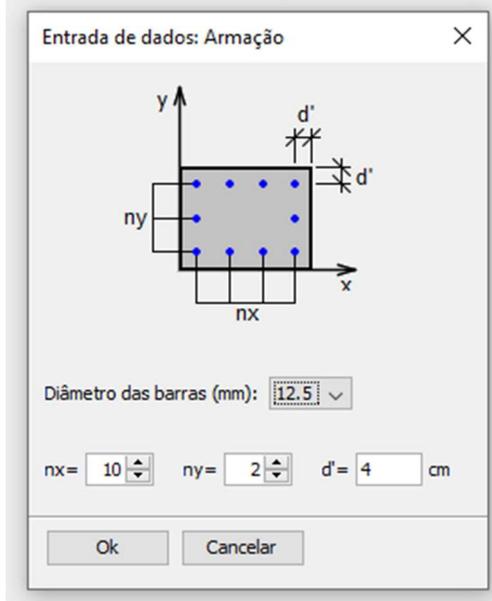


Figura 17 – Esforços do Exemplo 2 (A-0). Fonte: Autor.

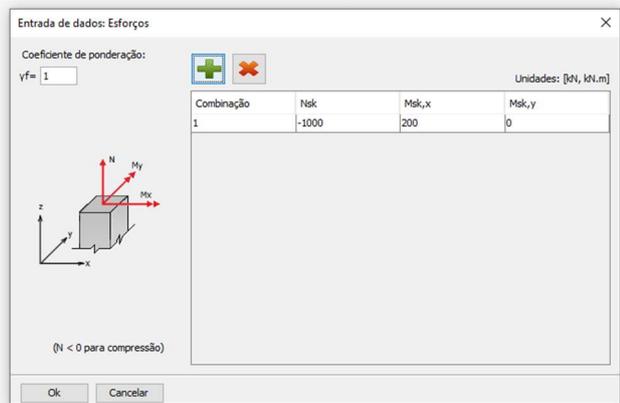


Figura 18 – Resultado Exemplo 2 (A-0). Fonte: Autor.

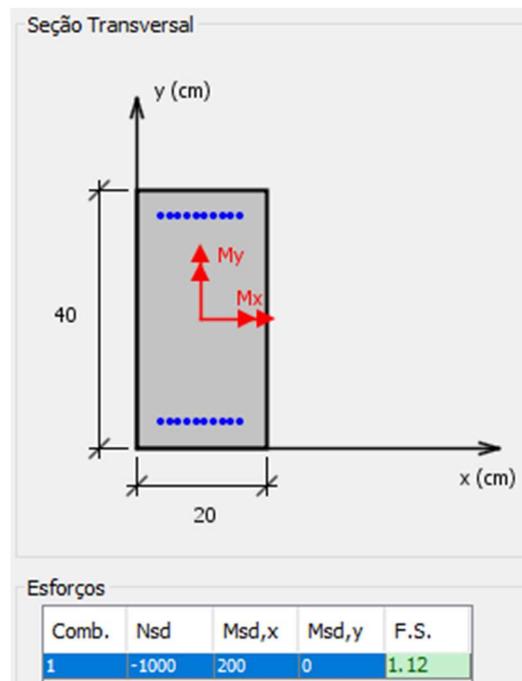


Figura 19 – Diagrama de interação Exemplo 2 (A-0). Fonte: Autor.

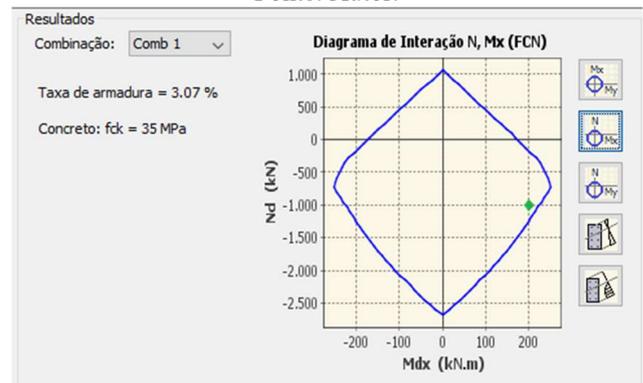


Figura 20 – Geometria Exemplo 22 (A-2; Venturini, Rodrigues; 1987). Fonte: Autor.

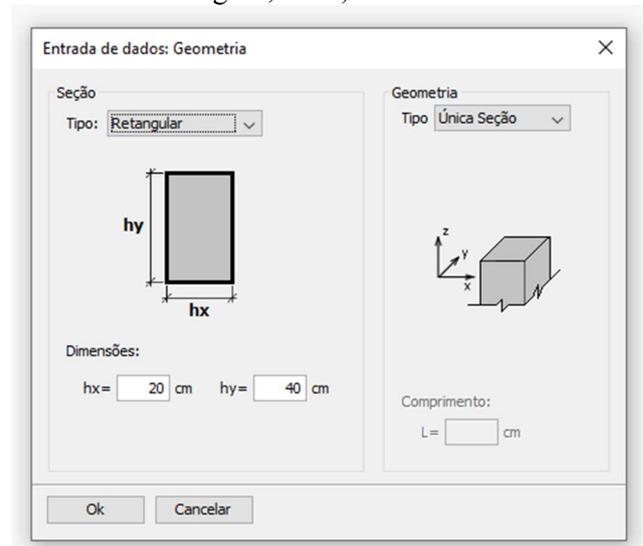


Figura 21 – Materiais do Exemplo 2 (A-2; Venturini, Rodrigues; 1987). Fonte: Autor.

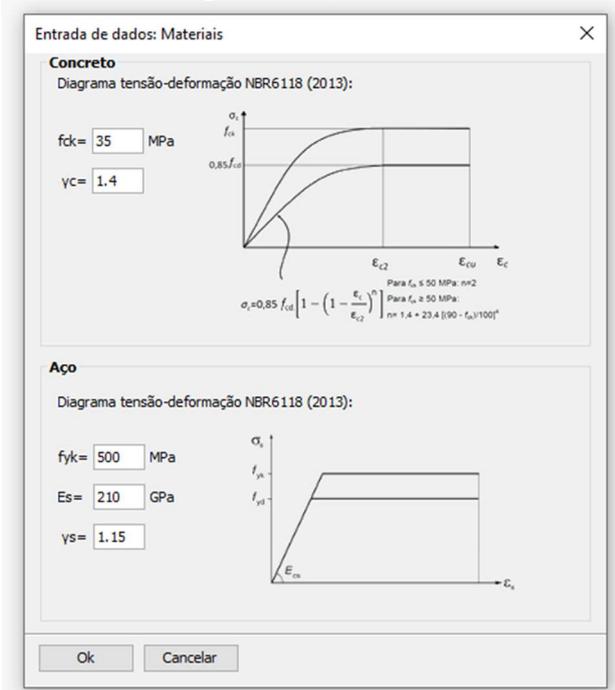


Figura 22 – Armação do Exemplo 2 (A-2; Venturini, Rodrigues; 1987). Fonte: Autor.

