

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MATO GROSSO DO SUL
FACULDADE DE COMPUTAÇÃO
CURSO DE CIÊNCIA DA COMPUTAÇÃO

Análise Gráfica Comparativa dos Resultados da Matheurística Proposta para o Problema do Safe Set

José Paulo de Faria Pedrosa

Campo Grande – MS

2026

Resumo

Este trabalho apresenta uma análise gráfica complementar dos resultados obtidos no Trabalho de Conclusão de Curso sobre o Problema do Safe Set. O objetivo consiste em analisar comparativamente o desempenho das diferentes configurações da matheurística proposta, enfatizando o comportamento das heurísticas em diferentes grupos de instâncias por meio de gráficos comparativos instância por instância e instâncias agrupadas.

Foram utilizadas instâncias pseudoaleatórias da literatura, variando tamanho e densidade dos grafos. A análise gráfica indica que as configurações baseadas na matheurística conhecida como Large Neighbourhood Search apresentaram melhorias significativas em relação às soluções iniciais, especialmente nas estratégias com maior número de iterações construtivas.

Os gráficos permitiram observar de forma visual o comportamento das diferentes configurações do algoritmo, evidenciando tendências relacionadas à densidade e ao tamanho das instâncias.

Palavras-chave: Safe Set, Matheurística, Large Neighbourhood Search, Otimização Combinatória.

Sumário

1	Introdução	3
2	Fundamentação Teórica	3
3	Metodologia dos Experimentos Originais	4
4	Descrição das Instâncias Utilizadas	5
5	Resultados Computacionais	5
5.1	Resultados Médios Gerais	6
5.2	Resultados por Densidade	6
5.3	Resultados por Tamanho das Instâncias	7
5.4	Análise Instância por Instância	8
5.4.1	Instâncias com 20 vértices	8
5.4.2	Instâncias com 25 vértices	9
5.4.3	Instâncias com 30 vértices	10
5.4.4	Instâncias com 35 vértices	11
5.4.5	Instâncias com 40 vértices	12
5.4.6	Instâncias com 50 vértices	13
5.5	Análise Geral dos Resultados Instância por Instância	14
6	Discussão dos Resultados	15
7	Conclusão	15

1 Introdução

O problema do safe set (SSP) consiste em identificar, em um grafo conexo, um subconjunto de vértices capaz de dominar estruturalmente as componentes adjacentes, garantindo que cada componente interna possua peso maior ou igual ao das componentes externas a ela conectadas. Trata-se de um problema relevante na área de Otimização Combinatória e Teoria dos Grafos, possuindo aplicações em contextos como redes sociais, sistemas vulneráveis e organização de refúgios em edificações.

Por tratar-se de um problema NP-difícil, métodos exatos apresentam limitações computacionais para instâncias de maior porte, o que motiva a utilização de abordagens heurísticas e matheurísticas capazes de produzir soluções de boa qualidade em tempos computacionais reduzidos.

No Trabalho de Conclusão de Curso que originou este estudo foi proposta uma matheurística para o SSP baseada em uma fase construtiva inspirada no método GRASP (*Greedy Randomized Adaptive Search Procedure*) e em uma etapa de refinamento utilizando Large Neighbourhood Search (LNS). Os experimentos computacionais realizados demonstraram resultados promissores para diferentes classes de instâncias da literatura.

Embora os resultados numéricos tenham sido apresentados e discutidos no trabalho original, uma análise gráfica detalhada permite identificar padrões de comportamento das diferentes configurações da matheurística que nem sempre são facilmente percebidos por meio de tabelas e indicadores agregados. Dessa forma, a utilização de representações visuais complementa a interpretação dos resultados experimentais e favorece uma compreensão mais ampla do desempenho dos métodos avaliados.

Nesse contexto, o presente trabalho tem como objetivo apresentar uma análise gráfica complementar dos resultados obtidos no TCC, enfatizando comparações por grupo e análise instância por instância entre as diferentes configurações da matheurística proposta. Para isso, são utilizados gráficos comparativos organizados por tamanho e densidade das instâncias, permitindo avaliar de forma detalhada o comportamento das estratégias consideradas ao longo de todo o conjunto experimental.

2 Fundamentação Teórica

Considere um grafo conexo $G = (V, E)$. Um subconjunto $S \subseteq V$ é denominado *safe set* quando cada componente conexa induzida por S possui peso maior ou igual ao das componentes adjacentes pertencentes ao conjunto $V \setminus S$.

Devido à elevada complexidade computacional do problema, abordagens heurísticas e matheurísticas tornam-se alternativas relevantes.

No trabalho original foi utilizada uma abordagem composta por:

1. construção de solução inicial via heurística gulosa aleatorizada;

2. refinamento utilizando Large Neighbourhood Search;
3. reconstrução parcial utilizando Programação Linear Inteira.

Os resultados analisados neste trabalho correspondem às diferentes configurações dessa matheurística, avaliadas sobre um conjunto de instâncias da literatura com diferentes tamanhos e densidades.

3 Metodologia dos Experimentos Originais

Este trabalho complementar foi desenvolvido a partir dos resultados computacionais obtidos no Trabalho de Conclusão de Curso que propôs uma matheurística para o Problema do Safe Set. Dessa forma, não foram realizados novos experimentos computacionais, sendo utilizada a mesma base de resultados apresentada no estudo original.

Os dados analisados correspondem aos gaps percentuais obtidos pelas diferentes configurações da matheurística em comparação com os melhores valores de referência reportados na literatura. Essas informações foram originalmente apresentadas em tabelas de resultados e constituem a base para as análises realizadas neste trabalho.

Com o objetivo de complementar a interpretação dos resultados, foi realizada uma análise gráfica detalhada considerando individualmente cada instância avaliada. Os gráficos foram organizados segundo dois critérios principais: o número de vértices do grafo e sua densidade.

