



2023

## PLANILHA DE CÁLCULO PARA BLOCOS DE FUNDAÇÃO COM PRESENÇA DE ESTACAS TRACIONADAS

Michel Malvas Paulucci <sup>a</sup>; Andrés Batista Cheung <sup>b</sup>

<sup>a</sup> Aluno de Graduação em Engenharia Civil, [michel.paulucci@ufms.br](mailto:michel.paulucci@ufms.br)

<sup>b</sup> Professor Orientador, Doutor, [andres.cheung@ufms.br](mailto:andres.cheung@ufms.br)

Faculdade de Engenharias, Arquitetura e Urbanismo e Geografia. Universidade Federal de Mato Grosso do Sul. Av. Costa e Silva, s/nº | Bairro Universitário | 79070-900 | Campo Grande, MS, Brasil.

### RESUMO

O presente trabalho teve como objetivo analisar e estudar uma metodologia de cálculo para blocos de concreto armado sobre duas estacas submetidos à ação de força centrada e momento fletor, com estacas submetidas à tração, visto que a situação abordada é incomum e com uma bibliografia a seu respeito deficitária. É abordado o método de bielas e tirantes (MBT) para o cálculo das armaduras e dimensionamento do bloco. O trabalho apresenta por meio desta metodologia e uma planilha elaborada para análises deste caso específico de bloco. Uma exemplificação numérica é apresentada e através da comparação de resultados, se comprova o adequado funcionamento da planilha.

**Palavras-chave:** blocos de fundação, estacas tracionadas, método biela-tirante.

### ABSTRACT

This present study aimed to analyze and study a calculation methodology for reinforced concrete caps supported by two piles subjected to the action of axial force and bending moment, with one pile subject to tension since the addressed situation is uncommon and has a deficient bibliography. The method of struts and ties (STM) is addressed for calculating the block's reinforcements. This work presents, through this methodology, a spreadsheet developed for the analyses in this specific block condition. Additionally, a numerical example is presented, and the proper functioning of the spreadsheet is proven by comparing results.

**Keywords:** foundation blocks, tension piles, strut-tie method.

## 1. INTRODUÇÃO

As fundações desempenham um papel fundamental na engenharia estrutural nas grandes construções ao redor do mundo e são responsáveis pela transferência da carga ao solo. O tipo de fundação a ser escolhida deve garantir estabilidade da estrutura e manutenção da funcionalidade da edificação de acordo com as características do solo onde será inserida. As fundações podem ser rasas, como sapatas e radiers, ou fundações profundas como tubulões e estacas.

Durante as análises estruturais é habitual a presença de momentos fletores em blocos de fundação, efetivando uma distribuição de carga desigual entre as estacas. A depender desta intensidade de momentos fletores aplicados, é possível encontrar estacas submetidas a esforços de compressão, nulos e de tração.

O dimensionamento deste tipo de fundação será realizado seguindo o método de bielas e tirantes que considera os esforços sendo transferidos as estacas por meio de bielas comprimidas e tirantes tracionados, de acordo com o item 22.7.3 da NBR 6118 (ABNT, 2023).

Dada o caso singular da condição de bloco em análise e a falta de materiais de apoio e bibliografias sobre o assunto destaca-se a importância deste trabalho que terá como objetivo o desenvolvimento de uma planilha eletrônica que possa realizar cálculos de blocos de fundação de 2 estacas de forma automatizada, incluindo o caso em que os blocos estão submetidos a esforços tais que resultem em estacas com esforços axiais de tração, levando a uma redistribuição da posição das bielas e tirantes, tornando-se necessária o cálculo de armadura para a região superior do bloco.

## 2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Este capítulo apresenta materiais de apoio e conceitos a respeito de fundações em blocos de estacas e aborda tópicos para o dimensionamento correto destas estruturas.

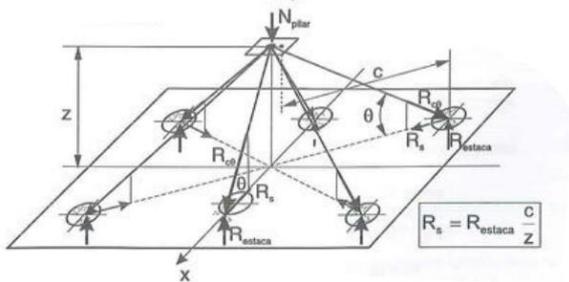
### 2.1 Comportamento dos blocos de fundação

Para entendermos o comportamento das bielas nos blocos, é necessário entender a distribuição de esforços nos blocos de fundação. De acordo com o item 22.7.2.1 da NBR 6118 (ABNT, 2023) o comportamento estrutural se caracteriza por:

- a) trabalho à flexão nas duas direções, usualmente simulado por bielas e tirantes, mas com trações essencialmente concentradas nas linhas sobre as estacas (reticulado definido pelo eixo das estacas, com faixas de largura igual a 1,2 vez seu diâmetro);
- b) forças transmitidas do pilar para as estacas essencialmente por bielas de compressão, de forma e dimensões complexas;
- c) trabalho ao cisalhamento também em duas direções, não apresentando ruínas por tração diagonal, e sim por compressão das bielas, analogamente às sapatas.

A figura 1 a seguir mostra o funcionamento das bielas em blocos de fundações.

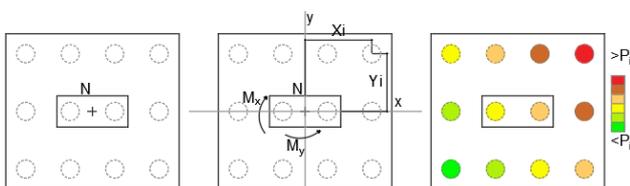
Figura 1 - Modelo do bloco. Fonte: FUSCO (1995)



#### 2.1.1 Distribuição de carga nas estacas do bloco

O princípio para que blocos de fundações possuam estacas comprimidas e tracionadas é a existência de momentos fletores significativos em suas combinações de carga, os quais são os responsáveis pela distribuição desigual de cargas nas estacas do bloco como exemplificado na figura 2.

Figura 2- Esforços nas estacas do bloco. Fonte: Autor.



A carga vertical em cada estaca do bloco pode ser determinada por:

$$P_i = \frac{N}{n} \pm \frac{M_y}{\sum x_i^2} \times x_i \pm \frac{M_x}{\sum y_i^2} \times y_i \quad (1)$$

Em que:

$P_i$  carga vertical na estaca analisada;

$M_y$  momento aplicado em torno do eixo y;

$M_x$  momento aplicado em torno do eixo x

$N$  carga do pilar;

$n$  número de estacas do bloco;

$x_i$  coordenada x do centro da estaca ao centro do bloco;

$y_i$  coordenada y do centro da estaca ao centro do bloco.

