

**FUNDAÇÃO UNIVERSIDADE
FEDERAL DE MATO GROSSO DO SUL**

UNIVERSIDADE FEDERAL DO MATO GROSSO DO SUL
FACULDADE DE COMPUTAÇÃO
GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE COMPUTAÇÃO

CAIO COSTA SANDIM

ESTUDO E IMPLANTAÇÃO DE FILTROS ATIVOS ANALÓGICOS

TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

**Campo Grande
2023**

CAIO COSTA SANDIM

**ESTUDO E IMPLIMENTAÇÃO DE FILTROS ATIVOS
ANALÓGICOS**

Trabalho de conclusão de curso apresentado à Faculdade de Computação(FACOM-UFMS), como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de bacharel em engenharia de computação.

Orientador: Prof. Dr. Victor Leonardo Yoshimura

Campo Grande
2023

Agradecimentos

Agradeço aos meus pais, André e Daniela e à minha avó Marta pelo apoio por toda a graduação, agradeço aos meus colegas de faculdade que avaliaram o projeto e me retornaram com suas opiniões, agradeço aos meus amigos que nos momentos de estresse sempre souberam me distrair, agradeço a minha namorada Nathalia por esse último ano em que sempre foi tudo o que precisei, agradeço à professora Liana que sempre topou meus planos semestrais ao longo da graduação, agradeço ao meu orientador Victor que ao longo das aulas e do TCC me fez acreditar que sou capaz e agradeço à UFMS por todas as oportunidades que tive ao longo da graduação.

Resumo

Filtros ativos analógicos de frequência são circuitos eletrônicos que permitem passagem de sinais elétricos em uma dada faixa de frequência e rejeitam os sinais de demais frequências. Seu uso é fundamental em várias aplicações eletrônicas dado que é comum a presença de interferência e ruídos em sistemas eletrônicos. O objetivo deste trabalho foi comparar as características de quatro categorias de filtros: Butterworth, Chebyshev, Chebyshev Inverso e Bessel a partir das topologias de Sallen-Key e do circuito integrador inversor com limitação de ganho em corrente contínua associado a um amplificador inversor. O principal dispositivo eletrônico utilizado é o amplificador operacional, com o qual é possível realizar diversas operações matemáticas como soma, diferença e principalmente para este trabalho a integração, a partir do uso de resistores e capacitores de acordo com as topologias empregadas. A partir das funções transferências dos circuitos projetados foram traçados diagramas de Bode com os Softwares Scilab e LTspice afim de analisar a resposta de magnitude e de fase em relação à frequência dos filtros desenvolvidos e então foram comparados os diagramas de cada filtro projetado. O foco das implementações são filtros passa-baixa em que todos sinais de frequências abaixo de uma determinada frequência são admitidos com atenuação idealmente nula e todas as frequências acima desta frequência sofrem uma atenuação mínima que idealmente anula os sinais. Observa-se que o comportamento real de um filtro não corresponde ao comportamento ideal, uma vez que há a presença de uma faixa de transição entre as faixas de passagem e de rejeição e que há um compromisso entre a ondulação do sinal e a largura da faixa de transição. Cada filtro possui suas características individuais e a partir de tais características e do conhecimento das exigências de cada projeto é possível determinar qual tipo de filtro melhor atende as especificações de projeto.

Palavras-chave: filtro, frequência, atenuação, diagrama de Bode, ondulação,

Abstract

Analog active frequency filters are electronic circuits that allow the passage of electronic signals in a given frequency range and reject signals from other frequencies. Its use is fundamental in various electronic applications given that the presence of interference and noise in electronic systems is common. The objective of this work was to compare the characteristics of four categories of filters: Butterworth, Chebyshev, Inverse Chebyshev and Bessel based on Sallen-Key topologies and the inverting integrator circuit with DC gain limitation associated with an inverting amplifier. The main electronic device used is the operational amplifier, with which it is possible to perform various mathematical operations such as sum, difference and, mainly for this work, integration using resistors and capacitors according to the topologies used. From the transfer functions of the designed circuits, Bode diagrams were drawn with Scilab and LTspice Softwares in order to analyze the magnitude and phase response in relation to the frequency of the developed filters and then the diagrams of each designed filter were compared. The focus of the implementations were low-pass filters in which all signals with frequencies below a certain frequency are admitted with ideally zero attenuation and all frequencies above this frequency suffer a minimum attenuation that ideally sets the signals to zero. It is observed that the real behavior of a filter does not correspond to the ideal behavior, since there is the presence of a transition band between the pass and rejection bands and there is a compromise between the signal ripple and the transition bandwidth. Each filter has its individual characteristics and based on these characteristics and knowledge of the requirements of each project, it is possible to determine which type of filter best meets the project specifications.

Keywords: filter, frequency, atenuation, Bode diagram, ripple.

Lista de ilustrações

Figura 1 – Exemplo de diagrama de Bode de um Filtro de Butterworth	15
Figura 2 – Exemplo de diagrama de Bode de um filtro de Chebyshev	18
Figura 3 – Exemplo de diagrama de Bode de um filtro de Chebyshev do tipo 2	21
Figura 4 – Alocação de polos de um Filtro Bessel	23
Figura 5 – Exemplo de diagrama de Bode de um filtro de Bessel	25
Figura 6 – Filtro Passa-baixas de Segunda Ordem com Topologia Sallen-Key	25
Figura 7 – Circuito Integrador Inversor com Limitação de Ganho dc	26
Figura 8 – Circuito Amplificador Inversor	27
Figura 9 – Circuito do Filtro de Butterworth de Primeira Ordem	29
Figura 10 – Diagrama de Bode do Filtro de Butterworth de Primeira Ordem	30
Figura 11 – Diagrama de Bode da Função Transferência do Filtro de Butterworth de Primeira Ordem	30
Figura 12 – Circuito do Filtro de Butterworth de Segunda Ordem	31
Figura 13 – Diagrama de Bode do Filtro de Butterworth de Segunda Ordem	32
Figura 14 – Diagrama de Bode da Função Transferência do Filtro de Butterworth de Segunda Ordem	32
Figura 15 – Circuito do Filtro de Butterworth de Terceira Ordem	33
Figura 16 – Diagrama de Bode do Filtro de Butterworth de Terceira Ordem	33
Figura 17 – Diagrama de Bode da Função Transferência do Filtro de Butterworth de Terceira Ordem	34
Figura 18 – Circuito do Filtro de Butterworth de Quarta Ordem	35
Figura 19 – Diagrama de Bode do Filtro de Butterworth de Quarta Ordem	35
Figura 20 – Diagrama de Bode da Função Transferência do Filtro de Butterworth de Quarta Ordem	36
Figura 21 – Circuito do Filtro de Butterworth de Quinta Ordem	37
Figura 22 – Diagrama de Bode do Filtro de Butterworth de Quinta Ordem	37
Figura 23 – Diagrama de Bode da Função Transferência do Filtro de Butterworth de Quinta Ordem	38
Figura 24 – Circuito do Filtro de Chebyshev de Primeira Ordem	39
Figura 25 – Diagrama de Bode do Filtro de Chebyshev de Primeira Ordem	40
Figura 26 – Diagrama de Bode da Função Transferência do Filtro de Chebyshev de Primeira Ordem	40
Figura 27 – Circuito do Filtro de Chebyshev de Segunda Ordem	42
Figura 28 – Diagrama de Bode do Filtro de Chebyshev de Segunda Ordem	42
Figura 29 – Diagrama de Bode da Função Transferência do Filtro de Chebyshev de Segunda Ordem	43
Figura 30 – Circuito do Filtro de Chebyshev de Terceira Ordem	44

Figura 31 – Diagrama de Bode do Circuito Simulado pelo LTspice	45
Figura 32 – Diagrama de Bode da Função Transferência do Filtro de Chebyshev de Terceira Ordem	45
Figura 33 – Circuito do Filtro de Chebyshev de Quarta Ordem	47
Figura 34 – Diagrama de Bode do Filtro de Chebyshev de Quarta Ordem	47
Figura 35 – Diagrama de Bode da Função Transferência do Filtro de Chebyshev de Quarta Ordem	48
Figura 36 – Circuito do Filtro de Chebyshev de Quinta Ordem	49
Figura 37 – Diagrama de Bode do Filtro de Chebyshev de Quinta Ordem	50
Figura 38 – Diagrama de Bode da Função Transferência do Filtro de Chebyshev de Quinta Ordem	50
Figura 39 – Diagrama de Bode do Filtro de Chebyshev do Tipo 2 de Segunda Ordem	52
Figura 40 – Diagrama de Bode do Filtro de Chebyshev tipo 2 de Quarta Ordem . . .	54
Figura 41 – Circuito do Filtro de Bessel de Primeira Ordem	56
Figura 42 – Diagrama de Bode do Filtro de Bessel de Primeira Ordem	56
Figura 43 – Diagrama de Bode da Função Transferência do Filtro de Bessel de Primeira Ordem	57
Figura 44 – Circuito do Filtro de Bessel de Segunda Ordem	58
Figura 45 – Diagrama de Bode do Filtro de Bessel de Segunda Ordem	58
Figura 46 – Diagrama de Bode do Filtro de Bessel de Segunda Ordem	59
Figura 47 – Circuito do Filtro de Bessel de Terceira Ordem	60
Figura 48 – Diagrama de Bode do Filtro de Bessel de Terceira Ordem	60
Figura 49 – Diagrama de Bode da Função Transferência do Filtro de Bessel da Terceira Ordem	61
Figura 50 – Circuito do Filtro de Bessel de Quarta Ordem	62
Figura 51 – Diagrama de Bode do Filtro de Bessel de Quarta Ordem	62
Figura 52 – Diagrama de Bode da Função Transferência do Filtro de Bessel da Quarta Ordem	63
Figura 53 – Circuito do Filtro de Bessel de Quinta Ordem	64
Figura 54 – Diagrama de Bode do Filtro de Bessel de Quinta Ordem	64
Figura 55 – Diagrama de Bode da Função Transferência do Filtro de Bessel de Quinta Ordem	65
Figura 56 – Simulação da comparação dos diagramas de Bode dos 4 Filtros de quarta ordem desenvolvidos	67

Sumário

1	Introdução	10
1.1	A Necessidade da Filtragem e seu Funcionamento	10
1.2	Características Básicas de um Filtro	10
1.3	Aproximações e a Função de Atenuação	11
1.4	Ordem de Filtros	11
1.5	Materiais de Apoio Existentes	11
1.6	Proposta	12
2	Desenvolvimento Teórico	13
2.1	Filtro de Butterworth	13
2.1.1	Características Gerais	13
2.1.2	Determinação da Ordem Mínima Exigida	13
2.1.3	Alocação dos Polos do Filtro	14
2.1.4	Determinação da Função Transferência	14
2.1.5	Exemplo de Diagrama de Bode	15
2.1.6	Vantagens e Desvantagens	15
2.2	Filtro de Chebyshev	16
2.2.1	Características Gerais	16
2.2.2	Determinação da Ordem mínima Exigida	17
2.2.3	Alocação dos Polos do Filtro	17
2.2.4	Determinação da Função Transferência	18
2.2.5	Exemplo de Diagrama de Bode	18
2.2.6	Vantagens e Desvantagens	18
2.3	Filtro de Chebyshev Inverso	19
2.3.1	Características Gerais	19
2.3.2	Determinação da Ordem do Filtro	20
2.3.3	Alocação dos Zeros do Filtro	20
2.3.4	Alocação dos Polos do Filtro	20
2.3.5	Determinação da Função Transferência	21
2.3.6	Exemplo de Diagrama de Bode	21
2.3.7	Vantagens e Desvantagens	21
2.4	Filtro de Bessel	22
2.4.1	Características Gerais	22
2.4.2	Polinômios de Bessel	22
2.4.3	Localização dos Polos	23
2.4.4	Determinação da Função Transferência	24
2.4.5	Vantagens e Desvantagens	24

2.4.6	Exemplo de Diagrama de Bode	25
2.5	Topologia de Sallen-Key	25
2.6	Circuito Integrador Inversor com Limitação de Ganho DC e Amplificador Inversor	26
3	Resultados	28
3.1	Filtro de Butterworth	28
3.1.1	Máxima Atenuação Permitida e Determinação da Ordem Mínima Exigida	28
3.1.2	Primeira Ordem	28
3.1.2.1	Alocação do Polo	28
3.1.2.2	Determinação da Função Transferência e Simulações	28
3.1.3	Segunda Ordem	31
3.1.3.1	Alocação dos Polos	31
3.1.3.2	Determinação da Função Transferência e Simulações	31
3.1.4	Terceira Ordem	32
3.1.4.1	Alocação dos Polos	32
3.1.4.2	Determinação da Função Transferência e Simulações	33
3.1.5	Quarta Ordem	34
3.1.5.1	Alocação dos Polos	34
3.1.5.2	Determinação da Função Transferência e Simulações	34
3.1.6	Quinta Ordem	36
3.1.6.1	Alocação dos polos	36
3.1.6.2	Determinação da Função Transferência e Simulações	36
3.2	Filtro de Chebyshev do Tipo 1	38
3.2.1	Máxima Atenuação Permitida e Mínima Ordem Exigida	38
3.2.2	Primeira Ordem	38
3.2.2.1	Alocação do Polo	38
3.2.2.2	Determinação da Função Transferência e Simulações	39
3.2.3	Segunda Ordem	41
3.2.3.1	Alocação dos Polos	41
3.2.3.2	Determinação da Função Transferência e Simulações	41
3.2.4	Terceira Ordem	43
3.2.4.1	Alocação dos Polos	43
3.2.4.2	Determinação da Função Transferência e Simulações	44
3.2.5	Quarta Ordem	46
3.2.5.1	Alocação dos Polos	46
3.2.5.2	Determinação da Função Transferência e Simulações	46
3.2.6	Quinta Ordem	48
3.2.6.1	Alocação dos Polos	48

3.2.6.2	Determinação da Função Transferência e Simulações	49
3.3	Filtro de Chebyshev do Tipo 2	50
3.3.1	Mínima Atenuação Exigida e Máxima Ordem Exigida	51
3.3.2	Primeira Ordem	51
3.3.2.1	Alocação do Zero e do Polo	51
3.3.3	Segunda Ordem	51
3.3.3.1	Alocação dos Zeros e dos Polos	51
3.3.3.2	Determinação da Função Transferência e Simulação do Diagrama de Bode no Scilab	52
3.3.4	Terceira Ordem	52
3.3.4.1	Alocação dos Zeros e dos Polos	52
3.3.5	Quarta Ordem	53
3.3.5.1	Alocação dos Zeros e dos Polos	53
3.3.5.2	Determinação da Função Transferência e Simulação do Diagrama de Bode no Scilab	53
3.3.6	Quinta Ordem	54
3.3.6.1	Alocação dos Zeros e dos Polos	54
3.4	Filtro de Bessel	55
3.4.1	Primeira Ordem	55
3.4.2	Segunda Ordem	57
3.4.3	Terceira Ordem	59
3.4.4	Quarta Ordem	61
3.4.5	Quinta Ordem	63
4	Discussão	66
5	Conclusão	68
6	Trabalhos futuros.	69
7	Referências	70

1 Introdução

1.1 A Necessidade da Filtragem e seu Funcionamento

O desenvolvimento de um projeto de circuito eletrônico corresponde à ideia de transformar um sinal elétrico em um outro sinal elétrico desejado. Muitas vezes deseja-se que apenas um grupo de sinais de entrada com uma característica em comum seja aceito pelo circuito desenvolvido, no entanto por fatores como interferência ou a existência de um sinal ruidoso impossibilitam o sistema desenvolvido a operar do modo projetado. Surge então a necessidade de projetar um filtro adequado para a situação, cuja função é atenuar o impacto de sinais indesejados no sistema desenvolvido.

Uma das alternativas mais viáveis é analisar os sinais de entrada desejados e delimitar uma característica comum a todos estes sinais que não esteja presente nos sinais indesejados. Nos casos dos filtros eletrônicos delimita-se uma faixa de frequência em que a atenuação seja a mínima possível e para os demais sinais de frequência fora da faixa escolhida há uma atenuação de sua magnitude. Deste modo os sinais de entrada desejados são utilizados pelo sistema e os demais sinais indesejados são atenuados e pouco influem no sistema desenvolvido.

Um dos principais casos de uso de filtros analógicos é no processo de amostragem de conversões de um sinal contínuo para um sinal discreto em que há a necessidade de utilizar um filtro passa-baixas analógico para diminuir o efeito de *aliasing* na amostragem do sinal de entrada. De acordo com o teorema da amostragem de Nyquist-Shannon ao amostrar um sinal é necessário que a taxa de amostragem seja o dobro da largura de banda do sinal amostrado. A partir do valor da taxa de amostragem se projeta um filtro passa-baixa dito *anti-aliasing* que tenha como banda de passagem a largura de faixa determinada pela taxa de amostragem.

1.2 Características Básicas de um Filtro

Um filtro corretamente projetado divide o espectro de frequências em 3 grupos: faixa de passagem, faixa de rejeição e faixa de transição. A faixa de passagem corresponde à faixa de sinais de entrada desejados e para todos os sinais com frequência dentro desta faixa ocorre uma atenuação menor ou igual a máxima atenuação definida; a faixa de rejeição corresponde a todos os sinais de frequências indesejadas cujas magnitudes sofrem uma atenuação mínima exigida. Já a faixa de transição corresponde a todos os sinais de frequência indesejadas cujas magnitudes não são suficientemente atenuadas de acordo com o padrão exigido.

O comportamento ideal de um filtro é de atenuação nula na banda de passagem e atenuação infinita na banda de rejeição, o que seria caracterizado por um corte abrupto de magnitude tornando a largura da faixa de transição nula. Além disso a presença do filtro

também altera a fase do sinal de entrada e idealmente a alteração da fase deve ser mínima na banda de passagem.

1.3 Aproximações e a Função de Atenuação

Dado um projeto de filtro existe um número ilimitado de funções que satisfaçam as exigências de magnitude da resposta em frequência, no entanto é possível determinar funções analíticas a partir de diferentes funções de aproximações. Deste modo torna-se possível analisar o comportamento do filtro e construir um circuito correspondente de modo simples. Caso uma função de elevada complexidade fosse escolhida seria exageradamente difícil escolher os componentes necessários para desenvolver o circuito de filtragem.

Já a função de atenuação $H(w)$ é definida como:

$$|H(w)|^2 = 1 + |K(w)|^2 \quad (1.1)$$

onde w é a frequência do sinal e $K(w)$ é função aproximativa utilizada. Já a atenuação em Decibel é definida por $A(w)$ em que:

$$A(w) = 10 \log(1 + |K(w)|^2) \quad (1.2)$$

Definindo ϵ como a máxima atenuação na banda de passagem tem-se que:

$$K(w_p) = \epsilon \quad (1.3)$$

em que w_p corresponde a frequência limite da banda de passagem, de modo que:

$$A(w_p) = A_{\max} = 10 \log(1 + \epsilon^2) \quad (1.4)$$

ou então

$$\epsilon = \sqrt{10^{A_{\max}/10} - 1} \quad (1.5)$$

1.4 Ordem de Filtros

A ordem de um filtro corresponde ao número de polos da função aproximativa utilizada. No projeto um filtro um importante requisito é a amplitude máxima admitida da faixa de transição e para isso deve-se avaliar a ordem do filtro. Quanto maior a ordem do filtro menor é a amplitude da faixa de transição, em contrapartida a complexidade da função aproximativa e do circuito aumentam.

1.5 Materiais de Apoio Existentes

Existem softwares e materiais online de fabricantes de componentes eletrônicos que auxiliam no projeto de filtros, no entanto há um limite do que é possível aprender e realizar

com tais materiais, principalmente de modo gratuito. Softwares como: LTspice e a página web Analog Filter Wizard, ambos da fabricante de semicondutores Analog Devices ajudam a projetar filtros, no entanto para utilizá-los é necessário um conhecimento prévio dos circuitos que se deseja implementar. Caso o desejo seja aprender a projetar filtros, tais simuladores auxiliam no processo de aprendizado, mas não são o suficiente para desenvolver um projeto desde o início.

1.6 Proposta

A proposta deste trabalho é apresentar didaticamente as aproximações de Butterworth, Chebyshev, Chebyshev Inverso e Bessel, todos da primeira até a quinta ordem. Utiliza-se a topologia de Sallen-Key para implementar filtros de ordem par e a implementação da ordem ímpar é associada a um circuito integrador com limitação de ganho em baixa frequência para implementar a ordem ímpar dos filtros. A partir de uma necessidade de projeto será demonstrado o processo de como alocar os polos da função transferência, como determinar a função transferência e então projetar um circuito que a implemente. Buscando simplificar a análise serão projetados principalmente filtros passa-baixa, uma vez que conhecendo uma função transferência de filtro passa-baixa é possível adaptá-la para outros filtros de frequência (passa-alta, passa-faixa e rejeita-faixa) a partir de transformações no domínio da frequência

2 Desenvolvimento Teórico

2.1 Filtro de Butterworth

2.1.1 Características Gerais

A função aproximativa de Butterworth é monotônica em todo o domínio da frequência e é maximamente plana na origem, ou seja, quase não possui ondulação na atenuação em nenhuma faixa, conseqüentemente apresenta uma ampla faixa de transição em relação a outras aproximações.

A função característica da função é mostrada na equação (2.1)

$$K(w) = \epsilon(w/w_p)^n \quad (2.1)$$

Além disso as seguintes características são importantes no projeto de um filtro passa-baixa de Butterworth:

- Frequência limite da banda passante: w_p .
- Atenuação máxima permitida na banda passante: A_{\max} .
- Frequência limite da banda de rejeição: w_s .
- Atenuação mínima exigida na banda de rejeição: A_{\min} .
- Ganho de corrente contínua: K .

Já o processo do projeto de um filtro passa-baixa de Butterworth pode ser obtido a partir das seguintes etapas:

- 1) Obtenção da ordem mínima exigida do filtro.
- 2) Alocação dos polos do filtro.
- 3) Obtenção da Função Transferência do Filtro.

2.1.2 Determinação da Ordem Mínima Exigida

Há uma ordem mínima do filtro para que todos os requisitos do projetos sejam respeitados, a ordem n do filtro é obtida através da equação:

$$n \geq \frac{\log \frac{\sqrt{10^{A_{\min}/10} - 1}}{\sqrt{10^{A_{\max}/10} - 1}}}{\log \frac{w_s}{w_p}} \quad (2.2)$$

, obtida a ordem n do filtro, a ordem corresponde ao número de polos do filtro

2.1.3 Alocação dos Polos do Filtro

Na aproximação de Butterworth os polos são preenchidos a partir de uma circunferência no plano complexo com origem no centro do plano, apenas é considerado o semiplano complexo esquerdo(de $\pi/2$ radianos até $3\pi/2$ radianos), pois alocar os polos no semiplano complexo direito resultaria em um sistema instável, com a semicircunferência referente ao semiplano complexo esquerdo se distribui os k polos de modo que as diferenças entre as fases de cada polo sejam uniformes pela equação:

$$\theta_k = \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2n} + \frac{\pi(k-1)}{n}, k = 1, 2, \dots, n \quad (2.3)$$

em que n é a ordem do filtro e e então se multiplica cada polo por um escalar, tal que:

$$w_0 = w_p \sqrt[n]{1/\epsilon} \quad (2.4)$$

de modo que os k polos correspondem a:

$$p_k = w_0(\cos \theta_k + j \sin \theta_k) \quad (2.5)$$

Os ângulos dos polos de primeira a quinta ordem são:

- 1) primeira ordem: polo em π
- 2) segunda ordem: primeiro polo em $3\pi/4$ e segundo polo em $5\pi/4$.
- 3) terceira ordem: primeiro polo em $2\pi/3$, segundo polo em π e terceiro polo em $4\pi/3$.
- 4) quarta ordem: primeiro polo em $5\pi/8$, segundo polo em $7\pi/8$, terceiro polo em $9\pi/8$ e quarto polo em $11\pi/8$.
- 5) quinta ordem: primeiro polo em $8\pi/10$, segundo polo em $9\pi/10$, terceiro polo em π , quarto polo em $11\pi/10$ e quinto polo em $12\pi/10$.

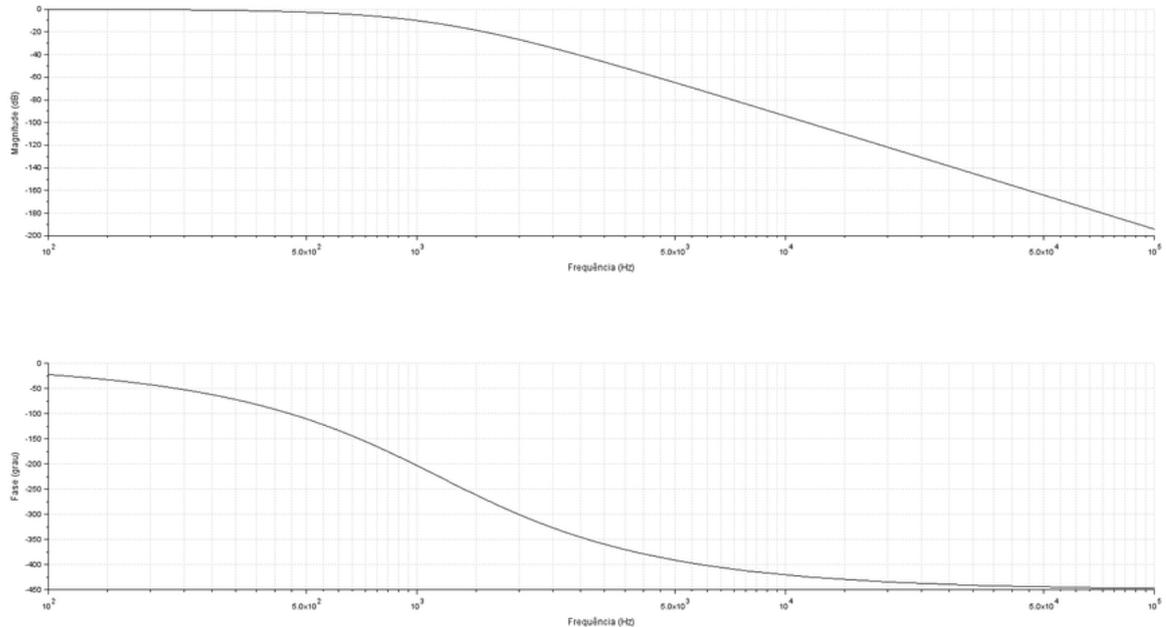
2.1.4 Determinação da Função Transferência

Seja $T(s)$ a função transferência do filtro, n a ordem do filtro, K o ganho em corrente contínua, w_0 é calculado pela equação (2.4) e p_x são os respectivos polos, então a função transferência é obtida pela equação:

$$T(s) = \frac{K w_0^n}{\prod_{x=1}^n (s - p_x)} \quad (2.6)$$

2.1.5 Exemplo de Diagrama de Bode

Figura 1 – Exemplo de diagrama de Bode de um Filtro de Butterworth



Produzido pelo próprio autor

2.1.6 Vantagens e Desvantagens

As principais vantagens do filtro de Butterworth são:

- 1) Inclinação da resposta de magnitude da Função de Transferência é alta em filtros de ordem elevada.
- 2) Resposta suave e quase plana na banda de passagem e na banda de rejeição.
- 3) Simples de projetar uma vez que a alocação dos polos e a determinação da função transferência são um processo simples .
- 4) Mudança de fase razoavelmente suave na banda de passagem.

Já as principais desvantagens são:

- 1) Um filtro que necessite de uma curta faixa de transição exige uma ordem elevada
- 2) Perto da frequência de corte a resposta em amplitude não é de fato plana

2.2 Filtro de Chebyshev

2.2.1 Características Gerais

A aproximação de Chebyshev, também chamada de aproximação de Chebyshev do tipo 1, é uma função polinomial que apresenta ondulação uniforme na banda de passagem e menor banda de transição em relação à aproximação de Butterworth. Havendo um compromisso entre ondulação na banda de passagem e largura da faixa de transição. Sendo a função aproximativa:

$$K(\Omega) = \epsilon C_n(\Omega) \quad (2.7)$$

onde Ω é a frequência normalizada: w/w_p e $C_n(\Omega)$ é o polinômio de Chebyshev descrito por:

se $|\Omega| \leq 1$, então:

$$C_n = \epsilon \cos(n(\arccos(\Omega))) \quad (2.8)$$

caso contrário:

$$C_n(\Omega) = \epsilon \cosh(n(\operatorname{arccosh}(\Omega))) \quad (2.9)$$

Um método mais simples para calcular o polinômio de Chebyshev é a partir da relação de recorrência:

$$C_{n+1}(\Omega) = 2 \Omega C_n(\Omega) - C_{n-1}(\Omega) \quad (2.10)$$

em que $C_0(\Omega) = 1$ e $C_1(\Omega) = \Omega$.

