

MATÉMATICA

LICENCIATURA



Instrumentação para a Pesquisa e Prática de Ensino de Matemática I

Magda Cristina Junqueira Godinho Mongelli
Heloísa Laura Queiroz Gonçalves da Costa

Volume 1





Disciplina

INSTRUMENTAÇÃO PARA A PESQUISA E PRÁTICA DE ENSINO DE MATEMÁTICA I

VOLUME 1

Módulo 1

SISTEMA DE NUMERAÇÃO E OPERAÇÕES

Módulo 2

FRAÇÕES

Magda Cristina Junqueira Godinho Mongelli

Heloísa Laura Queiroz Gonçalves da Costa

Campo Grande, MS - 2009

PRESIDENTE DA REPÚBLICA
Luiz Inácio Lula da Silva

MINISTRO DA EDUCAÇÃO
Fernando Haddad

SECRETÁRIO DE EDUCAÇÃO A DISTÂNCIA
Carlos Eduardo Bielschowsky

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MATO GROSSO DO SUL

REITOR
Manoel Catarino Paes - Però

VICE-REITOR
Amaury de Souza

COORDENADOR DE EDUCAÇÃO ABERTA E A DISTÂNCIA - UFMS
COORDENADOR DA UNIVERSIDADE ABERTA DO BRASIL - UFMS
Antonio Lino Rodrigues de Sá

COORDENADOR ADJUNTO DA UNIVERSIDADE ABERTA DO BRASIL - UFMS
Cristiano Costa Argemon Vieira

COORDENADORA DO CURSO DE MATEMÁTICA (MODALIDADE A DISTÂNCIA)
Magda Cristina Junqueira Godinho Mongelli

Obra aprovada pelo Conselho Editorial da UFMS - Resolução nº 28/08



Este trabalho está licenciado com uma Licença Creative Commons -
Atribuição-CompartilhaIgual 4.0 Internacional.

CONSELHO EDITORIAL UFMS

Célia Maria da Silva Oliveira (Presidente)
Antônio Lino Rodrigues de Sá
Cícero Antonio de Oliveira Tredezini
Élcia Esnarriaga de Arruda
Giancarlo Lastoria
Jackeline Maria Zani Pinto da Silva Oliveira
Jéferson Meneguim Ortega
Jorge Eremites de Oliveira
José Francisco Ferrari
José Luiz Fornasieri
Jussara Peixoto Ennes
Lucia Regina Vianna Oliveira
Maria Adélia Menegazzo
Marize Terezinha L. P. Peres
Mônica Carvalho Magalhães Kassar
Silvana de Abreu
Tito Carlos Machado de Oliveira

CÂMARA EDITORIAL

SÉRIE



Antonio Lino Rodrigues de Sá
Cristiano Costa Argemon Vieira
Dario de Oliveira Lima Filho
Damaris Pereira Santana Lima
Eliézer José Marques
Jacira Helena do Valle Pereira
Magda Cristina Junqueira Godinho Mongelli

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
(Coordenadoria de Biblioteca Central – UFMS, Campo Grande, MS, Brasil)

M742i Mongelli, Magda Cristina Junqueira Gonçalves da.
Instrumentação para a pesquisa e prática de ensino de matemática I /
Magda Cristina Junqueira Godinho Mongelli, Heloísa Laura Queiroz
Gonçalves da Costa. — Campo Grande, MS : Ed. UFMS, 2008.
190 p. : il. color. ; 30 cm.

ISBN 978-85-7613-161-8
Material de apoio às atividades didáticas do curso de licenciatura em
Matemática/CEAD/UFMS.

1. Matemática - Estudo e ensino. I. Costa, Heloísa Laura Queiroz
Gonçalves da. II. Título.

CDD (22) 510.7

APRESENTAÇÃO

A elaboração deste material baseou-se em resultados recentes de pesquisas sobre processos de ensino-aprendizagem, em publicações atuais sobre o ensino e a aprendizagem de Matemática, em notas de aula, bem como em projetos desenvolvidos nos últimos anos por professores do Departamento de Matemática –UFMS, pelo MEC, tais como: PNLD, PCN, PROVÃO, ENEM e outros.

De acordo com os PCNs, o ensino de Matemática deve ser um instrumento para a construção da cidadania e para a percepção dos importantes valores dessa disciplina. Dentre os objetivos gerais para o ensino de Matemática no Ensino Fundamental, contidos nos PCNs, destacamos os seguintes:

- identificar os conhecimentos matemáticos como meios para compreender e transformar o mundo à sua volta e perceber o caráter de jogo intelectual, característico da Matemática, como aspecto que estimula o interesse, a curiosidade, o espírito de investigação e o desenvolvimento da capacidade de resolver problemas;
 - resolver situações-problema, sabendo validar estratégias e resultados, desenvolvendo formas de raciocínio e processos, como intuição, dedução, analogia, estimativa, e utilizando conceitos e procedimentos matemáticos, bem como instrumentos tecnológicos disponíveis;
 - interagir com seus pares de forma cooperativa, trabalhando coletivamente na busca de soluções para problemas propostos, identificando aspectos consensuais ou não na discussão de um assunto, respeitando o modo de pensar dos colegas e aprendendo com eles.
- (Parâmetros Curriculares Nacionais - Matemática, 1998, p. 47 e 48)

De modo geral, além das propostas acima, os PCN's apresentam outras idéias inovadoras para o trabalho pedagógico em

sala de aula, como: uso do conteúdo como meio para desenvolver idéias matemáticas fundamentais; organização e tratamento dos conteúdos em espiral; valorização do trabalho em pequenos grupos em sala de aula; abordagem de temas transversais e com outras áreas. Podemos destacar ainda a avaliação que vem sendo proposta como um processo contínuo no trabalho.

