

**FUNDAÇÃO UNIVERSIDADE FEDERAL DE MATO GROSSO DO SUL
ESCOLA DE ADMINISTRAÇÃO E NEGÓCIOS
CURSO DE CIÊNCIAS ECONÔMICAS**

ÂNGELO VICTOR ROSA DE SOUZA CARVALHO

TEORIA DE PORTFÓLIO PÓS-MODERNA:
a relevância do índice de Sortino aplicado a uma carteira de investimento

CAMPO GRANDE – MS

2024

ÂNGELO VICTOR ROSA DE SOUZA CARVALHO

TEORIA DE PORTFÓLIO PÓS-MODERNA:

A RELEVÂNCIA DO ÍNDICE DE SORTINO APLICADO A UMA CARTEIRA DE INVESTIMENTO

Trabalho de Conclusão de Curso (TCC) apresentado ao curso de Graduação em Ciências Econômicas, pela Escola de Administração e Negócios (ESAN), da Fundação Universidade Federal de Mato Grosso do Sul (UFMS), como requisito parcial para a aprovação.

Orientador: Orientador: Prof. Dr. Jorge Luis Sanchez Arevalo

Campo Grande - MS

2024

ÂNGELO VICTOR ROSA DE SOUZA CARVALHO

**TEORIA DE PORTFÓLIO PÓS-MODERNA:
A RELEVÂNCIA DO ÍNDICE DE SORTINO APLICADO A UMA CARTEIRA DE
INVESTIMENTO**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado, como exigência do curso de Bacharelado em Ciências Econômicas, da Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, sob a orientação do Prof. Dr. Jorge Luis Sanchez Arevalo

Campo Grande – MS, 03 de julho 2024

BANCA EXAMINADORA

Orientador: Prof. Dr. Jorge Luis Sanchez Arevalo

Prof.^a Dra. Elisabeth de Oliveira Vendramin

Prof.^a Dra. Susana Cipriano Dias Raffaelli

AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar, gostaria de agradecer o meu orientador, Jorge Arevalo, que aceitou me auxiliar nesse desafio e que sempre esteve disponível para me auxiliar. Agradeço ao meu amigo Kalil Neiva, cuja experiência e amizade me foram imensamente importantes. Dedico imensa gratidão à minha namorada, Milena Cortez. Sem ela eu jamais teria tido forças para vencer essa etapa da minha vida acadêmica. Você sempre esteve ao meu lado nos piores e melhores momentos, e por isso, serei eternamente grato. Agradeço, de forma especial, à memória da minha tia Rúbia Rosa, que mesmo não estando mais entre nós, tanto me inspirou com sua luta. E, por fim, agradeço à minha mãe, Fátima Rosa, que apesar de todas as dificuldades de criar um filho sozinha, sempre pude contar.

RESUMO

O objetivo deste trabalho é avaliar se o índice de Sortino é superior ao Índice de Sharpe na tomada de decisão quanto a seleção de portfólios. Ambos os índices são utilizados em finanças para medir o desempenho ajustado ao risco; no entanto, diferem na forma como tratam o risco. O índice de Sharpe considera o desvio padrão como medida de risco, enquanto o índice de Sortino se concentra apenas no risco negativo, se concentrando no chamado *downside risk*. Nesta pesquisa, foi simulado 100.000 portfólios distintos para identificar aqueles que geram os maiores valores para os índices de Sharpe e Sortino, respectivamente. Surpreendentemente, os portfólios selecionados foram os mesmos, o que se atribui ao fato de os retornos do portfólio seguirem uma distribuição normal. Tal achado, sugere que para circunstâncias parecidas, o índice de Sortino não oferece benefício marginal apesar da mais alta complexidade, e que a escolha entre ambos dependeria principalmente das distribuições dos retornos.

Palavras-chave: Mercado Financeiro, Otimização de Portfólios, Investimentos

ABSTRACT

The objective of this study is to evaluate whether the Sortino ratio is superior to the Sharpe ratio in portfolio selection decision-making. Both ratios are used in finance to measure risk-adjusted performance; however, they differ in how they handle risk. The Sharpe ratio considers standard deviation as a measure of risk, while the Sortino ratio focuses solely on downside risk. In this research, 100,000 distinct portfolios were simulated to identify those that generate the highest values for the Sharpe and Sortino ratios, respectively. Surprisingly, the selected portfolios were the same, which is attributed to the portfolio returns following a normal distribution. This finding suggests that for similar circumstances, the Sortino ratio does not offer a marginal benefit despite its higher complexity, and the choice between the two would primarily depend on the return distributions.

Key-words: Financial Market, Portfolio Optimization, Investments

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Hipérbole de Markowitz.....	15
Figura 2 – Distribuição de retornos segundo Sharpe	17
Figura 3 – Assimetria nas distribuições dos retornos	178
Figura 4 – Fronteira eficiente - Sharpe.....	24
Figura 5 – Fronteira eficiente - Sotino	25
Figura 6 – Retorno acumulado no período de treino	26
Figura 7 – Retorno acumulado no período de teste	28
Figura 8 – Histograma dos retornos diários.....	29
Figura 9 – Q-Q Plot da distribuição do portfólio em relação à normal	30

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Medidas Estatísticas Principais	153
Tabela 2 – Ativos selecionados.....	21
Tabela 3 – Descrição dos retornos.....	22
Tabela 4 – Distribuição dos pesos	23
Tabela 5 – Estatística descritiva do portfólio para o período de treino	25
Tabela 6 – Portfólio MSS.....	26
Tabela 7 – Estatística descritiva do portfólio para o período de teste	27
Tabela 8 – Assimetria e curtose do portfólio	28
Tabela 9 – Testes de normalidade	30

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	10
1.1. Justificativa	11
1.2. Objetivos: Geral e Específicos.....	12
2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	13
2.1. Teoria Moderna do portfólio	13
2.2. Índice de Sharpe	16
2.3. Índice de Sortino	17
2.4. Simulação de Monte Carlo	19
3. METODOLOGIA	20
3.1. Caracterização da pesquisa.....	20
3.2. Procedimento de coleta e tratamento dos dados	20
3.3. Simulação de Monte Carlo	22
4. RESULTADOS E ANÁLISES	23
4.1. Resultado das simulações	23
4.2. Resultados no período de teste.....	27
4.3. Análise do Portfólio Ótimo: índice de Sharpe e Índice de Sortino	28
5. DISCUSSÃO	31
6. CONSIDERAÇÕES FINAIS	32
REFERÊNCIAS	33

1. INTRODUÇÃO

O presente estudo se insere no âmbito das finanças corporativas contemporâneas, onde se destaca a relevância da Teoria Moderna do Portfólio e da análise de retorno e risco de ativos. Concentrando-se nessas áreas, busca-se oferecer contribuições para as discussões relacionadas à tomada de decisão no ambiente de negócios, e particularmente para a melhor alocação de ativos e construção de portfólios robustos.

Como ressaltado por Bodie, Kane e Marcus (2023), um portfólio é, fundamentalmente, uma coleção de ativos de investimentos, cuja performance é avaliada segundo algum critério objetivo. Nesse sentido, Markowitz (1952) é pioneiro com o desenvolvimento da Teoria Moderna do Portfólio, provendo um framework conceitual e analítico para a seleção de portfólios ótimos (Srivastava, Mazhar, 2018).

Nota-se também, como bem documentado por Amenc, Goltz e Lioui (2011), o Índice de Sharpe é a estatística de performance mais frequentemente usada pelos investidores. Tal índice é comumente utilizado em conjunto com a Teoria Moderna do Portfólio, tendo ambos sido alçados ao *mainstream* das finanças (Surtee; Alagidede, 2023). Ainda segundo Surtee e Alagidede (2023), não está claro na literatura o porquê dessas duas teorias terem se tornado usuais na indústria, mas o fato de ambas terem recebido um Nobel talvez sugira o motivo de serem usadas juntas.