Para cada grupo de instâncias foram comparadas cinco configurações distintas do método:

- I-1: solução inicial obtida após uma execução da fase construtiva;
- B-1: estratégia baseada em vértices da borda com uma iteração construtiva;
- F-1: estratégia baseada em vértices fora da borda com uma iteração construtiva;
- B-10: estratégia baseada em vértices da borda com dez iterações construtivas;
- F-10: estratégia baseada em vértices fora da borda com dez iterações construtivas.

Os gráficos apresentados nas seções seguintes permitem visualizar a evolução do gap percentual entre as diferentes configurações para cada instância testada, possibilitando identificar padrões relacionados ao tamanho dos grafos, à densidade das arestas e à influência das estratégias de construção e refinamento empregadas pela matheurística.

Por se tratar de uma análise complementar, o foco deste trabalho está na interpretação visual dos resultados experimentais, fornecendo uma perspectiva adicional à discussão originalmente apresentada no TCC.

4 Descrição das Instâncias Utilizadas

Os resultados analisados neste trabalho foram obtidos a partir do conjunto de instâncias pseudoaleatórias utilizado no Trabalho de Conclusão de Curso original. Essas instâncias foram geradas por Hosteins (2020) e são amplamente empregadas na literatura para avaliação de outros algoritmos aplicados ao Problema do Safe Set.

Ao todo, foram consideradas 120 instâncias distribuídas em diferentes grupos, variando o número de vértices e a densidade dos grafos. Foram avaliados grafos com 20, 25, 30, 35, 40 e 50 vértices. Para cada tamanho foram consideradas quatro classes de densidade e cinco instâncias distintas por classe.

A nomenclatura utilizada segue o padrão:

$$n_rk_i.ninst$$

em que:

- n representa o número de vértices do grafo;
- rk representa a classe de densidade;
- i identifica a instância dentro do grupo.

As classes de densidade utilizadas são apresentadas na Tabela 1.

Tabela 1: Classes de densidade das instâncias avaliadas.

Classe	Densidade do grafo
r_1	10%
r_2	20%
r_3	30%
r_4	40%

A diversidade de tamanhos e densidades permite avaliar o comportamento das diferentes configurações da matheurística em cenários com características distintas das instâncias analisadas.

5 Resultados Computacionais

Nesta seção são apresentados os resultados computacionais obtidos pelas diferentes configurações da matheurística proposta para o Problema do Safe Set. As comparações são realizadas por meio do *gap* percentual em relação aos melhores valores de referência disponíveis para cada instância.

O *gap* percentual representa o desvio entre o valor da solução obtida por uma determinada configuração e o respectivo valor de referência. Dessa forma, quanto menor o

valor do gap, melhor a qualidade da solução encontrada. Um gap igual a zero indica que a solução obtida coincide com o valor de referência considerado.

Inicialmente são apresentados resultados agregados por configuração, densidade e tamanho das instâncias. Em seguida, é realizada uma análise detalhada instância por instância por meio de gráficos comparativos, permitindo uma avaliação mais abrangente do comportamento das diferentes estratégias avaliadas.

5.1 Resultados Médios Gerais

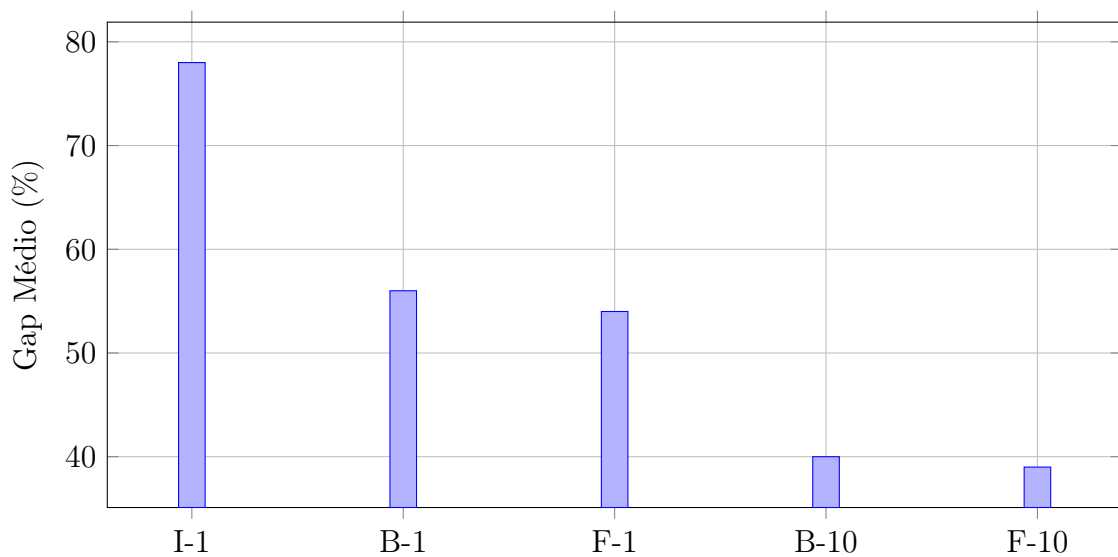


Figura 1: Comparação média geral entre as configurações avaliadas.

As configurações B-10 e F-10 apresentaram os menores gaps médios globais.

5.2 Resultados por Densidade

Tabela 2: Resultados médios agrupados por densidade das instâncias.