A disciplina **Instrumentação para a Pesquisa e Prática de Ensino de Matemática I** será formada por quatro Módulos.

- No primeiro Módulo, estudaremos os sistemas de numeração antigos e o atual. Faremos uma introdução às quatro operações fundamentais (adição, subtração, multiplicação e divisão), utilizando materiais didáticos de manipulação.
- No segundo Módulo, estudaremos as quatro operações fundamentais (adição, subtração, multiplicação e divisão).
- No terceiro Módulo, estudaremos os números fracionários e decimais.
- No quarto Módulo, estudaremos conceitos da geometria espacial e plana.

No desenvolvimento dos temas, buscaremos estar de acordo com tendências pedagógicas atuais, dentre elas o recurso à História da Matemática, ao uso de novas tecnologias da comunicação, ao uso de materiais concretos (visando a passagem do concreto para o abstrato) e a resolução de problemas.

No presente material, abordaremos as quatro operações com números naturais a partir de alguns materiais didáticos de manipulação (sapateira, ábaco, material dourado), para então partir para uma discussão dos algoritmos relacionados a essas operações. Esperamos que vocês sintam prazer em fazer essa caminhada.

Profª MSc. Magda Cristina Junqueira Godinho Mongelli

(DMT/EAD/UFMS)

Coordenadora da Disciplina

SUMÁRIO

MÓDULO 1 SISTEMA DE NUMERAÇÃO E OPERAÇÕES

CAPÍTULO I

1	Sistemas de numeração	9
	Como surgiu a noção de número?	9
	Registrando quantidades	14
	Características de alguns sistemas de numeração	20
	Introdução às quatro operações: agrupamentos e trocas sucessivas	21
	Jogo Nunca Dez	21
	Material Triangular	24

CAPÍTULO II

2	Introdução ao estudo das quatro operações	25
	Sapateira	27
	Ábaco de Pinos	38
	Material Dourado	43

CAPÍTULO III

3	Algoritmos das operações com números naturais	53
	1. Algoritmo da Adição	55
	2. Algoritmo da Subtração	60
	3. Algoritmo da Multiplicação	63
	4. Algoritmo da Divisão	82
	Referências	93

Módulo 2
FRAÇÕES

CAPÍTULO I

Primeiro estudo: Frações	97
1.1 Ensino intuitivo do conceito de Fração	97
1.2 Parâmetros Curriculares Nacionais – O conceito de Fração e seus significados	98
1.3 O conceito de Fração relacionado a suas várias idéias	99
1.4 Definição de Fração	100
1.5 Apresentação das Frações	102
1.6 Material Circular - Atividades Introdutórias	109
1.7 Apresentação da simbologia de Frações	117
1.8 Leitura e representação de Frações	118
1.9 Tipos de Frações	121
1.10 Como comparar duas Frações?	125
1.11 Operações com Frações	138
1.12 Situações-Problema	179
 Referências	 187
 Anexos	
Material Circular	188
Tabela de Equivalência / Material Retangular	190



Disciplina

INSTRUMENTAÇÃO PARA
A PESQUISA E PRÁTICA
DE ENSINO DE MATEMÁTICA

Módulo 1

SISTEMA DE NUMERAÇÃO
E OPERAÇÕES

Magda Cristina Junqueira Godinho Mongelli
Heloísa Laura Queiroz Gonçalves da Costa

Capítulo I

SISTEMAS DE NUMERAÇÃO

Como surgiu a noção de número?

A idéia de número surgiu quando o homem sentiu necessidade de contar e comparar quantidades. Aos poucos, ele passou a fazer desenhos e símbolos para registrar essas quantidades. Em quantos livros didáticos já não ouvimos a seguinte historinha:

“Um pastor, todo dia pela manhã, subia as montanhas com seu rebanho de ovelhas para que elas pudessem pastar. Mas antes de subir ele contava seu rebanho usando pedrinhas. Para cada ovelha, ele separava uma pedrinha. No final do dia, ao recolher os animais, ia retirando uma a uma as pedrinhas. A última ovelha devia coincidir com a última pedrinha da bolsa. Caso sobrassem pedrinhas, significava que faltavam tantos animais quantas pedrinhas estavam restando.



1 ovelha correspondia a 1 pedrinha



2 ovelhas correspondiam a 2 pedrinhas

Isso funcionava perfeitamente, enquanto o número de ovelhas era pequeno, mas com o passar do tempo, o rebanho aumentou e ele precisou de muitas pedras para contar suas ovelhas.



E agora, perguntou o pastor, como carregar todas essas pedras?

O pastor precisava dar um jeito nessa situação.

Ele descobriu que poderia “contar” formando grupos de dez pedrinhas e depois trocar cada um desses grupos por um pedaço de madeira (graveto).



10 pedrinhas correspondiam a um graveto.



Dessa forma, fazendo agrupamentos de 10 pedrinhas e trocando por um graveto, o pastor foi contando quantas ovelhas tinha e diminuindo o número de pedras a serem carregadas.

Mas, e se o número de ovelhas do rebanho continuasse crescendo? Dê uma ajuda ao pastor, dizendo como você procederia e poste sua contribuição no **Fórum**.

Essa é uma das histórias contadas sobre a invenção da escrita dos números.

Percebemos, na história, que o pastor comparou inicialmente o conjunto dos animais de seu rebanho com o conjunto de pedras, de modo que cada animal correspondia a uma única pedra. Fazer correspondência um-a-um é associar a cada objeto de uma coleção, um objeto de outra coleção. Observe que o uso da correspondência um a um foi um passo importante no desenvolvimento da contagem. Com esse artifício, podemos comparar quantidades. Este processo permitiu ao homem (pastor) iniciar a contagem e, assim, além dos animais do seu rebanho, contou os homens de sua tribo, os dias, as noites etc. A correspondência um a um foi um dos passos decisivos para o surgimento da noção de número. Podemos dizer que, para aquela época, este método de “contagem” era suficiente mas, com o crescimento das populações, dos agrupamentos humanos, veio a necessidade de manipular quantidades cada vez maiores e assim ele tornou-se inviável.