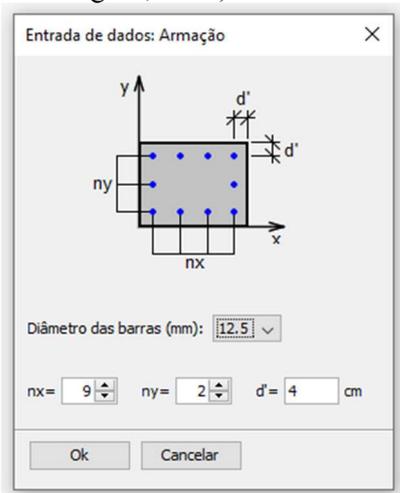


Figura 23 – Esforços do Exemplo 2 (A-2; Venturini, Rodrigues; 1987). Fonte: Autor.

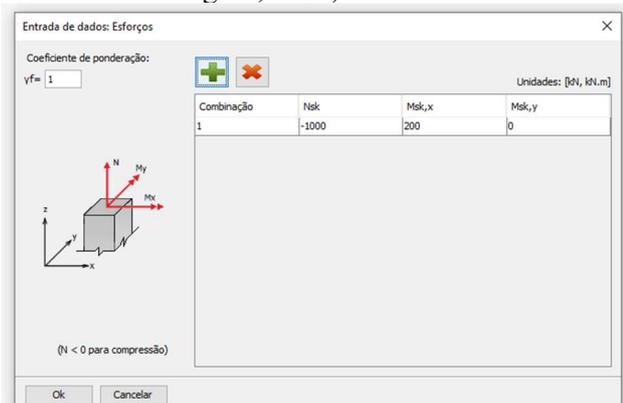


Figura 24 – Resultado Exemplo 2 (A-2; Venturini, Rodrigues; 1987). Fonte: Autor.

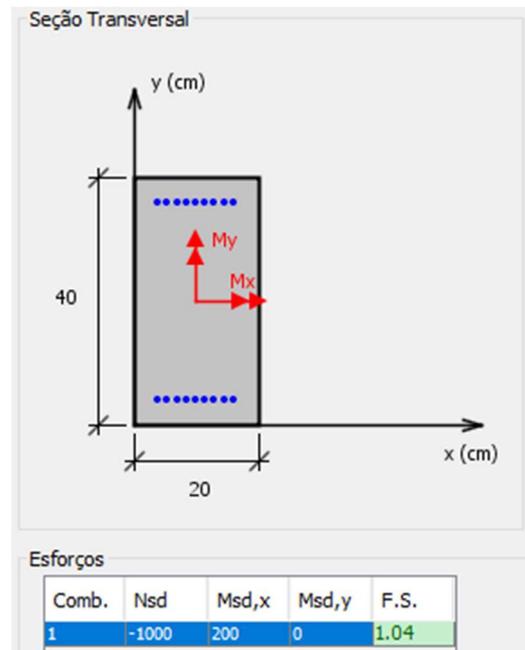
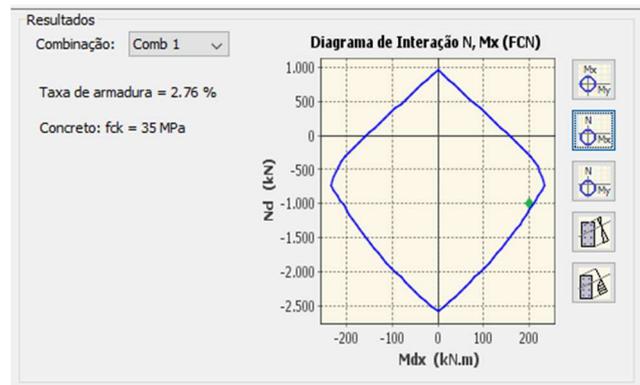


Figura 25 – Diagrama de interação Exemplo 2 (A-2; Venturini, Rodrigues; 1987). Fonte: Autor.



Portanto, nota-se que ambos os resultados foram satisfatórios, com o ábaco desenvolvido neste trabalho tendo uma leve diferença do confeccionado por Venturini e Rodrigues (1987). Esta diferença se deve à forma que ambos foram gerados, com as interações feitas por Venturini e Rodrigues (1987) sendo realizadas através de integrações nos diagramas de tensão-deformação enquanto para este trabalho se foi adotada a aproximação para um retângulo de tensão constante.

O coeficiente de ponderação  $\gamma_f$  foi adotado como igual a 1,0 no software P-Calc®, pois os valores dos esforços inseridos já eram dos esforços de cálculo ( $N_d$  e  $M_d$ ).

## 6. CONCLUSÃO

Conclui-se, que o objetivo da confecção de ábacos para o dimensionamento de peças retangulares solicitadas a flexão composta reta com concretos de classes entre C45 e C90, de acordo com os novos parâmetros da NBR 6118 (ABNT, 2023) foi alcançado, onde foram criados nove ábacos para seis diferentes classes de concreto (Anexo).

Entretanto estes ábacos se limitam a armaduras concentradas nas faces, o que muitas vezes não representa a realidade, além disso só foram gerados ábacos para flexão composta reta, sem a confecção de ábacos para quando houver solicitações de momento em ambas as direções (flexão composta oblíqua).

Pode-se pontuar ainda que para trabalhos futuros vale se fazer uma comparação destes ábacos com outros que possam ser gerados através de integrações da tensão no concreto e não com a aproximação para um retângulo equivalente, além da adoção de múltiplas camadas de armadura.

## 7. Agradecimentos

Agradeço a Deus por ter me capacitado e direcionado a todo momento, aos meus pais por terem me dado todo apoio que precisei, aos meus colegas que me ensinaram e mostraram grande companheirismo, ao professor Dr. Sidiclei Formagini pela orientação para a realização deste trabalho e pelo curso de Engenharia Civil da UFMS, que me proporcionou oportunidades de extrair meu potencial, expandir meus conhecimentos e me trazer imensas oportunidades.