No item 22.7.3 da NBR 6118 (ABNT, 2023), para cálculo e dimensionamento dos blocos, são aceitos modelos tridimensionais lineares ou não lineares e modelos biela-tirante tridimensionais. Na região de contato entre o pilar e o bloco, os efeitos de fendilhamento devem ser considerados, permitindo-se a adoção de um modelo de bielas e tirantes para a determinação das armaduras.

Segundo o item 22.3.1 da NBR 6118 (ABNT, 2023), as bielas inclinadas devem ter ângulo de inclinação cuja tangente esteja entre 0,57 e 2 em relação ao eixo da armadura longitudinal do elemento estrutural, ou seja, as bielas devem ser limitadas entre 30° e 63°. É possível ainda haver blocos flexíveis que necessitam de uma análise mais completa para seu dimensionamento. Para que o bloco seja considerado rígido, suas dimensões devem satisfazer a expressão:

$$h \geq \frac{B - b_p}{3} \quad (2)$$

Em que:

$h$  altura do bloco de fundação;

$B$  dimensão do bloco em uma direção;

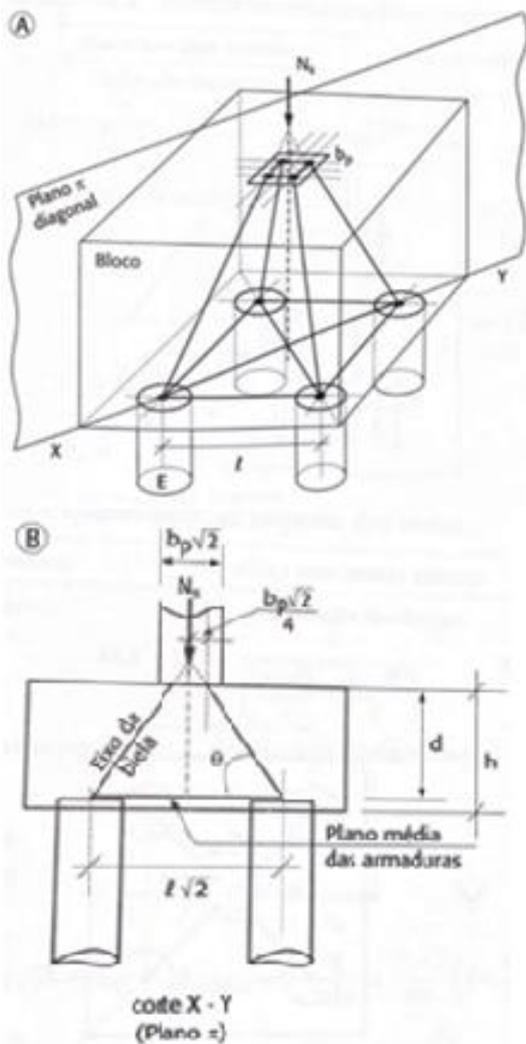
$b_p$  dimensão do pilar na mesma direção levada em consideração para o bloco.

### 2.2. Método de bielas e tirantes

O método das bielas é uma ferramenta para dimensionamento de estruturas em concreto, onde se faz uma analogia de treliça, onde os elementos comprimidos são constituídos pelo concreto e os tracionados pelas barras de aço. De acordo com

CAMPOS (2015), o método das bielas consiste em admitir uma treliça espacial no interior do bloco composta por barras tracionadas situadas no plano médio das armaduras e por barras comprimidas representando as bielas que se interceptam nos eixos das estacas e em um ponto do pilar, como demonstrado na figura 3.

Figura 3 - Modelo de treliça espacial (A) e treliça plana (B). Fonte: CAMPOS (2015)

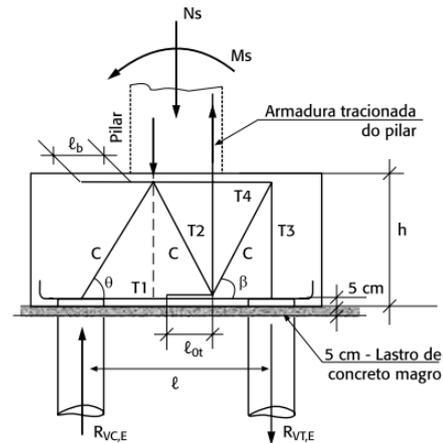


O cálculo das forças axiais de compressão e tração referentes às bielas e tirantes respectivamente podem ser determinadas utilizando o equilíbrio interno de forças. Para tal, leva-se em consideração os eixos de aplicação das cargas e suas intensidades.

### 2.3. Esquema para bielas e tirantes

De acordo com CAMPOS (2015) o esquema a ser adotado caso haja estacas tracionadas é o indicado na figura 4.

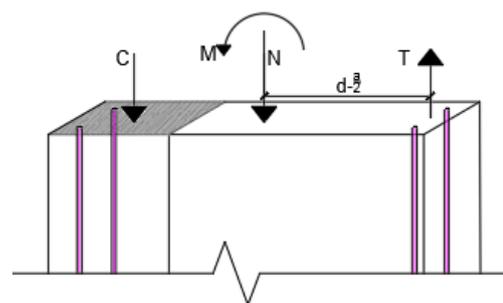
Figura 4 - Esquema resistente do modelo de bielas e tirantes. Fonte: CAMPOS (2015)



Para fins de cálculo da armadura principal, CAMPOS (2015) permite usar um método simplificado de considerar uma carga centrada hipotética igual a duas vezes a reação da estaca comprimida, sem atuação de momento fletor, visto que já foi considerado para calcular a reação da estaca. O método é válido, entretanto, para verificação de tensões na biela junto ao pilar, cria-se uma carga inexistente aplicada na área íntegra do pilar. Na prática, pilares quando submetidos a flexo-compressão possuem uma área comprimida menor que sua área total e uma força de tração a ser absorvida por suas armaduras.

A figura 5, apresenta a ação de carga excêntrica no pilar, com a qual é possível calcular um momento resultante na seção em relação a armadura.

Figura 5 - Pilar submetido a esforço normal e momento. Fonte: Autor.



$$M_{d.res} = M_d + N_d \times \left[ d - \frac{a_1}{2} \right] \quad (3)$$

Em que:

$M_d$  esforço de momento fletor majorado;

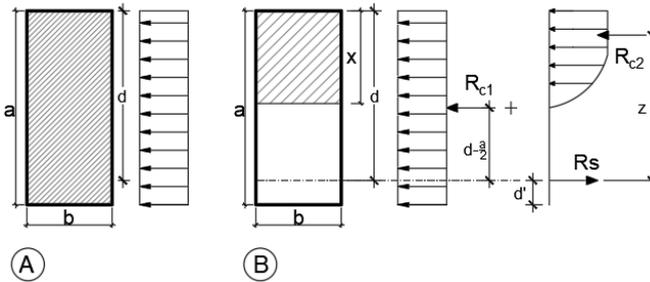
$N_d$  carga normal majorada;

$a$  comprimento do pilar;

$d$  altura útil do pilar;

Com o momento resultante na seção obtido na equação 3 é possível determinar a área comprimida do pilar, ilustrada na figura 6.

