

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MATO GROSSO DO SUL
Faculdade de Ciências Humanas
Curso de Graduação em Filosofia
Gabriel Luiz Campos Dalpiaz

**O Realismo platônico na Filosofia da Matemática de Roger Penrose
como fundamento da Teoria dos Três Mundos**

Campo Grande – MS
2024

Gabriel Luiz Campos Dalpiaz

**O Realismo platônico na Filosofia da Matemática de Roger Penrose
como fundamento da Teoria dos Três Mundos**

Trabalho de Conclusão de Curso
apresentado como pré-requisito para
graduação no Curso de Licenciatura em
Filosofia da Faculdade de Ciências
Humanas da Universidade Federal de
Mato Grosso do Sul.

Orientador: Prof. Dr. Vinicius da Silva
Carvalho (FACH-UFMS)
Coorientador: Prof. Ms. Onofre Crossi
Filho (PPEC-INFI-UFMS)

Campo Grande – MS
2024

Licenciatura em Filosofia

O Realismo platônico na Filosofia da Matemática de Roger Penrose como fundamento da Teoria dos Três Mundos

Gabriel Luiz Campos Dalpiaz

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Vinícius Carvalho da Silva – Orientador
Faculdade de Ciências Humanas – FACH-UFMS
Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências – Instituto de Física – PPEC-INFI-UFMS

Prof. Ms. Onofre Crossi Filho – Coorientador
Doutorando do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências – PPEC-INFI-UFMS

Prof. Dr. Erickson Cristiano dos Santos
Faculdade de Ciências Humanas – FACH-UFMS

Prof. Ms. Ronaldo José Moraca
Faculdade de Ciências Humanas – FACH-UFMS

EPÍGRAFE

*“E dizemos que umas são percebidas pela vista e não pelo pensamento,
mas que as ideias são pensamentos e não são visões”¹*

Platão

¹ Platão (2018, p. 255).

RESUMO

A pesquisa atual tem como objetivo geral explorar a importância do realismo platônico na filosofia da matemática. Realizou-se uma análise interpretativa/crítica das obras de Platão (428/427-348/347 a.C.) e de Penrose (1931-), visto que os dois pensadores se baseiam na matemática como ente racional e organizador do universo. Ambos partem do princípio de que o *kosmos* possui uma natureza racional. No entanto, essa racionalidade fundamenta-se em entidades abstratas reais e independentes de nós, como a matemática. Para o filósofo antigo e o físico-matemático contemporâneo, a matemática é um ente ontológico real que exerce influência direta sobre o mundo físico. Os fenômenos físicos são, assim, expressões de um mundo superior que os ordena. Portanto, Platão e Penrose partem do pressuposto da existência de uma realidade objetiva, dando ênfase à matemática.

Palavras-chave: Realismo. Filosofia da Matemática. Platão. Penrose. Três mundos.

ABSTRACT

The current research has the general objective of exploring the importance of Platonic realism in the philosophy of mathematics. An interpretative/critical analysis of the works of Plato (428/427-348/347 BC) and Penrose (1931-) was carried out, since both thinkers base themselves on mathematics as a rational entity and organizer of the universe. Both start from the principle that the cosmos has a rational nature. However, this rationality is based on real abstract entities that are independent of us, such as mathematics. For the ancient philosopher and the contemporary physicist-mathematician, mathematics is a real ontological entity that exerts a direct influence on the physical world. Physical phenomena are, therefore, expressions of a superior world that orders them. Therefore, Plato and Penrose start from the assumption of the existence of an objective reality, placing emphasis on mathematics.

Keywords: Realism. Philosophy of Mathematics. Plato. Penrose. Three Worlds.

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO.....	8
1 A FILOSOFIA E A MATEMÁTICA.....	9
1.1 O realismo platônico.....	9
1.2 Platão e a matemática.....	12
1.3 A influência do realismo de Platão nas ciências da natureza na contemporaneidade.....	16
1.4 O realismo em Penrose.....	20
1.5 Penrose e a matemática.....	22
2 OS TIPOS DE UNIVERSOS (MUNDOS).....	27
2.1 Os universos de Platão.....	27
2.2 Os três mundos de Penrose.....	30
CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	34
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	35

INTRODUÇÃO

O presente trabalho tem como objetivo geral explorar a importância da matemática nas teses metafísicas realistas de Platão (428/427-348/347 a.C.) e de Roger Penrose (1931-) e seu papel na tentativa de compreensão da natureza fundamental da realidade. Realizou-se uma análise interpretativa/crítica dos textos elencados, destacando-se obras fundamentais como *A República*, *Eutífron*, *Mênon* e *Timeu* de Platão, e *A mente nova do imperador*, *O caminho para a realidade* e *Sombras da mente* de Penrose.

Platão foi um filósofo da Grécia Antiga, discípulo de Sócrates (470-399 a.C.) e mestre de Aristóteles (384-322 a.C.), tendo uma profunda influência sobre o pensamento ocidental, especialmente através do realismo platônico aplicado a diversas áreas do conhecimento. Roger Penrose, por sua vez, é um físico-matemático e filósofo, vencedor do Prêmio Nobel de Física de 2020 por sua descoberta de que a formação dos buracos negros é uma previsão consistente da Teoria da Relatividade Geral. Penrose se dedica a resolver problemas ontológicos da física por meio da matemática, como a questão da gravitação quântica.

O trabalho possui três objetivos específicos: I) apresentar o realismo em Platão e Penrose, evidenciando que a verdade não é construída pela mente humana, mas descoberta. II) Abordar a importância da matemática em ambas as correntes filosóficas. Enquanto Platão afirma que a matemática é a principal via para acessar as ideias imutáveis, Penrose atribui à matemática o entendimento da racionalidade e da organização do mundo físico. III) Analisar os universos/mundos de ambos os filósofos. Para Platão, há dois universos: o sensível e o inteligível; o inteligível, que contém as ideias, está livre das imperfeições do mundo fenomênico sensível. Já para Penrose, existem três mundos: o físico, o mental e o matemático platônico, que se influenciam mutuamente.

1 O REALISMO FILOSÓFICO

1.1 O realismo platônico

“O primeiro momento filosófico, o primeiro esforço da reflexão consiste em discernir entre as coisas que existem em si e as coisas que existem em outra [...]”²

A concepção de busca da verdade não é algo contemporâneo. Recorrendo à história, seu surgimento deriva do filósofo da *physis*, Tales de Mileto, o primeiro *physikós*³ de que temos notícia (624 a.C.-546 a.C.). O fundador da escola jônica, investigou a *arché* do *kósmos*⁴ e dissera que a água era o princípio de tudo, pois tudo que é vivo possui umidade e tudo que está sucumbido é seco.⁵ Mas, para chegar a essa conclusão (ou hipótese), Tales teve que utilizar um método de raciocínio para (tentar) dizer sobre o que existe e a sua natureza fundamental. Assim, a filosofia surgia a partir de um ideal realista: compreender e explicar a realidade em seu nível mais fundamental.

Porém, os filósofos espanhóis Manuel García Morente (1886-1942) e Juan Zaragueta Bengoechea (1883-1974) afirmam que anterior a Tales, era recorrente a forma de raciocínio de se debruçar em um *realismo primitivo* (1966, p. 66). Observando a existência dessa inteligência em sua fase embrionária, isso se esclarece pelo fato de os seres humanos afirmarem ou enunciarem a verdade da forma como tal objeto era apresentado pelo mundo sensível. Não possuindo um crivo e estabelecendo seu próprio critério da realidade, sendo confirmada apenas por um simples exercício.

Tal realismo primitivo foi superado pelo realismo filosófico, em sua forma de buscar a verdade fundamental da *physis*. Um raciocínio ontológico pretendia resolver o problema de “o que existe?”, “quem existe” e “qual é o ser em si”. Nesse momento, para os pensadores ibéricos, surgia o realismo como arma filosófica, na tentativa de entender a diferença entre as coisas e as coisas em si. Conforme Morente e Bengoechea (1966, p. 66), “[...] os primeiros filósofos gregos que se propuseram o problema de ‘quem existe?’,

² Trecho de Morente e Bengoechea (1966, p. 66-67).

³ Conforme Peters em “Greek Philosophical Terms: A Historical Lexicon” (1968, p. 158): *Physikós: student of physis (q.v.), natural philosopher*. De acordo com Henri Bergson em seu “Curso de Filosofia Grega”, *esses primeiros filósofos foram físicos, φυσικοί*, (Bergson. 2005, p. 83).

⁴ Sobre a definição de *arché* e *kósmos*, “*Kósmos* e *arché* expressam quase a mesma coisa: *kósmos*? Designa a ordem ou a harmonia estabelecida, e *arché*, um princípio ordenador do qual a *phýsis* é a sua explicação.” (Spinelli, 2002, p. 87).

⁵ “[...] Tales de Mileto, filho de Examias, e Hipão, que parece ter sido ateu, afirmava que água é o princípio, tendo sido levados a isto pelas (coisas) que lhes apareciam segundo a sensação; pois o quente vive com o úmido, as coisas mortas ressecam-se, as sementes de todas as coisas são úmidas e todo alimento é succulento” (Os pré-socráticos, 1996, p.40-41).

de ‘qual é o ser em si’, quando o propõe para si, é porque já superaram o estado do realismo primitivo que enunciávamos que todas as coisas existem, e eu entre elas”.

O realismo possui como base a premissa de que a realidade existe e é externa e independente da consciência, isto é, que há uma realidade objetiva. Para isso, os seguidores ou estudiosos da área se concentram na busca por conhecer a realidade tal como ela é, nos limites em que isso seja possível. Platão é um autor referencial na filosofia realista. Em seus diálogos reforça-se o método dialético de tentar encontrar a verdade. Conforme Abbagnano, para Platão “[...] a dialética é a técnica da investigação conjunta, feita através da colaboração de duas ou mais pessoas, segundo o procedimento socrático de perguntar e responder.” (2007, p. 269).

Sobre a dialética, Sócrates comenta

O método dialético é, portanto, o único que, rejeitando as hipóteses, se eleva até o próprio princípio a fim de estabelecer solidamente suas conclusões e que, verdadeiramente, retira pouco a pouco o olho da alma da lama grosseira onde jaz mergulhado e o eleva à região superior, tomando por auxiliares e ajudantes desta conversão as artes que enumeramos [as artes: a música, ginástica, ciências dos números e dos cálculos]. Demos-lhe repetidas vezes o nome de ciências para nos conformar o uso; mas deveriam fazer outro nome, que implicasse mais claridade do que o de opinião e mais obscuridade que o de ciência – servimo-nos algures, mais acima, do de pensamento. (Platão, 2018, p. 290).