Densidade	I-1	B-1	F-1	B-10	F-10
10%	137,2	113,2	108,3	86,0	84,4
20%	82,5	60,7	58,6	42,6	44,0
30%	53,2	32,9	33,5	30,2	25,1
40%	36,5	17,5	18,5	12,7	12,6

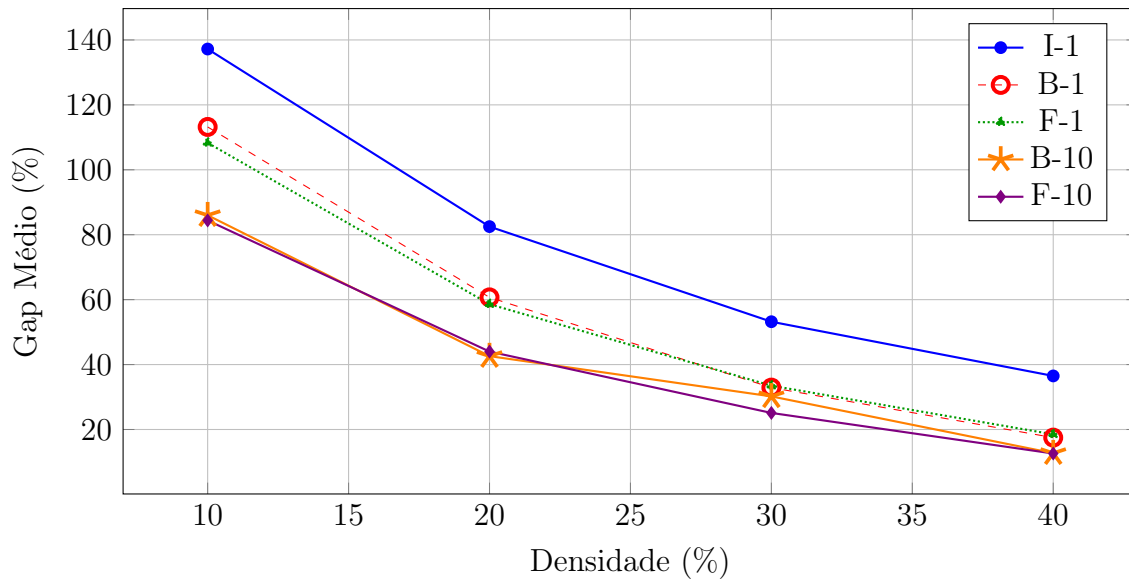


Figura 2: Gap médio agrupado por densidade das instâncias.

Observa-se redução progressiva do gap médio conforme a densidade das instâncias aumenta.

5.3 Resultados por Tamanho das Instâncias

Tabela 3: Resultados médios agrupados pelo tamanho das instâncias.

Tamanho	I-1	B-1	F-1	B-10	F-10
20	87,1	57,4	66,5	47,1	46,3
25	76,4	61,6	55,7	47,3	45,4
30	86,5	69,2	66,1	51,4	51,4
35	91,1	64,5	60,1	44,6	41,0
40	68,3	49,7	48,0	38,1	36,3
50	54,6	34,0	32,0	28,9	28,8

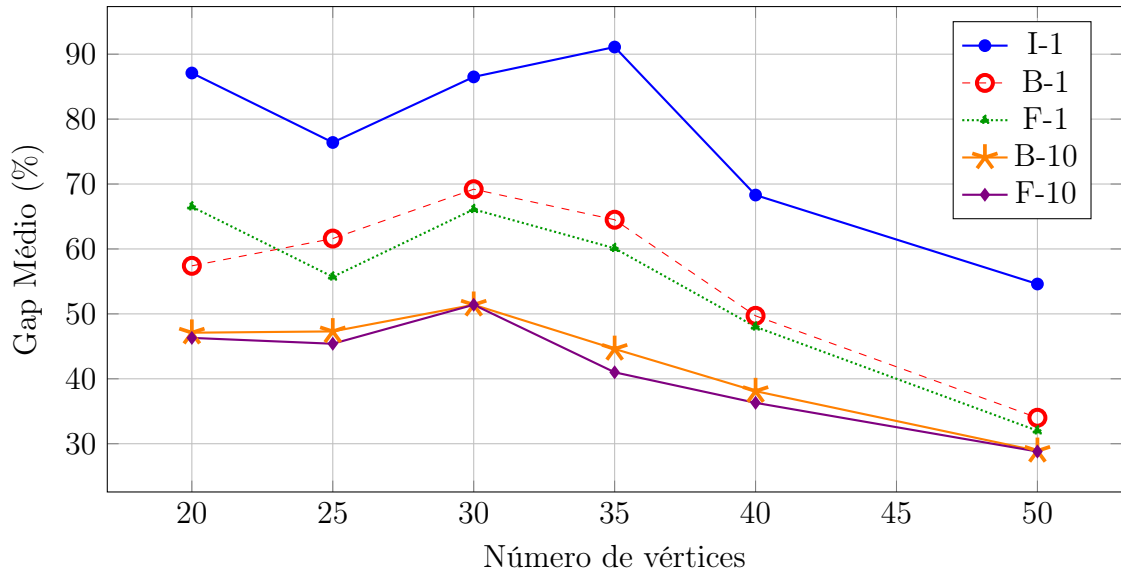


Figura 3: Gap médio agrupado pelo tamanho das instâncias.

As melhorias proporcionadas pelo LNS tornam-se mais evidentes em instâncias maiores.

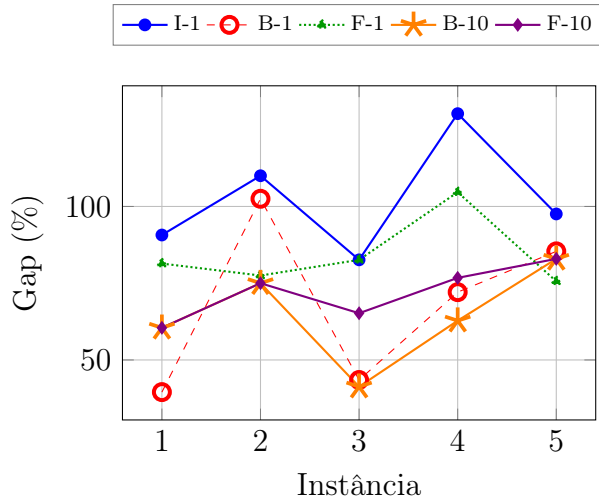
5.4 Análise Instância por Instância

Nesta seção são apresentados gráficos comparativos detalhados para os diferentes grupos de instâncias avaliados.