## 8. ANEXOS

- Ábaco A-2 (VENTURINI, RODRIGUES; 1987)
- Ábaco Flexão Composta Reta – A0
- Ábaco Flexão Composta Reta – C45 – A1
- Ábaco Flexão Composta Reta – C45 – A2
- Ábaco Flexão Composta Reta – C60 – A3
- Ábaco Flexão Composta Reta – C70 – A4
- Ábaco Flexão Composta Reta – C70 – A5
- Ábaco Flexão Composta Reta – C80 – A6
- Ábaco Flexão Composta Reta – C90 – A7
- Ábaco Flexão Composta Reta – C90 – A8

## 9. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118**: Projeto de estruturas de concreto - Procedimento. 182p. Rio de Janeiro, 2014.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118**: Projeto de estruturas de concreto - Procedimento. 242p. Rio de Janeiro, 2023.

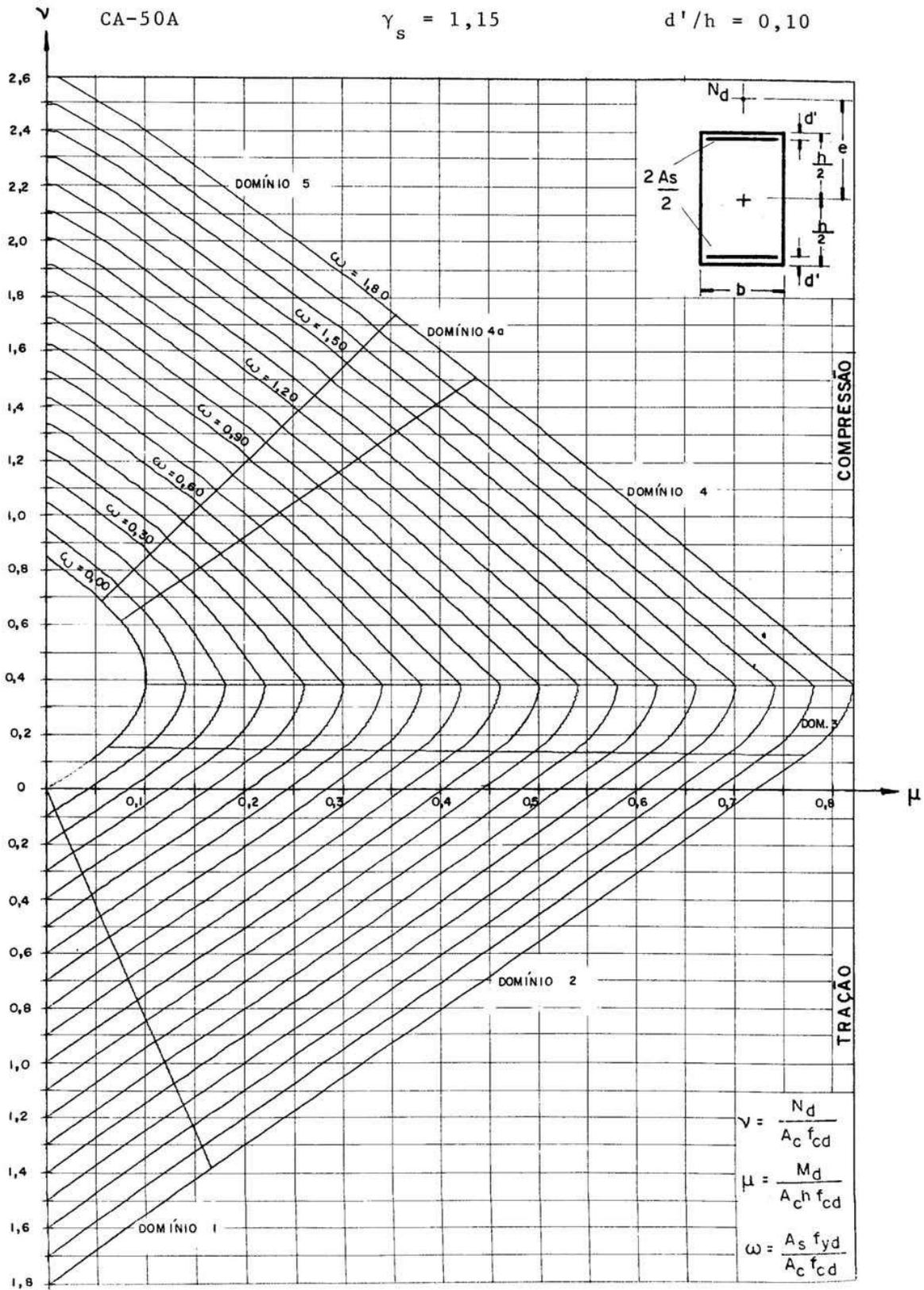
CARVALHO, Roberto Chust; FILHO, Jasson Rodrigues de Figueiredo. **Cálculo e detalhamento de estruturas usuais em concreto armado segundo a NBR 6118:2003**. 3º Ed. São Carlos: EdUFScar, 2010.

KIMURA, Alio Ernesto; PARSEKIAN, Guilherme Aris; DE ALMEIDA, Luiz Carlos; SANTOS, Sergio Hampshire de Carvalho; BITTENCOURT, Túlio Nogueira. **Estrutura de Concreto Armado**. 1ª Ed. Vol 2. Ibracon. 2023.

SHAH, S. P.; AHMAD, S. H. **Structural Properties of High Strength Concrete and its Implications for Precast Prestressed Concrete**. PCI JOURNAL. Nov-Dec. 1985.