Platão em seus diálogos demonstra que o seu mestre Sócrates, tinha uma arguição aguçada ao apontar as falhas dos argumentos de seus oponentes por meio da contradição. Nesse intuito, ele utilizava da ironia para despertar a maiêutica.

A ironia socrática consiste em reconhecer a contradição presente no argumento dos interlocutores. Enquanto nos diálogos, os interlocutores afirmam saber, Sócrates parte do princípio de saber que não se sabe, partindo do que não é para (tentar) chegar ao que é. Um exemplo é encontrado na obra platônica *Eutífron*, Sócrates questiona o que é piedade para Eutífron, este responde que a piedade agrada aos deuses, mas a impiedade os causa ódio. Porém, percebendo a afirmação de seu interlocutor ser inconsistente, Sócrates questiona dizendo que os próprios deuses possuem discordâncias entre si, e aquilo que o conceito piedade reflete, torna-se vago pela contradição evidente no argumento do intelecto. Nas palavras de Platão (1981, p. 342, tradução nossa)⁶,

⁶ “SÓCRATES. – Pues bien: pongamos cuidado en lo que decimos. Una cosa y un hombre que son gratos a los dioses son piadosos, mientras que una cosa y un hombre odiados por los dioses, son impíos, lo piadoso y lo impío no son, ciertamente, la misma cosa, sino cosas que se oponen entre sí, ¿no es eso?”

SÓCRATES. – Bem: vamos ter cuidado com o que dizemos. Uma coisa e um homem que agradam aos deuses são piedosos, enquanto uma coisa e um homem odiados pelos deuses são ímpios, o piedoso e o ímpio certamente não são a mesma coisa, mas coisas que se opõem. Não é isso?

EUTÍFRON. - Assim é.

SÓCRATES. – O que dizemos parecerá justo?

EUTÍFRON. – É o que me parece, Sócrates, e foi o que eu tenho dito.

SÓCRATES. – E você também não disse, Eutífron, que os deuses discordam entre si, que mantêm diferenças e se odeiam?

EUTÍFRON. – Eu tenho dito isso, de fato.

Sobre a maiêutica, o seu significado é “a arte de realizar partos”, no caso parir a verdade. O seu método aparece, talvez, em maior envergadura na obra platônica *Mênon*. Sócrates mostra algumas medidas possíveis de um quadrado a um escravo que nunca havia aprendido geometria em sua vida. Sócrates adverte Mênon, que o escravo “despertou” o conhecimento sobre geometria, através das interrogações feitas. A verdade foi despertada por meio da reminiscência.

Conforme Platão (2001, p. 65),

SO [Sócrates]. E não é verdade ainda que a ciência que ele tem agora, ou bem ele adquiriu em algum momento ou bem sempre teve?

MEN [Mênon]. Sim.

SO. Ora, se sempre teve, ele sempre foi alguém que sabe; mas, se adquiriu em algum momento, não seria pelo menos na vida atual que adquiriu, não é? Ou alguém lhe ensinou a geometria? Pergunto porque ele fará estas mesmas descobertas a respeito de toda a geometria e mesmo de todos os outros conhecimentos sem exceção. Ora, há quem lhe tenha ensinado todas estas coisas? Pergunto-te porque estás, penso, em condição de saber, quanto mais não seja porque ele nasceu e foi criado na tua casa.

MEN. Mas eu bem sei que ninguém jamais lhe ensinou.

SO. Mas ele tem ou não essas opiniões?

MEN. Necessariamente tem, Sócrates, é evidente.

SO. Mas se não é por ter adquirido na vida atual que as tem, não é evidente, a partir daí, que em outro tempo as possuía e as tinha aprendido?

MEN. É evidente.

SO. E não é verdade que esse tempo é quando ele não era um ser humano?

MEN. Sim.

EUTIFRÓN. – Así es.

SÓCRATES. – ¿Parecerá justo lo que decimos?

EUTIFRÓN. – Eso me parece a mí, Sócrates, y es lo que yo he dicho.

SÓCRATES. – ¿Y no has dicho igualmente, Eutifrón, que los dioses combaten entre sí, que mantienen diferencias y se odian unos a otros?

EUTIFRÓN. – Lo he dicho, efectivamente.”

A ironia socrática e a maiêutica são estratégias para Platão conceber a sua teoria do conhecimento que, quando utilizada de maneira correta consegue acessar a razão, superando o universo sensível e alcançando o universo inteligível por meio da dialética.

1.2 Platão e a matemática

*“Quem não é geômetra não entre!”
(Sobre o portão da Academia de Platão)*

Para Platão, a matemática e a filosofia sempre estiveram próximas. Para adentrar em sua academia, o estudante deveria conhecer a arte da geometria que é uma área da matemática. Em *A República*, Sócrates enfatiza o ensino da geometria para que o praticante reconheça que a verdade está além do universo mutável, mas que a verdade é imóvel, e seu reconhecimento só é possível por meio da abstração pura, da razão.

- É fácil concordar com isso – observou; – a geometria é, com efeito, o conhecimento do que existe sempre.
- Em consequência, meu nobre amigo, ela atrai a alma para a verdade e desenvolve nela este espírito filosófico que eleva para as coisas de cima os olhares que inclinamos erradamente para as coisas daqui debaixo. (Platão, 2018, p. 282).

No pensamento de Platão, a matemática ganha destaque como expressão da razão. Ela se destaca por seu espírito independente, onde seus axiomas se desdobram em estruturas próprias, revelando novas verdades.

- E percebo agora, após ter falado da ciência dos números, quão bela e útil ela é, sob muitos aspectos, para o nosso desígnio, contanto que a estudem para conhecer e não para traficar.
- O que admiras tanto nela?
- Este poder, que acabo de mencionar, e imprimir à alma um vigoroso impulso em direção à região superior e de obriga-la a raciocinar sobre os números em si próprios, jamais tolerando que se introduzam em seus raciocínios números visíveis e palpáveis. (Platão, 2018, p. 279-280).

Essa relação do realismo atrelado à matemática (e à geometria), está presente em estudos recentes, como no caso do lógico Newton da Costa (1929-2024). Para o filósofo brasileiro, a matemática só pode ser demonstrada por signos (pela linguagem), porque há uma “natureza” para ela existir.

O matemático, ao fazer matemática, possui seguramente uma intuição [...] de certa ordem existente entre os objetos estudados. Os produtos da intuição são codificados por definições ou sistemas de axiomas. Em geral se tem a sensação de que se descobre algo; mas, ainda quando se pensa que se criou arbitrariamente algum objeto, digamos por meio de um sistema de axiomas, tal objeto possui determinada estrutura, a qual não se pode modificar à vontade. Daí, **ser razoável admitir-se algo existente por trás dos axiomas, isto é, da elaboração linguística** (Costa, 2008, p. 214, grifo nosso).

Newton da Costa vai além, quando pontua sobre o acesso a essas entidades abstratas. Para ele, os matemáticos recorrem à intuição, seja ela material ou formal. Sendo a formal uma entidade puramente racional, como calcular os ângulos de um triângulo. Para isso não é necessário tê-lo diante de si para saber que a soma dos triângulos sempre são 180°. Enquanto a intuição material recorre à utilização de símbolos para exemplificar essas entidades numéricas, como somar o número de maçãs sobre uma mesa ou contar quantos carros no estacionamento do mercado há, etc.

Mas, se os argumentos anteriores forem convincentes e há entidades abstratas em matemática (e em lógica), surge o problema epistemológico crucial: como as conhecemos?

[...] No momento, devemos novamente tratar da intuição em lógica e em matemática, pois se há conhecimento de entidades abstratas, ele só se pode efetuar com auxílio de alguma classe de intuição; ou, pelo menos, parece que a intuição tem de estar presente para nos pôr em contato com essas entidades. Se não, como as poderíamos ver, como as conheceríamos? Evidentemente, aqui não se tem intuição sensível ou intuição mística. Tem-se, isto sim, intuição pura, intelectual ou racional. Como é sabido, os filósofos distinguem dois tipos de intuição racional (ou intelectual): a material e a formal. A primeira nos poria diretamente em contato com as entidades intuídas, enquanto a segunda apenas nos permite intuir relações (e propriedades) (Costa, 2008, p. 215).

Sobre as intuições material e formal, o filósofo brasileiro utiliza o exemplo de predicar um conjunto vazio (\emptyset). Por ser algo que foge da intuição material, recai à intuição intelectual formal e afirma que essa natureza abstrata, advém de uma ação axiomática. “Por exemplo, na teoria ZF⁷ tem-se intuição do modelo subjacente da hierarquia de conjuntos –, mas a intuição é formal: intui-se a estrutura, mas não conteúdo, a matéria-prima da hierarquia conjuntista.” (Costa, 2008, p. 216).

⁷ O conjunto de Zermelo-Fraenkel (ZF) foi apresentado no começo do século XX para superar o problema ingênuo das teorias dos conjuntos.

Para Newton da Costa há inúmeros sistemas lógicos, números e conjuntos que são reais e independente de nós. Para isso, o filósofo lógico brasileiro emprega a relação de um *platonismo multivalente*, que foge da regra tradicional do platonismo. Para ele, os sistemas existentes podem ser escolhidos de acordo com o contexto existente.

Assim, desde que há infinitos sistemas lógicos possíveis e apenas alguns dentre eles têm aplicação nos contextos racionais, e como a todos eles, existe certo tipo de realidade subjacente, a conclusão que se impõe é a de que o realismo apropriado às ciências dedutivas é o platonismo. Trata-se, claramente, de platonismo diferente do das tendências tradicionais. Pode haver Formas ou Ideias das quais não participa nenhum objeto real. Trata-se, portanto, de platonismo que se pode designar de *platonismo multivalente*, embora esta expressão soe algo estranha. Do prisma da filosofia positiva, pouco se pode dizer mais dessa categoria de platonismo; acrescentaremos, tão-somente, que ele decorre da situação presente das disciplinas formais (Costa, 2008, p. 217-218).

