



Z

Serviço Público Federal
Ministério da Educação

Fundação Universidade Federal de Mato Grosso do Sul



2024

Desenvolvimento de uma rotina computacional para fundações direta submetida a momentos fletores

João Carlos Zorzatto ^a; Andrés Batista Cheung ^b

^a Aluno de Graduação em Engenharia Civil, joaocarloszorzatto@gmail.com

^b Professor Orientador, Doutor, andres.cheung@ufms.br

Faculdade de Engenharias, Arquitetura e Urbanismo e Geografia. Universidade Federal de Mato Grosso do Sul. Av. Costa e Silva, s/nº | Bairro Universitário | 79070-900 | Campo Grande, MS, Brasil.

RESUMO

As fundações diretas são um tipo comum de fundação superficial em que a carga é transmitida ao solo, predominantemente pelas pressões distribuídas sob a base do elemento estrutural. Elas são frequentemente usadas em edificações, onde desempenham um papel estrutural na distribuição uniforme das cargas para o solo subjacente. A escolha do tipo de fundação depende de vários fatores, incluindo a natureza do solo, a magnitude das cargas e as condições locais. O cálculo das tensões na base das fundações é essencial para garantir a segurança e estabilidade dessas estruturas, e ferramentas computacionais podem auxiliar nesse processo de cálculo. Este trabalho foca na elaboração de uma rotina capaz de fazer análises de fundações diretas submetidas a momentos fletores, com o objetivo de calcular a tensão de contato. O software CALCPAD, que possui uma linguagem de programação simples, demonstrou-se eficaz para análise. Este estudo elabora uma rotina computacional e compara a importância de ferramentas computacionais no auxílio ao projeto de fundações, proporcionando maior precisão e eficiência no processo de dimensionamento e análise estrutural. Para isso foram elaborados 4 exemplos ilustrativos utilizando o script desenvolvido e os resultados foram comparados por meio de soluções manuais obtidas por ábaco, no caso da geometria circular, e tabela, no caso de retangular. Os resultados obtidos demonstraram que o software foi bem-sucedido em sua tarefa, fornecendo análises precisas para ambos os tipos de fundação.

Palavras-chave: CALCPAD; fundações diretas; solo.

ABSTRACT

Direct foundations are a common type of shallow foundation in which the load is applied to the soil, predominantly by the pressures distributed under the base of the structural element. They are frequently used in buildings, where they play a structural role in the uniform distribution of loads to the underlying soil. The choice of the type of foundation depends on several factors, including the nature of the soil, the magnitude of the loads and the local conditions. Calculating the estimates at the base of the foundations is essential to ensure the safety and stability of these structures, and computational tools can assist in this calculation process. This work focuses on the development of a routine capable of analyzing direct foundations subjected to bending moments, with the objective of calculating the contact stress. The CALCPAD software, which has a simple programming language, has proven to be effective for this analysis. This study developed a computational routine and acquired the importance of computational tools in assisting the design of foundations, providing greater precision and efficiency in the process of dimensioning and structural analysis. For this purpose, 4 illustrative examples were made using the developed script and the results were compared through manual solutions found by abacus, in the case of circular geometry, and table, in the case of rectangular. The results obtained showed that the software was successful in its task, providing accurate analyses for both types of foundation.

Keywords: CALCPAD; direct foundations, soil.

1. INTRODUÇÃO

As fundações são uma parte crucial de qualquer estrutura, pois são responsáveis por transferir as cargas da estrutura para o solo subjacente. Entre os vários tipos de fundações, as diretas são também chamadas superficiais.

A NBR 6122 (ABNT, 2019), da Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT), define as fundações diretas (superficiais) como aquelas em que a carga da estrutura é transmitida para o solo através de uma base de concreto que está em contato direto com o solo. Este tipo de fundação é geralmente usado quando o solo tem capacidade suficiente para suportar as cargas da estrutura sem a necessidade de uma fundação mais profunda. A escolha do tipo de fundação para uma edificação depende de vários fatores, incluindo a natureza do solo, a magnitude das cargas dos pilares e as condições ambientais. Em muitos casos, as fundações diretas provam ser uma solução eficaz e econômica. O cálculo das tensões na base das fundações é uma parte essencial do projeto da fundação e resulta em um problema complexo, principalmente, quando a interação solo-estrutura é conduzida. O cálculo preciso das tensões na base dessas fundações é essencial para garantir a segurança e estabilidade dessas estruturas.

2. OBJETIVO

O presente trabalho tem como objetivo implementar uma rotina computacional (*script*), no software CALCPAD, para a determinação das tensões normais de contato em fundações submetidas aos esforços verticais e momentos fletores.

3. FUNDAMENTOS TEÓRICOS

3.1 Critérios de Classificação e emprego

Todas as fundações têm a responsabilidade de assegurar a estabilidade e resistência da estrutura que suportam durante toda a sua vida útil. Portanto, as fundações devem possuir um coeficiente de segurança adequado contra o desequilíbrio e o colapso, e seus recalques devem ser compatíveis com a capacidade de deformação da estrutura apoiada e com a sua função. A escolha do tipo de fundação, sua profundidade e dimensões devem ser determinadas considerando, por um lado, a estrutura a ser suportada (especialmente as ações que transmite e sua capacidade de deformação) e, por outro lado, o terreno onde está inserido (especialmente sua resistência e deformabilidade). Além disso, as fundações devem possuir durabilidade suficiente. Isso significa que elas não devem ser afetadas pela possível agressividade do terreno e devem ser adequadamente protegidas contra ações físicas e modificações naturais ou artificiais do terreno (gelo,

alterações de volume, variações do lençol freático, escavações próximas, etc.).

As fundações são classificadas em superficiais ou diretas (sapatas e radier) e profundas (estacas). O conceito de superfície refere-se ao nível de apoio no solo firme e não à sua extensão no plano. As sapatas (fundações rasas de áreas isoladas da estrutura) são o tipo mais comum; São utilizados quando o solo já apresenta resistência média ou alta em sua superfície em relação às cargas da estrutura e é suficientemente homogêneo para que não haja recalque.

Para ter um desempenho satisfatório, as fundações rasas devem ter duas características principais:

- Elas devem estar seguras contra rupturas por cisalhamento geral no solo que as sustenta.
- Não podem sofrer deslocamento ou assentamento excessivo. (O termo excessivo é relativo, porque o grau de recalque permitido para uma estrutura depende de várias considerações).

3.2 Ações nas fundações e interação solo-estrutura da fundação

As fundações devem levar em consideração várias ações em seus cálculos. Primeiramente, as forças (axiais e momentos) transmitidas pela estrutura. Além disso, o peso próprio da fundação, do solo e dos aterros localizados nela, a pressão da terra e, se houver água, a pressão hidrostática. Sabe-se que segundo as equações de Boussinesq que as tensões geradas por uma sapata rígida no solo são não lineares e podem ser representadas e calculadas segundo as seguintes expressões, segundo (Schneider, 2012):

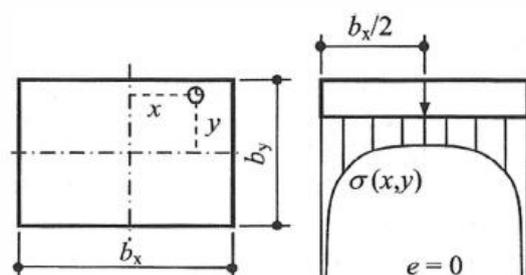
a) Tensões de contato em uma sapata rígida carregada no eixo baricêntrico:

$$\sigma(x, y) = \frac{4\sigma_m}{\pi \sqrt{\left\{ \left[1 - \left(\frac{2x}{b_x} \right)^2 \right] \left[1 - \left(\frac{2y}{b_y} \right)^2 \right] \right\}}} \quad (1)$$

Com

$$\sigma_m = \frac{V}{b_x \cdot b_y} \quad (2)$$

Figura 1: Tensões de contato em uma sapata rígida carregada no eixo baricêntrico



b) Tensões de contato em uma sapata rígida carregada excêntrica

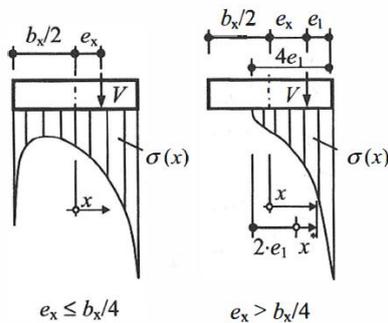
$$e_x \leq \frac{b_x}{4} : \sigma(x) = \frac{2\sigma_m}{\pi} \cdot \frac{1 + \frac{8e_x x}{b_x^2}}{\sqrt{1 - \left(\frac{2x}{b_x}\right)^2}} \quad (2)$$

Com $\sigma_m = \frac{V}{b_x}$ (3)

$$e_x > \frac{b_x}{4} : \sigma(x) = \frac{2\sigma_m}{\pi} \cdot \frac{1 + \frac{x}{2e_1}}{\sqrt{1 - \left(\frac{x}{2e_1}\right)^2}} = \frac{2\sigma_m}{\pi} \cdot \frac{\sqrt{2e_1 + x}}{\sqrt{2e_1 - x}} \quad (4)$$

Com $\sigma_m = \frac{V}{4e_1}$ (5)

Figura 2: Tensões de contato em uma sapata rígida carregada excêntrica



Nas bordas, surgem pressões de contato teoricamente infinitas, que não podem ser suportadas pelo solo na realidade. No solo, ocorre uma redução das tensões nas bordas da fundação devido à plastificação e deformação por cisalhamento, resultando em uma redistribuição das tensões para a área central da fundação.

