

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MATO GROSSO DO SUL - *Campus* Aquidauana  
GRADUAÇÃO EM MATEMÁTICA - LICENCIATURA

**FILIFE ANDRÉ CRUZ ADEGAS**

**CAMINHANDO SOBRE O PLANO CARTESIANO NO CURRÍCULO ESCOLAR:  
DA NOOSFERA AO ENSINO**

Aquidauana/MS

2023

**FILIFE ANDRÉ CRUZ ADEGAS**

**CAMINHANDO SOBRE O PLANO CARTESIANO NO CURRÍCULO ESCOLAR:  
DA NOOSFERA AO ENSINO**

Trabalho de conclusão das atividades orientadas de ensino da graduação em Matemática com o objetivo de aprofundar os conhecimentos e estudos acerca da Educação Matemática e teorias da Didática da Matemática.

Orientadora: profa Dra. Susilene Garcia da Silva Oliveira.

Aquidauana/MS

2023

## SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO.....	4
1.1. Ideia inicial .....	4
1.2. Primeiro contato com as teorias da Didática da Matemática .....	4
1.3. Localizando a ideia .....	6
2. DESENVOLVIMENTO .....	7
2.1. Para onde vou? .....	7
2.2. Plano cartesiano .....	9
2.3. Um caso brasileiro .....	10
3. CAMINHOS INICIAIS .....	12
3.1. Leitura de documentos .....	12
3.1.1. Parâmetros Curriculares Nacionais - PCN .....	12
3.1.2. Base Nacional Comum Curricular - BNCC .....	13
3.1.3. Plano cartesiano no PCN e BNCC .....	14
3.2. Buscando uma coleção de livros didáticos .....	15
4. NOSSAS MOTIVAÇÕES .....	16
4.1. A sociedade e a escola caminham juntas? .....	17
4.2. Contexto social de 2002 .....	18
4.3. Contexto social de 2020 .....	20
5. O NOSSO ÓCULOS, O MEU OLHAR E O MEU ESCUTAR .....	21
5.1. A Teoria Antropológica do Didático .....	21
5.2. A Hierarquia dos Níveis de Co-determinação Didática .....	22
6. PRODUÇÃO DE DADOS .....	24
6.1. A coleção de livros escolhida .....	24
6.2. Dois documentos: semelhanças e diferenças .....	25
7. O ESTUDO DA COLEÇÃO .....	27
7.1. Os livros do 6º ano .....	28
7.2. Os livros do 7º ano .....	29
7.3. Os livros do 8º ano .....	30
7.4. Os livros do 9º ano .....	31
7.5. Um acréscimo de informações .....	33
8. ANÁLISE DOS DADOS .....	35
8.1. Índícios da sociedade em cada livro didático .....	35
8.2. O ensino do plano cartesiano e os exercícios .....	37
9. REFERÊNCIAS .....	40

## **1. INTRODUÇÃO**

### **1.1. Ideia inicial**

Pensar em um tema e linha de pesquisa não é uma tarefa fácil, haja vista que novas ideias e estudos surgem a todo instante. Definir um objeto de pesquisa me faz lembrar de experiências, situações e questionamentos que presenciei ao longo da minha Educação Básica e no ensino médio, o que se tornou, pode-se dizer, elemento motivador para decidir o assunto a ser estudado. Quando penso na minha Educação Básica, lembro quase que automaticamente das dificuldades na compreensão e memorização da tabuada e o prejuízo que isso causava no andamento de outros conteúdos e, ao refletir sobre esse problema, tentei pensar em construir uma ideia de pesquisa investigando de onde surgem as dificuldades relacionadas a esse objeto matemático.

O estudo das dificuldades na tabuada foi a primeira tentativa de “prender” um objeto às minhas vontades, e para buscar respostas às minhas perguntas, elaborei um questionário sobre o ensino e compreensão da tabuada que, devido à pandemia de Covid-19, foi aplicado remotamente com os estudantes de uma escola particular na qual cursei parte dos anos finais do Ensino Fundamental. Analisando as respostas, percebi que, nessa instituição, uma parcela dos alunos afirmou não compreender o significado da tabuada, infiro que talvez porque o ensino tenha se prendido à memorização de valores sem explorar a lógica do cálculo, tornando-se mecanizado. Uma vez que a ideia de pesquisar as dificuldades na tabuada surgiu no início da minha graduação, ao longo do curso continuei desenvolvendo essa ideia relacionando com o que eu estava estudando.

Ao cursar a disciplina de Prática de Ensino I, tive contato com a Educação Matemática e com as teorias da Didática da Matemática. Algumas delas tratavam diretamente da relação professor-aluno e o conteúdo estudado, sendo esse um objeto de interesse. Pensar em didática da matemática me faz lembrar de ensino e de como ensinar e, ao longo da minha Educação Básica, sempre desejei ser um professor que utiliza diferentes práticas e metodologias de ensino.

### **1.2. Primeiro contato com as teorias da Didática da Matemática**

Com a graduação iniciada e passado os primeiros semestres, a partir das leituras e reflexões realizadas na disciplina de Prática de Ensino I, me identifiquei com a Teoria das Situações Didáticas (Brousseau, 1986), a partir de agora TSD, e comecei a relacionar a minha ideia de pesquisa com essa teoria pensando no ensino da tabuada e os fatores envolvidos nesse processo que influenciam na compreensão desse objeto. Com o estudo da TSD, pude ler

nas entrelinhas de uma relação estabelecida por meio de um triângulo - professor, aluno, saber – um meio, um ambiente propício para a aprendizagem permeado por relações que se estabelecem e metodologias que se escolhem ao discutir um objeto matemático. Tais reflexões, juntamente das respostas obtidas com o questionário que apliquei foram elementos motivadores para que eu mostrasse minha ideia de pesquisa à minha professora orientadora.

Ao mostrar a minha ideia, começamos a elencar quais objetivos eu desejava alcançar com a investigação, os textos a serem estudados e quais teorias da Didática da Matemática seriam mais próximas e que poderiam me ajudar a explicar esses fatos. Tentamos elaborar um roteiro de estudos baseado na ideia de investigar a tabuada e qual a origem das dificuldades quando tencionamos nos apropriar desse objeto matemático. A elaboração do roteiro de estudos nos levou à Base Nacional Comum Curricular, a partir de agora BNCC, para entender como está distribuído o ensino da tabuada desde os anos iniciais até os anos finais do Ensino Fundamental.

A análise à priori da BNCC revelou que esse objeto matemático é uma consequência do ensino da multiplicação, razão pela qual o documento não menciona o termo *tabuada* ao descrever os objetos a serem estudados em cada ano escolar. Com a ausência da menção à tabuada, recorreremos ao livro didático para verificar nossa constatação, e analisei uma única coleção de livros didáticos do 1º ao 9º ano do Ensino Fundamental que já estavam atualizados para a BNCC e que foram aprovados no Programa Nacional do Livro Didático de 2020, a partir de agora PNLD, a fim de encontrar indícios da tabuada. Ao olhar a coleção, confirmamos que esse objeto é visto como consequência da definição de multiplicação, com o autor mencionando a tabuada somente ao final de cada capítulo em forma de tabela com os valores como uma conclusão.

Tendo em vista que definir um tema de pesquisa requer muito estudo e busca por informações, utilizei três portais para realizar um levantamento de trabalhos já publicados sobre o ensino da tabuada: Repositório Institucional da Universidade Federal de Mato Grosso do Sul; Catálogo de Dissertações e Teses da Capes e o Google Acadêmico. Para essa busca, utilizei as palavras-chave “ensino” e “tabuada”, e encontrei inúmeras obras que abrangem esse tema, com temáticas semelhantes à minha ideia, o que novamente me fez pensar na possibilidade de ajustar a pesquisa mudando o objeto de estudo.

Conversando com minha orientadora, reunimos as informações que eu já possuía em mãos, e decidi que gostaria de analisar um objeto matemático pensando no ensino em sala de aula e no currículo. Assim, com o conhecimento que eu já tinha da TSD, percebemos que um

novo olhar teórico seria necessário, e decidimos nos aprofundar no estudo da Teoria Antropológica do Didático (Chevallard, 1991), a partir de agora TAD.

A escolha pelo estudo da TAD foi motivada pelo meu desejo de analisar um objeto matemático e seu ensino em sala de aula, bem como a influência que o currículo e as *instituições*<sup>1</sup> exercem no ensino. Dessa forma, estudar uma teoria considerada complexa pelos pesquisadores por conter uma grande quantidade de definições e simbologias me trouxe novas possibilidades com os aprendizados. Com a leitura sobre a TSD e a TAD pude entender o longo caminho que um objeto percorre até se tornar ensinável e a importância da organização na hora das aulas, bem como as relações existentes dentro da sala de aula explicadas pelo triângulo das situações didáticas. Me identifiquei com a praxeologia e com as organizações matemática e didática e, a partir desses estudos, decidi que eu gostaria de analisar um objeto matemático pensando no ensino, na forma de organização no livro didático e trazer esse objeto ao contexto escolar.

Nesse movimento do estudo das teorias, a ideia inicial de estudar as dificuldades na tabuada foi deixada de lado não por não achar mais interessante, mas sim por encontrar novas possibilidades após o meu primeiro contato com a Educação Matemática e as teorias da Didática da Matemática. Além desse fator, a presença de um vasto acervo de artigos publicados abrangendo esse tema me fez pensar em estudar algo novo, com um novo objeto de estudo, e voltei a conversar com minha orientadora para pensarmos nessa nova ideia.

### **1.3. Localizando a ideia**

À medida que novas reuniões foram marcadas e as dúvidas sobre as teorias estudadas foram sanadas, comecei a pensar na geometria e suas aplicações em outros objetos matemáticos e no cotidiano. Nessa linha de pensamento, em uma das reuniões comentei também sobre minha afinidade com a geografia na área de leitura de mapas e as diferentes maneiras de se localizar no espaço, haja vista que alguns países e regiões não seguem o sistema cartesiano utilizado na maior parte dos mapas.

Após tais discussões, escrevemos os pontos-chave de nossa reunião a fim de chegar a um novo objeto de pesquisa. Começamos a nos questionar se havia regiões onde não há a utilização do sistema cartesiano para se localizar no espaço, ou se havia regiões em que o sistema de endereços é diferente, e isso me fez lembrar da Costa Rica, um país da América Central que por razões culturais não utiliza numerações ou nomes em suas ruas. Nesse país, a

---

<sup>1</sup> Uma instituição I é um local ou dispositivo voltado à sociedade que impõe às pessoas que ocupam uma posição em I, modos de fazer e de pensar próprios (Chevallard, 1991).

população opta por se localizar via pontos de referência, pela natureza das ruas e por medidas de quarteirões, gerando estranheza nos turistas. Como curiosidade, na Costa Rica há projetos para padronizar os endereços a fim de facilitar a localização para visitantes, e tais ideias têm como base o sistema cartesiano, ressaltando a importância de se conhecer esse sistema.

Nesse contexto, ao constataremos a importância do sistema cartesiano nos sistemas de localização e sua ampla utilização globalmente, o plano cartesiano foi se estruturando e se tornando nosso novo objeto de pesquisa, e então, começamos a organizar quais seriam os próximos passos da pesquisa. Inicialmente faríamos uma busca sobre como era organizado o ensino desse objeto analisando os Parâmetros Curriculares Nacionais, a partir de agora PCN a fim de estudarmos se com a implantação da BNCC houve mudanças significativas no ensino desse objeto.

Paralelo à análise dos documentos, faremos a análise de coleções de livros didáticos aprovados pelo PNLD e verificar como os autores relacionam o plano cartesiano a situações cotidianas e a maneira de distribuir os conceitos desde os anos iniciais do Ensino Fundamental. Para a busca das coleções, escolhemos o autor que possui seus livros aprovados na maioria dos anos de vigência do programa, e além desse fator, se tais coleções são adotadas em grande parte das escolas de Aquidauana, Mato Grosso do Sul, sendo essa outra condição para ajudar na escolha.

## 2. DESENVOLVIMENTO

### 2.1. Para onde vou?

Figura 1: Endereço em Costa Rica.