O filósofo Julius Moravcsik (1931-2009), compartilha de um pensamento similar sobre o realismo, quando assinala que a ciência existe em busca de coisas que existem independente de nós, e nisso está incluso as próprias coisas abstratas, como a matemática. Só há a busca científica para dizer sobre *o que é*, pois há algo externo a mente humana. Para isso, utiliza o conceito de preexistência.

Encontramos muitas evidências em diálogos como o *Mênon* e a *República* para interpretar que Platão defendia a tese da preexistência. Tanto a teoria da reminiscência para o conhecimento como a abordagem da *techné* em termos dos objetos exigem isso. Para que o entendimento e a ciência genuína sejam possíveis, deve existir um domínio de objetos que tenham propriedades especiais e sejam independentes da mente humana. Isso, porém não é suficiente. Numa concepção realista, árvores, montanhas e sons também existem independente da mente. Filósofos como G. E. Moore teriam dito que os sons da floresta existem mesmo que não haja ninguém para ouvi-los. Da mesma forma, a matemática existe mesmo que ninguém a conheça. Além disso, um verdadeiro platônico acredita que a matemática existe independentemente de ser instanciada num mundo de espaço e tempo. Como vimos, esta certamente é a visão de Platão. (Moravcsik, 2006, p. 281).

Moravcsik vai além na teoria da preexistência, quando postula sobre uma questão básica de geometria. Para ele um triângulo de 180 graus perfeito é advindo apenas de uma abstração, pois na realidade um triângulo representado na geometria euclidiana, terá “imperfeições”. Visto que haverá espessura nas linhas, as suas arestas não serão

totalmente retas e outros entraves presentes do universo fenomênico. Porém, sabe-se da existência desse triângulo, mesmo que de fato ele não exista na realidade sensível.

Uma maneira de combinar as exigências de abstração e de generalidade nos objetos é interpretar que as verdades geométricas e matemáticas se referem a propriedades não diretamente representadas pelos sentidos. A verdade de que os ângulos de um triângulo somam 180 graus refere-se a relações entre propriedades abstratas. Sua manifestação não-qualificada teria de ser uma figura limitada por linhas sem largura. Não há linhas assim na experiência sensível. Desse modo, a aplicação dessa verdade a particularidades no espaço e no tempo sempre envolve alguma qualificação. O mesmo pode ser dito de verdades matemáticas. Assim, a proposição de que dois é um número par é interpretada como uma ligação da propriedade cujas instâncias são todas dobros com a propriedade de ser divisível por dois. Não há nada no espaço e tempo que seja simplesmente dois. Ao mesmo tempo, podemos usar essa verdade para encontrar o sentido de afirmações sobre conjunto de coisas conhecidas por meio dos sentidos. Podemos pegar instâncias de dois, adequadamente qualificadas, como duas vacas, dois aniversários, dois pontos etc., e aplicar os princípios de aritmética, adequadamente modificados, a essas pluralidades (Moravcsik, 2006, p. 282-283).

Outro físico, matemático e filósofo que teve influência do realismo foi o francês Jules Henri Poincaré (1854-1912). Este afirma que há leis reguladoras do mundo natural que são expressas por uma ordem matemática inerente ao espírito (ou à mente) racional. Há, segundo Poincaré (1995, p. 9), uma harmonia universal entre a inteligência humana e as leis naturais, ou ainda, uma realidade objetiva que é expressada por leis matemáticas.

Essa harmonia que a inteligência humana crê descobrir na natureza existirá fora dessa inteligência? Não, sem dúvida é impossível uma realidade completamente independente do espírito [ou mente] que a concebe, vê ou sente. Um mundo assim tão exterior, se acaso existisse, ser-nos-ia para sempre inacessível. Mas o que chamamos de realidade objetiva é, em última análise, o que é comum a muitos seres pensantes, e poderia ser comum a todos; essa parte comum [...] só pode ser a harmonia expressa por leis matemáticas. É, portanto, essa harmonia a única realidade objetiva, a única verdade que podemos atingir; e se acrescento que a harmonia universal do mundo é *a fonte de toda beleza*, será possível compreender o valor que devemos atribuir aos lentos e penosos progressos que nos fazem, pouco a pouco, conhecê-la melhor. (Poincaré, 1995, p. 9, colchetes e itálicos nossos).

Para Poincaré, a harmonia entre leis matemáticas racionais e as leis que governam as regularidades do mundo natural, são a própria objetivação da matemática na natureza. Segundo Crossi Filho (2020, p. 192) “A partir dessa perspectiva [poincareana], a verdade matemática pode ser entendida como real, e o conhecimento matemático torna-se, então,

o veículo dessa verdade e da realidade objetiva”. Tal realismo matemático poincareano, cuja harmonia universal manifesta a estrutura que ordena os fenômenos no mundo, guarda, ainda, certa similaridade com o realismo platônico, pois, segundo Silva (2019, p. 69, colchetes nossos), “não é em nome da utilidade que o cientista [Poincaré] pesquisa a natureza, mas da beleza” enfatizando o belo enquanto finalidade.

Poincaré encontra na matemática a exatidão e a verdade necessárias à compreensão das leis físicas. Entretanto, a exatidão matemática é inalcançável no mundo natural, na qual a precisão (acurácia) é a referência enquanto meta a ser aperfeiçoada.

Diante disso, o realismo e sua relação com matemática está presente na filosofia da metrologia⁸, que busca conceituar as unidades de medida em sua forma mais pura. Por exemplo, o que seria um quilograma exato? Qual a sua existência empírica? Para que um quilograma perfeito exista, seria necessário que todas as casas decimais após o valor inicial fossem zero, o que não ocorre no mundo sensível. Na prática, as balanças mais precisas sempre reportam pequenas variações, desviando-se da exatidão. Ainda assim, esse quilograma ideal existe como um conceito, uma entidade perfeita, similar ao triângulo ideal na geometria. Sobre isso, Barker (1969) afirma que nunca vemos pontos e linhas retas. O que observamos são manchas ou linhas com espessura, o que reforça que “o conhecimento geométrico deve ser a priori, não empírico, se o argumento é correto” (p. 41). Esse tema remete à *Alegoria da Caverna* de Platão, na qual os homens enxergam apenas sombras das coisas reais, em vez de apreenderem as entidades em sua forma mais pura.

1.3 A influência do realismo de Platão nas ciências da natureza na contemporaneidade

“O realista admite a possibilidade do conhecimento objetivo do mundo físico e, neste sentido, da sua inteligibilidade”⁹

Em Platão encontramos uma metafísica que postula a existência de uma realidade objetiva, eterna e imutável, enquanto fundamento inteligível para o mundo físico sensível, também chamado de mundo material. Esse realismo em relação às Formas Eternas Universais (*Eidos/Ideias*) está na base do tipo de realismo matemático advogado por

⁸ Para saber mais sobre a relação de metrologia e filosofia, ver Vaz (2017).

⁹ Trecho de Cesar Gómez (1979, p. 74).

Penrose: Há um mundo platônico das formas matemáticas, onde reside a verdade, caracterizada pela sua natureza matemática. Dito de outra forma, as verdades matemáticas não são constructos mentais, produtos do engenho humano. Elas possuem uma realidade objetiva atemporal e inespacial, ontologicamente as bases inteligíveis das relações físicas espaço-temporais que “estruturam”, “organizam” ou “ordenam” o mundo material.

A importância do realismo platônico nas ciências da natureza remonta à Filosofia Natural de Copérnico, Kepler, Galileu, Newton, e, portanto, à formação da chamada “ciência moderna”, fruto do renascimento da metafísica pitagórico-platônica e seu projeto de matematização da física e geometrização da natureza.

No século XX, com o nascimento da física moderna – mecânica quântica, relatividade e cosmologia – reforçou-se a ideia de que a natureza fundamental da realidade é matematicamente estruturada, ou, ao menos, de que a matemática é a melhor linguagem para expressar as relações físicas mais fundamentais e descrever as entidades e estruturas mais básicas. Matemáticos e físicos procuravam entender a lei organizadora do todo, reconhecendo os limites do campo observacional em lidar com a natureza quântica e suas leis, ainda desconhecidas. Entretanto, a interpretação ontológica, em compreender “o que são as coisas”, revela a necessidade de considerar entidades “não-observáveis”.

Esta necessidade fez com que o realismo em suas diversas versões¹⁰ tivessem forças para estarem presentes como epistemologias nas ciências da natureza. Um exemplo é a *Teoria da Relatividade* realizada pelo físico-filósofo Albert Einstein (1879-1955) que desafiou o empirismo forte, quando propôs a dedução teórica e a matemática como métodos iniciais ao desenvolvimento de sua teoria que buscava a equivalência entre massa e energia e a curvatura do espaço-tempo. Posteriormente, foi comprovado empiricamente por meio do eclipse solar em Sobral-CE, no ano de 1919, que determinadas previsões da teoria estavam corretas. Entretanto, o ponto crucial foi superar a base epistemológica predominante da época, que orientava as investigações iniciais nas ciências da natureza.

Conforme Silva, se o empirismo fosse o único meio de se buscar a verdade, teorias físicas como as de Albert Einstein não teriam sido realizadas.

¹⁰ Reforça-se que o realismo, enquanto epistemologia, é muito plural, não há um realismo, mas há realismos. “O fato de haver disponível à nossas mãos mais de 30 variações da tese realista já é mais do que suficiente para frisarmos o quão plural é essa doutrina metafísica e o quanto é necessário ao menos colocar o problema da possibilidade de um núcleo comum a toda essa multiplicidade de formas” (Silva & Videira, 2022, p. 245).

Tal discussão está no centro do chamado ‘Debate de Munich’, conhecido como ‘A batalha pela alma da ciência’, que teve lugar em 2014, envolvendo físicos, cosmólogos e filósofos da ciência. De um lado, aqueles como Richard Dawid defenderam que em casos limites, a ciência, para avançar, não pode tomar a confirmação empírica como um dogma, uma necessidade inviolável. Se não fosse a teoria pura, sem contato com o mundo da experiência, postulando entidades inobserváveis, Einstein não teria ousado compor uma nova concepção do universo, diversos modelos cosmológicos, quicá o do próprio Big Bang, não poderiam existir, assim como os teóricos de cordas não avançariam em suas tentativas de unificação da física. (Silva, 2021, p. 294).