Assim a função de atenuação é dada por:

$$|H(\Omega)|^2 = \frac{1}{1 + \epsilon^2 C_n^2(\Omega)} \quad (2.11)$$

Os valores de C_n^2 da primeira a quinta ordem são:

1)

$$C_1^2(\Omega) = \Omega^2 \quad (2.12)$$

2)

$$C_2^2(\Omega) = 4\Omega^4 - 4\Omega^2 + 1 \quad (2.13)$$

3)

$$C_3^2(\Omega) = 16\Omega^6 - 24\Omega^4 + 9\Omega^2 \quad (2.14)$$

4)

$$C_4^2(\Omega) = 64\Omega^8 - 128\Omega^6 + 80\Omega^4 - 16\Omega^2 + 1 \quad (2.15)$$

5)

$$C_5^2(\Omega) = 256\Omega^{10} - 640\Omega^8 + 560\Omega^6 - 200\Omega^4 + 25\Omega^2 \quad (2.16)$$

Além disso, o projeto da aproximação de Chebyshev do tipo 1 usa dos mesmos parâmetros que o projeto de aproximação de Butterworth, no caso:

- Frequência limite da banda passante: w_p .
- Atenuação máxima permitida na banda passante: A_{\max} .
- Frequência limite da banda de rejeição: w_s .
- Atenuação mínima exigida na banda de rejeição: A_{\min} .
- Ganho de corrente contínua: K .

Já o processo do projeto de um filtro passa-baixa pode ser obtido a partir das seguintes etapas:

- 1) Determinação da atenuação máxima na banda de passagem a partir da equação (1.5).
- 2) Obtenção da ordem mínima exigida do filtro.
- 3) Alocação dos polos do filtro.
- 4) Obtenção da Função Transferência do Filtro.

2.2.2 Determinação da Ordem mínima Exigida

A determinação da ordem N necessária para implementar um filtro de determinadas especificações é obtida a partir de:

$$N \geq \frac{\operatorname{arccosh} \sqrt{\frac{10^{0,1A_{\min}} - 1}{10^{0,1A_{\max}} - 1}}}{\operatorname{arccosh}\left(\frac{w_s}{w_p}\right)} \quad (2.17)$$

2.2.3 Alocação dos Polos do Filtro

Os polos estão dispostos em formato elíptico, alocados no semiplano complexo esquerdo e podem ser calculados por:

$$p_k = \sigma_k \pm j\omega_k \quad (2.18)$$

em que se a ordem N do filtro é par temos: $k = 1, 2, \dots, N/2$ e no caso de n ser ímpar temos: $k = 1, 2, \dots, (N+1)/2$ em que,

$$\sigma_k = -w_0 \left(\sin \left[\frac{(2k-1)\pi}{2n} \right] \right) \left(\sinh \frac{1}{n} \left[\operatorname{arcsinh} \left(\frac{1}{\epsilon} \right) \right] \right) \quad (2.19)$$

$$\omega_k = w_0 \left(\cos \left[\frac{(2k-1)\pi}{2n} \right] \right) \left(\cosh \frac{1}{n} \left[\operatorname{arcsinh} \left(\frac{1}{\epsilon} \right) \right] \right) \quad (2.20)$$

2.2.4 Determinação da Função Transferência

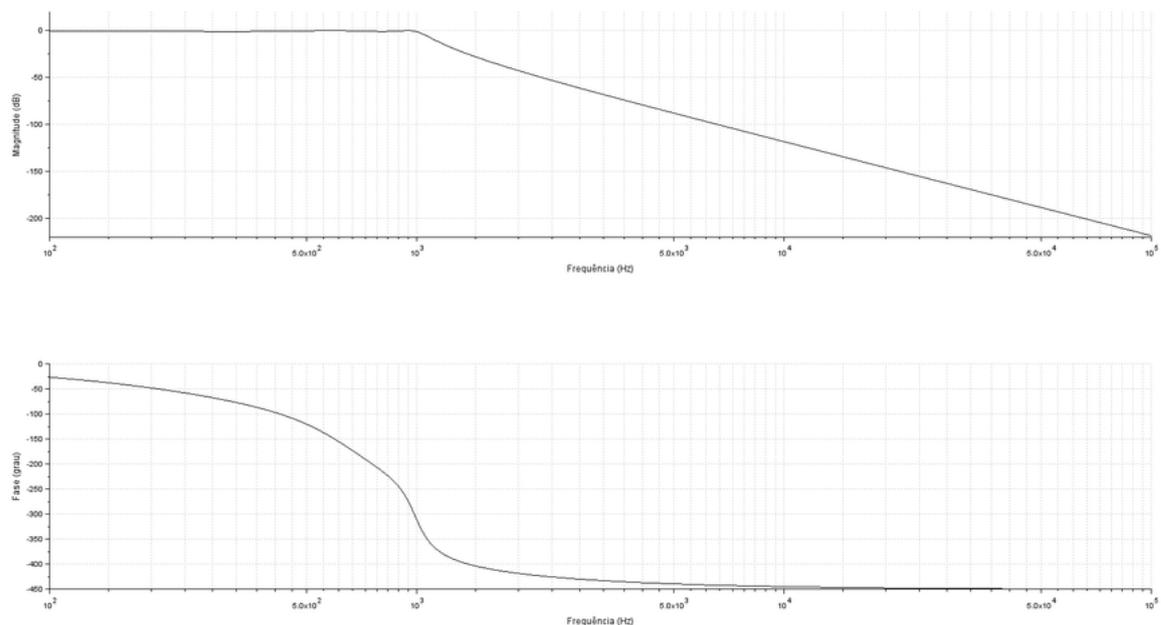
A Função Transferência $T(s)$ pode ser calculada por:

$$T(s) = K \frac{\prod_{x=1}^n (-p_x)}{\prod_{x=1}^n (s - p_x)} \quad (2.21)$$

em que n é a ordem do filtro e p_x são os respectivos polos.

2.2.5 Exemplo de Diagrama de Bode

Figura 2 – Exemplo de diagrama de Bode de um filtro de Chebyshev



Produzido pelo próprio autor

2.2.6 Vantagens e Desvantagens

As principais vantagens do filtro de Chebyshev do tipo 1 são:

- 1) Resposta em amplitude plana na faixa de rejeição.
- 2) Maior inclinação da Função Transferência em relação ao filtro de Butterworth.
- 3) menor faixa de transição em relação ao filtro de Butterworth.

- 4) Facilidade de ajustes e baixo custo devido ao menor número de componentes eletrônicos exigidos pela ordem baixa do filtro.

Já as principais desvantagens são:

- 1) Ondulação na banda de passagem.
- 2) Mudança de fase maiores do que os encontrados em filtros de Butterworth.
- 3) Sensitividade elevada em relação a troca de componentes devido à alocação de polos admitir pouca aproximação.
- 4) Projeto mais complicado do que os projetos de filtro de Butterworth.

2.3 Filtro de Chebyshev Inverso

2.3.1 Características Gerais

A aproximação de Chebyshev inverso, também chamada de aproximação de Chebyshev do tipo 2, é uma função polinomial que apresenta ondulação uniforme na banda de rejeição e apresenta menor banda de transição em relação à aproximação de Butterworth. A função de atenuação de filtros de Chebyshev do tipo 2 é dada por:

$$|H(j\omega)|^2 = \frac{\epsilon^2 C_n^2\left(\frac{\omega_s}{\omega}\right)}{1 + \epsilon^2 C_n^2\left(\frac{\omega_s}{\omega}\right)} \quad (2.22)$$

Além disso, o projeto da aproximação de Chebyshev do tipo 2 também usa os mesmos parâmetros dos filtros anteriores:

- Frequência limite da banda passante: w_p
- Atenuação máxima permitida na banda passante: A_{\max}
- Frequência limite da banda de rejeição: w_s
- Atenuação mínima exigida na banda de rejeição: A_{\min}
- Ganho de corrente contínua: K

Suas principais diferenças em relação aos projetos das aproximações anteriores são que além de possuir polos no semiplano complexo esquerdo a aproximação também possui zeros complexos em cima do eixo complexo, em sistemas de ordem par os zeros são complexos conjugados e nos sistemas de ordem ímpar há um zero em $j\infty$. A equação utilizada para calcular ϵ também é modificada, no caso:

$$\epsilon = \frac{1}{\sqrt{10^{A_{\min}/10} - 1}} \quad (2.23)$$

Há ainda uma mudança no projeto dos filtros, uma vez que a presença de zeros modifica os procedimentos realizados anteriormente. É importante notar também que o filtro de Chebyshev do tipo 2 configura um filtro *notch*, ou seja, um filtro rejeita faixa e não é possível implementá-lo a partir das topologias estudadas neste trabalho, utiliza-se topologias biquadradas. Tal ponto será retomado nas seções de resultados e de trabalhos futuros.

- 1) Determinação da ondulação máxima na banda de rejeição a partir da equação (2.23)
- 2) Obtenção da ordem mínima exigida do filtro
- 3) Alocação dos zeros do filtro
- 4) Alocação dos polos do filtro
- 5) Obtenção da Função Transferência do Filtro

2.3.2 Determinação da Ordem do Filtro

A determinação da ordem necessária para implementar um filtro de determinadas especificações é obtida a partir da mesma equação de Determinação da Ordem de Filtros de Chebyshev do tipo 1, no caso a equação (2.17)

2.3.3 Alocação dos Zeros do Filtro

Os k zeros da aproximação de Chebyshev do tipo 2 são obtidos a partir da equação:

$$s_k = \frac{j\omega_s}{\cos\left(\frac{(2k-1)\pi}{2N}\right)} \quad (2.24)$$

em que se a ordem N do filtro é par temos: $k = 1, 2, \dots, N/2$ e no caso de n ser ímpar: $k = 1, 2, \dots, (N+1)/2$

2.3.4 Alocação dos Polos do Filtro

Os polos estão dispostos em formato elípticos e podem ser calculados por:

$$p_k = \sigma_k \pm j\omega_k \quad (2.25)$$

e pelo divisor $D(k)$ em que:

$$D(k) = \sinh^2\left(\frac{\operatorname{arcsenh}(1/\epsilon)}{N}\right) \sin^2\left(\frac{\pi(2k-1)}{2N}\right) + \cosh^2\left(\frac{\operatorname{arcsenh}(1/\epsilon)}{N}\right) \cos^2\left(\frac{\pi(2k-1)}{2N}\right) \quad (2.26)$$

$$\sigma_k = -w_0 \frac{\sinh\left[\frac{1}{N} \operatorname{arcsinh}\left(\frac{1}{\epsilon}\right)\right] \sin\left(\frac{\pi(2k-1)}{2N}\right)}{D(k)} \quad (2.27)$$

$$\omega_k = w_0 \frac{\cosh\left[\frac{1}{N} \operatorname{arcsinh}\left(\frac{1}{\epsilon}\right)\right] \cos\left(\frac{\pi(2k-1)}{2N}\right)}{D(k)} \quad (2.28)$$

2.3.5 Determinação da Função Transferência

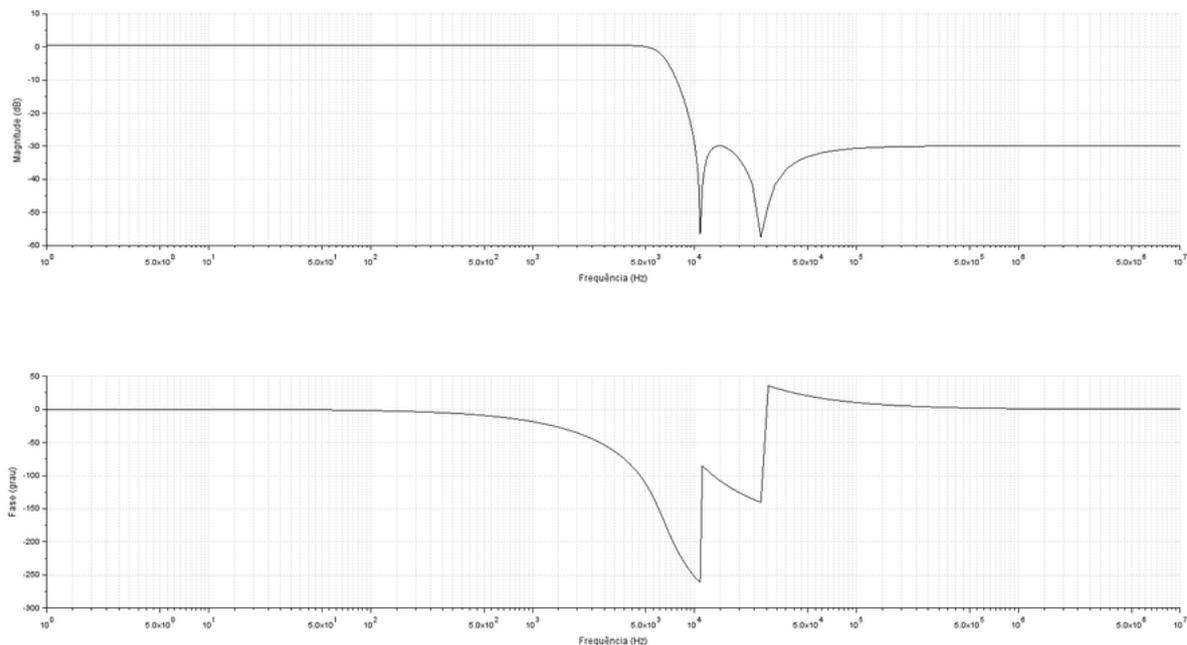
A Função Transferência $T(s)$ pode ser calculada por:

$$T(s) = \epsilon \frac{\prod_{x=1}^n (s - z_x)}{\prod_{x=1}^n (s - p_x)} \quad (2.29)$$

em que n é a ordem do filtro, ϵ é obtido da equação(2.23) z_x são os respectivos zeros e p_x são os respectivos polos.

2.3.6 Exemplo de Diagrama de Bode

Figura 3 – Exemplo de diagrama de Bode de um filtro de Chebyshev do tipo 2



Produzido pelo próprio autor

2.3.7 Vantagens e Desvantagens

As principais vantagens do filtro de Chebyshev do tipo 2 são:

- 1) Resposta em amplitude plana na faixa de passagem.

- 2) Maior inclinação da Função Transferência em relação ao filtro de Butterworth.
- 3) menor faixa de transição em relação ao filtro de Butterworth.

Já as principais desvantagens são:

- 1) Ondulação na banda de rejeição.
- 2) Mudança de fase atraso de grupo maiores do que os encontrados em filtros de Butterworth.
- 3) Sensitividade elevada em relação a troca de componentes devido à alocação de polos admitir pouca aproximação.
- 4) Projeto mais complicado do que os projetos de filtro de Butterworth e de Chebyshev do tipo 1.
- 5) Maior número de componentes exigidos devido a mudança de topologia necessária para implementar o projeto.

2.4 Filtro de Bessel

2.4.1 Características Gerais

A aproximação de Bessel é principalmente caracterizada por possuir um atraso de grupo maximamente plano o que preserva a forma de onda dos sinais pertencentes a banda de passagem e é amplamente utilizado em sistemas de *crossover* de áudio. Uma vez que sua variável de interesse é o atraso de grupo, ou então a mudança de fase, a resposta em amplitude não é o foco como nos demais filtros. Caso se deseje aumentar a inclinação da resposta em magnitude, uma vez que é a menor de todos os filtros estudados, comumente se altera o ganho em corrente contínua, ou então se aumenta a ordem utilizada. Também não é possível determinar um procedimento simples para determinar a ordem mínima exigida do filtro que satisfaça uma atenuação mínima exigida na banda de rejeição

2.4.2 Polinômios de Bessel

Os polinômios de Bessel são definidos por:

$$\sum_{k=1}^N \alpha_k S^k \quad (2.30)$$

em que N é a ordem do polinômio e α_k é caracterizado por:

$$\alpha_k = \frac{(2N - k)!}{2^{N+k} k! (N - k)!} \quad (2.31)$$

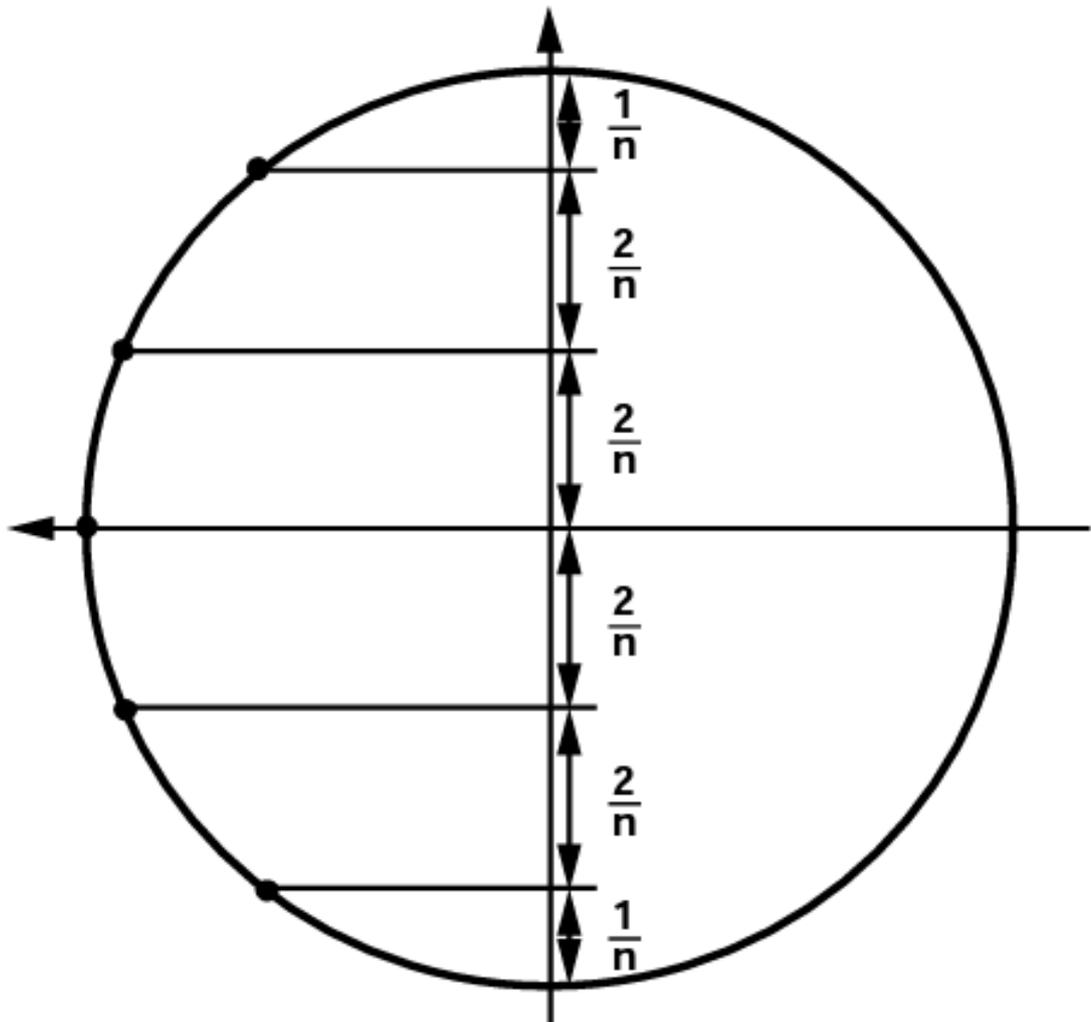
sendo os polinômios de Bessel da primeira à quinta ordem:

- 1) $N = 1: s + 1$
- 2) $N = 2: s^2 + 3s + 3$
- 3) $N = 3: s^3 + 6s^2 + 15s + 15$
- 4) $N = 4: s^4 + 10s^3 + 45s^2 + 105s + 105$
- 5) $N = 5: s^5 + 15s^4 + 105s^3 + 420s^2 + 945s + 945$

2.4.3 Localização dos Polos

Os polos de um filtro de Bessel são obtidos alocando-os sob uma semicircunferência no semiplano complexo esquerdo com origem no centro, em que as partes imaginárias dos polos são separados por uma distância de $\frac{2}{n}$, onde n é o número de polos a serem alocados: Os polos normalizados na frequência de um filtro de Bessel seguem a seguinte disposição (dados e figura) obtidos através de Datasheet da Analog Devices:

Figura 4 – Alocação de polos de um Filtro Bessel



- 1) Primeira Ordem: -1
- 2) Segunda Ordem: $-1, 1050 \pm j0, 6368$
- 3) Terceira Ordem: $-1, 3270; -1, 0509 \pm j1, 0025$
- 4) Quarta Ordem: $-0, 9877 \pm j1, 2476; -1, 3596 \pm j0, 4071$
- 5) Quinta Ordem: $-1, 5069; -1, 3851 \pm j0, 7201; -0, 9606 \pm j1, 4756$

2.4.4 Determinação da Função Transferência

A função transferência para um filtro passa baixa de Bessel podem ser obtidas através da equação:

$$\frac{1}{\sum_{k=1}^N \alpha_k s^k} \quad (2.32)$$

e dividindo todos os polos pela frequência de corte w_s o que resulta nas seguintes funções transferência:

- 1) Primeira Ordem: $\frac{w_s}{s+w_s}$
- 2) Segunda Ordem: $\frac{3(w_s)^2}{s^2+3w_s s+3(w_s)^2}$
- 3) Terceira Ordem: $\frac{15(w_s)^3}{s^3+6w_s s^2+15(w_s)^2 s+15(w_s)^3}$
- 4) Quarta Ordem: $\frac{105(w_s)^4}{s^4+10w_s s^3+45(w_s)^2 s^2+105(w_s)^3 s+105(w_s)^4}$
- 5) Quinta Ordem: $\frac{945(w_s)^5}{s^5+15w_s s^4+105(w_s)^2 s^3+420(w_s)^3 s^2+945(w_s)^4 s+945(w_s)^5}$

2.4.5 Vantagens e Desvantagens

As vantagens de um filtro Bessel são:

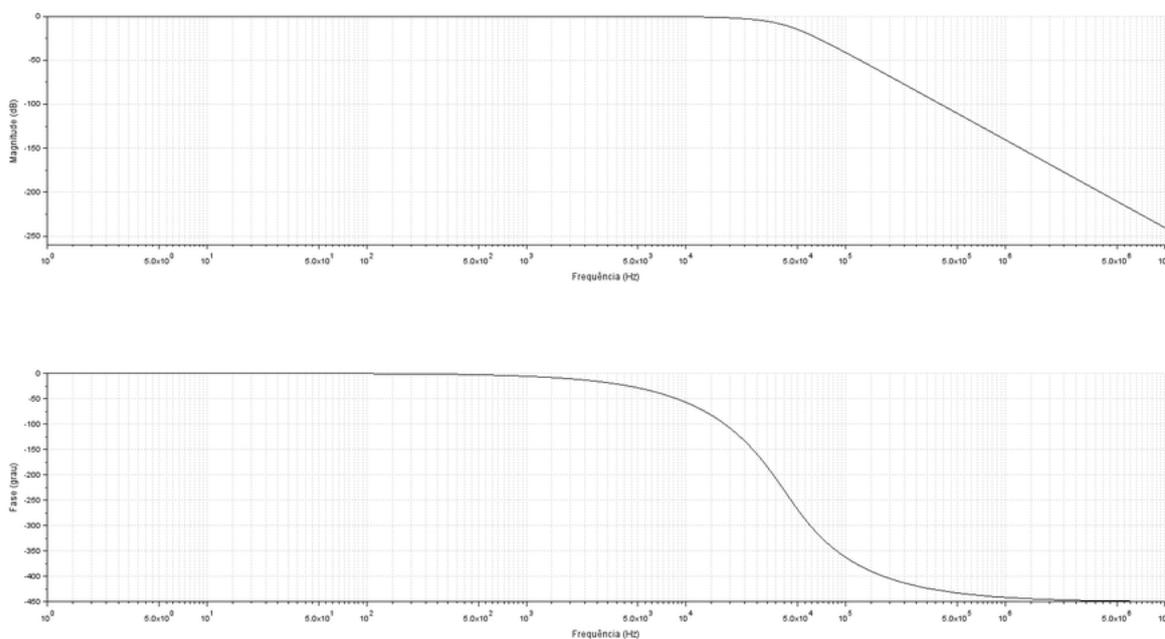
- 1) Inclinação suave da função transferência.
- 2) sem ondulações.
- 3) menor atraso de tempo dos filtros analisados.

Já as principais desvantagens de um filtro de Bessel são:

- 1) Menor inclinação da resposta de magnitude da função transferência de todos os filtros analisados.
- 2) Não é adequado para filtros com requisitos de resposta de magnitude.

2.4.6 Exemplo de Diagrama de Bode

Figura 5 – Exemplo de diagrama de Bode de um filtro de Bessel

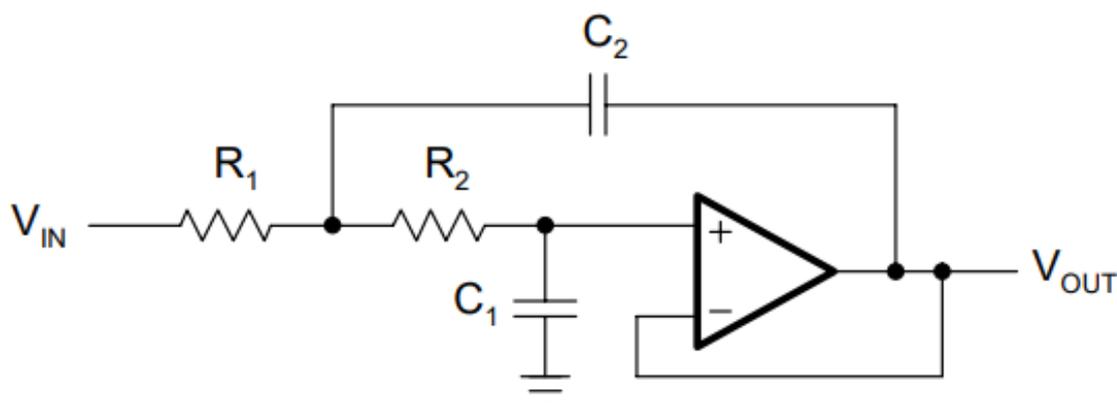


Produzido pelo próprio autor

2.5 Topologia de Sallen-Key

Utiliza-se a topologia de Sallen-Key apresentada na figura a seguir para implementar um filtro passa-baixas de segunda ordem:

Figura 6 – Filtro Passa-baixas de Segunda Ordem com Topologia Sallen-Key



Op Amps for Everyone, Bruce Carter

Temos que a função transferência do filtro é:

$$\frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{1}{s^2 C_1 C_2 + s C_2 (R_1 + R_2) + 1} \quad (2.33)$$

, e a partir desse circuito qualquer filtro passa-baixa de segunda ordem pode ser implementado a partir da seleção de valores de R_1 , R_2 , C_1 e C_2 . Ainda, na forma geral $H(s)$, temos que:

$$H(s) = \frac{\omega_0^2}{s^2 + \frac{\omega_0}{Q}s + \omega_0^2} \quad (2.34)$$

em que:

$$\omega_0 = 2\pi f_0 = \frac{1}{\sqrt{R_1 R_2 C_1 C_2}} \quad (2.35)$$

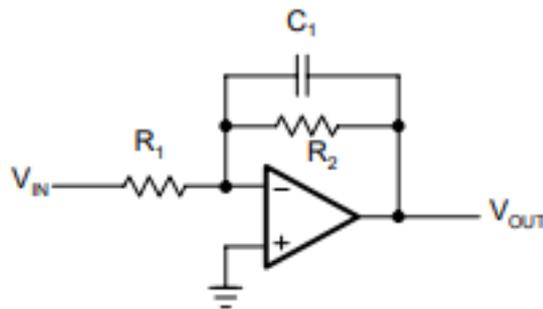
$$\frac{\omega_0}{Q} = \frac{1}{C_1} \frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2} \quad (2.36)$$

, comumente usa-se $R_1 = R_2$ afim de simplificar o projeto.

2.6 Circuito Integrador Inversor com Limitação de Ganho DC e Amplificador Inversor

A utilização do circuito integrador com limitação de ganho tem como objetivo implementar a ordem ímpar dos filtros quando necessário.

Figura 7 – Circuito Integrador Inversor com Limitação de Ganho dc



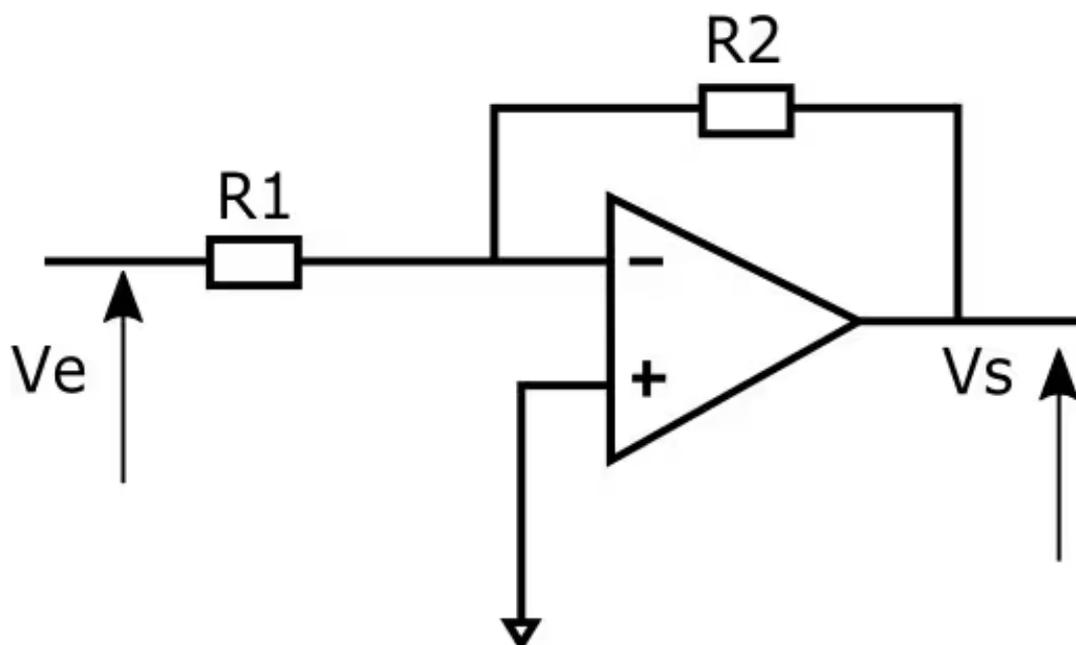
Op Amps for Everyone, Bruce Carter

Temos que a função transferência do circuito é:

$$\frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{-R_2}{R_1} \frac{1}{1 + sR_2C} \quad (2.37)$$

O que caracteriza um filtro passa-baixa de ordem 1. É comum se projetar o circuito com $R_1 = R_2$, afim de simplificar o projeto. Um único detalhe e que este circuito não somente filtra o sinal de entrada, como também inverte sua fase, portanto, utiliza-se um circuito inversor na saída do filtro para reverter a inversão ocasionada pelo circuito.