Documentam Reilly, Brown e Lee (2019) que a teoria do portfólio dita como se deve interpretar o relacionamento entre ativos, e como cada ativo individual, quando combinado, dá origem a um portfólio dotado de um retorno e um risco, no qual os agentes desejam maximizar o primeiro, e são avessos ao segundo.

A aversão ao risco do agente racional significa que o benefício marginal de um aumento na renda é menor que custo de uma redução equivalente (Berk; De Marco, 2023). Nessa linha, reforça Bodie, Kane e Marcus (2023) que a decisão de investir envolve ponderar o quanto de retorno o investimento premia para o risco a ele associado.

É nesse contexto que surge a necessidade de índices objetivos de performance para orientar essa tomada de decisão e construir uma carteira de investimento sólida

e eficaz. Mais especificamente, Petzel (2021) destaca que indicadores de performance como o índice de Sharpe e o índice de Sortino, desempenham um papel fundamental nesse processo. O índice de Sharpe oferece uma medida do retorno ajustado ao risco total da carteira, entendido pelo desvio padrão dos retornos, enquanto o índice de Sortino se concentra especificamente em mitigar o risco de eventos adversos, no que é chamado pela literatura de *downside risk* (Petzel, 2021). Ou seja, a otimização de uma carteira pelo índice Sortino seria crucial em situações de incertezas ou eventos de risco sistêmico, permitindo avaliar como uma carteira lida com perdas inesperadas.

Portanto, o presente estudo propõe comparar esses dois índices, para verificar se, apesar de o índice de Sharpe ser o mais usual como afirmam Surtee e Alagidede (2023), o índice de Sortino não conduziria a alocações mais eficazes e robustas de portfólios. Essa análise crítica e comparativa visa contribuir, portanto, para uma tomada de decisão mais informada no ambiente de investimentos.

O período em que se dará essa análise se inicia no contexto de alta volatilidade, caracterizado pela pandemia da Covid iniciada em 2020 (World Health Organization, 2020). Esse cenário é de interesse pois, o que diferencia os dois índices é, precisamente, suas diferentes interpretações de volatilidade, ou seja, de risco.

Para atingir o propósito deste trabalho se utilizou a chamada Simulação de Monte Carlo, que segundo Ilya M. Sobol (2017) consiste em um método numérico para a solução de problemas matemáticos através de amostragem aleatória, que só se tornou possível com o advento dos computadores. Será simulado 100.000 portfólios com pesos distintos entre eles, cada um dotado com um retorno, um risco, e um *downside risk* diferente.

1.1. Justificativa

Diversos profissionais do mercado financeiro constantemente se deparam com o desafio de selecionar as melhores estratégias de alocação de ativos, de forma a maximizar o retorno esperado e minimizar o risco associado (Berk; De Marco, 2023). Para isso, é necessário compreender não apenas o retorno absoluto de uma carteira, mas também sua relação com o risco envolvido. Nesse sentido, os índices de

performance como o Sharpe e o Sortino fornecem métricas padronizadas e eficazes para avaliar o desempenho de uma carteira de investimentos, e por consequência, aprimorar a montagem de portfólios.

Além disso, a relevância do presente trabalho, ao comparar duas carteiras idênticas em ativos, mas com pesos otimizados para diferentes índices de performance, está também em oferecer uma visão acerca da eficácia desses índices na maximização do retorno ajustado ao risco. Ao fornecer uma análise comparativa entre o índice de Sharpe, que considera o risco total da carteira, e o índice de Sortino, que se concentra especificamente em mitigar o risco de eventos adversos, os resultados desta pesquisa permitirão uma compreensão mais aprofundada das nuances do desempenho de uma carteira de investimentos.

1.2. Objetivos: Geral e Específicos

O objetivo geral do trabalho é comparar duas carteiras idênticas em ativos, cujos pesos foram selecionados historicamente para maximizar dois distintos índices de performance, Sharpe e Sortino, e determinar se o índice de Sortino oferece melhores resultados relativos ao índice de Sharpe.

A fim de alcançar esse objetivo, foram estipulados os seguintes objetivos específicos:

- a) Avaliar duas estratégias distintas de otimização de portfólio com base em séries históricas de retornos. A primeira estratégia busca maximizar o índice de Sharpe, enquanto a segunda visa maximizar o índice de Sortino. Essas análises serão conduzidas utilizando dados do período de treino, que compreende o intervalo de 01/05/2020 até 01/05/2023.
- b) Avaliar o desempenho de cada estratégia em termos de retorno e risco durante o período de teste, que abrange de 01/05/2023 até 01/05/2024.
- c) Avaliar, tanto para o período de treino, quanto para o período de teste, o retorno anualizado das carteiras, a volatilidade anualizada dada pelo desvio padrão dos retornos, e o *downside risk*.

2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

A presente seção compreende o arcabouço teórico recorrido na elaboração do trabalho. A seção se inicia com uma apresentação da Teoria Moderna do Portfólio; no tópico seguinte são apresentados os índices de Sharpe e Sortino, e por fim, a simulação de Monte Carlo.

2.1. Teoria Moderna do portfólio

Segundo Srivastava, Mazhar (2018), as fundações do que hoje é conhecido como Teoria Moderna do Portfólio vieram com o artigo seminal de 1952 de Harry Markowitz, intitulado de “Portfolio Selection”. A teoria, também conhecida como análise de risco-retorno, fornece um *framework* para a construção de carteiras dotadas de ativos de risco com base em dois elementos fundamentais: o valor esperado e seu respectivo risco dentro da carteira (Fabozzi, Gupta, Markowitz, 2002).

No entender de Bodie, Kane e Marcus (2021) a construção de um conjunto de oportunidades de alocação a partir do entendimento de risco e retorno trazido por essa teoria, é precisamente o primeiro procedimento adotado dentro da gestão de um portfólio, por ditar como diferentes ativos se relacionam em conjunto.

Dentro dessa linha de raciocínio, Elton (2018) elabora que a teoria tem concretude em duas medidas estatísticas principais que caracteriza os ativos: uma medida de tendência central, chamada de retorno esperado, e uma medida de dispersão em torno da média, caracterizando a variância ou, ainda, o desvio padrão.

Tabela 1 – Medidas Estatísticas Principais

Média dos retornos	Desvio Padrão
$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$	$S_x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})^2}{n}}$

Fonte: Elaborado pelo autor

Temos então que, o retorno de qualquer ativo é quantificado como a probabilidade de ocorrência de um determinado valor dentro de uma distribuição histórica de resultados, tal valor leva a nomenclatura de “valor esperado”, (Elton, 2018). Já o risco, por sua vez, é o grau de dispersão dos mesmos resultados históricos em relação ao referido valor esperado (Elton, 2018). Sendo x_i o i -ésimo valor do ativo X , e n é a quantidade de observações desse mesmo ativo.

Entretanto, note que tal especificação matemática se dá para os ativos individuais. Uma carteira de investimentos é a agregação de diferentes ativos, cada um com valores esperados e desvios-padrão particulares. Nos dizeres de Assaf Neto (2021): “A seleção de carteiras procura identificar a melhor combinação possível de ativos, obedecendo às preferências do investidor com relação ao risco e retorno esperados”.

Portanto, para a Teoria Moderna do Portfólio, o risco e retorno relevante é o da carteira, e não o de seus ativos particulares, de forma que esta teoria consagrou na diversificação o elemento norteador na construção de carteiras eficientes (Bodie; Marcus; Kane, 2021).