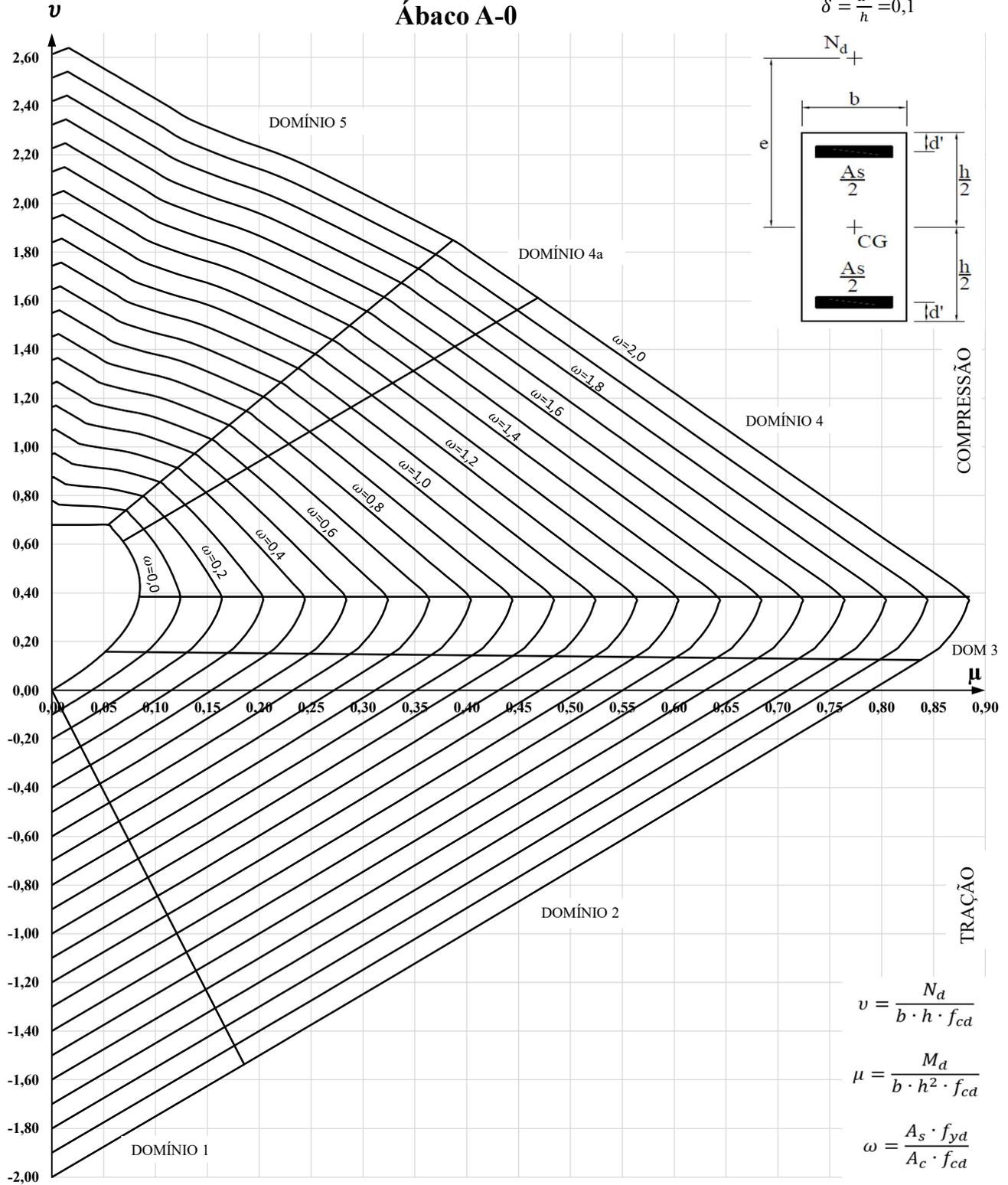
VENTURINI, Wilson Sérgio; RODRIGUES, Rogério de Oliveira. **Dimensionamento de peças retangulares de concreto armado solicitadas à flexão reta**. São Carlos: USP, 1987.