Figura 8 – Circuito Amplificador Inversor



Top 10 Fundamental Op Amps Circuits, Arrow Eletronics

A função transferência do circuito é:

$$\frac{V_s}{V_e} = -\frac{R_2}{R_1} \quad (2.38)$$

Nos casos em que se deseja ganho unitário, para que o circuito de fato atue somente como inversor utiliza-se $R_1 = R_2$, assim, utilizando o circuito amplificador inversor na saída do circuito integrador inversor se obtém um filtro passa-baixa de primeira ordem que não inverte o sinal de entrada.

3 Resultados

Nesta seção serão apresentados resultados dos filtros estudados a partir das etapas de projeto descritas de cada filtro. Também serão apresentados os cálculos para implementar os filtros a partir de circuitos a amplificador operacional. Para cada tipo de filtro foram projetados filtros da primeira à quinta ordem. A partir dos cálculos foram simulados diagramas de Bode pelos softwares Scilab e pelo LTSpice (este com uma representação de circuitos que implemente os respectivos filtros).

3.1 Filtro de Butterworth

Projeto de filtro passa-baixa de Butterworth que possua frequência limite da banda passante de 1kHz(6,2832 kradianos/segundo) com atenuação máxima permitida de 1 dB, início da faixa de corte na frequência de 10kHz(62,832 kradianos/segundo) com atenuação mínima exigida de 10 dB e ganho de corrente contínua unitário:

3.1.1 Máxima Atenuação Permitida e Determinação da Ordem Mínima Exigida

Aplicando $A_{max} = 1dB$ na equação (1.5) se obtêm $\epsilon = \sqrt{10^{0,1} - 1} = 0,5088$.

Aplicando os valores de $A_{max} = 1dB$; $\epsilon = 0,5088$; $A_{min} = 10dB$; $w_s = 62,832k \frac{\text{radianos}}{\text{segundo}}$; $w_p = 6,2832k \frac{\text{radianos}}{\text{segundo}}$ na equação (2.2) se obtêm $n \geq \frac{\log \frac{\sqrt{10^1-1}}{\sqrt{10^{0,1}-1}}}{\log \frac{6,2832 \cdot 10^4}{6,2832 \cdot 10^3}} = 1,5416$, o que indica que a ordem mínima para obter os resultados desejados com um filtro de Butterworth é a segunda ordem.

3.1.2 Primeira Ordem

3.1.2.1 Alocação do Polo

Utilizando $w_p = 6,2832k \frac{\text{radianos}}{\text{segundo}}$; $\epsilon = 0,5088$; $n = 1$ nas equações (2.4) e (2.5) se obtem: $w_0 = w_p \sqrt[1]{\frac{1}{\epsilon}} = 6,2832 \cdot 10^3 \sqrt[1]{\frac{1}{0,5088}} = 12348$ com ângulo π radianos, configurando: $p_1 = 10685,7143(\cos(\pi) + j \sin(\pi)) = -12348$.

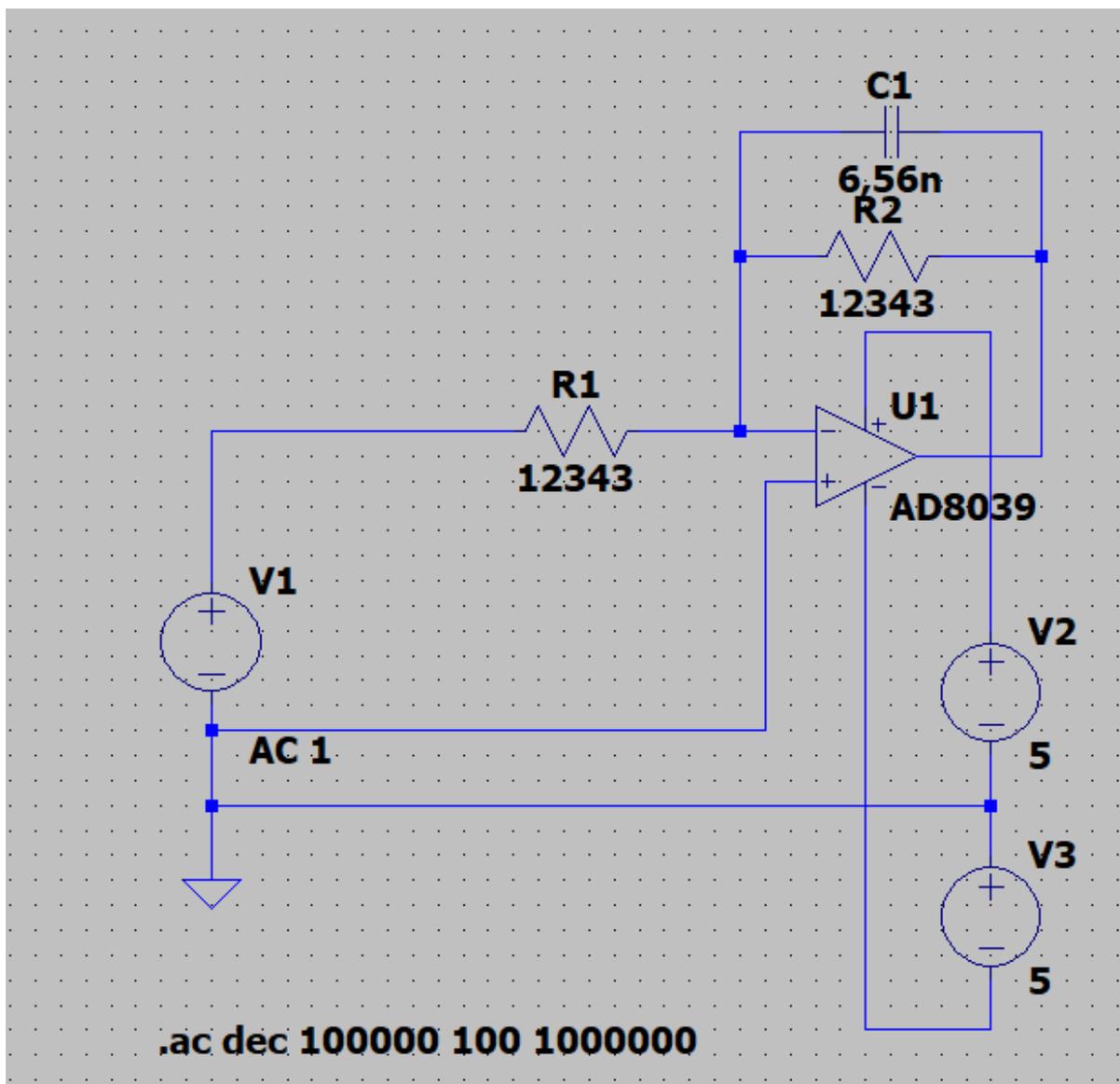
3.1.2.2 Determinação da Função Transferência e Simulações

Utilizando (2.6) para calcular a função transferência a partir do polo se obtem:

$$T(s) = \frac{K w_0^n}{s - p_1} = \frac{12348}{s + 12348}$$

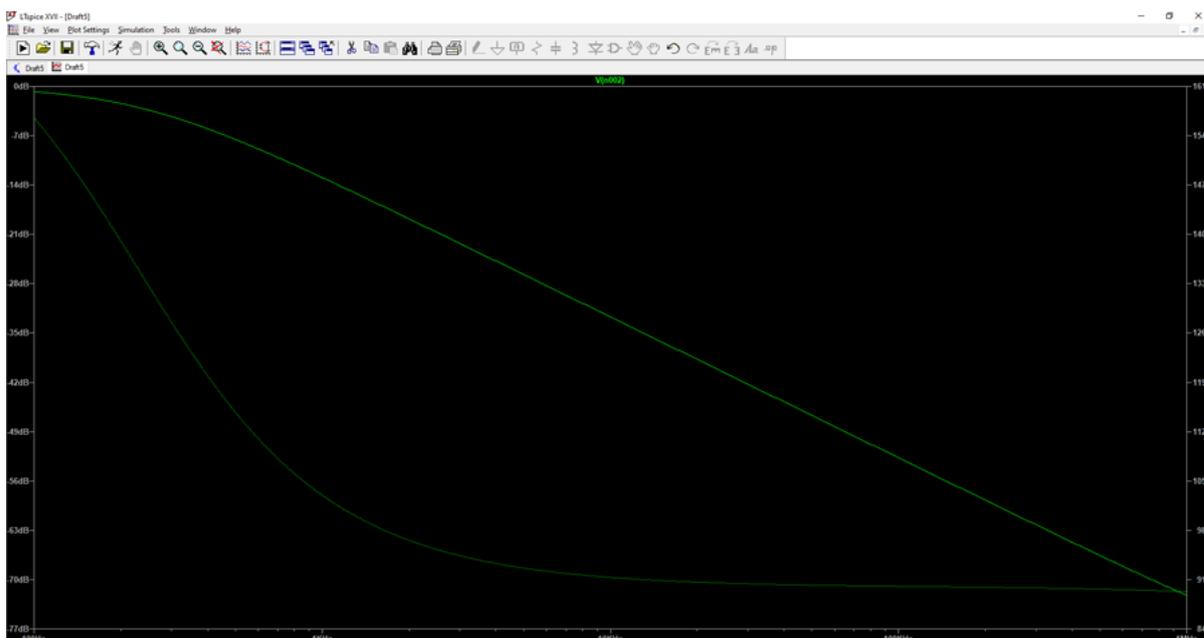
Aplicando o formato da função transferência na equação (2.37) obtemos os valores $R = 12343\Omega$, $C = 6,56nF$, resultando no seguinte circuito equivalente e diagramas de Bode:

Figura 9 – Circuito do Filtro de Butterworth de Primeira Ordem



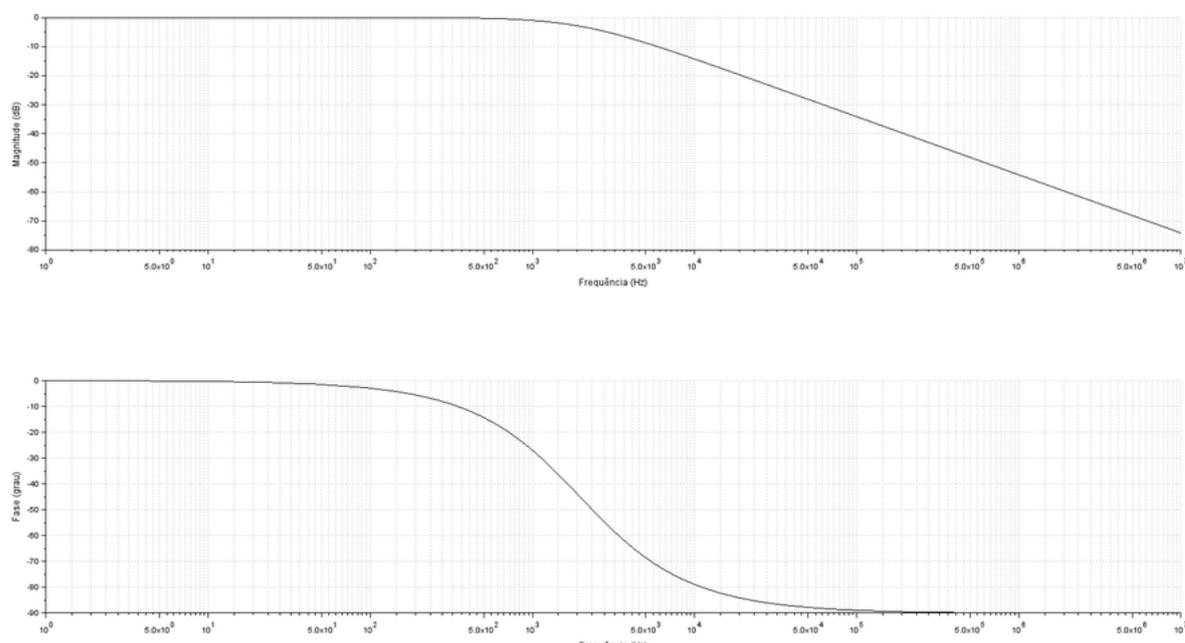
Produzido pelo próprio autor

Figura 10 – Diagrama de Bode do Filtro de Butterworth de Primeira Ordem



Produzido pelo próprio autor

Figura 11 – Diagrama de Bode da Função Transferência do Filtro de Butterworth de Primeira Ordem



Produzido pelo próprio autor

3.1.3 Segunda Ordem

3.1.3.1 Alocação dos Polos

Utilizando $w_p = 6,2832k \frac{\text{radianos}}{\text{segundo}}$; $\epsilon = 0,5088$; $n = 2$ nas equações (2.4) e (2.5) se obtém: $w_0 = w_p \sqrt[n]{\frac{1}{\epsilon}} = 6,2832 \cdot 10^3 \sqrt[n]{\frac{1}{0,5088}} = 8808,61 \frac{\text{radianos}}{\text{segundo}}$ com ângulos $\frac{3\pi}{4}$; $\frac{5\pi}{4}$ radianos, configurando:

$$p_1 = 8808,61(\cos(\frac{3\pi}{4}) + j \sin(\frac{3\pi}{4})) = -6228,2 + j6228,2;$$

$$p_2 = 8808,61(\cos(\frac{5\pi}{4}) + j \sin(\frac{5\pi}{4})) = -6228,2 - j6228,2$$

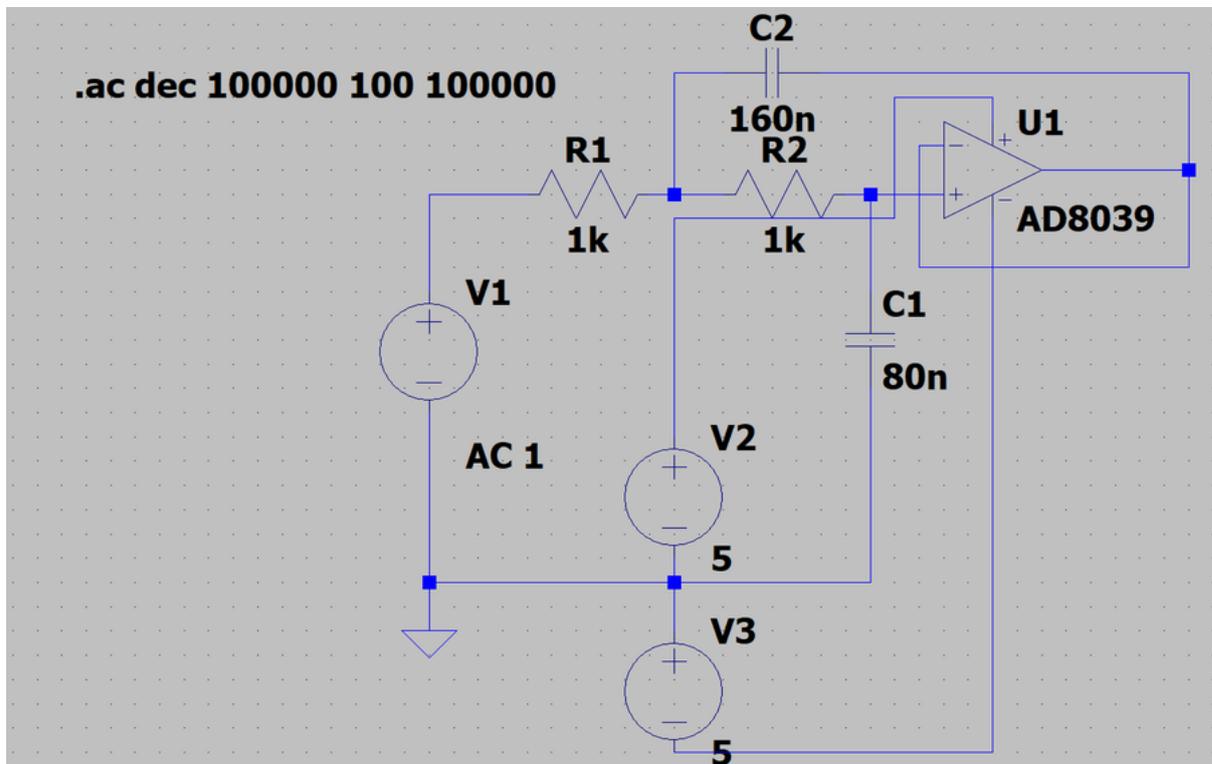
3.1.3.2 Determinação da Função Transferência e Simulações

Utilizando (2.6) para calcular a função transferência a partir dos polos se obtém:

$$T(s) = \frac{K w_0^n}{(s-p_1)(s-p_2)} = \frac{8808,61^2}{s^2 + 12456,4s + 77580950}$$

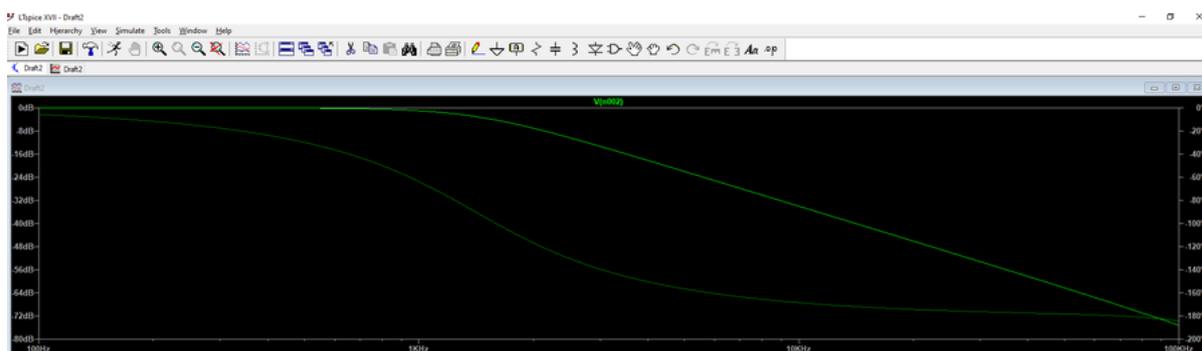
Aplicando o formato da função transferência nas equações (2.35) e (2.36) obtemos os valores $R_1 = R_2 = 1000\Omega$; $C_1 = 80nF$; $C_2 = 160nF$, resultando no seguinte circuito equivalente e diagramas de Bode:

Figura 12 – Circuito do Filtro de Butterworth de Segunda Ordem



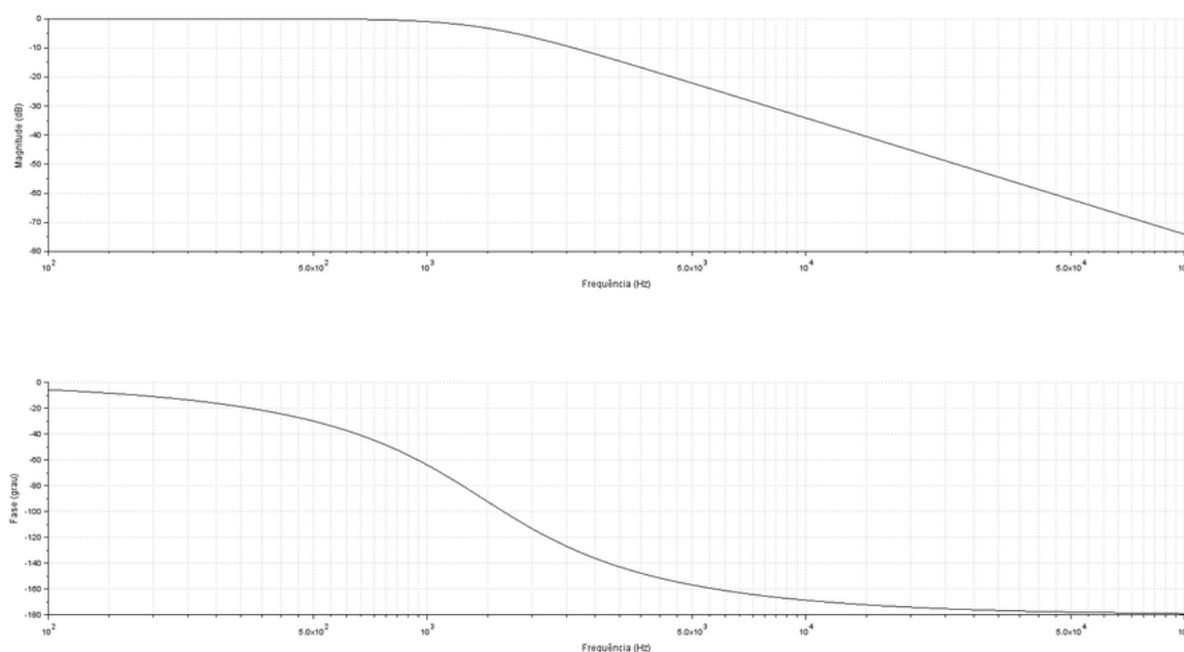
Produzido pelo próprio autor

Figura 13 – Diagrama de Bode do Filtro de Butterworth de Segunda Ordem



Produzido pelo próprio autor

Figura 14 – Diagrama de Bode da Função Transferência do Filtro de Butterworth de Segunda Ordem



Produzido pelo próprio autor

3.1.4 Terceira Ordem

3.1.4.1 Alocação dos Polos

Utilizando $w_p = 6,2832k \frac{\text{radianos}}{\text{segundo}}$; $\epsilon = 0,5088$; $n = 3$ nas equações (2.4) e (2.5) se obtém: $w_0 = w_p \sqrt[3]{\frac{1}{\epsilon}} = 6,2832 \cdot 10^3 \sqrt[3]{\frac{1}{0,5088}} = 7870 \frac{\text{radianos}}{\text{segundo}}$, com ângulos $\frac{2\pi}{3}$; π ; $\frac{4\pi}{3}$ radianos, configurando:

$$p_1 = 7870(\cos(\frac{2\pi}{3}) + j \sin(\frac{2\pi}{3})) = -3935 + j6815;$$

$$p_2 = 7870(\cos(\pi) + j \sin(\pi)) = -7870;$$

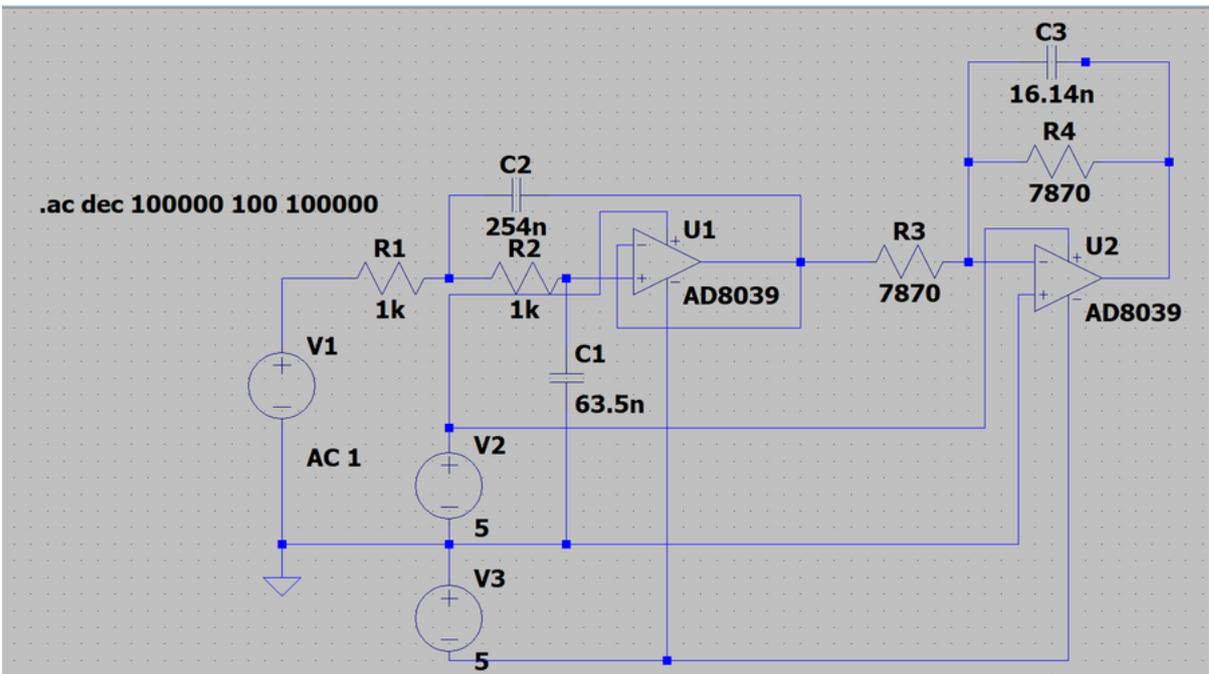
$$p_3 = 7870(\cos(\frac{4\pi}{3}) + j \sin(\frac{4\pi}{3})) = -3935 - j6815$$

3.1.4.2 Determinação da Função Transferência e Simulações

Utilizando os polos em (2.6) para calcular a função transferência se obtém: $T(s) = \frac{Kw_0^n}{(s-p_1)(s-p_2)(s-p_3)} = \frac{7870^3}{(s^2+7870s+61928450)(s+7870)}$.