O realismo platônico reaparece nesse contexto. Após a Teoria da Relatividade ganhar força, juntamente com as teorias quânticas. Um novo *universo* aparecia e necessitava ser investigado. Os problemas quânticos e a afirmação de que há uma lei organizadora que racionaliza o todo, sendo esta a natureza fundamental, físicos-filósofos que viram em Platão, uma possibilidade de entendimento do universo. A influência do realismo platônico aparece, segundo Spencer, nos físicos como Einstein, Schrödinger (1887-1961) e Planck (1858-1947) que eram tidos como realistas abstratos, sendo uma categoria mais ampla, que abrange o platonismo matemático (2007, p. 32).

O realismo platônico afirma que todos os objetos do universo sensível são apenas cópias do universo inteligível.¹¹ Sendo este último universo, o que possui as formas perfeitas da ideia de bem, de justiça, do belo etc. e as ideias e formas matemáticas. Platão parte do pressuposto de que a matemática desempenha um papel fundamental na estruturação e harmonia do universo, possuindo um teor além do prático, mas uma chave para evidenciar a sua importância para o entendimento da natureza filosófica do universo.

Para Lopes “Em Platão, como em Pitágoras, encontramos, então, as origens da concepção segundo a qual a matemática descreve o mundo, uma concepção que será incorporada na física com Galileu” (1991, p. 100). Nos físicos contemporâneos, como Roger Penrose, observa-se não apenas uma adesão ao pressuposto filosófico do realismo platônico, mas também o uso da matemática como instrumento prático e fundamental para o desenvolvimento de teorias como a gravitação quântica. Porém, é necessário enfatizar que o realismo de Platão é um projeto filosófico sistemático. Procurando abarcar a totalidade.

¹¹ Mais à frente, no tópico 2 deste trabalho, serão abordados os universos de Platão.

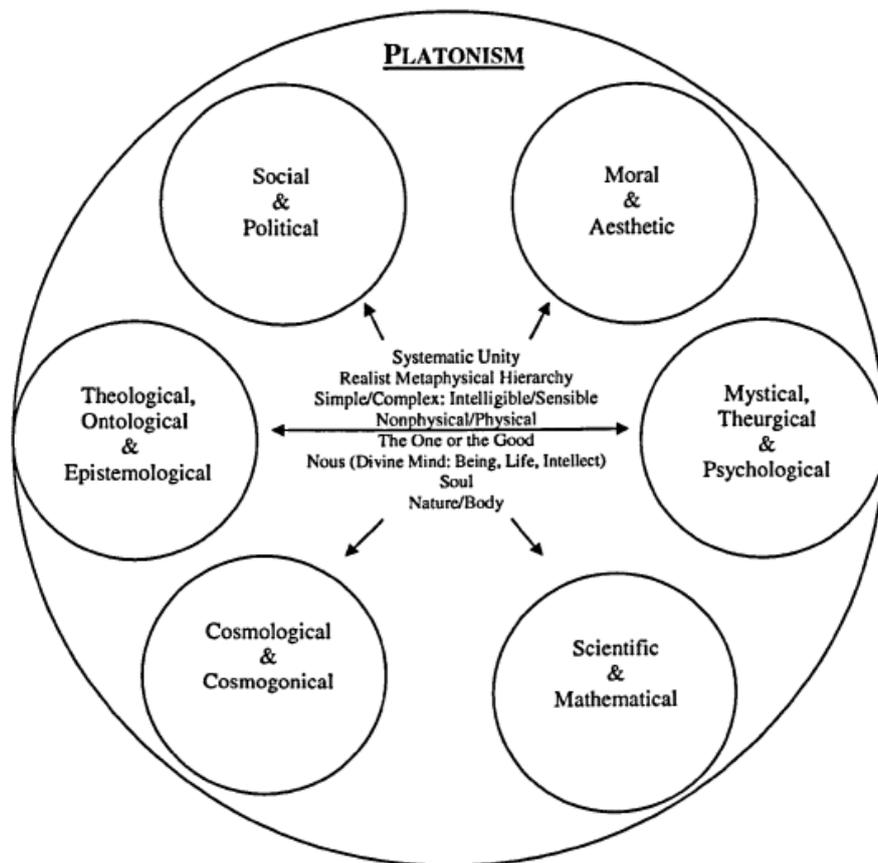


Figura 1. Diagrama dos vários espectros do platonismo (Spencer, 2007, p. 29).

A principal diferença entre Platão e os realistas platônicos está na forma como estes últimos tratam a matemática. Eles pressupõem elementos que não estão presentes na filosofia de Platão, como a ideia de que tudo é feito de matemática. Platão evidencia a característica da ideia de bem, às formas geométricas além da matemática no universo inteligível.

Conforme Dias (2022, p. 24-26), o realismo platônico na história ganhou diversos contornos, e na época atual, há uma ênfase maior à questão ontológica do que à epistemológica, quando grande parte dos realistas das ciências da natureza se debruçam somente sobre a matemática.

Portanto, Penrose não avança nas discussões sobre o belo, a moral e o *ethos*, como Platão fez, ele atribui contornos platônicos apenas à matemática. Assim, o realismo de Penrose reflete o realismo platônico exclusivamente na matemática – é o chamado realismo matemático, ou platonismo, em Filosofia da Matemática.

1.4 O realismo em Penrose

“[Penrose] considera que existe uma realidade aí fora e que ela é suscetível a ser conhecida”¹²

O realismo de Penrose é a crença de que a realidade, em seu nível fundamental, é matemática, isto é, que a realidade de verdades matemáticas é objetiva, posto que existam independente de nós. Para Gardner, Penrose enfatiza a existência de um universo não-material permeado pela ideia matemática, que se organiza de forma eterna e independente.

Penrose também tem a coragem de afirmar, ao contrário de uma crescente negativa expressa por um pequeno grupo de físicos, a existência de um realismo absoluto. Não apenas o universo “existe”, mas a verdade matemática também tem uma misteriosa existência eterna e independente (Gardner, 2023, p.20).

O filósofo aponta que o mundo matemático estrutura o mundo material (físico), e que este não pode existir sem aquele, embora o mundo matemático possa existir independentemente do mundo físico. Uma conclusão para esse argumento é que o mundo físico depende da racionalidade do mundo matemático. Visto que o comportamento de todas as formas presentes neste mundo sensível é expresso por leis determinadas por um mundo superior, no caso o mundo matemático.

Conforme Penrose “[...] todo o mundo físico é retratado como sendo governado de acordo com leis matemáticas. [...] Nesta visão, tudo no universo físico é de fato governado em detalhes completamente precisos por princípios matemáticos [...]” (2006, p. 68, tradução nossa)¹³.

A realidade externa é matematicamente ordenada, cabendo-nos “descobrir”, e não “inventar” ou “criar”, sua ordem subjacente. Porém, nos aproximamos dela por meio dos juízos que fazemos sobre as coisas que nos cercam. Portanto, aquilo que conhecemos passa pelo crivo do ser humano.

Nosso autor considera que existe uma realidade aí fora e que ela é suscetível a ser conhecida. A forma de conhecer essa realidade seria através de juízos. Mas entendamos isso corretamente. Quando Penrose fala de “juízos”, ele não se refere a qualquer tipo de “criação”, mas sim

¹² Trecho de Gonzales (2020, p. 213).

¹³ “[...] todo el mundo físico se representa gobernado de acuerdo con leyes matemáticas [...] Desde este punto de vista, todo lo que hay en el universo físico está realmente gobernado en todos sus detalles por principios matemáticos [...]”.

avaliar até que ponto o que é que nos é apresentado corresponde com a realidade. É dizer, que a última palavra dependeria sempre dessa própria realidade em si e em nenhum dos casos de tal juízos. (González, 2020, p. 213, tradução nossa)¹⁴.

O realismo de Penrose se expressa claramente ao considerar a matemática tanto em uma dimensão epistemológica quanto em sentido ontológico. Para ele, a matemática é essencial para descobrir a verdade fundamental da *physis* e serve como o fundamento em que tudo se organiza, é o *logos* do todo. Portanto, a necessidade da formulação de sua epistemologia, e o anseio pelo estudo do campo matemático se deu pela preocupação em entender a composição do espaço-tempo no contexto da teoria da gravitação quântica.

Como podemos obter um entendimento mais profundo da origem da segunda lei? Parece que somos forçados a um impasse. Precisamos entender a razão de as *singularidades espaçotemporais* terem a estrutura que parecem ter; mas as singularidades espaçotemporais são as regiões nas quais o nosso entendimento da física alcança o seu limite. [...] O comportamento singular do colapso eletromagnético dos átomos foi impedido pela teoria *quântica*; e, da mesma forma, deveria ser a teoria quântica que nos dá uma teoria finita no lugar das singularidades espaçotemporais clássicas “infinitas” que surgem no colapso gravitacional das estrelas. Porém, não pode ser uma teoria quântica ordinária. Deve ser uma teoria quântica da própria estrutura do espaço e do tempo. Essa teoria, se existir, seria conhecida como “*gravitação quântica*” (Penrose, 2023, p. 459, grifo do autor).

No caso, a gravitação quântica procura superar o impasse que ocorre entre a teoria da relatividade e a mecânica quântica, visto que ambas áreas possuem físicas aplicadas relacionada aos seus objetos de análise. Fazendo com que uma seja diferente da outra e que as (supostas) leis descobertas para explicar os fenômenos da relatividade não sejam aplicáveis à mecânica quântica e vice-versa.

Uma das possibilidades para revolver esse problema é a teoria das cordas, criada por Theodor Kaluza (1885-1954) nos anos de 1910. Kaluza procurou trazer respostas mais elaboradas à física, pois a Teoria da relatividade geral não consegue explicar tudo que envolve buracos negros e o big bang, enquanto que a física quântica não traz elementos necessários para entender a gravidade (Abdalla, 2005).

¹⁴ “Nuestro autor considera que existe una realidad ahí fuera y que es susceptible de ser conocida. El modo de conocer dicha realidad sería a través de juicios. Pero entendamos esto correctamente. Cuando Penrose habla de «juicios» no se refiere a ningún tipo de «creación», sino de valorar hasta qué punto lo que se nos presenta se corresponde con la realidad. Es decir, que la última palabra siempre dependería de esa realidad en sí y en ninguno de los casos de tales juicios”.