Pensar em caminhos me faz lembrar de lugar, onde ir, onde chegar e isso me fez lembrar de Clareto (2003) e seu estudo para entender como os habitantes de Laranjal do Jari, no Amapá, se localizam pela cidade construída sobre palafitas onde as ruas não possuem nomes e as casas não têm números como conhecemos em nosso sistema de endereços.

Ao se referir à palavra endereço, automaticamente pensamos em nomes de ruas, números de casas e/ou apartamentos, localização de um bairro etc. Essa forma de localização por nomenclaturas de ruas e numeração de casas é amplamente utilizada por permitir encontrar um local de forma simples tanto para quem vive na cidade quanto para quem está viajando. Contudo, conforme evidenciado no trabalho de Clareto (2003), por razões culturais ou naturais, certas regiões utilizam seu próprio sistema de localização, seja por meio de instrumentos, utilizando pontos de referência ou se adequando às condições do local onde vive uma determinada sociedade.

Em suas pesquisas, a autora estudou como a população de Laranjal do Jari, no estado do Amapá, se localizava pela cidade. Por ser uma cidade construída sobre palafitas, as ruas desse local são ligadas por pequenas pontes distribuídas de forma homogênea, e os habitantes utilizam o traçado das pontes para se encontrarem, sem nomeá-las, enumerá-las e sem a utilização de símbolos para facilitar a identificação.

Ao explorar a cidade, Clareto (2003) narra a experiência dos turistas que estiveram em Laranjal do Jari e que descreveram o trânsito como algo caótico e desorganizado. Os visitantes enfrentaram dificuldades para encontrarem os locais, visto que os pontos de referência eram conhecidos apenas pelos habitantes e não havia um mapa da cidade que pudesse auxiliá-los, forçando-os a pedir ajuda. A partir do que foi citado, será que conseguiremos encontrar outros locais como Laranjal do Jari?

Motivado pela pergunta anterior, realizei buscas na *internet* a fim de encontrar outros locais que optam por não utilizar o nosso sistema de endereços para se localizarem no espaço e onde o sistema cartesiano não é utilizado no cotidiano. Os resultados dessa busca se conectaram com o trabalho de Clareto (2003) quando a autora reflete sobre a cultura de Laranjal do Jari e o costume de se localizar por meio de palafitas, mostrando que os habitantes da cidade não veem o sistema cartesiano ensinado nas escolas como essencial, pois não o utilizam em seu dia a dia. Logo, por questões culturais e históricas, certos locais optam por não seguir o sistema cartesiano, amplamente aceito e presente no currículo para ser ensinado nas escolas.

Dessa forma, encontrar outro local semelhante a Laranjal do Jari constituiu o próximo passo da minha busca para entender a influência do plano cartesiano na localização e

construção de mapas. Ao ler várias reportagens, artigos e relatos, encontrei a Costa Rica, país da América Central onde a população não utiliza a localização por endereços, optando por pontos de referência, medidas de quarteirões ou pela natureza das ruas. No país, projetos para padronizar os endereços já foram escritos utilizando o sistema cartesiano como base, mas por questões culturais a população prefere seguir o método vigente entre eles.

## 2.2. Plano Cartesiano

Considerada, de acordo com Gamboa (2008, p.1) como “a cidade sem endereços que todos sabem como chegar”, San José, a capital de Costa Rica causa estranheza nos turistas, visto que a ausência de um padrão para encontrar endereços deixa-os sem rumo. No país, certas regiões utilizam as medidas dos quarteirões ou monumentos históricos como pontos de referência, locais que são conhecidos apenas pelos habitantes locais ou por turistas mais experientes. Dessa forma, será que o sistema cartesiano se faz presente em Costa Rica?

Pensando nos relatos dos autores que estudei, podemos elencar algumas hipóteses sobre a presença do plano cartesiano nos locais citados. Em Costa Rica, a ideia de se locomover pela medida dos quarteirões e utilização de pontos de referência nos remete à distância entre dois pontos. Por serem retas, as ruas das cidades constituem uma grande malha quadriculada, conforme evidenciado na figura 2, que mostra um dos projetos de padronização dos endereços da capital San José, com as ruas paralelas sendo numeradas e as demais recebendo nomes de locais ou pessoas importantes. O desenho das ruas nos permite visualizar a ideia de eixos do plano e posições relativas entre retas.

Figura 2: Projeto de endereços em San José.



Fonte:

<https://minio.scielo.br/documentstore/1980-4415/dqs8xFWfDhnKDQxsb9Rwg4D/373778eaa54f0666fac7ac6d9e62dd18daec8daa.png>

Agora, pensando em Laranjal do Jari, podemos encontrar conceitos relacionados ao plano cartesiano quando lembramos que os habitantes se localizam via pontos de referência e pelo traçado das ruas de palafitas, que são retas. Assim, a noção de distância entre dois pontos também se faz presente, e o fato de as ruas serem retas torna a cidade um grande plano. Dessa forma, com todos esses estudos e informações encontradas sobre a presença do plano cartesiano, comecei a pensar no ensino desse objeto e suas aplicações no cotidiano.

Nesse contexto, recorri novamente ao trabalho de Clareto (2003), quando a autora observa que, mesmo não utilizando o sistema cartesiano em seu dia a dia, as crianças de Laranjal do Jari estudam desde cedo o plano cartesiano, o que me fez pensar sobre a “força” desse objeto matemático e sua presença nos currículos. A autora comenta que as escolas da cidade ensinam o sistema cartesiano por estar presente no currículo escolar brasileiro, e que por isso deve estar na grade curricular. Esse fato me fez lembrar da Noosfera, definida por Chevallard (1991) como a comunidade responsável por estabelecer o que será ensinado e quais objetos estarão presentes no currículo escolar após o processo da Transposição Didática.

Nos estudos que realizei sobre algumas teorias da Didática da Matemática, Chevallard (1991, p.39) ressalta que “um conteúdo de saber que tenha sido definido como saber a ensinar, sofre, a partir de então, um conjunto de transformações adaptativas que irão torná-lo apto a ocupar um lugar entre os objetos de ensino”. Tais transformações constituem o processo da Transposição Didática, e esse processo me faz pensar na importância de adequar o ensino às condições e costumes de um local. Todavia, por ser um documento nacional, o currículo escolar considera importante o ensino do plano cartesiano desde os anos iniciais, propondo um ensino padronizado desse objeto sem levar em consideração os aspectos culturais.

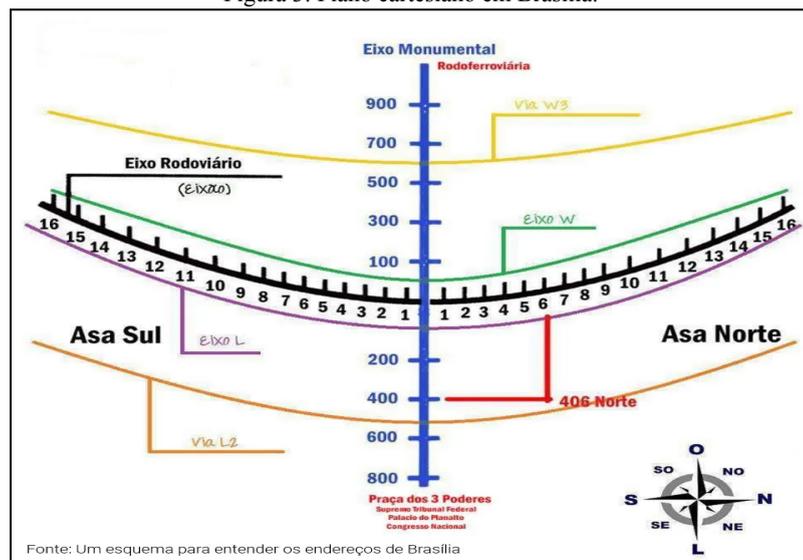
Clareto (2003) cita como hipóteses dessa padronização o argumento de o sistema cartesiano ser amplamente utilizado nos mapas mundiais, e por isso é importante conhecê-lo e, dessa forma, continuei a busca por novas informações e a traçar os novos caminhos da pesquisa sobre o plano cartesiano a fim de buscar respostas sobre a “força” desse objeto.

### **2.3. Um caso brasileiro**

Ao longo de uma pesquisa, novas ideias surgem e com elas, novos resultados aparecem como consequência da constante busca por respostas. Em minha busca pela influência do plano cartesiano em situações cotidianas, me deparei com exemplos de locais onde esse sistema não é utilizado, mas as maneiras que a população utiliza para se localizar remetem a conhecimentos sobre esse objeto.

Com as informações obtidas a partir do estudo sobre a Costa Rica e pelo trabalho de Clareto (2003), procurei encontrar outras cidades que não utilizam o sistema cartesiano ou que foram planejadas utilizando o plano cartesiano como base, e encontrei um exemplo brasileiro em que a utilização desse sistema foi adotada a fim de facilitar a localização das ruas e quadras. Trata-se de Brasília, cidade que foi planejada para ser a capital do Brasil e que é notável a presença desse objeto no desenho de seu mapa, conforme podemos ver na figura 3.

Figura 3: Plano cartesiano em Brasília.



Fonte: <https://lirp.cdn-website.com/7b05b4e9/dms3rep/multi/opt/Esquema+Plano+Piloto-640w.jpg>

Ao olhar o planejamento da cidade de Brasília, percebe-se a presença da ideia de distância entre dois pontos, divisão por coordenadas, os dois eixos principais que cortam a cidade e se encontram na parte central, chamados na matemática de abscissas e ordenadas, sendo estes, conceitos que são estudados ao longo dos anos iniciais e finais do Ensino Fundamental. Novamente, temos uma aplicação do sistema cartesiano em uma situação real, e cabe salientar que se a utilização do sistema cartesiano foi utilizada em Brasília a fim de facilitar encontrar uma localização, será que o plano cartesiano seria a maneira mais simples de se localizar no espaço?

Com os exemplos citados e a pergunta anterior, a ideia de estudar o plano cartesiano foi se estruturando, e junto com minha orientadora, começamos a definir os próximos passos da pesquisa. Inicialmente faremos uma busca no PCN e na BNCC para entender como o ensino desse objeto está distribuído em todos os anos do Ensino Fundamental. Com o estudo dos documentos, também estudaremos uma coleção de livros didáticos aprovada pelo PNLD para entender como está distribuído o ensino desse objeto em cada ano.

### 3. CAMINHOS INICIAIS

Estudar um objeto matemático requer muito esforço e dedicação, haja vista que estamos rodeados de informações e muitas vezes não sabemos como reuni-las. Há também o fato de que mudam a todo momento, e por isso precisamos buscar as informações mais atualizadas a fim de produzir um bom resultado para pesquisa. Coletar informações sobre um objeto matemático me faz lembrar de livro didático, documentos oficiais e de teorias mais próximas de nosso estudo e, após a coleta, como apresentar ao público as conclusões obtidas.

Para iniciarmos o estudo do plano cartesiano, dividimos essa etapa em duas fases: a primeira consistiu em buscar no PCN referências a esse objeto e verificar como esse documento organizava o ensino ao longo dos anos iniciais e finais do Ensino Fundamental. Com tais informações, faremos a leitura das orientações presentes atualmente na BNCC e recorreremos ao PNLD para selecionar uma coleção de livros didáticos aprovada na maior parte do tempo de vigência do programa a fim de analisar como os autores dividem o ensino do plano cartesiano ao longo do Ensino Fundamental. Será priorizada a coleção escrita pelos mesmos autores que foi aprovada após a implantação de ambos os documentos na educação e que são adotadas na maior parte das escolas de Aquidauana, Mato Grosso do Sul.

#### 3.1. Leitura de documentos

Antes de começar a leitura de documentos, explicarei brevemente algumas razões que me levaram a realizar tal ação. Por que estudar os documentos oficiais? O que esse material pode contribuir para minha pesquisa? Quais as respostas que podemos encontrar ao ler esses documentos e como relacioná-las com o objeto de estudo plano cartesiano? Qual o propósito dos resultados obtidos com essa investigação?