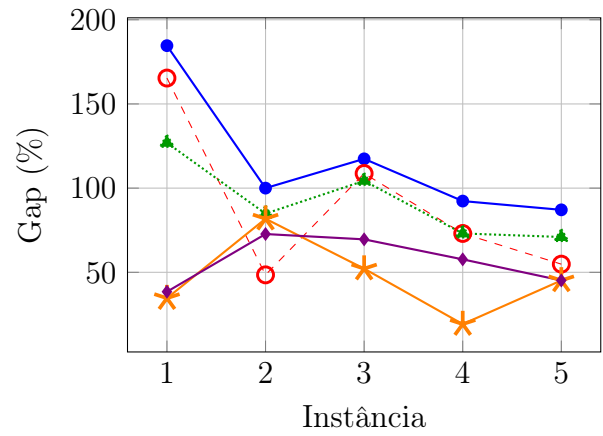
5.4.1 Instâncias com 20 vértices

Esta subseção apresenta os resultados detalhados obtidos para as instâncias compostas por 20 vértices. Foram analisadas quatro classes de densidade, correspondentes aos grupos r_1 , r_2 , r_3 e r_4 , associados, respectivamente, às densidades de 10%, 20%, 30% e 40%.

Os gráficos a seguir apresentam os valores de gap obtidos pelas cinco configurações avaliadas (I-1, B-1, F-1, B-10 e F-10) para cada instância pertencente aos grupos considerados. O objetivo é analisar o comportamento das diferentes estratégias em instâncias de pequeno porte e verificar a influência da densidade dos grafos na qualidade das soluções produzidas.

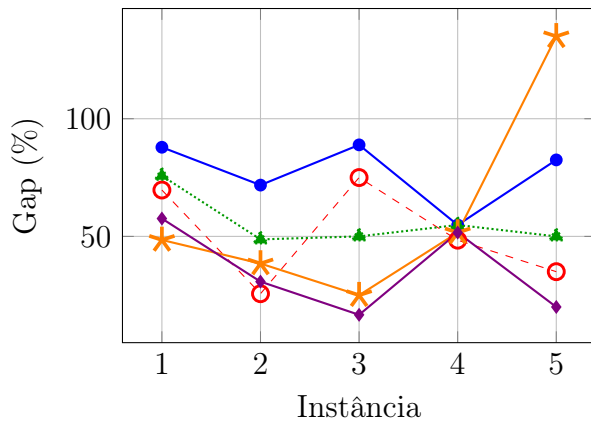


(a) Grupo 20_r1 (densidade de 10%).

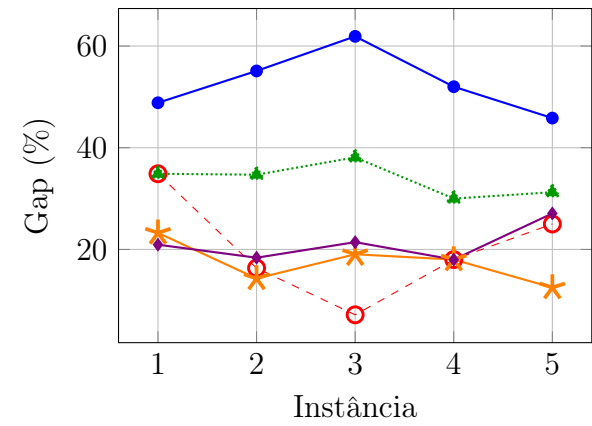


(b) Grupo 20_r2 (densidade de 20%).

Figura 4: Comparação dos gaps para instâncias com 20 vértices e densidades de 10% e 20%.



(a) Grupo 20_r3 (densidade de 30%).



(b) Grupo 20_r4 (densidade de 40%).

Figura 5: Comparação dos gaps para instâncias com 20 vértices e densidades de 30% e 40%.

5.4.2 Instâncias com 25 vértices

Os gráficos desta subseção apresentam os resultados obtidos para as instâncias com 25 vértices, considerando as quatro classes de densidade avaliadas.

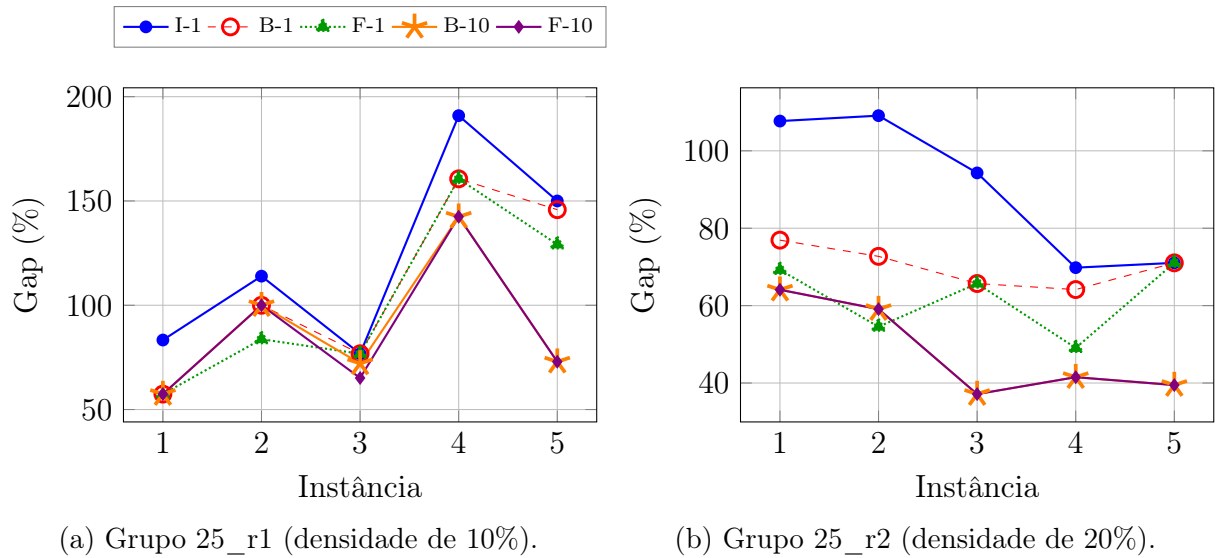


Figura 6: Comparação dos gaps para instâncias com 25 vértices e densidades de 10% e 20%.