Figura 6 - Tensões no pilar em caso de compressão simples (A) e flexo-compressão (B). Fonte: Autor.



Para a situação ilustrada, a verificação da seção é feita do seguinte modo:

$$KMD = \frac{M_{d.res}}{b \times d^2 \times f_{cd}} \quad (4)$$

$$\alpha_c \times \lambda \times kx - \alpha_c \times \frac{\lambda^2}{2} kx^2 - KMD = 0 \quad (5)$$

$$x = kx \times d \quad (6)$$

Em que:

$M_{d.res}$  momento resultante na seção do pilar;

$b$  largura do pilar;

$d$  altura útil do pilar;

$f_{cd}$  resistência de cálculo à compressão do concreto;

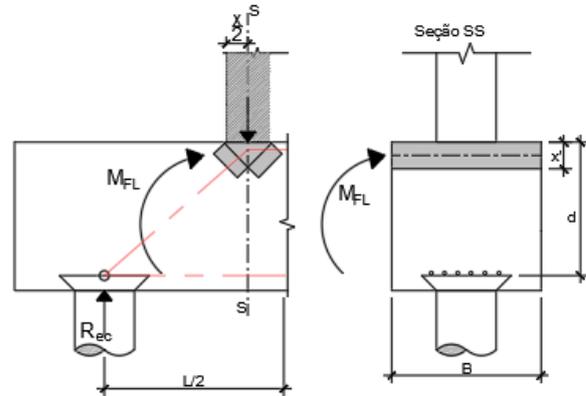
$\alpha_c = 0,85$ ;

$\lambda = 0,80$ .

#### 2.4. Geometria e inclinações das bielas do bloco

Inicialmente, deve-se definir o modelo de bielas e tirantes no bloco. Para estimar o posicionamento da biela horizontal do bloco podemos utilizar uma aproximação baseada na Teoria Geral da Flexão (IBRACON, 2023). O esquema é apresentado a seguir na figura 7:

Figura 7 - Posicionamento da biela junto ao pilar. Fonte: Autor.



Para determinar a posição da biela, utiliza-se:

$$M_{fl} = R_{ec} \times \left[ \frac{L}{2} - \left( \frac{a_p}{2} - \frac{x}{2} \right) \right] \quad (7)$$

$$x' = 1,25 d \times \left[ 1 - \sqrt{1 - \frac{M_{fl}}{0,425 \times B \times f_{cd} \times d^2}} \right] \quad (8)$$

Em que:

$B$  largura do bloco de fundação;

$d$  altura útil do bloco de fundação;

$f_{cd}$  resistência de cálculo à compressão do concreto;

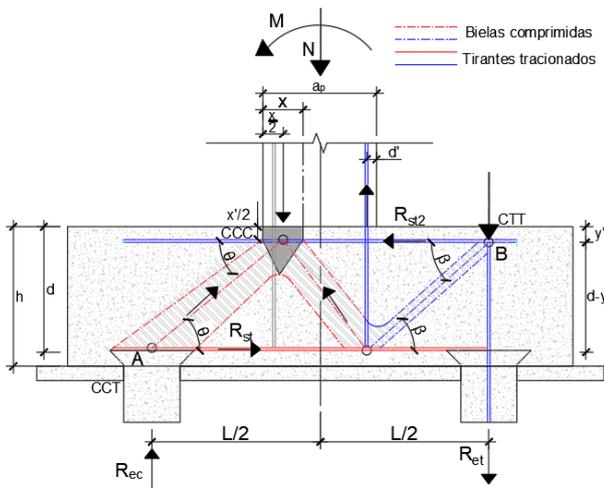
$M_{fl}$  momento na seção devido a reação da estaca;

$a_p$  comprimento do pilar na direção;

$x$  comprimento sob compressão do pilar.

Para determinação das inclinações das bielas, podemos utilizar a geometria estabelecida para o bloco, usando os pontos A e B de equilíbrio e somatório de momentos igual a zero, indicados na figura 8.

Figura 8 - Geometria das bielas e tirantes para bloco submetido a cargas excêntricas. Fonte: Autor.



A fim de determinar o ângulo da biela da estaca comprimida, utiliza-se o ponto A como ponto de equilíbrio. Já para a biela referente à estaca tracionada considera-se o ponto de equilíbrio (B) no eixo de prolongamento de sua armadura. O equilíbrio de forças é indicado nas equações a seguir:

$$\tan(\theta) = \frac{d - x'}{\left[\frac{L}{2} - \left(\frac{a_p}{2} - \frac{x}{2}\right)\right]} = \frac{R_{ec}}{R_{st}} \quad (9)$$

$$\tan(\beta) = \frac{(d - y')}{\left[\frac{L}{2} - \left(\frac{a_p}{2} - d'\right)\right]} = \frac{R_{et}}{R_{st2}} \quad (10)$$

Em que:

$R_{ec}$  reação da estaca comprimida;

$R_{et}$  reação da estaca tracionada;

$f_{yd}$  tensão de escoamento do aço;

$d$  altura útil do bloco;

$L$  distância entre os centros das estacas;

$a_p$  distância do pilar na direção analisada;

$y'$  distância da superior do bloco até sua armadura;

$d'$  distância da face do pilar até sua armadura;

$x$  comprimento do pilar submetido a compressão;

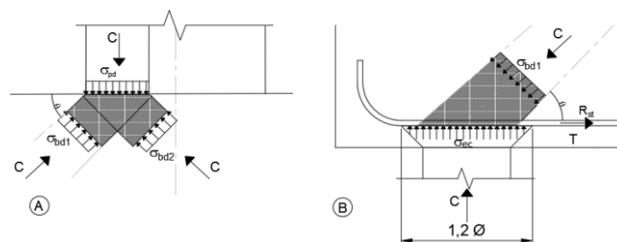
$x'$  trecho do bloco submetido a compressão.