Esse impasse persiste até os dias atuais. Não há nenhuma teoria da gravidade que unifique reatividade e mecânica quântica. Visto que, Penrose pretendendo unificar a *Relatividade* e a mecânica quântica, propõe uma teoria de gravitação quântica. Neste caso, parte-se de uma metafísica platônica, ao propor a existência de objetos matemáticos simultaneamente abstratos e reais, cuja realidade objetiva independe da mente humana. O físico-matemático contemporâneo crê e defende que há uma racionalidade implícita na organização do todo.

1.5 Penrose e a matemática

“É como se o pensamento humano, em vez disso, fosse conduzido a alguma verdade exterior – uma verdade que tem uma realidade própria e que então é revelada somente de forma parcial para qualquer um de nós”¹⁵

Como já mencionado neste trabalho, Penrose é um matemático e o seu realismo enfatiza a existência de três mundos concomitantemente diferentes, porém interligados. A matemática para Penrose é o processo de explicação profunda da realidade do mundo físico. E por que o mundo físico pode ser explicado com “assombrosa eficácia” pela matemática? Por que ele “emerge” de um mundo matemático objetivamente real.

Para fortalecer a relação do realismo com a matemática, Penrose utiliza o conjunto de Mandelbrot como existente apenas no mundo matemático platônico, mas que não existe no mundo empírico. Visto que o conjunto possui uma característica própria, pois independentemente da amplitude da imagem, sempre terá a mesma forma geométrica, mesmo que sua dimensão seja reduzida *ad infinitum*. Isso só é possível devido à aplicação de conceitos matemáticos em fractais¹⁶. Para Domingos, o conjunto de Mandelbrot, “[...] é formado pelos pontos do plano complexo, em que $z_{n+1}=z_n^2+c$ converge quando o número de interações cresce infinitamente com $Z_0=0$ ” (2013, p. 52).

¹⁵ Trecho de Penrose (2023, p. 151-152).

¹⁶ Fractais são “[...] ‘objetos’ geométricos com estruturas autos similares em infinitas escalas, isto é, existem cópias exatas ou aproximadas do objeto inteiro em pedaços de tamanhos tão pequenos quanto se queira. O termo fractal foi cunhado por Benoît Mandelbrot na década de 1970, quando os recursos computacionais permitiram enxergar a riqueza e a beleza dessas figuras, para além dos exemplos e descobertas do início do século XX, feitas por Helge von Koch, Gaston Julia, Pierre Fatou e outros. À parte sua importância na matemática, os fractais servem como ferramenta na imitação de cenários naturais e plantas” (USP, c2024).

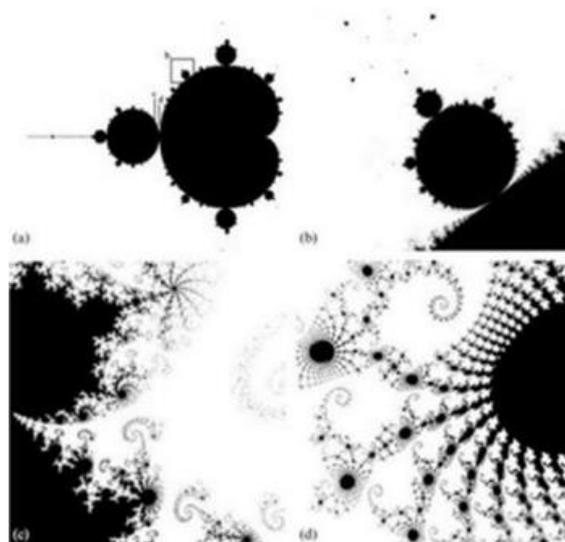


Figura 2. “Sobre o conjunto de Mandelbrot com ampliações da imagem em (b), (c) e (d)” (Penrose, 2006, p. 64).

Conforme Penrose,

O conjunto de Mandelbrot não é uma invenção da mente humana: é uma descoberta. Assim como o monte Everest, o conjunto de Mandelbrot simplesmente *existe!*

Da mesma forma, o próprio sistema de números complexos tem uma realidade profunda e eterna que vai além da construção mental de qualquer matemático em particular (Penrose, 2023, p. 153).

O conjunto de Mandelbrot por mais que não exista de forma empírica, possui uma racionalidade matemática que pode ser prevista no comportamento e na estrutura da natureza em formas fractais. Como em flocos de neve, nervuras de árvore, as espirais das galáxias etc. Essa organização existe de maneira racional e objetiva, como o próprio conjunto de Mandelbrot.

Os objetos do mundo da matemática são um tema importante à filosofia. Pois, possuem uma natureza de conceitos abstratos, sendo utilizados (também) como linguagem para transcrever os fenômenos do mundo físico. Alguns cientistas, pesquisadores e filósofos podem partir do princípio que os objetos matemáticos são apenas convenções e criações da mente humana. Contudo, há pensadores, e nesse caso o próprio Penrose, que dissertam sobre uma verdade matemática, que se revela como além de nós e que não são inventadas, mas descobertas.

O quão “reais” são os objetos do mundo matemáticos? De um ponto de vista parece que não deve existir nada de real sobre eles. Objetos matemáticos são só conceitos; são idealizações mentais que os matemáticos fazem geralmente motivados pela aparência e aparente

ordem dos aspectos do mundo ao nosso redor, mas idealizações mentais de qualquer forma. Podem ser qualquer coisa além de meras construções arbitrárias da mente humana?

Ao mesmo tempo geralmente parece que existe alguma realidade profunda subjacente a esses conceitos matemáticos, indo muito além das deliberações mentais de qualquer matemático em particular. É como se o pensamento humano, em vez disso, fosse conduzido a alguma verdade exterior – uma verdade que tem uma realidade própria e que então é revelada somente de forma parcial para qualquer um de nós (Penrose, 2023, p. 151-152, negritos nossos).

Partindo-se dessa discussão se a matemática é inventada ou descoberta, se afirma-se que ela é inventada, deve-se perguntar se a sua utilização é apenas uma forma abstrata de “criar” verdades. No entanto, se ela é descoberta, reconhece-se que a verdade existe, e o pesquisador retira o manto que lhe obscurece pela ignorância. Penrose possui um posicionamento mais firme em relação à matemática ser “descoberta”.

A matemática é inventada ou descoberta? Quando os matemáticos encontram seus resultados, eles apenas realizam elaboradas construções mentais que não têm existência factual, mas cujo poder e elegância é suficiente para enganar seus próprios inventores ao acreditarem que essas meras construções mentais são “reais”? Ou estão os matemáticos realmente a descobrir verdades que, de facto, já “existem” – verdades cuja existência é independente da atividade dos matemáticos? Eu penso que, por ora, deve estar bastante evidente para o leitor que pertencço ao campo daqueles que acreditam no segundo caso, em vez do primeiro, pelo menos com relação a essas estruturas, como números complexos e o conjunto de Mandelbrot (Penrose, 2023, p. 154).

Contudo, uma das questões levantadas é se os objetos do mundo matemático platônico existem de fato ou se apenas a verdade matemática absoluta existe enquanto conceito que os abarca. Partindo dessa problemática, pode-se discutir a natureza da matemática e se esta deve ser entendida como uma descoberta de realidades preexistentes ou como uma construção do pensamento humano.

A discussão pode distanciar ambos pressupostos, quando se afirma que os objetos do mundo matemático platônico são reais, acessados apenas pelo intelecto, em que está além de uma experiência física direta, mas uma experiência mental, como o próprio conjunto de Mandelbrot. Porém, se partir do segundo argumento, recaímos na hipótese de que a matemática, talvez exista apenas na forma de linguagem para descrever as leis da realidade, apenas.

Mas, para Penrose, ambas afirmações não são divergentes, são da mesma natureza. Pois, para o pensador contemporâneo se algo é uma verdade matemática, ele existe de fato, independente da consciência humana tê-la acessado ou não.

Por exemplo, poderíamos argumentar sob a égide do “platonismo” se objetos do pensamento matemático têm algum tipo de “existência” real, ou se é somente o conceito de “verdade” matemática que é absoluto. decidi não destacar essas distinções aqui. Para mim, o caráter absoluto da verdade matemática e a existência platônica dos conceitos matemáticos são essencialmente a mesma coisa. A “existência” que devemos atribuir ao conjunto de Mandelbrot, por exemplo, é uma característica da sua natureza “absoluta” (Penrose, 2023, p. 175).

Penrose aproxima-se da visão platônica, quando postula que o caráter matemático é verdadeiro. Ele aponta que a matemática não é simplesmente uma invenção humana, mas, se aproximando da visão platônica, postula que os objetos matemáticos possuem uma realidade própria. O conjunto de Mandelbrot, como já comentado anteriormente, possui uma natureza absoluta, sendo descrita por meio da matemática. Essa perspectiva, dá um caráter transcendental à matemática, sustentando a existência do mundo platônico, que é o fundamento do todo, para Penrose.

Como a matemática é uma área muito presente em Penrose, assim como em Platão, deve-se apontar que alguns pesquisadores dissertam sobre a natureza da matemática. Evidenciando a filosofia da matemática, abre-se portas às correntes do construtivismo, formalismo e o realismo. Sobre o formalismo, Mondini (2020, p. 06) disserta que,

O objetivo principal do formalismo é provar que as ideias matemáticas são isentas de contradições. Caso os formalistas alcançassem seu objetivo, a Matemática se tornaria livre de paradoxos e contradições e, quando ela pudesse ser reescrita com demonstrações rigorosas em um sistema formal, se estabeleceria como verdade.

Penrose não concorda com o formalismo, pois este atribui à matemática uma construção dependente das definições e convenções humanas. Para ele, os sistemas formais utilizados pela matemática possuem um caráter provisório, e não eterno. Penrose critica a visão formalista segundo a qual a verdade matemática é construída com base nos axiomas, argumentando que, ao contrário, a matemática tem uma existência objetiva e independente de convenções e criações humanas (Penrose, 2023, p.174).

Com relação ao intuicionismo, os matemáticos adeptos dessa corrente filosófica só consideram algo verdadeiro se puderem comprová-lo explicitamente. Portanto, não é possível afirmar que algo existe sem passar pelo crivo de sua validação construtiva. Além disso, eles não acreditam na existência de conjuntos infinitos como entidades reais. Penrose (2023) afirma que o surgimento dos intuicionistas ocorreu em resposta à maneira mais “liberal” dos filósofos-matemáticos que aderem ao formalismo, especialmente no uso de conjuntos infinitos. Para os filósofos matemáticos intuicionistas, “[...] conjuntos (infinitos ou não) não devem ser pensados como tendo uma ‘existência’ em si, mas apenas em termos das regras que determinam se um elemento pertence ao conjunto ou não” (Penrose, 2023, p. 176).