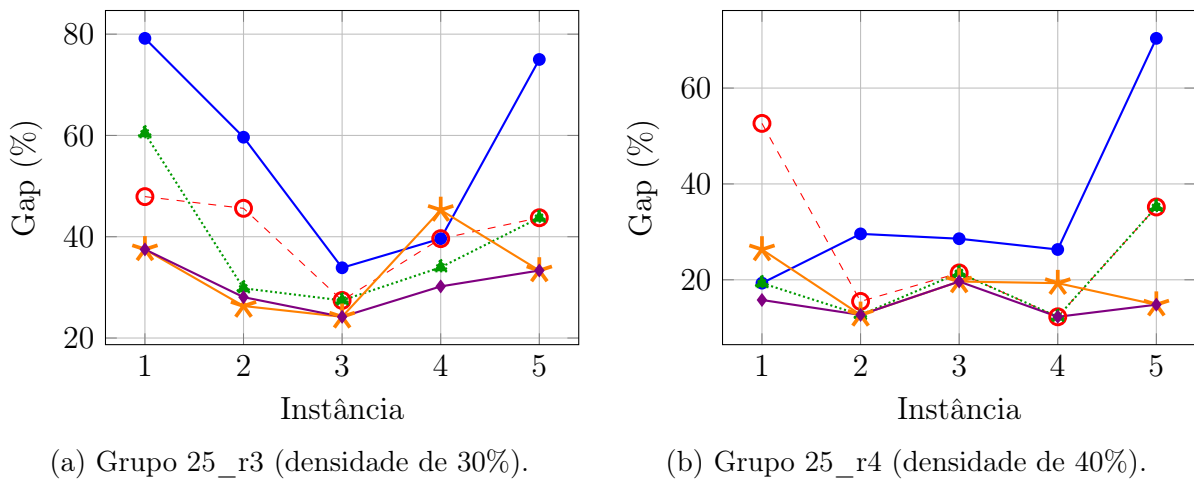
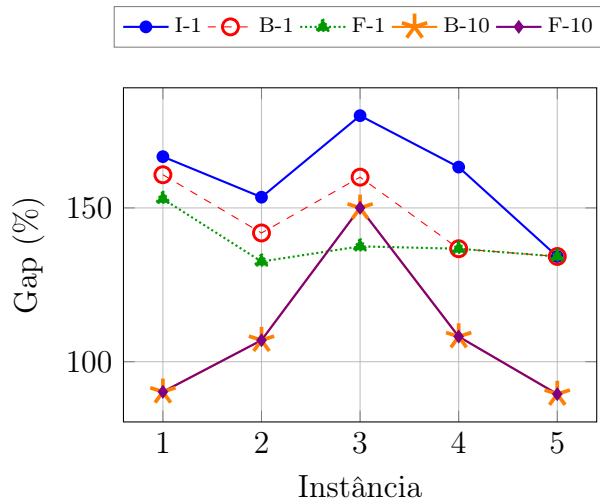


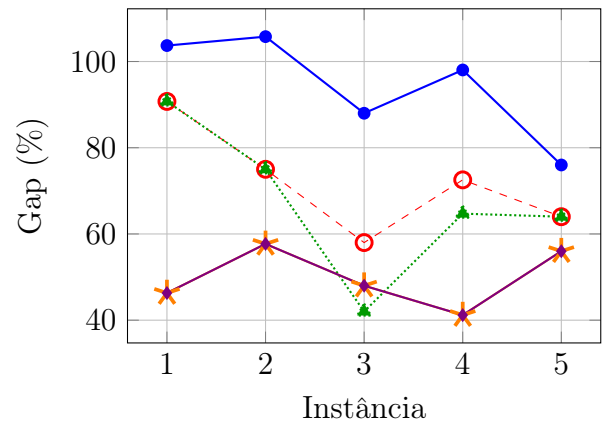
Figura 7: Comparação dos gaps para instâncias com 25 vértices e densidades de 30% e 40%.

5.4.3 Instâncias com 30 vértices

Os gráficos desta subseção apresentam os resultados obtidos para as instâncias com 30 vértices, considerando as quatro classes de densidade avaliadas.

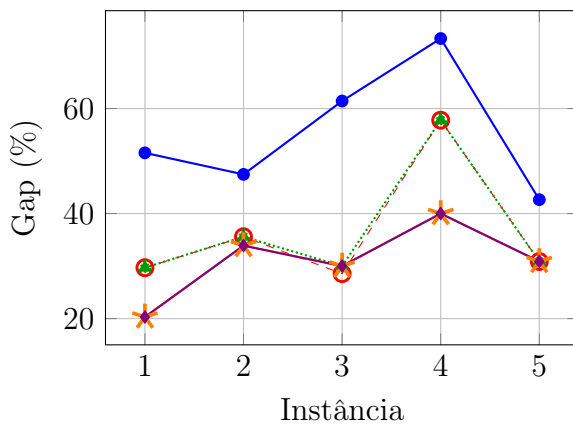


(a) Grupo 30_r1 (densidade de 10%).

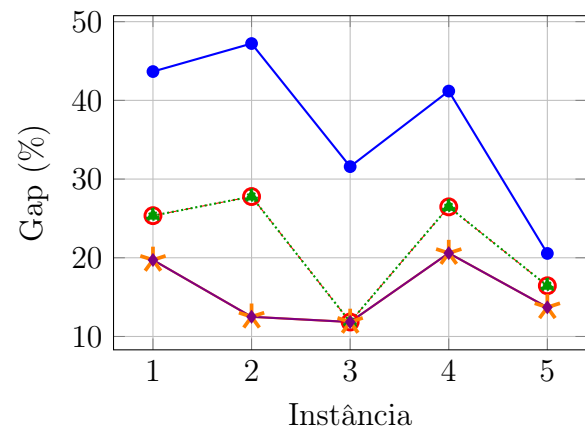


(b) Grupo 30_r2 (densidade de 20%).