Desta forma, para fins de simplificação, na prática, utiliza-se a distribuição de pressões uniformes (pressões médias) aplicadas no solo. A partir destas pressões aplicadas é possível comparar com a capacidade de carga que o solo é capaz de suportar.

Existem diversos fatores que influenciam o comportamento da fundação, são eles:

- O tamanho e a distribuição da pressão de base resultam da exigência de que as deformações da base da fundação sejam idênticas aos deslocamentos do solo. Os deslocamentos dependem da rigidez da estrutura e da composição do solo.
- A distribuição das forças internas da fundação reage de forma muito sensível às mudanças na distribuição da pressão no contato, sendo, portanto, de grande importância para sua determinação.
- A distribuição da carga depende da rigidez da estrutura e aumenta com a rigidez do solo.
- A concentração da pressão de contato sob os pontos de aplicação de carga é tanto mais pronunciada, e a solitação de flexão da placa de

fundação tanto menor, quanto mais flexível for a placa e mais rígido for o solo.

- O deslocamento do solo aumenta, para a mesma composição do solo, com o aumento da espessura da camada compressível.

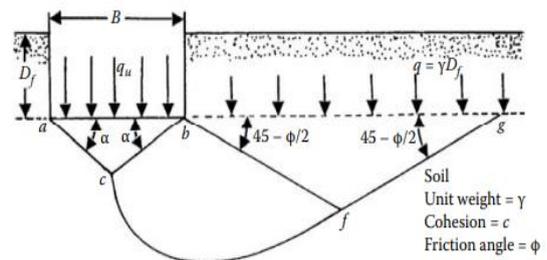
3.3 Capacidade de suporte do solo

A capacidade de suporte do solo é um conceito fundamental na engenharia civil e geotécnica, pois determina a carga máxima que o solo pode sustentar sem sofrer ruptura ou deformação excessiva. Essa capacidade é essencial para o dimensionamento adequado de fundações e estruturas, garantindo a estabilidade e segurança das construções ao longo do tempo (DAS, 2015). Uma compreensão precisa da capacidade de suporte do solo permite aos engenheiros projetar fundações que distribuam adequadamente as cargas da estrutura para o solo, minimizando riscos de falhas estruturais e garantindo a durabilidade das edificações. Existem diversos métodos para calcular a capacidade de suporte do solo, cada um adequado para diferentes condições geotécnicas e tipos de fundação.

Método de Terzaghi é amplamente utilizado para calcular a capacidade de suporte do solo para fundações superficiais (como sapatas).

Em 1948, Terzaghi (apresentou uma teoria abrangente para calcular a capacidade de suporte final de uma fundação superficial, caracterizada por sua rugosidade, rigidez e continuidade (faixa), e apoiada por uma camada uniforme de solo que se estende a uma grande profundidade. Terzaghi definiu uma fundação superficial como aquela em que a largura B é igual ou menor que sua profundidade D_f. A superfície de ruptura no solo na carga última (ou seja, q_u unidade de área da fundação) assumida por Terzaghi é mostrada na Figura 3 a seguir:

Figura 3: Superfície de falha no solo na carga máxima para uma fundação rígida áspera contínua, conforme assumido por Terzaghi.



Fonte: Adaptado de: Das (2014)

Referindo-se à Figura 3, a área de falha no solo sob a fundação pode ser dividida em três zonas principais:

- Zona ABC. Esta é uma zona elástica triangular localizada imediatamente abaixo do parte inferior da fundação. A inclinação dos lados AC e BC da cunha com a horizontal é $\alpha = \phi$ (ângulo de atrito do solo).

- Zona BCF. Esta zona é a zona de cisalhamento radial de Prandtl.
- Zona BFG. Esta zona é a zona passiva Rankine. As linhas de deslizamento nesta zona fazem ângulos de $\pm (45 - \Phi / 2)$ com a horizontal.

Observe que há também zona de cisalhamento radial de Prandtl e a zona passiva de Rankine que estão localizados à esquerda da zona triangular elástica ABC, no entanto, eles não são mostrados na figura 3.

3.3.1 Método de Capacidade de Suporte (*Bearing Capacity Equation*)

Este método considera três componentes principais que afetam a capacidade de suporte do solo: coesão (c'), ângulo de atrito interno (ϕ), e a pressão vertical aplicada (σ'), dado pelo critério de Mohr-Coulomb e definido na seguinte fórmula:

$$\tau = c' + \sigma' \tan \phi' \quad (7)$$

Em que:

- c' é a coesão efetiva do solo (kN/m²).
- σ' é a pressão vertical efetiva aplicada (kN/m²).
- ϕ' é o ângulo de atrito efetivo do solo.

3.3.2 Método de Meyerhof

Usado para calcular a capacidade de suporte do solo para fundações superficiais. Ele considera a coesão (c), o ângulo de atrito interno (ϕ), a profundidade da base da fundação (D), e a largura da base da fundação (B), dado pela seguinte fórmula: dado pela seguinte fórmula:

$$q = c' N_c + \sigma' B N_q + 0.5 \gamma' B N_\gamma \quad (8)$$

Em que:

- c' é a coesão efetiva do solo (kN/m²).
- σ' é a pressão vertical efetiva aplicada (kN/m²).
- γ' é o peso específico do solo (kN/m³).
- B é a largura da base da fundação (m).
- N_c , N_q e N_γ são fatores de capacidade de carga do solo determinados empiricamente e dependem do ângulo de atrito interno do solo.

3.3.3 Método de Vesic

É utilizado para calcular a capacidade de suporte do solo para fundações superficiais. Ele é baseado na teoria da resistência ao cisalhamento do solo.

$$q = c' N_c + \sigma' B N_q \quad (9)$$

Onde:

- c' é a coesão efetiva do solo (kN/m²).
- B é a largura da base da fundação (m).
- N_c e N_q são fatores de capacidade de carga do

solo determinados empiricamente.

3.3.4 Método de Punmia

É semelhante ao método de Terzaghi, mas é utilizado para solos coesivos. Ele calcula a capacidade de suporte do solo considerando a coesão (c), o peso específico do solo (γ), a profundidade da fundação (D), e o fator de segurança (FS).

$$q = \frac{c N_c + \gamma D N_q}{FS} \quad (10)$$

Em que:

N_c e N_q são fatores de capacidade de carga do solo determinados empiricamente.

No Brasil, o método mais popular para determinar a capacidade de suporte do solo é geralmente o método de Terzaghi. Este método é bem estabelecido, relativamente simples de aplicar e possui correlações empíricas adaptadas às condições geológicas e geotécnicas locais. Além disso, é amplamente ensinado nas universidades brasileiras e utilizado em projetos de engenharia civil e geotécnica em todo o país.

3.4 Tensões na base da fundação

A princípio toda fundação, ao receber uma carga axial “N” proveniente de um pilar, sofre esforços de compressão e tração e isso se alastra se essa carga for aplicada fora do centro de gravidade da fundação, gerando uma excentricidade que por sua vez cria um momento fletor. Para calcularmos essa tensão é simples, basta utilizarmos a equação 11:

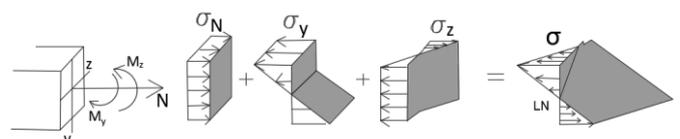
$$\sigma = \frac{N}{A} \pm \frac{M_z}{W_z} \pm \frac{M_y}{W_y} \quad (11)$$

Em que:

- σ é a tensão normal da fundação;
- N é a força normal;
- A é a área da fundação;
- M é o momento fletor;
- W é o módulo de resistência elástico.

A figura 4 a seguir demonstra o comportamento da flexão oblíqua na fundação devido aos esforços aplicados nela:

Figura 4: flexão oblíqua devido aos esforços aplicados



Fonte: Autor, 2024.

Assim, a ABNT 6122 (ABNT, 2019) dois métodos para a verificação de segurança da fundação: Método das tensões admissíveis que usa os fatores de segurança e Métodos dos Estados Limites que usa os coeficientes de ponderação de acordo com a Tabela 1.

Tabela 1 - ABNT 6122 (ABNT, 2019)

Métodos para determinação da resistência última	Coefficiente de ponderação da resistência última γ_m ^a	Fator de segurança global F_{Sg}
Semiempíricos ^a	Valores propostos no próprio processo e no mínimo 2,15	Valores propostos no próprio processo e no mínimo 3,00
Analíticos ^b	2,15	3,00
Semiempíricos ^a ou analíticos ^b acrescidos de duas ou mais provas de carga, necessariamente executadas na fase de projeto, conforme 7.3.1	1,40	2,00

^a Atendendo ao domínio de validade para o terreno local.
^b Sem aplicação de coeficientes de ponderação aos parâmetros de resistência do terreno.
^c Em todas as situações de $\gamma_m = 1,4$ (majoração) para o esforço atuante, se disponível apenas o seu valor característico; se já fornecido o valor de cálculo, nenhum coeficiente de ponderação deve ser aplicado a ele.