Mondini comenta sobre o intuicionismo,

Os intuicionistas defendiam a existência de objetos matemáticos somente quando esses pudessem ser dados por construção [...] algumas teorias falsas para os intuicionistas eram consideradas verdadeiras pelos matemáticos clássicos. Um exemplo são os números complexos. Todos esses conflitos acabaram com desprezo e rejeição dos matemáticos clássicos em relação à corrente intuicionista (Mondini, 2020, p. 06).

Em relação ao platonismo (matemático), Penrose discorre que a própria matemática não está fundamentada em critérios humanos. Está mais além.

Descrevi brevemente as três principais correntes da filosofia matemática atual: o formalismo, o platonismo e o intuicionismo. Não deve ser segredo o fato de que a minha simpatia está fortemente com o ponto de vista platônico de que a verdade matemática é absoluta, externa e eterna, **não sendo fundamentada em critérios humanos**; e que os objetos matemáticos têm existência atemporal própria, não sendo dependentes da sociedade humana ou de qualquer objeto físico em particular (Penrose, 2023, p. 179, negritos nossos).

A utilização e o desbravamento no platonismo matemático estão relacionados em busca da verdade no mundo físico, uma forma de descobrir as leis que ordenam esse mundo. Além de possuir uma característica eterna e imutável atribuída à verdade, Penrose se debruça sobre ela para tentar descobrir a natureza objetiva do mundo tal como ela é.

2 OS TIPOS DE UNIVERSOS (MUNDOS)

2.1 Os universos de Platão

“E dizemos que umas são percebidas pela vista e não pelo pensamento, mas que as ideias são pensamentos e não são visões”¹⁷

De modo sucinto, há dois universos em Platão: um é inteligível, ideal, suprassensível, imutável e perfeito; o outro é sensível, fenomênico, ilusório, mutável e imperfeito. A relação entre esses dois universos é que as coisas do universo sensível são cópias de formas eternas e universais.

Essa dualidade aparece na *Alegoria da Caverna*, presente no *Livro VII* de *A República*. Na alegoria, Platão conta que há prisioneiros que só conseguem presenciar sombras formadas na parede, assimiladas como a única verdade que conseguem perceber. Porém, um dos prisioneiros é libertado das correntes que o deixavam imóvel e o colocam para fora da caverna. No primeiro momento fora da caverna, o fugitivo sente a visão ofuscada pela claridade do sol, pois esse é um dos primeiros impactos ao conhecer o mundo que vai além das sombras projetadas no fundo da caverna. Não somente no sentido de que a luz causa incômodo aos olhos, após estes repousarem sob a escuridão ou pouca claridade, mas, metaforicamente, representa o próprio conhecimento da verdade que ofusca a visão daquele que nunca a vislumbrou.

Platão sugere a analogia de que os prisioneiros são os viventes do universo sensível, e que a ascensão para fora da caverna é a forma como a alma alcança o universo inteligível, fazendo conhecer a ideia de bem inerente a este.

Agora meu caro Glauco – continuei – cumpre aplicar ponto por ponto esta imagem ao que dissemos mais acima, comparar o mundo que a vista nos revela à morada da prisão e a luz do fogo que ilumina ao poder do sol. No que se refere à subida à região superior e à contemplação de seus objetos, se a considerares como ascensão da alma à região inteligível, não te enganarás sobre o meu pensamento, posto que também desejas conhecê-lo. Só deus sabe se ele é verdadeiro. Quanto a mim, tal é a minha opinião: no mundo inteligível, a ideia do bem é percebida por último e a custo, mas não se pode percebê-la sem concluir que é a causa de tudo quanto há de direito e belo em todas as coisas; que ela engendrou, no mundo visível, de luz e do soberano da luz; que no mundo inteligível, ela própria é soberana e fonte imediata da verdade e da inteligência; e que precisará ser contemplada por quem quiser agir com sabedoria, tanto na vida pública como na particular (Platão, 2018, p. 267).

¹⁷ Trecho da obra *A República* de Platão (2018, p. 255).

Na divisão dos universos, se reconhece que há um caminho de transição, de um para o outro. A ascensão gradativa é a representação do percurso do intelecto ao mundo das ideias. Por meio da dialética platônica é possível conhecer outras formas de saberes superiores, sendo esta um modelo de hierarquização dos tipos de conhecimento, como a *noésis*, *diánoia*, *pístis* e a *eikasía*.

Nas letras de Platão, “Aplica agora a estas quatro divisões as quatro operações da alma: a inteligência à mais alta, o pensamento à segunda, à terceira a fé e à última a imaginação.” (Platão, 2018, p. 261).

	Objetos	Estados da mente
Mundo inteligível	O Bem	D - Inteligência (<i>noésis</i>) ou Conhecimento (<i>epistème</i>)
	Formas	
	Objetos matemáticos	
Mundo das aparências	Coisas visíveis	B - Crença (<i>pístis</i>)
	Imagens	A - Supondo (<i>eikasía</i>)

Figura 3: representação de Cornford para a Alegoria da linha dividida (Plato, 1945, p. 222 *apud* Lima, 2007, p. 18).

Conforme a Figura de Cornford (acima), Lima aponta as etapas do conhecimento que se apresentam em quatro níveis da realidade, divididos em dois mundos. A *eikasía* (εἰκασία) e a *pístis* (πίστις) pertencem ao mundo da opinião (*doxa*), enquanto a *dianóia* (διάνοια) e a *noésis* (νόησις) do mundo da verdade, do conhecimento (*episteme*). A *eikasía* está ligada ao processo de captar o objeto em como se apresenta, pelo fenômeno. A *pístis* está relacionada ao mundo subjetivo, na qual, cada indivíduo interpreta os fenômenos de forma individual. A *dianóia* é a reflexão, por meio da arte de raciocinar que temos pelo processo dessa interpretação, distinguindo-se o que se manifesta como fenômeno da coisa em si. A *noésis* é a efetivação do conhecimento verdadeiro tal como ele é, sem a cortina que distorce a realidade, o bem em si (τὸ αὐτὸ ἀγαθόν). (Lima, 2007, p. 17).

A divisão apresentada acima, segrega ambos os planos. O primeiro seguimento, da *doxa*, apresenta daquilo que dizem “o que é, mas que não é”. O universo sensível abarca o campo das opiniões, das verdades subjetivas e reflete apenas os pensamentos dos homens que mesmo que procurem a coisa em si, a natureza fundamental do real, poderão encontra-lo somente no universo inteligível.

Para se afirmar algo como verdade, ou mesmo pretender fazê-lo, é necessário reconhecer que a verdade manifestada está sujeita ao crivo humano. Se tal afirmação não ultrapassa o domínio das opiniões, da *eikasía* (imaginação) e da *pístis* (crença), ela permanece uma convenção, sem necessariamente corresponder à verdade. Portanto, o universo sensível é apenas uma cópia dos entes perfeitos do universo inteligível. Há, portanto, uma escala ascendente que perpassa os objetos matemático, as formas e alcança o bem.

Contudo, após rompermos com o universo sensível para conhecer a realidade factual, adentramos o universo inteligível, com os objetos matemáticos e, assim, utilizamos da abstração para seguir o percurso até o saber das formas puras. No *livro VI* de *A República*, Platão afirma que o próprio conhecimento se desdobra em hipóteses criadas por meio da razão. Este é o âmbito de um conhecimento superior, pois anteriormente aceitava a cópia da realidade como a verdade última.

Eu dizia, em consequência, que os objetos deste gênero são do domínio inteligível, mas que, para chegar a conhecê-los, a alma é forçada a recorrer às hipóteses: que não pode remontar além de suas hipóteses: que não procede então rumo a um princípio, porquanto não pode remontar além de suas hipóteses, mas emprega, como outras tantas imagens, os originais do mundo visível, cujas cópias se encontram na seção inferior, e que, relativamente a estas cópias, são encarados e apreciados como claros e distintos. (Platão, 2018, p. 260).

Na classe dos objetos inteligíveis, Platão comenta sobre as formas geométricas. Para ele as formas geométricas perfeitas estão localizadas juntos a ideia de bem. Na obra *Timeu*, os sólidos platônicos¹⁸ são apresentados como sendo os poliedros: tetraedro, cubo, octaedro, icosaedro e dodecaedro; associando-os, respectivamente, ao fogo, à terra, ao ar, à água e ao kosmos (éter).

As formas geométricas perfeitas, conhecidas como sólidos platônicos possuem características congruentes, como faces, ângulos internos e vértices são iguais em cada objeto. Conforme Da Silva (2024, p. 37),

Esses sólidos Platônicos são matematicamente perfeitos, com todos os seus vértices, arestas e faces tendo o mesmo tamanho. Eles foram considerados símbolos de perfeição e essência divina na filosofia de Platão, e sua relação com os elementos reflete a maneira como ele via a conexão entre a geometria e o universo físico.

¹⁸ Os sólidos regulares platônicos foram uma possível herança Pitagórica. Ver Lima (2010).

O antigo filósofo ateniense, acreditava que essas formas geométricas, por serem descritas como perfeitas, eram a base harmônica racional de todo o universo na ordem matemática do kósmos. Conforme Platão, “O mais belo dos elos será aquele que faça a melhor união entre si mesmo e aquilo a que se liga, o que é, por natureza, alcançado da forma mais bela através da **proporção**” (2011, p. 100, grifo nosso).

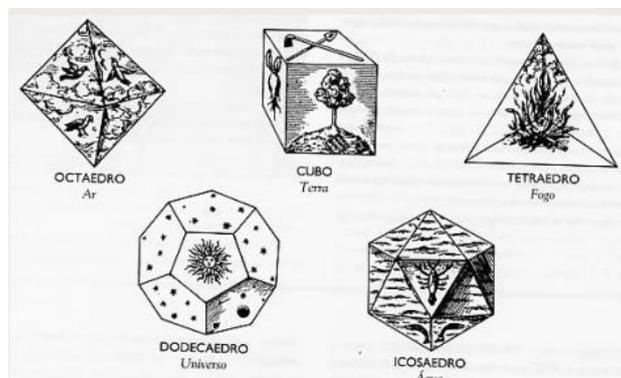


Figura 4: Sólidos platônicos com os seus respectivos elementos (Sólidos Platônicos, 2012).