### 2.5. Verificação de esmagamento da biela comprimida

Com a inclinação das bielas determinadas nas equações 9 e 10, é possível calcular as tensões aplicadas junto à estaca onde considera-se a faixa de área ampliada, mencionada no item 2.1 e junto ao

pilar onde se faz necessário considerar a área comprimida do pilar através do comprimento  $x$  determinado na equação 6. Para as tensões limites da estaca e pilar, a verificação é feita nos nós de tipo CCT e CCC respectivamente. De acordo com o item 22.1 d a NBR 6118 (ABNT, 2023) definem-se nós CCC como nós onde confluem somente bielas de compressão, nós CTT ou TTT aqueles onde confluem dois ou mais tirantes tracionados e nós CCT aqueles onde conflui um tirante tracionado. Os modelos a serem verificados para caso em questão são indicados na figura 9.

Figura 9 - Nós das bielas junto ao pilar (A) e junto à estaca (B). Fonte: Autor.



$$R_{cd} = \frac{M_{d.res}}{z} \quad (11)$$

$$z = (1 - 0,4kx) \times d \quad (12)$$

$$\sigma_{pd} = \frac{R_{cd}}{A_{cp} \times \sin^2 \theta} = \frac{R_{cd}}{(b \times x) \times \sin^2 \theta} \quad (13)$$

$$\sigma_{ce} = \frac{R_{ec}}{1,4 \times A_e \times \sin^2 \theta} \quad (14)$$

Em que:

$\sigma_{pd}$  tensão junto ao pilar;

$\sigma_{ce}$  tensão junto à estaca;

$A_{cp}$  área comprimida do pilar;

$A_e$  área da estaca;

$\theta$  ângulo de inclinação da biela;

$R_{ec}$  reação da estaca comprimida;

$R_{cd}$  carga de compressão aplicada no pilar;

$R_{td}$  carga de tração na armadura do pilar.

Além de respeitar a inclinação das bielas como dito no item 2.2 deste trabalho, a verificação dos pontos nodais de compressão deve respeitar o item 22.3.2 da NBR 6118 (ABNT, 2023) cujos parâmetros limite são dados por:

$$\begin{cases} f_{cd1} = 0,85 \times \alpha_{v2} \times f_{cd} \rightarrow \text{nós CCC} \\ f_{cd2} = 0,60 \times \alpha_{v2} \times f_{cd} \rightarrow \text{nós CTT ou TTT} \\ f_{cd3} = 0,72 \times \alpha_{v2} \times f_{cd} \rightarrow \text{nós CCT} \end{cases}$$

Em que:

$f_{cd}$  resistência de cálculo à compressão do concreto;

$\alpha_{v2}$  coeficiente adotado em função da ductilidade do concreto dado por:

$$\alpha_{v2} = 1 - \frac{f_{ck}}{250} \quad (15)$$

## 2.6. Cálculo da armadura principal

Para determinar a armadura necessária para o funcionamento do bloco, utiliza-se as forças de tração encontradas nos tirantes. Segundo Blevót e Freymy (1967), é sugerido ainda a majoração em 15% desta armadura, visto que o equilíbrio via polígono de forças era um método simplificado.

$$A_{s1} = \frac{1,15 \times R_{st}}{f_{yd}} \quad (16)$$

$$A_{s2} = \frac{1,15 \times R_{st2}}{f_{yd}} \quad (17)$$

Onde  $A_{s1}$  e  $A_{s2}$  são as armaduras a serem posicionadas na região inferior e superior do bloco respectivamente. Para integrar o dimensionamento, deve-se calcular as armaduras complementares do bloco de fundação.

## 2.7. Armaduras complementares

### 2.7.1. Armadura de pele

A armadura de pele (costela) é obrigatória para blocos de fundação fim de evitar fissuração na face do concreto. Para esta armadura recomenda-se:

$$A_{s_{pele}} \geq \begin{cases} \frac{1}{8} \times A_{s1} \\ 1,5 \text{ cm}^2/\text{m} \end{cases} \quad (18)$$

### 2.7.2. Armadura de suspensão (estribos)

A armadura de suspensão é posicionada de forma a evitar tração no concreto nos pontos onde a biela é apoiada fora da estaca, uma vez que o método de cálculo é simplificado. Recomenda-se:

$$A_{s_{estribos}} = 0,10\% \times B \times H \quad (19)$$

### 2.7.3. Armadura de distribuição (malha)

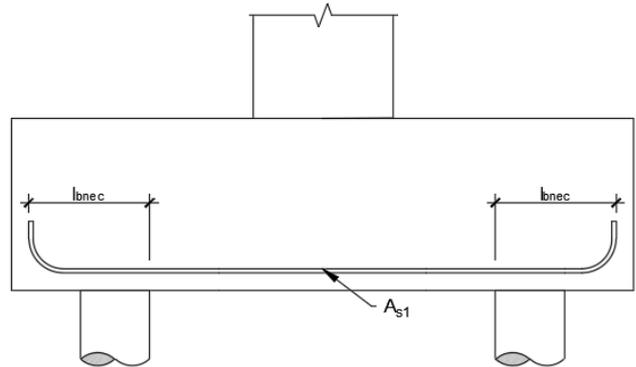
A armadura em malha é adotada para blocos de maior porte como blocos de 4 estacas ou mais, com objetivo de distribuir os esforços para a armadura principal e evitar a fissuração na parte inferior do bloco de fundação. É calculada pela equação:

$$A_{s_{malha}} = 0,2 \times A_{s1} \quad (20)$$

## 2.8. Ancoragem da armadura

Após empregar a área de aço necessária no dimensionamento, deve-se garantir o comprimento de ancoragem das barras, normalmente feito com o uso de ganchos. De acordo com a NBR 6118 (ABNT, 2023), as barras devem se estender de face a face do bloco e terminar em gancho nas duas extremidades. Deve-se assegurar a ancoragem das armaduras de cada uma dessas faixas, sobre as estacas, medida a partir das faces internas das estacas como ilustrado a seguir na figura 10.

Figura 10 - Ancoragem da armadura. Fonte: Autor



O comprimento necessário para ancoragem é dado por:

$$l_{b,nec} = \alpha \times l_b \times \frac{A_{s_{calc}}}{A_{s_{ef}}} \geq l_{b,min} \quad (21)$$

$$l_b = \frac{\phi}{4} \times \frac{f_{yd}}{f_{bd}} \geq 25 \times \phi \quad (22)$$

$$f_{bd} = n_1 \times n_2 \times n_3 \times f_{ctd} \quad (23)$$

$$f_{ctm} = 0,30 \times f_{ck}^{2/3} \quad (24)$$

$$f_{ctk,inf} = 0,7 \times f_{ctm} \quad (25)$$

$$f_{ctd} = \frac{f_{ctk,inf}}{1,4} = 0,15 \times f_{ck}^{2/3} \quad (26)$$

Onde, segundo o item 9.3.2.1 da NBR 6118 (ABNT, 2023):

$n_2 = 1,0$  para condições de boa aderência ou  $n_2 = 0,7$  para condições de má aderência;

$n_3 = 1,0$  para  $\varnothing < 32\text{mm}$  ou  $n_3 = (132 - \varnothing) / 100$  para  $\varnothing \geq 32\text{mm}$ , onde  $\varnothing$  é o diâmetro da barra em milímetros.

