



2023

## Análise de Simplificações em Modelagens Estruturais Considerando a Excentricidade das Ligações em Treliças Metálicas

Wesley da Silva Ferreira <sup>a</sup>; Christiane Areias Trindade <sup>b</sup>

<sup>a</sup> Aluno de Graduação em Engenharia Civil, [wesley.s.ferreira@ufms.br](mailto:wesley.s.ferreira@ufms.br)

<sup>b</sup> Professor Orientador, Dra., [christiane.trindade@ufms.br](mailto:christiane.trindade@ufms.br)

Faculdade de Engenharias, Arquitetura e Urbanismo e Geografia. Universidade Federal de Mato Grosso do Sul. Av. Costa e Silva, s/nº | Bairro Universitário | 79070-900 | Campo Grande, MS, Brasil.

---

### RESUMO

Com o constante avanço e acessibilidade a tecnologias e programas de análise estrutural, torna-se cada vez mais simples e eficaz conduzir verificações detalhadas de todos os elementos que compõem a estrutura. Isso inclui verificações de natureza geral, como em elementos de barras, bem como a avaliação de conflitos e efeitos locais que podem surgir, por meio de uma malha de elementos finitos em uma ligação estrutural. Dentre as vantagens no emprego destas ferramentas, destacam-se a obtenção de resultados mais precisos, a análise eficiente de grandes volumes de dados, a automação de tarefas repetitivas, e a possibilidade de exploração de diversos cenários de projeto, além de que tudo isso com um custo de tempo e pessoal significativamente reduzido. Apesar de termos à nossa disposição tais facilidades, é importante destacar que nem sempre aproveitamos essa capacidade plena de realizar verificações minuciosas dessas ferramentas, e muitas vezes são utilizadas com simplificações. O presente trabalho irá analisar a influência destas simplificações durante a modelagem das ligações de uma estrutura metálica treliçada, através da variação na posição dos elementos, apresentando dados importantes quanto ao impacto de possíveis cenários e efeitos não considerados durante a modelagem e que podem surgir em uma estrutura, podendo estar relacionados à execução dos elementos ou às próprias simplificações adotadas em projetos. São apresentadas as implicações no dimensionamento, analisando o acréscimo no quantitativo dos materiais, a perda da capacidade resistiva, o aumento da flecha, e o impacto na segurança segundo as verificações de norma, assim como no desempenho final destas estruturas.

**Palavras-chave:** Treliça metálica, simplificações em modelagem, excentricidade das ligações.

### ABSTRACT

With the constant improvement and accessibility of structural analysis technologies and programs, it is becoming increasingly simple and effective to conduct detailed checks on all the elements that draw up the structure. This includes checks of a general nature, such as on bar elements, as well as the assessment of conflicts and local effects that may arise, by means of a finite element mesh in a structural connection. The advantages of using these tools include obtaining more accurate results, efficiently analyzing large volumes of data, automating repetitive tasks and being able to explore various design scenarios, all at a significantly reduced cost in terms of time and personnel. Despite having such facilities at our disposal, it is important to note that we do not always take full advantage of these tools' ability to carry out thorough checks, and they are often used with simplifications. This paper will analyze the influence of these simplifications during the modeling of the connections of a metal truss structure, by varying elements positions, presenting important data on the impact of possible scenarios and effects not considered during the modeling that may arise in a structure, which may be related to the execution of the elements or to the simplifications adopted in the design process. The implications for design are presented, analyzing the increase in the quantity of materials, the loss of resistive capacity, the increase in deflection, and the impact on safety according to standard checks, as well as on the final performance of these structures.

**Keywords:** Metal truss, modeling simplifications, eccentricity of connections, connections.

## 1. INTRODUÇÃO

A modelagem estrutural é uma área importante da engenharia que envolve a criação de representações virtuais de estruturas físicas, tais como edifícios e pontes e seus componentes estruturais, por exemplo, as treliças metálicas. Segundo Hibbeler (2005) e Nirschi (2019), treliça é uma estrutura de membros esbeltos conectados entre si em suas extremidades formando um sistema de estabilidade e suporte de carga.

A modelagem computacional desses elementos torna viável a análise do comportamento estrutural desses elementos em diversas combinações e cenários, incluindo combinações de cargas e seus coeficientes, perfis, peças e ligações, podendo estar dispostas em diferentes combinações entre si, além de detalhes geométricos como inclinações, rotações e excentricidades, sem a necessidade de se criar e solicitar experimentalmente uma estrutura para entender seu real comportamento.

Apesar de todas as ferramentas computacionais existentes, em geral, as treliças são analisadas como estruturas com barras com extremidades rotuladas, cujos eixos longitudinais se interceptam no nó, e com cargas aplicadas somente nesses nós, pois assim as barras são solicitadas somente por esforço normal, obtendo uma estrutura mais econômica. Entretanto, nas estruturas reais, é comum que as extremidades das barras não sejam perfeitamente rotuladas e também haver excentricidade nos nós das treliças. Diz-se por excentricidade a distância entre centroide ou o centro de rotação de um nó e o eixo principal de uma barra. Essa irregularidade pode estar relacionada a diversos fatores, como imperfeições na fabricação, deformações durante a montagem, imprecisões nas dimensões das barras ou até interferências geométricas.

A existência de excentricidade nos nós da treliça gera esforços que geralmente não são considerados, fazendo com que os modelos não abordem completamente as reais condições de uma estrutura executada. Portanto, as ligações são pontos críticos a se considerar durante a modelagem de treliças metálicas, pois o objetivo da análise estrutural é determinar os efeitos das ações na estrutura, visando efetuar verificações de estados-limites últimos e de serviço. Assim, a análise estrutural deve ser feita com um modelo realista, que permita representar a resposta da estrutura e dos materiais estruturais, levando-se em conta as deformações causadas por todos os esforços solicitantes relevantes. Onde necessário, a interação

solo-estrutura e o comportamento das ligações devem ser contemplados no modelo, garantindo que os modelos e suas simplificações representem o mais próximo o possível das reais condições de uso do elemento estrutural.

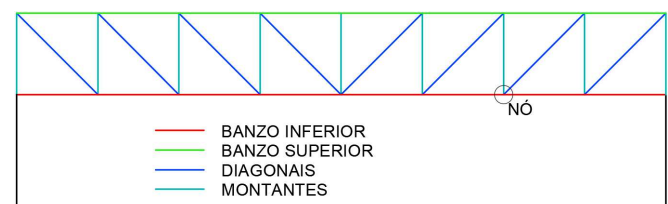
Existem diferentes abordagens para simular a excentricidade nas ligações em modelagens de treliças metálicas. Sendo uma delas, introduzir uma distância entre a posição de encontro e a extremidade das barras nos nós afetados pela excentricidade, de modo a representar realisticamente as não coincidências geométricas. Além disso, podem ser aplicadas técnicas de análise avançadas, como métodos de elementos finitos, para um estudo mais preciso quanto ao comportamento estrutural das treliças metálicas em presença de excentricidade nas ligações.