Na linha do que ensina Bodie, Marcus e Kane (2021), o retorno da carteira é bastante direto de ser computado, visto que é a soma dos retornos dos ativos individuais ponderados por seus respectivos pesos dentro dessa carteira. Para explicitar a formulação matemática dessa ideia, considerando a possibilidade de uma pluralidade ativos que podem estar contidos dentro de um mesmo portfólio, convém utilizar a notação matricial, em conformidade com especificação de Copeland, Weston e Shastri (2013):

$$r_c = R^T \cdot W$$

Em que:

r_c = retorno da carteira;

R^T = vetor transposto dos retornos dos ativos individuais;

W = vetor de pesos dos ativos individuais;

Agora, se por um lado o retorno da carteira é dado de forma direta, o risco, ao contrário, envolve o relacionamento entre os riscos individuais e suas respectivas covariâncias e correlações. Especifica Copeland, Weston, Shorts (2013) que o risco de uma carteira, em termos de sua variância, em notação matricial, é dado por:

$$VAR(r_c) = W^T \cdot \Sigma \cdot W$$

Onde,

W^T = vetor transposto dos pesos dos ativos individuais;

Σ = matriz de covariância

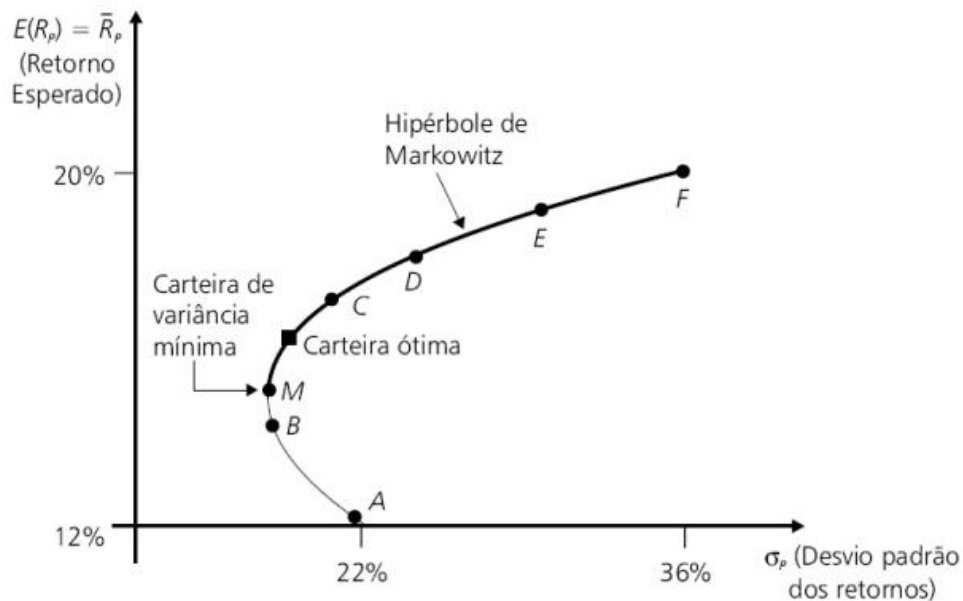
W = vetor de pesos dos ativos individuais;

De fato, conforme pontua Fabozzi, Gupta e Markowitz (2002), a análise de risco-retorno foi responsável por quantificar o conceito de diversificação, introduzindo na discussão os conceitos estatísticos de covariância e correlação. Dissertam os autores que:

“In essence, the adage means that putting all your money in investments that may all go broke at the same time, i.e., whose returns are highly correlated, is not a very prudent investment strategy. (...) This is because if any one single investment goes broke, it is very likely due to its high correlation with the other investments, that the other investments are also going to go broke, leading to the entire portfolio going broke” (FABOZZI; GUPTA; MARKOWITZ, 2002, p. 8)

Perceba dessa forma que a importância da diversificação se dá pelo entendimento quantificado do risco, que na construção de um portfólio deve-se levar em consideração não apenas o risco de cada ativo individual, mas também como esses mesmos ativos covariam e se correlacionam (Assaf Neto, 2021).

Figura 1 - Hipérbole de Markowitz



Fonte: Assaf Neto, 2021.

Relevante conceito trazido pela teoria é a denominada fronteira eficiente, ou hipérbole de Markowitz, que traça, por meio das diversas combinações de pesos, as melhores carteiras para cada risco assumido (Assaf Neto, 2021). Ademais, como mostra a Figura 1, ao longo da fronteira existe uma única alocação responsável por minimizar seu risco, que é a carteira de variância mínima, ou carteira de risco mínimo (Assaf Neto, 2021).

Ainda segundo Assaf Neto (2021), a carteira ótima seria aquela que forneceria o melhor relacionamento entre risco e retorno, cuja identificação desse portfólio é encontrado pelo índice de Sharpe.

2.2. Índice de Sharpe

O índice de Sharpe se insere na categoria de medidas de performance de portfólios, que buscam responder qual carteira tem o melhor desempenho dentro de um horizonte delimitado de avaliação (Mazzoni, 2018). O estudo de Assaf Neto (2021) destaca, portanto, o índice de Sharpe como uma medida de performance ajustado para o risco. Naturalmente, a avaliação de desempenho segundo qualquer critério escolhido envolve a utilização de dados passados que não apresentam qualquer garantia de repetição no futuro. Mas pondera Mazzoni (2018):

“The lesson here is that portfolio statistics are always based on past performance and cannot predict the future development of a portfolio. Nevertheless, they can be helpful in gaining or losing trust in the abilities of the portfolio manager.” (Mazzoni, 2018, p. 143)

O índice de Sharpe foi primeiro introduzido por Sharpe (1966), e seu intuito é, segundo Assaf Neto (2021), mostrar o quanto a carteira oferece de retorno adicional para cada unidade de risco. Sua utilização como critério de performance se dá, pois, carteiras de risco mais elevado devem apresentar um prêmio também mais elevado pelo risco assumido (Assaf Neto, 2021).

Sua formulação inclui, portanto, dois elementos: o prêmio de risco, dado pela diferença entre o retorno da carteira e o retorno do ativo livre de risco, bem como o risco propriamente dito, aqui definido como o desvio padrão dos retornos (Assaf Neto, 2021).

Temos então que, conforme Mazzoni (2018), matematicamente o índice é usualmente especificado da seguinte forma

$$Sharpe_c = \frac{(r_c - r_f)}{\sigma_c}$$

Onde,

r_c = retorno da carteira c

r_f = retorno da taxa livre de risco f

σ_c = desvio padrão da carteira c

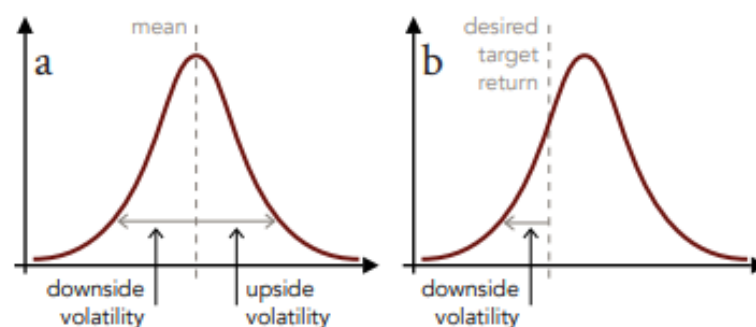
Destaca Srivastava, Mazhar (2018) que o índice considera implicitamente que o desvio padrão dos retornos seria simetricamente distribuído, e caso isso não se verifique, ele pode não ser uma boa medida de performance.

2.3. Índice de Sortino

Petzel (2021) define o Índice de Sortino como uma medida de retorno acima de uma determinada meta, ajustado pelo desvio padrão negativo dos fluxos de retorno. Destaca-se entender o que compreende o “desvio padrão negativo”, que na literatura se dá pelo chamado *downside risk*, ou seja, o risco de se obter valores abaixo de um certo valor delimitado (Petzel, 2021).