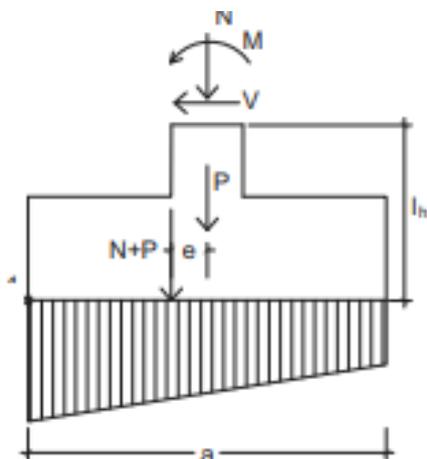
3.5 Máximos e mínimos da tensão de compressão

Para calcular a tensão máxima normal da fundação, basta somar o coeficiente resultante da divisão da força normal aplicada na área com os coeficientes das divisões dos momentos fletores pelos momentos resistentes nos eixos y e z. Para determinar a tensão mínima, é necessário subtrair o coeficiente da divisão da força normal aplicada na área pelos coeficientes das divisões dos momentos fletores em relação aos módulos resistentes nos eixos y e z, ou seja:

$$\sigma_{min} = \frac{N}{A} - \frac{M_z}{W_z} - \frac{M_y}{W_y} \quad (12)$$

Assim, obtém-se o seguinte estado de tensões de contato, conforme a figura 5:

Figura 5: distribuição trapezoidal de uma sapata

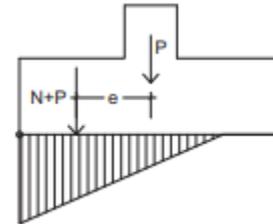


Fonte: Meseguer et al. (2009).

Entretanto se $\frac{M_z}{W_z} + \frac{M_y}{W_y} > \frac{N}{A}$, a σ_{min} será negativa, logo

uma parte da fundação estará sendo tracionada enquanto a outra estará sendo comprimida. Contudo como despreza-se a resistência à tração do solo, obtém-se o equilíbrio somente com as tensões de compressão, conforme a figura 6.

Figura 6: Distribuição triangular de tensão compressão em uma sapata.



Fonte: Meseguer et al. (2009).

3.6 Cálculos das solicitações das fundações diretas

Caso a força normal estiver sendo aplicada dentro do núcleo central de inércia, a tensão máxima será determinada pelas fórmulas conhecidas e apresentada anteriormente:

Para a secção retangular:

$$\sigma_{max}^{min} = \frac{N}{A} \pm \frac{M_x}{W_x} + \frac{M_y}{W_y} \quad (13)$$

Para a secção circular, devido a sua simetria, a expressão reduz-se a:

$$\sigma_{max}^{min} = \frac{N}{A} \pm \frac{M}{W} \quad (14)$$

Lembrando que para seção circular momento fletor total é calculado pela seguinte formula:

$$M = \sqrt{M_x^2 + M_y^2} \quad (15)$$

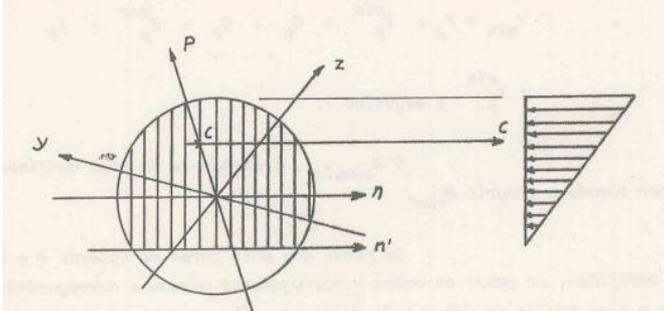
Nos casos que a força normal estiver sendo aplicada fora do núcleo central de inércia, a seção estaria sendo submetida à tração, o que é desprezado em solos. Desta forma o problema precisa ser resolvido utilizando a estratégia de *Spangenberg*.

O problema em questão envolve a determinação do eixo n', também chamado de linha neutra. Para isso, é necessário multiplicar a excentricidade do centro de ataque em relação à linha neutra, representada por C_n , pelo momento estático da área reagente em relação ao eixo n'. O resultado dessa multiplicação deve ser igual a

J' , que é o momento de inércia da mesma área em relação ao eixo n' . A figura 7 ilustra como a compressão da área se comporta com a nova linha neutra da seção.

$$c_n = \frac{J_{n'}}{S_{n'}} \quad (16)$$

Figura 7: Representação da área comprimida e a nova linha neutra da figura



Fonte: Lima, 1983.

Para uma fundação de base retangular segue o mesmo raciocínio, contudo é resolvida por meio de ábacos consagrados da publicação *Beton Kalender*.

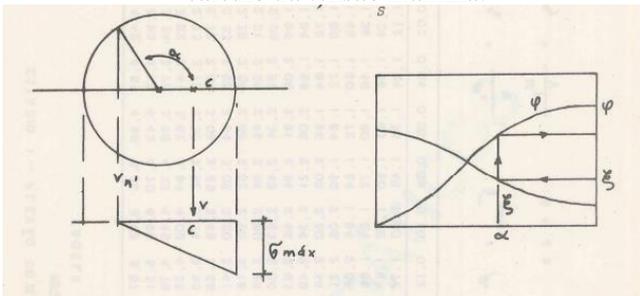
3.6.1 Cálculos da Tensão máxima de fundação direta de base circular com linha neutro fora do centroide

Para a Seção Circular, usa-se o seguinte ábaco da figura 9 que estará em anexo no final para melhor visualização no qual obtêm-se o adimensional ξ , onde $\xi = \frac{c}{R}$, em que C é a excentricidade da força normal (momento dividido pela cortante) e R é o raio da fundação. Assim a partir do ábaco encontramos o adimensional ϕ , a fim de obter a tensão máxima:

$$\sigma_{max} = \frac{N}{\phi \cdot R^2} \quad (17)$$

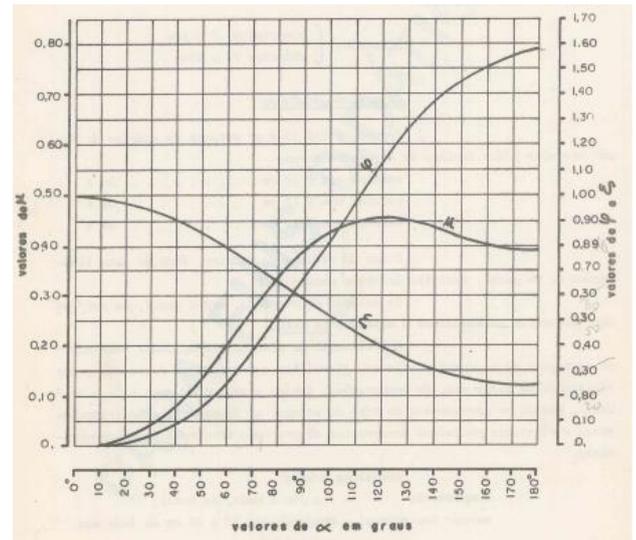
E a posição do eixo neutro n' , pelo ângulo α , de acordo com a figura 6.

Figura 8: Representação da utilização do ábaco para cálculo da tensão máxima.



Fonte: Lima, 1983.

Figura 9: Ábaco seção circular fletida resistência nula à tração, estágio I



Fonte: Lima (1983).

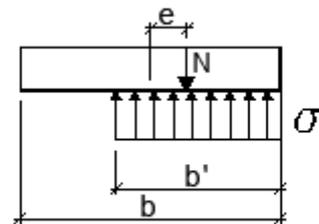
3.6.2 Cálculos da Tensão máxima de fundação direta de base retangular com linha neutro fora do centroide

Considerando uma distribuição uniforme da tensão de contato, pode-se resumir da seguinte forma:

1) Distribuição uniforme de tensão:

$$\sigma = \frac{N}{A'} \quad (18)$$

Com aplicação de carga excêntrica, a área equivalente calculada $A' = a' \cdot b'$ (ver seção) é considerada a superfície de base efetiva:

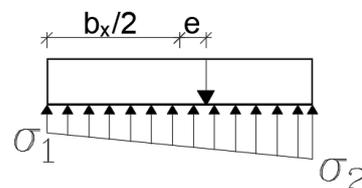


Fonte: Schneider (2012)

2) Distribuição de tensão em linha reta

- Excentricidade uniaxial $e_y = 0$ (ou $e_x = 0$)

a) $e_x \leq \frac{b_x}{6}$: $\sigma_{1,2} = \frac{N}{b_x \cdot b_y} \left(1 \pm \frac{6 \cdot e_x}{b_x} \right)$



Fonte: Schneider (2012)