O objetivo desse trabalho é analisar a influência da escolha da modelagem utilizada na análise estrutural nos esforços solicitantes, assim como nos efeitos gerados em treliças metálicas por esses esforços. Especificamente, visa-se analisar os efeitos das simplificações feitas nas extremidades das barras e na excentricidade das ligações de uma estrutura metálica treliçada, através da variação na posição dos elementos, fazendo uso de ferramentas computacionais de modelagem e verificação.

## 2. TRELIÇAS

Uma treliça refere-se a um conjunto de elementos interconectados em uma configuração geométrica específica, que permite uma grande variedade de formas e materiais, o que contribui para sua larga utilização, podendo ser percebida em construções de pontes e viadutos, coberturas de prédios, galpões e hangares (MAGALHÃES, 1996). Essa estrutura é caracterizada pela disposição estratégica de suas barras em forma de triângulos que se repetem e oferecem resistência e estabilidade à construção, pois essa geometria permite a distribuição eficiente de cargas e a minimização da flexão indesejada (Figura 1). O termo treliça plana é atribuído quando todos os elementos do conjunto estiverem contidos em um único plano.

Figura 1 - Elementos de uma treliça. Fonte: Autor.



Segundo Pfeil (2009) e Hibbeler (2005), nas treliças, as hastes trabalham predominantemente a tração ou

compressão simples, pois o modelo teórico de análise estrutural de treliça tem os nós rotulados.

Também segundo Hibbeler (2005), para projetar os membros e as conexões de uma treliça é necessário primeiro determinar a força desenvolvida em cada membro quando a treliça está sujeita a um determinado carregamento, onde uma das hipóteses assumidas é que todas as cargas são aplicadas em nós.

De acordo com Sechalo (2012) para conseguir uma disposição eficiente dos elementos da treliça entre os banzos, recomenda-se o seguinte:

- A inclinação dos elementos diagonais em relação aos banzos deverá ser entre  $35^\circ$  e  $55^\circ$ ;
- Só deverão ser aplicadas cargas pontuais nos nós;
- A orientação dos elementos diagonais deverá ser tal que os elementos mais longos estejam solicitados a tração (estando os mais curtos submetidos a compressão).

### 3. LIGAÇÕES

O termo ligação é aplicado em todos os detalhes construtivos que promovam a união de partes da estrutura entre si ou a sua união com elementos externos a ela, como por exemplo, as fundações CBCA (2011).

As ligações entre os elementos de uma estrutura metálica desempenham um papel essencial em sua estabilidade e em seu desempenho global. Essas ligações são os locais geométricos em que se conectam vigas, colunas, pilares. Em treliças, estas

ligações são chamadas de nós, que é o local de encontro de elementos como banzos, montantes e diagonais, além de ligações com elementos externos à treliça, como pilares, vigas, blocos de coroamento entre outros.

Os eixos que cruzam os centros geométricos das seções transversais de barras axialmente solicitadas que formam um nó devem, de preferência, se interceptar num ponto comum. Caso contrário, deve ser levada em conta a excentricidade na ligação, conforme especifica o item 6.5.2 da NBR 8800 (ABNT, 2008).

A figura 2 exemplifica um nó com três barras se interceptando em um único ponto, e um outro nó com uma das barras não interceptando as outras duas no nó, gerando uma excentricidade na ligação, também mostrada na figura 3.

Segundo Hibbeler (2005), a ligação entre os elementos pode ser formada ao soldar ou parafusar a extremidade dos elementos à uma placa de ligação, ou usando um pino de ligação entre os elementos, emulando assim, uma rótula. Cada tipo de ligação tem suas próprias características de resistência, rigidez, custo e complexidade na montagem. Em geral, a execução de nós rotulados é mais cara, devido à complexidade da elaboração dos elementos e manutenção dos mesmos, além disso, podem desenvolver atrito suficiente para impedir o funcionamento do nó como rótula. De acordo com Pfeil (2009), atualmente os nós de treliças são sempre rígidos, o que dá origem a momentos fletores nas barras.

Figura 2 - Ligação sem excentricidade e ligação com excentricidade. Fonte: Autor

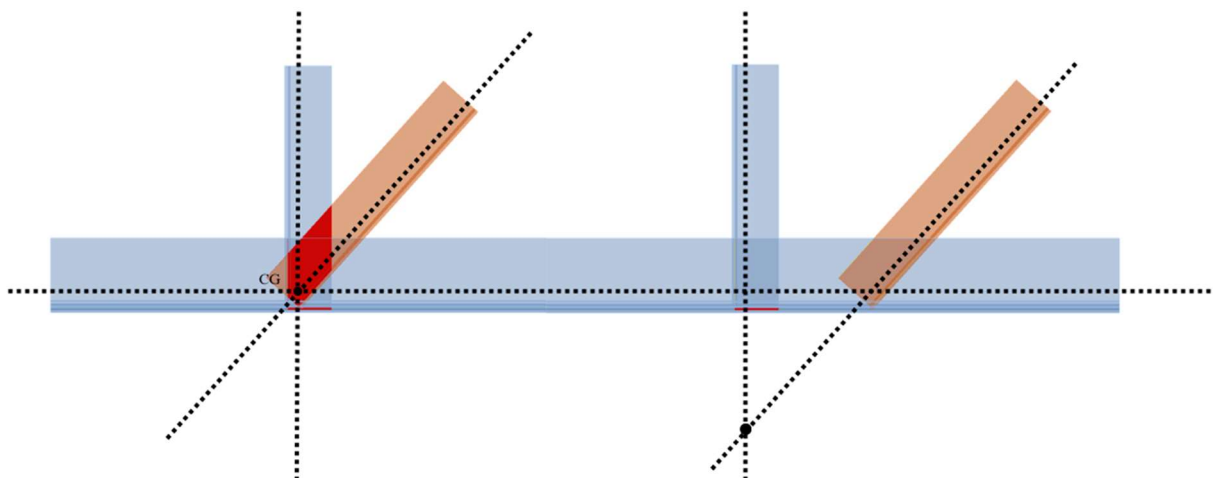


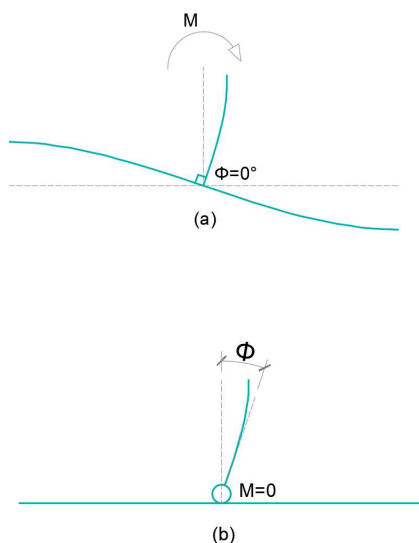
Figura 3 - Ligação entre elementos de uma treliça



Conforme já apresentado, as ligações entre os elementos de uma estrutura são componentes críticos no projeto e na execução, e a escolha do tipo de ligação deve ser feita com parcimônia, pois influencia diretamente no comportamento do elemento estrutural conforme citado nos estudos de Schmidt (1981), sendo importante levar em conta aspectos como o local de montagem da estrutura, infraestrutura disponível para a realização das ligações, grau de dificuldade de fabricação e montagem das peças. A criação de um projeto apropriado envolve a análise de todas as suas condições de contorno. A execução precisa e a manutenção adequada também são cruciais para garantir a segurança e o desempenho do elemento estrutural, conforme foi projetado. Porém, na maioria dos casos isso pode se tornar uma tarefa difícil devido às limitações de geometria e mão de obra especializada

Os nós e suas ligações podem ser classificados, conforme CBCA (2011), de acordo com o grau de impedimento da rotação relativa de suas partes, sendo elas: ligação rígida (Figura 4 - a), ligação flexível (Figura 4 - b) e ligação semirrígida.