Enfatizando novamente o realismo platônico, Barker (1969, p. 46) afirma que Platão reconhece que os objetos do conhecimento geométrico possuem existência real e independente de nós, “embora inacessíveis à experiência sensorial”. Diferentemente do filósofo Immanuel Kant (1724-1804) que é conceptualista, pois mesmo postulando que os objetos do conhecimento geométrico são reais, sua realidade existe no interior da mente (Barker, 1969, p. 46). Essa relação com a geometria passa pela ligação do realismo platônico com a matemática, por ser uma área do conhecimento que possui a razão como o poder de guiar ao universo inteligível.

2.2 Os três mundos de Penrose

“[...] o próprio mundo da realidade física parece emergir quase misteriosamente do mundo platônico da matemática”¹⁹

Segundo a perspectiva filosófica de Penrose, existem três mundos²⁰ (ou universos) que possuem ligações e relações entre si, como já mencionado no tópico anterior. Essa

¹⁹ Trecho de Penrose (2021, p. 529).

²⁰ O filósofo Karl Popper (1902-1994) também aponta a existência de três mundos, sendo: I) o mundo físico (Mundo 1); II) o mundo subjetivo, das experiências e estados mentais (Mundo 2); e III) o mundo das teorias científicas (Mundo 3). O Mundo 1 influencia o Mundo 2, enquanto o Mundo 2 modifica o Mundo 1, por exemplo, por meio do desenvolvimento tecnológico. O Mundo 3, por sua vez, é gerado pelo Mundo 2, mas também pode influenciá-lo ao fornecer novos estímulos cognitivos. A diferença dos “três mundos” de Penrose é que, enquanto Popper dá ênfase ao desdobramento do conhecimento humano por meio do Mundo

criação – ou melhor, descoberta – da categorização em três mundos está relacionada à compreensão do mundo físico e seu ordenamento. A sua inquietação em tentar desvendar a gravitação quântica, está em atribuir as leis racionais do universo pertencente a uma organização matemática.

Atualmente, há uma exigência por parte de físicos e pesquisadores para unificar a mecânica quântica e a teoria da relatividade, que se mostram incompatíveis. Embora ambas as teorias expliquem realidades precisas relacionadas aos seus objetos de estudo, elas abordam fenômenos distintos que, no entanto, pertencem a um mesmo universo. Assim, como é possível que essas teorias não se relacionem, sendo que cada uma expressa de forma categórica e precisa as leis que regem seu respectivo campo? Observando essa incógnita, Penrose vê a necessidade de um raciocínio que consiga unificá-las. Para isso, surge a busca pelas Teorias de Tudo (TOE, do inglês “*Theories of everything*”), que visam explicar a Gravidade Quântica.

A de Penrose é uma postura muito particular, mas esta também pertence a uma corrente muito específica da física, esta é, a [per]seguidora da Gravidade Quântica (QG, do inglês “*Quantum Gravity*”), a qual, a sua vez, pertence ao movimento das *Teorias do Todo* (TOE). (González, 2020, p. 175, tradução nossa)²¹.

A organização da epistemologia de Penrose é fruto de suas preocupações sobre as TOE e que serve de suporte para sua empreitada científica — sendo essa a principal incumbência deste trabalho. Baseando-se no realismo, que deriva de Platão, Penrose aponta para a existência de três mundos, sendo o primeiro platônico, o segundo físico e o terceiro mental.

Na apresentação dos mundos, Penrose inicia a descrição pelo mental, o último na hierarquia ontológica, correspondente às nossas percepções. Esse é o domínio onde conseguimos armazenar formas e conceitos por meio dos sentidos, evidenciando a maneira como traduzimos e sentimos o mundo.

O mundo que conhecemos mais diretamente é o *mundo das nossas percepções conscientes*, ainda assim é o mundo sobre o qual menos sabemos em qualquer forma de termos científicos precisos. Esse mundo contém a felicidade, a dor e a percepção das cores. Contém nossas

3, Penrose posiciona o mundo matemático como fundamental, transcendendo os demais na escala hierárquica. Sobre os três mundos ver o tópico 2.2.2 da dissertação *Pluralidade de Mundos do Conhecimento em Karl Popper* de Bettin (2014).

²¹ “La de Penrose es una postura muy particular, pero esta también pertenece a una corriente muy específica de la física, esta es, la [per]seguidora de la *Gravedad Cuántica* (QG, por sus siglas en inglés), la cual, a su vez, pertenece al movimiento de las *Teorías del Todo* (TOE).”

memórias da tenra infância e nosso medo da morte. Contém o amor, entendimento e o conhecimento de numerosos fatos, assim como também a ignorância e a vingança. É um mundo que contém as imagens mentais de cadeiras e mesas, onde cheiros, sons e sensações de todos os tipos se misturam com nossos pensamentos e decisões de agir (Penrose, 2021, p. 527).

O mundo das nossas percepções conscientes só é real porque depende do mundo físico. Ele traduz e insere os objetos existente do mundo físico como sensações, fazendo com que o ser humano tenha o conhecimento da realidade física pela percepção.

Portanto, o segundo mundo é o mundo físico, que é sensível e mutável. Estamos inseridos nele. Além de ser um mundo ontológico real, ele é essencialmente físico. Porém, a maneira de compreendê-lo vai além de sua própria existência. A manifestação dos fenômenos desse mundo físico não se resume a ele, mas a algo superior.

[...] é o mundo que chamamos de mundo físico. Ele contém as cadeiras e mesas reais, televisores, carros, seres humanos, cérebros humanos e o funcionamento dos neurônios. Nesse mundo estão o sol, a Lua e as estrelas. Assim como as nuvens, furacões, flores e borboletas; e em um nível mais profundo existem as moléculas, átomos, elétrons, fótons e o espaço-tempo (Penrose, 2021, p.527-528).

Após reconhecer os dois mundos, há o terceiro, que é o mundo platônico das formas matemáticas, sendo o fundamental. A característica deste mundo é possuir uma natureza que vai além da fisicalidade e da sensibilidade. Ele possui uma natureza puramente metafísica, mas que está interligado com os demais mundos.

Existe também um outro mundo, ainda que muitos achem difícil aceitar sua verdadeira existência: é o *mundo platônico das formas matemáticas* [...] Sua existência está baseada na natureza universal, eterna e profunda desses conceitos e no fato de que as leis são independentes de quem as descubra [...] Os números naturais estavam lá antes de existirem seres humanos, ou mesmo qualquer criatura neste planeta, e eles permanecerão quando nossas vidas acabarem (Penrose, 2021, p. 528).

A existência dos três mundos está em sua interconexão. O mundo mental, por meio da percepção, analisa os objetos do mundo físico e os internaliza. Ao traduzir a realidade física em sensações (memórias), busca compreendê-la e deduzi-la em leis que se alinhem à sua racionalidade. Para isso, recorre ao mundo platônico matemático, que descreve e organiza os fenômenos do mundo físico. No entanto, o ciclo não para. O mundo platônico, que estrutura o mundo físico, sustenta novamente o mundo mental das percepções, por meio das sensações, e assim sucessivamente.

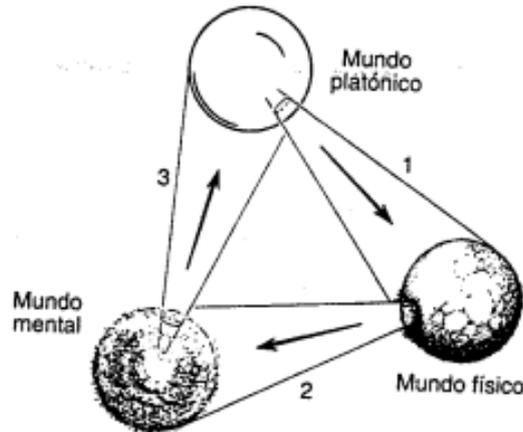


Figura 5: “De alguma forma, cada um dos três mundos, o platônico matemático, o físico e o mental, parecem ‘emergir’ de – ou pelo menos estar intimamente relacionados com – uma pequena parte de seus predecessores (considerando os mundos de forma cíclica)” (Penrose, 2021, p. 530).

Conforme Penrose,

Existe o mistério de por qual razão tais leis matemáticas tão profundas e precisas têm um papel tão importante no comportamento do mundo físico. De alguma forma, o próprio mundo da realidade física parece emergir quase misteriosamente do mundo platônico da matemática. Isso é representado pela seta da direita, do mundo platônico para o mundo físico. Então há o segundo mistério de como criaturas perceptivas podem surgir do mundo físico. Como um objeto material organizado de forma sutil pode misteriosamente conjurar entidades mentais de seu substrato material? Isso é representado na Figura 5 pela seta na parte de baixo, do mundo físico para o mundo mental. Finalmente, há o mistério de como é que a mentalidade é capaz aparentemente capaz de “criar” conceitos matemáticos a partir de algum tipo de modelo mental. (Penrose, 2021, p. 529).

A concepção dos três mundos ajuda a evidenciar e compreender a racionalidade aplicada ao mundo físico. Para Penrose, o mundo platônico das ideias matemáticas serve como uma ferramenta para avançar na compreensão dos fenômenos físicos ainda pouco claros, já que, de certo modo, a *physis* está oculta pelo desconhecimento. Como afirmou Heráclito de Éfeso (cerca de 540-470 a. C.) “A natureza ama esconder-se” (Os pré-socráticos, 1996, p. 101).

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O debate filosófico sobre entidades abstratas e metafísicas está presente em diversas áreas do conhecimento. O platonismo é notável nas ciências da natureza, servindo como uma filosofia que apoia a compreensão da natureza fundamental da realidade.

Assim, entende-se que a realidade fundamental, tanto para Platão quanto para Penrose, existe de forma independente da mente humana. Ambos os filósofos partem do pressuposto do realismo e atribuem à matemática duas características principais: a primeira é ser uma ferramenta para o acesso à verdade, e a segunda, a de que a matemática é, em si, a própria expressão da verdade.