Hoje, os números fazem parte do nosso dia-a-dia e quando encontramos situações em que precisamos saber “quantos” ou “quantas”, nossa primeira atitude é contar.

Uma ligação do tipo: **para cada ovelha, uma pedra** chama-se, em Matemática, **correspondência um-a-um**.



Afinal, alguma coisa em comum existia entre o monte de pedras e o grupo de ovelhas. O que existia em comum? Poste sua contribuição no **Fórum**.

O pastor usou pedras no início da contagem quando o rebanho ainda não era muito grande e quando o rebanho aumentou, começou a fazer agrupamentos e trocas, mas é muito provável que o homem primitivo usava também os dedos para fazer contagens, levantando um dedo para cada objeto. O pastor encontrava-se diante de uma nova dificuldade, pois levantar dedos permitia saber, no momento, a quantidade de objetos, mas não permitia guardar essa informação, mas com as pedrinhas isso era possível.

E agora? perguntou o pastor. Como guardar a informação de “quantas” pedras ou “quantos” animais?

O pastor precisava dar um jeito nessa situação. Surgiu, portanto, o problema de **registrar as quantidades**.



Para mais esclarecimentos sobre esse assunto sugerimos as leituras a seguir.

Capítulo II do Livro Fundamentos e Metodologia de Matemática para os Ciclos Iniciais do Ensino Fundamental - José Luiz Magalhães de Freitas e Marilena Bittar - Capítulo II do livro Números e Operações – Marília Centurión.

O pastor, com o passar dos tempos e com o aumento do rebanho, trocava 10 pedrinhas por um graveto.

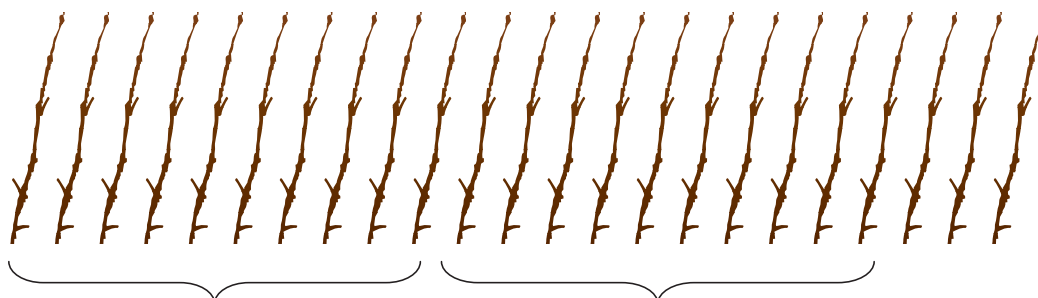


Vamos supor que o pastor tivesse no final do dia, a seguinte situação:



(quantidade de ovelhas)

Para facilitar sua contagem, o pastor poderia ter pensado em separar novamente em grupos de 10 registrá-los num pedaço de madeira ou de osso (a cada marca associa-se uma ovelha).



(quantidade de ovelhas)





Os primeiros testemunhos arqueológicos conhecidos desta prática datam do período denominado pelos especialistas em pré-história como aurignacense (35000 a 20000 a.C), e são praticamente contemporâneos do homem Cro-Magnon. Trata-se de ossos, cada um com uma ou várias séries de entalhes regularmente espaçados, encontrados em sua maior parte na Europa.

Dentre esses, há um rádio (osso) de lobo com cinquenta e cinco entalhes divididos em duas séries de grupos de cinco... constitui um dos mais antigos documentos aritméticos de que dispomos.

(IFRAH in Centurión, p.14. 2002)

O pastor está o tempo todo procurando maneiras de melhorar sua vida, de facilitar sua contagem e de como registrar essas quantidades, que foram sendo substituídas por expressões, gestos, palavras e símbolos. A partir dessa idéia de agrupar marcas, surgiram os sistemas de numeração, em que os agrupamentos de certas quantidades foram trocados por símbolos.



Você acha que as maneiras de representar a quantidade foram as mesmas para todos os povos? Dê sua contribuição no **FÓRUM**, inventando a sua própria maneira de contar.

Dentre os sistemas de numeração antigos mais conhecidos nos dias de hoje estão o egípcio, o romano, o maia e o dos povos da Mesopotâmia.



Pesquisa

Pesquise sobre os seguintes sistemas de numeração antigos: egípcio, maia, chinês, babilônio, romano, indo-arábico. Quais são os símbolos utilizados? Como operavam? Qual a base adotada (se tiver)?

Observação. Esta pesquisa deve estar concluída antes da primeira aula presencial.

Observação. Os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN's tratam da interdisciplinaridade. O estudo dos sistemas de numeração antigo permite esta mobilidade, por exemplo, pesquisando também aspectos históricos dessas civilizações e suas localizações no mapa geográfico.

Registrando quantidades

Hindu 300 a.C.	- = ≡ ≠ √ ∞ ∫ ∫
Hindu 500 a.C.	7 7 2 8 4 (7 ^ 9 0
Árabe 900 a.C.	1 2 3 4 5 6 7 8 9 0
Árabe (Espanha) 1000	1 2 3 4 5 6 7 8 9 0
Italiano 1400	1 2 3 4 5 6 7 8 9 0
Atual	1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Romanos, egípcios e chineses, na Antigüidade, já operavam na base decimal. Porém, fazer (e escrever) contas naquela época era muito inconveniente. Pensava-se de forma decimal, mas registrava-se usando regras e símbolos nada práticos. Árabes e hindus deram o grande salto, organizaram a vida matemática ao inventar o zero e ao aplicar o conceito de valor posicional (na

casa da unidade, o 1 tem valor de um; na casa de dezena, tem valor de dez).