Figura 4 - Rotação dos elementos em ligações rígidas e rotuladas. Fonte: Autor.



### • 3.1. Ligação Rígida

Uma ligação rígida em uma treliça se refere a uma conexão entre membros da treliça que é projetada para não permitir movimentos relativos significativos entre esses membros. Em outras palavras, é uma ligação que não permite rotação ou deslocamento relativo entre as partes conectadas (Figura 4 - a).

Uma ligação rígida em uma treliça é geralmente alcançada por meio de métodos de fixação tais como soldagem ou uso de placas de conexão rígidas. Essas ligações são frequentemente usadas quando a estabilidade e a resistência a deslocamentos ou deformações não são desejadas, em geral, constituídos por chapas *gousset*, (Conforme figura 5) nas quais se fixam as barras. As principais vantagens são, o ganho de rigidez e resistência da ligação e a possibilidade de fazer convergir vários membros num só ponto, eliminando excentricidades nos nós. Por outro lado, aumentam a complexidade na execução das ligações, custo de mão de obra e quantidade de material, resultando em um custo maior para sua elaboração.

Figura 5 - Ligação flexível e ligação rígida com chapa *Gousset*. Fonte: Holth, e McOmber.



Neste tipo de ligação, a restrição de movimento dos elementos passa a gerar esforços que não são considerados ao se analisar uma treliça teórica, com nós rotulados. Nesse caso, passam a existir, além dos esforços normais, momentos fletores e torsões, esforços cortantes, e a combinação dos esforços, gerando flexo-tração e flexo-compressão.

### 3.2. Ligação Flexível

Ligações flexíveis são aquelas em que os elementos estruturais, como barras e membros, não são completamente rígidos em relação à sua conexão. Em vez disso, permitem rotação ou deslocamento relativo entre as partes conectadas, ou seja, as barras podem girar ou sofrer rotação em torno do ponto de conexão, isso ocorre porque essas ligações geralmente não são



soldadas ou rigidamente fixadas. O deslocamento relativo entre os elementos pode ser útil em situações em que a estrutura precisa absorver deformações, como dilatação térmica, sem gerar tensões excessivas.

Figura 6 - Exemplo de ligação flexível, executada com pino. Fonte: *Canadian Institute of Steel Construction*.



Por outro lado, a implementação de ligações flexíveis pode ser mais complexa e, portanto, com o custo maior do que ligações rígidas. Isso envolve o uso de elementos de ligação adicionais, como pinos ou placas flexíveis. O projeto de ligações flexíveis requer uma precisão considerável na análise das forças e nos cálculos para garantir que a flexibilidade seja apropriada para as necessidades da estrutura.

### 3.3. Ligação Semi-rígida

Uma ligação semirrígida, em termos de rigidez, é um tipo de conexão estrutural que tem comportamento entre o das ligações rígidas (completamente fixas) e o das ligações flexíveis (completamente móveis). Ela permite algum grau de movimento relativo entre os elementos estruturais, ao mesmo tempo em que oferece resistência a esse movimento.

As ligações semirrígidas são projetadas para distribuir cargas de forma mais uniforme, reduzindo a concentração de tensões. Além disso, elas podem acomodar pequenas deformações, como expansão térmica, sem gerar tensões significativas. No entanto, o projeto de ligações semirrígidas pode ser complexo, exigindo análises detalhadas para determinar a rigidez adequada. Embora possam envolver custos adicionais, essas ligações desempenham um papel crucial em estruturas que exigem um equilíbrio entre estabilidade e mobilidade, garantindo o desempenho seguro e eficaz da estrutura.

## 4. MATERIAIS E MÉTODOS

Para analisar a influência da escolha da modelagem utilizada no projeto de treliças foram desenvolvidas

análises estruturais em uma treliça variando-se o tipo de ligação nos nós e a posição dos elementos, criando excentricidades nesses nós.

Inicialmente, analisou-se uma treliça que foi projetada de modo otimizado em uma configuração de referência. A configuração de referência adotada foi a treliça ideal como definida no item 2: barras com extremidades rotuladas, cujos eixos longitudinais se interceptam no nós, e com cargas aplicadas somente nesses nós, conforme detalhado no item 4.2 a seguir. Na sequência, foram feitas simplificações adicionais em cada treliça analisada, gerando mais seis configurações.

Além da consulta nas literaturas e trabalhos pertinentes disponíveis, o estudo, verificação e análise dos resultados das treliças e seus elementos se fizeram possíveis devido a utilização de softwares de análise estrutural, em específico, de estruturas metálicas e pórticos, conforme descrito no item 4.1.

### 4.1. Software

O CYPE 3D (CYPE Ingenieros, 2019) é um software amplamente utilizado para análise e dimensionamento de estruturas, e é conhecido por sua capacidade e facilidade de modelagem 3D, o que permite uma representação e visualização precisa e detalhada das estruturas. Esse software oferece ampla gama de recursos, incluindo análises estáticas e dinâmicas, verificação e dimensionamento de elementos estruturais, verificação dos elementos segundo as normas de construção, geração de relatórios e de lista de materiais. Dentre os vários softwares oferecidos pela plataforma da CYPE, pela simplicidade de uso e a capacidade de realizar análises complexas em diferentes cenários de solicitação da estrutura, para a elaboração dos resultados deste trabalho fez-se uso do CYPE Metálicas 3D em específico, que trata da modelagem e verificação de estruturas metálicas.

Os resultados obtidos no software são condensados em um índice de utilização do perfil, onde se avalia se a capacidade resistente é superior ou inferior à demanda aplicada. Isso resulta em uma porcentagem, sendo que valores acima de 100% indicam que o perfil está operando além de sua capacidade nominal. Ao final, o CYPE seleciona o valor mais elevado obtido em todas as verificações e o apresenta como o índice de utilização dessa barra.