Figura 8: Comparação dos gaps para instâncias com 30 vértices e densidades de 10% e 20%.



(a) Grupo 30_r3 (densidade de 30%).



(b) Grupo 30_r4 (densidade de 40%).

Figura 9: Comparação dos gaps para instâncias com 30 vértices e densidades de 30% e 40%.

5.4.4 Instâncias com 35 vértices

Os gráficos desta subseção apresentam os resultados obtidos para as instâncias com 35 vértices, considerando as quatro classes de densidade avaliadas.

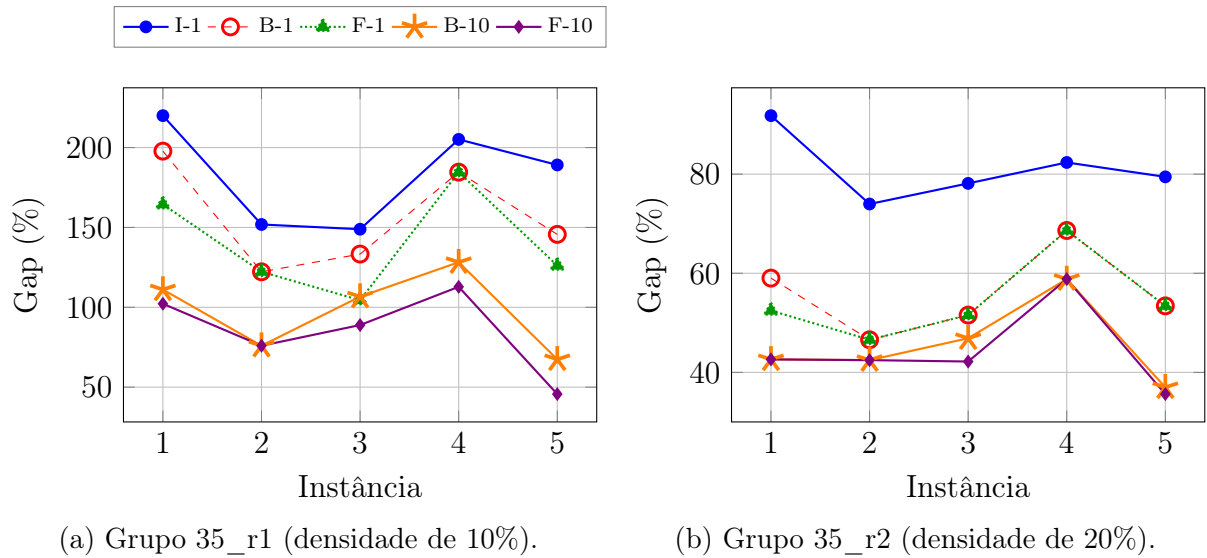


Figura 10: Comparação dos gaps para instâncias com 35 vértices e densidades de 10% e 20%.

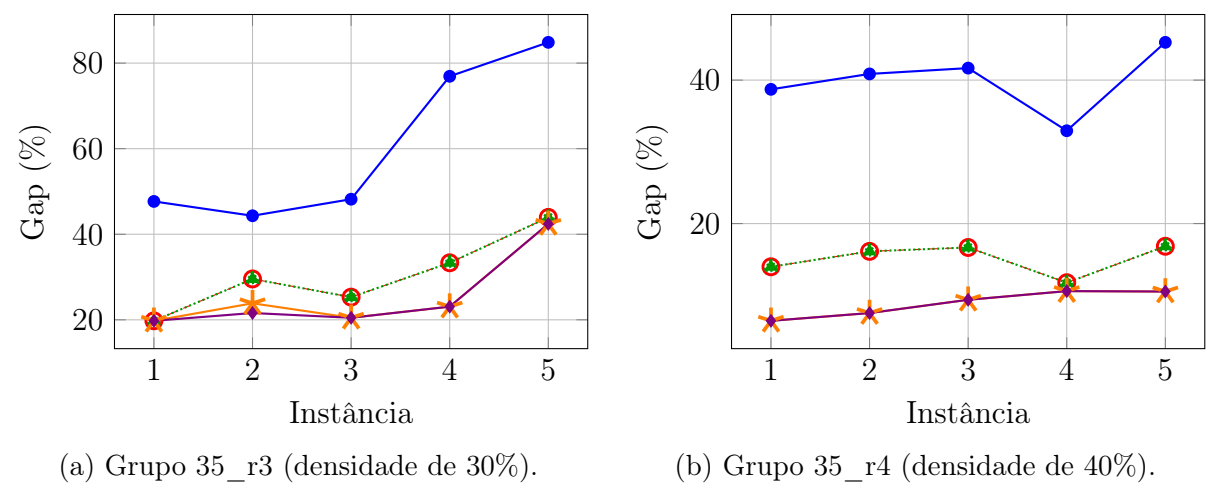


Figura 11: Comparação dos gaps para instâncias com 35 vértices e densidades de 30% e 40%.

5.4.5 Instâncias com 40 vértices

Os gráficos desta subseção apresentam os resultados obtidos para as instâncias com 40 vértices, considerando as quatro classes de densidade avaliadas.