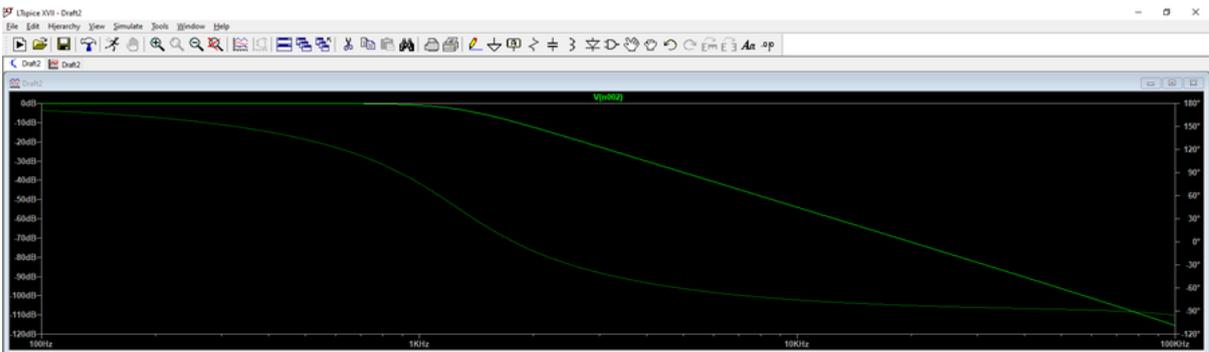
Aplicando a parcela de segunda ordem nas equações (2.35) e (2.36) obtemos os valores $R_1 = R_2 = 1000\Omega$; $C_1 = 63,5nF$; $C_2 = 254nF$, para o estágio da topologia de Sallen-Key, e aplicando a parcela de primeira ordem na equação (2.37) obtém-se os valores $R_1 = R_2 = 7870\Omega$; $C = 16,14nF$ resultando no seguinte circuito equivalente e diagramas de Bode:

Figura 15 – Circuito do Filtro de Butterworth de Terceira Ordem



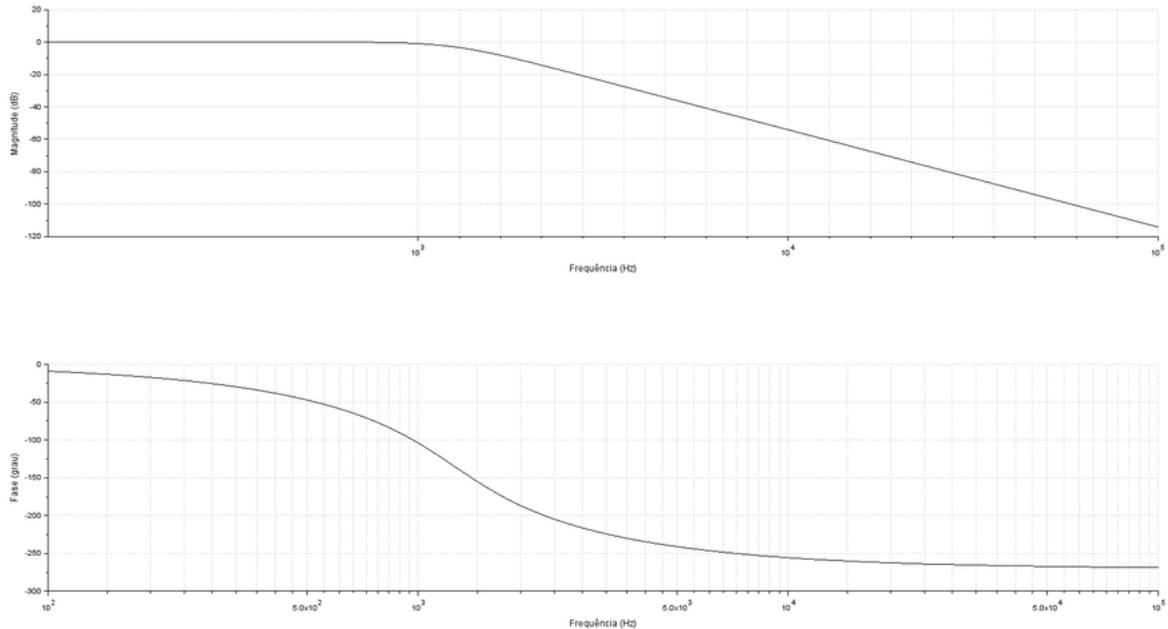
Produzido pelo próprio autor

Figura 16 – Diagrama de Bode do Filtro de Butterworth de Terceira Ordem



Produzido pelo próprio autor

Figura 17 – Diagrama de Bode da Função Transferência do Filtro de Butterworth de Terceira Ordem



Produzido pelo próprio autor

3.1.5 Quarta Ordem

3.1.5.1 Alocação dos Polos

Utilizando $w_p = 6,2832k \frac{\text{radianos}}{\text{segundo}}$; $\epsilon = 0,5088$; $n = 4$ nas equações (2.4) e (2.5) se obtém: $w_0 = w_p \sqrt[4]{\frac{1}{\epsilon}} = 6,2832 \cdot 10^3 \sqrt[4]{\frac{1}{0,5088}} = 7439 \frac{\text{radianos}}{\text{segundo}}$, com ângulos $\frac{5\pi}{8}$; $\frac{7\pi}{8}$; $\frac{9\pi}{8}$; $\frac{11\pi}{8}$ radianos, configurando:

$$\begin{aligned} p_1 &= 7439(\cos(\frac{5\pi}{8}) + j \sin(\frac{5\pi}{8})) = -2846 + j6872; \\ p_2 &= 7439(\cos(\frac{7\pi}{8}) + j \sin(\frac{7\pi}{8})) = -6872 + j2846; \\ p_3 &= 7439(\cos(\frac{9\pi}{8}) + j \sin(\frac{9\pi}{8})) = -6872 - j2846; \\ p_4 &= 7439(\cos(\frac{11\pi}{8}) + j \sin(\frac{11\pi}{8})) = -2846 - j6872 \end{aligned}$$

3.1.5.2 Determinação da Função Transferência e Simulações

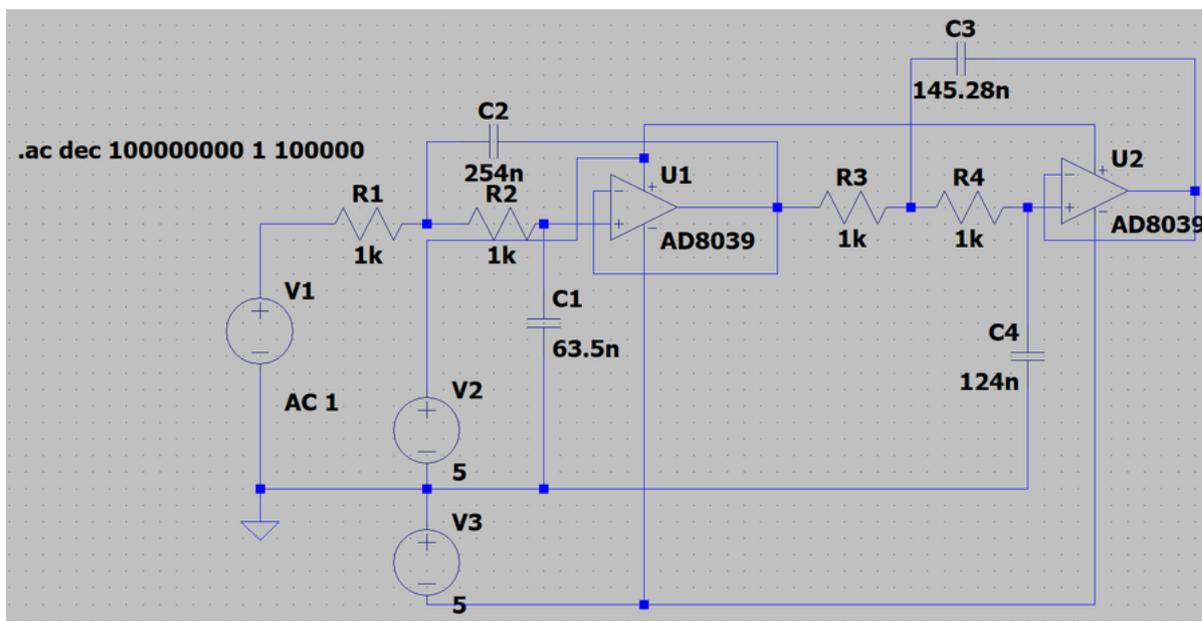
Utilizando (2.6) para calcular a função transferência a partir dos polos se obtém:

$$T(s) = \frac{Kw_0^n}{(s-p_1)(s-p_2)(s-p_3)(s-p_4)} = \frac{7439^4}{(s^2+5692s+55324100)(s^2+13744s+55324100)}$$

Aplicando uma parcela de segunda ordem nas equações (2.35) e (2.36) obtemos os valores $R_1 = R_2 = 1000\Omega$; $C_1 = 63,5nF$; $C_2 = 254,76nF$, para o primeiro estágio da topologia de Sallen-Key.

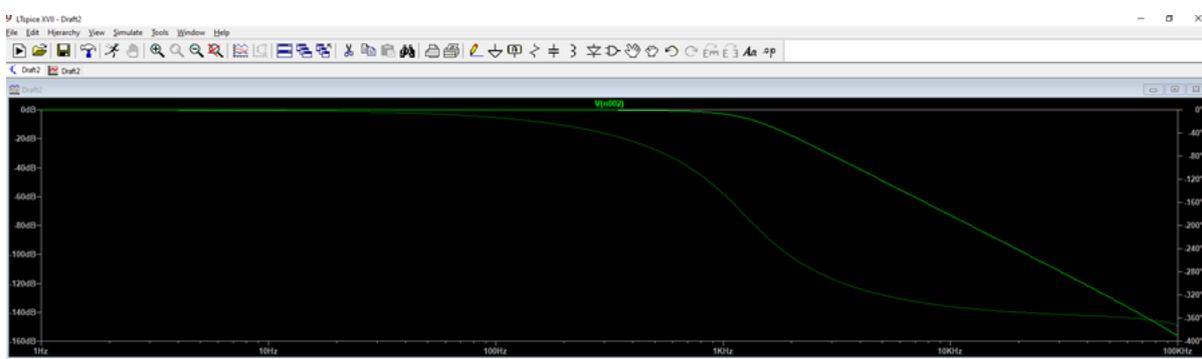
Aplicando a parcela de segunda ordem restante nas equações (2.35) e (2.36) e $R_1 = R_2 = 1000\Omega$; $C_1 = 124nF$; $C_2 = 145,28nF$, para o segundo estágio da topologia de Sallen-Key resultando no seguinte circuito equivalente e diagramas de Bode:

Figura 18 – Circuito do Filtro de Butterworth de Quarta Ordem



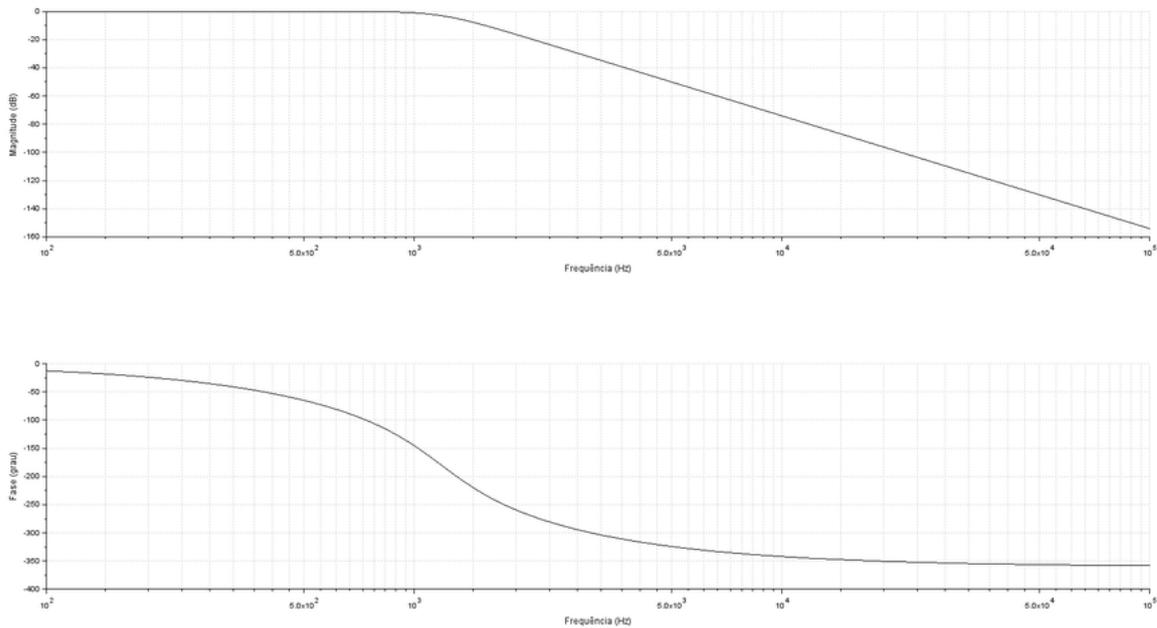
Produzido pelo próprio autor

Figura 19 – Diagrama de Bode do Filtro de Butterworth de Quarta Ordem



Produzido pelo próprio autor

Figura 20 – Diagrama de Bode da Função Transferência do Filtro de Butterworth de Quarta Ordem



Produzido pelo próprio autor

3.1.6 Quinta Ordem

3.1.6.1 Alocação dos polos

Utilizando $w_p = 6,2832k \frac{\text{radianos}}{\text{segundo}}$; $\epsilon = 0,5088$; $n = 5$ nas equações (2.4) e (2.5) se obtém: $w_0 = w_p \sqrt[5]{\frac{1}{\epsilon}} = 6,2832 \cdot 10^3 \sqrt[5]{\frac{1}{0,5088}} = 7192 \frac{\text{radianos}}{\text{segundo}}$, com ângulos $\frac{6\pi}{10}$; $\frac{8\pi}{10}$; π ; $\frac{12\pi}{10}$; $\frac{14\pi}{10}$ radianos, configurando:

$$p_1 = 7192(\cos(\frac{8\pi}{10}) + j \sin(\frac{8\pi}{10})) = -5818 + j4228;$$

$$p_2 = 7192(\cos(\frac{9\pi}{10}) + j \sin(\frac{9\pi}{10})) = -6840 + j2222;$$

$$p_3 = 7192(\cos(\pi) + j \sin(\pi)) = -7192;$$

$$p_4 = 7192(\cos(\frac{11\pi}{10}) + j \sin(\frac{11\pi}{10})) = -6840 - j2222;$$

$$p_5 = 7870(\cos(\frac{12\pi}{10}) + j \sin(\frac{12\pi}{10})) = -5818 - j4228$$

3.1.6.2 Determinação da Função Transferência e Simulações

Utilizando os polos em (2.6) para calcular a função transferência se obtém:

$$T(s) = \frac{Kw_0^n}{(s-p_1)(s-p_2)(s-p_3)(s-p_4)(s-p_5)} = \frac{7192^5}{(s^2+11636s+51725108)(s^2+13680s+51722884)(s+7192)}.$$

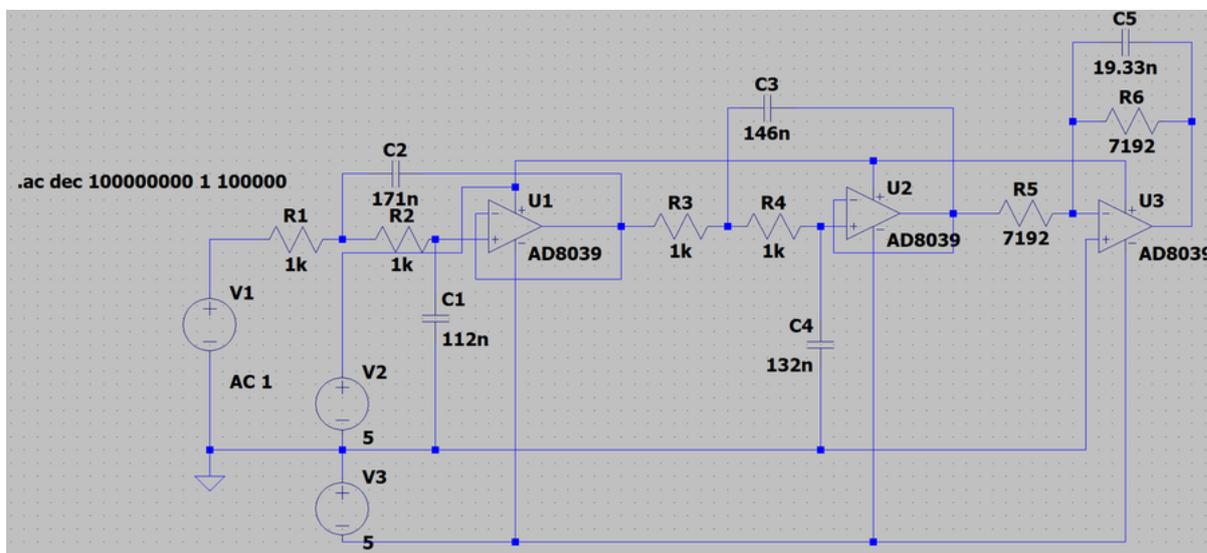
Aplicando uma parcela de segunda ordem nas equação (2.35) e (2.36) obtemos os valores $R_1 = R_2 = 1000\Omega$; $C_1 = 112nF$; $C_2 = 171nF$, para o primeiro estágio da topologia de Sallen-Key.

Aplicando a outra parcela de segunda ordem nas equações (2.35) e (2.36) se obtêm $R_1 = R_2 = 1000\Omega$; $C_1 = 132nF$; $C_2 = 146nF$, para o segundo estágio da topologia de

Sallen-Key.

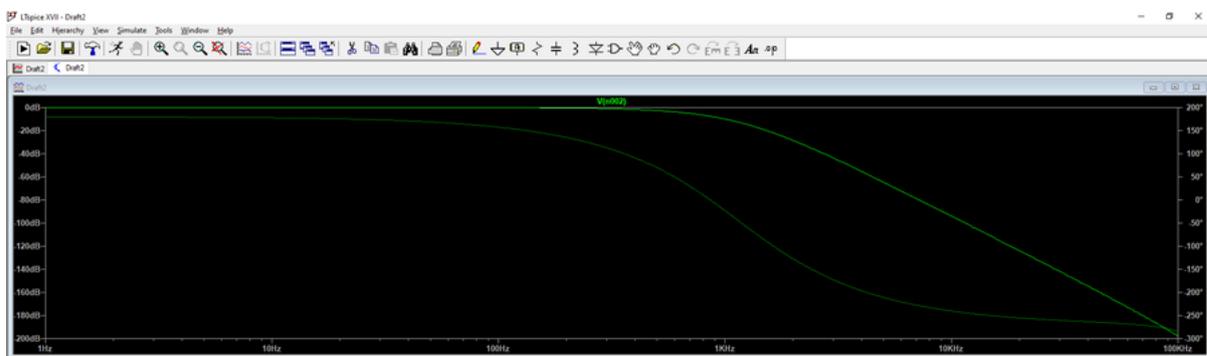
Aplicando então (2.37) na parcela de primeira ordem obtém-se os valores $R_1 = R_2 = 7192\Omega$; $C = 19,33nF$ resultando no seguinte circuito equivalente e diagramas de Bode:

Figura 21 – Circuito do Filtro de Butterworth de Quinta Ordem



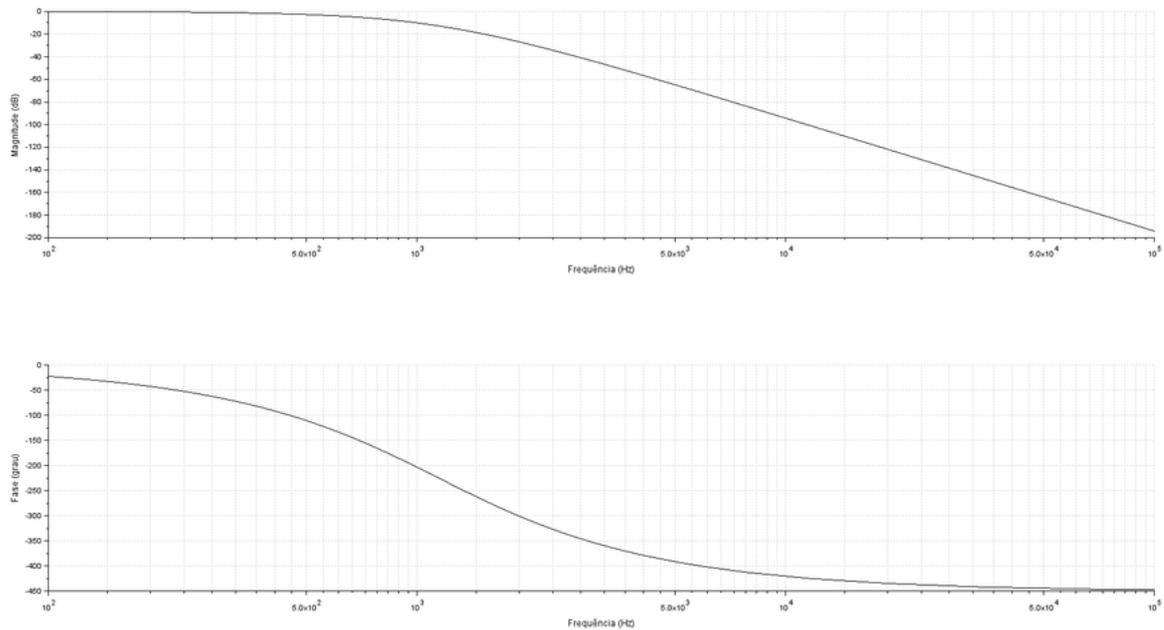
Produzido pelo próprio autor

Figura 22 – Diagrama de Bode do Filtro de Butterworth de Quinta Ordem



Produzido pelo próprio autor

Figura 23 – Diagrama de Bode da Função Transferência do Filtro de Butterworth de Quinta Ordem



Produzido pelo próprio autor

3.2 Filtro de Chebyshev do Tipo 1

Projeto de filtro passa-baixa de Chebyshev do tipo 1 que possua frequência limite da banda passante de 1kHz(6,2832 kradianos/segundo) com atenuação máxima permitida de 1 dB, início da faixa de corte na frequência de 10kHz(62,832 kradianos/segundo) com atenuação mínima exigida de 30 dB e ganho de corrente contínua(K) unitário:

3.2.1 Máxima Atenuação Permitida e Mínima Ordem Exigida

Aplicando $A_{max} = 1dB$ na equação (1.5) se obtêm $\epsilon = \sqrt{10^{0,1} - 1} = 0,5088$.

Aplicando os valores de $A_{max} = 1dB$; $\epsilon = 0,5088$; $A_{min} = 30dB$; $w_s = 62,832k \frac{radianos}{segundo}$; $w_p =$

$6,2832k \frac{radianos}{segundo}$ na equação (2.17) se obtêm $N \geq \frac{arccosh\sqrt{\frac{10^{0,1}A_{min}-1}{10^{0,1}A_{max}-1}}}{arccosh(\frac{w_s}{w_p})} = \frac{arccosh\sqrt{\frac{10^3-1}{10^{0,1}-1}}}{arccosh(\frac{62832}{6283,2})} = \frac{arccosh(61,373)}{arccosh(10)} = 1,607$, o que indica que a ordem mínima para obter os resultados desejados com um filtro de Chebyshev é a segunda ordem. Além disso, temos que $w_0 = w_p$.

3.2.2 Primeira Ordem

3.2.2.1 Alocação do Polo

Aplicando $w_p = 6,2832k \frac{radianos}{segundo}$; $\epsilon = 0,5088$; $n = 1$ nas equação (2.18), (2.19) e (2.20) se obtêm: $p_1 = \sigma_1 \pm j\omega_1$,

$$\sigma_1 = -6283(\sin[\frac{\pi}{2}])(\sinh[\operatorname{arcsinh}(\frac{1}{0,5088})]) = -12343 \text{ e}$$

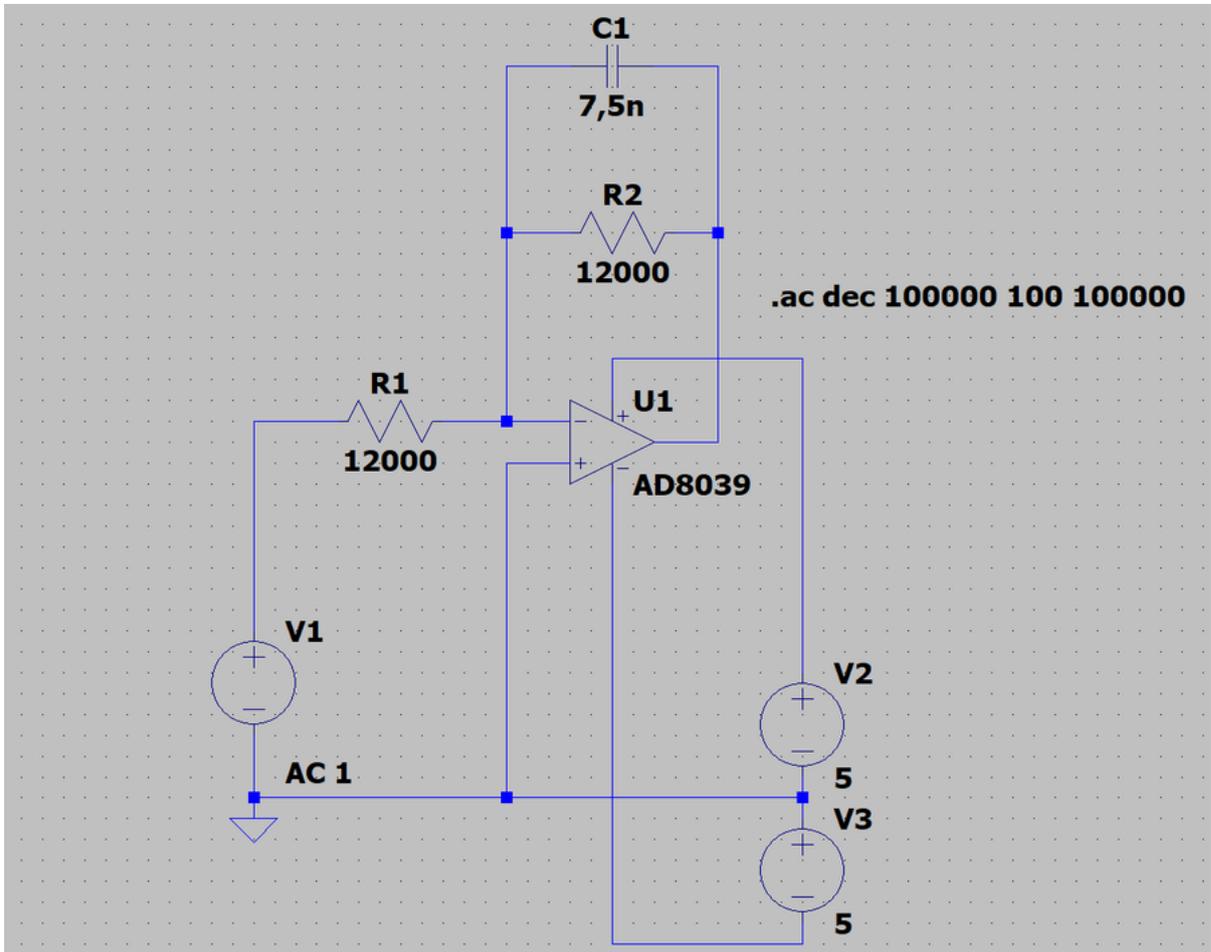
$$\omega_1 = 6283(\cos[\frac{\pi}{2}])(\cosh[\operatorname{arcsinh}(\frac{1}{0,5088})]) = 0$$

portanto $p_1 = -12343 \frac{\text{radianos}}{\text{segundo}}$

3.2.2.2 Determinação da Função Transferência e Simulações

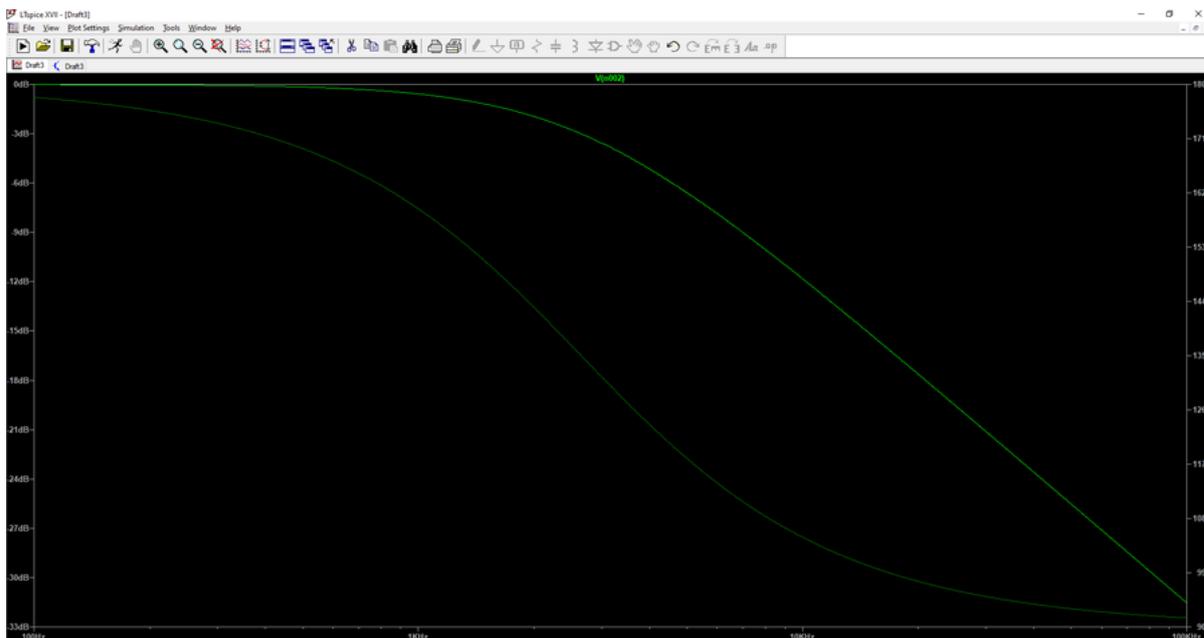
Aplicando o polo na equação (2.21) se obtêm a função transferência: $T(s) = K \frac{\prod_{x=1}^1(-p_1)}{\prod_{x=1}^1(s-p_1)} = \frac{(12343)}{(s+12343)}$.
 aplicadando a função transferência na equação (2.37) obtem-se os valores $R = 12343\Omega$, $C = 6,56nF$, resultando no seguinte circuito equivalente e diagramas de Bode:

Figura 24 – Circuito do Filtro de Chebyshev de Primeira Ordem



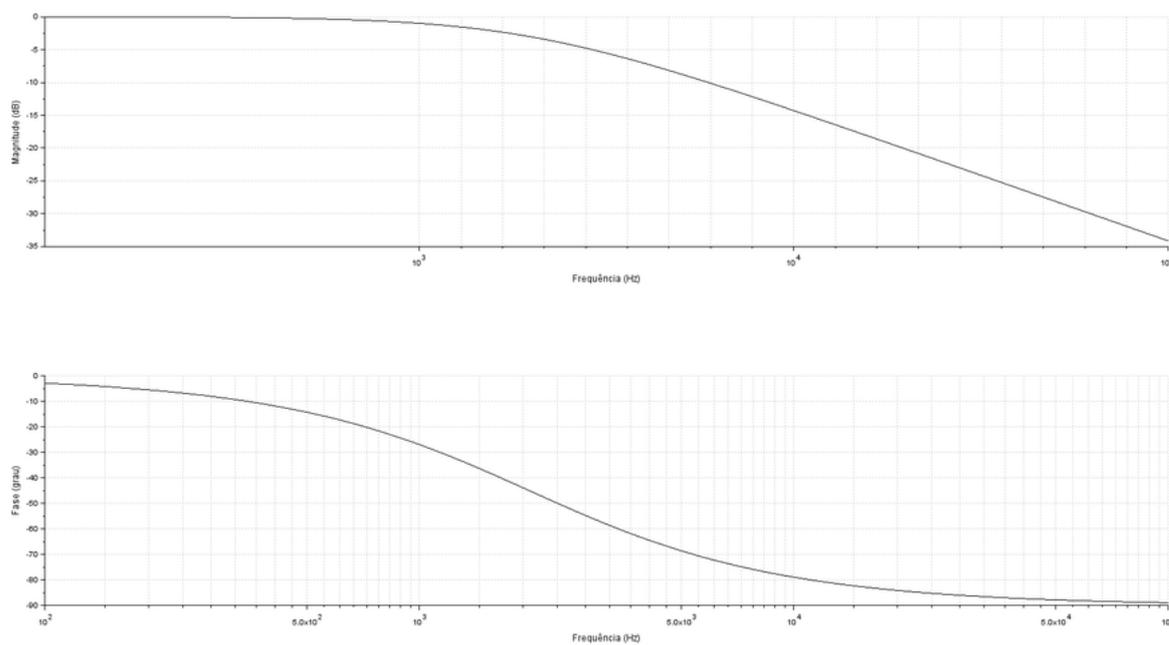
Produzido pelo próprio autor

Figura 25 – Diagrama de Bode do Filtro de Chebyshev de Primeira Ordem



Produzido pelo próprio autor

Figura 26 – Diagrama de Bode da Função Transferência do Filtro de Chebyshev de Primeira Ordem