Para responder esses questionamentos, apresentarei o que cada documento analisado propõe, quando foi criado, utilizado e também o que trazem de informações sobre o plano cartesiano. Também será considerado o contexto social em que foram escritos, para entender as mudanças ocorridas na sociedade que influenciaram o ensino desse objeto.

##### 3.1.1. Parâmetros Curriculares Nacionais - PCN

Elaborar uma proposta de currículo a fim de padronizar o ensino ao longo da carreira escolar constitui uma tarefa extensa. Novos saberes surgem a todo instante, passam por uma Transposição Didática até atingirem a Noosfera e por fim, chegarem ao currículo. Dessa forma, SILVA ressalta que

“aquilo que finalmente termina como currículo é igualmente constrangido e moldado pelos inúmeros processos intermediários de transformação que também definem, no seu nível e sua forma, aquilo que conta como conhecimento válido e legítimo.” (Silva, 1995, p.9)

No Brasil, as propostas curriculares buscaram a padronização do ensino, com orientações aos professores de acordo com cada etapa do ciclo escolar. As orientações presentes na Lei 9394/96, Lei de Diretrizes e Bases direcionaram à criação do PCN, elaborado na década de 1990, sendo um conjunto de diretrizes de caráter não obrigatório que orientavam a Educação Básica no Brasil. O PCN foi um documento amplamente utilizado por conter um conjunto de orientações de como deveria ser o ensino em sala de aula e como deveriam ser estruturados os livros didáticos da época, servindo de base para a escrita dos referenciais curriculares implementados na educação ao longo desse período.

Em sua organização, o PCN organizava as áreas do conhecimento do Ensino Fundamental em quatro ciclos, cada um correspondendo a dois anos escolares. Para cada ciclo era apresentado um guia curricular completo com os objetivos, conteúdos, forma de avaliação, temas transversais e orientações didáticas para o professor, sendo essas orientações um excelente local para investigarmos o ensino do plano cartesiano.

### **3.1.2. Base Nacional Comum Curricular - BNCC**

Sendo um “documento de caráter normativo que define o conjunto orgânico e progressivo de aprendizagens essenciais que todos os alunos devem desenvolver ao longo das etapas e modalidades da Educação Básica” (Brasil, 2014, p.7), a BNCC é o atual documento para organizar os objetos de estudo ao longo dos anos iniciais e finais do Ensino Fundamental. Diferente do PCN, esse documento normatiza o processo de aprendizagem, sendo de caráter obrigatório.

Sua estrutura organiza-se em três partes, correspondentes à Educação Infantil, Ensino Fundamental e Ensino Médio, e cada etapa está dividida em cinco áreas do conhecimento, sendo uma delas, a Matemática. Para cada área do conhecimento, a BNCC destaca os objetos e traz as habilidades e competências a serem desenvolvidas ao longo do seu estudo em cada ano escolar. Dessa forma, farei uma leitura da BNCC para encontrar referências ao plano cartesiano e reuni-las em um quadro organizado-as por ano escolar.

### 3.1.3. Plano cartesiano no PCN e BNCC

Para iniciar nossa investigação sobre a organização ensino do plano cartesiano no período anterior à BNCC, iniciaremos com a leitura das orientações presentes no PCN, desde o primeiro até o quarto ciclo. Cada ciclo corresponde a duas séries do Ensino Fundamental, e dessa forma, os ciclos 1 e 2 se referem às séries dos anos iniciais e os ciclos 3 e 4 às séries dos anos finais. Utilizamos o termo *série* devido à sua presença no documento, e ao analisarmos junto da BNCC, faremos a comparação do ensino em cada série com a divisão atual do Ensino Fundamental de nove anos.

As orientações presentes no PCN e BNCC estão explicitadas nos quadros 1 e 2, sendo o quadro 1 referente aos anos iniciais e o quadro 2 aos anos finais do Ensino Fundamental. A opção pela criação dos quadros se deu devido à melhor facilidade em visualizar as orientações e por ser um modelo de fácil consulta quando queremos analisar as considerações presentes em um ano escolar específico para apontarmos as semelhanças e/ou diferenças entre os documentos.

Quadro 1: Anos iniciais do EF.

PLANO CARTESIANO – ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL					
Anos Iniciais	1º ano	2º ano (1ª série)	3º ano (2ª série)	4º ano (3ª série)	5º ano (4ª série)
<b>PCN</b>	Localização e movimentação de pessoas ou objetos no espaço, com base em diferentes pontos de referência e algumas indicações de posição, direção e sentido			<p>Descrição, interpretação e representação da posição de uma pessoa ou objeto no espaço, de diferentes pontos de vista</p> <p>Utilização de malhas ou redes para representar, no plano, a posição de uma pessoa ou objeto</p>	
<b>BNCC</b>	<p>Localização de objetos e de pessoas no espaço, utilizando diversos pontos de referência e vocabulário apropriado</p> <p>Localização e movimentação de pessoas e objetos no espaço, segundo pontos de referência, e indicação de mudanças de direção e sentido</p>			<p>Localização e movimentação: pontos de referência, direção e sentido</p> <p>Plano cartesiano: coordenadas cartesianas (1º quadrante) e representação de deslocamentos no plano cartesiano</p>	

Fonte: Parâmetros Curriculares Nacionais e Base Nacional Comum Curricular.

Quadro 2: Anos finais do EF.

PLANO CARTESIANO – ANOS FINAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL				
Anos Finais	6º ano (5ª série)	7º ano (6ª série)	8º ano (7ª série)	9º ano (8ª série)
PCN	Interpretação, a partir de situações-problema (leitura de plantas, croquis, mapas), da posição de pontos e de seus deslocamentos no plano, pelo estudo das representações em um sistema de coordenadas cartesianas		Representação e interpretação do deslocamento de um ponto num plano cartesiano por um segmento de reta orientado	
BNCC	Plano cartesiano: associação dos vértices de um polígono a pares ordenados  Transformações geométricas de polígonos no plano cartesiano: multiplicação das coordenadas por um número inteiro e obtenção de simétricos em relação aos eixos e à origem		Associação de uma equação linear de 1º grau a uma reta no plano cartesiano  Distância entre pontos no plano cartesiano	

Fonte: Parâmetros Curriculares Nacionais e Base Nacional Comum Curricular.

### 3.2. Buscando uma coleção de livros didáticos

Estudar livros didáticos nos permite encontrar respostas às mais variadas perguntas, visto que cada autor traz diferentes palavras para ensinar um objeto e propostas distintas, apesar de serem escritos com base no mesmo currículo. Em nossa pesquisa, ao olharmos para o PCN e a BNCC, optamos por estudar os livros didáticos para verificar a organização do ensino do plano cartesiano em cada ano escolar ao longo da vigência de ambos os documentos e considerando o contexto social em que foram escritos. Assim, em nossa escolha, priorizamos uma coleção aprovada na maioria dos anos de vigência do PNLD e que permaneceu após o surgimento da BNCC, cuidando para que fosse escrita pelos mesmos autores e adotada na maioria das escolas estaduais do município de Aquidauana - MS.

Os resultados dessa busca nos levaram à coleção A Conquista da Matemática, dos autores José Ruy Giovanni e Benedito Castrucci. Essa coleção, além de ter sido aprovada em grande parte dos anos de vigência do PNLD, é adotada na maioria das escolas estaduais do município supracitado, e está presente no guia PNLD 2020 atualizada para a BNCC. Dessa forma, optamos por estudar duas edições desta coleção aprovadas nos guias do PNLD de 2002 e 2020, inicialmente olhando para os volumes dos anos finais do Ensino Fundamental, visto que são os momentos em que o plano cartesiano aparece com mais frequência.

Inferimos que o intervalo de tempo entre a publicação dessas coleções nos permitirá entender como as mudanças ocorridas na sociedade ao longo desses 18 anos alteraram o ensino do plano cartesiano, e como os livros didáticos se adaptaram a essas mudanças. Assim, estudaremos o manual do professor e a organização do ensino do nosso objeto matemático em cada volume.

#### **4. NOSSAS MOTIVAÇÕES**

Mudar, uma transformação, alteração do estado habitual de algo, de alguém, de um grupo, de coisas, uma palavra presente em muitos contextos. Mas o que provoca mudanças? Como posso “justificar” mudanças? Uma sociedade se transforma, os costumes e pensamentos se alteram, e tais mudanças são sentidas de diferentes maneiras de acordo com o local a que estamos nos referindo. Na escola, alterações no currículo, no ensino, nos livros didáticos e na forma de apresentar um objeto são exemplos de mudanças, influenciadas pela sociedade e seu desenvolvimento tecnológico, suas normas e leis.

Em uma de suas cartas pedagógicas, Freire (2000, p.67) escreveu que “se a educação sozinha, não transforma a sociedade, sem ela tampouco a sociedade muda”. Dessa forma, a sociedade e a escola não estão isoladas, haja vista que, como afirma Kasparly (2020), as necessidades da sociedade mudam e, para acompanhar as mudanças, o currículo se altera. Nesse contexto, atualmente no Brasil há um documento que normatiza o processo de aprendizagem, a BNCC, diferentemente do PCN que não era um documento normativo, mas sim um indicador de elementos que poderiam ser utilizados pelos professores e promover outras discussões em torno do conteúdo.

Consideramos que dada a importância de tais documentos, é preciso entender o contexto social em que foram escritos. Assim, estudar as características da sociedade quando tínhamos o PCN e atualmente com a BNCC nos traz reflexões acerca do currículo e suas orientações didáticas, que junto do estudo do livro didático nos permite entender como as alterações curriculares influenciam o ensino de um objeto.

Tendo em vista que olharemos para uma coleção de livros didáticos aprovada no PNLD de 2002 e 2020, estudar as características da sociedade nesses anos é olhar para um período de rápida evolução tecnológica, com acesso facilitado à informação e a inserção das tecnologias de informação e comunicação no ensino. Dessa forma, analisar os livros didáticos nos motivou a estudar como a escola acompanhou essas mudanças, já que como afirma Bittar (2017), esse material é o principal guia de trabalho para o professor em sala de aula.

#### 4.1. A sociedade e a escola caminham juntas?

Pensar nas mudanças ocorridas na sociedade e na escola é lembrar da rápida evolução tecnológica ocorrida nos últimos anos. O acesso à *internet* e o maior alcance dos equipamentos tecnológicos nas famílias alterou a maneira de buscar informações, tornando-a mais acessível e disponível instantaneamente. Sendo assim, nos questionamos se a escola acompanhou essa evolução da sociedade de 2002 a 2020 e, para iniciarmos, trouxemos as figuras 4 e 5, que representam duas salas de aula.

Figura 4: Aula com livro didático.



Fonte: <https://macae.rj.gov.br/midia/noticias/37926/1485291905.jpg>

Figura 5: Aula com projetor e livro didático.



Fonte:

<https://movplan.com.br/wp-content/uploads/2020/04/thumb-tendencias-de-tecnologias-educacionais-para-2019-300x300.jpg>

Observamos que, na figura 4 a professora ministra uma aula utilizando somente o livro didático e, no caso da figura 5, há a utilização do projetor para apresentar o objeto. Cabe ressaltar que, mesmo com a utilização desse equipamento tecnológico, os alunos ainda dispõem do livro didático para acompanhar a explicação da professora, evidenciando a importância desse material como um guia para o estudo de um objeto.

#### 4.2. Contexto social de 2002

“Seja em razão de uma inadequada formação de professores, seja em razão das condições de trabalho docente, seja, ainda, em razão das dificuldades enfrentadas para a produção e circulação de livros no Brasil - particularmente para fazê-lo circular na escola - o livro didático brasileiro se converteu numa das poucas formas de documentação e consulta empregada por professores e alunos. [...] Às vezes, é possível conectar o computador da escola com a *internet* e as possibilidades se multiplicam”. (Brasil, 2002, pp. 10-16)

Quando olhamos para o contexto social de 2002 representado pela figura 4, nos deparamos com a escassez de recursos tecnológicos, já que seu custo elevado tornava-os inacessíveis para a maior parte das escolas e famílias brasileiras. A sociedade então, não

dispunha de um acesso à *internet* de qualidade, e por isso, a utilização de materiais físicos como o livro didático era o principal recurso de trabalho para os professores (Bittar, 2017).