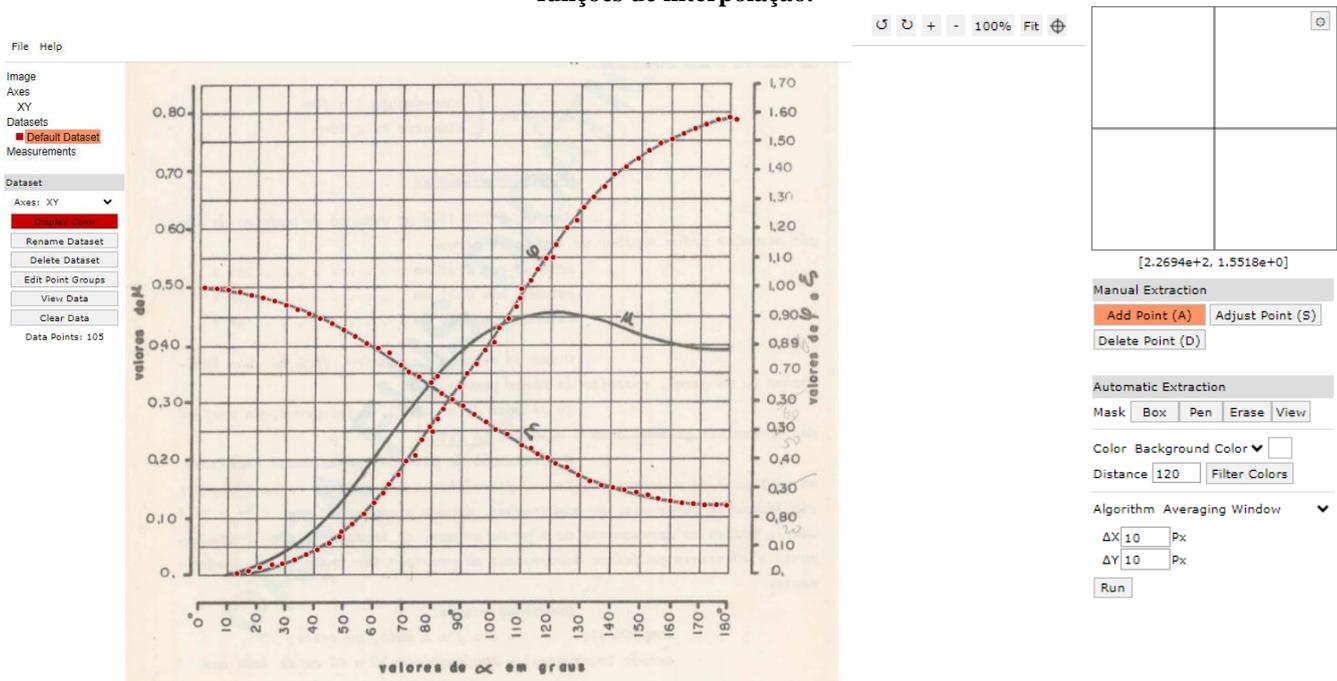
- Carga de Serviço aplicada;
- Momento Fletor no Eixo X;
- Momento Fletor no Eixo Y;
- Capacidade de tensão do solo;
- Capacidade de tensão da borda;
- Geometria da fundação e suas dimensões.

4.2 Procedimento para a digitalização dos gráficos

Primeiramente, foi necessário encontrar as funções de ϕ e ξ utilizando o ábaco. Para isso, durante a elaboração deste trabalho, foi utilizada uma ferramenta

online chamada *WebPlotDigitizer* para a obtenção dos pontos no plano cartesiano e, assim, determinar as funções ϕ e ξ . O processo envolveu a inserção da imagem do ábaco no programa. Uma vez que a imagem foi carregada e uma escala conhecida foi aplicada, foi possível garantir uma ótima precisão dos dados coletados. Com a escala em vigor, vários pontos (x, y) foram coletados diretamente do ábaco. Esses pontos foram salvos e exportados para o Excel, onde, através de ferramentas matemáticas do próprio Excel, foi possível encontrar uma função representativa. A Figura 12 a seguir mostra a ferramenta *WebPlotDigitizer*.

Figura 12: Utilização da ferramenta online *WebPlotDigitizer*, para obtenção dos pontos X e Y para a obtenção das funções de interpolação.



Fonte: Autor, 2024.

Com todos os pontos do plano cartesiano do ábaco salvos no Excel, plotamos um gráfico e escolhemos uma função que mais se aproxima dos resultados. No caso da função ϕ , uma função cúbica é suficiente, e como sua fórmula é:

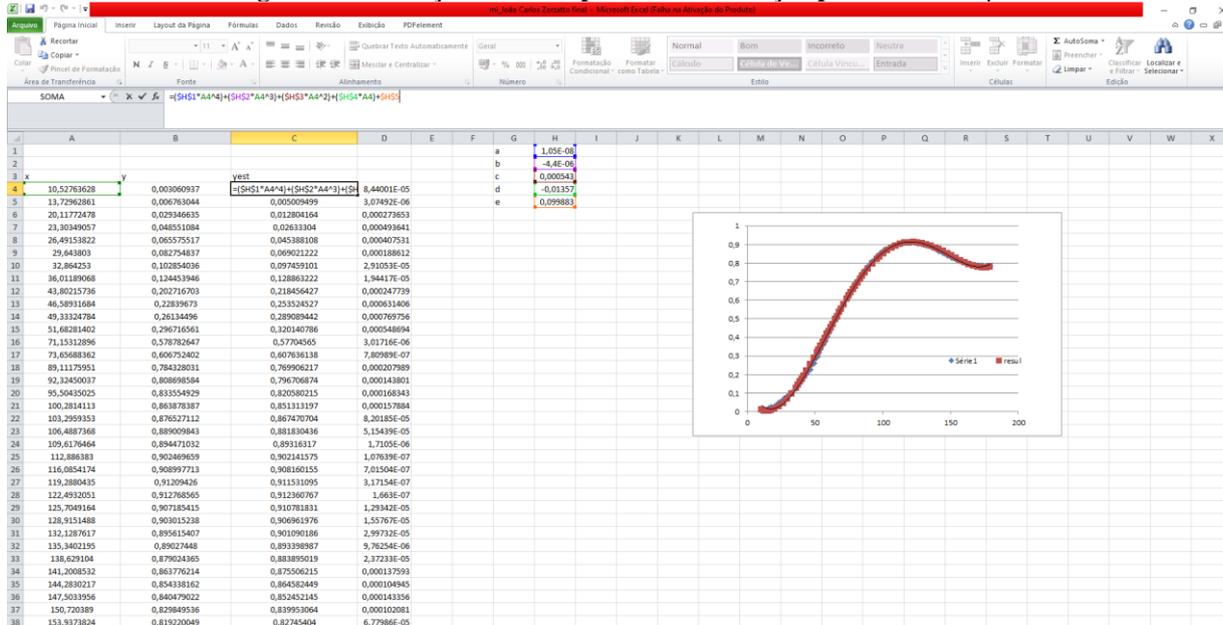
$$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$$

É necessário obter os 4 coeficientes. Para isso, utilizou-se o Método dos Mínimos Quadrados (MMQ), uma

técnica de otimização matemática que busca encontrar o melhor ajuste para um conjunto de dados, tentando minimizar a soma dos quadrados das diferenças entre o valor estimado e os dados observados (resíduos).

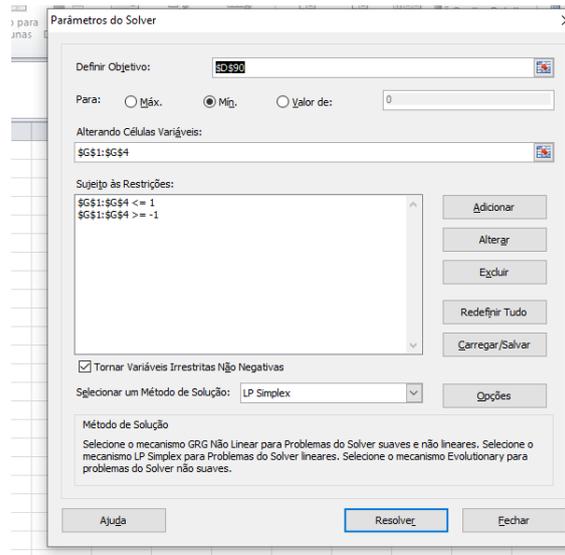
As Figuras 13 e 14 mostram a etapa da construção da função de ajuste das Tabelas utilizando a ferramenta solver do Excel.

Figura 13: utilização do Excel para achar a função polinomial de ϕ .