ÁBACO A-2



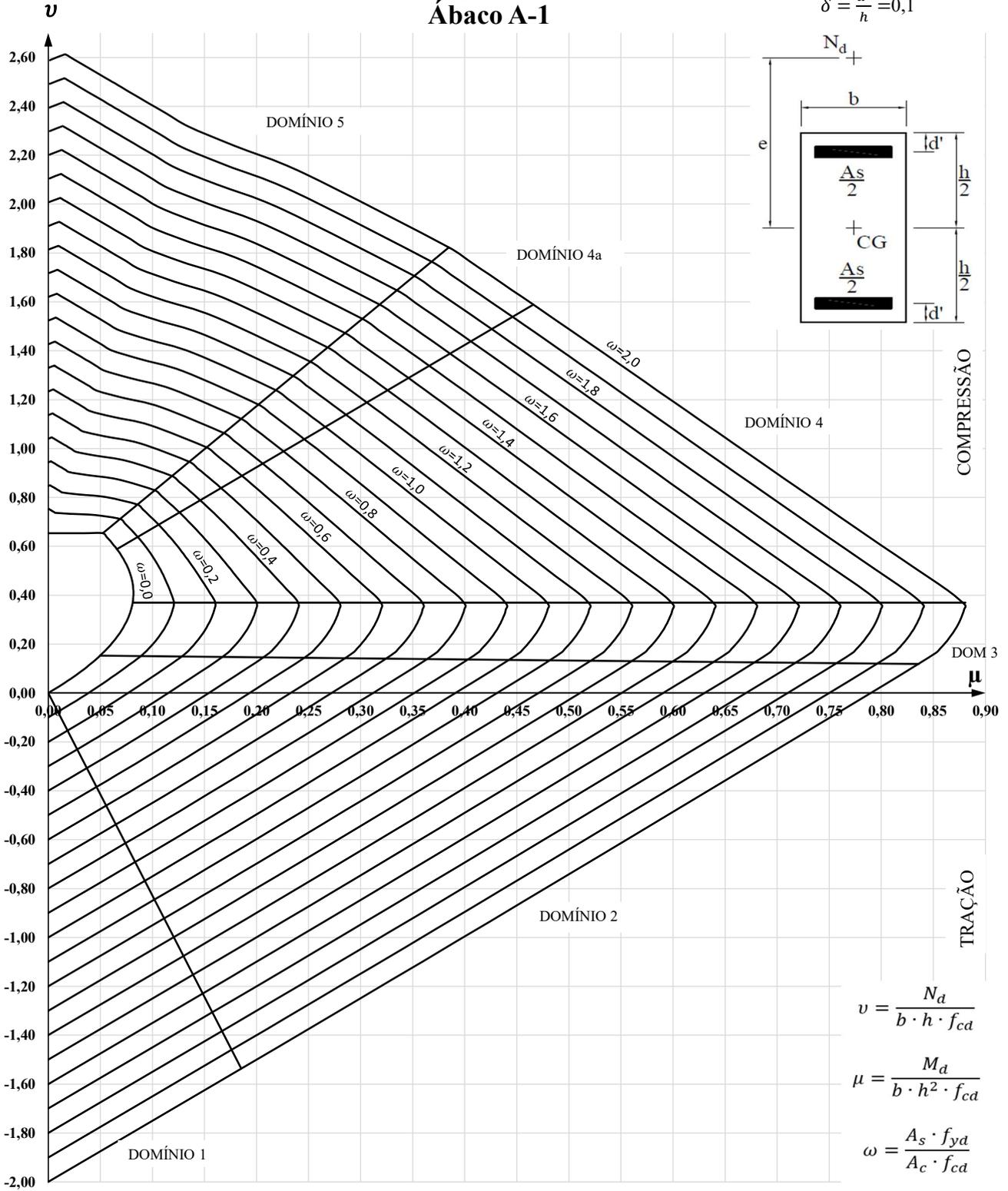
## Flexão Composta Retra Ábaco A-0

$$\delta = \frac{d'}{h} = 0,1$$



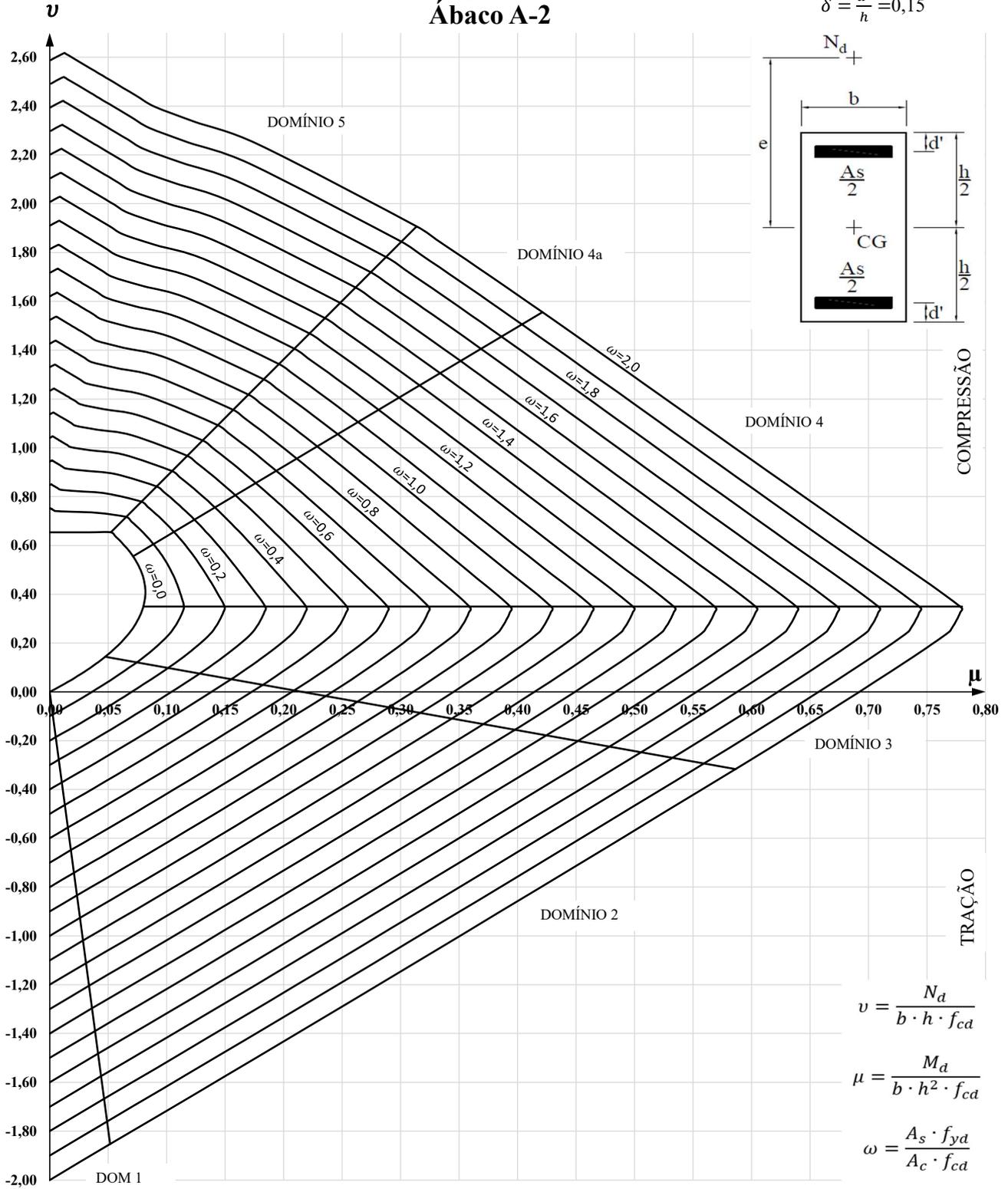
## Flexão Composta Retra - C45 Ábaco A-1