#### 4.1.1. Verificações

O software realiza uma série de verificações abrangentes para cada barra no contexto da modelagem estrutural. Essas verificações incluem análises detalhadas proporcionando uma avaliação

abrangente da integridade estrutural. Neste contexto, as verificações analisadas durante o trabalho foram as seguintes:

- Valores máximos de relação comprimento-espessura (ABNT NBR 14762:2010 Artigo (1.2 Tabela 4)
- Limitação de esbeltez (ABNT NBR 14762:2010, Artigo 9.7.4)
- Resistência a tração (ABNT NBR 14762:2010, Artigo 9.6)
- Resistência a compressão (ABNT NBR 14762:2010, Artigo 9.7)
- Resistência à flexão eixo X (ABNT NBR 14762:2010, Artigo 9.8.2)
- Resistência à flexão eixo Y (ABNT NBR 14762:2010, Artigo 9.8.2)
- Resistência ao esforço cortante X (ABNT NBR 14762:2010, Artigo 9.8.3)
- Resistência ao esforço cortante Y (ABNT NBR 14762:2010, Artigo 9.8.3)
- Resistência ao momento fletor X e esforço cortante Y combinados (ABNT NBR 14762:2010, Artigo 9.8.4)
- Resistência ao momento fletor Y e esforço cortante X (ABNT NBR 14762:2010, Artigo 9.8.4)
- Resistência à flexo-compressão (ABNT NBR 14762:2010, Artigo 9.9)
- Resistência à flexo-tração (ABNT NBR 14762:2010, Artigo 9.9)
- Resistência à Torção (Critério da CYPE Ingenieros)

#### 4.2. Treliça Analisada

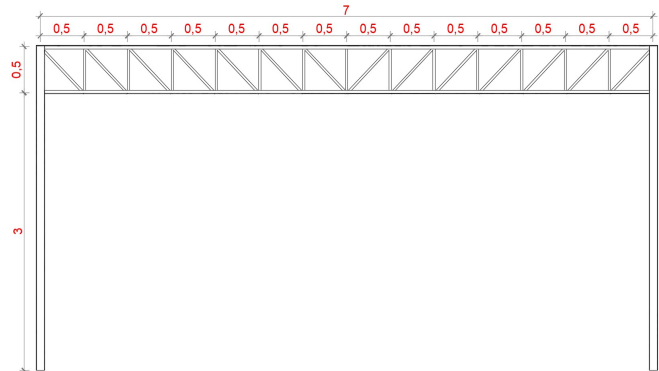
O estudo apresentado buscou analisar uma treliça com designer comum e amplamente empregada em usos mais simples como residências, galpões e fachadas, por exemplo. Dentre os diversos modelos possíveis para a construção de uma treliça, foi escolhida uma treliça do tipo Pratt, como apresentada na figura 7.

Neste tipo de treliça, as diagonais (mais longas) estão dispostas de forma que ficam sujeitas à tração e os montantes (mais curtos) à compressão, como recomenda Sechalo (2012), para cargas gravitacionais atuando de cima para baixo.

Foi escolhida uma treliça com 7m de comprimento, e 0,5m de altura, sendo a distância entre as barras verticais também de 0,5m, fazendo assim com que o ângulo formado entre as diagonais e s banzos superiores e inferiores seja de 45°, quando não consideradas as excentricidades, seguindo também a

recomendação de Sechalo, formando assim, elementos simétricos por toda a extensão da treliça.

Figura 7 - Treliça de referência. Fonte: Autor.



#### 4.2.1. Perfis metálicos utilizados

A geometria apresentada na Figura 7 foi modelada no CYPE 3D, de forma que a treliça estivesse apoiada em pilares com 3m de pé direito (do chão até o banzo inferior), vencendo um vão de 7m. Para a escolha dos perfis tomou-se como base estruturas cotidianas amplamente empregadas em soluções mais simples, como coberturas, marquises, entre outros. A disposição dos perfis escolhidos na treliça ficou da seguinte forma:

- Banzos: U 80x40 #3mm
- Diagonais e verticais: Cantoneira dupla U 25x25 #3mm
- Pilares: 2x Ue 100x40x15 #3mm

Tabela 1 – Materiais utilizados. Fonte: CYPE 3D

Materiais utilizados							
Material		E	v	G	f <sub>y</sub>	α <sub>t</sub>	γ
Tipo	Designação	(kgf/cm <sup>2</sup> )		(kgf/cm <sup>2</sup> )	(kgf/cm <sup>2</sup> )	(m/m°C)	(t/m <sup>3</sup> )
Aço laminado	A-36 250Mpa	2038736.0	0.300	784913.4	2548.4	0.000012	7.850
Aço dobrado	CF-26	2038736.0	0.300	784129.2	2650.4	0.000012	7.850

Notação:  
 E: Módulo de elasticidade  
 v: Módulo de poisson  
 G: Módulo de corte  
 f<sub>y</sub>: Limite elástico  
 α<sub>t</sub>: Coeficiente de dilatação  
 γ: Peso específico

A seleção dos perfis foi baseada na busca por uma configuração de referência otimizada para a estrutura e os carregamentos escolhidos, levando em conta considerações práticas relacionadas à construção do elemento treliçado. Para isso, foram tomadas treliças amplamente empregadas e comuns em soluções cotidianas como ponto de partida.

Figura 8 - Cantoneira. Fonte: CYPE 3D.

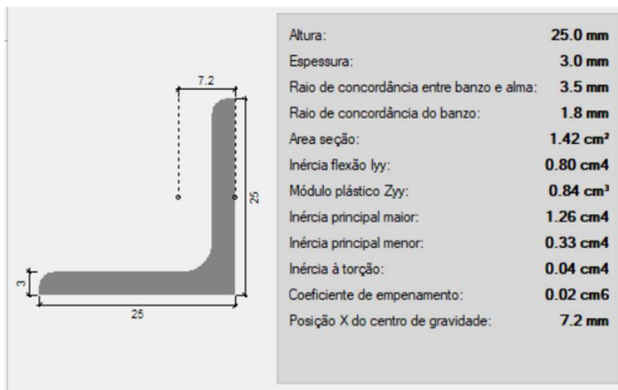


Figura 9 - Perfil U. Fonte: CYPE 3D.

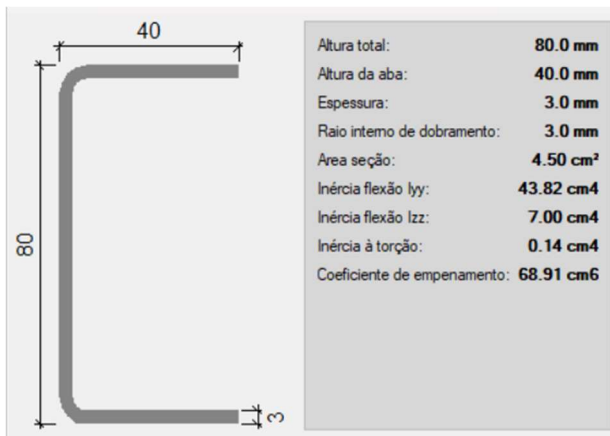
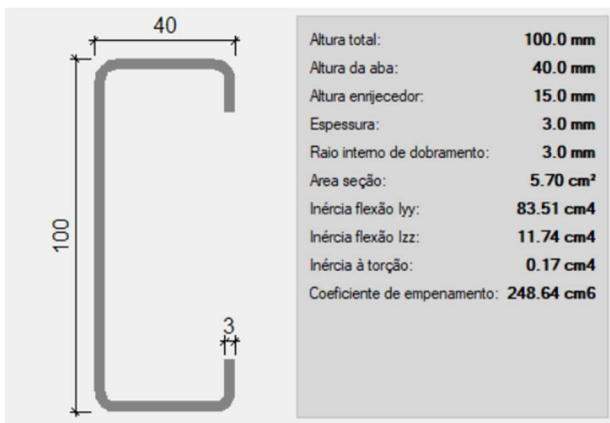


Figura 10 - Perfil Ue. Fonte: CYPE 3D.