Outras possibilidades de enriquecimento curricular estavam nos programas de televisão educativos e nos filmes, haja vista que em 2002 a televisão era um meio de comunicação presente em grande parte das casas. Nesse sentido, tais programas de televisão eram recomendados pelo próprio PNLD 2002 e descritos como “uma oportunidade de, ao fazer o que o livro didático não pode fazer, aprofundar e expandir as conquistas por ele propiciadas.” (Brasil, 2002, p. 16).

Apesar das dificuldades em adquirir equipamentos evidenciadas no PNLD 2002, propostas visando incluir o acesso às tecnologias no ensino sempre estiveram presentes no currículo, apesar de muitas escolas não aderirem devido aos custos. O livro didático, por ser um material que continha todas as orientações para o professor e para os alunos tornou-se então, o principal fator que influenciou o trabalho pedagógico nesse período, passando por avaliações antes de chegar às escolas e sugerindo atividades práticas para tornar as aulas dinâmicas.

“Por outro lado, também é fato que as calculadoras, computadores e outros elementos tecnológicos estão cada vez mais presentes nas diferentes atividades da população. Embora os computadores ainda não estejam amplamente disponíveis para a maioria das escolas, eles já começam a integrar muitas experiências educacionais, prevendo-se sua utilização em maior escala a curto prazo”. (Brasil, 1998, pp. 43-44).

Como descrito por Kaspary (2020), o currículo também é a difusão de uma cultura, e conforme previsto no PCN, a presença da tecnologia nas escolas viria a se tornar realidade em pouco tempo, dado a utilização cada vez maior de sistemas informatizados nos serviços. Assim, consideramos esse período de 2002 como uma fase em que a sociedade iniciou o processo de adaptação à utilização da tecnologia, se tornando mais conectada e democratizando o acesso à informação, influenciando a escola para que incluísse equipamentos tecnológicos à disposição para serem utilizados no ensino. O barateamento de certos equipamentos tecnológicos também foi outro fator que contribuiu para democratizar o acesso às tecnologias de informação e comunicação.

Toda prática pedagógica é aplicada com um planejamento e, para isso, o professor deve pensar em quais recursos utilizar, como aplicar uma atividade com a turma e como essa atividade irá ajudar os alunos a compreenderem o objeto ensinado. Utilizar diferentes ferramentas de ensino abre possibilidades e motiva os estudantes a testarem hipóteses e, dessa forma, cursos de formação continuada se fizeram necessários para que o professor pudesse

inovar em suas práticas. Sendo assim, incentivos para a compra de materiais, acesso facilitado a novas tecnologias pensando na melhoria do ensino foram necessários.

### 4.3. Contexto social de 2020

“No mundo contemporâneo, marcado por transformações políticas, econômicas, sociais e culturais, a Matemática tem fundamental importância na formação de cidadãos críticos, cientes de suas responsabilidades sociais e que atendam às demandas dinâmicas do mundo do trabalho, que, cada vez mais, requer sujeitos autônomos, com iniciativa para resolver problemas de forma colaborativa, criativa e flexível, que se comuniquem por meio das diferentes linguagens e que dominem as diferentes tecnologias. O conhecimento matemático é essencial para todos os(as) estudantes da Educação Básica, tendo em vista a sociedade cada vez mais complexa e tecnológica em que vivemos”. (Brasil, 2020, p. 3)

As mudanças na sociedade ocorrem a todo instante, e ao estudarmos diferentes períodos percebemos o quão rápido ocorreram. Se antes esperávamos horas para acessar uma informação, agora com um acesso à *internet* mais democratizado as notícias chegam quase instantaneamente e, no caso das instituições escolares, a inserção da tecnologia começou a ser estudada, propondo alterações no currículo e no ensino.

Ao estar inserida em uma sociedade em que o acesso à informação ocorre de forma muito rápida, a escola passou por mudanças na forma de ensinar e, com isso, o currículo sofreu alterações. O surgimento da BNCC como um documento normativo trouxe novos temas contemporâneos para serem estudados, como o pensamento computacional e a sugestão da utilização da tecnologia em certos momentos. Dessa forma, podemos caracterizar a sociedade de 2020 como mais conectada e por ser um contexto em que as inovações tecnológicas são implementadas rapidamente.

Olhando para a escola atual, percebemos que, apesar do avanço tecnológico ocorrido na sociedade, os contextos sociais estudados em nossa pesquisa possuem em comum a utilização do livro didático. Esse material continua sendo o principal recurso para a utilização em sala de aula, passando por rigorosas avaliações e revisões, apesar de o currículo atual prever a integração da tecnologia no ensino. Nesse contexto, nos questionamos se a escola de 2020 acompanhou a evolução da sociedade, haja vista que nesse processo são necessárias formações, ensinamentos para os professores sobre como utilizar recursos tecnológicos no ensino dentre outros fatores.

Nesse sentido, para estudarmos as relações entre a sociedade, a escola e as mudanças curriculares, utilizamos o aporte teórico da Teoria Antropológica do Didático - TAD (Chevallard, 1991). Em nosso estudo dos livros didáticos, nos concentramos no objeto de ensino plano cartesiano nos anos finais do Ensino Fundamental.

## 5. O NOSSO ÓCULOS, O MEU OLHAR E O MEU ESCUTAR

De acordo com Mendonça (1992), “o projeto ou plano de pesquisa é a organização visual, gráfica de um propósito intelectual dos diversos aspectos que integram o tema em estudo”. Nesse sentido, ao escolhermos um objeto de estudo e coletarmos as informações, buscamos um aporte teórico para justificar nossas escolhas e organizarmos essas contribuições para chegarmos à conclusão de nosso estudo.

Fazer pesquisa é quase uma doação, de tempo, de ações, de intenções. Encontrar um objeto que se torne o seu objeto de pesquisa e estabelecer com ele uma relação pessoal, institucional, ou simplesmente um processo de escuta, na qual sujeito e objeto se encontram e estabelecem um diálogo é algo que demanda estudo, leitura e coleta de informações. De acordo com Morin (2006) para entender o universo é preciso reagrupar saberes e informações ao seu contexto, e assim, o todo organizado produz qualidades que não estariam presentes de forma isolada, e esse movimento ocorre na pesquisa, visto que é a junção de conhecimentos e informações para produzir um resultado final.

E qual é o nosso óculos? De que forma vou olhar a pesquisa? Depois de idas e vindas, de mudar e retornar, os conceitos da Teoria Antropológica do Didático (Chevallard, 1991), agora TAD, serviram de ponte para entendermos esse movimento de pesquisa e de base para nossa investigação.

### 5.1. A Teoria Antropológica do Didático

Com as informações em mãos, nosso óculos para olharmos a pesquisa se concentrou no estudo da Teoria Antropológica do Didático (Chevallard, 1991), e seus elementos que “conversam” com nosso objeto de estudo. A TAD, teoria da Didática da Matemática francesa proposta por Chevallard nos permite analisar situações de ensino e aprendizagem da matemática escolar, centrando-se na questão “Como organizar um objeto de estudo e fazê-lo funcionar em sala de aula?”. Para responder a essa questão, Chevallard propõe três conceitos primitivos que servirão de base para outras definições: objeto (O), pessoa (P) e instituição (I).

Ao definir tais conceitos, o autor considera que tudo é um objeto, inclusive as pessoas e a instituição, e que um objeto existe no momento em que são reconhecidos por P e I. No caso das instituições, Chevallard (1991) define que elas são o que quer que seja, por exemplo, uma escola é uma instituição, que por sua vez contém outras instituições, como uma sala de aula. Ao entrar numa instituição, o indivíduo estabelece relações com esse local, tornando-se sujeito e, após várias relações com instituições diferentes, torna-se pessoa dessas instituições.

Pensando nos saberes, para a TAD, um objeto existirá para uma pessoa a partir das relações que se estabelece com uma instituição que possui saberes próprios. Dessa forma, ao considerar que um determinado saber existe para uma instituição e não para outra, Chevallard introduz a noção de habitat de um objeto matemático, que determinará a função desse saber.

Ao considerar que todo saber é de uma instituição, a TAD deixa claro que os saberes não estão isolados e nem finalizados, visto que passam por transformações a fim de se adaptarem e chegarem à sala de aula. A essas transformações, tem-se o fenômeno da Transposição Didática, que transforma um dado saber em um saber a ser ensinado. Os objetos matemáticos que constam no livro didático, por exemplo, são saberes que passaram por uma Transposição Didática até chegarem a esse material e por fim, à sala de aula, mas, além desse processo, há um outro fator que influencia a escrita do currículo.

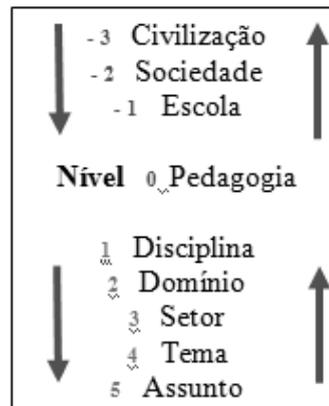
Pensando em quais objetos e elementos de um saber que serão ensinados, Chevallard vai além, e ao definir a Transposição Didática, o autor observa que há uma instância responsável por influenciar/decidir os saberes a serem ensinados e que estarão presentes no currículo e no livro didático. Esse processo é chamado de Noosfera, sendo importante para a escolha dos objetos matemáticos que estarão no currículo para serem ensinados.

Uma vez que, por ser uma teoria abrangente com diversos conceitos e pelo fato de a pesquisa ter sido desenvolvida ao longo da graduação, nosso óculos para a pesquisa se concentrou nas definições iniciais e na parte social da TAD, em que tratamos dos Níveis de Co-determinação Didática para explicar certas situações.

## **5.2. A Hierarquia dos Níveis de Co-determinação Didática**

Ao pensar nos fatores e itens que influenciam a difusão dos saberes, Chevallard (2002) introduz na TAD a Hierarquia dos Níveis de Co-determinação Didática. Esses níveis nos permitem estudar quais as restrições e adaptações que um objeto sofre ao passar pela Noosfera. Para isso, esse autor apresenta uma hierarquia composta por níveis de co-determinação didática superiores e inferiores, conforme a figura 6. Em nossa pesquisa, utilizaremos os níveis superiores desta hierarquia - Sociedade, Escola e Pedagogia - para analisar algumas situações.

Figura 6: Níveis de co-determinação didática.



Fonte: (Chevallard, 2007, p. 32).

Se em nossa pesquisa queremos olhar para o currículo e o livro didático, em certos momentos é preciso olhar para fatores externos que vêm antes da criação desses materiais. Dessa forma, nosso olhar concentrou-se nesses níveis superiores pois nos permitiu compreender fatores que tiveram grande influência ao pensarmos nos contextos sociais de 2002 e 2020 e suas influências nas instituições escolares e no ensino.

O nível da Pedagogia é aquele em que se termina a ação da Noosfera, em que as restrições pedagógicas se constituem em um conjunto de meios de estudo escolar. É nesse nível que podemos encontrar as propostas para o ensino que permitirão a difusão dos saberes, sendo independente do objeto a ser ensinado. Chevallard (2002) observa que as restrições pedagógicas devem ser respeitadas, visto que “o professor tem toda liberdade na organização de seu ensino, com a condição de que sejam observados os objetivos visados pelo programa”.

Acima do nível da Pedagogia, encontramos o nível Escola, que trata das restrições e características próprias dessa instituição escolar. Chevallard (2002) ao pensar na difusão dos conhecimentos na sociedade, considera a escola como uma economia nessa difusão, visto que é a instituição social em que predomina o estudo e a busca por conhecimento, onde seus indivíduos se desconectam temporariamente da rotina. Além dessa difusão de saberes, o nível Escola inclui toda a estrutura física que essa instituição dispõe visando a melhoria do ensino e para que as práticas pedagógicas dos professores funcionem.

Por fim, o nível Sociedade, situado logo acima do nível Escola, é o nível com a maior quantidade de restrições. Chevallard (2002) afirma que nesse nível estão as condições de existência da escola, uma vez que “uma sociedade pode compreender a instrução dada em sua escola de pontos de vista diferentes, que não são didaticamente equivalentes” (Chevallard, 2002, p. 14). O autor também considera que vivemos numa sociedade em que há divisões de

forma implícita, que causam uma certa fragmentação na produção de conhecimentos, e ao relacionar a escola com a sociedade, propõe três pontos de vista.