Como observado por Hoffman e Rollinger (2015), o grande problema do Índice de Sharpe está em não diferenciar volatilidade positiva e negativa, conforme ilustrado na Figura 2, de forma que um retorno outlier elevado, tem como consequência a elevação na medida de risco no denominador do índice. Deve-se pontuar também que o índice não distingue assimetrias positivas e negativas na distribuição de retornos (Figura 3), de forma que um ativo com maior probabilidade de retornos positivos é percebido como tão arriscado quanto um ativo com maior probabilidade de perdas (Hoffman; Rollinger, 2015).

FIGURA 2 – DISTRIBUIÇÃO DE RETORNOS SEGUNDO SHARPE

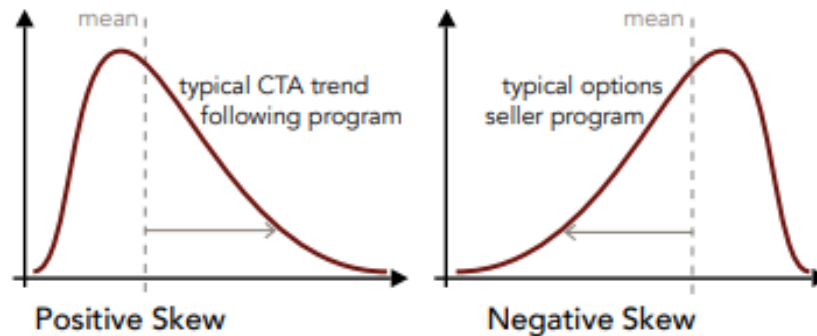


Fonte: HOFFMAN; ROLLINGER, 2015

Escreve Fisher e D’Alessandro (2021) que para a medida do *downside risk* pode ser considerado tanto aqueles valores que estejam abaixo da média dos retornos, abaixo do valor zero ou, ainda, abaixo de um benchmark determinado. Petzel (2021) observa ainda que o conceito de *downside risk* permite ao tomador de decisão

sobre a carteira calcular o índice de performance considerando um retorno mínimo aceitável, flexibilidade essa que não é possível através do Sharpe.

FIGURA 3 – ASSIMETRIA NAS DISTRIBUIÇÕES DOS RETORNOS



Fonte: HOFFMAN; ROLLINGER, 2015

Portanto, para a computação do Índice de Sortino, primeiro calcula-se o *downside risk*, e em seguida o retorno em excesso dos ativos, para enfim dividir estes últimos pelos primeiros. Conforme Hoffman e Rollinger (2015), o *downside risk* é calculado da seguinte forma:

$$\text{Downside risk} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\min(0, x_i - T))^2}{n}}$$

Em que:

x_i = i-ésimo retorno do ativo X

T = retorno benchmark

Já o Índice de Sortino propriamente dito, também conforme Hoffman e Rollinger (2015), é calculado como:

$$\text{Sortino} = \frac{(r_c - r_f)}{\text{Downside risk}}$$

Em que:

r_c = retorno da carteira c

r_f = retorno da taxa livre de risco f

É possível notar que a diferença para o Sharpe se dá apenas no denominador, uma vez que ambas as medidas trazem o prêmio de risco em seu numerado. De fato, o aperfeiçoamento do índice relativo ao Sharpe, é atualizar o entendimento de risco (Srivastava, Mazhar, 2018).

2.4. Simulação de Monte Carlo

Leciona Van Der Post (2022) que a origem do método é comumente atribuída a Stanislaw Ulam, John Von Neumann e Nicholas Metropolis, durante atuação no Laboratório de Los Alamos nos anos de 1940. A ideia de utilizar processos aleatórios para solucionar problemas matemáticos, levou os acadêmicos, à época, a formular um método estatístico inovador para lidar com algumas etapas da construção de armas nucleares, no contexto da Segunda Guerra Mundial (Van Der Post, 2022). Conclui Van Der Post (2022) que, com o fim da guerra, o método se disseminou para diversas disciplinas científicas, dentre elas a área de finanças, biologia, engenharia e outras ciências naturais.

O trabalho de Van Der Post (2022), sintetiza que o método se debruça em utilizar a aleatoriedade para gerar cenários representativos, que, quando agregados, conduzem a insights sobre as propriedades estatísticas de um sistema. O método consiste, portanto, na geração de um conjunto de dados que represente algum processo aleatório dotado com alguma distribuição estatística previamente especificada (Xie *et al.*, 2021). Ou como coloca Brooks (2019), a ideia central do método está na amostragem aleatória derivada de uma dada distribuição.

Brooks (2019) aponta ainda que um problema relevante do método é a dificuldade de se reproduzir seus resultados, uma vez que o método consiste em gerar números aleatórios, que seriam distintos para cada nova experimentação (Brooks, 2019). Para contornar tal problema, o módulo *random* da linguagem Python, apresenta um método denominado *seed*. O método *seed* inicializa o gerador de números aleatórios com um valor específico, a chamada "semente". Inicializar o gerador com uma semente fixa, independentemente do valor escolhido, garante que a sequência de números aleatórios gerados seja a mesma em cada execução, permitindo que os mesmos resultados sejam atingidos sempre que o modelo for iniciado, e garantindo dessa forma, a sua replicabilidade.

3. METODOLOGIA

Nesta seção irá ser apresentada a metodologia empregada no presente trabalho. A seção contém a tipologia da pesquisa, os dados e as variáveis utilizadas, assim como os métodos utilizados para análise estão presentes nos tópicos a seguir.

3.1. Caracterização da pesquisa

A presente pesquisa se caracteriza como pesquisa exploratória, descritiva, com abordagem quantitativa (Marconi; Lakatos, 2018). A pesquisa quantitativa é caracterizada por sua abordagem com recursos e técnicas estatísticas e variáveis quantificáveis.

A exploratória envolve levantamento bibliográfico e, em sua finalidade, a análise de exemplos que contribuam para a compreensão do problema, de modo a torná-lo explícito possibilitando a formulação de hipóteses. A descritiva tem como objetivo principal a descrição das características de determinada população (Gil, 2017).

3.2. Procedimento de coleta e tratamento dos dados

Apesar da utilização de dados passados ser passível de crítica, é ainda bastante utilizada no campo das finanças, em que se utilizar dados de um período de treino para calibrar o modelo, em prática conhecida como *backtesting* (Chincarini, 2023). Dessa forma, o intervalo total de interesse vai desde o dia 01/05/2020 até o dia 01/05/2024, sendo que o intervalo entre os dias 01/05/2020 e 01/05/2023 será utilizado de treino para determinação dos pesos de acordo com os dois critérios propostos, e o intervalo restante, será o período de teste, em que se avaliará os resultados.

Para a seleção dos ativos, se partiu de um recorte macroeconômico, para então selecionar os ativos da B3. Inicialmente, foram identificados os setores que mais contribuíram para as exportações no período que inicia a série de treino, utilizando como referência os dados do Atlas da Complexidade (Harvard Growth Lab, 2024). A partir dessa identificação, se buscou selecionar os segmentos representativos no Brasil, Bolsa, Balcão, que serviram como proxies para os setores identificados. Esse

procedimento permitiu alinhar os ativos financeiros disponíveis na bolsa com os setores de destaque exportador na economia brasileira.

Os setores selecionados foram, portanto, Agricultura, Minério e Petróleo, que corresponderam aos segmentos da B3 de Agricultura, Açúcar e Álcool, Carnes e Derivados, Exploração, Refino e Distribuição (petróleo), e minerais metálicos.

A partir dos segmentos *proxies* na bolsa, se procedeu com a seleção dos ativos individuais, em que foi filtrada as 50 ações que tiveram maior volume médio de negociação ao longo de todo o período de treino, e dessa forma selecionando apenas ativos que tiveram alta liquidez no mercado e evitando a presença das *penny stocks*.