Produzido pelo próprio autor

3.2.3 Segunda Ordem

3.2.3.1 Alocação dos Polos

Aplicando $w_p = 6,2832k \frac{\text{radianos}}{\text{segundo}}$; $\epsilon = 0,5088$; $n = 2$ nas equações (2.18), (2.19) e (2.20) se obtêm:

$$p_k = \sigma_k \pm j\omega_k$$

$$\sigma_1 = -6283(\sin[\frac{\pi}{4}])(\sinh[\frac{1}{2}[\operatorname{arcsinh}(\frac{1}{0,5088})]]) = -3447,574 \text{ e}$$

$$\omega_1 = 6283(\cos[\frac{\pi}{4}])(\cosh[\frac{1}{2}[\operatorname{arcsinh}(\frac{1}{0,5088})]]) = 5409,048$$

$$\text{portanto } p_1 = -3447,574 + j5409,048 \frac{\text{radianos}}{\text{segundo}} \text{ e}$$

$$\sigma_2 = -6283(\sin[\frac{3\pi}{4}])(\sinh[\frac{1}{2}[\operatorname{arcsinh}(\frac{1}{0,5088})]]) = -3447,574 \text{ e}$$

$$\omega_2 = 6283(\cos[\frac{3\pi}{4}])(\cosh[\frac{1}{2}[\operatorname{arcsinh}(\frac{1}{0,5088})]]) = -5409,048$$

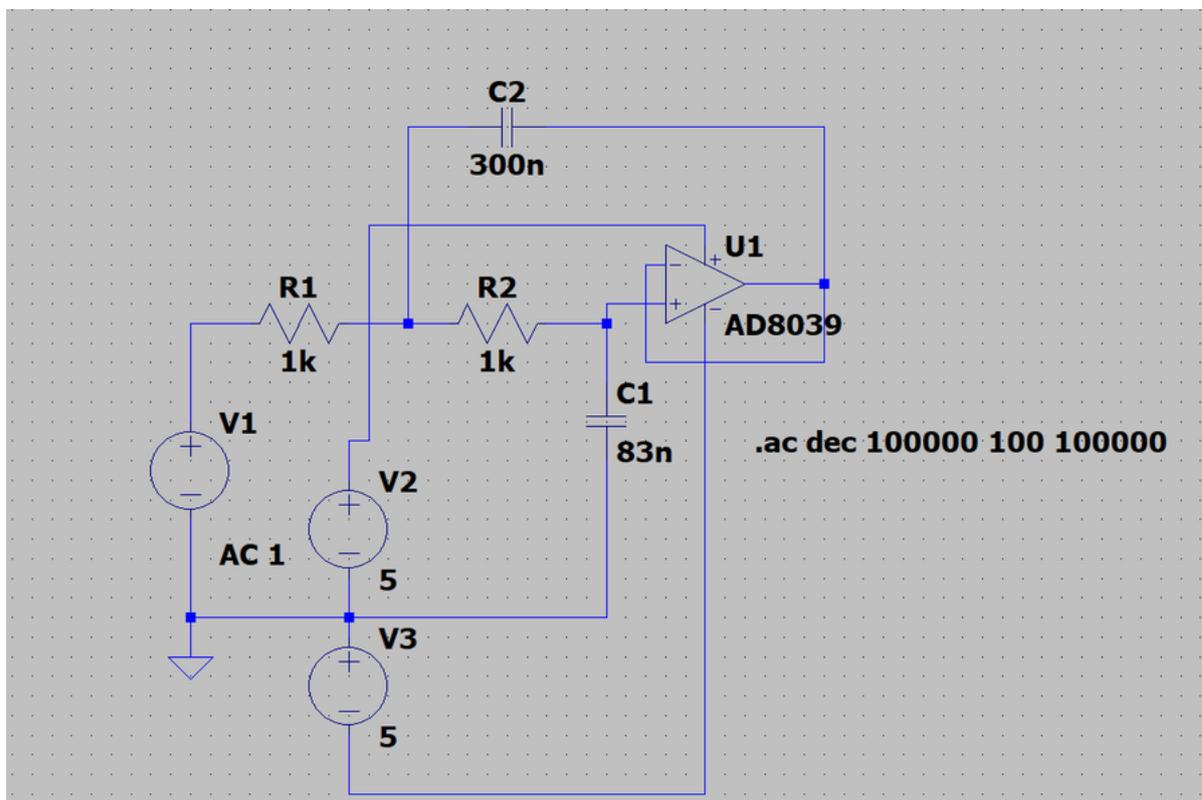
$$\text{portanto } p_2 = -3447,574 - j5409,048 \frac{\text{radianos}}{\text{segundo}}$$

3.2.3.2 Determinação da Função Transferência e Simulações

Aplicando os polos na equação (2.21) se obtêm a função transferência: $T(s) = K \frac{\prod_{x=1}^2 (-p_x)}{\prod_{x=1}^2 (s-p_x)} = \frac{-p_1 - p_2}{(s-p_1)(s-p_2)} = \frac{6414^2}{s^2 + 6895s + 6414^2}$.

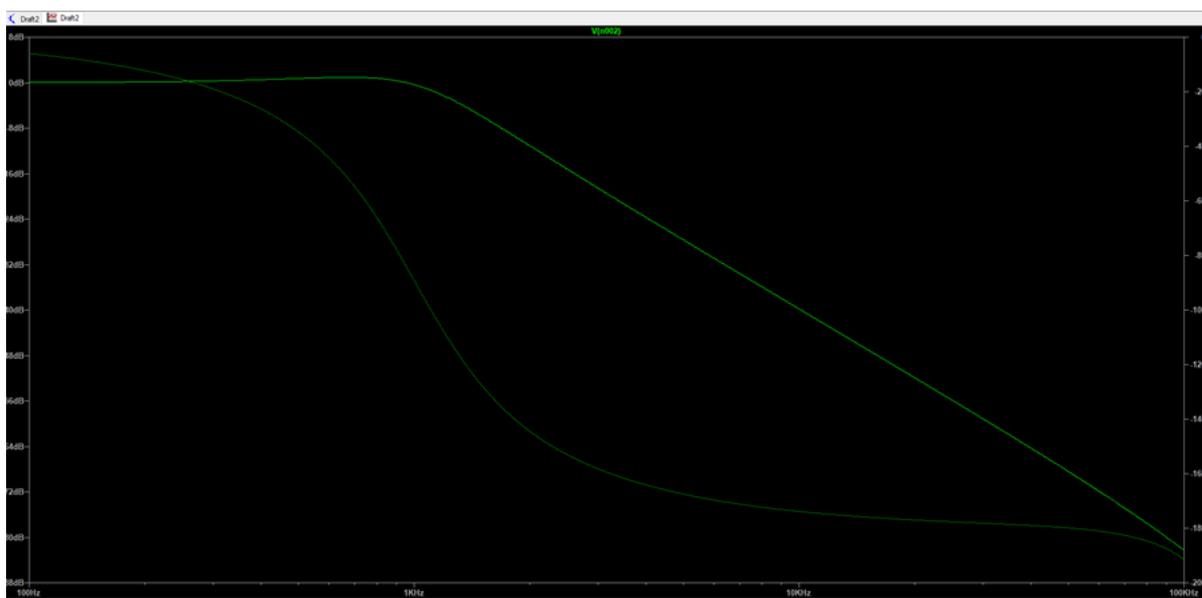
Utilizando a função transferências nas equações (2.34) à (2.36) obtêm-se: $R_1 = R_2 = 1000\Omega$; $C_2 = 290nF$; $C_1 = 83,8nF$, resultando no seguinte circuito equivalente e diagramas de Bode:

Figura 27 – Circuito do Filtro de Chebyshev de Segunda Ordem



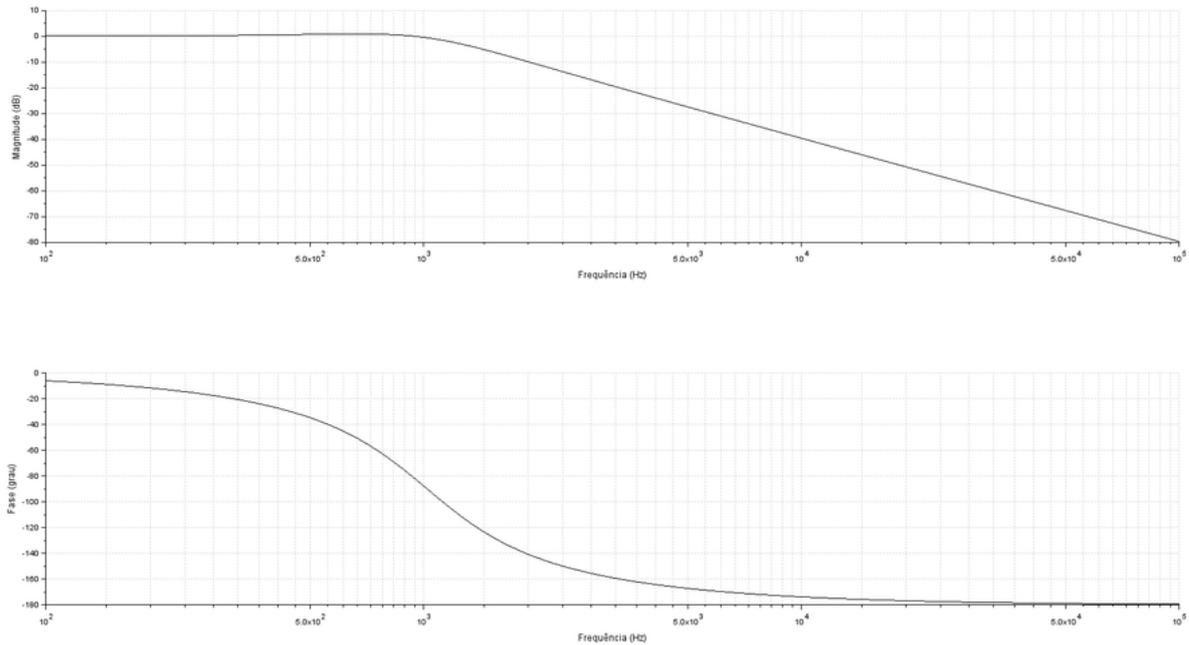
Produzido pelo próprio autor

Figura 28 – Diagrama de Bode do Filtro de Chebyshev de Segunda Ordem



Produzido pelo próprio autor

Figura 29 – Diagrama de Bode da Função Transferência do Filtro de Chebyshev de Segunda Ordem



Produzido pelo próprio autor

3.2.4 Terceira Ordem

3.2.4.1 Alocação dos Polos

Aplicando $w_p = 6,2832k \frac{\text{radianos}}{\text{segundo}}$; $\epsilon = 0,5088$; $n = 3$ nas equações (2.18), (2.19) e (2.20) se obtém:

$$p_k = \sigma_k \pm j\omega_k$$

$$\sigma_1 = -6283(\sin[\frac{\pi}{6}])(\sinh[\frac{1}{3}[\operatorname{arcsinh}(\frac{1}{0,5088})]]) = -1552,215 \text{ e}$$

$$\omega_1 = 6283(\cos[\frac{\pi}{6}])(\cosh[\frac{1}{3}[\operatorname{arcsinh}(\frac{1}{0,5088})]]) = 5956,89$$

$$\text{portanto } p_1 = -1552,215 + j5956,89 \frac{\text{radianos}}{\text{segundo}} ;$$

$$\sigma_2 = -6283(\sin[\frac{3\pi}{6}])(\sinh[\frac{1}{3}[\operatorname{arcsinh}(\frac{1}{0,5088})]]) = -2195,163 \text{ e}$$

$$\omega_2 = 6283(\cos[\frac{3\pi}{6}])(\cosh[\frac{1}{3}[\operatorname{arcsinh}(\frac{1}{0,5088})]]) = 0$$

$$\text{portanto } p_2 = -2195,163 \frac{\text{radianos}}{\text{segundo}} ;$$

$$\sigma_3 = -6283(\sin[\frac{5\pi}{6}])(\sinh[\frac{1}{3}[\operatorname{arcsinh}(\frac{1}{0,5088})]]) = -1552,215 \text{ e}$$

$$\omega_3 = 6283(\cos[\frac{5\pi}{6}])(\cosh[\frac{1}{3}[\operatorname{arcsinh}(\frac{1}{0,5088})]]) = -5956,89$$

$$\text{portanto } p_3 = 1552,215 + j5956,89 \frac{\text{radianos}}{\text{segundo}}$$

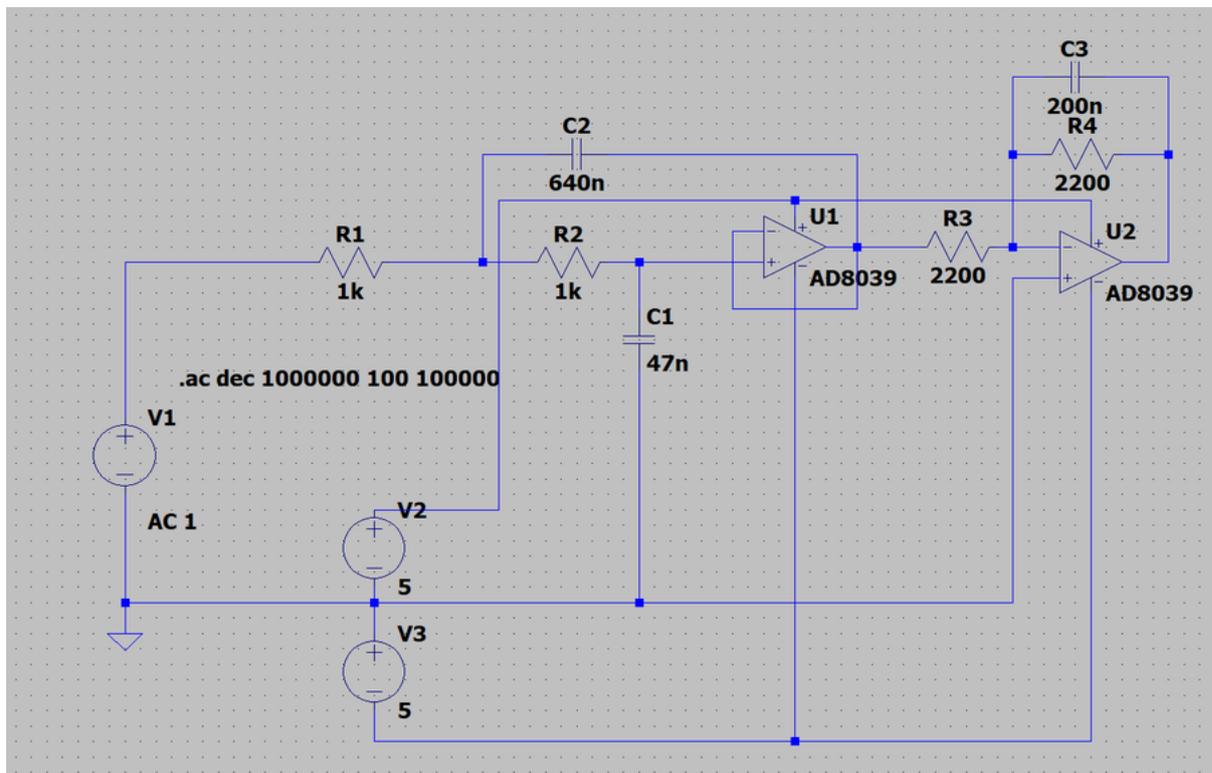
3.2.4.2 Determinação da Função Transferência e Simulações

Utilizando os polos na equação (2.21) se obtêm a função transferência: $T(s) = K \frac{\prod_{x=1}^3 (-p_x)}{\prod_{x=1}^3 (s-p_x)} = \frac{2195}{(s+2195)} \frac{6156^2}{(s^2+3104s+6156^2)}$.

Utilizando a parcela de segunda ordem nas equações (2.34) à (2.36) obtêm-se $R_1 = R_2 = 1000\Omega$; $C_1 = 41nF$; $C_2 = 643nF$.

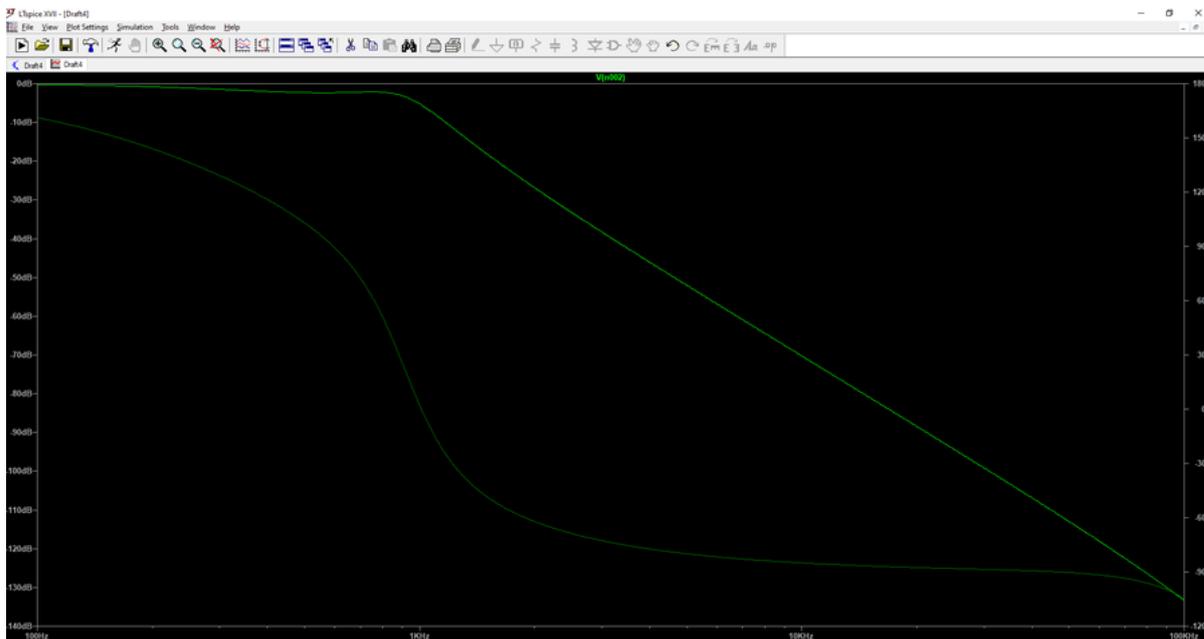
Utilizando a parcela de primeira ordem na equação (2.37) obtêm-se $R_1 = R_2 = 2195\Omega$; $C = 207,55nF$ resultando no seguinte circuito e diagramas de Bode:

Figura 30 – Circuito do Filtro de Chebyshev de Terceira Ordem



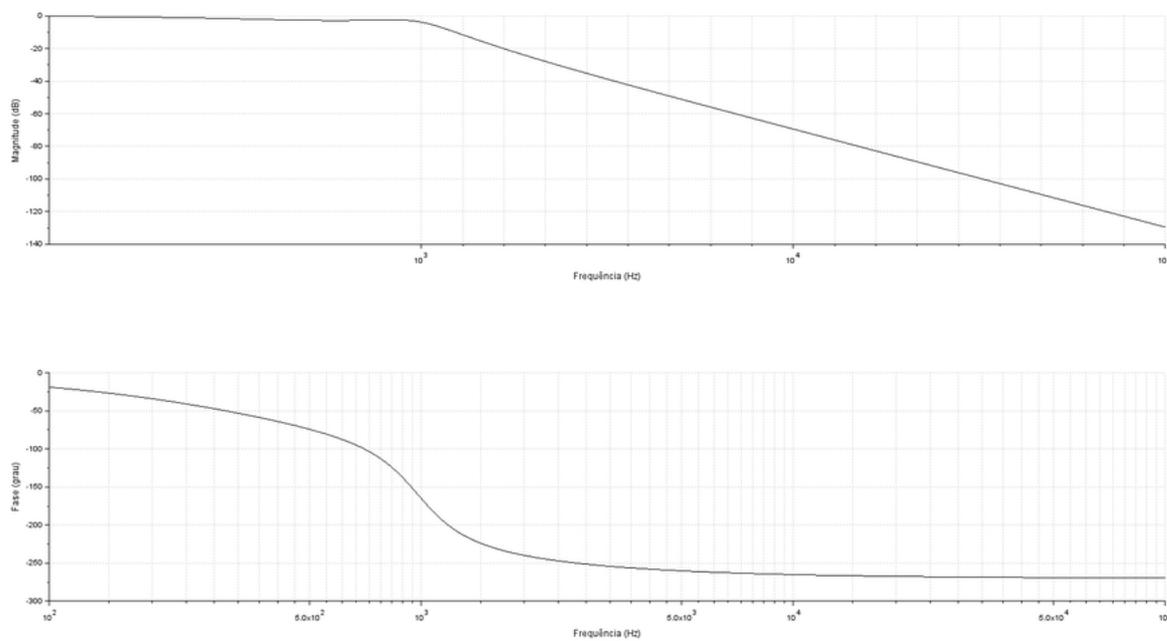
Produzido pelo próprio autor

Figura 31 – Diagrama de Bode do Circuito Simulado pelo LTspice



Produzido pelo próprio autor

Figura 32 – Diagrama de Bode da Função Transferência do Filtro de Chebyshev de Terceira Ordem



Produzido pelo próprio autor

3.2.5 Quarta Ordem

3.2.5.1 Alocação dos Polos

Aplicando $w_p = 6,2832k \frac{\text{radianos}}{\text{segundo}}$; $\epsilon = 0,5088$; $n = 4$ nas equações (2.18), (2.19) e (2.20) se obtêm:

$$p_k = \sigma_k \pm j\omega_k$$

$$\sigma_1 = -6283(\sin[\frac{\pi}{8}])(\sinh\frac{1}{4}[\operatorname{arcsinh}(\frac{1}{0,5088})]) = -876,6822 \text{ e}$$

$$\omega_1 = 6283(\cos[\frac{\pi}{8}])(\cosh\frac{1}{4}[\operatorname{arcsinh}(\frac{1}{0,5088})]) = 6112,5215$$

$$\text{portanto } p_1 = -876,6822 + j6112,5215 \frac{\text{radianos}}{\text{segundo}};$$

$$\sigma_2 = -6283(\sin[\frac{3\pi}{8}])(\sinh\frac{1}{4}[\operatorname{arcsinh}(\frac{1}{0,5088})]) = -2116,453 \text{ e}$$

$$\omega_2 = 6283(\cos[\frac{3\pi}{8}])(\cosh\frac{1}{4}[\operatorname{arcsinh}(\frac{1}{0,5088})]) = 2531,9429$$

$$\text{portanto } p_2 = -2116,453 + j2531,9429 \frac{\text{radianos}}{\text{segundo}};$$

$$\sigma_3 = -6283(\sin[\frac{5\pi}{8}])(\sinh\frac{1}{4}[\operatorname{arcsinh}(\frac{1}{0,5088})]) = -2116,453 \text{ e}$$

$$\omega_3 = 6283(\cos[\frac{5\pi}{8}])(\cosh\frac{1}{4}[\operatorname{arcsinh}(\frac{1}{0,5088})]) = -2531,9429$$

$$\text{portanto } p_3 = -2116,453 - j2531,9429 \frac{\text{radianos}}{\text{segundo}};$$

$$\sigma_4 = -6283(\sin[\frac{7\pi}{8}])(\sinh\frac{1}{4}[\operatorname{arcsinh}(\frac{1}{0,5088})]) = -876,6822 \text{ e}$$

$$\omega_4 = 6283(\cos[\frac{7\pi}{8}])(\cosh\frac{1}{4}[\operatorname{arcsinh}(\frac{1}{0,5088})]) = -6112,5215$$

$$\text{portanto } p_4 = -876,6822 - j6112,5215 \frac{\text{radianos}}{\text{segundo}};$$

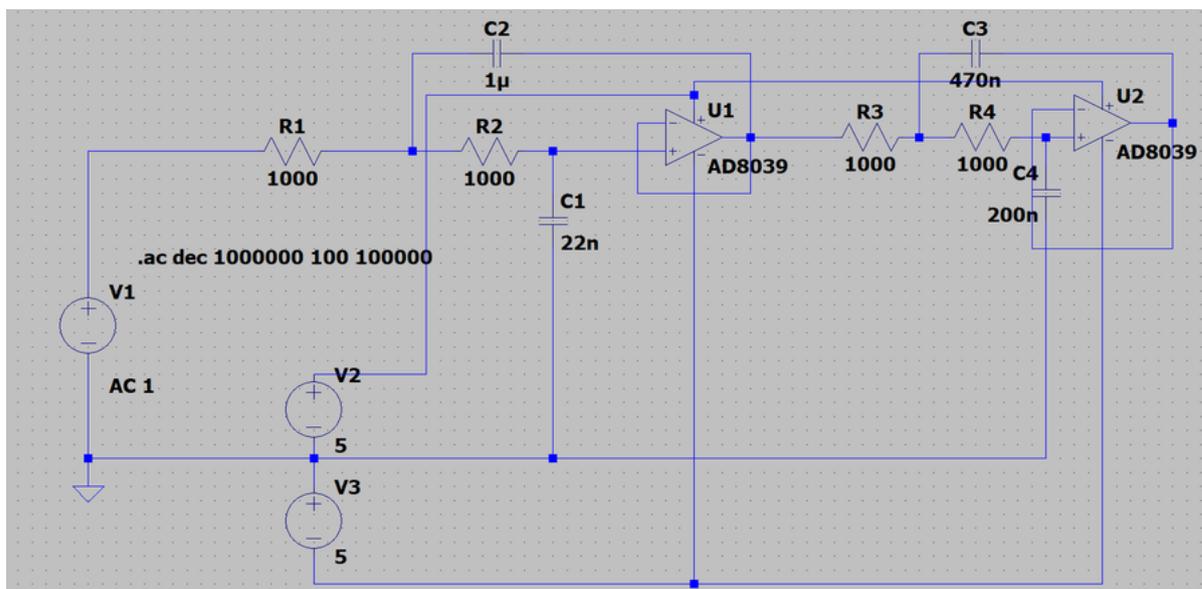
3.2.5.2 Determinação da Função Transferência e Simulações

Utilizando os polos na equação (2.21) se obtêm a função transferência: $T(s) = K \frac{\prod_{x=1}^4 (-p_x)}{\prod_{x=1}^4 (s - p_x)} = \frac{6175^2}{(s^2 + 1753s + 6175^2)} \frac{3300^2}{(s^2 + 4333s + 3300^2)}$.

Utilizando uma das parcelas nas equações (2.34) à (2.36) obtêm-se $R_1 = R_2 = 1000\Omega$; $C_1 = 23nF$; $C_2 = 1,139\mu F$ para o primeiro estágio do filtro.