O primeiro ponto considera a escola como dominante e uma obrigação cultural, e corresponde ao sistema de organização dos saberes em disciplinas. O segundo ponto, denominado emergente, diz respeito à organização dos saberes em uma espécie de rede de difusão, organizando-os por competências. Em seu terceiro ponto de vista, Chevallard considera que a escola é um local aberto para o estudo de toda questão presente na sociedade.

Cabe ressaltar que, apesar de estarem organizados em uma hierarquia, os níveis de co-determinação didática estão em constante interação uns com os outros, por isso a utilização de setas em duplo sentido para representá-los. Os níveis mais superiores têm um caráter mais geral, ao passo que os níveis inferiores estão centrados no conhecimento.

## **6. PRODUÇÃO DE DADOS**

Ao longo de nossa pesquisa, um movimento de estudos, descobertas e coleta de dados se estabeleceu. Ao juntar todas as contribuições e estudos que fizemos, neste capítulo apresentaremos como foi realizada essa produção de dados e posteriormente, a análise que fizemos com as informações obtidas. Para a organização, agrupamos as sessões em partes, desde o início da produção até chegar à conclusão, sempre relacionando nosso estudo com as teorias estudadas e as leituras que fizemos nesse movimento de pesquisa com idas e vindas.

### **6.1. A coleção de livros escolhida**

Pensar no livro didático como um instrumento para obter respostas às minhas inquietações por muito tempo pareceu algo complexo. A primeira vez que olhei para esse material não pensei, de início, quais informações eu queria obter, muito menos em como obtê-las, visto que as coleções têm propostas diferentes ao ensinar. Pensando nessa estrutura, para mim um livro didático era considerado completo caso trouxesse bastante exemplos e explicações, mas esse fator não é o principal, e a partir desse movimento de escolher a coleção e estudá-la pude enxergar outros aspectos envolvidos na escrita desse material.

Ao olhar para a organização do objeto no livro didático e as escolhas do autor, estamos olhando para as relações institucionais<sup>2</sup> desse objeto em um dado contexto. Cada coleção é uma representação do currículo vigente, que por sua vez está inserido em uma sociedade em

---

<sup>2</sup> “A relação institucional construída em torno de um objeto é moldada pelo conjunto das tarefas realizadas, por determinadas técnicas aplicadas na realização dessas tarefas e pelas pessoas que se ocupam da aplicação dessas técnicas”. (Chevallard, 1999, p.05)

constante mudança, trazendo novas perspectivas para as práticas pedagógicas e na organização da escola. Sendo assim, será que as mudanças curriculares alteraram a maneira de ensinar um objeto e sua apresentação no livro didático? Quais são as orientações presentes no manual do professor dessas coleções de livros?

Sendo uma parte do livro do professor, o manual do professor contém os objetivos, orientações e possíveis práticas para serem aplicadas em sala de aula, além de um detalhamento da resolução de alguns exemplos e conceitos presentes no livro. Sua leitura nos permite verificar as intenções do autor ao propor um exercício e as estratégias para a compreensão de um objeto em sala de aula. Em nossa pesquisa realizamos a leitura do manual do professor da coleção A Conquista da Matemática aprovada no PNLD 2002 e no PNLD 2020 para entender como era estruturado o ensino do plano cartesiano quando tínhamos o PCN e agora com a BNCC.

Estudar o manual do professor e os livros didáticos me fez lembrar do estudo de Chaachoua e Comiti (2010), em que esses autores propõem elementos para caracterizar esse material, sendo um deles, a estrutura. Dessa forma, analisamos a coleção pensando na estrutura e na organização do estudo do plano cartesiano em cada ano escolar.

Com uma primeira leitura dos livros, pude notar que em ambos os períodos o estudo do plano cartesiano inicia com as noções de ponto, reta, plano e localização na malha quadriculada, mas o ano escolar em que esses conceitos são introduzidos se altera. Em 2002 apareciam no 6º ano e, em 2020, iniciam no 4º ano. Outro ponto é o fato de em 2002 o plano cartesiano ser apresentado somente no 9º ano e em 2020 esse objeto já aparece desde o 6º ano.

## **6.2. Dois documentos: semelhanças e diferenças**

Estudar as orientações curriculares nos permite obter respostas para entender como os autores de livros didáticos organizam os objetos ao longo dos anos escolares. Temos aqui, a ação da Noosfera, visto que é a responsável por influenciar/decidir os saberes a serem ensinados. Assim, reunimos as orientações presentes no PCN e na BNCC que remetem ao plano cartesiano em todos os anos do Ensino Fundamental e apontamos em quais anos escolares as orientações são diferentes e em quais momentos são iguais, conforme a figura 7.

Figura 7: Orientações curriculares.

ANO ESCOLAR	PCN	BNCC
1º AO 3º ANO	Localização e movimentação de pessoas ou objetos no espaço, com base em diferentes pontos de referência e algumas indicações de posição, direção e sentido	Localização e movimentação de pessoas e objetos no espaço, segundo pontos de referência, e indicação de mudanças de direção e sentido
4º ANO	Descrição, interpretação e representação da posição de uma pessoa ou objeto no espaço, de diferentes pontos de vista	Localização e movimentação: pontos de referência, direção e sentido
5º ANO	Utilização de malhas ou redes para representar, no plano, a posição de uma pessoa ou objeto	Plano cartesiano: coordenadas cartesianas (1º quadrante) e representação de deslocamentos no plano cartesiano
6º E 7º ANO	Interpretação, a partir de situações-problema, da posição de pontos e de seus deslocamentos no plano, pelo estudo das representações em um sistema de coordenadas cartesianas	Plano cartesiano: associação dos vértices de um polígono a pares ordenados Transformações geométricas de polígonos no plano cartesiano
8º E 9º ANO	Representação e interpretação do deslocamento de um ponto num plano cartesiano por um segmento de reta orientado	Associação de uma equação linear de 1º grau a uma reta no plano cartesiano Distância entre pontos no plano cartesiano

Fonte: Parâmetros Curriculares Nacionais e Base Nacional Comum Curricular.

Com as informações em mãos, percebemos que tanto o PCN quanto a BNCC trazem as mesmas orientações para o estudo da localização e movimento até o 4º ano. Pensamos, como hipótese, que essa equivalência entre os documentos pode ser explicada pelo fato de os anos iniciais corresponderem à fase em que, segundo Piaget (1999), as crianças estão conhecendo o mundo ao seu redor, aprendendo a associar palavras e imagens com os objetos. Assim, ao associar palavras com o mundo real, desenvolver noções de lateralidade, pontos de referência e localização no espaço é importante nesse período de descoberta do mundo.

A partir do 5º ano, percebemos que as orientações para o ensino do plano cartesiano começam a se diferenciar em ambos os documentos. Com o PCN, os alunos encerram os anos iniciais do Ensino Fundamental apenas com a apresentação da malha quadriculada como um instrumento para representar a localização de pessoas e objetos no espaço, mas sem apresentar o plano cartesiano com os eixos numerados. Por outro lado, a BNCC introduz a noção de plano cartesiano a partir do 5º ano, com a utilização do 1º quadrante para representar deslocamentos no plano e assim desenvolver a ideia de coordenadas de um ponto.

## 7. O ESTUDO DA COLEÇÃO

Nesta seção, apresentaremos os resultados obtidos com o estudo da coleção A Conquista da Matemática aprovada nos guias PNLD 2002 e 2020. Junto do estudo das coleções, utilizaremos os conceitos da TAD para explicar certas situações e faremos a correspondência da organização do objeto no livro didático com as orientações curriculares e do manual do professor para produzir dados sobre do material analisado. Antes de iniciarmos, apresentaremos como os conceitos que remetem ao plano cartesiano estão organizados por ano escolar nos livros de 2002 e 2020, respectivamente, conforme os quadros 3 e 4.

Quadro 3: Conceitos do plano cartesiano em cada ano escolar - 2002.

<b>Conceitos</b>	<b>6º ano</b>	<b>7º ano</b>	<b>8º ano</b>	<b>9º ano</b>
Ponto, reta, plano, posições relativas de retas	X		X	
Malha quadriculada				X
Sistema de coordenadas				X
Par ordenado		X	X	X
Plano cartesiano				X

Fonte: A Conquista da Matemática, 2002.

Quadro 4: Conceitos do plano cartesiano em cada ano escolar - 2020.

<b>Conceitos</b>	<b>4º ano</b>	<b>5º ano</b>	<b>6º ano</b>	<b>7º ano</b>	<b>8º ano</b>	<b>9º ano</b>
Ponto, reta, plano, posições relativas de retas	X		X			
Malha quadriculada	X	X				
Sistema de coordenadas	X	X	X	X	X	X
Par ordenado			X	X	X	
Plano cartesiano			X	X	X	X

Fonte: A Conquista da Matemática, 2020.

Nossa intenção de início seria olhar apenas para os volumes dos anos finais do Ensino Fundamental, o que ocorreu com a coleção de 2002. Contudo, pelo fato de as noções de ponto, reta e plano não estarem presentes no volume do 6º ano da coleção de 2020, recorreremos aos volumes dos anos iniciais para ver em que momento inicia-se o estudo desses itens, razão pela qual olharemos para os volumes do 4º ano em diante dessa coleção. Esse movimento de escolha evidenciou novamente a diferença das orientações do PCN e da BNCC ocorrida a partir do 5º ano, conforme mostramos na figura 7.

### 7.1. Os livros do 6º ano

Iniciando com o livro de 2002, neste volume os autores iniciam o estudo das noções de ponto, reta e plano para que os alunos possam relacioná-las com desenhos visando desenvolver a ideia de localização no plano, mas sem a apresentação do plano cartesiano. Quanto aos exercícios propostos, estão focados no uso da malha quadriculada para representar retas e pontos e na utilização de mapas de ruas para explicar as posições relativas entre retas, conforme a figura 8.

Figura 8: O livro do 6º ano em 2002.

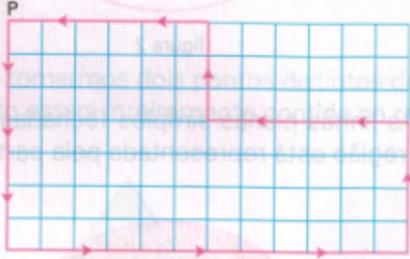
**8** A figura seguinte nos mostra uma parte da planta de uma cidade, na qual estão destacadas três ruas: a avenida Lacerda Franco, a rua Coronel Diogo e a rua Basílio da Cunha. Nessas condições, responda:



a) Qual a posição relativa entre a avenida Lacerda Franco e a rua Coronel Diogo? *concorrentes*

b) Qual a posição relativa entre as ruas Coronel Diogo e Basílio da Cunha? *paralelas*

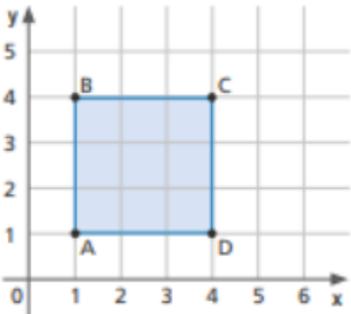
**3** Um passeio deve seguir o caminho indicado pelas setas da figura seguinte, na qual os lados de cada quadrado representam quarteirões da cidade. Sabendo-se que a passeata começa e termina no ponto P, quantos quarteirões serão percorridos por essa passeata? *38 quarteirões*



Fonte: A Conquista da Matemática, 2002, volume 1, p. 195 e p. 201.

Figura 9: O livro do 6º ano em 2020.