Para Platão, observa-se que o seu realismo postula que há a existência de um universo transcendental que é inteligível, ordenando o universo fenomênico. Enquanto isso, Penrose atribui a existência a três mundos. Um é o mundo físico, porém as suas causalidades e efeitos podem ser acessados de forma cognitiva e traduzidos por um mundo mental, que interpreta os fenômenos que ocorrem. Porém, a existência desses mundos se dá pelo mundo matemático que aparece como o fundamento de tudo, recebendo as informações do mundo mental e explicando o ordenamento deste mundo material. Um mundo existe em relação ao outro.

A filosofia da matemática de Penrose, assumindo uma forma platônica, afirma que a matemática é uma entidade abstrata, mas real e objetiva, e acredita que, por meio da razão, é possível alcançar os resultados desejados. Visto que, para Platão, o kosmos se organiza matematicamente de forma harmônica pelo demiurgo.

Esse apelo ao pensamento de Platão é evidenciado pelo percurso que há nas ciências da natureza. Mais especificamente no campo da física, utiliza o realismo platônico como uma alternativa epistemológica para os impasses existentes. Nesse caso, a Física Matemática ganha força por lidar com problemas mais abstratos. Logo, a matemática atua como fundamento *sine qua non* para o desenvolvimento de teorias que o campo observacional não consegue acessar. Reconhecendo esses pontos, há um retorno ao realismo platônico, mais especificamente à *matemática platônica*.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ABBAGNANO, Nicola. **Dicionário de filosofia**. 5º ed. São Paulo: Martins Fontes, 2007.
- ABDALLA, Elcio. Teoria quântica da gravitação: Cordas e teoria M. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, v. 27, n. 1, p. 147 – 155, 2005. Disponível em: <https://doi.org/10.1590/S1806-11172005000100017>. Acesso em 25 de ago. de 2024.
- BARKER, Stephen Francis. **Filosofia da Matemática**. Rio de Janeiro: Zahar Editores, 1969.
- BERGSON, Henri. **Curso de Filosofia Grega**. Trad. Bento Prado Neto. São Paulo: Martins Fontes, 2005.
- Bettin, Rogério. **Pluralidade de mundos do conhecimento em Karl Popper**. 2014. 84 f. Dissertação (Mestrado em Filosofia) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2014. Disponível em: <https://tede.pucsp.br/handle/handle/11659>. Acesso em: 03 dez. 2024.
- COSTA, Newton da. **Ensaio sobre os fundamentos da lógica**. 3ª ed. São Paulo: Editora Hucitec, 2008.
- CROSSI FILHO, O. A matemática como propedêutica e epistemologia nas filosofias de Platão e Poincaré, *In: Simposio Nacional de la AAFA: Educación, arte y política en la filosofía Antigua*, org. Viviana Suñol & Manuel Berrón, 185-192. Santa Fé: Asociación Argentina de Filosofía Antigua, 2020. Disponível em: <https://aafa.org.ar/archivos/4simpaaafa-actas.pdf>. Acessado em: 23 de nov. 2024)
- DA SILVA, João Lúcio Campos. **O uso do software poly no processo de ensino-aprendizagem dos sólidos platônicos na educação de jovens e adultos-EJA**. Repositorio de Tesis y Trabajos Finales UAA, 2024. Disponível em: <http://revistacientifica.uaa.edu.py/index.php/repositorio/article/view/1689>. Acesso 10 set. 2024.
- DIAS, Aline Da Silva. **Do céu de Platão ao mundo das ficções: platonismo e anti-platonismo na filosofia da matemática**. Tese de doutorado. Universidade Federal do Paraná, f. 101, 2022. Disponível em: <https://acervodigital.ufpr.br/handle/1884/82673>. Acesso em: 03 dez. 2024.
- DOMINGOS, António Manuel Fonseca. **Fractais: da geometria à videoarte**. Tese de Doutorado, Lisboa: Universidade Aberta. 2013.
- GARDNER, Martin. Prefácio. *In: PENROSE, Roger. A mente nova do imperador: Sobre computadores, mentes e as leis da física*. Traduzido por Gabriel Cozzella. São Paulo: Editora Unesp, 2023. p. 19-22.
- GÓMEZ, César. Realismo y racionalidad: filosofía de la ciencia en Albert Einstein. **El Basilisco: Revista de materialismo filosófico**, n. 7, p. 70-76, 1979. Disponível em: <https://www.fgbueno.es/bas/bas107.htm>. Acesso em: 15 nov. 2024.
- GONZÁLEZ, Daniel Heredia. **¿Triunfo del indeterminismo?: la apuesta científico-filosófica de Roger Penrose acerca de la naturaleza**. 2021. Tese de Doutorado.

Universidad de Sevilla. Disponível em: <https://idus.us.es/handle/11441/107296>. Acesso em 02 set. 2024.

LIMA, Jorge dos Santos. **A perfeição da justiça em Platão uma análise comparativa entre a alegoria da linha dividida e os personagens d A República**. 2007. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal do Rio Grande do Norte. 111f. Disponível em: <https://repositorio.ufrn.br/handle/123456789/16443>. Acesso em: 07 ago. 2024.

LIMA, Jorge dos Santos. Número e razão: os fundamentos matemáticos da metafísica platônica, de Glenn W. Erickson e John A. Fossa. **Saberes: Revista interdisciplinar de Filosofia e Educação**, [S. l.], v. 2, n. 3, 2010. Disponível em: <https://periodicos.ufrn.br/saberes/article/view/580>. Acesso em: 10 set. 2024.

LOPES, José Leite. A imagem física do mundo: de Parmênides a Einstein. **Estudos Avançados**, 5 (12), Ago. 1991. Disponível em: <https://www.revistas.usp.br/eav/article/view/8609/10160>. Acesso em: 16 nov. 2024.

MONDINI, Fabiane. O logicismo, o formalismo e o intuicionismo e seus diferentes modos de pensar a matemática. **EBRAPEM**, v. 12, p. 01-10, 2008.

MORAVCSIK, Julius. **Platão e platonismo**. São Paulo: Loyola, 2006.

MORENTE, Manuel García; BENGOCHEA, Juan Zaragueta. **Fundamentos de Filosofia**: lições preliminares. Tradução de Guilherme de la Cruz Coronado, 3ª ed., São Paulo: Editora Mestre Jou, 1966.

OS PRÉ-SOCRÁTICOS. **Coleção Os Pensadores**. São Paulo: Editora Nova Cultura Ltda., 1996.

PENROSE, Roger. **El camino a la realidad**: Una guía completa de las leyes del universo. Trad. por Javier García Sanz. Barcelona: Random House Mondadori, S.A. (Debate), 2006.

PENROSE, Roger. **Sombras da mente**: uma busca pela ciência perdida da consciência. Tradução Gabriel Cozella. São Paulo: Editora Unesp, 2021.

PENROSE, Roger. **A mente nova do imperador**: Sobre computadores, mentes e as leis da física. Traduzido por Gabriel Cozzella. São Paulo: Editora Unesp, 2023.

PETERS, Francis E.. **Greek Philosophical Terms**: A Historical Lexicon. Published by New York University Press, 1967.

PLATÃO. **Mênon**. Rio de Janeiro: Loyola, 2001.

PLATÃO. **Timeu-Crítias**. São Paulo: Editora FCT, 2011.

PLATÃO. **A República** – de Platão. Tradutor e Organizador J. Guinsburg. Textos 19, 2ª ed., São Paulo: Perspectiva, 2018.

PLATON. Eutifrón, o de la piedad. *In*: **Obras completas**. 2ª ed. Madrid: Aguilar, 1981, p. 338-350.

POINCARÉ, Henri. **O valor da ciência**. Rio de Janeiro: Contraponto, 1995.

SILVA, Vinícius Carvalho da. O valor da ciência e a busca pela verdade, bem e belo na filosofia de Henri Poincaré. **Argumentos**, v. 11, n. 22, p. 59-71, 2019. Disponível em:

https://repositorio.ufc.br/bitstream/riufc/48575/1/2019_art_vcsilva.pdf. Acessado em: 23 de nov. 2024.

SILVA, Vinícius Carvalho da. Filosofia Natural, Física Teórica e Metafísica: Da física dos filósofos antigos à filosofia dos físicos modernos. **Perspectivas**, v. 6, n. 1, p. 274-297, 2021. Disponível em: <https://doi.org/10.20873/rpv6n1-97>. Acesso em: 15 nov. 2024.

SILVA, Vinícius Carvalho da; VIDEIRA, Antônio Augusto Passos. As relações entre física e metafísica a partir do realismo científico. **Perspectivas**, 7(2), 233–264, 2023. Disponível: <https://doi.org/10.20873/rpv7n2-52>. Acesso em: 16 nov. 2024.

SÓLIDOS PLATÔNICOS. **Laboratório de Matemática EBSDLA**: promover a matemática. 27 out. 2012. Disponível em: <https://labmatematicaebdla.wordpress.com/2012/10/27/solidos-platonicos/>. Acesso em: 17 ago. 2024.

SPENCER, John Halley. **A Platonic Defence of Realism in Quantum Theory**. PhD thesis, University of Liverpool. 2007. Disponível em: <https://livrepository.liverpool.ac.uk/3174502/>. Acesso em: 16 nov. 2024.

SPINELLI, Miguel. A noção de arché no contexto da Filosofia dos Pré-Socráticos. **Revista Hypnos**, ano 7 / nº 8 - 1º sem. 2002 - São Paulo / p. 72-92. Disponível em: <https://hypnos.org.br/index.php/hypnos/article/view/124>. Acesso em: 10 set. 2024.

USP. **Fractais**. Matemateca – IMEUSP. c2024. Disponível em: <https://matemateca.ime.usp.br/acervo/fractais.html#:~:text=Fractais%20s%C3%A3o%20%E2%80%9Cobjetos%E2%80%9D%20geom%C3%A9tricos%20com,t%C3%A3o%20pequenos%20quanto%20se%20queira..> Acesso em: 27 set. 2024.

VAZ, Rafael de Oliveira Lattanzi. **Análise dos conceitos de confiabilidade e confiança na metrologia sob a ótica da filosofia das medições contemporânea**. 202f. Tese (Doutorado em Filosofia) – Instituto de Filosofia e Ciências Humanas, Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2017. Disponível em: <https://www.btd.uerj.br:8443/handle/1/19605>. Acesso em: 12 set. 2024.