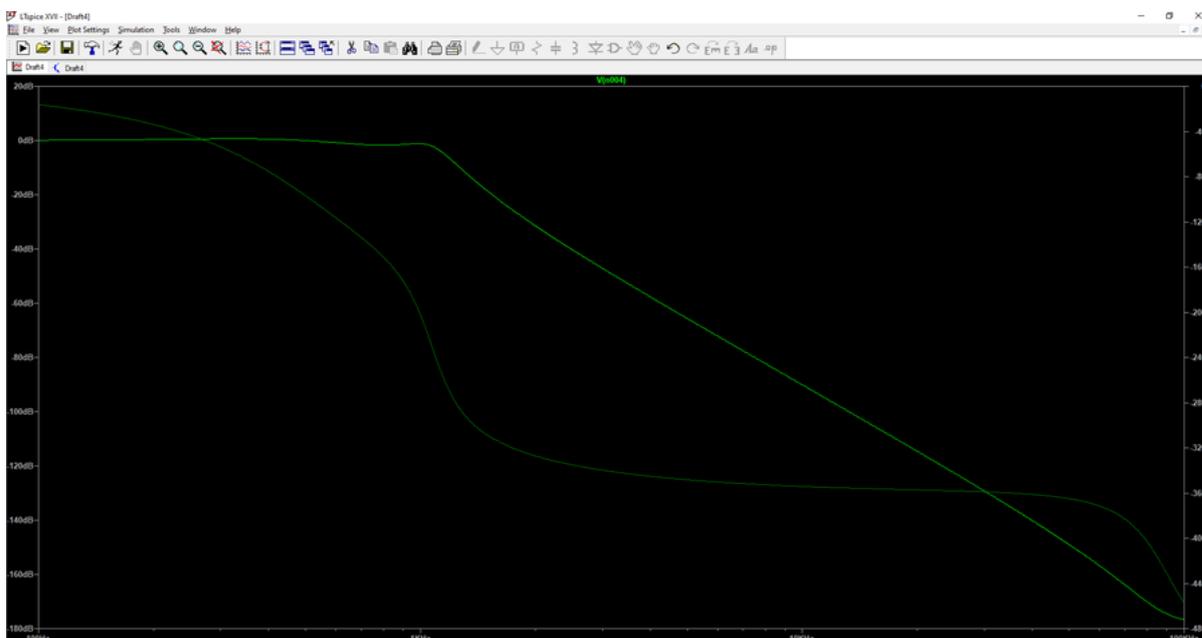
Utilizando a outra parcela nas equações (2.34) à (2.36) se obtêm $R_1 = R_2 = 1000\Omega$; $C_1 = 199nF$; $C_2 = 1,462nF$ para o segundo estágio do filtro, resultando no seguinte circuito equivalente e diagramas de Bode:

Figura 33 – Circuito do Filtro de Chebyshev de Quarta Ordem



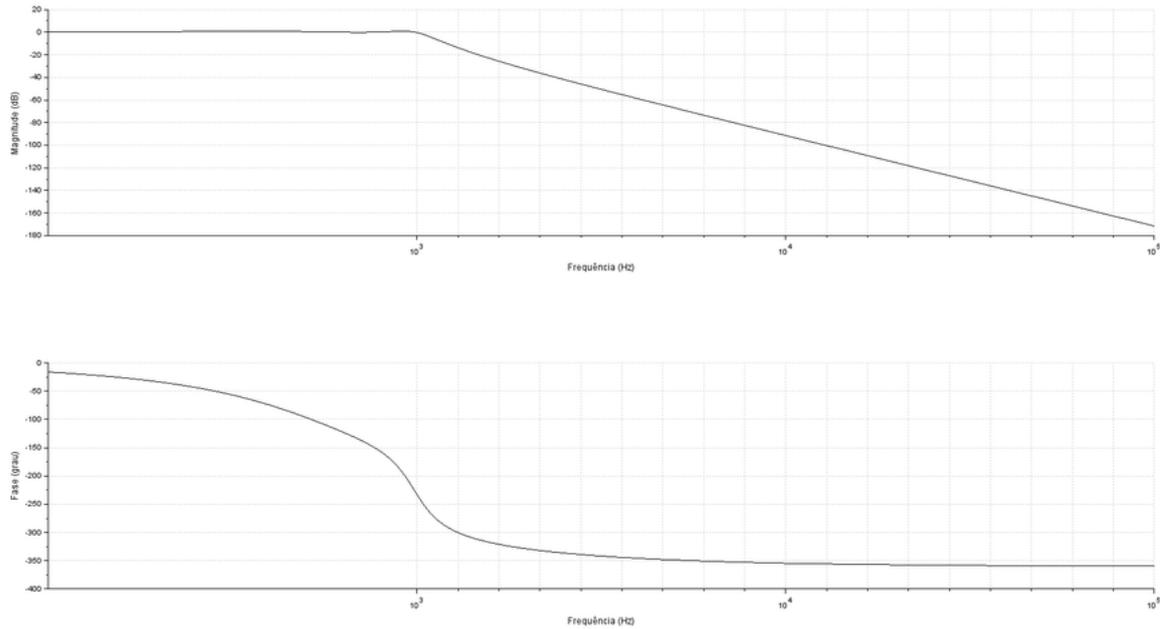
Produzido pelo próprio autor

Figura 34 – Diagrama de Bode do Filtro de Chebyshev de Quarta Ordem



Produzido pelo próprio autor

Figura 35 – Diagrama de Bode da Função Transferência do Filtro de Chebyshev de Quarta Ordem



Produzido pelo próprio autor

3.2.6 Quinta Ordem

3.2.6.1 Alocação dos Polos

Aplicando $w_p = 6,2832k \frac{\text{radianos}}{\text{segundo}}$; $\epsilon = 0,5088$; $n = 5$ nas equações (2.18), (2.19) e (2.20) se obtém:

$$p_k = \sigma_k \pm j\omega_k,$$

$$\sigma_1 = -6283(\sin[\frac{\pi}{10}])(\sinh[\frac{1}{5}[\operatorname{arcsinh}(\frac{1}{0,5088})]]) = -561,8547 \text{ e}$$

$$\omega_1 = 6283(\cos[\frac{\pi}{10}])(\cosh[\frac{1}{5}[\operatorname{arcsinh}(\frac{1}{0,5088})]]) = 6177,7420$$

$$\text{portanto } p_1 = -561,8547 + j6177,7420 \frac{\text{radianos}}{\text{segundo}};$$

$$\sigma_2 = -6283(\sin[\frac{3\pi}{10}])(\sinh[\frac{1}{5}[\operatorname{arcsinh}(\frac{1}{0,5088})]]) = -1471,0049 \text{ e}$$

$$\omega_2 = 6283(\cos[\frac{3\pi}{10}])(\cosh[\frac{1}{5}[\operatorname{arcsinh}(\frac{1}{0,5088})]]) = 3819,3641$$

$$\text{portanto } p_2 = -1471,0049 + j3819,3641 \frac{\text{radianos}}{\text{segundo}};$$

$$\sigma_3 = -6283(\sin[\frac{5\pi}{10}])(\sinh[\frac{1}{5}[\operatorname{arcsinh}(\frac{1}{0,5088})]]) = -1818,3002 \text{ e}$$

$$\omega_3 = 6283(\cos[\frac{5\pi}{10}])(\cosh[\frac{1}{5}[\operatorname{arcsinh}(\frac{1}{0,5088})]]) = 0,$$

$$\text{portanto } p_3 = -1818,3002 \frac{\text{radianos}}{\text{segundo}};$$

$$\sigma_4 = -6283(\sin[\frac{7\pi}{10}])(\sinh[\frac{1}{5}[\operatorname{arcsinh}(\frac{1}{0,5088})]]) = -1471,0049 \text{ e}$$

$$\omega_4 = 6283(\cos[\frac{7\pi}{10}])(\cosh[\frac{1}{5}[\operatorname{arcsinh}(\frac{1}{0,5088})]]) = -3819,3641$$

portanto $p_4 = 1471,0049 - j3819,3641 \frac{\text{radianos}}{\text{segundo}}$;

$$\sigma_5 = -6283(\sin[\frac{9\pi}{10}])(\sinh[\frac{1}{5}[\operatorname{arcsinh}(\frac{1}{0,5088})]]) = -561,8547 \text{ e}$$

$$\omega_5 = 6283(\cos[\frac{9\pi}{10}])(\cosh[\frac{1}{5}[\operatorname{arcsinh}(\frac{1}{0,5088})]]) = -6177,7420$$

portanto $p_5 = -561,8547 - j6177,7420 \frac{\text{radianos}}{\text{segundo}}$

3.2.6.2 Determinação da Função Transferência e Simulações

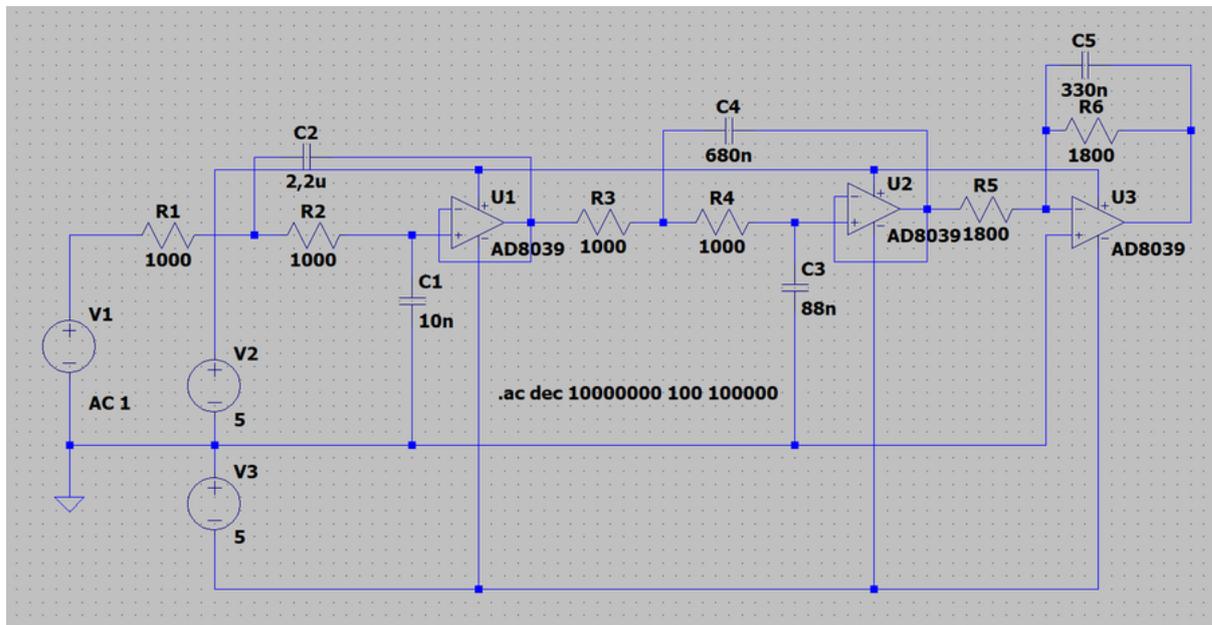
Aplicando os polos na equação (2.21) se obtêm a função transferência: $T(s) = K \frac{\prod_{x=1}^5(-p_x)}{\prod_{x=1}^5(s-p_x)} = \frac{6203^2}{(s^2+1124s+6203^2)} \frac{4093^2}{(s^2+2942s+4093^2)} \frac{1818}{(s+1818)}$.

Aplicando uma das parcelas de segunda ordem nas equações (2.34) à (2.36) obtêm-se $R_1 = R_2 = 1000\Omega$; $C_1 = 14,6nF$; $C_2 = 1,719\mu F$ para o primeiro estágio do filtro.

Aplicando a outra parcela de segunda ordem nas equações (2.34) à (2.36) se obtêm $R_1 = R_2 = 1000\Omega$; $C_1 = 88nF$; $C_2 = 680nF$ para o segundo estágio do filtro.

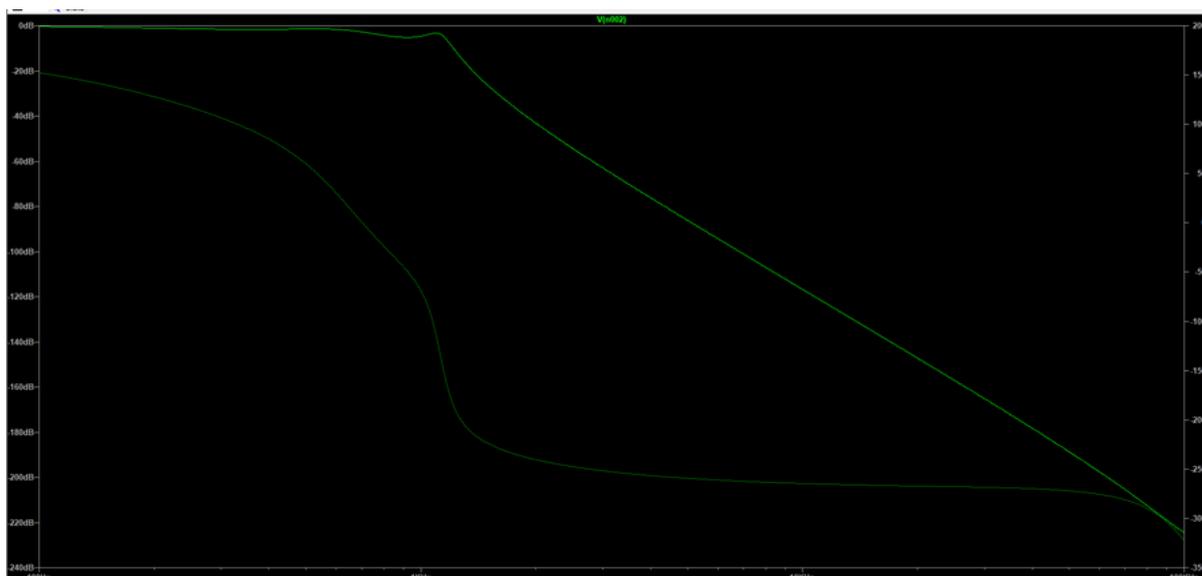
Implementa-se a parcela de primeira ordem na equação (2.37) usa-se: $R_1 = R_2 = 1818\Omega$; $C = 302nF$, resultando no seguinte circuito equivalente e diagramas de Bode:

Figura 36 – Circuito do Filtro de Chebyshev de Quinta Ordem



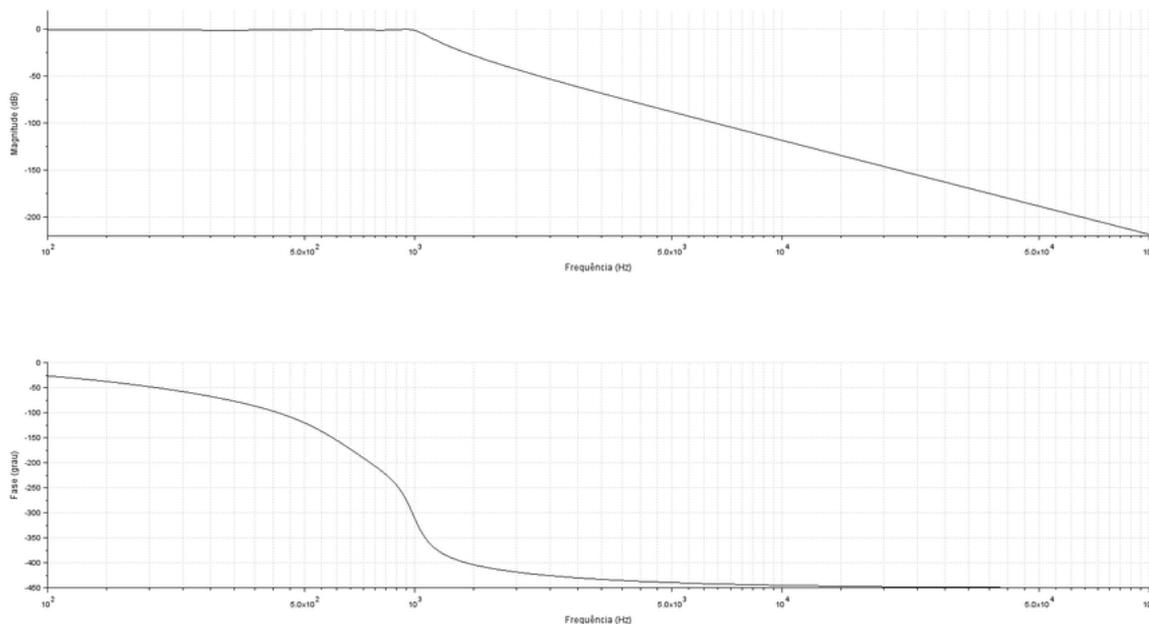
Produzido pelo próprio autor

Figura 37 – Diagrama de Bode do Filtro de Chebyshev de Quinta Ordem



Produzido pelo próprio autor

Figura 38 – Diagrama de Bode da Função Transferência do Filtro de Chebyshev de Quinta Ordem



Produzido pelo próprio autor

3.3 Filtro de Chebyshev do Tipo 2

Projeto do filtro passa-baixa de Chebyshev do tipo 2 com frequência limite da banda passante de 1kHz(6,2832 radianos/segundo) e atenuação máxima permitida de 1 dB, início da faixa de corte na frequência de 10kHz(62,832 radianos/segundo) com atenuação mínima exigida de 30 dB e ganho de corrente contínua(K) unitário:

3.3.1 Mínima Atenuação Exigida e Máxima Ordem Exigida

Aplicando $A_{max} = 1dB$ na equação (2.23) obtêm-se $\epsilon = \frac{1}{\sqrt{10^{A_{min}/10} - 1}} = \frac{1}{\sqrt{999}} = 0,032$.

Aplicando os valores de $A_{max} = 1dB$; $\epsilon = 0,032$; $A_{min} = 30dB$; $w_s = 62,832k \frac{\text{radianos}}{\text{segundo}}$; $w_p = 6,2832k \frac{\text{radianos}}{\text{segundo}}$ na equação (2.17) se obtêm $N \geq \frac{\text{arccosh}\sqrt{\frac{10^{0,1A_{min}} - 1}{10^{0,1A_{max}} - 1}}}{\text{arccosh}(\frac{w_s}{w_p})} = \frac{\text{arccosh}\sqrt{\frac{10^3 - 1}{10^0 - 1}}}{\text{arccosh}(\frac{62832}{6283,2})} = \frac{\text{arccosh}(61,373)}{\text{arccosh}(10)} = 1,607$, o que indica que a ordem mínima para obter os resultados desejados com um filtro de Chebyshev é a segunda ordem. Além disso, temos que $w_0 = w_s$.

3.3.2 Primeira Ordem

3.3.2.1 Alocação do Zero e do Polo

A partir da equação (2.24) têm-se um zero em: $s_k = \frac{jw_s}{\cos \frac{\pi}{2}} = j\infty$, além disso o polo é obtido a partir das equações (2.25) à (2.28) em que:

$$D(1) = \sinh^2\left(\frac{\text{arcsenh}(1/0,032)}{1}\right) \sin^2\left(\frac{\pi}{2}\right) + \cosh^2\left(\frac{\text{arcsenh}(1/0,032)}{1}\right) \cos^2\left(\frac{\pi}{2}\right) = 975,737,$$

$$\sigma_1 = -62830 \frac{\sinh[\frac{1}{2} \text{arcsinh}(\frac{1}{0,032})] \sin(\frac{\pi}{2})}{975,737} = -2012,261 \text{ e}$$

$$\omega_1 = 62830 \frac{\cosh[\frac{1}{2} \text{arcsinh}(\frac{1}{0,032})] \cos(\frac{\pi}{2})}{975,737} = 0$$

$$\text{portanto } p_1 = -2012,261 \frac{\text{radianos}}{\text{segundo}}$$

3.3.3 Segunda Ordem

3.3.3.1 Alocação dos Zeros e dos Polos

A partir da equação (2.24) têm-se dois zeros em: $s_k = \pm \frac{jw_s}{\cos \frac{\pi}{4}} = \pm \frac{j62830}{0,707} = \pm j88868,46$.

Além disso os polos são obtido a partir das equações (2.25) à (2.28) em que:

$$D(1) = D(2) = \sinh^2\left(\frac{\text{arcsenh}(1/0,032)}{2}\right) \sin^2\left(\frac{3\pi}{4}\right) + \cosh^2\left(\frac{\text{arcsenh}(1/0,032)}{2}\right) \cos^2\left(\frac{3\pi}{4}\right) = 15,86,$$

$$\sigma_1 = -62830 \frac{\sinh[\frac{1}{2} \text{arcsinh}(\frac{1}{0,032})] \sin(\frac{\pi}{4})}{15,86} = -10941,37 \text{ e}$$

$$\omega_1 = 62830 \frac{\cosh[\frac{1}{2} \text{arcsinh}(\frac{1}{0,032})] \cos(\frac{\pi}{4})}{15,86} = -11447,66$$

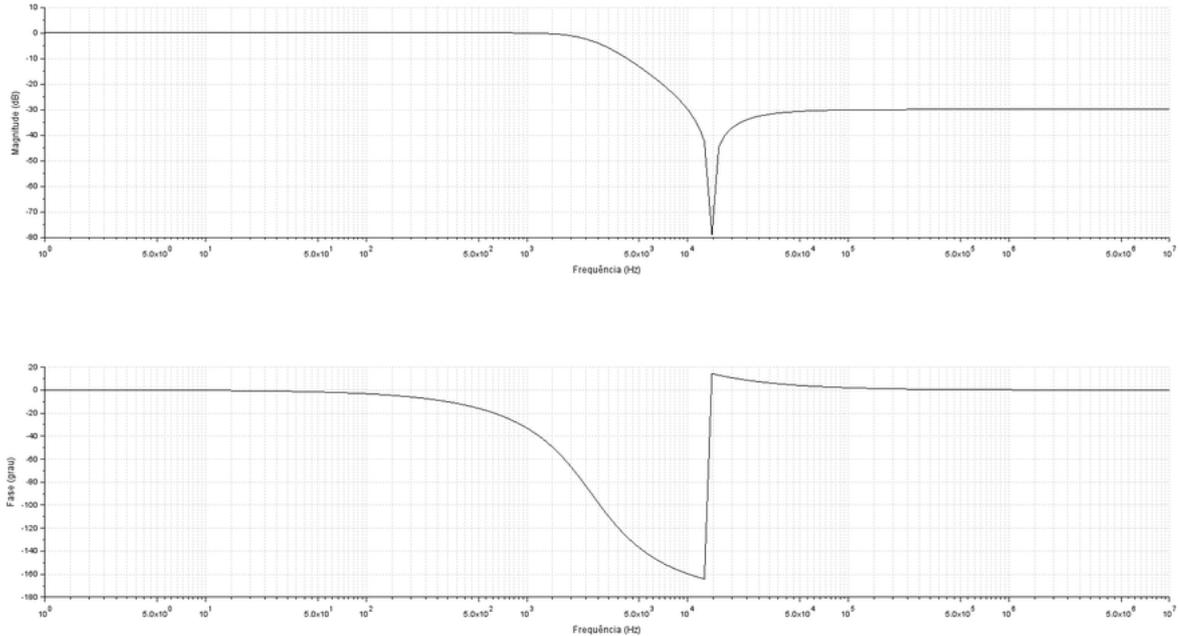
$$\text{portanto } p_1 = -10941,37 - j11447,66 \frac{\text{radianos}}{\text{segundo}}$$

Uma vez que o segundo polo é o complexo conjugado do primeiro: $p_2 = -10941,37 + j11447,66 \frac{\text{radianos}}{\text{segundo}}$.

3.3.3.2 Determinação da Função Transferência e Simulação do Diagrama de Bode no Scilab

A partir dos zeros e polos com a equação (2.29) se chega à seguinte função transferência: $T(s) = \epsilon \frac{\prod_{x=1}^2 (s - z_x)}{\prod_{x=1}^2 (s - p_x)} = \frac{0,032(s^2 + 7897603182,77)}{s^2 + 21882,74s + 250762496,96}$ com a qual foi traçado o seguinte diagrama de Bode:

Figura 39 – Diagrama de Bode do Filtro de Chebyshev do Tipo 2 de Segunda Ordem



Produzido pelo próprio autor

3.3.4 Terceira Ordem

3.3.4.1 Alocação dos Zeros e dos Polos

A partir da equação (2.24) têm-se três zeros em: $s_k = \pm \frac{j\omega_s}{\cos \frac{\pi}{6}} = \pm j72218,39$ e $j\infty$.

Além disso os polos são obtido a partir das equações (2.25) à (2.28) em que:

$$D(1) = D(3) = \sinh^2\left(\frac{\operatorname{arcsenh}(1/0,032)}{3}\right) \sin^2\left(\frac{5\pi}{6}\right) + \cosh^2\left(\frac{\operatorname{arcsenh}(1/0,032)}{3}\right) \cos^2\left(\frac{5\pi}{6}\right) = 4,2$$

$$D(2) = \sinh^2\left(\frac{\operatorname{arcsenh}(1/0,032)}{3}\right) \sin^2\left(\frac{3\pi}{6}\right) + \cosh^2\left(\frac{\operatorname{arcsenh}(1/0,032)}{3}\right) \cos^2\left(\frac{3\pi}{6}\right) = 3,45$$

$$\sigma_1 = -62830 \frac{\sinh\left[\frac{1}{3} \operatorname{arcsinh}\left(\frac{1}{0,032}\right)\right] \sin\left(\frac{\pi}{6}\right)}{4,2} = -13912,36 \text{ e}$$

$$\omega_1 = 62830 \frac{\cosh\left[\frac{1}{3} \operatorname{arcsinh}\left(\frac{1}{0,032}\right)\right] \cos\left(\frac{\pi}{6}\right)}{4,2} = -27461,2$$

portanto $p_1 = -13912,36 - j27461,2 \frac{\text{radianos}}{\text{segundo}}$, uma vez que o terceiro polo é o complexo conjugado do primeiro: $p_3 = -13912,36 + j27461,2 \frac{\text{radianos}}{\text{segundo}}$.

$$\sigma_2 = -62830 \frac{\sinh\left[\frac{1}{3} \operatorname{arcsinh}\left(\frac{1}{0,032}\right)\right] \sin\left(\frac{3\pi}{6}\right)}{3,45} = -33873,57 \text{ e}$$

$$\omega_2 = 62830 \frac{\cosh[\frac{1}{3} \operatorname{arcsinh}(\frac{1}{0,032})] \cos(\frac{3\pi}{6})}{3,45} = 0$$

portanto $p_2 = -33873,57 \frac{\text{radianos}}{\text{segundo}}$

3.3.5 Quarta Ordem

3.3.5.1 Alocação dos Zeros e dos Polos

A partir da equação (2.24) têm-se quatro zeros em: $s_k = \pm \frac{j\omega_s}{\cos \frac{\pi}{8}} = \pm j68293,48$ e $s_k = \pm \frac{j\omega_s}{\cos \frac{3\pi}{8}} = \pm j165342,10$.

Além disso os polos são obtido a partir das equações (2.25) à (2.28) em que:

$$D(1) = D(4) = \sinh^2\left(\frac{\operatorname{arcsenh}(1/0,032)}{4}\right) \sin^2\left(\frac{7\pi}{8}\right) + \cosh^2\left(\frac{\operatorname{arcsenh}(1/0,032)}{4}\right) \cos^2\left(\frac{7\pi}{8}\right) = 2,36$$

$$D(2) = D(3) = \sinh^2\left(\frac{\operatorname{arcsenh}(1/0,032)}{4}\right) \sin^2\left(\frac{5\pi}{8}\right) + \cosh^2\left(\frac{\operatorname{arcsenh}(1/0,032)}{4}\right) \cos^2\left(\frac{5\pi}{8}\right) = 1,66$$

$$\sigma_1 = -62830 \frac{\sinh[\frac{1}{4} \operatorname{arcsinh}(\frac{1}{0,032})] \sin(\frac{\pi}{8})}{2,36} = -12443,53 \text{ e}$$

$$\omega_1 = 62830 \frac{\cosh[\frac{1}{4} \operatorname{arcsinh}(\frac{1}{0,032})] \cos(\frac{\pi}{8})}{2,36} = -38699,02$$

portanto $p_1 = -12443,53 - j38699,02 \frac{\text{radianos}}{\text{segundo}}$, uma vez que o quarto polo é o complexo conjugado do primeiro: $p_4 = -12443,53 + j38699,02 \frac{\text{radianos}}{\text{segundo}}$.

$$\sigma_2 = -62830 \frac{\sinh[\frac{1}{4} \operatorname{arcsinh}(\frac{1}{0,032})] \sin(\frac{3\pi}{8})}{1,66} = -42830,38 \text{ e}$$

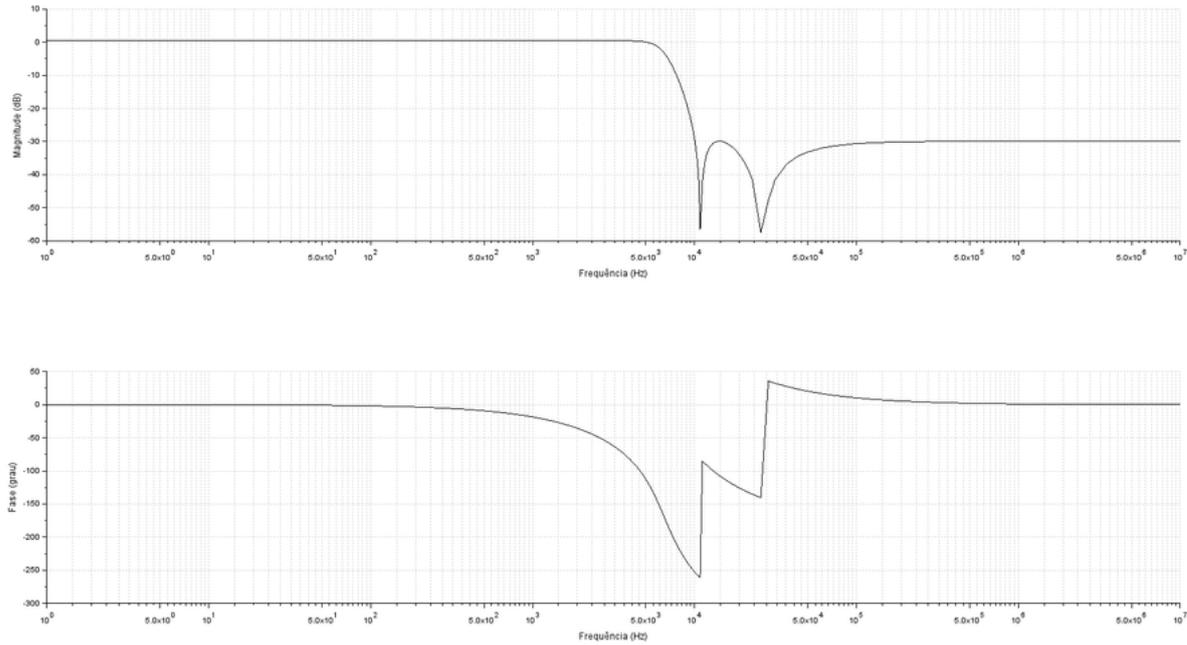
$$\omega_2 = 62830 \frac{\cosh[\frac{1}{4} \operatorname{arcsinh}(\frac{1}{0,032})] \cos(\frac{3\pi}{8})}{1,66} = -22724,78$$

portanto $p_2 = -42830,38 - j22724,78 \frac{\text{radianos}}{\text{segundo}}$ e uma vez que o terceiro polo é o complexo conjugado do segundo: $p_3 = -42830,38 + j22724,78 \frac{\text{radianos}}{\text{segundo}}$.