Por último, no que tange a série histórica utilizada neste trabalho, a base de dados foi construída com os preços diários ajustados dos ativos listados na B3, a bolsa de valores brasileira, por meio da extração de dados da API *Yahoo! Finance*.

A partir do exposto, foi selecionado:

Tabela 2 – Ativos selecionados

Ticker	Empresa
PETR4	Petrobras
VALE3	Vale
PRI03	Petro Rio
RAIZ4	Raizen
JBSS3	JBS
BRFS3	BRF
UGPA3	Ultrapar
MRFG3	Marfrig
VBBR3	Vibra
CSAN3	Cosan

Fonte: Elaborado pelo autor, 2024.

Após a seleção dos ativos, procedeu-se com a importação dos preços de fechamento ajustados para o período de treino. Os preços ajustados foram escolhidos em detrimento dos preços de fechamento simples, pois consideram eventos corporativos que podem afetar o valor do ativo, como dividendos, splits e emissões de direitos de subscrição. A extração de dados se procedeu por meio da API *Yahoo!*

Finance. No tratamento, foram removidos os dias não úteis do mercado, e os preços diários foram transformados em retornos diários. O sumário estatístico dos retornos diários, pode ser conferido na Tabela 2.

Tabela 3 – Descrição dos retornos

	BRF	COSAN	JBS	MARFRIG	PETROBRAS
MEAN	-0,24%	-0,08%	-0,08%	-0,13%	0,17%
STD	3,43%	2,17%	2,08%	2,80%	2,47%
MIN	-12,65%	-8,72%	-7,27%	-7,76%	-9,20%
25%	-2,12%	-1,56%	-1,37%	-2,01%	-1,22%
50%	-0,19%	-0,07%	-0,14%	-0,10%	0,15%
75%	1,53%	1,24%	1,12%	1,59%	1,70%
MAX.	11,35%	6,40%	11,92%	8,59%	7,99%
	Petro Rio	Raizen	Ultrapar	Vale	Vibra
MEAN	0,21%	-0,13%	0,01%	-0,02%	-0,13%
STD	3,18%	2,94%	2,65%	2,30%	2,29%
MIN	-10,76%	-8,53%	-12,33%	-7,59%	-6,68%
25%	-1,60%	-1,94%	-1,69%	-1,39%	-1,65%
50%	0,22%	0,00%	-0,15%	-0,05%	-0,14%
75%	2,13%	1,57%	1,66%	1,24%	1,19%
MAX.	17,87%	9,16%	9,51%	10,40%	7,65%

Fonte: Elaborado pelo autor, 2024.

3.3. Simulação de Monte Carlo

Para o propósito deste trabalho, se seguiu a metodologia empregada em Sen e Dutta (2022). Foi gerado um conjunto de valores para representar os possíveis pesos para a carteira de investimento. O processo de geração de dados seguiu uma distribuição uniforme, utilizando um algoritmo em Python para a criação de uma amostra de 100.000 portfólios, cada um com pesos distintos.

O algoritmo se deu por meio de um *for loop* no Python, criando 100.000 portfólios simulados. Dentro do loop, pesos aleatórios foram gerados para cada ativo e normalizados para que somem 1, e dessa forma representar 100% do portfólio. O algoritmo procederá armazenando os 100.000 portfólios para então selecionar aqueles que fornecem, respectivamente o maior índice de Sharpe, e o maior índice de Sortino. A taxa livre de risco escolhida foi a taxa de retorno do Tesouro Prefixado 2035, sendo que na data de coleta estava com uma rentabilidade de 12,18% ao ano.

Os algoritmos para a seleção dos dois portfólios são semelhantes, mas divergem fundamentalmente na definição de risco. Para o índice de Sharpe, cada nova rodada da simulação irá gerar um portfólio dotado de um retorno, um risco dado pelo desvio padrão, e um índice de Sharpe. Entretanto, para o índice de Sortino, cada nova rodada irá gerar um novo portfólio composto por um retorno, um risco dado pelo *downside risk*, e um índice de Sortino correspondente.

Ao final dos algoritmos devemos ter, por tanto, dois portfólios com os exatos mesmos ativos, mas cujos pesos refletem a escolha pelos índices.

4. RESULTADOS E ANÁLISES

Nesta seção será apresentado os resultados do presente trabalho. A seção se inicia com os resultados das simulações, prosseguindo para o resultado do portfólio no período de teste, para em seguida discutir mais profundamente a seleção dos pesos. Por último será discutido as implicações dos resultados apresentados.

4.1. Resultado das simulações

Os resultados das simulações feitas, mostraram a existência de um único portfólio que maximiza tanto o índice de Sharpe quanto o índice de Sortino. Os pesos que constituem esse portfólio podem ser observados na Tabela 3:

Tabela 4 – Distribuição dos pesos

Ticker	Empresa	Peso
PETR4	Petrobras	0,20%
VALE3	Vale	0,60%
PRI03	Petro Rio	2,30%
RAIZ4	Raizen	1,80%
JBSS3	JBS	33,00%
BRFS3	BRF	34,20%
UGPA3	Ultrapar	15,20%
MRFG3	Marfrig	5,80%
VBBR3	Vibra	4,50%
CSAN3	Cosan	2,40%

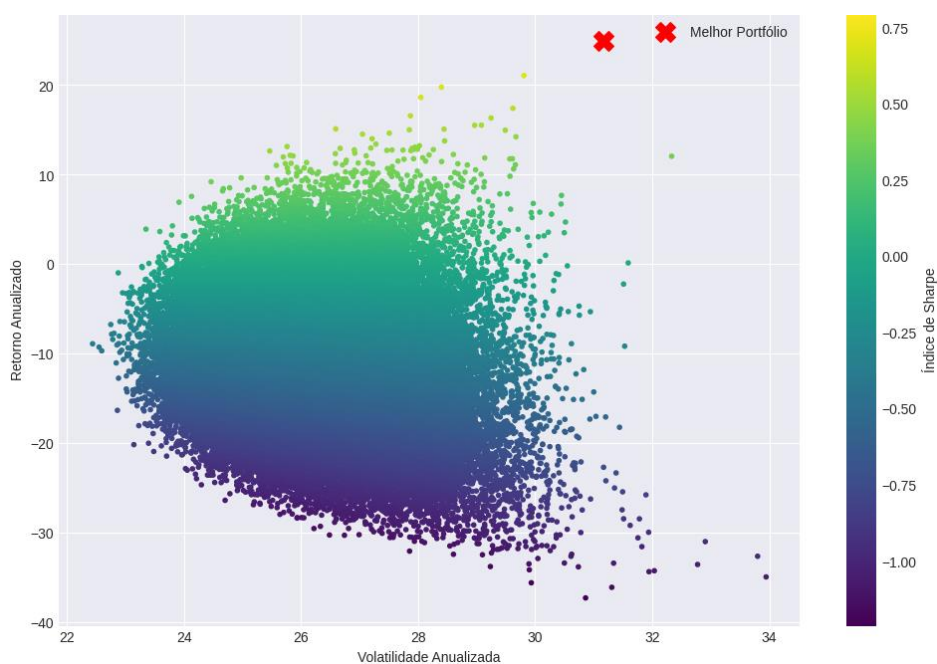
Fonte: Elaborado pelo autor

Tal portfólio, que entrega o maior valor tanto de Sharpe quanto de Sortino, será aqui identificado por Portfolio MSS. As fronteiras eficientes dos mesmos podem ser observadas nas Figuras 4 e 5.