Retirado do site: http://novaescola.abril.com.br/index.htm?ed/163_jun03/html/matematica

Ainda hoje em dia, nos jogos, é muito comum contar pontos registrando agrupamentos de 5. Por exemplo, num jogo.

Maísa fez  pontos e Letícia fez  pontos

$$(5 + 5 = 10)$$

$$(5 + 5 + 5 + 4 = 19)$$

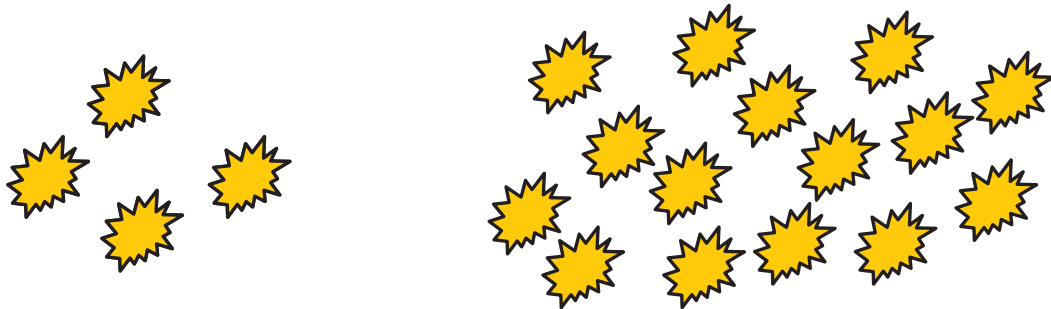
Não ficou mais fácil contar os pontos com essa forma de registro?

Cada  corresponde a 5 pontos. Assim, Maísa fez 10 pontos e Letícia fez 19 pontos.

Em situações de sala de aula, devemos aproveitar todas as oportunidades que permitem aos alunos terem experiências com quantidades, seja o professor sugerindo que um determinado aluno distribua uma certa quantidade de folhas a um grupo de cinco alunos, ou de 10 alunos, ou mais; ou em alguns jogos. Essas situações que surgem ou que são criadas pelo professor, ajudam-nos a comparar quantidades e construir a idéia de número. Eles comparam a quantidade de folhas com a quantidade de alunos do grupo e ainda podem perceber que há mais (ou menos) alunos do que folhas ou há a mesma quantidade de alunos e folhas. Eles conseguem fazer isso sem usar números.

O homem primitivo para sobreviver teve, que superar grandes obstáculos e podemos dizer que a limitação da capacidade de percepção de grandes quantidades foi um deles. Consideremos a exemplo a seguir.

Qual é a quantidade de elementos em cada conjunto?



No primeiro conjunto, só de “batermos o olho”, sabemos rapidamente que ele possui 4 elementos, mas para o segundo, precisamos arrumar uma maneira de contar, seja agrupando de 5 em 5, ou de 10 em 10, enfileirando-os ou contando de um em um, mas tomando o cuidado de não contarmos um mesmo elemento mais de uma vez, ou de não contarmos algum elemento. Sabemos que o primeiro conjunto tem menos elementos do que o segundo conjunto.

A característica de distinguir pequenas quantidades é denominada de **Senso Numérico** e experiências dizem que esta característica também está presente em outros animais. Como um exemplo, podemos citar uma versão da história do corvo que fez seu ninho numa torre:

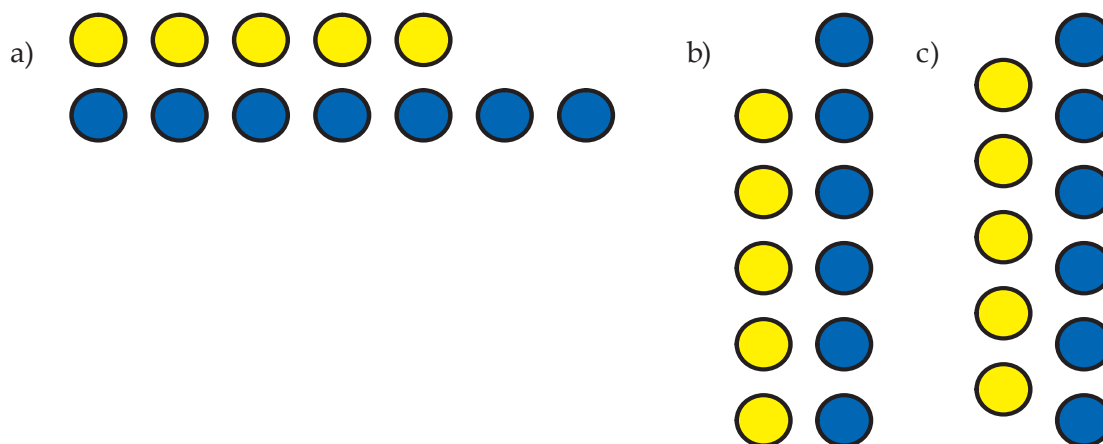
Um fazendeiro estava disposto a matar um corvo que fez seu ninho na torre de observação de sua mansão. Por diversas vezes, tentou surpreender o pássaro, mas em vão: à aproximação do homem, o corvo saía do ninho. De uma árvore distante, ele esperava atentamente até que o homem saísse da torre e só então voltava ao ninho. Um dia o fazendeiro tentou um ardil: dois homens entraram na torre, um ficou dentro e o outro saiu e se afastou. Mas o pássaro não foi enganado, manteve-se afastado até que o outro homem saísse da torre. A experiência foi repetida nos dias subseqüentes com dois, três e quatro homens, ainda sem sucesso. Finalmente, cinco homens foram utilizados como anteriormente, todos entraram na torre e um permaneceu lá dentro enquanto os outros saíram e se afastaram. Desta vez, o corvo perdeu a conta. Incapaz de distinguir entre quatro e cinco, voltou imediatamente ao ninho e foi pego.