$$\delta = \frac{d'}{h} = 0,1$$

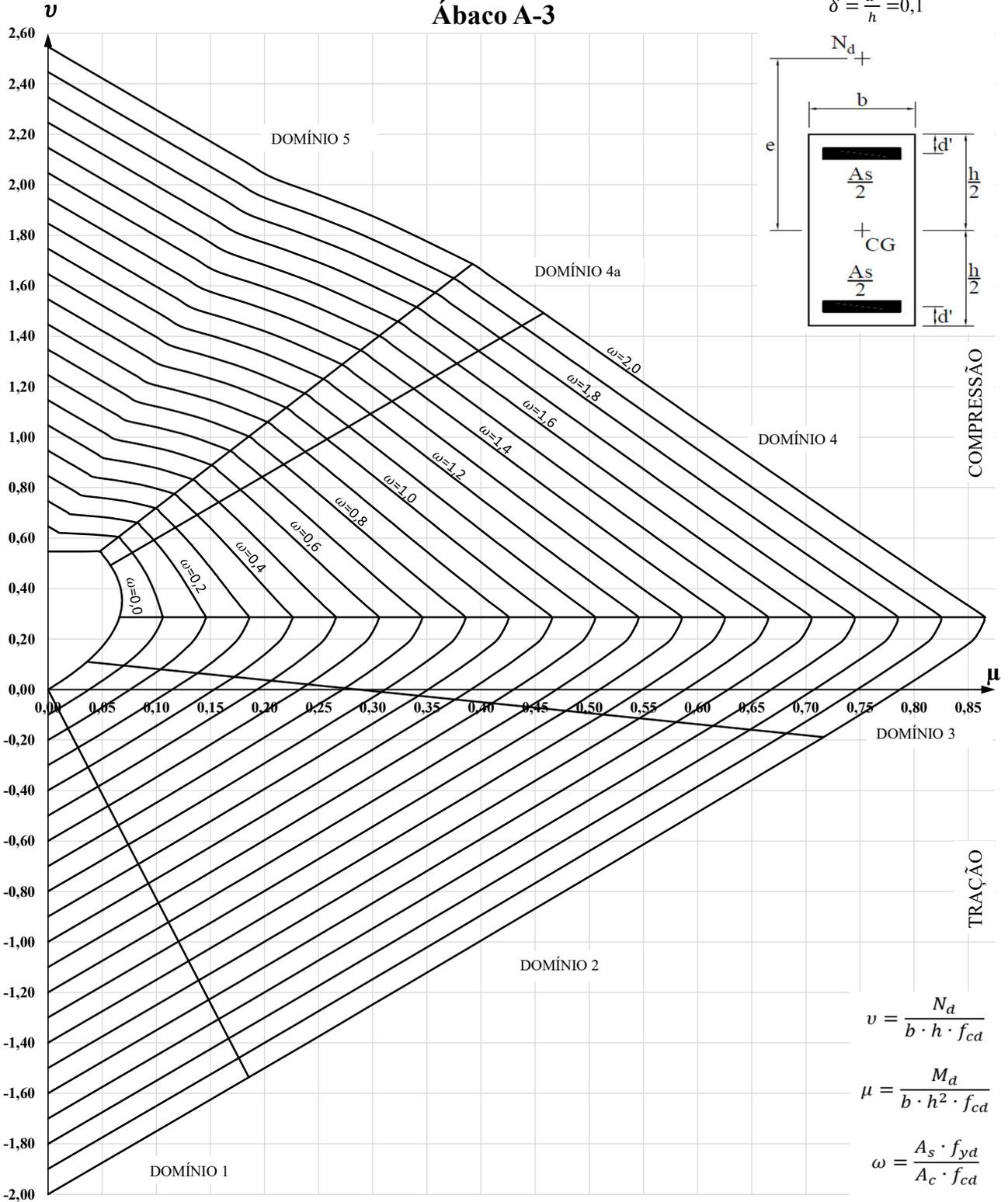


## Flexão Composta Retra - C45 Ábaco A-2

$$\delta = \frac{a'}{h} = 0,15$$

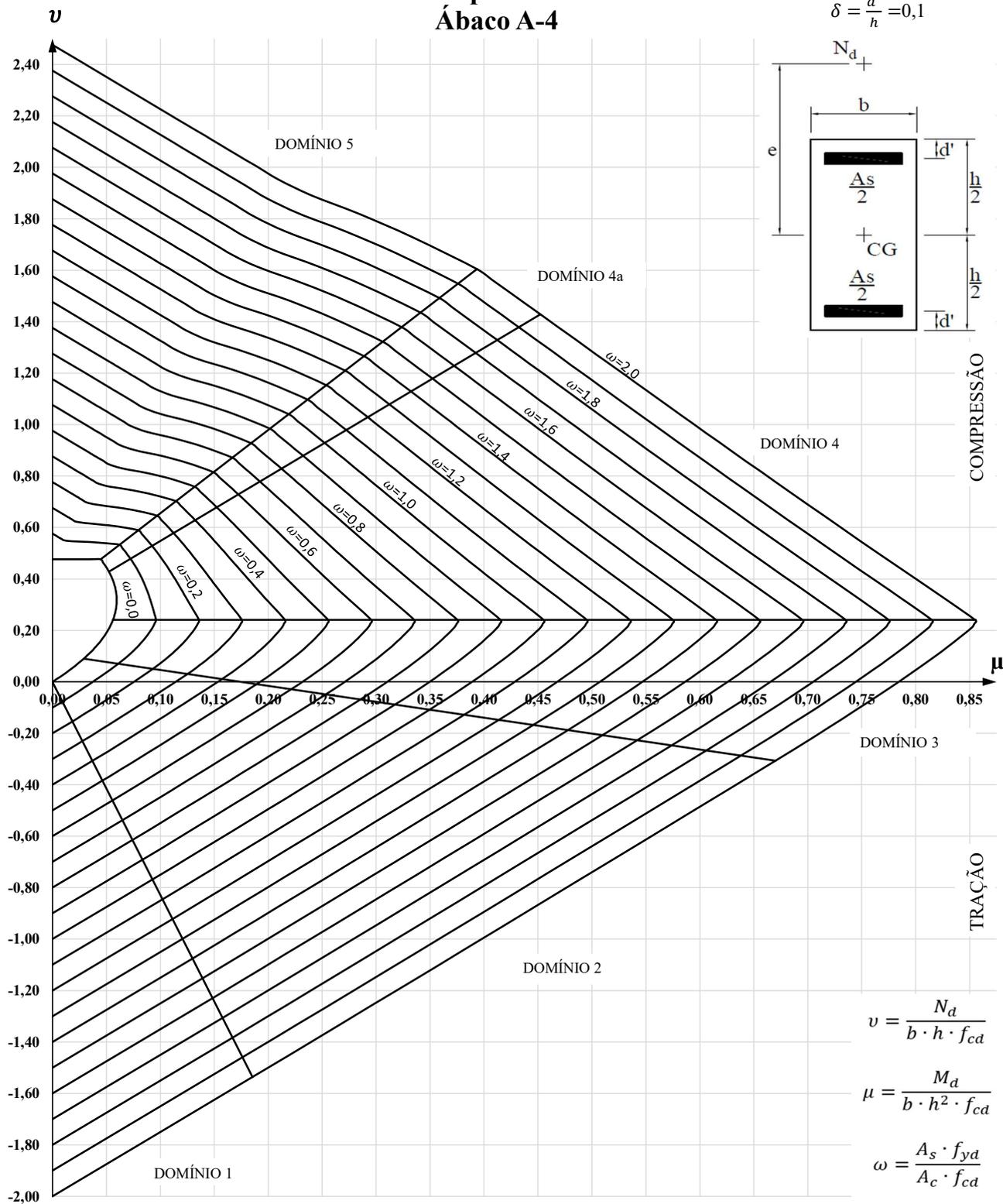


## Flexão Composta Reta - C60 Ábaco A-3



## Flexão Composta Retra - C70 Ábaco A-4

$$\delta = \frac{d'}{h} = 0,1$$