4.2.2. Variações adotadas

Após a escolha das dimensões e dos perfis da treliça na configuração de referência, foram elaborados mais 6 modelos com diferentes configurações na ligação dos elementos.

A intenção é partir de uma treliça na configuração de referência e ir adicionando variações que simulam algo mais próximo de uma treliça mais usualmente executada.

Para tal, se deu, inicialmente, a elaboração dos modelos de 1 a 4, sendo o modelo 1 o de referência

contendo os nós totalmente rotulados; o modelo 2, a mesma treliça com os nós dos banzos superior e inferior engastados, e barras internas ligadas com rótulas nas extremidades; o modelo 3, a treliça todo os nós formando uma ligação rígida, engastada.

Figura 11 - Modelo 1, modelo de referência com nós rotulados. Fonte: Autor.

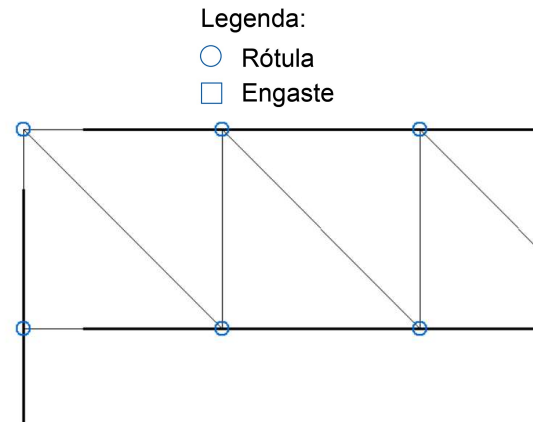


Figura 12 - Modelo 2, banzos contínuos com nós engastados, barras internas com ligação rotulada. Fonte: Autor.

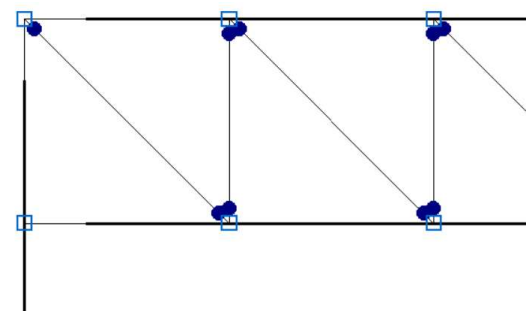
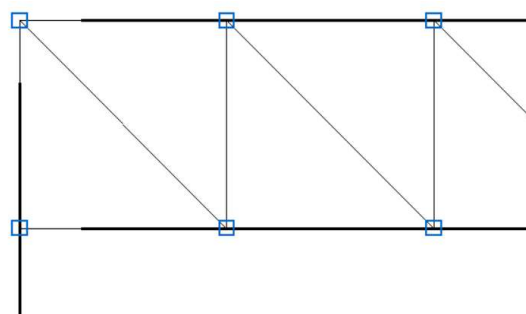
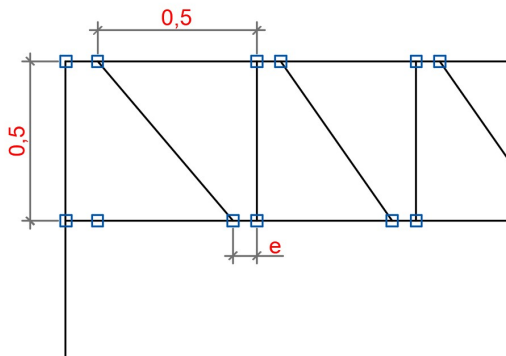


Figura 13 - Modelo 3, nós totalmente engastados. Fonte: Autor.



Por fim, para analisar o efeito das excentricidades das barras na ligação foram elaborados mais 4 modelos (modelo 4, 5, 6 e 7), onde se variou a excentricidade em proporções de 5%, 10%, 15% e 20% da altura da treliça além de acrescentar uma excentricidade de 10cm, entre o eixo do pilar e onde realmente será feito a ligação pilar-treliça (afim de considerar a diferença entre um diagrama unifilar da estrutura e a dimensão real dos perfis).

Figura 14 - Esquema genérico das excentricidades nos nós.  
Fonte: Autor.



Quadro 1 - Excentricidades adotadas nos modelos.  
Fonte: Autor

Modelo	e (%)	e (cm)	Descrição
1	0	0	Referência
2	0	0	Banzos contínuos e barras internas rotuladas
3	0	0	Nós rígidos
4	5	2,5	Nós rígidos com excentricidade
5	10	5	Nós rígidos com excentricidade
6	15	7,5	Nós rígidos com excentricidade
7	20	10	Nós rígidos com excentricidade

### 4.3. Carregamentos

#### 4.3.1. Treliça de referência

Após a escolha das dimensões e perfis para as treliças estudadas, fazendo uso do CYPE 3D, foram inseridas cargas de forma que os perfis escolhidos estivessem em sua máxima capacidade de solicitação, a carga adotada foi padrão nos modelos de 1 à 7, variando apenas os modelos conforme descrito no item 4.2.2. e não necessariamente representam uma estrutura em solicitação real.

Figura 15 - Carregamentos na treliça de referência. Fonte: Autor.



#### 4.3.2. Análise da capacidade de carga dos elementos

Nesta etapa, o objetivo foi encontrar o máximo valor que pode ser aplicado nos mesmos nós, nos modelos de 4 à 7, sem que os elementos excedam suas capacidades. Para tal as cargas foram reduzidas, partindo do valor de referência (citado no item 4.3.1) até o novo limite máximo suportado por cada modelo observando se todos os elementos que compõe a treliça estivessem dentro dos padrões e verificações presentes na norma pertinente.

## 5. RESULTADOS E DISCUSSÕES

No presente capítulo deste trabalho serão apresentados os resultados obtidos durante o estudo da treliça, e como as alterações escolhidas para os elementos da estrutura interferem nos esforços, nas devidas verificações e, conseqüentemente, na capacidade de carga do elemento estrutural. Além disso, apresenta-se também o impacto na quantidade de material e como essas iterações foram evoluindo conforme cada modelo apresentado.

### 5.1. Análise das reações de apoio

Os sete modelos de treliça foram processados no software CYPE como treliças planas, e a quadro 2 sintetiza os valores obtidos para as reações de apoio dos pilares: a reação vertical  $R_z$  e o momento gerado na fundação, denominado  $M_y$ . Na tabela 1 também estão apresentados os valores de variação percentual dos modelos 2 a 7 em relação ao modelo 1 (referência).

Quadro 2 - Valores das reações de apoio. Fonte: Autor

Modelo	$R_z$ (tf)	$M_y$ (tf.m)	Diferença ( $R_z$ %)	Diferença ( $M_y$ %)
1	1,70	0,146	0,0	0,0
2	1,70	0,147	0,0	0,0
3	1,70	0,147	0,0	0,7
4	1,70	0,154	-0,1	5,2
5	1,70	0,154	0,0	5,2
6	1,70	0,153	0,0	4,6
7	1,70	0,153	0,1	4,6

Para o estudo, a diferença percentual da reação vertical na fundação não é relevante visto que as cargas aplicadas são as mesmas em todos os modelos, e, assim, as reações verticais não devem se alterar, porém como a excentricidade nas ligações altera o comprimento das barras e o *software* leva em



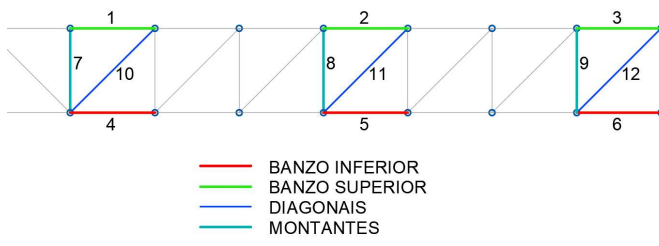
consideração o peso próprio da própria estrutura, existe uma pequena diferença entre os modelos.