**4. Observe este plano cartesiano:**

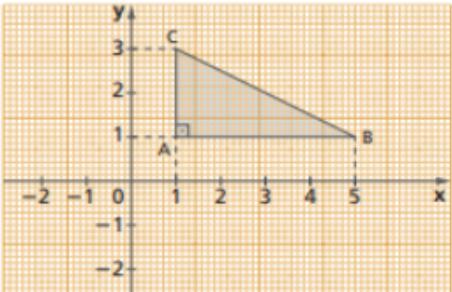


Agora, responda:

a) Quais são as coordenadas de cada vértice do quadrado ABCD? *A (1, 1); B (1, 4); C (4, 4); D (4, 1).*

b) Quantas unidades de comprimento tem os lados do quadrado? *3 unidades de comprimento.*

**5. Observe o triângulo ABC no plano cartesiano a seguir.**



Agora, responda:

a) Quais são as coordenadas de cada um dos vértices desse triângulo? *A (1, 1); B (5, 1); C (1, 3).*

b) Quantas unidades de comprimento tem o segmento de reta AC? *2*

c) Quantas unidades de comprimento tem o segmento de reta AB? *4*

Fonte: A Conquista da Matemática, 2020, volume 1, p. 229.

A partir da figura 9, para a coleção de 2020, o plano cartesiano já é apresentado a partir do 6º ano, visto que as noções de ponto, reta e plano já foram estudadas anteriormente. Junto desse objeto, são estudadas as coordenadas cartesianas de um ponto e como representá-las, caracterizando-as como sendo os vértices de polígonos. Como os números inteiros ainda não foram apresentados, nesse volume o plano cartesiano está restrito ao 1º quadrante e os exercícios se concentram na visualização de polígonos para encontrar as coordenadas dos vértices.

## 7.2. Os livros do 7º ano

Nesse ano escolar, encontramos grandes diferenças quando buscamos o plano cartesiano. Conforme o PCN, os alunos ainda estudam o deslocamento e posição de pontos no plano a partir de situações-problemas, porém, neste volume da coleção de 2002 os autores também introduzem a definição de par ordenado junto da parte de deslocamento e posição de pontos. Cabe ressaltar que os pares ordenados são estudados como sendo as soluções de equações do 1º grau com duas incógnitas, não estando relacionados com a representação de pontos no plano, conforme as figuras 10 e 11.

Figura 10: Par ordenado no livro de 2002.

Uma equação do 1º grau com duas incógnitas tem *infinitas soluções*.  
Cada solução da equação é um par ordenado de números: o primeiro número representa *sempre* o valor de  $x$ , enquanto o segundo representa *sempre* o valor de  $y$ . Daí o nome *par ordenado*.  
Indica-se:  $(x, y)$ .

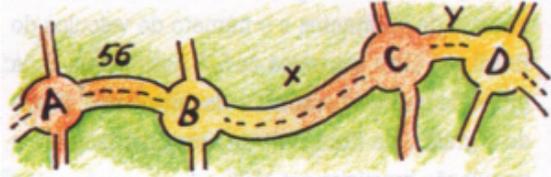
Assim:

- ✓ O par de valores formado por  $x = 3$  e  $y = 2$  é uma solução da equação  $2x + 5y = 16$ . Essa solução pode ser indicada por  $(3, 2)$ .
- ✓ O par de valores formado por  $x = \frac{1}{2}$  e  $y = 3$  é outra solução da equação  $2x + 5y = 16$ . Essa solução pode ser indicada por  $(\frac{1}{2}, 3)$ .

Fonte: A Conquista da Matemática, 2002, volume 2, p. 136.

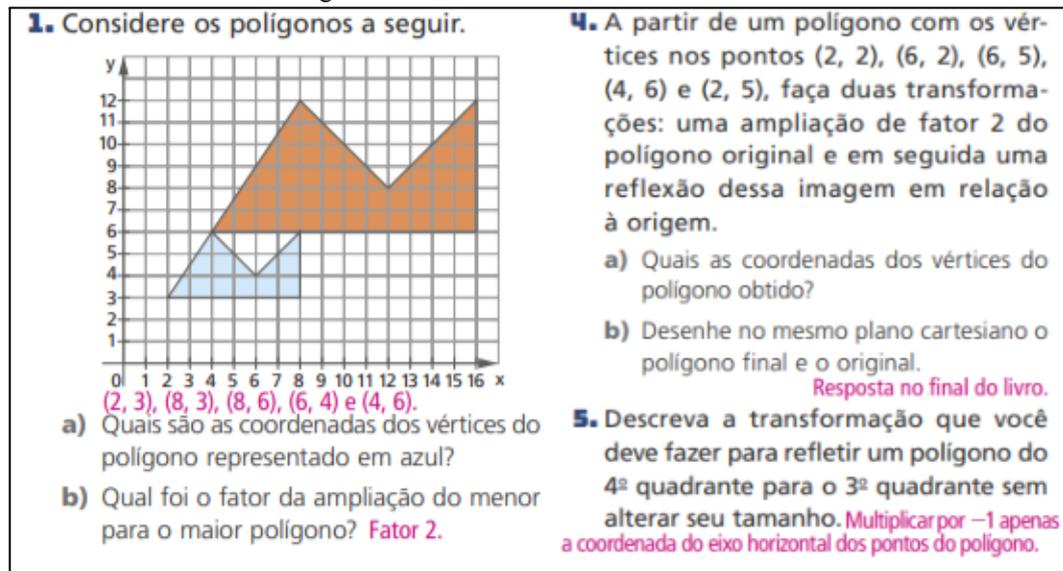
Figura 11: Posição e deslocamento de pontos no livro de 2002.

**16** O esboço abaixo é de uma rodovia ligando as cidades  $A, B, C$  e  $D$ . Sabe-se que de  $A$  até  $D$  são 320 km e que a distância de  $B$  até  $C$  é igual ao triplo da distância de  $C$  até  $D$ . Nessas condições, determine a distância de  $B$  até  $C$ .



Fonte: A Conquista da Matemática, 2002, volume 2, p. 146.

Figura 12: Plano cartesiano no livro de 2020.



Fonte: A Conquista da Matemática, 2020, volume 2, p. 82.

Ao estudarmos o livro de 2020 conforme a figura 12, verificamos que há uma continuação do que foi introduzido no 6º ano. Nesse volume, conforme as orientações da BNCC e o estudo do livro, o plano cartesiano ainda é aplicado na construção de polígonos e transformações geométricas, agora com a utilização de todos os quadrantes, visto que os números inteiros já foram estudados. Diferente do livro de 2002, os pares ordenados já são aplicados para representarem pontos no plano, e novamente os exercícios se concentram na visualização das coordenadas dos vértices de polígonos.

### 7.3. Os livros do 8º ano

Conforme as orientações do PCN, no 8º ano há o início do estudo do deslocamento de pontos em um segmento de reta orientado e medidas. Na coleção de 2002, há uma retomada do conceito de par ordenado como solução da equação do 1º grau com duas incógnitas estudado no 7º ano, mas sem utilizá-lo para representar pontos, visto que o plano cartesiano não foi apresentado até então. Há um capítulo dedicado à revisão dos conceitos de ponto, reta e plano para aplicar no estudo do segmento de reta, em que os alunos aprenderão como representar segmentos e encontrar suas medidas conforme a figura 13.

Figura 13: O livro do 8º ano em 2002.

<p><b>8</b> Verifique se o par ordenado <math>(-3, 5)</math> é solução, ao mesmo tempo, das equações</p> $4x + 3y = 3 \text{ e } 2x - 5y = -31.$ <p><b>9</b> Por tentativas, procure descobrir um par ordenado que é solução, ao mesmo tempo, das equações</p> $x + y = 5 \text{ e } x - y = 3.$	<p><b>9</b> Observando a figura abaixo, temos que <math>M</math> é o ponto médio do segmento <math>\overline{AB}</math> e <math>N</math> é o ponto médio do segmento <math>\overline{BC}</math>. Se <math>\text{med}(\overline{AB}) = x</math> e <math>\text{med}(\overline{BC}) = y</math>, qual é a expressão algébrica que representa <math>\text{med}(\overline{MN})</math>?</p> 
--	---

Fonte: A Conquista da Matemática, 2002, volume 3, p. 131 e p. 158.

Figura 14: O livro do 8º ano em 2020.

**2.** Represente no plano cartesiano as equações a seguir, usando uma folha de papel quadriculado. Resposta no final do livro.

a)  $x - y = 2$

b)  $2x - y = 5$

c)  $-x - 3y = 1$

Fonte: A Conquista da Matemática, 2020, volume 3, p. 150.

Ao estudarmos o livro do 8º ano aprovado em 2020, percebemos que há uma equivalência de objetos, visto que em ambas as coleções são estudadas as equações do 1º grau com duas incógnitas, conforme podemos ver na figura 14. Contudo, conforme as orientações da BNCC e pelo fato de o plano cartesiano ser estudado desde o 6º ano, no livro de 2020 o estudo dessas equações está voltado à representação por meio de gráficos, o que não ocorre no livro de 2002. Quanto aos exercícios propostos, há ênfase na representação de equações do 1º grau com duas incógnitas no plano cartesiano.

#### 7.4. Os livros do 9º ano

Nos livros do 9º ano, encontramos a maior diferença entre o PCN e a BNCC. Na coleção de 2002, há o início do estudo do plano cartesiano, com a apresentação desse sistema e a aplicação dos conceitos de par ordenado, ponto, reta e plano estudados nos anos anteriores para a construção do plano cartesiano. O objetivo aqui é utilizar esse sistema para a construção dos gráficos de funções. Dessa forma, os alunos aprenderão a identificar pares ordenados e estabelecer correspondência entre os números reais e pontos no plano cartesiano, conforme as orientações do manual do professor e os exercícios das figuras 15 e 16.

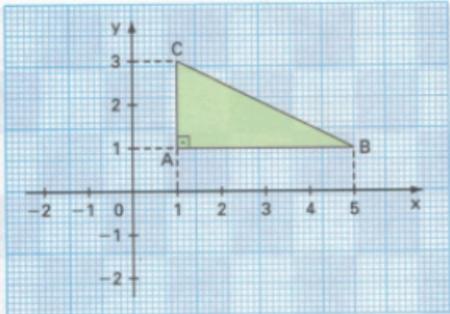
Figura 15: Manual do professor do 9º ano em 2002.

CONTEÚDO	OBJETIVOS
26. Sistema de coordenadas cartesianas	<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Saber da existência de estruturas semelhantes.</li> <li>✓ Estabelecer uma correspondência entre os pontos de um plano e os pares ordenados de números reais.</li> <li>✓ Identificar os pares ordenados de números reais como as coordenadas cartesianas de pontos.</li> <li>✓ Localizar um ponto no plano cartesiano quando se conhecem as coordenadas do ponto.</li> <li>✓ Construir figuras geométricas quando são dadas as coordenadas dos vértices dessas figuras.</li> </ul>

Fonte: A Conquista da Matemática, 2002, volume 4, manual do professor, p. 17.

Figura 16: Plano cartesiano no 9º ano em 2002.

**6** Observando o triângulo ABC, no plano cartesiano seguinte, responda:



a) Quais são as coordenadas dos vértices desse triângulo?

b) Como você classificaria esse triângulo quanto aos ângulos?

c) Quantas unidades de comprimento tem o cateto AB?

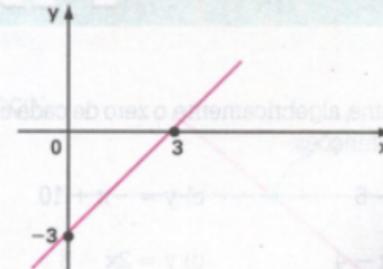
d) Quantas unidades de comprimento tem o cateto AC?

**6** A figura a seguir nos mostra o gráfico da função  $y = x - 3$ . Nessas condições, responda:

a) Para qual valor real de  $x$  temos  $y = 0$ ?

b) Para quais valores reais de  $x$  vamos ter valores positivos de  $y$  ( $y > 0$ )?

c) Para quais valores reais de  $x$  vamos ter valores negativos de  $y$  ( $y < 0$ )?



Fonte: A Conquista da Matemática, 2002, volume 4, p. 106 e p. 123.

Figura 17: Plano cartesiano no 9º ano em 2020.