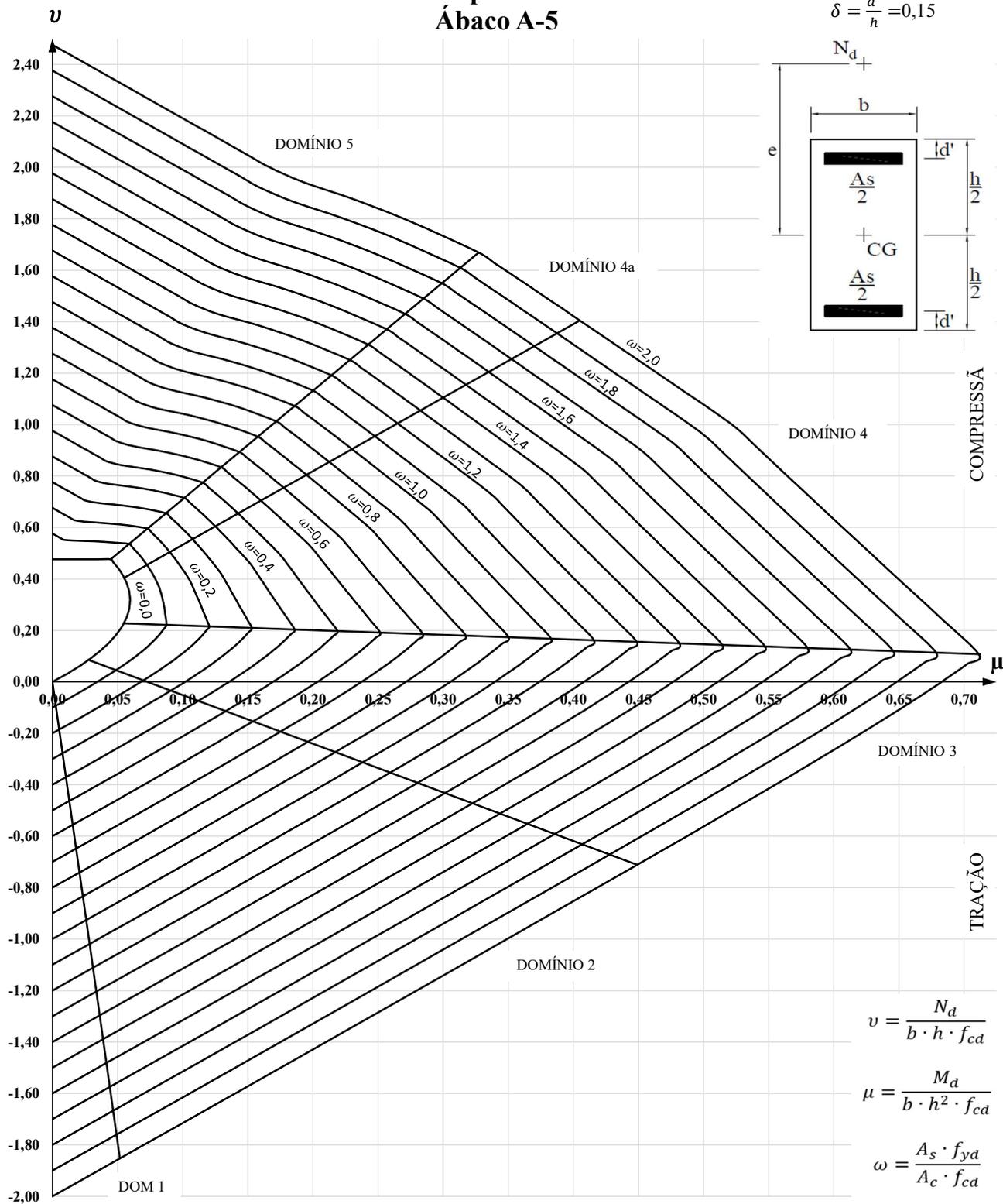
$$v = \frac{N_d}{b \cdot h \cdot f_{cd}}$$

$$\mu = \frac{M_d}{b \cdot h^2 \cdot f_{cd}}$$

$$\omega = \frac{A_s \cdot f_{yd}}{A_c \cdot f_{cd}}$$

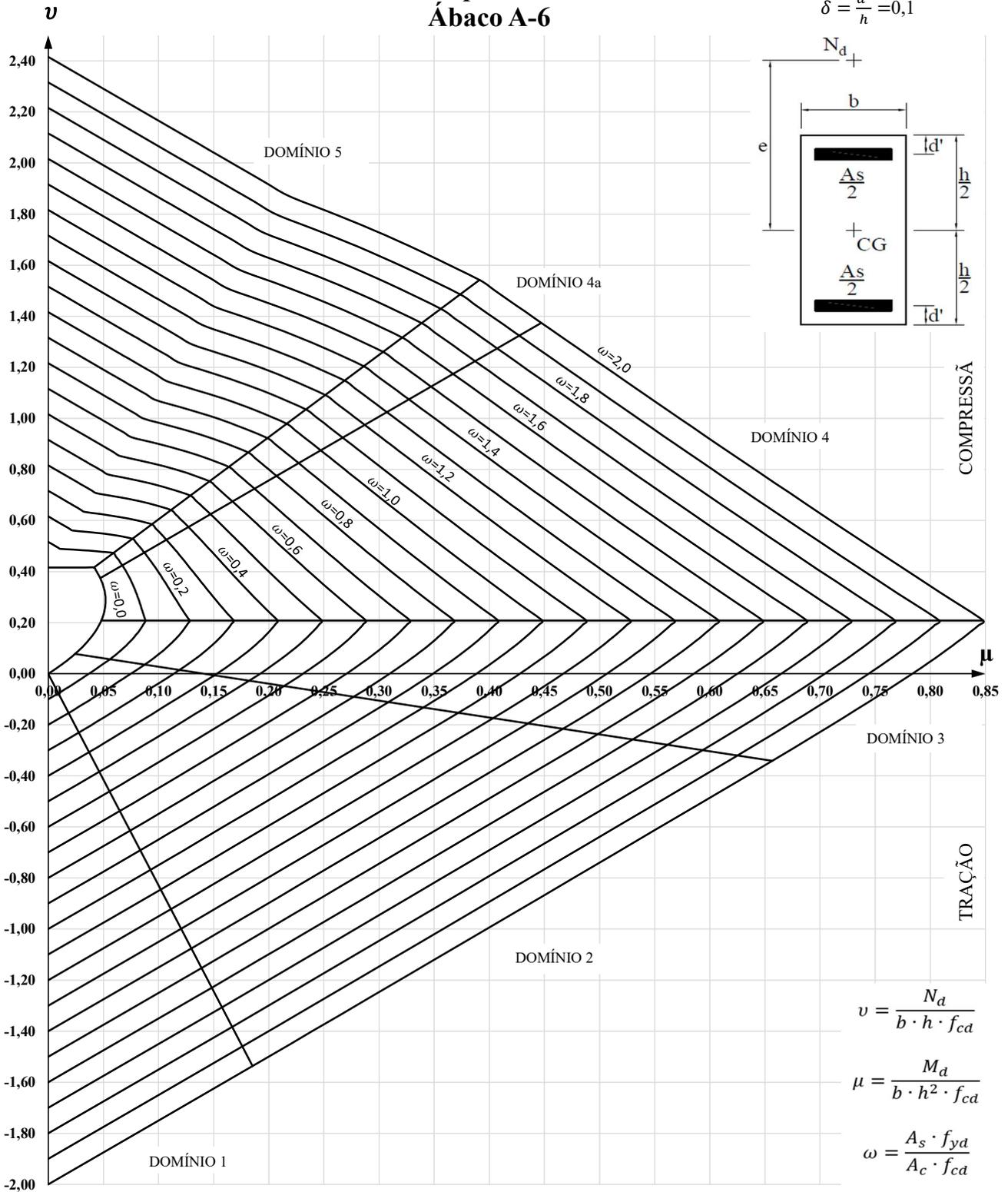
## Flexão Composta Retra - C70 Ábaco A-5