(DANTZIG, TOBIAS, *Número – A linguagem da Ciência*, Zahar Editores, Rio de Janeiro, 1970 – Tradução de Sérgio Goes de Paula, pág. 17).

É comprovado cientificamente que o ser humano só consegue distinguir, sem erro, numa rápida olhada, até quatro elementos do mesmo grupo. Como podemos observar no texto acima, os animais têm essa mesma capacidade.

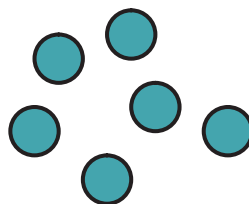
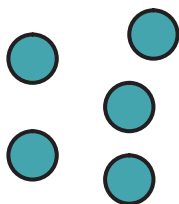
Muitos alunos, antes mesmo de entrarem para a escola, possuem noções de números. Essas noções são construídas no seio familiar, nas rodas de amigos e que devem ser totalmente aproveitadas em sala de aula pelo professor, por exemplo, associam a sua idade com os dedos das mãos ou recitam a sequência numérica (“contar” até dez). Isso não quer dizer que eles saibam contar o número de bolinhas de gude que possuem, que alguns destes alunos já possuem é a estrutura de ordem, o que facilita a conceituação de número. O professor, através de situações-problema concretas, como contar quantos lápis, quantos cadernos, quantas carteiras, entre outros exemplos, pode levar os alunos a efetuar contagens. Aos poucos, estes alunos são conduzidos a efetuar a correspondência um-a-um, quando são questionados.

– Qual dos dois conjuntos de bolinhas tem mais?
O amarelo ou o azul?

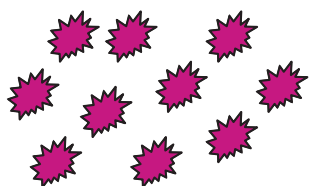


Para facilitar, o professor deve começar com uma quantidade pequena de bolinhas, por exemplo, no máximo 5. Inicialmente, os conjuntos devem ser com a mesma quantidade de elementos e depois quantidades diferentes e ainda com as bolinhas enfileiradas (correspondência um a um) horizontalmente ou verticalmente, e ir aumentando esta quantidade e o grau de dificuldade como no exemplo c feito anteriormente, em que as bolinhas não estão alinhadas.

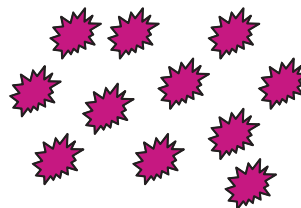
Em seguida, repetir a pergunta:
Qual dos dois conjuntos de bolinhas tem mais?
O amarelo ou o azul?



Depois ir aumentando o grau de dificuldade como na próxima situação.



A



B

O que a criança precisa fazer para contar quantos elementos há em cada conjunto e saber responder a pergunta: aonde tem mais?

Cada aluno tem um modo de organizar os elementos do conjunto e efetuar a contagem. Eles podem agrupar de 3 em 3, de 5 em 5; podem colocá-los enfileirados fazendo a correspondência um-a-um; podem contar utilizando os dedos da mão; entre outras.

Um **numeral** é um símbolo ou grupo de símbolos que representam um número. Os numerais diferem dos números do mesmo modo que as palavras diferem das coisas a que se referem. Os símbolos “11”, “onze” e “XI” são numerais diferentes, representando todos o mesmo número.

Um **sistema de numeração**, ou **sistema numeral** é um sistema em que um conjunto de números são representados por numerais de uma forma consistente. Pode ser visto como o *contexto* que permite ao numeral “11” ser interpretado como o numeral romano para *dois*, o numeral binário para *três* ou o numeral decimal para *onze*. Em condições ideais, um sistema de numeração deve:

- representar uma grande quantidade de números úteis (ex.: todos os números inteiros, ou todos os números reais);
- dar a cada número representado uma única descrição (ou pelo menos uma representação padrão);
- refletir as estruturas algébricas e aritméticas dos números.

Site: http://pt.wikipedia.org/wiki/Sistema_de_numera%C3%A7%C3%A3o

Faça as próximas atividades, agrupando de acordo com o que se pede e, por fim, registrem o resultado das contagens. Essas atividades são o ponto de partida para o início do sistema de numeração decimal.

LISTA DE ATIVIDADES I

1) Agrupe as estrelas e registre o resultado das contagens nas respectivas tabelas.

a) de cinco em cinco



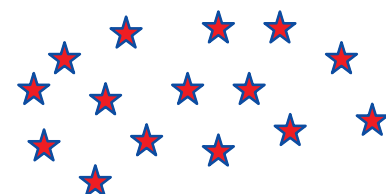
Grupos de 5 Soltos	Soltos

b) de seis em seis



Grupos de 6 Soltos	Soltos

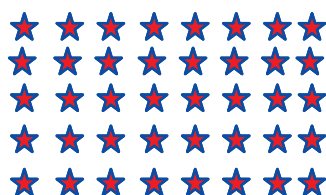
b) de dez em dez



Grupos de 10 Soltos	Soltos

2) A quantidade de estrelas nas figuras a seguir é a mesma. Vamos contar as estrelinhas agrupando-as e reagrupando-as de três em três e de cinco em cinco. Registre os resultados.

a) De três em três



b) De cinco em cinco



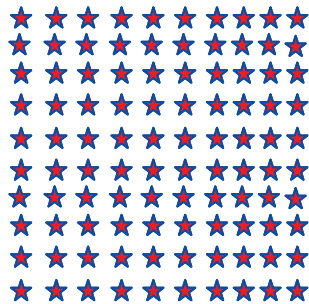
c) De dez em dez



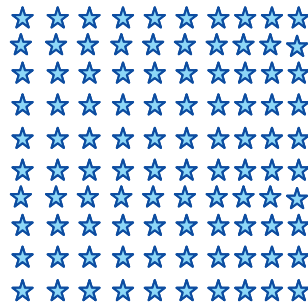
Registro.