$n_1$ : dado na tabela 2:

Tabela 1 - Valores para o coeficiente de aderência  $n_1$ .  
Fonte: Autor.

Categoria do aço	$n_1$
CA - 25	1,00
CA - 50	2,25
CA - 60	1,00

Em que:

$l_{b,min}$ : maior valor entre  $0,3 l_b$ ,  $10.\varnothing$  e  $100\text{mm}$ ;

$f_{ck}$ : resistência característica à compressão do concreto.

Segundo CAMPOS (2015), a armadura tracionada do pilar deve ser emendada à armadura principal do bloco, respeitando os comprimentos de traspasse dados por:

$$l_{ot} = \alpha_{ot} \times l_{b,nec} \geq l_{ot,min} \quad (27)$$

Em que:

$l_{ot,min}$ : maior valor entre  $0,3 \cdot \alpha_{ot} \cdot l_b$ ,  $15.\varnothing$  e  $200\text{mm}$ ;

$\alpha_{ot}$ : coeficiente em função do número de barras emendadas dados na tabela:

Tabela 2 - Valores para coeficiente  $\alpha_{ot}$ . Fonte: Autor.

Barras emendadas na seção (%)	$\leq 20$	25	33	50	$>50$
$\alpha_{ot}$	1,2	1,4	1,6	1,8	2,0

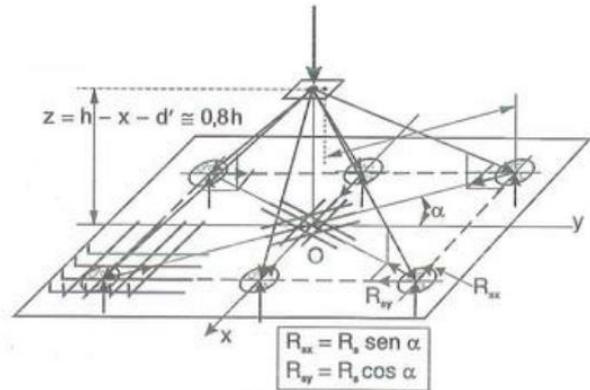
### 2.9. Detalhamento do bloco

Segundo a NBR 6118 (ABNT, 2023), a armadura de flexão deve ser disposta essencialmente (mais de 85 %) nas faixas definidas pelas estacas, considerando o equilíbrio com as respectivas bielas.

Para fins de compatibilização do modelo de cálculo para blocos com 3 ou mais estacas, utiliza-se o eixo entre o centro de aplicação da carga do pilar e à estaca

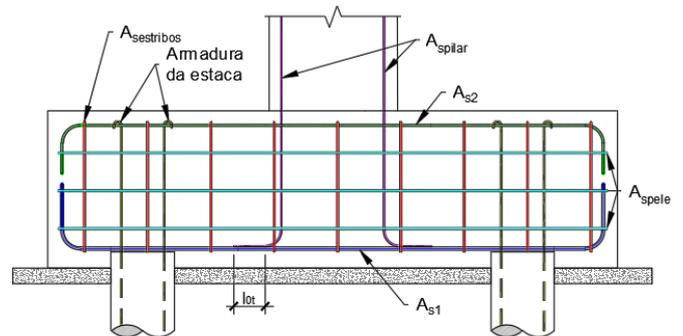
mais afastada do bloco, ou seja, calcula-se a biela em diagonal em relação ao bloco de fundação. Cabe ao projetista, decidir por manter a armadura em diagonal ou posicionar as armaduras paralelas à projeção da biela ou paralelas as faixas de estacas através da decomposição de vetores como ilustrado na figura 11:

Figura 11 - Disposição de armaduras no bloco de fundação. Fonte: FUSCO (1995)



A norma ainda profere que, no caso de estacas tracionadas, a armadura da estaca deve ser ancorada no topo do bloco. Alternativamente, podem ser utilizados estribos que garantam a transferência da força de tração até o topo do bloco.

Figura 12 - Bloco com armaduras detalhadas. Fonte: Autor



### 3. METODOLOGIA

Para o correto dimensionamento dos blocos de fundação, as verificações necessárias a serem feitas são de dimensões do bloco, a fim de respeitar o critério de rigidez dado na equação 2, a verificação de tensões nas bielas dadas pelas equações 13 e 14 e o posterior cálculo das armaduras necessárias para o bloco e suas respectivas condições de ancoragem, indicadas nas equações 16 a 26.

### 3.1 Introdução da planilha Excel

Em primeiro lugar, deve-se introduzir os dados de projeto a respeito dos materiais a serem utilizados e esforços aplicados, indicado na tabela 3.

Tabela 3 - Entrada de dados. Fonte: Autor.

Dados de Projeto			
Materiais		Elementos estruturais	
Concreto do Pilar	C25	Concreto da estaca/bloco	C25
Aço	CA50	Diâmetro da estaca (cm)	70 cm
Cargas		Dimensões do pilar	
Nd (kN)	4000	ap (maior dimensão)	200 cm
Md (kN.m)	8000	bp (menor dimensão)	70 cm
Mdres (kN.m)	11600	d' (cm)	10 cm

Após a inserção dos dados, a aba “Geometria do bloco” irá calcular as dimensões do bloco e recomendar uma altura útil em função dos ângulos recomendados para as bielas. O usuário deverá adotar uma altura total condizente que satisfaça tais limites. Em seguida, ao final da aba, a planilha irá retornar as condições de rigidez ou flexibilidade do bloco de fundação, indicados na tabela 4.

Tabela 4 - Aba de geometria da planilha. Fonte: Autor.

Geometria do bloco			
L (distância entre estacas)			300 cm
A (maior dimensão)			400 cm
B (menor dimensão)			100 cm
Intervalo altura útil d			
Altura útil d recomendada	100 cm	$\leq d \leq$	143 cm
Altura H adotada	150 cm		
Altura útil d calculada	140 cm		
Verificação	Bloco rígido		

Após adotar a altura do bloco, a aba “Tensões e Esforços” irá calcular a inclinação da biela, a força de compressão e tração no pilar devido ao efeito de momento fletor e as tensões das bielas junto à estaca e ao pilar e apresentar se ambas as verificações foram atendidas, como indicado na tabela 5.

Tabela 5 - Cálculo das tensões. Fonte: Autor.