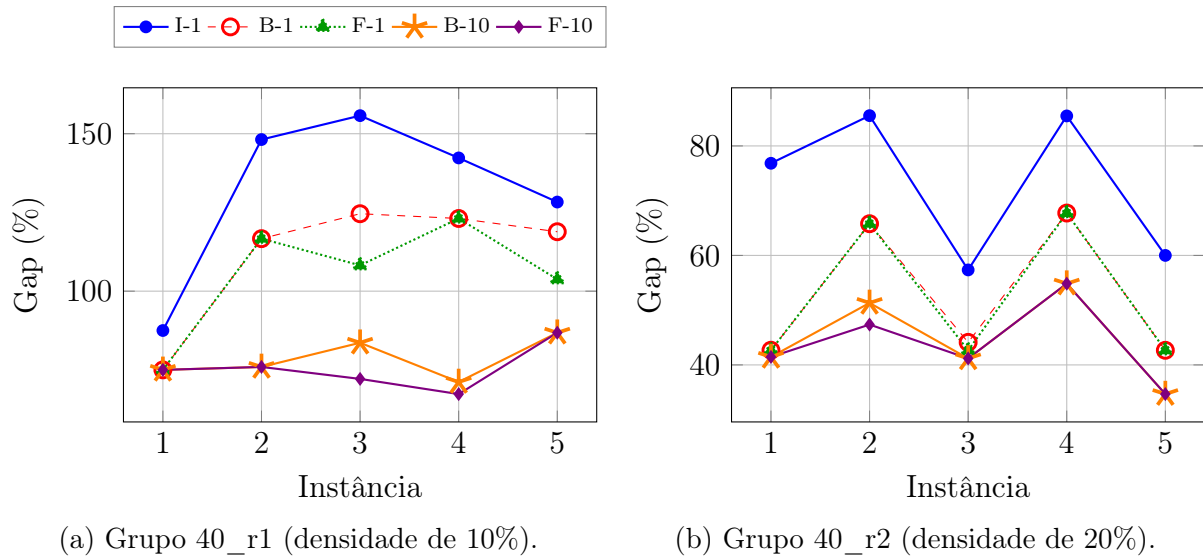


Figura 12: Comparação dos gaps para instâncias com 40 vértices e densidades de 10% e 20%.

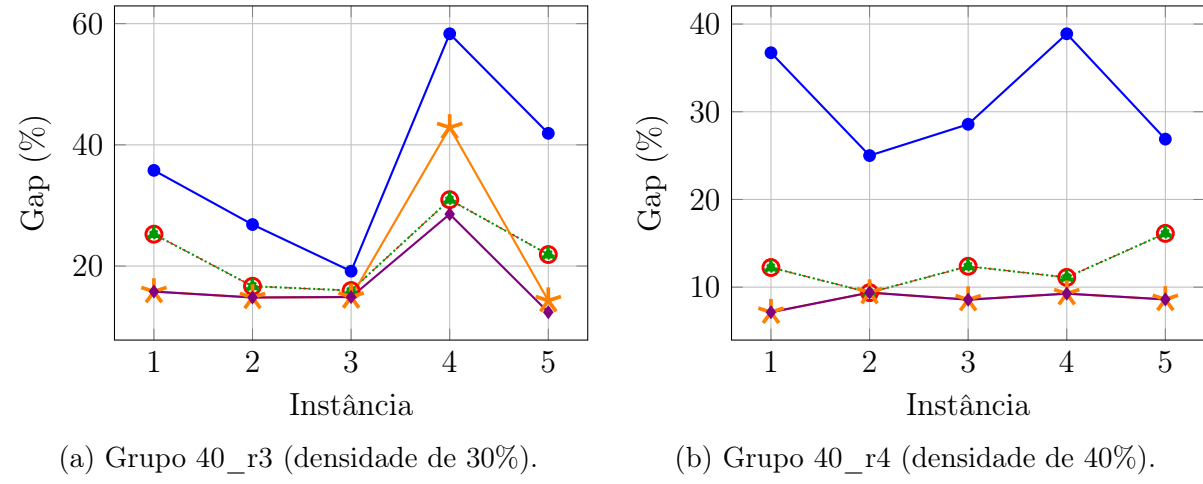


Figura 13: Comparação dos gaps para instâncias com 40 vértices e densidades de 30% e 40%.

5.4.6 Instâncias com 50 vértices

Os gráficos desta subseção apresentam os resultados obtidos para as instâncias com 50 vértices, considerando as quatro classes de densidade avaliadas.

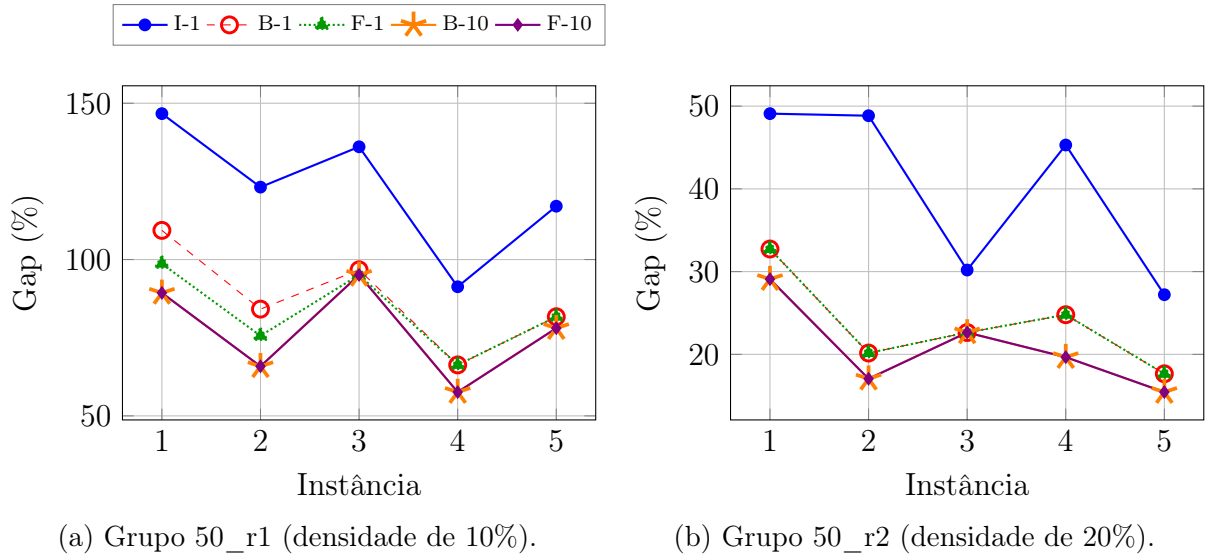


Figura 14: Comparação dos gaps para instâncias com 50 vértices e densidades de 10% e 20%.