3) A quantidade de estrelas nas figuras a seguir é a mesma. Vamos contar as estrelinhas agrupando-as e reagrupando-as de três em três e de cinco em cinco. Registre os resultados.

a) De oito em oito



b) De dez em dez

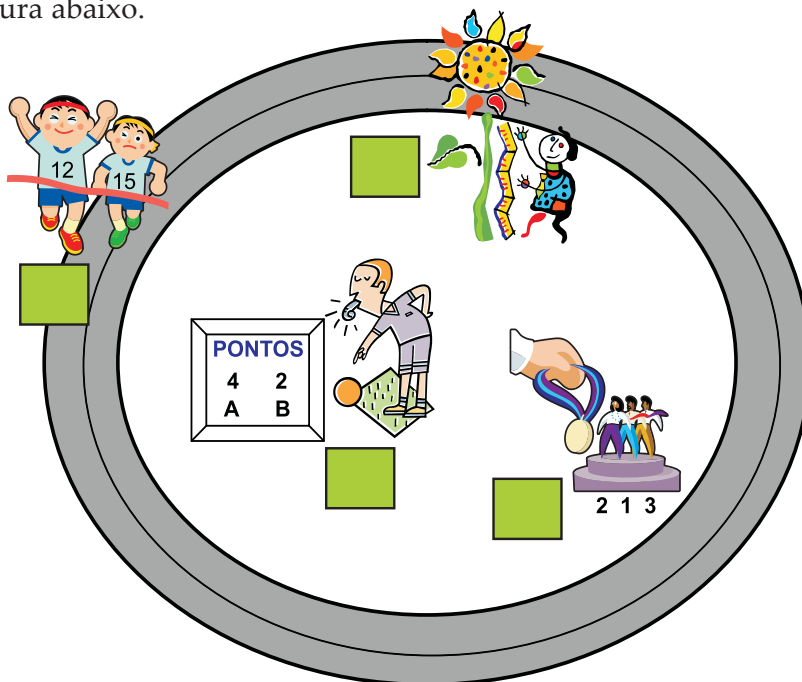


Registro.

4) Temos quatro importantes funções dos números que são:

A – Contar, B – Medir, C- Ordenar e D – Codificar.

Complete o  com as letras A, B, C ou D de acordo com a função dos números em cada uma das cenas representadas na figura abaixo.



Observação. Esta atividade tem como objetivo principal discutir as principais funções que os números assumem nas diversas situações em que são utilizados, por exemplo, para contar ou quantificar elementos (ex. 200 peças); medir ou comparar diferentes grandezas (ex. 2m, 3g); ordenar ou organizar elementos, seguindo uma ordem numérica (1º, 2º, etc.); e codificar utilizando os números como código (números nas camisetas dos atletas, número nas casas).

CARACTERÍSTICAS DE ALGUNS SISTEMAS DE NUMERAÇÃO

Sabemos que um sistema de numeração caracteriza-se pelos **agrupamentos** que apresenta e que o número de elementos que utilizamos para determinar os agrupamentos constituem a **base** do sistema. No nosso sistema de numeração, agrupamos de 10 em 10 e, por isso, utilizamos a base 10 e o denominamos de sistema de numeração decimal. Toda vez que se tem 10 unidades de uma ordem, forma-se uma ordem imediatamente superior.

Para escrever um número em qualquer sistema de numeração é necessário conhecermos sua base e devemos também ter cuidado com a posição dos algarismos na formação da base. Cada algarismo tem um valor diferente dependendo da ordem que ocupa no número.

Valor Relativo de um algarismo é o valor que ele assume, dependendo da ordem que ele ocupa no número, por exemplo, o algarismo 7, na ordem das unidades vale 7, na ordem das dezenas vale 70, na ordem das centenas vale 700 e assim por diante.



Valor absoluto é o valor isolado do algarismo independente da posição ou ordem que ele ocupa no número.

Vocês fizeram um trabalho sobre antigos Sistemas de Numeração e devem ter anotado as principais características dos sistemas estudados por vocês. Vamos apresentar as principais características do sistema de numeração indo-arábico e gostaríamos que vocês fizessem o mesmo com os outros sistemas numéricos.

SISTEMA INDO-ARÁBICO

Vejamos porque o Sistema Indo-arábico é usado praticamente em todo o mundo.

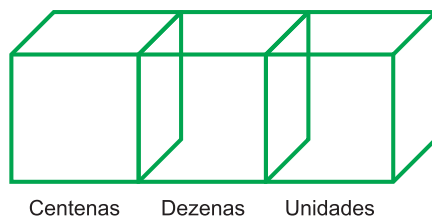
- O nosso sistema de numeração decimal utiliza apenas dez símbolos: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 e 10.
- É de base dez, porque os agrupamentos são feitos de dez em dez.
- Nosso sistema é posicional porque o mesmo símbolo representa valores diferentes, dependendo da posição que ocupa no numeral.
- Utiliza o zero para indicar uma “posição vazia”, ou uma “casa vazia”, dentre os agrupamentos de dez do número considerado.
- O sistema decimal é multiplicativo porque um algarismo escrito à esquerda de outro vale dez vezes o valor posicional que teria se estivesse ocupando a posição do outro.
- O sistema decimal é aditivo, pois o valor do número é obtido pela adição dos valores posicionais que os símbolos adquirem nos respectivos lugares que ocupam.