3.3.5.2 Determinação da Função Transferência e Simulação do Diagrama de Bode no Scilab

A partir dos zeros e polos com a equação (2.29) se chega à seguinte função transferência: $T(s) = \epsilon \frac{\prod_{x=1}^4 (s-z_x)}{\prod_{x=1}^4 (s-p_x)} = 0,032 \frac{s^2+4663999410,51}{s^2+24887,06s+1652455587,82} \frac{s^2+27338010032,41}{s^2+85660,76s+2350857076,99}$ com a qual foi traçado o seguinte diagrama de Bode:

Figura 40 – Diagrama de Bode do Filtro de Chebyshev tipo 2 de Quarta Ordem



Produzido pelo próprio autor

3.3.6 Quinta Ordem

3.3.6.1 Alocação dos Zeros e dos Polos

A partir da equação (2.24) têm-se cinco zeros em: $s_k = \pm \frac{j\omega_s}{\cos \frac{\pi}{10}} = \pm j66136,84$,
 $s_k = \pm \frac{j\omega_s}{\cos \frac{3\pi}{10}} = \pm j106491,53$, $s_k = \frac{j62830}{\cos \frac{5\pi}{10}} = j\infty$.

Além disso os polos são obtido a partir das equações (2.25) à (2.28) em que:

$$D(1) = D(5) = \sinh^2\left(\frac{\operatorname{arcsenh}(1/0,032)}{5}\right) \sin^2\left(\frac{9\pi}{10}\right) + \cosh^2\left(\frac{\operatorname{arcsenh}(1/0,032)}{5}\right) \cos^2\left(\frac{9\pi}{10}\right) = 1,75$$

$$D(2) = D(4) = \sinh^2\left(\frac{\operatorname{arcsenh}(1/0,032)}{5}\right) \sin^2\left(\frac{7\pi}{10}\right) + \cosh^2\left(\frac{\operatorname{arcsenh}(1/0,032)}{5}\right) \cos^2\left(\frac{7\pi}{10}\right) = 1,2$$

$$D(3) = \sinh^2\left(\frac{\operatorname{arcsenh}(1/0,032)}{5}\right) \sin^2\left(\frac{5\pi}{10}\right) + \cosh^2\left(\frac{\operatorname{arcsenh}(1/0,032)}{5}\right) \cos^2\left(\frac{5\pi}{10}\right) = 0,85$$

$$\sigma_1 = -62830 \frac{\sinh\left[\frac{1}{5} \operatorname{arcsinh}\left(\frac{1}{0,032}\right)\right] \sin\left(\frac{\pi}{10}\right)}{1,75} = -13689,76$$

$$\omega_1 = 62830 \frac{\cosh\left[\frac{1}{5} \operatorname{arcsinh}\left(\frac{1}{0,032}\right)\right] \cos\left(\frac{\pi}{10}\right)}{1,75} = -165038,70$$

portanto $p_1 = -13689,76 - j165038,70 \frac{\text{radianos}}{\text{segundo}}$ e uma vez que o quinto polo é o complexo conjugado do primeiro: $p_5 = -13689,76 + j165038,70 \frac{\text{radianos}}{\text{segundo}}$.

$$\sigma_2 = -62830 \frac{\sinh\left[\frac{1}{5} \operatorname{arcsinh}\left(\frac{1}{0,032}\right)\right] \sin\left(\frac{3\pi}{10}\right)}{1,2} = -75117,03 \text{ e}$$

$$\omega_2 = 62830 \frac{\cosh\left[\frac{1}{5} \operatorname{arcsinh}\left(\frac{1}{0,032}\right)\right] \cos\left(\frac{3\pi}{10}\right)}{1,2} = -70284,15$$

portanto $p_2 = -75117,03 - j70284,15 \frac{\text{radianos}}{\text{segundo}}$ e uma vez que o quarto polo é o complexo conjugado do segundo: $p_4 = -75117,03 + j70284,15 \frac{\text{radianos}}{\text{segundo}}$.

$$\sigma_3 = -62830 \frac{\sinh[\frac{1}{5} \operatorname{arcsinh}(\frac{1}{0,032})] \sin(\frac{5\pi}{10})}{0,85} = -90918,71 \text{ e}$$

$$\omega_3 = 62830 \frac{\cosh[\frac{1}{5} \operatorname{arcsinh}(\frac{1}{0,032})] \cos(\frac{5\pi}{10})}{0,85} = 0$$

portanto $p_3 = -90918,71 \frac{\text{radianos}}{\text{segundo}}$

3.4 Filtro de Bessel

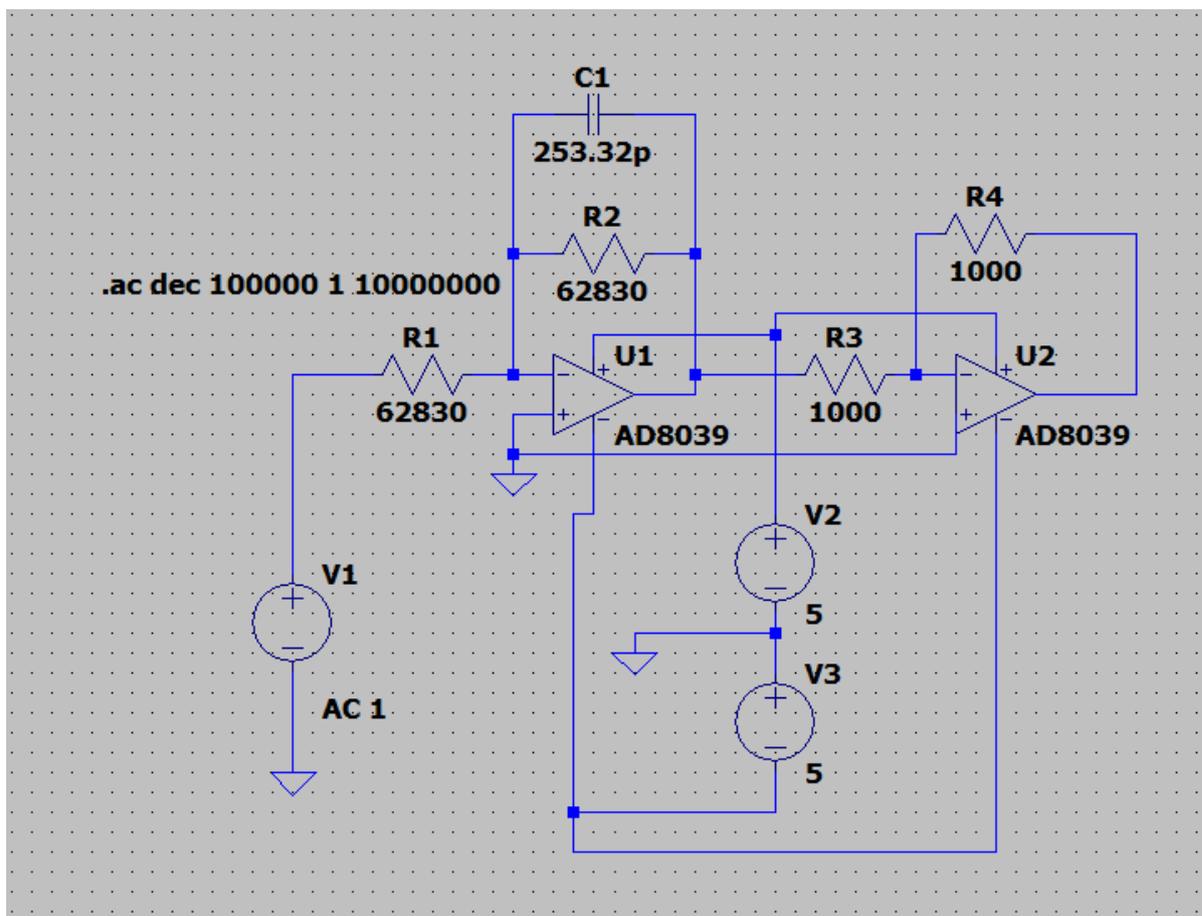
Projeto de filtro passa-baixa de Bessel com início da faixa de corte na frequência de 10kHz(62,830 kradianos/segundo) e ganho de corrente contínua unitário:

3.4.1 Primeira Ordem

Utilizando a equação (2.32), com $w_s = 62830 \frac{\text{radianos}}{\text{segundo}}$, para a primeira ordem obtém-se a função transferência: $H(s) = \frac{62830}{s+62830}$.

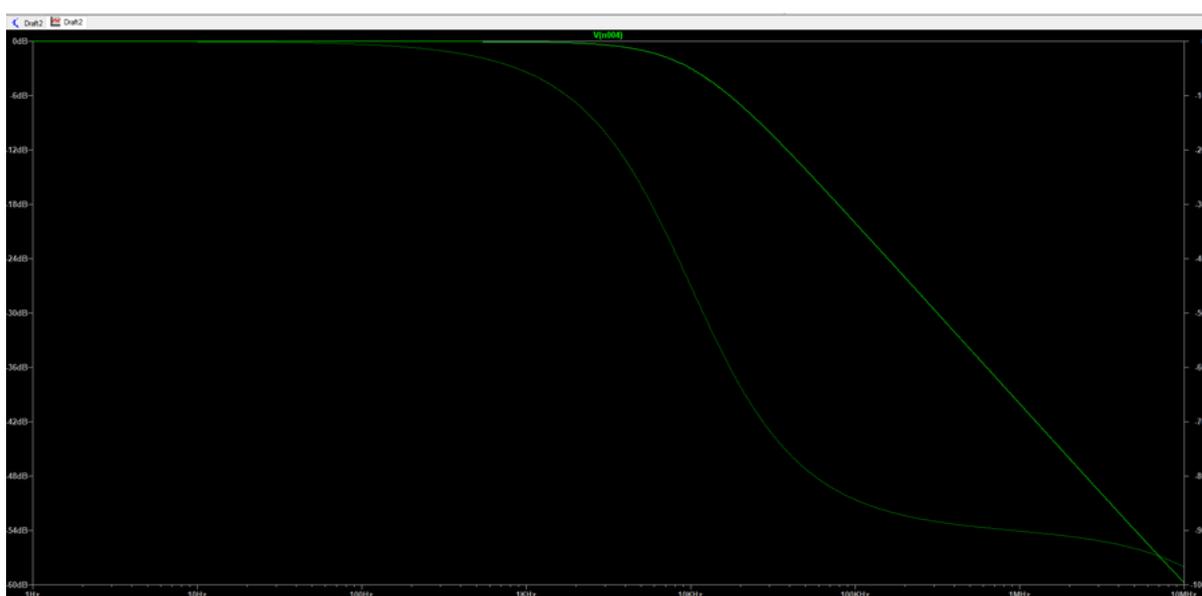
Aplicando a função transferência na equação (2.37) obtemos os valores $R = 62830\Omega$, $C = 253,32pF$, resultando no seguinte circuito equivalente e diagramas de Bode:

Figura 41 – Circuito do Filtro de Bessel de Primeira Ordem



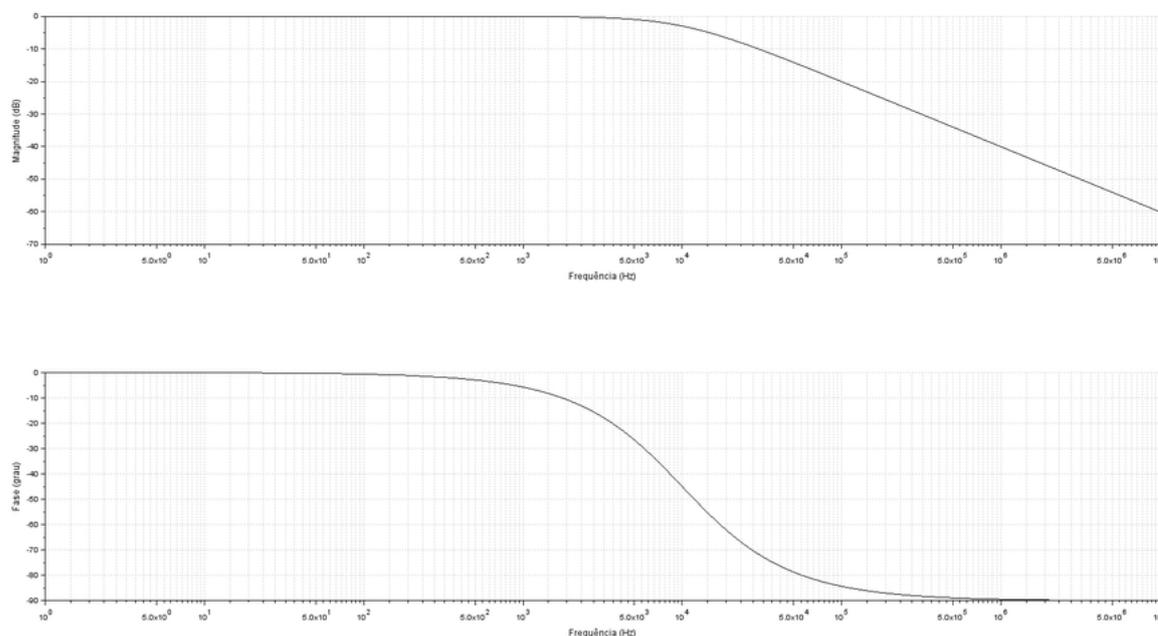
Produzido pelo próprio autor

Figura 42 – Diagrama de Bode do Filtro de Bessel de Primeira Ordem



Produzido pelo próprio autor

Figura 43 – Diagrama de Bode da Função Transferência do Filtro de Bessel de Primeira Ordem



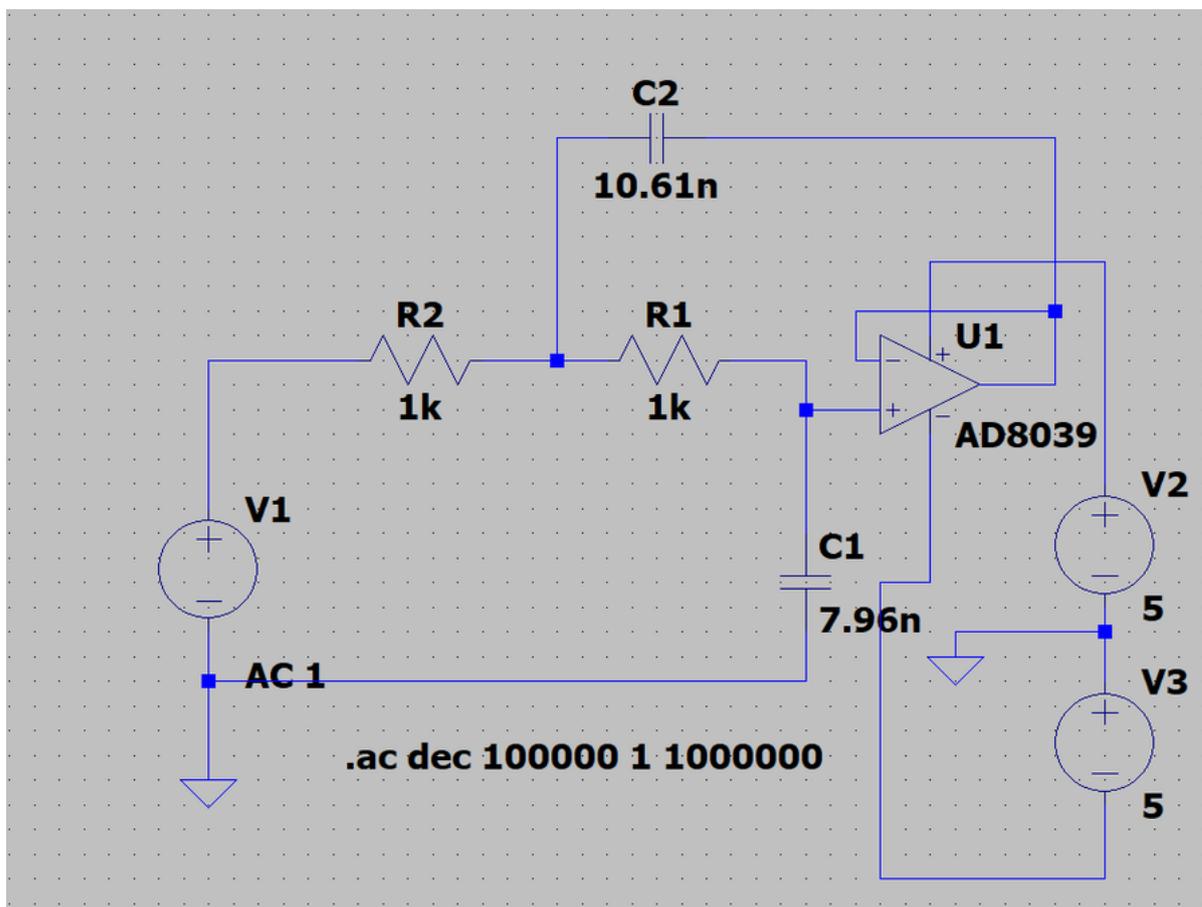
Produzido pelo próprio autor

3.4.2 Segunda Ordem

Utilizando a equação (2.32), com $w_s = 62830 \frac{\text{radianos}}{\text{segundo}}$, para a segunda ordem obtem-se a função transferência: $H(s) = \frac{11842568125}{s^2 + 188490s + 22842568125}$.

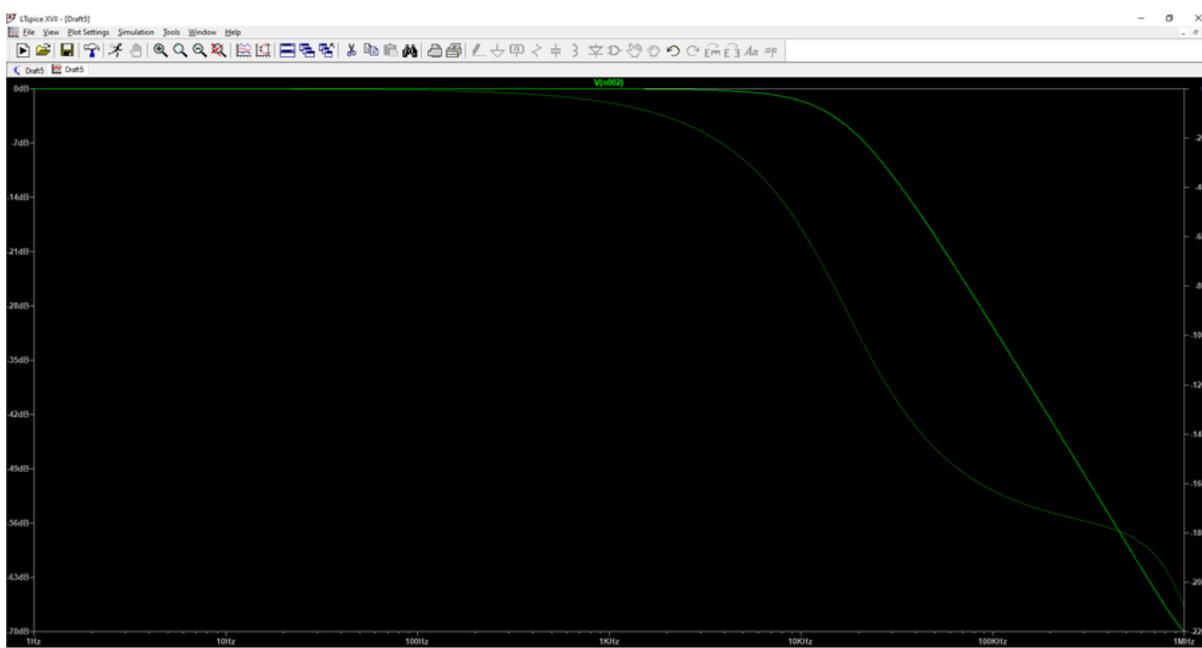
Aplicando a função transferência nas equações (2.35) e (2.36) obtemos os valores $R_1 = R_2 = 1000\Omega$; $C_1 = 7,96nF$; $C_2 = 10,61nF$, resultando no seguinte circuito equivalente e diagramas de Bode:

Figura 44 – Circuito do Filtro de Bessel de Segunda Ordem



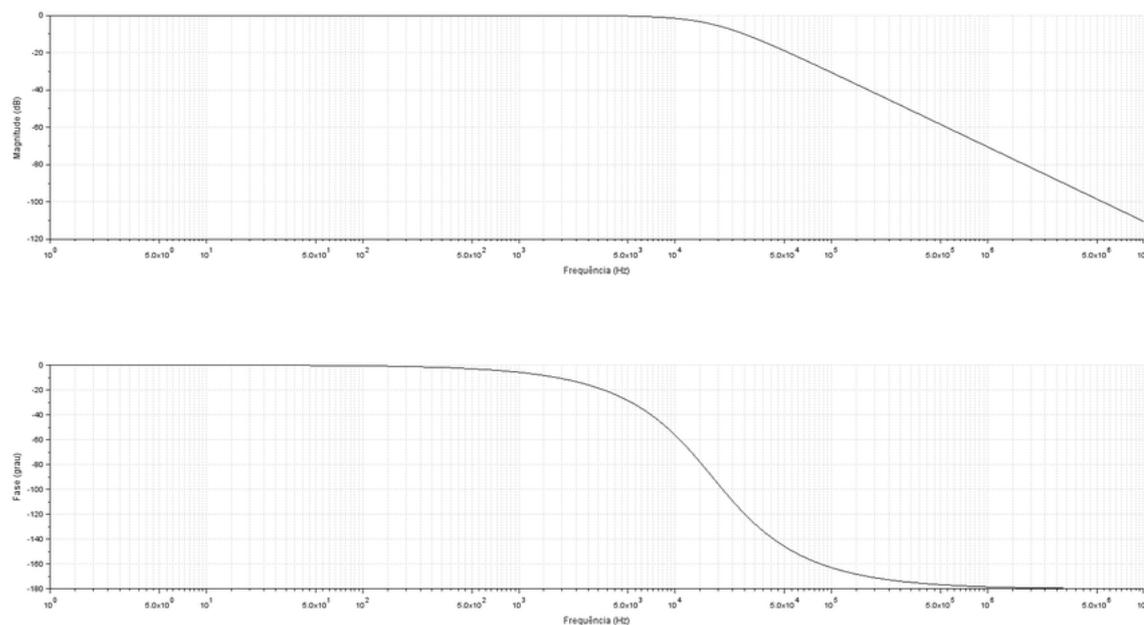
Produzido pelo próprio autor

Figura 45 – Diagrama de Bode do Filtro de Bessel de Segunda Ordem



Produzido pelo próprio autor

Figura 46 – Diagrama de Bode do Filtro de Bessel de Segunda Ordem



Produzido pelo próprio autor

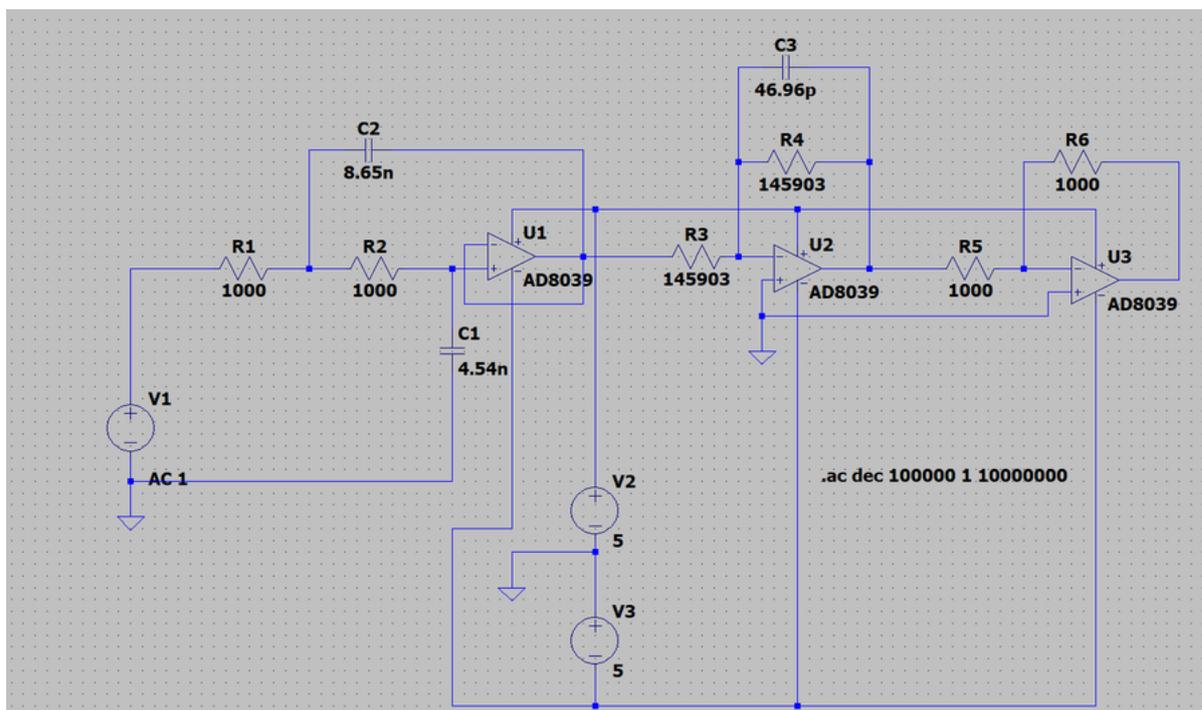
3.4.3 Terceira Ordem

Utilizando a equação (2.32), com $w_s = 62830 \frac{\text{radianos}}{\text{segundo}}$, para a terceira ordem obtém-se a função transferência: $H(s) = \frac{25449461885}{s^2 + 231076s + 25449461885} \frac{145903}{s + 145903}$.

Utilizando a parcela de segunda ordem nas equações (2.35) e (2.36) obtemos os valores $R_1 = R_2 = 1000\Omega$; $C_1 = 4,54nF$; $C_2 = 8,65nF$ para o estágio da topologia de Sallen-Key.