Fonte: Autor, 2024

Figura 14: ferramenta “solver” do Excel

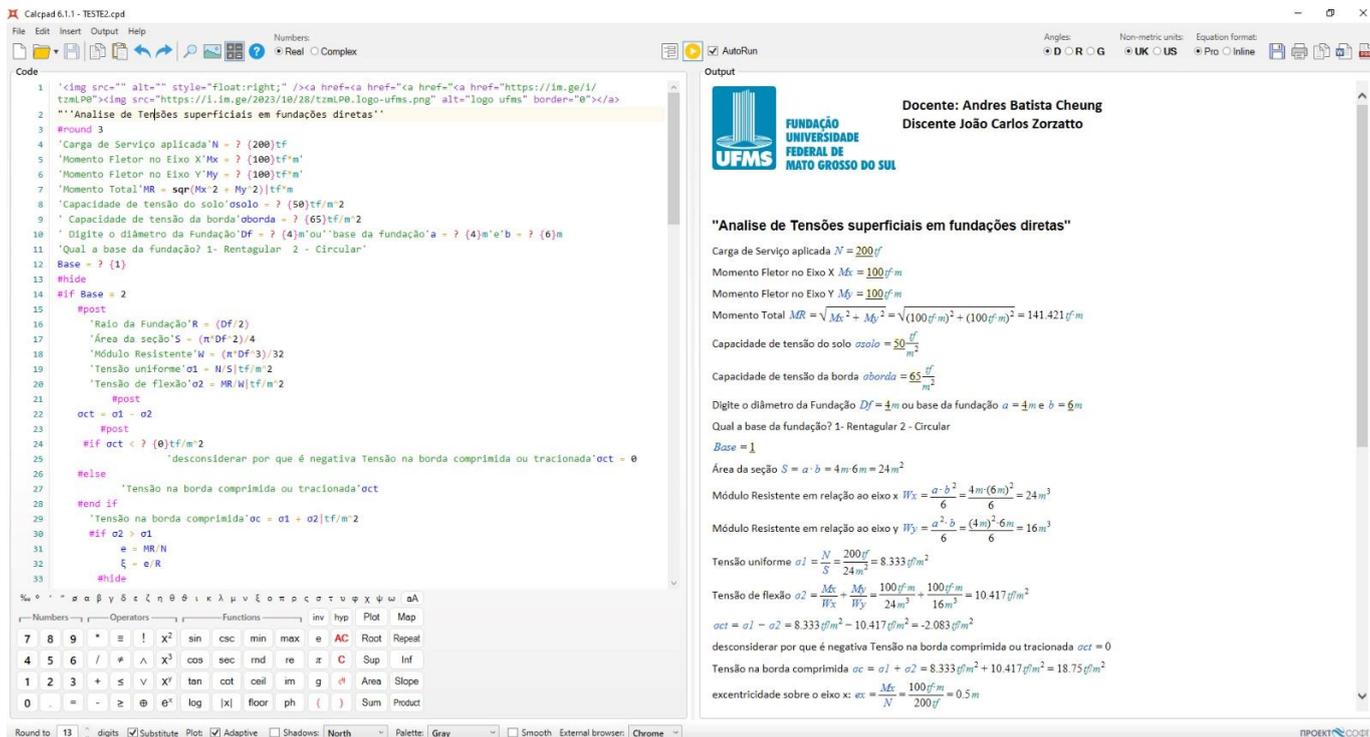


Fonte: Autor, 2024.

Portanto, encontramos as funções de ϕ e ξ referentes ao ábaco da seção circular. Resta agora encontrar uma função referente à tabela da seção retangular apresentada no Beton Kalender. No entanto, essa tabela se baseia na interação de dois valores, logo, a função que melhor a representa é uma função de duas variáveis, $f(x, y)$, onde “x” seria o momento fletor do eixo x pela dimensão do próprio eixo e “y” segue o mesmo princípio. Para encontrá-la, utilizou-se o processo supracitado de obtenção dos valores de ϕ e ξ através do ábaco. Assim, a função $f(x, y)$

que mais se assemelha possui grau 7, cuja fórmula está anexada no final. Utilizando o Método dos Mínimos Quadrados (MMQ) e o “Solver”, foram encontrados os coeficientes. Com os parâmetros ϕ e ξ do ábaco e a função $f(x, y)$, agora é possível criar um software no site calcpad.eu, que irá analisar as fundações diretas submetidas ao momento, conforme mostrado na Figura 15 a seguir:

Figura 15: Criação do software no CALCPAD



Fonte: Autor, 2024.

5. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Encontramos a seguintes funções de ϕ e ξ referente ábaco da seção circular:

$$\phi = f(x) = -8.79731022796249 * 10^{-7} * x^3 + 0.00025583254268910 * x^2 - 0.00946698292188777 * x + 0.100308343127884 \quad (22)$$

$$\xi = f(x) = 8583.4 * x^6 - 38000 * x^5 + 66712 * x^4 - 59874 * x^3 + 29123 * x^2 - 7463 * x + 920.89 \quad (23)$$

Nota-se que a incógnita “x” na primeira função é a relação entre o momento resultante pelo esforço normal, o que corresponde a excentricidade do carregamento normal em relação ao centroide.

Para verificar a precisão das rotinas desenvolvidas foram testados 4 exemplos, São eles:

- 2 para fundações circulares;
- 2 para retangulares.

Em todos os testes foram consideradas, a tensão admissível do solo em 50 tf/m² e a capacidade de tensão da borda da fundação em 65 tf/m². Vale ressaltar que, a antiga norma NBR 6122 (ABNT, 1996) e autores como Campos (1996) sugerem que a tensão da borda seja majorada em 30% de seu valor original. O usuário pode optar por não usar tal coeficiente de majoração.

5.1 Exemplo 1 - fundação circular

Dados da fundação são:

- Carga de Serviço aplicada N = 200tf
- Momento Fletor no Eixo X = 50 tf.m
- Momento Fletor no Eixo Y = 40 tf.m
- Raio da fundação = 2 m

O resultado calculado está apresentado na figura 14:

Figura 16: Exemplo 1 - software no CALCPAD

Digite o diâmetro da Fundação $Df = 4m$ ou base da fundação $a = 4m$ e $b = 2m$
 Qual a base da fundação?
 1-Retangular 2-Circular
 Momento Total $MR = \sqrt{Mx^2 + My^2} = \sqrt{(50tf.m)^2 + (40tf.m)^2} = 64.031tf.m$
 Raio da Fundação $R = \frac{Df}{2} = \frac{4m}{2} = 2m$
 Área da seção $S = \frac{\pi \cdot Df^2}{4} = \frac{3.142 \cdot (4m)^2}{4} = 12.566m^2$
 Módulo Resistente $W = \frac{\pi \cdot Df^3}{32} = \frac{3.142 \cdot (4m)^3}{32} = 6.283m^3$
 Tensão uniforme $\sigma_1 = \frac{N}{S} = \frac{200tf}{12.566m^2} = 15.915tf/m^2$
 Tensão de flexão $\sigma_2 = \frac{MR}{W} = \frac{64.031tf.m}{6.283m^3} = 10.191tf/m^2$
 $\sigma_{ct} = \sigma_1 - \sigma_2 = 15.915tf/m^2 - 10.191tf/m^2 = 5.725tf/m^2$
 Tensão na borda comprimida ou tracionada $\sigma_{ct} = 5.725tf/m^2$
 Tensão na borda comprimida $\sigma_c = \sigma_1 + \sigma_2 = 15.915tf/m^2 + 10.191tf/m^2 = 26.106tf/m^2$
 $\sigma_{final} = \sigma_c = 26.106tf/m^2$

'Dimensão suficiente pois $\sigma_{final} < \sigma_{borda}$ '

Fonte: Autor, 2024.

Nota –se um bom resultado no cálculo e leitura dos dados inserido visto que a borda da fundação não sofreu nenhuma tração, também podemos concluir que a tensão final está bem longe tensão da borda (65 tf/m².) o que significa que podemos diminuir as dimensões das fundações por uma questão de economia e mantendo a mesma segurança da estrutura.

Agora para o próximo teste será aplicado cargas maiores a fim de testar como a fundação se comporta em uma situação mais crítica

5.2 Exemplo 2 - fundação circular

Dados aplicados na fundação são:

- Carga de Serviço aplicada N = 200tf
- Momento Fletor no Eixo X = 100 tf.m
- Momento Fletor no Eixo Y = 120 tf.m
- Raio da fundação 2 m

Dando o seguinte resultado conforme a figura 17:

Figura 17: Exemplo 2 software no CALCPAD

$$\text{Momento Total } MR = \sqrt{Mx^2 + My^2} = \sqrt{(100\text{tf}\cdot\text{m})^2 + (120\text{tf}\cdot\text{m})^2} = 156.205\text{tf}\cdot\text{m}$$

$$\text{Raio da Fundação } R = \frac{Df}{2} = \frac{4\text{m}}{2} = 2\text{m}$$

$$\text{Área da seção } S = \frac{\pi \cdot Df^2}{4} = \frac{3.142 \cdot (4\text{m})^2}{4} = 12.566\text{m}^2$$

$$\text{Módulo Resistente } W = \frac{\pi \cdot Df^3}{32} = \frac{3.142 \cdot (4\text{m})^3}{32} = 6.283\text{m}^3$$

$$\text{Tensão uniforme } \sigma_1 = \frac{N}{S} = \frac{300\text{tf}}{12.566\text{m}^2} = 23.873\text{tf/m}^2$$

$$\text{Tensão de flexão } \sigma_2 = \frac{MR}{W} = \frac{156.205\text{tf}\cdot\text{m}}{6.283\text{m}^3} = 24.861\text{tf/m}^2$$

$$\sigma_{ct} = \sigma_1 - \sigma_2 = 23.873\text{tf/m}^2 - 24.861\text{tf/m}^2 = -0.9876\text{tf/m}^2$$

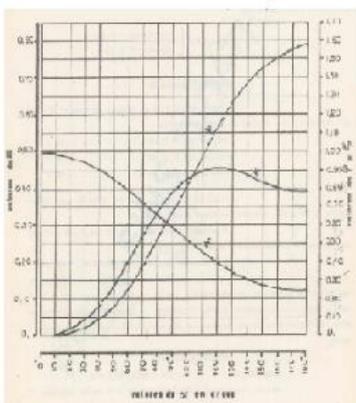
desconsiderar por que é negativa Tensão na borda comprimida ou tracionada $\sigma_{ct} = 0$

$$\text{Tensão na borda comprimida } \sigma_c = \sigma_1 + \sigma_2 = 23.873\text{tf/m}^2 + 24.861\text{tf/m}^2 = 48.734\text{tf/m}^2$$

$$e = \frac{MR}{N} = \frac{156.205\text{tf}\cdot\text{m}}{300\text{tf}} = 0.5207\text{m}$$

$$\xi = \frac{e}{R} = \frac{0.5207\text{m}}{2\text{m}} = 0.2603$$

Utilizando o ábaco encontramos o ϕ



$$\sigma_{final} = \frac{N}{\phi \cdot R^2} = \frac{300\text{tf}}{1.527 \cdot (2\text{m})^2} = 49.124\text{tf/m}^2$$