Por outro lado, quando se compara os dados obtidos nos momentos em torno do eixo y da estrutura, tem-se valores que variam pouco para os modelos 2 e 3 em que não há excentricidade entre o pilar e a treliça, 5,2% para os modelos 4 e 5, e 4,6% para os modelos 6 e 7. Quando se compara a diferença percentual entre os modelos que possuem excentricidade (modelos 4, 5, 6 e 7), tomando o modelo 4 como referência, tem-se um valor de 0,7%.

**5.2. Evolução dos esforços nas barras**

A Figura 16 denota as barras que serão objetos de estudo deste capítulo, o qual busca analisar o impacto nas peças que as variações nos modelos causaram, limitando, neste momento, apenas na análise pura de quanto a barra está sendo solicitada percentualmente em relação ao que ela resiste.

Figura 16 - numeração das barras estudadas. Fonte: Autor.



Os quadros 3 e 4 sintetizam os valores obtidos a partir do software CYPE, na qual tais valores representam a porcentagem de utilização da barra, ou seja, a razão entre o valor atuante e o valor resistente. As porcentagens apresentadas na tabela são o maior valor entre todas as verificações feitas para aquele elemento, sendo que percentuais acima de 100% significam que a peça está sendo solicitada por valores acima de sua capacidade máxima, conforme as verificações de norma.

Quadro 3 - Solicitações nas barras de 1 a 6. Fonte: Autor

Modelo	Banzo Superior			Banzo Inferior		
	1	2	3	4	5	6
1	97,2	74,8	15,7	76,4	49,6	9,1
2	97,1	74,7	14,4	76,3	49,5	53,5
3	97,1	74,6	15,3	76,3	49,5	56,2
4	100,4	105,0	85,2	79,9	92,8	46,4
5	117,8	128,8	89,4	97,0	129,5	42,7
6	124,0	156,3	115,9	103,5	169,5	83,0
7	130,8	187,6	175,0	111,7	258,7	152,0

Quadro 4 - Solicitações nas barras de 7 a 12. Fonte: Autor

Modelo	Montantes			Diagonais		
	7	8	9	10	11	12
1	18,3	28,7	47,9	10,1	32,4	53,7
2	18,3	28,7	47,8	10,1	32,4	51,5
3	18,2	55,9	98,9	17,7	46,6	62,0
4	18,7	93,0	154,2	23,8	65,9	140,9
5	19,3	135,1	235,4	31,4	92,5	158,0
6	19,9	185,9	331,2	40,9	129,6	178,0
7	20,5	251,1	447,2	53,0	182,7	201,8

5.2.1. Variação na utilização devido à ligação dos elementos

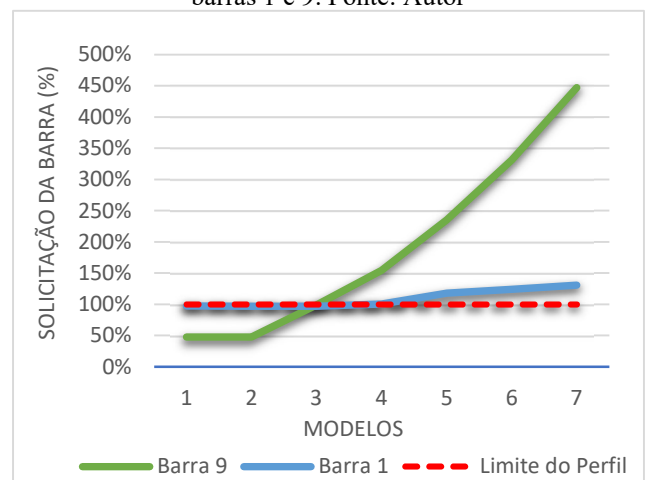
Inicialmente, ao analisar os efeitos gerados pelos diferentes tipos de modelagem adotadas para os nós neste trabalho (modelos de 1 a 3), não existe uma diferença muito discrepante no que diz respeito às barras que compõe os banzos inferior e superior com exceção da barra de número 6 no modelo de referência (modelo 1).

Quando analisa-se as barras diagonais e os montantes, é possível perceber que os modelos que possuem rótulas (1 e 2) apresentam diferença muito pequena entre si, porém o modelo que possui todos os seus nós engastados (modelo 3) tem valores percentuais maiores que os anteriores, que podem chegar a dobrar como por exemplo, na barra 9.

5.2.2. Evolução das solicitações nas barras

Para este estudo foram analisadas a barra 1, que é a mais solicitada no modelo de referência (97,2%), e a barra 9, sendo ela a que teve a maior curva de aumento em suas verificações.

Figura 17 – Variação da porcentagem de utilização das barras 1 e 9. Fonte: Autor



O gráfico da figura 17 expõe as curvas geradas como resultado dos esforços solicitantes nas barras

conforme vai se alterando os modelos. Inicialmente com a variação do tipo de nó (modelos de 1 a 3) pode-se observar que os nós rotulados não possuem diferenças significativas entre si, da mesma forma que a barra 1 também não possui uma variação tão pronunciada quando comparado com a evolução da curva da barra 9.

A linha de limite foi plotada em vermelho tracejado em 100% representando o limite suportado pelos perfis, disto, é possível observar que a partir do modelo de número 4, marco de onde passam a ser considerado as excentricidades nas ligações, já há verificações que excedem o limite resistente das peças utilizadas, sendo a excentricidade a única alteração entre os modelos.

Do mesmo gráfico, analisando os efeitos causados com a variação da excentricidade (modelos do 4 ao 7), é possível observar que a curva não segue uma tendência linear como segue a variação da excentricidade (5%, 10%, 15% e 20% da altura da treliça), tendo um crescimento maior a cada iteração, sendo a barra 9 no modelo 7 a mais solicitada tendo 447,18% de sua capacidade sendo exigida. Isso, por sua vez, pode gerar efeitos que podem agravar a solicitação nas demais barras devido a falha desta, como plastificação ou surgimento de rótula plástica no elemento, porém devido à simplicidade dos modelos e limitação dos programas utilizados até então essas possibilidades não foram considerados.