$$\delta = \frac{d'}{h} = 0,15$$



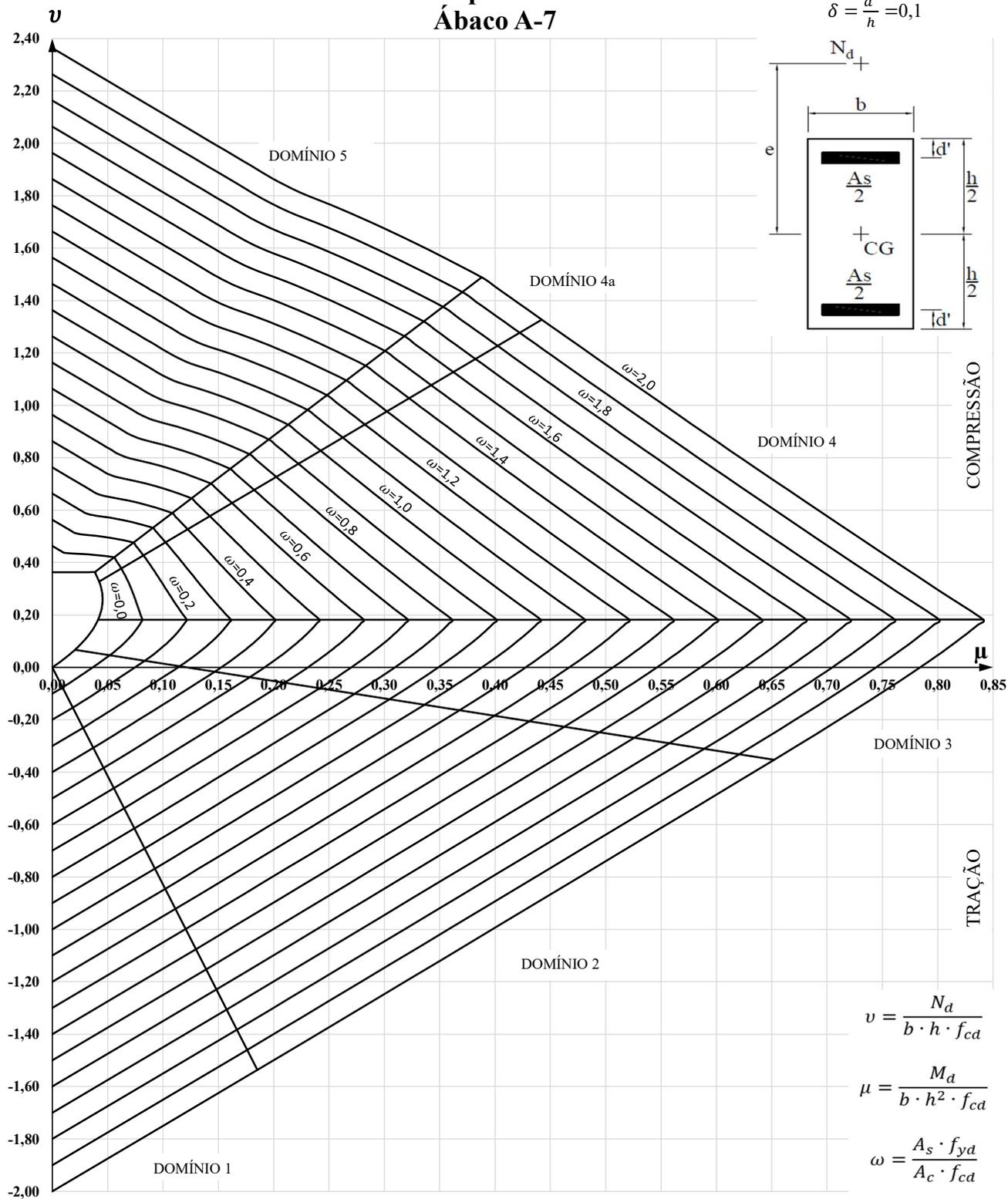
## Flexão Composta Retra - C80 Ábaco A-6

$$\delta = \frac{d'}{h} = 0,1$$



## Flexão Composta Retra - C90 Ábaco A-7

$$\delta = \frac{a'}{h} = 0,1$$



$$v = \frac{N_d}{b \cdot h \cdot f_{cd}}$$

$$\mu = \frac{M_d}{b \cdot h^2 \cdot f_{cd}}$$

$$\omega = \frac{A_s \cdot f_{yd}}{A_c \cdot f_{cd}}$$

## Flexão Composta Retra - C90 Ábaco A-8

$$\delta = \frac{d'}{h} = 0,15$$