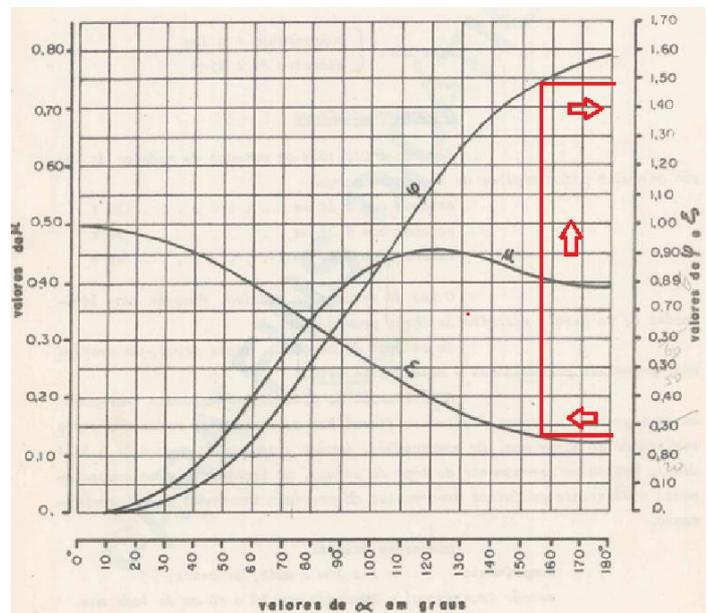
' Dimensão suficiente pois $\sigma_{final} < \sigma_{borda}$ '

Fonte: Autor, 2024

O software continua retornando um bom resultado no cálculo e leitura dos dados inseridos visto

que a borda da fundação agora sofreu tração e precisou da utilização do ábaco e se ler o ábaco e fazer uma estimativa visual aproximada do valor do coeficiente ϕ será próximo, também podemos concluir que a tensão final está longe tensão da borda (65 tf/m².) o que significa que podemos diminuir as dimensões da fundação por uma questão de economia e mantendo a segurança da estrutura. Para verificar a precisão do programa, será feito um cálculo manual utilizando o ábaco, permitindo a comparação dos resultados. Dessa forma, será possível analisar as diferenças entre os cálculos do software e os valores obtidos manualmente. A figura 18 a seguir mostra o ábaco caso fosse lido pelo usuário.

Figura 18: Exemplo 2 calculado manualmente



Fonte: Autor, 2024

Houve uma diferença na leitura do ábaco entre o cálculo feito manualmente e o realizado pelo software. Enquanto o software apresentou um valor de 1,52, o cálculo manual resultou em 1,48. Essa diferença é mínima, correspondendo a uma variação de aproximadamente 2,7% o que retorna o valor da tensão final em 50,67 tf/m², comparado com o resultado do software de 49,124 tf/m² é insignificante. Isso indica que ambos os métodos estão bastante alinhados, reforçando a confiabilidade do programa.

5.3 Exemplo 3 - fundação retangular:

Os seguintes dados aplicados na fundação são:

- Carga de Serviço aplicada N = 200 tf
- Momento Fletor no Eixo X = 35 tf.m
- Momento Fletor no Eixo Y = 40 tf.m
- Base maior da fundação = 4 m
- Base menor da fundação = 2 m

Dando o seguinte resultado conforme a figura 19:

Figura 19: Exemplo 3 - software no CALCPAD

Digite o diâmetro da Fundação $Df = 4m$ ou base da fundação $a = 4m$ e $b = 2m$
 Qual a base da fundação?
 1-Retangular 2-Circular
 Área da seção $S = a \cdot b = 4m \cdot 2m = 8m^2$
 Módulo Resistente em relação ao eixo x $W_x = \frac{a \cdot b^2}{6} = \frac{4m \cdot (2m)^2}{6} = 2.667m^3$
 Módulo Resistente em relação ao eixo y $W_y = \frac{a^2 \cdot b}{6} = \frac{(4m)^2 \cdot 2m}{6} = 5.333m^3$
 Tensão uniforme $\sigma_1 = \frac{N}{S} = \frac{200tf}{8m^2} = 25tf/m^2$
 Tensão de flexão $\sigma_2 = \frac{M_x}{W_x} + \frac{M_y}{W_y} = \frac{35tf \cdot m}{2.667m^3} + \frac{40tf \cdot m}{5.333m^3} = 20.625tf/m^2$
 $\sigma_{ct} = \sigma_1 - \sigma_2 = 25tf/m^2 - 20.625tf/m^2 = 4.375tf/m^2$
 Tensão na borda comprimida ou tracionada $\sigma_{ct} = 4.375tf/m^2$
 Tensão na borda comprimida $\sigma_c = \sigma_1 + \sigma_2 = 25tf/m^2 + 20.625tf/m^2 = 45.625tf/m^2$
 $\sigma_{final} = \sigma_c = 45.625tf/m^2$

' Dimensão suficiente pois $\sigma_{final} < \sigma_{borda}$ '

Fonte: Autor, 2024.

Observa-se um bom resultado no cálculo e na leitura dos dados inseridos, pois a borda da fundação não sofreu tração. Além disso, a tensão final continua abaixo da tensão na borda ($70 tf/m^2$).

5.4 Exemplo 4 - fundação retangular:

Os seguintes dados aplicados na fundação são:

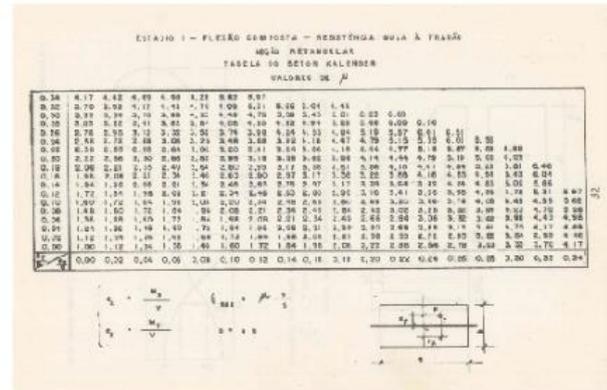
- Carga de Serviço aplicada $N = 200tf$
- Momento Fletor no Eixo X = $70 tf \cdot m$
- Momento Fletor no Eixo Y = $80 tf \cdot m$
- Base maior da fundação = $4 m$
- Base menor da fundação = $2 m$

Dando o seguinte resultado conforme a figura 20 na página a seguir.

Figura 20: Exemplo - 4 software no CALCPAD

Área da seção $S = a \cdot b = 4m \cdot 2m = 8m^2$
 Módulo Resistente em relação ao eixo x $W_x = \frac{a \cdot b^2}{6} = \frac{4m \cdot (2m)^2}{6} = 2.667m^3$
 Módulo Resistente em relação ao eixo y $W_y = \frac{a^2 \cdot b}{6} = \frac{(4m)^2 \cdot 2m}{6} = 5.333m^3$
 Tensão uniforme $\sigma_1 = \frac{N}{S} = \frac{200tf}{8m^2} = 25tf/m^2$
 Tensão de flexão $\sigma_2 = \frac{M_x}{W_x} + \frac{M_y}{W_y} = \frac{70tf \cdot m}{2.667m^3} + \frac{80tf \cdot m}{5.333m^3} = 41.25tf/m^2$
 $\sigma_{ct} = \sigma_1 - \sigma_2 = 25tf/m^2 - 41.25tf/m^2 = -16.25tf/m^2$
 desconsiderar por que é negativa Tensão na borda comprimida ou tracionada $\sigma_{ct} = 0$
 Tensão na borda comprimida $\sigma_c = \sigma_1 + \sigma_2 = 25tf/m^2 + 41.25tf/m^2 = 66.25tf/m^2$
 excentricidade sobre o eixo x: $e_x = \frac{M_x}{N} = \frac{70tf \cdot m}{200tf} = 0,35m$
 excentricidade sobre o eixo y: $e_y = \frac{M_y}{N} = \frac{80tf \cdot m}{200tf} = 0,4m$
 $\frac{e_x}{a} = \frac{0,35m}{4m} = 0,0875$
 $\frac{e_y}{b} = \frac{0,4m}{2m} = 0,2$

Usado esses valores na Tabela do Beton Kalender para encontrar o valor de μ



$\mu = 3.15$

logo a tensão máxima da fundação será:

$$\sigma_{final} = \frac{\mu \cdot N}{S} = \frac{3.15 \cdot 200tf}{8m^2} = 78.71tf/m^2$$

'Aumente a área da fundação pois $\sigma_{final} > \sigma_{borda}$ '

Fonte: Autor, 2024

O software continua retornando um bom resultado no cálculo e leitura dos dados inseridos visto que a borda da fundação agora sofreu tração e precisou da utilização da tabela de Beton Kalender para encontrar o coeficiente μ , entretanto é evidente 2 pontos, o primeiro é q o coeficiente μ que retornou o resultado de "3,15" não está de acordo com a tabela pois se conferir as 2 excentricidades dividas respectivamente por sua base ($\frac{e_x}{a} = 0,0875$ e $\frac{e_y}{b} = 0,2$) o resultado mais preciso seria o valor de "2,99", ou seja teve um erro de 5,35 % entretanto esse erro é justificado pela forma que o software que encontrou esse valor que é através da função $f(x,y)$ que pelo método dos mínimos quadrados apresenta um pequeno erro devido a interpolação da tabela e mesmo assim esse erro está a favor da segurança já que o coeficiente encontrando irá majorar a tensão

máxima da fundação em vez de reduzi-la podendo gerar danos futuros.