Enquanto a fronteira eficiente de Sharpe traz no eixo horizontal a volatilidade tradicionalmente entendida pelo desvio padrão dos retornos, a fronteira de Sortino traz apenas os desvios dos retornos negativos. ainda assim nota-se tratar do mesmo portfólio, composto pela mesma distribuição de pesos.

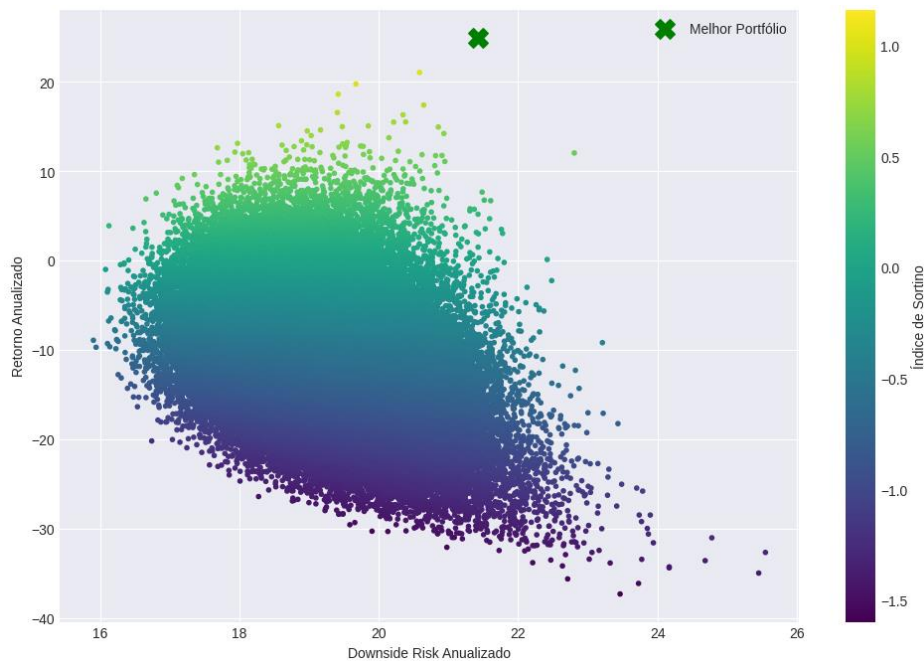
Em termos de desempenho, apresentou um retorno anualizado de 24,99%, e entregando uma volatilidade de 31,17%, conforme se verifica na Tabela 4. O fato de entregarem os melhores índices de Sharpe e Sortino, significa que, dado os 100.000 portfólios simulados, este é o que melhor desempenha em termos de retorno ajustado ao risco, independentemente de como se enxergue risco dentre as duas definições apresentadas.

Figura 4 – Fronteira eficiente - Sharpe



Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 5 – Fronteira eficiente - Sortino



Fonte: Elaborado pelo autor.

O fato de o *downside risk* ter sido inferior à volatilidade revela que existem retornos positivos com considerável desvio em relação à média, que está contribuindo com o desvio padrão do portfólio. Como consequência, o índice de Sortino se apresenta superior ao índice de Sharpe.

Tabela 5 – Estatística descritiva do portfólio para o período de treino

	Valores
Retorno anualizado	24,99%
Volatilidade anualizada	31,17%
Downside risk anualizado	21,22%
Índice de Sharpe	0,41
Índice de Sortino	0,6

Fonte: Elaborado pelo autor.

A Tabela 5 resume a estatística descritiva dos retornos diários do portfólio. É possível notar que, embora a média dos retornos diários seja positiva, o portfólio apresenta uma volatilidade relevante, dado pelo seu desvio padrão de 1,96%. A presença de retornos extremos, tanto positivos quanto negativos, sugere que o portfólio é suscetível a grandes flutuações diárias, que está refletindo em seu risco, mas que devido a presença de retornos positivos elevados, compensaram do ponto de visto de Sharpe e Sortino, relativo a outros portfólios com os mesmos ativos.

Tabela 6 - Portfólio MSS

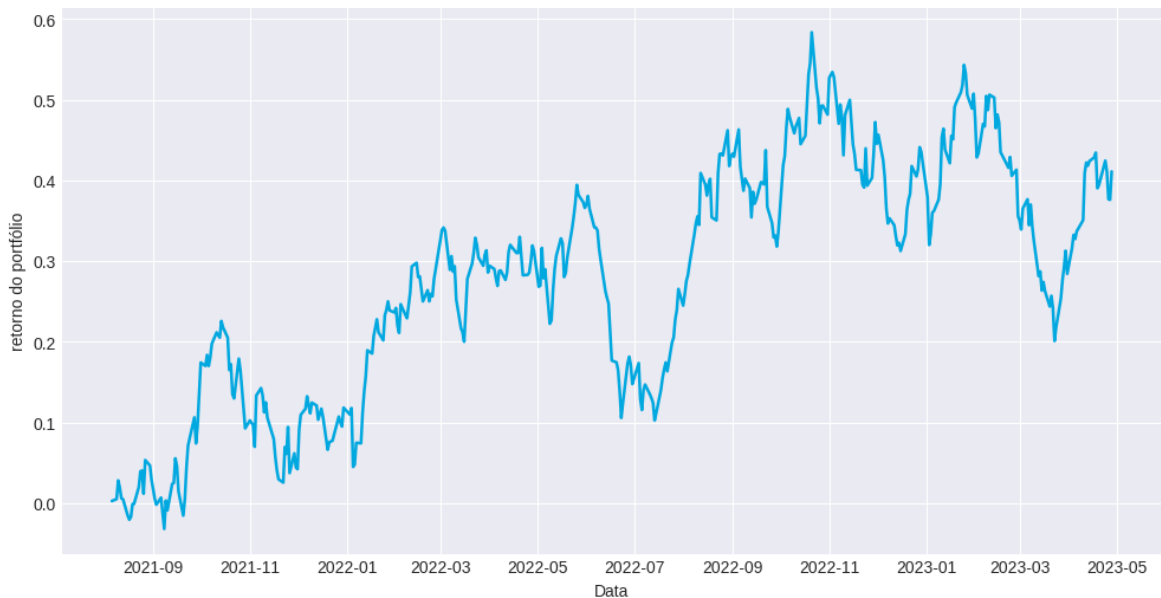
mean	0,10%
std	1,96%
min	-6,52%
25%	-1,07%
50%	0,15%
75%	1,30%
max	6,15%

Fonte: Elaborado pelo autor.

A análise dos quartis revela que os retornos diários estão concentrados em torno de valores próximos da mediana, mas existem retornos consideráveis tanto negativos quanto positivos, o que novamente destaca a volatilidade do portfólio.

A Figura 6 traz o retorno acumulado do portfólio. É possível observar visualmente o desempenho da carteira que maximiza Sharpe e Sortino. Pode-se notar uma queda acentuada do gráfico especialmente na segunda metade de 2022, bem como na primeira metade de 2023.

Figura 6 – Retorno acumulado no período de treino



Fonte: Elaborado pelo autor.

4.2. Resultados no período de teste

Selecionado o portfólio ótimo, o desempenho ao longo do período de teste, que compreende desde 01/05/2023 até 01/05/2024 se mostrou melhor em termos de risco e retorno, cujos valores podem ser conferidos na Tabela 6.

Tabela 7 – Estatística descritiva do portfólio para o período de teste

	Valores
Retorno anualizado	51,58%
Volatilidade anualizada	20,15%
<i>Downside risk</i> anualizado	11,50%
Índice de Sharpe	1,95
Índice de Sortino	3,42

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tal como pôde ser verificado para o período de treino, mais uma vez se observou que o *downside risk* foi inferior à volatilidade dada pelo desvio padrão, sugerindo que desvios à direita da média estão contribuindo para a oscilação da carteira. Como consequência direta, mais uma vez, o índice de Sortino se apresentou superior ao índice de Sharpe.