**1** Vamos traçar, no plano cartesiano, o gráfico da função  $y = 2x$ , considerando  $x$  um número real qualquer.

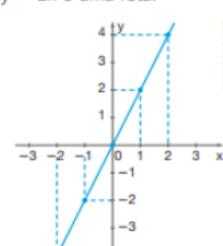
Inicialmente, vamos atribuir valores arbitrários para  $x$ , determinando os valores correspondentes para  $y$ , e organizá-los.

- $x = 0 \Rightarrow y = 2 \cdot (0) = 0$
- $x = 1 \Rightarrow y = 2 \cdot (1) = 2$
- $x = -1 \Rightarrow y = 2 \cdot (-1) = -2$
- $x = 2 \Rightarrow y = 2 \cdot (2) = 4$
- $x = -2 \Rightarrow y = 2 \cdot (-2) = -4$

x	y	(x, y)
0	0	(0, 0)
1	2	(1, 2)
-1	-2	(-1, -2)
2	4	(2, 4)
-2	-4	(-2, -4)

▶ Veja no material audiovisual o vídeo sobre Geometria analítica e o método científico.

A cada par ordenado  $(x, y)$  obtido, associamos um ponto do plano cartesiano. O gráfico da função é o conjunto de todos os pontos  $(x, y)$ , com  $x$  real e  $y = 2x$ . Observe que nesse caso o gráfico da função  $y = 2x$  é uma reta.



**1.** Trace no plano cartesiano o gráfico de cada função afim a seguir, sendo  $x$  um número real qualquer.

a)  $y = x + 1$       d)  $y = 1 - 2x$

b)  $y = x$       e)  $y = -4x$

c)  $y = -x + 4$       f)  $y = \frac{1}{2}x + 2$

**2.** Trace, em um mesmo plano cartesiano, os gráficos das funções  $y = 3x - 2$  e  $y = 2x - 1$ , sendo  $x$  um número real qualquer. Observando o gráfico, quais as coordenadas do ponto de encontro das duas retas? **(1, 1)**

Fonte: A Conquista da Matemática, 2020, volume 4, p. 254 e p. 255.

A partir da figura 17, conforme a orientação da BNCC para o 9º ano, o plano cartesiano é utilizado como recurso para a construção de gráficos das equações do 1º grau com duas incógnitas e das funções. Dessa forma, mesmo com o plano cartesiano sendo apresentado desde o 6º ano, verificamos uma equivalência com a coleção de 2002, visto que em ambos os períodos os autores introduzem a construção do gráfico de funções no 9º ano, com o diferencial de em 2002 o livro trazer todo o estudo do plano cartesiano em vez de dividi-lo para ser estudado aos poucos nos anos anteriores. Quanto aos exercícios propostos, estão concentrados na construção dos gráficos de funções no plano cartesiano e associação dos gráficos com equações.

### 7.5. Um acréscimo de informações

Nosso objetivo com o estudo do plano cartesiano era olhar para os livros didáticos dos anos finais do Ensino Fundamental. Mas, conforme mencionamos, em 2020 o plano cartesiano aparece desde o 6º ano, e em 2002 esse ano escolar é voltado ao estudo das noções de ponto, reta e plano. Assim, recorreremos aos volumes dos anos iniciais da coleção de 2020 para encontrar em que momento são estudadas as noções de ponto, reta e plano, e identificamos que se iniciam a partir do 4º ano, conforme a figura 18.

Figura 18: Sumário dos volumes do 4º e 5º ano.

<b>GEOMETRIA</b> .....	<b>196</b>		
<b>Explorando</b> — Brincando com cordas.....	<b>198</b>		
<b>1</b> Linhas simples e linhas não simples.....	<b>199</b>		
<b>2</b> Segmento de reta e reta.....	<b>202</b>		
<b>3</b> Ângulos .....	<b>204</b>		
<b>4</b> Posições relativas de retas.....	<b>210</b>		
<b>5</b> Comparando sólidos geométricos.....	<b>214</b>		
<b>6</b> Localização e movimentação.....	<b>220</b>		
<b>7</b> Simetria.....	<b>223</b>		
		<b>MAIS SOBRE GEOMETRIA</b> .....	<b>198</b>
		<b>Explorando</b> – Ampliação e redução.....	<b>200</b>
		<b>1</b> Ângulos .....	<b>201</b>
		<b>2</b> Medindo ângulos .....	<b>203</b>
		<b>3</b> Ampliação e redução de figuras .....	<b>208</b>
		<b>4</b> Localização e movimentação.....	<b>211</b>

Fonte: A Conquista da Matemática, 2020, anos iniciais, volumes 4 e 5.

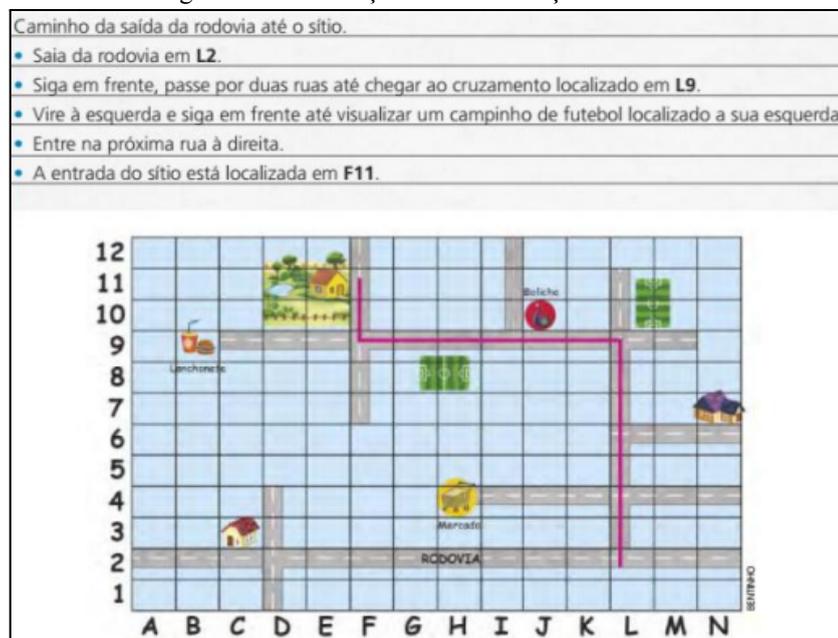
Pelo fato de o plano cartesiano não ter sido apresentado até então, esses volumes objetivam que o aluno perceba a existência do sistema de coordenadas e dos eixos, mas sem que o livro traga as nomenclaturas utilizadas no plano cartesiano, como por exemplo, abscissas e ordenadas. Em ambos os anos há a utilização da malha quadriculada como um recurso para representar a localização e movimentação no espaço, sendo apresentada de forma mais lúdica, com situações envolvendo endereços e jogos, conforme as figuras 19 e 20.

Figura 19: Localização e movimentação no 4º ano.



Fonte: A Conquista da Matemática, 2020 - anos iniciais, volume 4, p. 220.

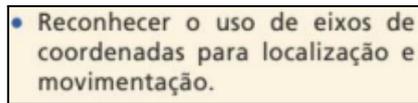
Figura 20: Localização e movimentação no 5º ano.



Fonte: A Conquista da Matemática, 2020 - anos iniciais, volume 5, p. 211.

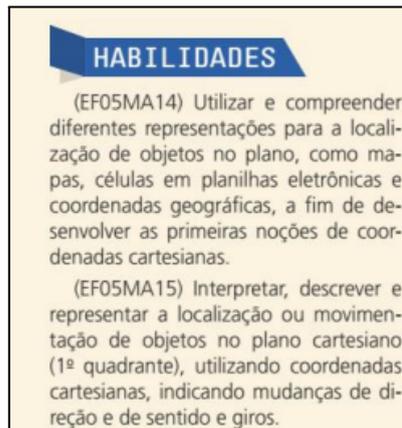
Como forma de enriquecimento dos dados obtidos, buscamos referências ao plano cartesiano no manual do professor dos volumes supracitados, e confirmamos nossa hipótese de que os conceitos estudados no 4º e 5º ano objetivam o desenvolvimento das noções do plano cartesiano, conforme as figuras 21 e 22.

Figura 21: Objetivo 4º ano.



Fonte: A Conquista da Matemática, 2020, anos iniciais, volume 4 - manual do professor - p. 196.

Figura 22: Objetivo 5º ano.



Fonte: A Conquista da Matemática, 2020, anos iniciais, volume 5 - manual do professor - p. 198.

## 8. ANÁLISE DOS DADOS

A partir dos dados obtidos com o estudo da coleção de livros didáticos, nesta seção faremos uma análise relacionando com a teoria estudada. Utilizaremos os conceitos da TAD para tentar responder nosso questionamento sobre como as mudanças na sociedade e escola influenciaram o ensino do plano cartesiano e estudaremos quais foram as principais mudanças ocorridas nos livros didáticos dos dois períodos analisados - 2002 e 2020 - olhando para as sugestões de ensino e os exercícios propostos que mostramos na seção 7.

### 8.1. Indícios da sociedade em cada livro didático

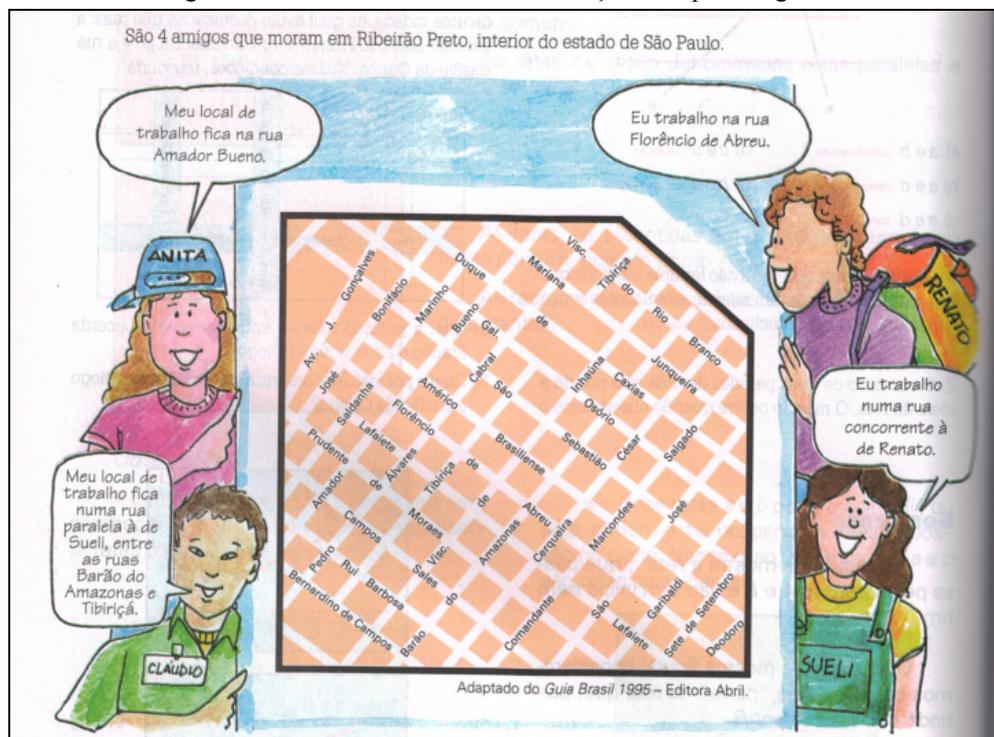
Ao olharmos para a coleção analisada e o contexto social em que foram escritas, observamos escolhas dos autores relacionadas a esse contexto que moldaram a aparência e forma de ensinar um objeto no livro. Para entender o porquê dessas escolhas, fizemos a leitura dos documentos oficiais, inicialmente olhando para o contexto social de 2002.

“Às vezes é possível conectar o computador da escola com a *internet* e as possibilidades se multiplicam. [...] Há ainda os programas das TV Escola, sempre atentos às necessidades e ao cotidiano da escola pública brasileira”. (Brasil, 2002, p. 16)

Nesse contexto, em 2002 identificamos uma restrição nos níveis Sociedade e Escola, uma vez que, com um acesso à *internet* menos democrático, as escolas não dispunham de estrutura adequada para aulas nesse formato. Com essa restrição, ao olharmos para o nível Pedagogia, percebemos que os livros didáticos, ao ensinarem o plano cartesiano, priorizam tarefas em que os alunos são levados a desenharem, traçarem retas e analisarem desenhos já prontos, sendo notados nas figuras 8 e 16 dos livros do 6º e 9º anos respectivamente.