Outro ponto a ser notável é que nesse caso a tensão final da fundação ultrapassou a tensão da borda o que mostra o retorno do software em aumentar a fundação (também é evidente que mesmo que o coeficiente correto fosse utilizado a tensão final iria continuar ultrapassando a tensão da borda já que $\frac{2,99 \cdot 200}{8} = 74,75$), assim se aumentarmos em 50 cm a base menor da fundação ela já estaria segura conforme a figura 21 a seguir:

Figura 21: Exemplo 4 - software no CALCPAD com dimensão ajustada

Área da seção $S = a \cdot b = 4m \cdot 2.5m = 10m^2$

Módulo Resistente em relação ao eixo x $W_x = \frac{a \cdot b^2}{6} = \frac{4m \cdot (2.5m)^2}{6} = 4.167m^3$

Módulo Resistente em relação ao eixo y $W_y = \frac{a^2 \cdot b}{6} = \frac{(4m)^2 \cdot 2.5m}{6} = 6.667m^3$

Tensão uniforme $\sigma_1 = \frac{N}{S} = \frac{200tf}{10m^2} = 20tf/m^2$

Tensão de flexão $\sigma_2 = \frac{M_x}{W_x} + \frac{M_y}{W_y} = \frac{70tf \cdot m}{4.167m^3} + \frac{80tf \cdot m}{6.667m^3} = 28.8tf/m^2$

$\sigma_{ct} = \sigma_1 - \sigma_2 = 20tf/m^2 - 28.8tf/m^2 = -8.8tf/m^2$

desconsiderar por que é negativa Tensão na borda comprimida ou tracionada $\sigma_{ct} = 0$

Tensão na borda comprimida $\sigma_c = \sigma_1 + \sigma_2 = 20tf/m^2 + 28.8tf/m^2 = 48.8tf/m^2$

excentricidade sobre o eixo x: $e_x = \frac{M_x}{N} = \frac{70tf \cdot m}{200tf} = 0.35m$

excentricidade sobre o eixo y: $e_y = \frac{M_y}{N} = \frac{80tf \cdot m}{200tf} = 0.4m$

$\frac{e_x}{a} = \frac{0.35m}{4m} = 0.0875$

$\frac{e_y}{b} = \frac{0.4m}{2.5m} = 0.16$

Usado esses valores na Tabela do Beton Kalender para encontrar o valor de μ

$\mu = 2.92$

logo a tensão máxima da fundação será:

$\sigma_{final} = \frac{\mu \cdot N}{S} = \frac{2.92 \cdot 200tf}{10m^2} = 58.37tf/m^2$

' Dimensão suficiente pois $\sigma_{final} < \sigma_{borda}$ '

Fonte: Autor, 2024

O software desenvolvido no CALCPAD para analisar fundações diretas submetidas a momentos de base circular e retangular teve bom desempenho. A precisão obtida para ambos os tipos de fundação foi alta, os testes feitos no programa considerou aplicar valores de dimensões da fundação representando a realidade da

engenharia civil, ou seja, para fundações de base retangular considerou valores da base da fundação a partir de 0,6 metros já que é a dimensão mínima para uma sapata segunda a NBR 6122 (ABNT, 2010. A análise das fundações diretas, tanto de base circular quanto retangular, mostrou resultados consistentes e precisos. O software foi capaz de lidar com a complexidade dessas análises, fornecendo resultados que são úteis para a prática de engenharia. No entanto, foi observado um erro desprezível para a base retangular. Isso pode ser atribuído à função de duas variáveis de x e y da tabela Beton Kalender, que não foi tão precisa quanto esperado. Embora essa imprecisão tenha introduzido diferenças nos resultados, a magnitude desse erro foi pequena o suficiente para ser considerada desprezível. A precisão da fundação circular foi significativamente mais alta. Isso pode ser atribuído aos pontos precisos do plano cartesiano obtidos pela ferramenta online WebPlotDigitizer, que foram de extrema importância para a obtenção das funções de ϕ e ξ . Essa precisão adicional na fundação circular demonstra o valor da integração de ferramentas digitais precisas no processo de análise.

6. CONCLUSÃO

Este trabalho apresentou um estudo sobre fundações diretas submetidas a momentos. O Trabalho apresentou o desenvolvimento e a implementação de um software no CALCPAD para a análise de fundações diretas submetidas a momentos, com foco em bases circulares e retangulares.

Através da utilização das funções ϕ e ξ do ábaco e da função $f(x,y)$ da tabela Beton Kalender, o software foi capaz de realizar análises precisas e confiáveis. Foi observado um erro de aproximadamente 5,35% na análise de bases retangulares, atribuído à imprecisão da função de duas variáveis da tabela Beton Kalender. Apesar deste pequeno erro, a utilidade e a precisão do software não foram significativamente afetadas. A precisão da análise da fundação circular foi destacada, sendo significativamente mais alta em comparação com a base retangular. Isso foi atribuído aos pontos precisos do plano cartesiano obtidos pela ferramenta online WebPlotDigitizer, que foram fundamentais para a obtenção das funções de ϕ e ξ .

7. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. ABNT NBR 6122: Projeto e execução de fundações. Rio de Janeiro, 1996

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. ABNT NBR 6122: Projeto e execução de fundações. Rio de Janeiro, 2010

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. ABNT **NBR 6122: Projeto e execução de fundações**. Rio de Janeiro, 2019.

CAMPOS, J.C. **Elementos de fundações em concreto**. Oficina de Textos, 2015. 727 p. ISBN 978-85-7975-169-1 e 978-85-7975-199-8.

DAS, B.M. **Principles of Foundation Engineering**. 8. ed., 2014. ISBN 978-1-305-08155-0.

DAS, B.M. **SHALLOW FOUNDATIONS: Bearing Capacity and Settlement**. 2. ed. ,2009. ISBN 978-1-4200-7006-4.

LIMA, J.F. **Pontes em Concreto Armado**., 1983. 116 p.

MESEGUER, A.G; CABRÉ, F.M.; PORTERO, J.C.A. **Jiménez Montoya Hormigón armado**. 15. ed. rev. e atual.: Editorial Gustavo Gili, SL, 2009. 629 p. ISBN 978-84-252-2.

PIANCASTELLI,E.M. **Alertas sobre tensões de contato de fundações superficiais e programa de cálculo de tensões de contato**. 2010. 16 p. Nota de aula. Escola de Engenharia da UFMG.

PHAM, Q.N.; OHTSUKA, S.; ISOBE, K.; FUKUMOTO, Y.; HOSHINA, T. Ultimate bearing capacity of rigid footing under eccentric vertical load. **Soils and Foundations**, v. 59, p. 1980-1991, 2019.

DOI:

<https://doi.org/10.1016/j.sandf.2019.09.004>

RAO, P.; LIU, Y.; CUI, J. Bearing capacity of strip footings on two-layered clay under combined loading. **Computers and Geotechnics**, , v. 69, p. 210-218, 2015. DOI:

<https://doi.org/10.1016/j.compgeo.2015.05.018>

SCHNEIDER, K. J. **Bautabellen für Ingenieure mit Berechnungshinweisen und Beispielen**. 8. ed. Stamford: Cengage Learning, 16. ed. Boca Raton: Wolters Kluwer Deutschland GmbH, 2012

TAIEBAT, H. A.; CARTER, J. P. Bearing capacity of strip and circular foundations on undrained clay subjected to eccentric loads. **Géotechnique**, p. 61-64, 2002.