É possível também notar que os valores numéricos de ambos os índices foram bastante superiores aos verificados no período de treino, tendo mais do que quadruplicado de valor. Tal constatação se deve, em primeiro lugar, ao fato de que no período de treino, os riscos calculados foram superiores ao retorno em excesso do portfólio, o que explica ambos estarem abaixo da unidade. Outro fator, complementar, é que no período de teste, tanto o retorno anualizado aumentou, como as medidas de risco se reduziram.

A Figura 7 mostra visualmente o desempenho, em termos de retorno acumulado, do portfólio no período de teste. Verifica-se, de fato, que oscilou menos relativo ao período de treino, e seu retorno acumulado foi mais acentuado no tempo.

Figura 7 – Retorno acumulado no período de teste



Fonte: Elaborado pelo autor.

4.3. Análise do Portfólio Ótimo: índice de Sharpe e índice de Sortino

O fato de ambos os critérios de melhor portfólio terem convergido para a mesma carteira, sugere que a distribuição de retornos tende a apresentar simetria relevante, uma vez que o critério de maximizar o índice de Sortino captaria melhor o risco em situação de assimetria entre retornos para esquerda e a direita da média.

Pode ser notado na Tabela 7 que a assimetria do Portfólio MSS foi de -0,093, e, portanto, sugerindo a possibilidade de se estar diante de uma distribuição normal. A curtose em excesso, ou seja, a curtose acima do que se esperaria para uma distribuição normal, é de apenas 0,31, e, portanto, menos de uma unidade de diferença, o que indica uma distribuição levemente leptocúrtica, mas que ainda se distância pouco da normal.

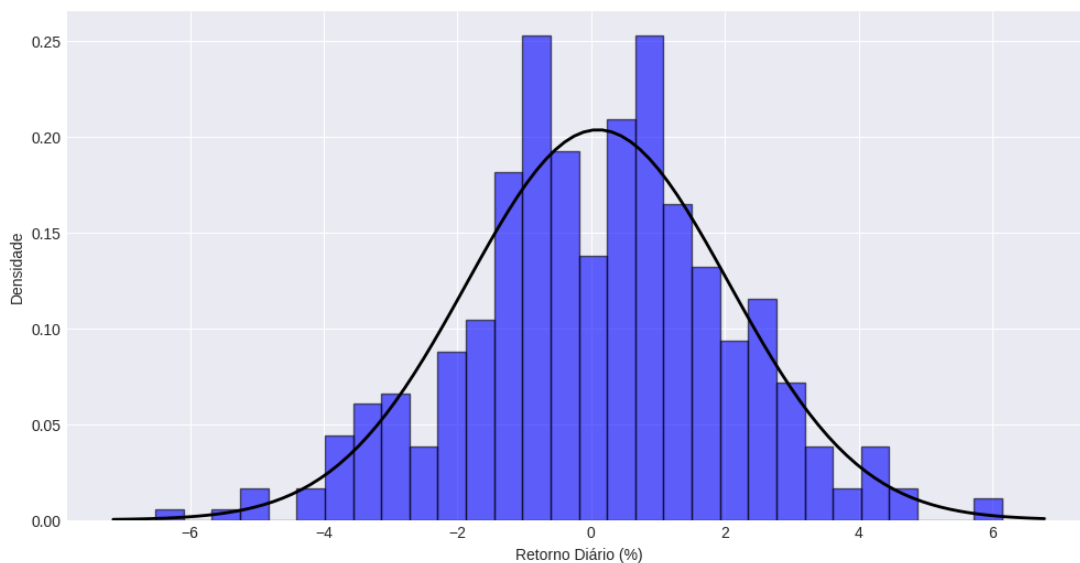
Tabela 8 – Assimetria e curtose do portfólio

Portfólio MSS	Valores
Assimetria	-0,093
Curtose em excesso	0,31

Fonte: Elaborado pelo autor.

Por meio dos testes estatísticos de Shapiro-Wilk e Kolmogorov-Smirnov, foi possível verificar que não podemos rejeitar a hipótese de que a distribuição dos retornos segue uma distribuição normal. Especificamente, os P-valores de ambos os testes foram superiores ao nível de significância de 0,05, indicando que não há evidências suficientes para descartar a hipótese nula de normalidade dos retornos.

Figura 8 – Histograma dos retornos diários



Fonte: Elaborado pelo autor.

Os resultados de ambos os testes, Shapiro-Wilk e Kolmogorov-Smirnov, podem ser conferidos na Tabela 9, onde se observa os P-valores e as estatísticas dos testes correspondentes. Além disso, o histograma dos retornos diários do portfólio é mostrado na Figura 8, fornecendo uma visualização da distribuição da série. O histograma mostra uma forma de sino, compatível com o que se espera ver dado uma normal. Na Figura 9 se observa a comparação entre distribuição da mostra com a distribuição normal, evidenciando sua semelhança.

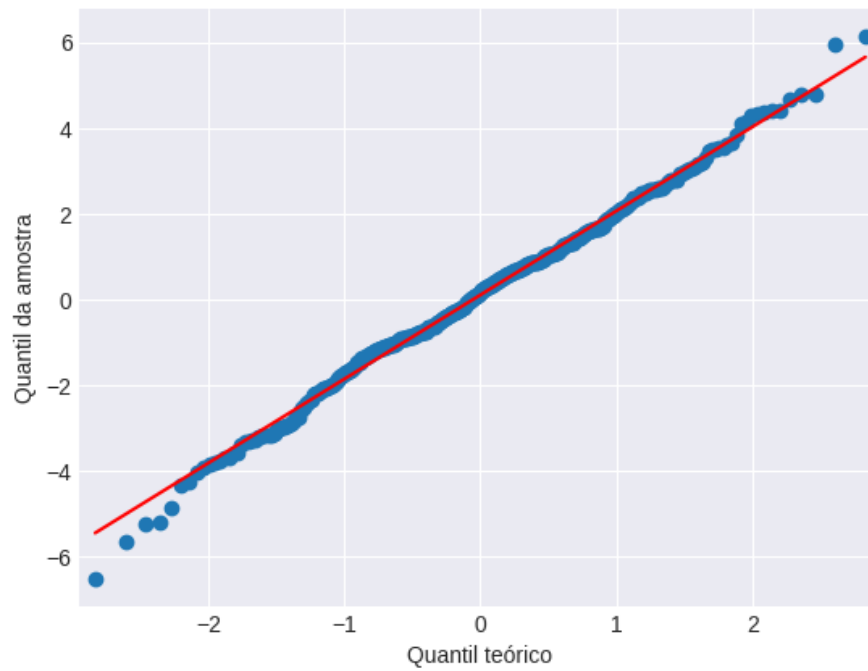
Tal constatação explica o motivo de ambos os índices terem tido resultados numéricos similares, pois pouco divergem os desvios à esquerda ou à direita da média.

Tabela 9 – Testes de normalidade

Teste de Shapiro-Wilk:	
Estatística	0,996
P-valor	0,467
Teste de Kolmogorov-Smirnov	
Estatística	0,037
P-valor	0,582

Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 9 – Q-Q Plot da distribuição do portfólio em relação à normal



Fonte: Elaborado pelo autor.

5. DISCUSSÃO

Os resultados deste estudo são particularmente relevantes para gestores de portfólio e investidores. Pode-se afirmar que em contexto de distribuição normal dos retornos do portfólio, não existe uma vantagem clara do índice de Sortino. Em realidade, esta normalidade implica que o índice de Sortino, embora mais complexo por considerar apenas o *downside risk*, não oferece uma vantagem adicional significativa sobre o índice de Sharpe, o que pode sugerir a preferência deste último em virtude da simplicidade. Tais resultados são coerentes com Srivastava, Mazhar (2018)

Se a distribuição dos retornos dos ativos tende a uma distribuição normal, a vantagem do índice de Sortino sobre o índice de Sharpe torna-se menos evidente. O índice de Sharpe mede o retorno ajustado pelo risco total (volatilidade), enquanto o índice de Sortino ajusta o retorno pelo risco negativo (desvio padrão dos retornos negativos, ou *downside risk*).