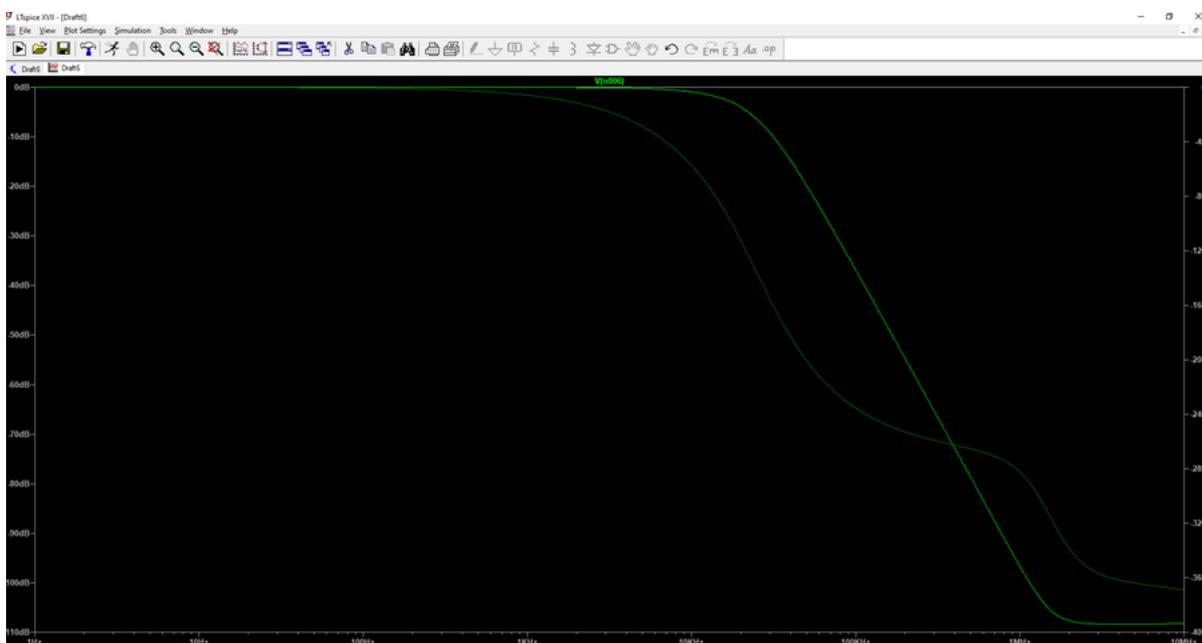
Aplicando a parcela de primeira ordem em (2.37) obtém-se os valores $R_1 = R_2 = 145903\Omega$; $C = 46,96pF$ resultando no seguinte circuito equivalente e diagramas de Bode:

Figura 47 – Circuito do Filtro de Bessel de Terceira Ordem



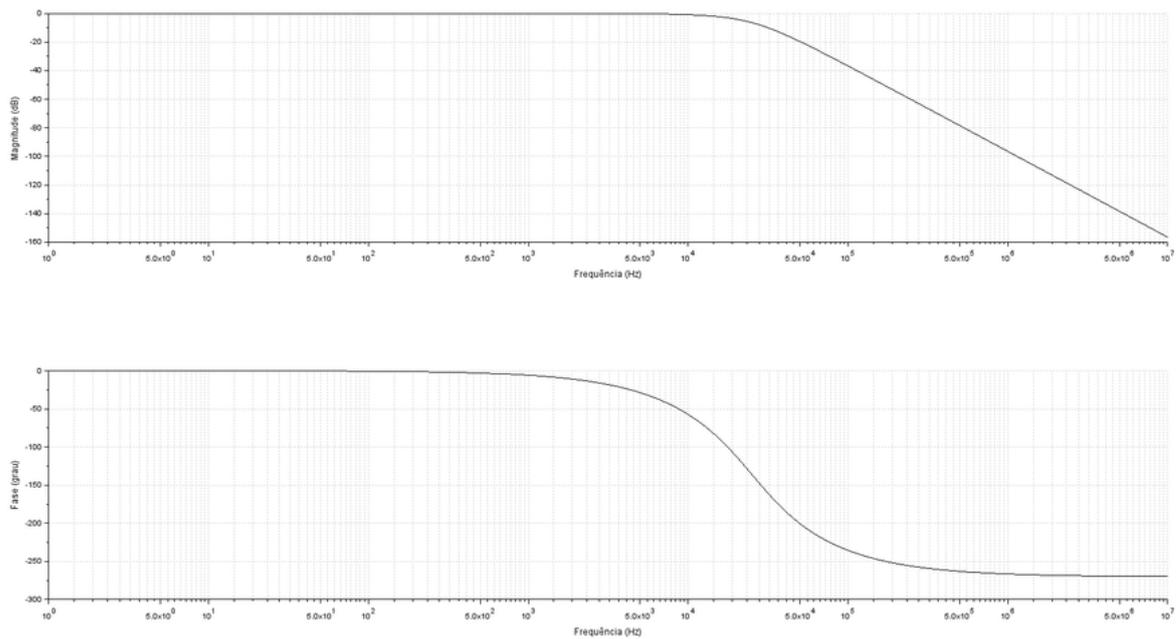
Produzido pelo próprio autor

Figura 48 – Diagrama de Bode do Filtro de Bessel de Terceira Ordem



Produzido pelo próprio autor

Figura 49 – Diagrama de Bode da Função Transferência do Filtro de Bessel da Terceira Ordem



Produzido pelo próprio autor

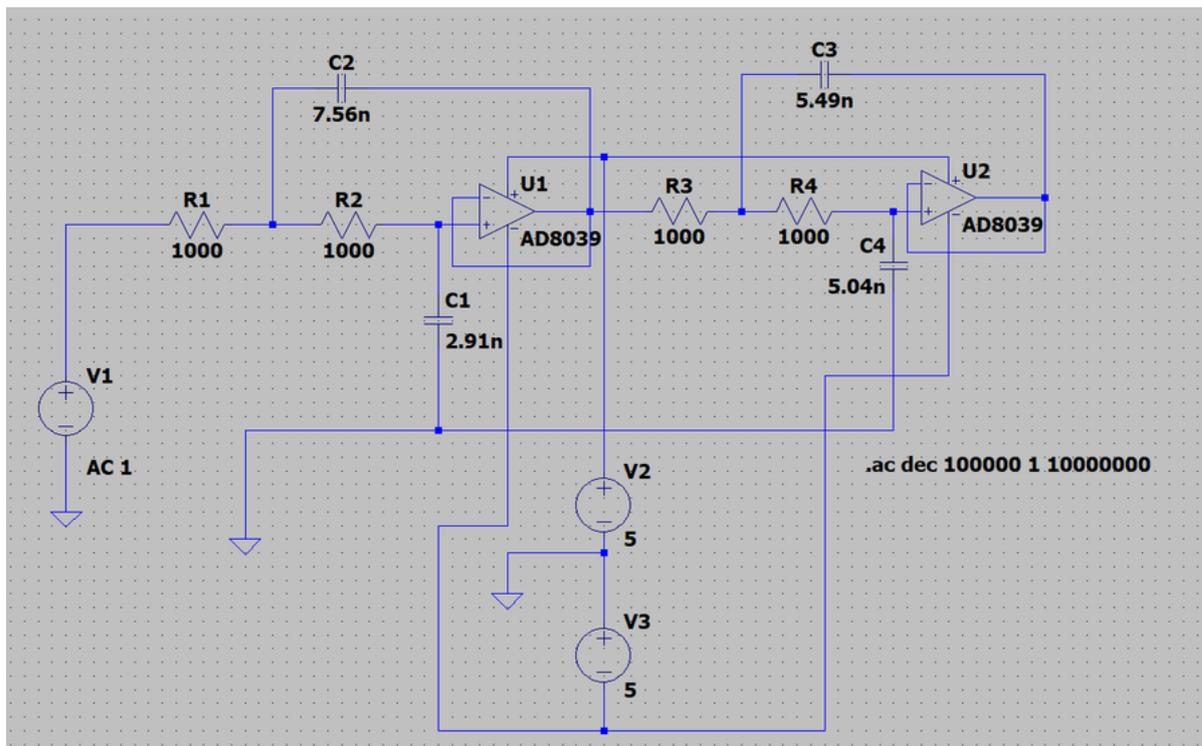
3.4.4 Quarta Ordem

Utilizando a equação (2.32), com $\omega_s = 62830 \frac{\text{radianos}}{\text{segundo}}$, para a quarta ordem obtém-se a função transferência: $H(s) = \frac{45349058420}{s^2 + 264346s + 45349058429} \frac{36081077220}{s^2 + 363936s + 36081077220}$.

Aplicando uma das parcelas nas equações (2.35) e (2.36) obtemos os valores $R_1 = R_2 = 1000\Omega$; $C_1 = 5,04nF$; $C_2 = 5,49nF$ para o primeiro estágio da topologia de Sallen-Key.

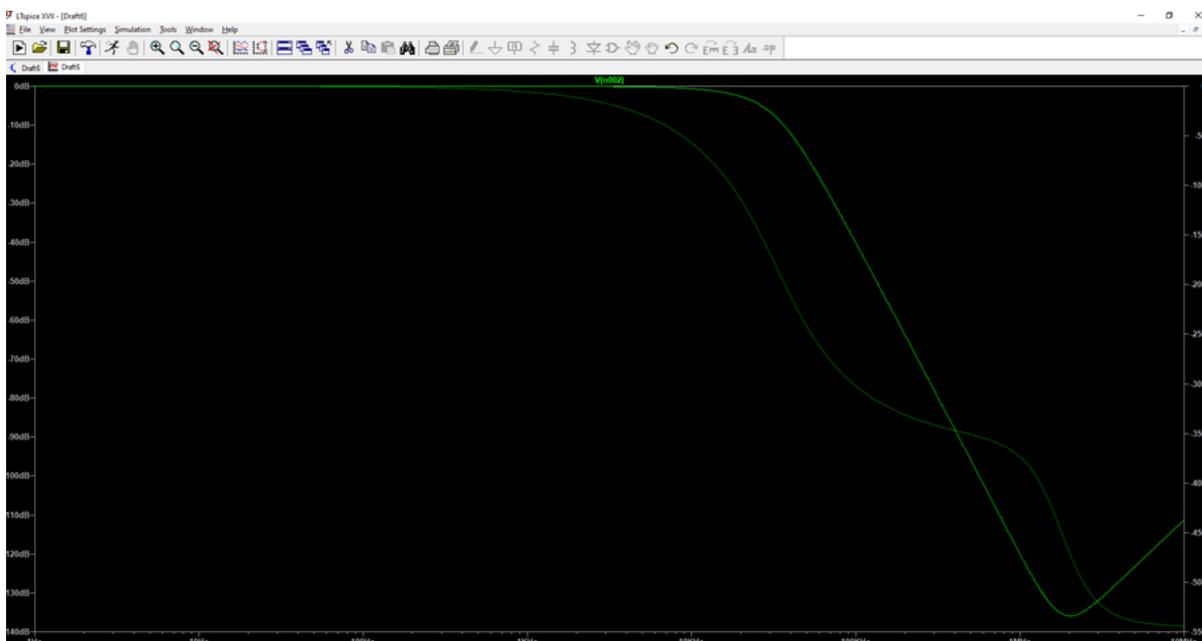
Utilizando a outra parcela nas equações (2.35 e (2.36) se obtêm os valores $R_1 = R_2 = 1000\Omega$; $C_1 = 2,91nF$; $C_2 = 7,56nF$ para o segundo estágio da topologia de Sallen-Key resultando no seguinte circuito equivalente e diagramas de Bode:

Figura 50 – Circuito do Filtro de Bessel de Quarta Ordem



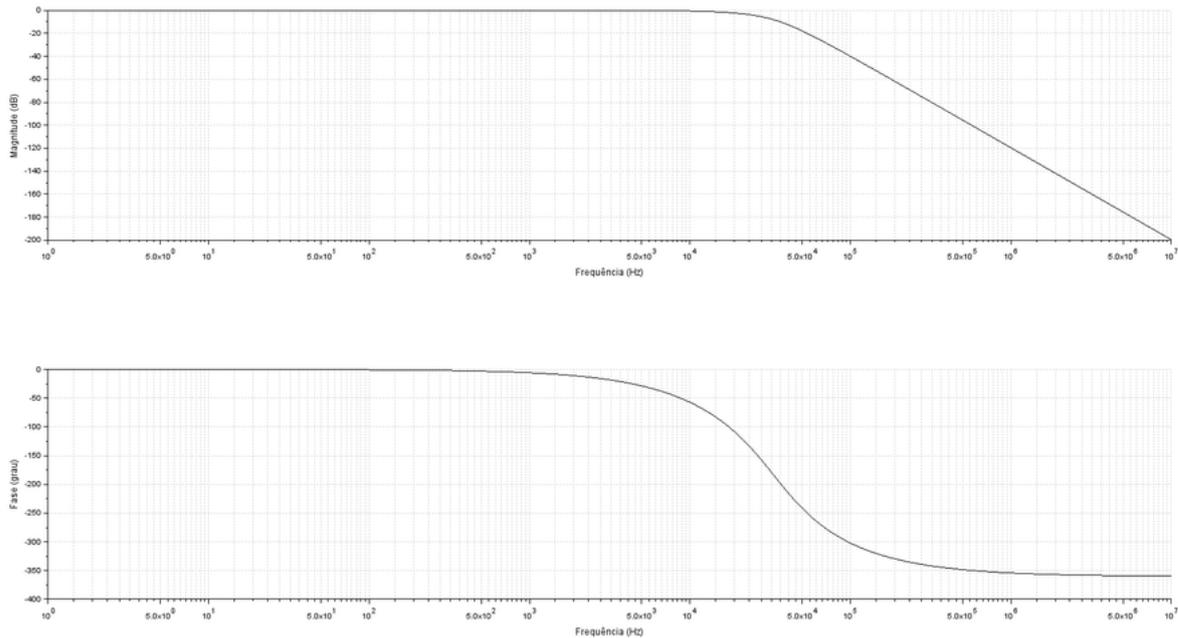
Produzido pelo próprio autor

Figura 51 – Diagrama de Bode do Filtro de Bessel de Quarta Ordem



Produzido pelo próprio autor

Figura 52 – Diagrama de Bode da Função Transferência do Filtro de Bessel da Quarta Ordem



Produzido pelo próprio autor

3.4.5 Quinta Ordem

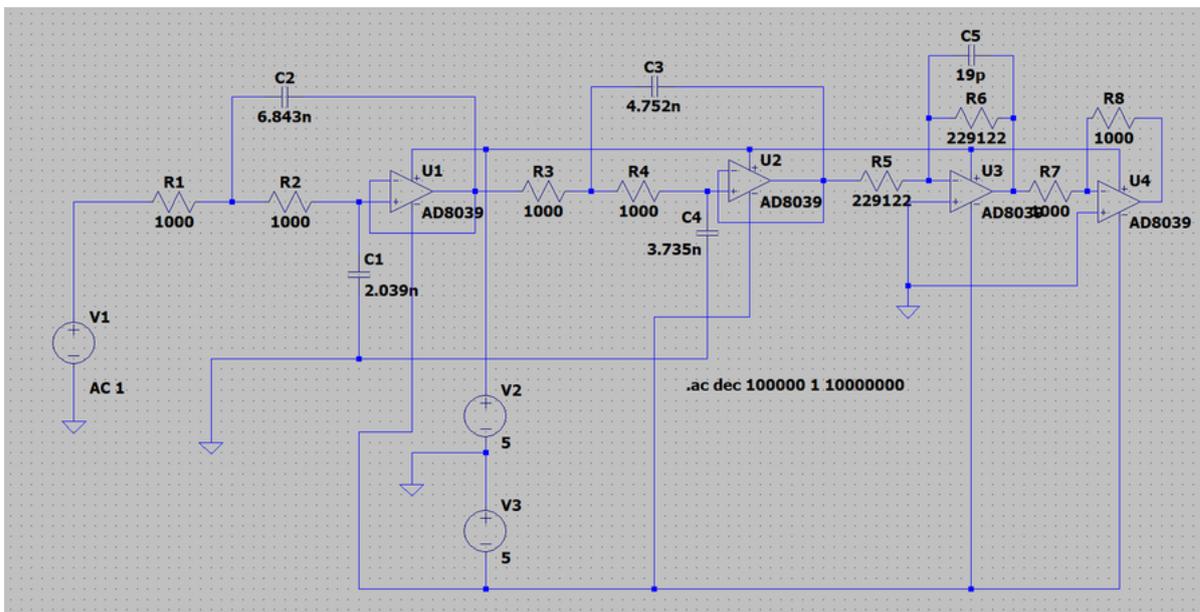
Utilizando a equação (2.32), com $w_s = 62830 \frac{\text{radianos}}{\text{segundo}}$, para a quinta ordem obtém-se a função transferência: $H(s) = \frac{71678917677}{s^2 + 292122s + 71678917677} \frac{56343823272}{s^2 + 421212s + 56343823272} \frac{229122}{s + 229122}$.

Aplicando uma das parcelas de segunda ordem nas equações (2.35) e (2.36) obtemos os valores $R_1 = R_2 = 1000\Omega$; $C_1 = 2,039nF$; $C_2 = 6,843nF$ para o primeiro estágio da topologia de Sallen-Key.

Utilizando a outra parcela de segunda ordem nas equações (2.35) e (2.36) obtém-se os valores $R_1 = R_2 = 1000\Omega$; $C_1 = 3,735nF$; $C_2 = 4,752nF$ para o segundo estágio da topologia de Sallen-Key.

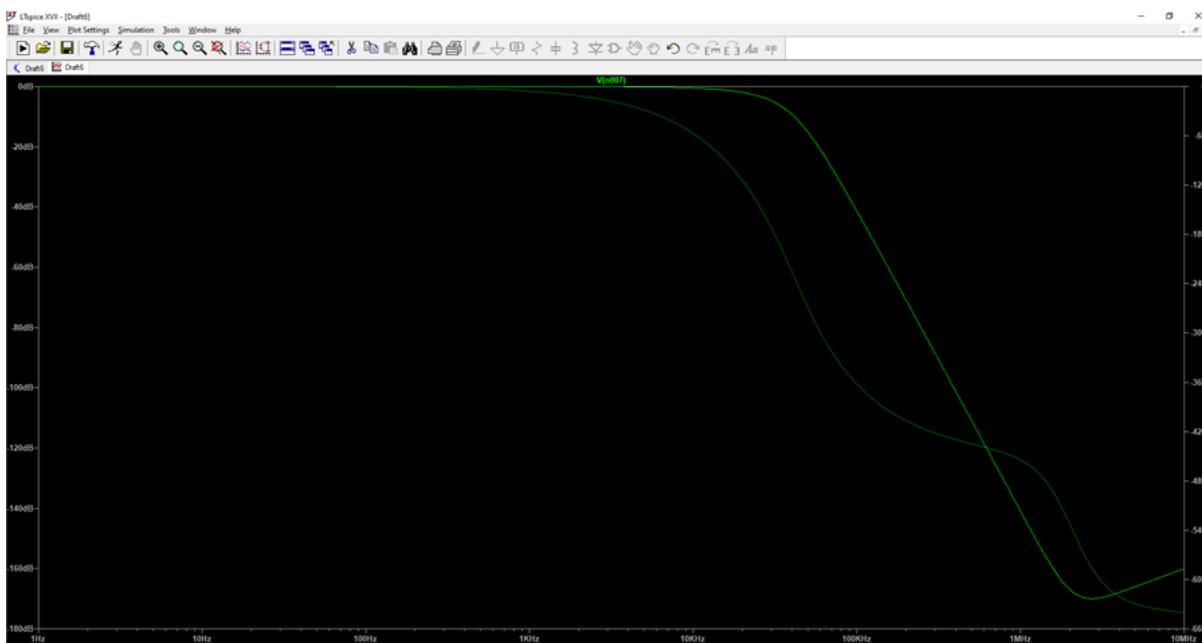
Aplicando a parcela de primeira ordem em (2.37) obtém-se os valores $R_1 = R_2 = 229122\Omega$; $C = 19pF$ resultando no seguinte circuito equivalente e diagramas de Bode:

Figura 53 – Circuito do Filtro de Bessel de Quinta Ordem



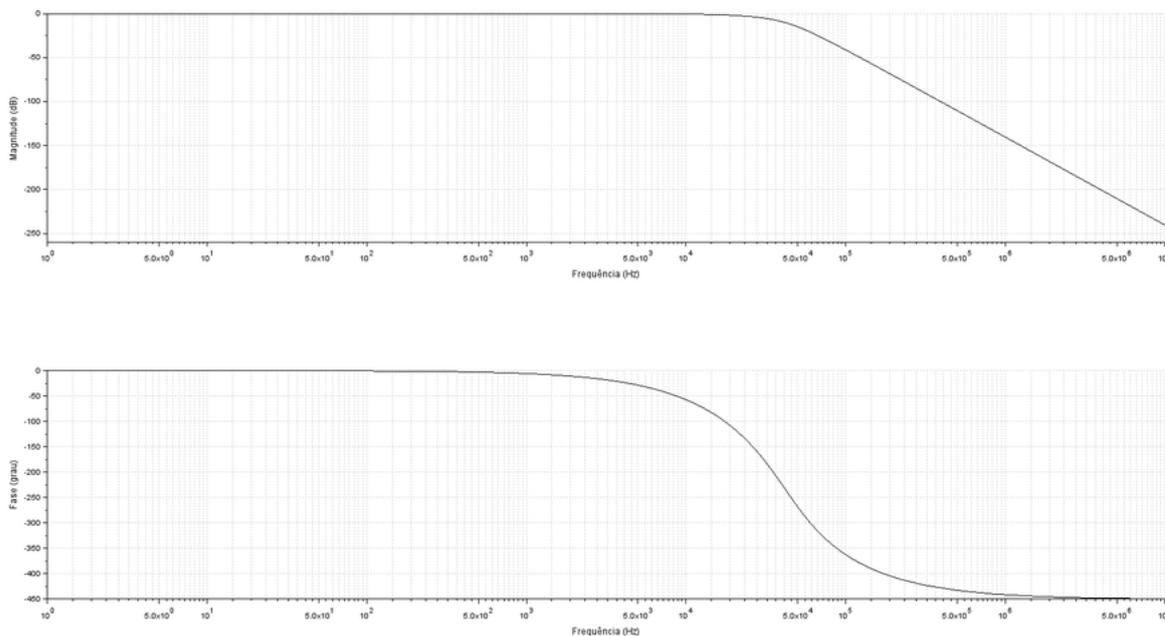
Produzido pelo próprio autor

Figura 54 – Diagrama de Bode do Filtro de Bessel de Quinta Ordem



Produzido pelo próprio autor

Figura 55 – Diagrama de Bode da Função Transferência do Filtro de Bessel de Quinta Ordem



Produzido pelo próprio autor

4 Discussão

Observou-se que todos os filtros projetados comportam-se de acordo com a atual teoria de filtros ativos analógicos e que a partir de suas características é possível ponderar a aplicabilidade de cada filtro de acordo com as exigências de projeto.

O filtro de Butterworth resulta no que é denotado como resposta CC maximamente plana (Paarmann, 2001, tradução nossa). Isto é a função transferência de um filtro de Butterworth corresponde a uma função monotônica que não possui ondulação na resposta em magnitude. Este fato, juntamente com a baixa complexidade do processo de obter a função transferência, torna o filtro de Butterworth ideal para sistemas simples que não exijam alta precisão e que a largura de faixa de transição não seja relevante no projeto.

Já o filtro passa-baixas de Chebyshev possui ondulação na faixa de passagem e uma menor faixa de transição em relação ao filtro de Butterworth (Noceti Filho, 1998). Neste tipo de filtro fica evidente um compromisso entre as exigências de projeto de filtros, a redução da ondulação na faixa de passagem implica em uma maior largura de banda da faixa de transição e vice-versa. Assim, os filtros de Chebyshev do tipo 1 são indicados para projetos que exigem uma queda abrupta da curva de resposta de magnitude a partir de uma dada frequência. É importante ressaltar que apesar do projeto de filtros de Chebyshev do tipo 1 ser mais complexo do que o de Butterworth, é possível implementá-lo a partir das mesmas topologias utilizadas para implementar os filtros de Butterworth. Para uma dada ordem do filtro de Butterworth é possível desenvolver um filtro de Chebyshev na mesma topologia com o mesmo número de elementos elétricos: resistores e capacitores) o que configura um custo semelhante.

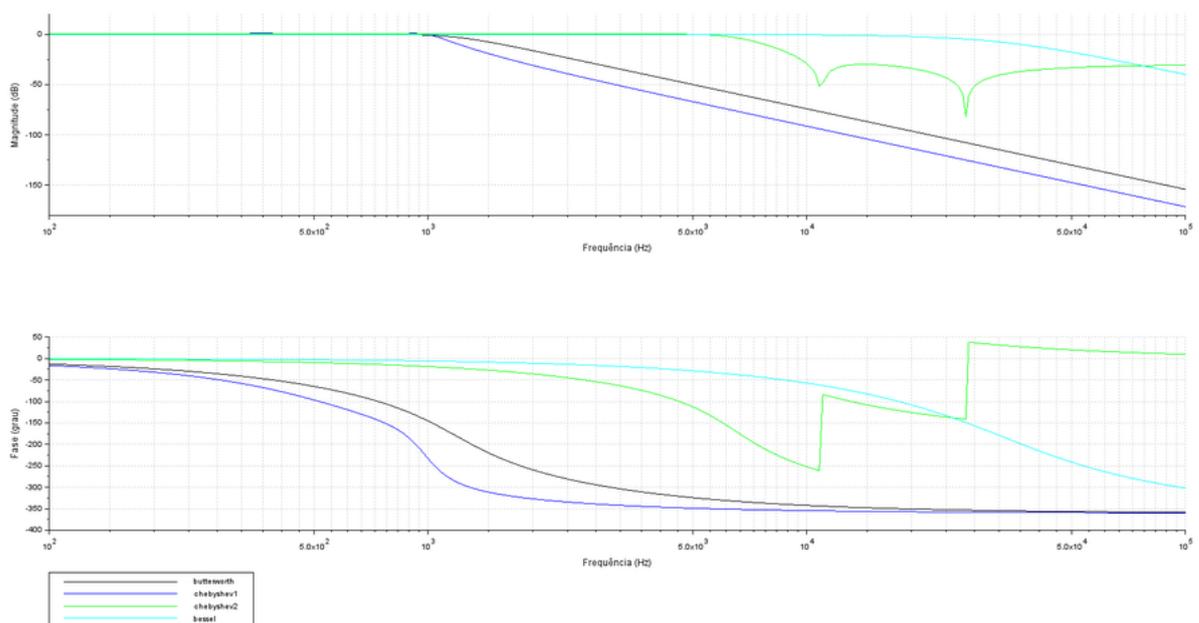
O projeto do filtro de Chebyshev inverso demonstra um problema crítico para as topologias utilizadas neste trabalho. A sua implementação só é possível por topologias biquadráticas como a de Tow-Thomas, filtros recursivos de segunda ordem com dois zeros e dois polos. Além disso há um importante problema para traçar o diagrama de Bode dos filtros de ordem ímpar: o zero da função transferência em $+j\infty$ que só pode ser implementado a partir de filtros digitais. Visto isso, foram traçados os diagramas de Bode das funções transferências dos filtros de ordem par para que suas características sejam comparadas aos demais filtros e como não é possível implementá-lo a partir das topologias de Sallen-Key e do Circuito Integrador Inversor, somente foi simulado o diagrama de Bode pelo Scilab para os filtros de segunda e quarta ordem, pois não possuem o zero em $+j\infty$

Os filtros de Chebyshev do tipo 2 são muito proximamente relacionados com os filtros de Chebyshev do Tipo 1, também possuem os polos alocados em semielipses no semiplano complexo esquerdo, mas a presença de zeros inverte a presença de ondulação nos filtros passa-baixa. Há ondulação na banda passagem e não há ondulação na faixa de rejeição (Paarmann, 2001, tradução nossa). A presença dos zeros torna seu projeto mais complicado que os demais filtros, ao ponto de que não é possível implementá-lo

pelas mesmas topologias, seu uso é indicado em projetos que não admitem ondulação na banda de passagem e que exigem uma queda abrupta da curva de resposta em magnitude. Além disso duas características ainda são marcantes: o elevado número de componentes elétricos exigidos para implementar um filtro de mesma ordem dos que os filtros anteriores e uma acentuada distorção da resposta de fase que inverte o sinal de entrada nas frequências de rejeição.

Os projetos de filtros de Bessel correspondem a diferente paradigma em relação aos filtros anteriores. Os outros três tipos de filtros são projetados visando obedecer a critérios de resposta de magnitude, já os filtros de Bessel são projetados para possuírem uma resposta de fase o mais plana possível e caso um maior nível de atenuação seja exigido na banda de rejeição se utiliza um filtro de maior ordem (Noceti Filho, 1998). Dado o comportamento do filtro de Bessel, sua principal implementação na indústria é em sistemas de crossover de áudio que buscam distribuir de forma uniforme as faixas de frequência que cada componente de áudio deve atuar. Seu projeto é tão simples quanto o filtro de Butterworth e ambos os filtros utilizam o mesmo número de componentes elétricos para uma dada ordem.

Figura 56 – Simulação da comparação dos diagramas de Bode dos 4 Filtros de quarta ordem desenvolvidos



Produzido pelo próprio autor

5 Conclusão

Os resultados do presente trabalho corroboram com a atual teoria de filtros ativos analógicos de Butterworth, Chebyshev, Chebyshev Inverso e de Bessel e suas características. Ainda foram apresentadas metodologias de projeto para implementar os filtros passa-baixas de Butterworth, Chebyshev do tipo 1, Chebyshev do tipo 2, do filtro de Bessel, qual filtro utilizar baseando-se nos requisitos de projeto e um comparativo das funções transferências esperadas de cada filtro. Portanto, seguindo este material de estudo é possível aprender a projetar os tipos de filtro estudados neste trabalho e em qual situação cada um deve ser empregado.

6 Trabalhos futuros.

Ainda há mais a se estudar no campo de filtros ativos, propondo-se como trabalho futuro analisar topologias analógicas biquadráticas e filtros digitais a fim de implementar o filtro de Chebyshev Inverso. Além disso existem outros diversos tipos de filtros, como os filtros transicionais, de Cauer, de Gauss, de Legendre e de Gabor não foram abordados por sua maior complexidade matemática e pela limitação do escopo de um projeto de trabalho de conclusão de curso.

7 Referências

PAARMANN, Larry D. Design and analysis of analog filters: a signal processing perspective. Springer Science & Business Media, 2005.

NOCETI FILHO, Sidnei. Filtros seletores de sinais. Universidade Federal de Santa Catarina, 1998.

SEDRA, Adel S.; SMITH, Kenneth Carless. Microeletrônica. Pearson Prentice Hall, 2007.

LATHI, Bhagwandas Pannalal. Sinais e sistemas lineares-2. Bookman, 2006.

OGATA, Katsuhiko; SEVERO, Bernardo. Engenharia de controle moderno. Prentice Hall do Brasil, 1998.

ZUMBAHLEN, Hank. Mini Tutorial MT-204: The Bessel Response. In: Analog Devices, available online at <http://www.analog.com/media/en/training-seminars/tutorials/MT-204.pdf>. 2012.

CARTER, Bruce; MANCINI, Ron. Op Amps for everyone. Newnes, 2017.

MENEU, J.J. Top 10 Fundamental Op Amp Circuits. **Arrow**, 2016. Disponível em: <<https://www.arrow.com/en/research-and-events/articles/fundamentals-of-op-amp-circuits>>. Acesso em: 18de Setembro de 2023.