INTRODUÇÃO ÀS QUATRO OPERAÇÕES: AGRUPAMENTOS E TROCAS SUCESSIVAS

Para introduzirmos as quatro operações, serão utilizados diversos materiais concretos, tais como: a sapateira, o ábaco e o material dourado. A conseqüente passagem para os algoritmos formais da adição, subtração, multiplicação e divisão, precisam ser trabalhadas com agrupamentos e trocas sucessivas. Assim, sugerimos o trabalho com o jogo nunca dez ou o material triangular. Poderíamos ainda, antes deste, trabalhar o jogo nunca 3, nunca 4, nunca 5 e assim até chegar ao nunca dez. O aluno precisa dominar esses agrupamentos e trocas para aprender a fazer e a entender as contas que lhes serão ensinadas.

JOGO NUNCA DEZ

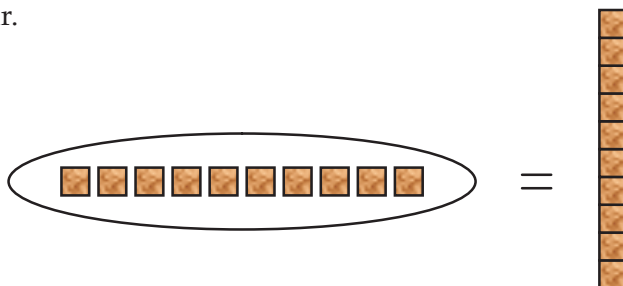
Este jogo é de grande utilidade quando pretendemos iniciar o estudo do sistema de numeração decimal, pois auxilia na compreensão do significado do “vai um” e deve ser trabalhado antes de introduzir-se a sapateira, o ábaco ou o material dourado, isto é, o quadro valor lugar. O aluno deve ficar apto a realizar agrupamentos e trocas. Estaremos, neste caso, trabalhando com o material dourado planejado e uma caixa de sapato dividida em 3 partes ou casas: casa das unidades, casa das dezenas e casa das centenas. Como podemos ver na figura a seguir.



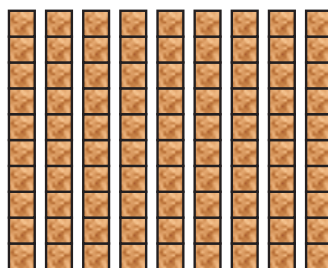
Sabendo que, na casa das unidades só devemos ter quadradinhos e no máximo 9 quadradinhos.



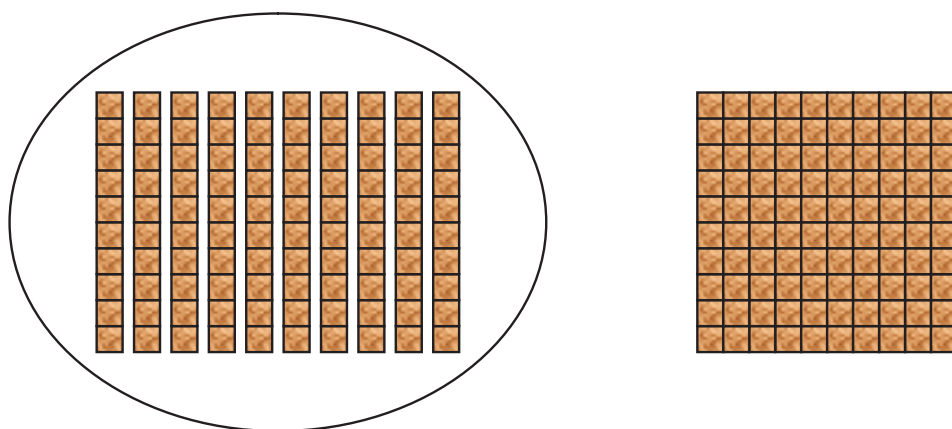
– Toda vez que tivermos dez quadradinhos trocamos por uma barra retangular.



- Na casa das dezenas só devemos ter barrinhas e no máximo 9 barrinhas.



- Toda vez que tivermos dez barrinhas trocamos por uma placa.



- Na casa das centenas só podemos ter placas e no máximo 9 placas.



Observação. Se estivéssemos trabalhando com o material dourado, neste último caso, trocaríamos dez placas por um cubo.

Como jogá-lo

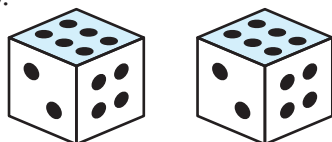
Forma 1. Inicialmente dá-se ao aluno uma certa quantidade de quadradinhos, colocados na caixa de sapato. O aluno começa colocando material na casa das unidades, e deve colocar no máximo 9 quadradinhos nessa casa, conforme isto. Se ainda restam quadradinhos, então ao colocar mais um quadradinho na casa das unidades, obtém-se 10 quadradinhos, o que não é permitido, pois toda vez que o aluno tiver dez quadradinhos deve trocar por uma barra.

Continuamos o jogo, colocando quadradinhos na casa das unidades, até obter 10 quadradinhos e repetir o procedimento.

À medida que tiver dez barrinhas na casa das dezenas, o aluno deve trocar essas dez barrinhas por uma placa que deve ser colocada na casa das centenas, isto é, a mesma regra anterior é válida para as outras casas, e assim por diante.

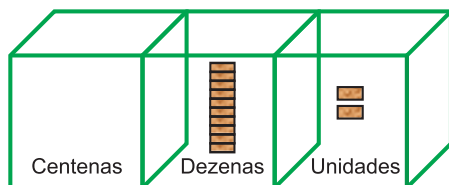
Forma 2. Precisamos de 2 dados. O primeiro aluno joga os dois dados, pega a quantidade de material retirada nos dados e os coloca na caixa de sapato, respeitando as casas e a quantidade de cada casa.