### 5.3. Análise da deformação da estrutura

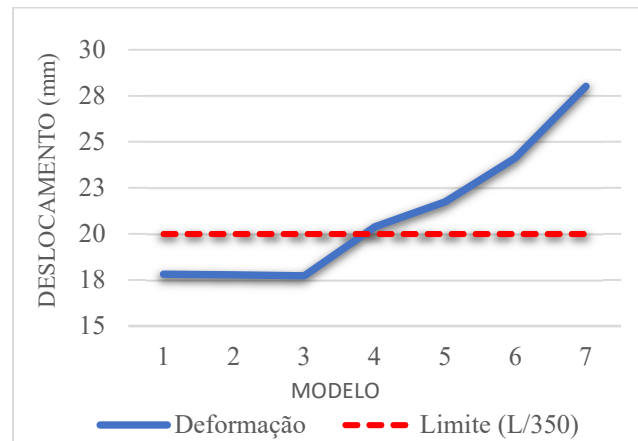
A deformada da estrutura por muita das vezes é um ponto negligenciado, porém, mesmo que todas as barras atendam as verificações e estejam abaixo de 100% de utilização, o limite de deformação é um item que deve ser observado conforme as especificações da treliça e sua utilização conforme a tabela C.1 da NBR 8800 (ABNT, 2008).

Para análise do deslocamento será tomado o nó superior da barra 7, que corresponde ao montante central da treliça, já apresentado na figura 16.

Quadro 5 - Deslocamento máximo. Fonte: Autor

Deformação		
Modelo	Deslocamento (mm)	Diferença (%)
1	17,8	0,0
2	17,8	-0,2
3	17,7	-0,4
4	20,4	14,4
5	21,7	22,1
6	24,1	35,5
7	28,0	57,4

Figura 18 - Variação do deslocamento do nó em relação à excentricidade aplicada. Fonte: Autor



À primeira vista, quando se analisa o valor de deslocamento para o nó nos três primeiros modelos, é possível verificar que há uma variação bem pequena, sendo a diferença percentual na ordem de 0,4%. Já quando se compara o modelo de referência aos modelos que possuem variação de excentricidade a diferença percentual encontrada no modelo 4, é de 14,43% correspondendo à um aumento de 2,64mm, chegando até 57,4% de diferença correspondendo a 10,29mm a mais de deformação.

Assim como no item 5.2.2, é possível observar uma tendência não linear da curva obtida ao se plotar os valores conforme apresentado no gráfico da figura 18. No mesmo gráfico a linha vermelha corresponde ao limite de deformação permitido para a treliça, assumindo o mesmo limite de vigas conforme a tabela C.1 da NBR 8800, que corresponde a L/350, que seria 20mm para o vão de 7m escolhido. Sendo assim, quando toma-se os valores obtidos, os três primeiros modelos apresentam valores que atenderiam tal verificação, enquanto os demais modelos não.

### 5.4. Análise da capacidade de carga dos modelos

Neste item do trabalho busca-se analisar o impacto que as alterações estudadas causam na carga final que a treliça suporta dentro das mesmas configurações de perfis e posicionamento de cargas, além de analisar o quantitativo de materiais que seria necessário para manter as mesmas cargas do modelo de referência em cada um dos modelos.

Para tal, foi tomado cada um dos modelos em que tiveram elementos que não passaram em alguma verificação, modelos de 4 a 7, gerada uma cópia de cada, na qual reduziu-se as cargas até que todos os elementos estivessem abaixo de sua capacidade máxima de utilização.

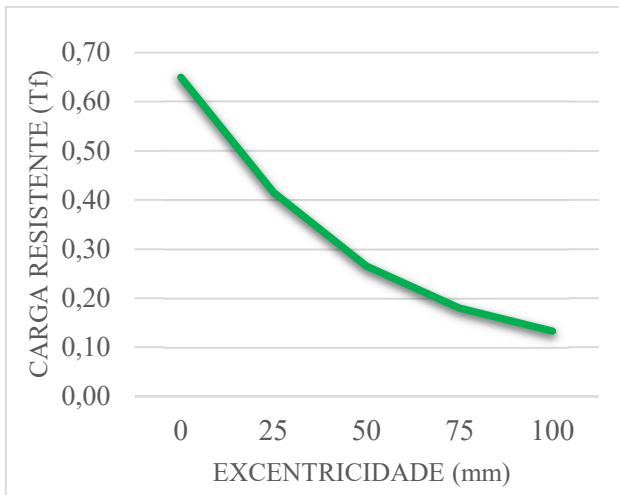
5.4.1. Carga ótima suportada

Após as iterações com as cargas e os modelos, os dados obtidos foram sintetizados no quadro 6 e no gráfico apresentado na figura 19.

Quadro 6: Carga resistente dos modelos. Fonte: Autor

Excentricidade (mm)	Modelo	Carga máxima (tf)	Diferença (%)
0	1	0,650	0,00
25	4.1	0,415	36,15
50	5.1	0,265	59,23
75	6.1	0,180	72,31
100	7.1	0,133	79,54

Figura 19 - Carga máxima resistente em relação à excentricidade. Fonte: Autor



O quadro 6 expõe os dados obtidos e a comparação dos mesmos com o modelo de referência, e faz a relação entre as cargas obtidas com os diferentes valores de excentricidade estudados.

Enquanto a tabela demonstra uma diminuição de 79,54% entre o modelo de referência e o modelo 7, pode-se verificar que à medida que excentricidade entre os elementos aumenta, a capacidade de resistência do conjunto diminui em uma tendência não linear, como evidenciado de maneira mais clara no gráfico da figura 19.

É possível observar também, através da tabela, que uma simples excentricidade de 25mm, que equivalem para esta treliça a 5% da altura de sua altura (50cm), causa uma redução de 36,15% na carga resistente máxima.

5.4.2. Novos perfis necessários

Neste capítulo buscou-se estudar o impacto que a excentricidade gera na quantidade final de materiais,

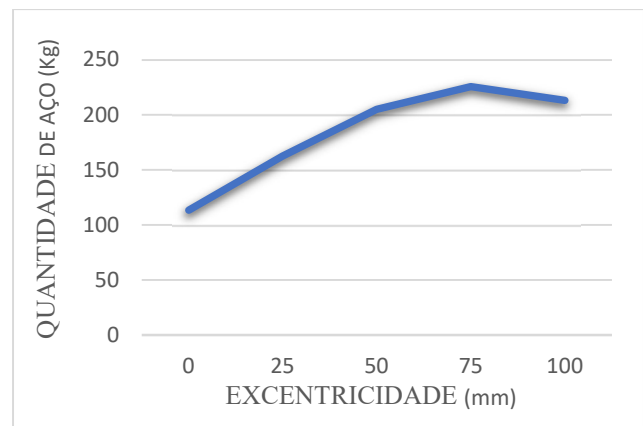
necessários para a execução do elemento estrutural estudado.

Devido ao fenômeno apresentado nos capítulos anteriores onde foi mostrado a perda de carga, para a elaboração deste capítulo manteve-se as cargas conforme o modelo de referência, escolheu-se perfis que fizessem com que as barras atendessem as solicitações a elas impostas, e por fim elaborou-se o quantitativo dos materiais em peso de aço. Os dados apresentados no quadro 7 e no gráfico da figura 20 foram retirados das respectivas tabelas “resumo de aço” fornecidas pelo CYPE 3D.