8. ANEXOS

Ábaco seção circular fletida resistência nula à tração, estágio I

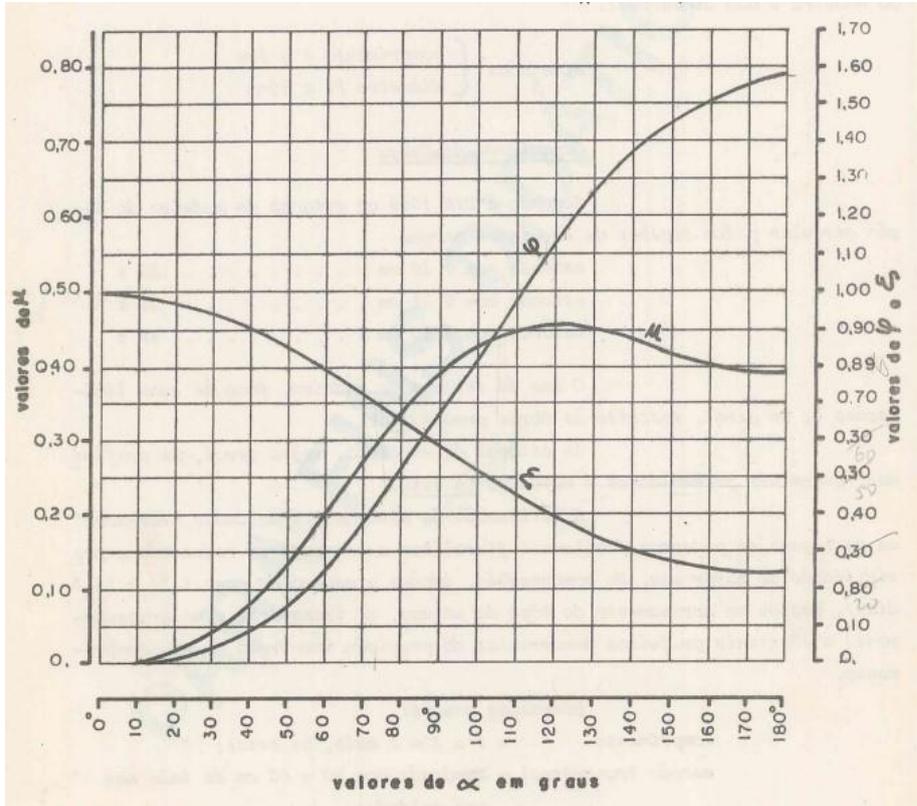


Tabela de valores da pressão máxima de canto com excentricidade de dois eixos

• Max. Eckpressung bei zweiachsiger Ausmittigkeit $\max \sigma = \mu R / (bd)$

Tafel: μ -Werte

$e_z/b \rightarrow$	0,32	3,70	3,93	4,17	4,43	4,70	4,99															
	0,30	3,33	3,54	3,75	3,98	4,23	4,49	4,78	5,09	5,43												
	0,28	3,03	3,22	3,41	3,62	3,84	4,08	4,35	4,63	4,94	5,28	5,66										
	0,26	2,78	2,95	3,13	3,32	3,52	3,74	3,98	4,24	4,53	4,84	5,19	5,57									
	0,24	2,56	2,72	2,88	3,06	3,25	3,46	3,68	3,92	4,18	4,47	4,79	5,15	5,55								
	0,22	2,38	2,53	2,68	2,84	3,02	3,20	3,41	3,64	3,88	4,15	4,44	4,77	5,15	5,57							
	0,20	2,22	2,36	2,50	2,66	2,82	2,99	3,18	3,39	3,62	3,86	4,14	4,44	4,79	5,19	5,66						
	0,18	2,08	2,21	2,35	2,49	2,64	2,80	2,98	3,17	3,38	3,61	3,86	4,15	4,47	4,84	5,28						
	0,16	1,96	2,08	2,21	2,34	2,48	2,63	2,80	2,97	3,17	3,38	3,62	3,88	4,18	4,53	4,94	5,43					
	0,14	1,84	1,96	2,08	2,21	2,34	2,48	2,63	2,79	2,97	3,17	3,39	3,64	3,92	4,24	4,63	5,09					
	0,12	1,72	1,84	1,96	2,08	2,21	2,34	2,48	2,63	2,80	2,98	3,18	3,41	3,68	3,98	4,35	4,78					
	0,10	1,60	1,72	1,84	1,96	2,08	2,20	2,34	2,48	2,63	2,80	2,99	3,20	3,46	3,74	4,08	4,49	4,99				
	0,08	1,48	1,60	1,72	1,84	1,96	2,08	2,21	2,34	2,48	2,64	2,82	3,02	3,25	3,52	3,84	4,23	4,70				
	0,06	1,36	1,48	1,60	1,72	1,84	1,96	2,08	2,21	2,34	2,49	2,66	2,84	3,06	3,32	3,62	3,98	4,43				
	0,04	1,24	1,36	1,48	1,60	1,72	1,84	1,96	2,08	2,21	2,35	2,50	2,68	2,88	3,13	3,41	3,75	4,17				
	0,02	1,12	1,24	1,36	1,48	1,60	1,72	1,84	1,96	2,08	2,21	2,36	2,53	2,72	2,95	3,22	3,54	3,93				
0,00	1,00	1,12	1,24	1,36	1,48	1,60	1,72	1,84	1,96	2,08	2,22	2,38	2,56	2,78	3,03	3,33	3,70					
	0,00	0,02	0,04	0,06	0,08	0,10	0,12	0,14	0,16	0,18	0,20	0,22	0,24	0,26	0,28	0,30	0,32					
		$e_y/d \rightarrow$																				

Tabela de Beton Kalender, flexão composta resistência nula à tração, estágio I

ESTADIO I — FLEXÃO COMPOSTA — RESISTÊNCIA NULA À TRAÇÃO
SEÇÃO RETANGULAR
TABELA DO BETON KALENDER
VALORES DE μ

0,34	4,17	4,42	4,69	4,98	5,28	5,62	5,97												
0,32	3,70	3,93	4,17	4,43	4,70	4,99	5,31	5,66	6,04	6,46									
0,30	3,33	3,54	3,75	3,98	4,23	4,49	4,78	5,09	5,43	5,81	6,23	6,69							
0,28	3,03	3,22	3,41	3,62	3,84	4,08	4,35	4,63	4,94	5,28	5,66	6,08	6,56						
0,26	2,78	2,95	3,13	3,32	3,52	3,74	3,98	4,24	4,53	4,84	5,19	5,57	6,01	6,51					
0,24	2,56	2,72	2,88	3,06	3,25	3,48	3,68	3,92	4,18	4,47	4,79	5,15	5,55	6,01	6,56				
0,22	2,38	2,53	2,68	2,84	3,02	3,20	3,41	3,64	3,88	4,15	4,44	4,77	5,15	5,57	6,08	6,69			
0,20	2,22	2,36	2,50	2,66	2,82	2,99	3,18	3,39	3,62	3,86	4,14	4,44	4,79	5,19	5,66	6,23			
0,18	2,08	2,21	2,35	2,49	2,64	2,80	2,99	3,17	3,38	3,61	3,86	4,15	4,47	4,84	5,28	5,81	6,46		
0,16	1,96	2,08	2,21	2,34	2,48	2,63	2,80	2,97	3,17	3,38	3,62	3,88	4,18	4,53	4,94	5,43	6,04		
0,14	1,84	1,96	2,08	2,21	2,34	2,48	2,63	2,79	2,97	3,17	3,39	3,64	3,92	4,24	4,63	5,09	5,66		
0,12	1,72	1,84	1,96	2,08	2,21	2,34	2,48	2,63	2,80	2,98	3,18	3,41	3,68	3,98	4,35	4,78	5,31	5,97	
0,10	1,60	1,72	1,84	1,96	2,08	2,20	2,34	2,48	2,63	2,80	2,99	3,20	3,46	3,74	4,08	4,49	4,99	5,62	
0,08	1,48	1,60	1,72	1,84	1,96	2,08	2,21	2,34	2,48	2,64	2,82	3,02	3,25	3,52	3,84	4,23	4,70	5,28	
0,06	1,36	1,48	1,60	1,72	1,84	1,96	2,08	2,21	2,34	2,49	2,66	2,84	3,06	3,32	3,62	3,98	4,43	4,98	
0,04	1,24	1,36	1,48	1,60	1,72	1,84	1,96	2,08	2,21	2,35	2,50	2,68	2,88	3,13	3,41	3,75	4,17	4,69	
0,02	1,12	1,24	1,36	1,48	1,60	1,72	1,84	1,96	2,08	2,21	2,36	2,53	2,72	2,95	3,22	3,54	3,93	4,42	
0,00	1,00	1,12	1,24	1,36	1,48	1,60	1,72	1,84	1,96	2,08	2,22	2,38	2,56	2,78	3,03	3,33	3,70	4,17	
$\frac{e_y}{s}$	0,00	0,02	0,04	0,06	0,08	0,10	0,12	0,14	0,16	0,18	0,20	0,22	0,24	0,26	0,28	0,30	0,32	0,34	

$$\begin{cases} e_x = \frac{M_x}{V} \\ e_y = \frac{M_y}{V} \end{cases}$$

$$f_{max} = \mu \frac{V}{S}$$

$S = a \cdot b$

Função f(x,y) obtida pelo Excel para calcular valores da tabela de Beton Kalender:

$$\begin{aligned}
 f(x,y) = & -7805.79333817135x^7 + 9590.84640725426x^6y - 976.73890564536x^5y^2 + 13724.1892437758x^4y^3 \\
 & - 13726.2726870319x^3y^4 - 16530.0850579882x^2y^5 + 13023.1629671111xy^6 \\
 & + 40035.8050478014y^7 + 2626.99314708348x^6 + 4.22524275238358x^5y \\
 & - 5685.39886326222x^4y^2 - 202.851451254688x^3y^3 - 24841.3936336053x^2y^4 \\
 & - 23693.8595247160xy^5 - 23668.3609040105y^6 + 987.843908100896x^5 \\
 & - 1072.75499252975x^4y - 927.052898848551x^3y^2 + 13576.9979383429x^2y^3 \\
 & + 22846.0678857466xy^4 + 1995.52428102862y^5 - 434.512493684327x^4 \\
 & - 9.61959291048377x^3y - 570.689063103386x^2y^2 - 7596.90898033908xy^3 \\
 & + 801.780959186128y^4 + 148.051339068296x^3 + 83.9894268419886x^2y \\
 & + 871.243916221003xy^2 + 11.047686371152y^3 - 41.9673121376254x^2 \\
 & - 55.9520953771547xy - 42.0601664138607y^2 + 10.7947610164769x + 9.4010114609343y \\
 & + 1.5
 \end{aligned}$$