Tensões e Esforços	
Esforços nas estacas	
Reação estaca comprimida R1 =	1116,67 kN
Reação estaca tracionada R2 =	-216,67 kN
Verificação da biela na estaca	
Inclinação da biela $\theta$ (°)	56,68
$\sigma$ estaca (MPa)	3,93
Inclinação da biela $\beta$ (°)	61,93
Verificação da biela no pilar	
KMD	0,168
kx	0,277
x	29 cm
z	93 cm
Compressão no pilar $R_{cd}$	1767,43 kN
Tração na armadura do pilar	867,43 kN
$\sigma$ pilar (MPa)	17,39
x'	4,63 cm
$M_{FL}$	55336,78 kN.cm
Tensões limites	
$\sigma$ lim pilar (MPa)	18,28
$\sigma$ lim estaca (MPa)	15,48
Tensão na estaca	OK
Tensão no pilar	OK

Com a inclinação da biela determinada e tensões limites atendidas, utiliza-se desta inclinação para determinar a tração nos tirantes e armaduras do bloco na aba “Armação do Bloco” e a respectiva condição de ancoragem, indicado pela tabela 6.

Tabela 6 - Cálculo das armações do bloco. Fonte: Autor.

Armação do Bloco	
$R_{st}$	734,18 kN
Armadura Principal 1	19,42 cm <sup>2</sup>
Diâmetro $\emptyset$	16,0 mm
n° barras	10
$R_{st2}$	115,56 kN
Armadura Principal 2	3,06 cm <sup>2</sup>
Diâmetro $\emptyset$	8,0 mm
n° barras	7
Armadura de Pele	2,43 cm <sup>2</sup>
Diâmetro $\emptyset$	8,0 mm
n° barras	5
Espaçamento	16 cm
Estribos	8,10 cm <sup>2</sup>
Diâmetro $\emptyset$	8,0 mm
n° barras	9
Espaçamento	30 cm

Verificação da Ancoragem	
lb	48 cm
lb nec	33 cm
Diâmetro da barra	16,0 mm
Verificação	OK

Para cada variável da tabela, as células as quais devem ser preenchidas são destacadas em verde, enquanto as células automatizadas em cinza, de forma a facilitar a identificação dos dados a serem inseridos pelo usuário, assim como a figura 12 que foi inserida na planilha com o objetivo de auxiliar o usuário na identificação de quais armaduras estão sendo calculadas. Ao mesmo tempo, caso verificações não

sejam atendidas, a planilha retorna mensagens de erro, forçando o usuário a revisar seus parâmetros, ilustrado na tabela 7.

Tabela 7 - Modelos de erros encontrados na planilha. Fonte: Autor.

Geometria do bloco	
L (distância entre estacas)	180 cm
A (maior dimensão)	270 cm
B (menor dimensão)	90 cm
Intervalo altura útil d	
Altura útil d recomendada	63 cm ≤ d ≤ 89 cm
Altura H adotada	40 cm
Altura útil d calculada	30 cm
Verificação	Bloco flexível - Aumentar altura do bloco
Tensões e Esforços	
Esforços nas estacas	
Reação estaca comprimida R1 =	1116,67 kN
Reação estaca tracionada R2 =	-216,67 kN
Verificação da biela na estaca	
inclinação da biela θ (°)	Inclinação da biela insuficiente
σ estaca (MPa)	
inclinação da biela β (°)	Inclinação da biela insuficiente
Verificação da biela no pilar	
KMD	0,168
kx	0,277
x	29 cm
z	93 cm
Compressão no pilar Res	1767,43 kN
Tração na armadura do pilar σ pilar (MPa)	--
x'	15,09 cm
MFL	55336,78 kN.cm
Tensões limites	
σ lim pilar (MPa)	18,28
σ lim estaca (MPa)	15,48
Tensão na estaca	Tensão acima do limite
Tensão no pilar	Tensão acima do limite

A planilha ainda prevê possíveis erros na inserção de dados de resistências de materiais, dimensões do pilar e cargas com valores negativos. Tal problema é contornado uma vez que o cálculo é realizado com valores absolutos.

Tabela 8 - Exemplificação de erros na inserção de dados. Fonte: Autor.

Dados de Projeto	
Materiais	Elementos estruturais
Concreto do Pilar	-C25
Aço	CA50
Concreto da estaca/bloco	-C35
Diâmetro da estaca (cm)	-60 cm
Cargas	Dimensões do pilar
Nd (kN)	ap (maior dimensão)
Md (kN.m)	bp (menor dimensão)
Mdres (kN.m)	d' (cm)
-800	-110 cm
-1200	-50 cm
1600	-5 cm
Geometria do bloco	
L (distância entre estacas)	180 cm
A (maior dimensão)	270 cm
B (menor dimensão)	90 cm
Intervalo altura útil d	
Altura útil d recomendada	63 cm ≤ d ≤ 89 cm
Altura H adotada	-90 cm
Altura útil d calculada	80 cm
Verificação	Bloco rígido

Para situações extremas, onde o usuário insere cargas muito elevadas, os cálculos do pilar apontam a falha no dimensionamento e interrompe o prosseguimento do cálculo.

Tabela 9 - Dados extremos inseridos na planilha. Fonte: Autor.

Dados de Projeto			
Materiais	Elementos estruturais		
Concreto do Pilar	C25	Concreto da estaca/bloco	C35
Aço	CA50	Diâmetro da estaca (cm)	60 cm
Cargas	Dimensões do pilar		
Nd (kN)	500000	ap (maior dimensão)	110 cm
Md (kN.m)	500000	bp (menor dimensão)	50 cm
Mdres (kN.m)	750000	d' (cm)	5 cm

Tensões e Esforços	
Esforços nas estacas	
Reação estaca comprimida R1 =	527777,78 kN
Reação estaca tracionada R2 =	-27777,78 kN
Verificação da biela na estaca	
inclinação da biela θ (°)	Verifique os dados de entrada
σ estaca (MPa)	--
inclinação da biela β (°)	Verifique os dados de entrada
Verificação da biela no pilar	
KMD	76,190
kx	Dimensões insuficientes
x	Aumentar dimensões do pilar
z	--
pressão no pilar Rcd	--
Tração na armadura do pilar	--
σ pilar (MPa)	--
x'	--
MFL	--
Tensões limites	
σ lim pilar (MPa)	18,28
σ lim estaca (MPa)	15,48
Tensão na estaca	Tensão acima do limite
Tensão no pilar	Tensão acima do limite

### 3.2. Exemplificação via cálculo manual

Para exemplificar a metodologia apresentada, será realizado um exemplo numérico onde um bloco de fundações será dimensionado para um pilar de dimensões 50x110 cm de concreto 25 MPa carregado com carga axial de cálculo de 800 kN e sujeito a momento fletor de cálculo de 1200 kNm será utilizada fundação com bloco de 2 estacas moldadas in loco de 60 cm de diâmetro com concreto de 35 MPa e aço CA-50.