Identificamos uma tentativa dos autores em desenvolver a capacidade de o aluno enxergar a presença do plano cartesiano em situações cotidianas por meio da criação de personagens, semelhante às histórias em quadrinhos, muito populares nesse período, conforme a figura 23.

Figura 23: Plano cartesiano e uma interação com personagens.

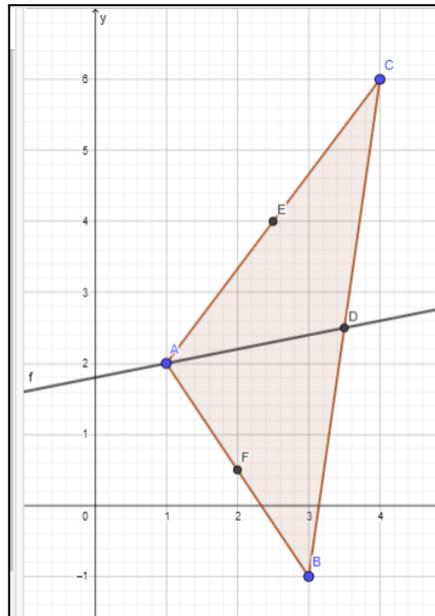


Fonte: A Conquista da Matemática, 2002, volume 1, p. 196.

Com o livro didático de 2020, percebemos uma mudança a nível Sociedade, visto que com a expansão do acesso à *internet*, *softwares* voltados ao ensino da matemática surgiram, destacando-se o Geogebra<sup>3</sup>, que por possuir várias aplicações é sugerido na coleção de 2020 para o ensino do plano cartesiano. Observamos que nessa coleção, as figuras que mostram o plano cartesiano nos exercícios têm uma inspiração na aparência do *software*, talvez para familiarizar os alunos com a ferramenta, conforme podemos observar nas figuras 24 e 25.

<sup>3</sup> O Geogebra é um *software* dinâmico de matemática para todos os níveis de educação que reúne geometria, álgebra, planilhas, gráficos, estatísticas e cálculos em uma única plataforma.

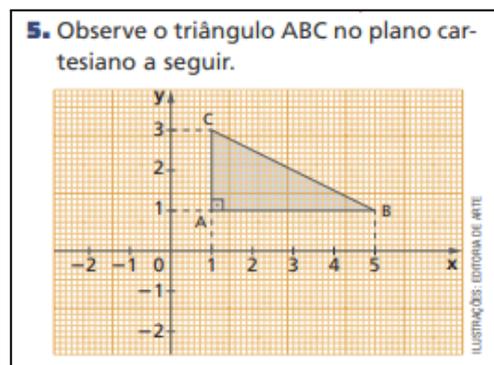
Figura 24: Interface do Geogebra.



Fonte:

<https://www.matematikkcenteret.no/sites/default/files/styles/resource/public/images/GeoGebra/1.1%20Tittelbilde.PNG?itok=Do4Tqftz>

Figura 25: Figura no exercício inspirada no Geogebra.



Fonte: A Conquista da Matemática, 2020, volume 1, p. 229.

## 8.2. O ensino do plano cartesiano e os exercícios

Se queremos olhar para o ensino de um objeto matemático em contextos sociais distintos, primeiramente devemos estudar o currículo e quais as escolhas feitas pela Noosfera para o ensino desse objeto. Em nossa pesquisa, olhar para o ensino do plano cartesiano no PCN e na BNCC nos trouxe considerações acerca da maneira de ensinar esse objeto nesses dois períodos de tempo. Nesse sentido, ao pensarmos no currículo, Pais nos diz que:

“O saber escolar representa o conjunto dos conteúdos previstos na estrutura curricular das várias disciplinas escolares valorizadas no contexto da história da educação”. (Pais, 2001, p 22)

Pensando nessa estrutura e considerando o plano cartesiano como um conjunto de tópicos, buscamos entender como o PCN e a BNCC organizavam os elementos desse conjunto. Com o estudo das coleções de livros didáticos e a leitura de ambos os documentos, identificamos que na BNCC o plano cartesiano é utilizado em sua maior parte em aplicações para a geometria, enquanto que no PCN esse objeto é mais utilizado na construção dos gráficos de funções. Essa diferenciação fica clara quando olhamos para o sumário das coleções analisadas, conforme a figura 26.

Figura 26: Diferenças entre as coleções.

<b>4</b>		<b>9º ano - 2002</b>	
<b>Função polinomial de 1º grau</b>			
26. Sistema de coordenadas cartesianas	100		
27. A noção de função	107		
28. Função polinomial de 1º grau	118		
29. Gráfico da função polinomial de 1º grau	121		
30. Zero da função polinomial de 1º grau	124		
31. Analisando o gráfico de uma função polinomial de 1º grau	125		
<b>6º ano - 2020</b>		<b>9º ano - 2020</b>	
<b>6. Construção e ampliação de figuras planas</b>	<b>224</b>	<b>1. Polígono regular</b>	<b>224</b>
O plano cartesiano	224	Polígonos regulares inscritos na circunferência	224
Construindo polígonos no plano cartesiano	227	Elementos de um polígono regular inscrito	225
Atividades	229	Atividades	227
<b>Tecnologias • Construção e ampliação de polígonos com o GeoGebra</b>	<b>230</b>	Relações métricas	227
<b>Retomando o que aprendeu</b>	<b>232</b>	Construção de polígonos regulares	228
		Atividades	230
		Área de um polígono regular	231
		Área do círculo e de um setor circular	232
		Atividades	233
		<b>Tratamento da informação • Leitura e construção de gráfico de setores</b>	<b>234</b>
		<b>2. Representações no plano cartesiano</b>	<b>236</b>
		Atividades	237

Fonte: A Conquista da Matemática, 2002, volume 4; A Conquista da Matemática, 2020, volumes 1 e 4.

Tendo em vista os diferentes contextos sociais e as mudanças ocorridas na escola entre 2002 e 2020, podemos elencar algumas hipóteses para explicar essa diferença de abordagem do plano cartesiano. Em nossa análise, percebemos que a coleção de 2020 permite que o aluno visualize o plano cartesiano de forma mais dinâmica, com sugestões de ensino envolvendo a utilização das tecnologias de informação e comunicação e, com uma facilidade maior de testar hipóteses e de visualizar figuras no plano cartesiano ao utilizar tais ferramentas, pensamos

que os autores se apropriaram desse detalhe ao propor um estudo maior das aplicações do plano cartesiano para a geometria.

No contexto de 2002, pelo fato de o livro didático ser o principal meio de estudo, o ensino desse objeto se concentrava no desenho e visualização de figuras já prontas, visto que no manual do professor não há sugestões da utilização de tecnologias para expandir a visualização do plano cartesiano, e com isso, percebemos um ensino voltado à utilização de materiais físicos.

Quanto aos exercícios propostos, encontramos uma diferença entre as duas coleções. Mesmo com o plano cartesiano sendo apresentado apenas no 9º ano na coleção de 2002, as noções de pares ordenados, ponto, reta e plano foram sendo apresentadas nos anos anteriores, e com isso, os exercícios se concentravam no desenho, interpretação de figuras e utilização dos pares ordenados para encontrar solução de equações, tornando alguns conceitos mais abstratos pelo fato de não estarem relacionados com uma representação visual.

Com a coleção de 2020, pelo fato de o plano cartesiano ser apresentado desde o 6º ano, os exercícios envolvendo esse objeto já objetivam que o aluno aprenda a utilizar as noções mencionadas com a utilização do plano cartesiano, tornando tais conceitos menos abstratos e mostrando as aplicações para a geometria. Além disso, os exemplos apresentam uma maior contextualização e são apresentados de forma mais lúdica, visando a aprendizagem do aluno e a capacidade de relacionar o objeto com situações reais.

## 9. REFERÊNCIAS

ALBANESE, V; GAVARRETE, M.. **“50 metros al este del antiguo Higuerón: formas culturales de abordar la localización espacial con potencialidades etnomatemática”**.

Disponível em:

<<https://www.scielo.br/j/bolema/a/dqs8xFWfDhnKDQxsb9Rwg4D/?format=pdf&lang=es>>.

Acesso em: 15 ago. 2022.

BITTAR, Marilena. **A Teoria Antropológica do Didático como ferramenta metodológica para análise de livros didáticos**. Zetetike, Campinas, SP, v. 25, n. 3, p. 364–387, 2017. DOI: 10.20396/zet.v25i3.8648640. Disponível em:

<<https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/view/8648640>>. Acesso em: 7 jul. 2023.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2017.

BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: matemática/Secretaria de Educação Fundamental**. Brasília: MEC/SEF, 1997-1998.

BRASIL, Ministério da Educação. **Guia de Livros Didáticos 2002: 5ª a 8ª séries**. Brasília: MEC, 2001.

BRASIL, Ministério da Educação. **PNLD 2020: Matemática - guia de livros didáticos**. Brasília: MEC, 2019.

BROUSSEAU, Guy. **Fondements et Méthodes de la Didactique des Mathématiques**. Recherches em Didactique des Mathématiques, Grenoble, v. 7, n. 2, p. 33-116, 1986.

CHAACHOUA, H., COMITI, C. (2010) **L’analyse du rôle des manuels dans l’approche anthropologique**, ACTES CITAD2, p. 771-789

CHEVALLARD, Yves. **La transposition didactique. Du savoir savant au savoir enseigné**. Grenoble: La pensée Saugave, 1991.

CHEVALLARD, Yves. Organiser l'étude. Cours 3 - Ecologie & Regulation. **Actes de la XI<sup>ème</sup> Ecole d'été de didactique des mathématiques**. Grenoble, La Pensée Sauvage, p. 41-56. 2002.

CHEVALLARD, Yves. Passé et présent de la théorie anthropologique du didactique. **Anales de la Sociedad, escuela y matemáticas. Aportaciones de la Teoría Antropológica de lo Didáctico**. Jaén, España, p. 705-746, 2007.

CLARETO, Sônia Maria. **Terceiras margens: um estudo etnomatemático de espacialidades em Laranjal do Jari (Amapá)**. 2003. 254 f. Tese (doutorado) - Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, 2003. Disponível em: <<http://hdl.handle.net/11449/102153>>. Acesso em: 04 jun. 2023.

FREIRE, Paulo. **Pedagogia da autonomia: saberes necessários à prática educativa**. 35. ed. São Paulo: Paz e Terra, 2007. 146p.

GAMBOA, R.; MARTÍNEZ, C.; CASTILLO, M.; HIDALGO, R. (Eds.), **Memorias del VI Encuentro Provincial de Educación Matemática**, Costa Rica. Heredia: Universidad Nacional. 2017. p. 44-46.

KASPARY, Danielly Regina. **La noosphère, un lieu de tension pour le curriculum. Étude didactique de la mise en place d'un système d'évaluation de manuels scolaires pour l'étude du champ additif à l'école primaire**. 2020. Tese de Doutorado. Communauté Université Grenoble Alpes; Université Fédérale du Mato Grosso do Sul.

MENDONÇA, L.M.N. Trabalho científico. Goiânia, 1992. Material didático (transparências) do curso de extensão Normalização Bibliográfica e Redação Científica, promovido pelo Departamento de Nutrição/FEN/UFG.

MORIN, Edgar. **Os sete saberes necessários à educação do futuro**. 2. ed. São Paulo: Cortez, 2000.

PAIS, Luis Carlos. **Didática da matemática, uma análise da influência francesa**. 2ª ed. Belo Horizonte, 2001-2002.

PIAGET, Jean. **Seis estudos de psicologia**. Tradução: Maria Alice Magalhães D' Amorim e Paulo Sergio Lima Silva - 24º Ed. Rio de Janeiro: FORENSE UNIVERSITARIA, 1999.

SILVA, Tomaz T. Apresentação. In: GOODSON, Ivor F. **Currículo: teoria e história**. 5. ed. São Paulo: Vozes, 1995. p. 7-13.