Em distribuições normais, onde os retornos positivos e negativos são simétricos em torno da média, o risco total (medido pela volatilidade) é proporcional ao risco negativo. Isso faz com que o índice de Sortino não forneça uma vantagem relevante sobre o Índice de Sharpe, mesmo sendo um indicador mais complexo e teoricamente mais adequado para medir a relação retorno-risco.

Essa convergência sugere que, para distribuições de retornos próximas da normalidade, o Índice de Sharpe pode ser preferido pela sua simplicidade e ampla aceitação no mercado financeiro. No entanto, esse resultado não pode ser estendido para cenários onde os retornos apresentam distribuições altamente assimétricas ou com caudas pesadas.

6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Os resultados deste trabalho mostram que, em condições em que os retornos dos ativos seguem uma distribuição normal, a complexidade adicional do índice de Sortino pode não ser justificada. Ambos os índices, Sharpe e Sortino, proporcionam recomendações de portfólio similares sob essas condições, indicando que para investidores e gestores de portfólio, o Índice de Sharpe pode ser suficientemente robusto para decisões de alocação de ativos, simplificando o processo de análise e seleção.

Portanto, a importância de considerar a distribuição dos retornos dos ativos é fundamental ao escolher qual índice utilizar. Quando os retornos tendem a uma distribuição normal, a simplicidade e a eficácia do índice de Sharpe podem ser preferíveis, facilitando a tomada de decisões de alocação.

Deve-se ponderar quanto ao método proposto que, conforme observa Brooks (2019), apesar das simulações serem uma ferramenta útil para uma enorme variedade de problemas, não estão imunes de críticas. A simulação de Monte Carlo pode se tornar computacionalmente custosa caso se deseje aumentar a precisão das estatísticas por meio de um maior número de simulações, além de que, ao não configurar uma solução analítica para o problema, seus resultados podem ainda não ser os mais precisos, bem como se tornar específicos ao experimento. Entretanto, como pondera Miller (2013, p.76)

Even in cases where explicit solutions might exist, a Monte Carlo solution might be preferable in practice if the explicit solution is difficult to derive or extremely complex. In some cases, a simple Monte Carlo simulation can be easier to understand, thereby reducing operational risk.

Pesquisas futuras devem se concentrar em entender como se comportam os dois índices na presença de retornos muito distantes da normal, bem como buscar averiguar qual o momento em que passa a ser vantajoso substituir Sharpe por Sortino, e se existe um valor estatístico que delimite essa escolha.

REFERÊNCIAS

AMENC, Noel; GOLTZ, Felix; LIOUI, Abraham. **Practitioner Portfolio Construction and Performance Measurement: Evidence from Europe**. 2011. Disponível em: https://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=1861373. Acesso em: 19 jun. 2024.

ASSAF NETO, Alexandre. **Mercado Financeiro**. 15. ed. São Paulo: Atlas, 2021.

BERK, Jonathan; DEMARZO, Peter. **Corporate Finance**, Global Edition. 6. ed. Pearson, 2023.

BODIE, Zvi; KANE, Alex; MARCUS, Alan J. **Investments**. 12. ed. New York, Ny: Mcgraw-Hill Education, 2023.

COPELAND, Thomas E; J FRED WESTON; SHASTRI, Kuldeep. **Financial Theory and Corporate Policy**. Pearson New International Edition. Harlow, United Kingdom: Pearson, 2013.

ELTON, Edwin; GRUBER, Martin; BROWN, Stephen. **Moderna teoria de carteiras e análise de investimentos**. 1. ed. Elsevier Brasil, 2018.

FABOZZI, Frank J.; GUPTA, Francis; MARKOWITZ, Harry M. The Legacy of Modern Portfolio Theory. **The Journal of Investing**, v. 11, n. 3, p. 7–22, 2002.

FISHER, Jeffrey D.; D’ALESSANDRO, Joseph. Portfolio Upside and Downside Risk - Both Matter! **The Journal of Portfolio Management**, v. 47, n. 10, p. jpm.2021.1.263, 2021.

GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 6. ed. São Paulo: Atlas. 2017.

HARVARD. **The Atlas of Economic Complexity by @HarvardGrwthLab**. 2024. Disponível em: <https://atlas.cid.harvard.edu/>.

MARKOWITZ, Harry. Portfolio Selection. **The Journal of Finance**. v. 7, n. 1, p. 77-91, 1952. Disponível em: <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1111/j.1540-6261.1952.tb01525.x>.

MARCONI, M. A.; LAKATOS, E. M. **Técnicas de pesquisa: planejamento e execução de pesquisa, amostragens e técnicas de pesquisa, elaboração, análise e interpretação de dados**. 8. ed. São Paulo: Atlas, 2018.

MAZZONI, Thomas. **A First Course in Quantitative Finance**. Cambridge, United Kingdom New York Melbourne New Delhi Singapore Cambridge University Press, 2018.

MILLER, Michael B. **Mathematics and Statistics for Financial Risk Management**. Hoboken, Nj: Wiley, 2013.

PETZEL, Todd E. **Modern Portfolio Management : moving beyond modern portfolio theory**. Hoboken, New Jersey: John Wiley & Sons, Inc, 2021.

REILLY, Frank K; BROWN, Keith C; LEEDS, Sanford J. **Investment analysis and portfolio management**. 11. ed. Australia Cengage, 2019.

ROLLINGER, Thomas; HOFFMAN, Scott. **Sortino: a “Sharper” Ratio**. CME Group. 2015.

SEN, Jaydip; DUTTA, Abhishek. Design and Analysis of Optimized Portfolios for Selected Sectors of the Indian Stock Market. **2022 International Conference on Decision Aid Sciences and Applications (DASA)**. p. 567–573, 2022.

SHARPE, William F. Mutual Fund Performance. **The Journal of Business**. v. 39, n. 1, p. 119–138, 1966. Disponível em: <https://www.jstor.org/stable/2351741>.

SOBOL, Ilya M. **A Primer for the Monte Carlo Method**. 2. ed. CRC Press, 2017.

SRIVASTAVA, Pooja; MAZHAR, Syed Shahid. Comparative Analysis of Sharpe and Sortino Ratio with reference to Top Ten Banking and Finance Sector Mutual Funds. **International Journal of Management Studies**, v. V, n. 4(2), p. 93, 2018. Disponível em: Acesso em: 10 jan. 2020.

SURTEE, Taariq G. H.; ALAGIDEDE, Imhotep Paul. A novel approach to using modern portfolio theory. **Borsa Istanbul Review**, v. 23, n. 3, 2023. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2214845022001284>.

VAN DER POST, Hayden. **Monte Carlo with Python: A comprehensive Guide**. 1. ed. 2024.

WORLD HEALTH ORGANIZATION. **IHR Emergency Committee on Novel Coronavirus (2019-nCoV)**. 2020. Disponível em: [https://www.who.int/director-general/speeches/detail/who-director-general-s-statement-on-ihr-emergency-committee-on-novel-coronavirus-\(2019-ncov\)](https://www.who.int/director-general/speeches/detail/who-director-general-s-statement-on-ihr-emergency-committee-on-novel-coronavirus-(2019-ncov)).

XIE, Xiaoliang et al. A simple Monte Carlo method for estimating the chance of a cyclone impact. **Natural Hazards**, v. 107, n. 3, p. 2573–2582, 2021.