### 4. RESULTADOS E DISCUSSÕES

A seguir é apresentado os resultados da verificação da metodologia empregada com cálculos analíticos e por meio de planilha eletrônica.

A distância entre as estacas a ser adotada:

$$L = 3 \times \emptyset = 3 \times 60 \text{ cm} = 180 \text{ cm} \quad (25)$$

Para determinar as dimensões totais do bloco, adota-se  $a = \emptyset/2 + 15\text{cm} = 45\text{ cm}$

$$A = L + 2a = 180 + 90 = 270\text{cm} \quad (26)$$

$$B = 2a = 2 \times 45 = 90\text{cm} \quad (27)$$

Com esses dados, é possível verificar a presença de estacas tracionadas no bloco:

$$P1 = \frac{800}{2} + \frac{1200}{180} = 1066,67\text{ kN} \quad (28)$$

$$P2 = \frac{800}{2} - \frac{1200}{180} = -266,67\text{ kN} \quad (29)$$

Portanto, comprova-se que uma das estacas terá efeito axial de tração.

Determina-se então a altura útil do bloco, respeitando as recomendações de inclinação da biela.

$$\tan(45^\circ) * \left(\frac{180}{2} - \frac{110}{4}\right) \leq d \quad (30)$$

$$d \leq \tan(55^\circ) * \left(\frac{180}{2} - \frac{110}{4}\right) \quad (31)$$

$$63\text{cm} \leq d \leq 89\text{ cm} \quad (32)$$

Altura do bloco considerando que deve ser rígido:

$$h \geq \frac{A - ap}{3} \geq \frac{270 - 110}{3} \geq 53,3\text{ cm} \quad (33)$$

Adota-se uma altura  $h = 90\text{ cm}$  e uma altura útil  $d = 80\text{cm}$ . Com as dimensões do bloco definidas, verifica-se a área comprimida do pilar. Considerando uma altura útil do pilar de  $105\text{cm}$ , calcula-se o momento resultante na seção do pilar:

$$M_{d.res} = 1200 + 800[50] = 1600\text{ kN} \quad (34)$$

$$KMD = \frac{1600}{50 \times 105^2 \times \frac{25}{1,4}} = 0,163 \quad (35)$$

$$0,68 \times kx - 0,272kx^2 - KMD = 0 \quad (36)$$

$$kx = 0,268 \quad (37)$$

$$x = 0,268 \times 105\text{cm} = 28,14\text{cm} \quad (38)$$

$$z = (1 - 0,4 \times 0,268) \times 105 = 93,7\text{cm} \quad (39)$$

$$R_{cd} = \frac{1600}{93,7} = 1707,6\text{ kN} \quad (40)$$

A posição da biela é dada por:

$$M_{fl} = 1066,67 \left[ \frac{180}{2} - \frac{110}{2} + \frac{28,14}{2} \right] = 523,4\text{kNm} \quad (41)$$

$$x' = 1,25 \cdot 80 \left[ 1 - \sqrt{1 - \frac{523,4}{0,425 \times 90 \times \frac{35}{1,4} \times 80^2}} \right] \quad (42)$$

$$x' = 4,37\text{cm}$$

Logo, verifica-se a inclinação das bielas, considerando  $y' = 5\text{cm}$ :

$$\theta = \tan^{-1} \frac{80 - 4,37}{\left[ \frac{180}{2} - \left( \frac{110}{2} - \frac{28}{2} \right) \right]} = 57,1^\circ \quad (43)$$

$$\beta = \tan^{-1} \frac{(80 - 5)}{\left[ \frac{180}{2} - \left( \frac{110}{2} - 5 \right) \right]} = 61,9^\circ \quad (44)$$

Com a inclinação da biela, verificamos as tensões de compressão na biela.

$$\sigma_{lim.pilar} = 0,85 \left( 1 - \frac{35}{250} \right) \frac{35}{1,4} = 18,3\text{ MPa} \quad (45)$$

$$\sigma_{lim.est} = 0,72 \left( 1 - \frac{35}{250} \right) \frac{35}{1,4} = 15,5\text{ MPa} \quad (46)$$

$$\sigma_{cd.pilar} = \frac{1707,6}{(50 \times 28) \times \sin^2 57,1} \quad (47)$$

$$\sigma_{cd.pilar} = 17,23\text{ MPa} \quad (48)$$

$$\sigma_{cd.estaca} = \frac{1066,67}{1,4 \times \frac{\pi \times 60^2}{4} \times \sin^2 57,1} \quad (49)$$

$$\sigma_{cd.estaca} = 3,82\text{ MPa} \quad (50)$$

Portanto, as condições de tensão nas bielas estão atendidas. O prosseguimento do cálculo será para dimensionar as armaduras necessárias para o bloco.

Armadura principal:

$$R_{st} = \frac{1066,67}{\tan(57,1)} = 690,06\text{ kN} \quad (51)$$

$$A_{s1} = \frac{1,15 \times 690,06}{\frac{50}{1,15}} = 18,22 \text{ cm}^2 \quad (52)$$

$$R_{st2} = \frac{266,67}{\tan(61,9)} = 142,32 \text{ kN} \quad (53)$$

$$A_{s2} = \frac{1,15 \times 142,32}{\frac{50}{1,15}} = 3,77 \text{ cm}^2 \quad (54)$$

Sendo adotadas 10 barras de 16mm e 8 barras de 8mm para  $A_{s1}$  e  $A_{s2}$  respectivamente.

Armaduras complementares:

$$A_{s_{pele}} = \frac{1}{8} \times 18,22 \text{ cm}^2 = 2,27 \text{ cm}^2 \quad (55)$$

$$A_{s_{estribos}} = 0,10\% \times 90 \times 90 \quad (56)$$

$$A_{s_{estribos}} = \frac{8,1 \text{ cm}^2}{2 \text{ pernas}} = 4,05 \text{ cm}^2 \quad (57)$$

Serão adotadas 16 barras de 8mm, espaçadas a cada 18cm para estribos e 5 barras de 8mm para armadura de pele.

Adotadas as armaduras e seus diâmetros, verifica-se a ancoragem das barras:

$$f_{ctd} = 0,15 \times 35^{\frac{2}{3}} = 1,605 \text{ MPa} \quad (58)$$

$$f_{bd} = 2,25 \times 1 \times 1 \times 1,605 = 3,61 \text{ MPa} \quad (59)$$

$$l_b = \frac{16 \text{ mm}}{4} \times \frac{500}{3,61} = 48, \text{ cm} \geq 40 \text{ cm} \quad (60)$$

$$l_{b, nec} = 0,7 \times 48 \times \frac{18,22}{20,11} = 30,4 \text{ cm} \geq l_{b, min} \quad (61)$$

$$l_{b, min} = \max(16 \text{ cm}, 20 \text{ cm}, 100 \text{ mm}) \quad (62)$$

$$l_{b, min} = 20 \text{ cm} \quad (63)$$

Portanto, o comprimento de ancoragem deverá ser de no mínimo 31cm pois a armadura é feita com uso de ganchos. Tal condição está satisfeita de acordo com as dimensões do bloco.