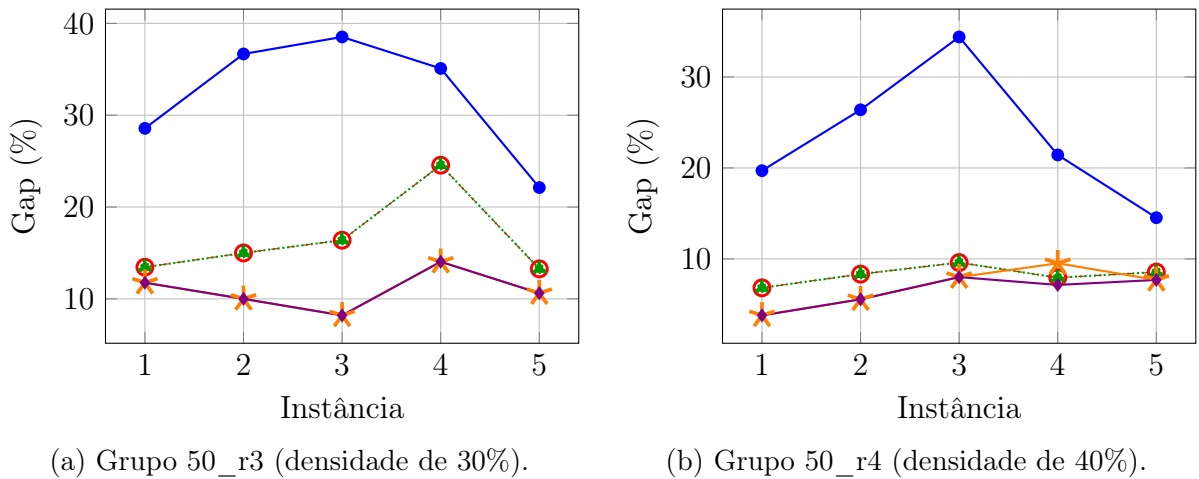


Figura 15: Comparação dos gaps para instâncias com 50 vértices e densidades de 30% e 40%.

5.5 Análise Geral dos Resultados Instância por Instância

A análise dos gráficos apresentados nas Subseções 5.4.1 a 5.4.6 permite identificar tendências consistentes no comportamento das diferentes configurações avaliadas.

De maneira geral, observa-se que as configurações B-10 e F-10 apresentaram os menores valores de gap na maior parte das instâncias analisadas, enquanto a configuração I-1 apresentou os maiores desvios em relação aos valores de referência.

Também foi possível observar uma redução gradual dos gaps à medida que a densidade dos grafos aumenta. Esse comportamento foi particularmente evidente nas instâncias pertencentes às classes r_3 e r_4 , que apresentaram resultados mais parecidos e menores diferenças entre as configurações avaliadas.

Os resultados observados nesta análise gráfica complementam aqueles apresentados no trabalho original e servem como base para a discussão apresentada na seção seguinte.

6 Discussão dos Resultados

Os resultados analisados neste trabalho evidenciam a influência tanto das características das instâncias quanto das configurações da matheurística na qualidade das soluções obtidas. De maneira geral, observou-se que as estratégias que utilizam múltiplas iterações construtivas apresentaram desempenho superior às configurações baseadas em uma única construção inicial, indicando que a diversificação promovida pela geração de múltiplas soluções candidatas contribui para a obtenção de resultados mais próximos dos valores de referência.

A análise gráfica também permitiu identificar o impacto da densidade dos grafos sobre o desempenho dos métodos avaliados. Em geral, as instâncias pertencentes às classes de maior densidade apresentaram menores valores de gap, sugerindo que a existência de um maior número de conexões entre os vértices favorece tanto a construção quanto o refinamento das soluções. Esse comportamento foi observado de forma consistente para diferentes tamanhos de instâncias.

De forma geral, os resultados obtidos corroboram as conclusões apresentadas no Trabalho de Conclusão de Curso original e fornecem evidências adicionais sobre o potencial da combinação entre estratégias construtivas inspiradas em GRASP e procedimentos de refinamento baseados em Large Neighbourhood Search para a resolução do Problema do Safe Set.

7 Conclusão

Este trabalho teve como objetivo complementar a análise gráfica realizada no Trabalho de Conclusão de Curso por meio da utilização de gráficos comparativos dos resultados obtidos para o Problema do Safe Set.

A análise realizada permitiu visualizar de forma mais detalhada o comportamento das diferentes configurações da matheurística ao longo das instâncias avaliadas, evidenciando padrões relacionados ao tamanho e à densidade dos grafos. De maneira geral, observou-se que as configurações que utilizam múltiplas iterações construtivas tendem a produzir resultados mais consistentes e menores valores de gap quando comparadas às estratégias mais simples.

Por fim, a abordagem adotada neste trabalho forneceu uma perspectiva complementar aos resultados apresentados no TCC original, contribuindo para uma melhor compreensão do comportamento da matheurística nas diferentes classes de instâncias analisadas.

Referências

- [1] BAPAT, R. et al. *Network majority on tree topological network*. Electronic Notes in Discrete Mathematics, 2016.
- [2] FUJITA, S. et al. *Safe set problem on graphs*. Discrete Applied Mathematics, 2016.
- [3] HOSTEINS, P. *A compact mixed integer linear formulation for safe set problems*. Optimization Letters, 2020.
- [4] MACAMBIRA, A. et al. *A new formulation for the safe set problem on graphs*. Computers and Operations Research, 2019.
- [5] MALAGUTI, E. et al. *Models and algorithms for the weighted safe set problem*. Discrete Applied Mathematics, 2023.
- [6] SHAW, P. *Using constraint programming and local search methods to solve vehicle routing problems*. Springer, 1998.