Quadro 7: Quantidade de aço dos perfis necessários para manter o mesmo carregamento de referência. Fonte: Autor

Excentricidade (mm)	Modelo	Peso em Aço (Kg)	Diferença (%)
0	1	113,56	0,0
25	4	162,56	43,1
50	5	205,07	80,6
75	6	225,72	98,8
100	7	213,11	87,7

Figura 20 - Quantidade de aço em relação à excentricidade de cada modelo. Fonte: Autor



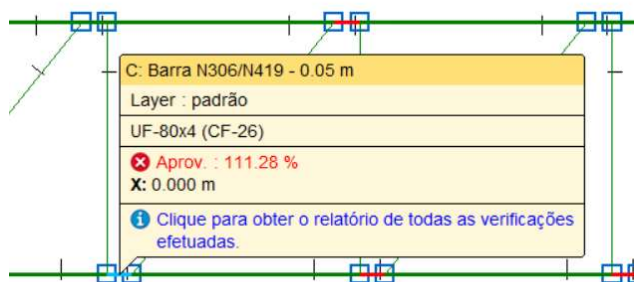
Inicialmente, a partir do quadro 7 e da figura 20, é possível verificar que a excentricidade causa uma alteração na quantidade de aço necessária para que os perfis atendam às verificações impostas.

Conforme apresentado no item 5.2, o modelo 4 já possui barras não conformes, e durante a verificação da nova quantidade de aço as barras verticais e horizontais precisaram ser substituídas por perfis do tipo U, visto que o elemento formado por cantoneira dupla já não é suficiente para suportar os esforços de momento de torção presentes no elemento. Sendo assim, a solução seguiu com a nova configuração nos perfis adotados.

No decorrer do estudo realizado neste capítulo, evidenciou-se que a introdução de excentricidades na ligação entre as diagonais e os montantes, conforme ilustrado na figura 21, resulta na formação de pequenas regiões que não atendem às verificações (Figura 21), e constatou-se que essas verificações não atendidas são as de flexo-compressão e flexo-tração. Essa constatação representa um desafio na seleção de perfis que satisfaçam todos os critérios de verificação, e para mitigar esse efeito, pode-se estudar a viabilidade de algumas alternativas. Uma delas é a implementação de um reforço localizado, através de perfis externos ou internos ao banzo, com a finalidade de acrescentar rigidez e área de aço do elemento, sendo essa uma opção mais econômica, porém acrescenta em complexidade de detalhamento, construção do elemento, modelagem, verificação do novo elemento devido às limitações dos *softwares* disponíveis. Pode-se estudar a implementação de chapas *gousset* com o intuito de enrijecer a ligação e evitando a excentricidade, porém a solução enfrenta as mesmas desvantagens apresentadas para o reforço localizado.

Finalmente, neste estudo, a escolha foi a substituição integral do perfil do banzo devido à facilidade de montagem e também de modelagem e verificação das peças, assim empregou-se um perfil com seção compatível com estes esforços locais, em todo o elemento, que por sua vez resultou em uma quantidade adicional de material, por passar a existir algumas regiões superdimensionadas, porém, proporcionou a capacidade resistiva adequada, garantindo a integridade e o desempenho da estrutura.

Figura 21 – Verificação da utilização do perfil nas regiões formadas devido à excentricidade nas ligações. Fonte: Autor



É possível observar que a quantidade necessária de material aumenta juntamente com o aumento da excentricidade, porém, neste estudo percebeu-se que o gráfico gerado não é uma curva exponencial conforme as apresentadas nos itens anteriores.

Por fim, verifica-se que no modelo 6, que possui uma excentricidade de 75mm, que corresponde a 15% da altura da treliça, observou-se o maior acréscimo no

material necessário, de 98,8%, para atender a mesma geometria e carga de referência.

## 6. CONCLUSÃO

Ao longo deste estudo, exploramos as complexidades associadas à modelagem e análise de estruturas metálicas, com foco nas implicações das excentricidades em ligações de treliças. Examinamos como possíveis erros de execução podem afetar o comportamento estrutural. Nos casos estudados, notamos que os tipos de ligação têm influência limitada nas reações de apoio, mas há diferenças significativas quando comparadas as modelagens de referência com aquelas que aplicam excentricidade.

Analisando a evolução dos esforços nas barras, identificamos variações devido às diferentes ligações, exigindo uma representação precisa no modelo. Concluímos que os esforços nas barras aumentam exponencialmente com o aumento da excentricidade, resultando na perda da capacidade resistiva e, por conseguinte, o comportamento de toda a estrutura.

Os softwares CYPE 3D e Ftool foram cruciais para analisar os elementos em regime elástico, proporcionando resultados precisos, mas limitados ao não considerar o regime plástico. Recomendamos estudos adicionais que explorem cargas fora dos nós, representando condições não ideais, e investiguem as restrições do movimento relativo entre os elementos.

Diante desses dados, enfatizamos a importância de analisar cuidadosamente o tipo de ligação e possíveis excentricidades, essencialmente quando se busca estruturas mais otimizadas, evitando desperdícios e garantindo segurança. Sugere-se ainda a expansão deste estudo para incluir cargas fora dos nós e a análise de restrições de movimento entre os elementos para futuros trabalhos nesta linha de pesquisa.



## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- CYPE INGENIEROS. **Cype 3D**. Versão 2019. Alicante: Cype Ingenieros, 2019. CD.
- MARTHA, L F. Ftool. Versão 3.0.1
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 8800: projeto de estruturas de aço e de estruturas mistas de aço e concreto de edifícios. Rio de Janeiro, 2008.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 14762: dimensionamento de estruturas de aço constituídas por perfis formados a frio. Rio de Janeiro, 2010.
- Holth, N.; McOmber, R. US-522 Main Street Bridge. fotografia. Disponível em: [https://historicbridges.org/bridges/browser/photos.php?bridgebrowser=maryland/522\\_main/&gallerynum=1&gallerysize=1](https://historicbridges.org/bridges/browser/photos.php?bridgebrowser=maryland/522_main/&gallerynum=1&gallerysize=1)). Acesso em: 29 de outubro de 2023.
- PFEIL, W.; PFEIL, M. **Estruturas de Aço: Dimensionamento Prático**. 8ª ed. Rio de Janeiro: Editora Livros Técnicos e Científicos, 2009.
- HIBBELER, R. C. **Estática Mecânica Para Engenharia**. 10ª ed. São Paulo: Editora Pearson Prentice Hall, 2005.
- NIRSCHI, G. **Esforços de estruturas lineares planas isostáticas**. IFSP campus Votuporanga, 2019.
- MAGALHÃES, J. **Sobre o projeto e a construção de estruturas metálicas espaciais**. 149p. Dissertação de Mestrado em Engenharia de Estruturas — Escola de Engenharia de São Carlos - USP, São Carlos, 1996.
- SECHALO. European Commission. **Facilitating market development for sections in industrial halls and low-rise buildings**. European Commission, Luxembourg, 2012.
- SCHMIDT, L. C. and Morgan, P. R. (1981). **"Behaviour of some joint designs in space trusses."** Metal Structures Conference, Newcastle, published by Inst. of Eng., Aust., Barton, ACT, Australia, 120 - 124.
- SCHMIDT, L. C., Morgan, P. R. and Phang P. W. (1981). **"Influence of joint eccentricity and rigidity on the load capacity of a space truss sub-assembly."** J. of Constructional Steel Research, Vol. 1, No. 4, 16-22.