### 3.3. Cálculo através da planilha

Inserem-se os dados na planilha conforme tópico 3.1 deste trabalho e adota-se a dimensão do bloco, como indicado na tabela 10.

Tabela 10 - Dados de projeto na planilha. Fonte: Autor.

Dados de Projeto			
Materiais		Elementos estruturais	
Concreto do Pilar	C25	Concreto da estaca/bloco	C35
Aço	CA50	Diâmetro da estaca (cm)	60 cm
Cargas		Dimensões do pilar	
Nd (kN)	800	ap (maior dimensão)	110 cm
Md (kN.m)	1200	bp (menor dimensão)	50 cm
Mdres (kN.m)	1600	d' (cm)	5 cm
Geometria do bloco			
L (distância entre estacas)		180 cm	
A (maior dimensão)		270 cm	
B (menor dimensão)		90 cm	
Intervalo altura útil d			
Altura útil d recomendada		63 cm ≤ d ≤ 89 cm	
Altura H adotada		90 cm	
Altura útil d calculada		80 cm	
Verificação		Bloco rígido	

Após a determinação da geometria do bloco, a aba de Tensões e Esforços determina as tensões limites e tensões aplicadas, ilustrada na tabela 11.

Tabela 11 - Cálculos na aba Tensões e Esforços. Fonte: Autor.

Tensões e Esforços	
Esforços nas estacas	
Reação estaca comprimida R1 =	1066,67 kN
Reação estaca tracionada R2 =	-266,67 kN
Verificação da biela na estaca	
Inclinação da biela θ (°)	57,03
σ estaca (MPa)	3,72
Inclinação da biela β (°)	61,93
Verificação da biela no pilar	
KMD	0,163
kx	0,268
x	28 cm
z	94 cm
Compressão no pilar Rcd	1706,54 kN
Tração na armadura do pilar	906,54 kN
σ pilar (MPa)	17,25
x'	4,37 cm
MFL	52324,12 kN.cm
Tensões limites	
σ lim pilar (MPa)	18,28
σ lim estaca (MPa)	15,48
Tensão na estaca	OK
Tensão no pilar	OK

Verificadas as tensões de compressão na biela comprimida e nos pontos nodais junto ao pilar e junto à estaca, determina-se a armadura necessária para o bloco, ilustrada na tabela 12.

Tabela 12 - Armação do bloco. Fonte: Autor.

Armação do Bloco	
R <sub>st</sub>	691,85 kN
<b>Armadura Principal 1</b>	18,30 cm <sup>2</sup>
Diâmetro Ø	16,0 mm
n° barras	10
R <sub>st2</sub>	142,22 kN
<b>Armadura Principal 2</b>	3,76 cm <sup>2</sup>
Diâmetro Ø	8,0 mm
n° barras	8
<b>Armadura de Pele</b>	2,29 cm <sup>2</sup>
Diâmetro Ø	8,0 mm
n° barras	5
Espaçamento	16 cm
<b>Estribos</b>	8,10 cm <sup>2</sup>
Diâmetro Ø	8,0 mm
n° barras	9
Espaçamento	30 cm

Verificação da Ancoragem	
lb	48 cm
lb nec	31 cm
Diâmetro da barra	16,0 mm
Verificação	OK

Através da exemplificação numérica realizada e dos dados obtidos na planilha, observou-se uma precisão considerável nos valores calculados, observando-se pequenas divergências entre valores encontrados visto que o cálculo manual não se utiliza da precisão de todas as casas decimais, com seus parâmetros sendo calculados com o uso de arredondamentos. Dada ainda as prováveis circunstâncias onde novos usuários possam utilizar da ferramenta sem o auxílio de outro profissional, ela serviu o propósito de minimizar possíveis erros e indicar ao usuário problemas no dimensionamento e dicas para solucioná-los, tornando-a uma ferramenta cujos resultados são válidos para o cálculo de blocos.

## 5. CONCLUSÃO

No trabalho em questão foi analisado o efeito da presença de estacas tracionadas em bloco de fundação submetidos a cargas excêntricas através do método de bielas e tirantes. Para isso, se fez necessária a análise do efeito do momento fletor atuante no pilar, o qual influencia a verificação das tensões nas bielas. Percebe-se os efeitos e mudanças de posição das bielas e de tirantes, de forma que se faz necessária a verificação cautelosa deles. O objetivo deste trabalho se deu por completo visto que o desenvolvimento de uma planilha para automatizar o cálculo de blocos de fundação com estacas tracionadas apresentou resultado condizente com as verificações manuais.

Esta ferramenta foi feita com o intuito de solucionar blocos de 2 estacas, visto que esta disposição é a mais propensa a permitir que estacas sejam tracionadas quando o bloco é submetido a cargas excêntricas. Fica como sugestão para futuros trabalhos:

- Ampliação desta metodologia para diferentes configurações de blocos de fundação;
- Desenvolvimento de softwares mais completos para o cálculo e detalhamento de blocos de fundação.

## 6. AGRADECIMENTOS

Registro neste parágrafo como agradecimentos ao orientador pela contribuição e conhecimento, ao curso de graduação em engenharia civil e seus respectivos profissionais pela didática e formação de profissionais qualificados para a sociedade e a UFMS pelo investimento para servir os profissionais e alunos.

## 7. REFERÊNCIAS

- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. (2022). *NBR 6122: Projeto e execução de fundações*. Rio de Janeiro.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. (2023). *NBR 6118: Projeto de estruturas de concreto*. Rio de Janeiro.
- BLEVÓT, J., & FREMY, R. (1967). *Annales de L'Institut Technique du Bâtiment et des Travaux Publics*. Paris.
- CAMPOS, J. C. (2015). *Elementos de fundações em concreto*. São Paulo: Oficina de textos.
- FUSCO, P. B. (1995). *Técnicas de armar as estruturas de concreto*. São Paulo: Pini.
- IBRACON. (2023). Fundações. Em A. Ernesto Kimura, G. Aris Parsekian, L. Carlos de Almeida, S. Hampshire de Carvalho Santos, & T. Nogueira Bittencourt, *Estruturas de Concreto Armado* (Vol. II, pp. 386-387). São Paulo.