Por exemplo:

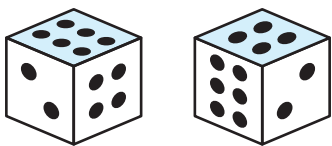


$$\begin{aligned} 6 \text{ pontos} + 6 \text{ pontos} &= 12 \text{ pontos} \\ 12 \text{ pontos} &= 1 \text{ barrinha e } 2 \text{ quadradinhos} \end{aligned}$$

Deve colocar uma barrinha na casa das dezenas e 2 quadradinhos na casa das unidades.

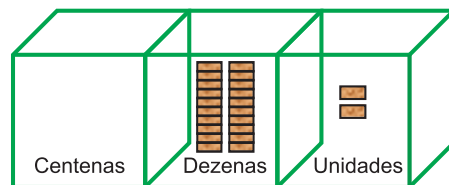


O segundo aluno joga os dois dados, pega a quantidade de material retirada nos dados e também os coloca na caixa de sapato, respeitando as quantidades de cada casa. Por exemplo:



$$\begin{aligned} 6 \text{ pontos} + 4 \text{ pontos} &= 10 \text{ pontos} \\ 10 \text{ pontos} &= 1 \text{ barrinha} \end{aligned}$$

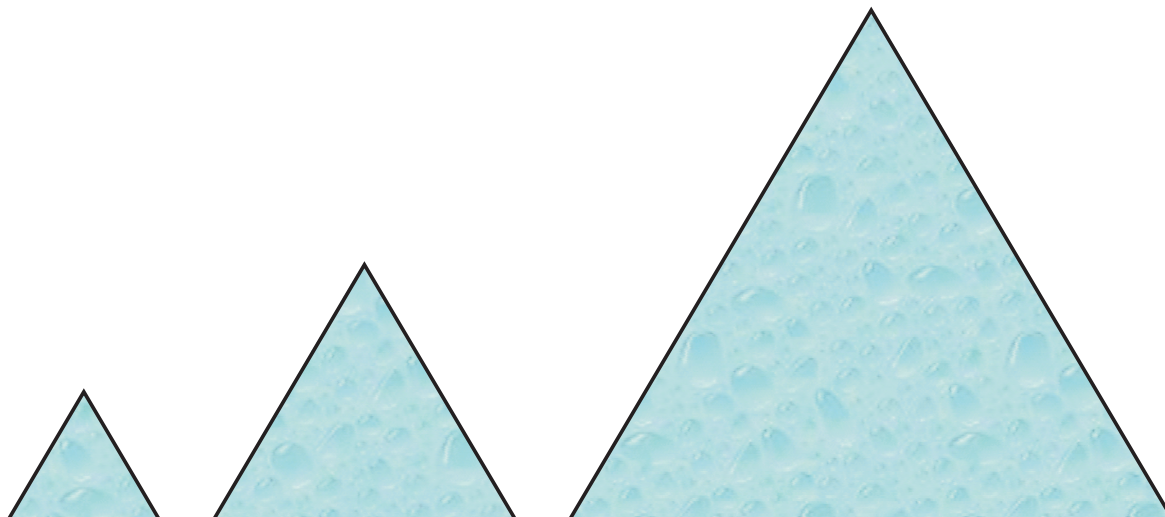
Deve colocar uma barrinha na casa da dezenas.



O terceiro, o quarto, o quinto jogador, e assim sucessivamente, continua jogando e fazendo as trocas quando forem necessárias.

MATERIAL TRIANGULAR

Precisamos construir triângulos eqüiláteros de lados: 2 cm, 4 cm e 8 cm, confeccionados com folhas de papel, conforme a próxima figura. Serão necessários 45 triângulos eqüiláteros de lados 2 cm, 14 triângulos eqüiláteros de lados 4 cm e 3 triângulos eqüiláteros de lados 8 cm.



QUESTIONAMENTOS INTRODUTÓRIOS

1. Quantos triângulos pequenos cabem em um triângulo médio?
2. Quantos triângulos médios cabem em um triângulo grande?
3. Quantos triângulos pequenos cabem em um triângulo grande?
4. Pegue 21 triângulos pequenos e com eles forme triângulos médios. Quantos triângulos médios você obteve e quantos triângulos pequenos sobraram?
5. Pegue os triângulos médios obtidos em 4 e forme triângulos grandes. Quantos triângulos grandes você obteve e quantos triângulos médios sobraram?
6. Nessa segunda etapa, quantos triângulos grandes, médios e pequenos você formou?



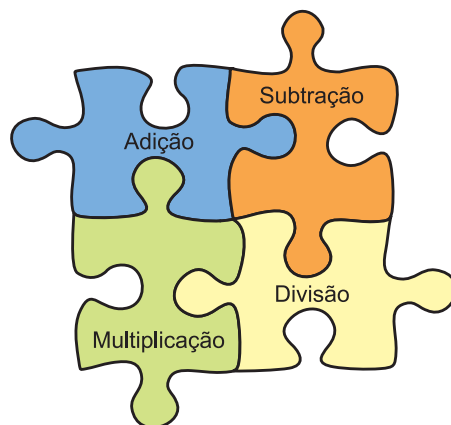
Faça o registro das quantidades de triângulos grandes, médios e pequenos obtidos, nessa ordem.

No **Fórum** dê sua contribuição, definindo um objetivo para a atividade e o que ela trabalha.

Capítulo II

INTRODUÇÃO AO ESTUDO DAS QUATRO OPERAÇÕES

O estudo das quatro operações com números naturais dentro do programa de Matemática das séries iniciais do Ensino Fundamental é de grande relevância. A compreensão dos processos operatórios bem como a automatização dos fatos constitui a base da aprendizagem matemática. Segundo as diretrizes curriculares da Secretaria Municipal de Educação (2004 - SEMED):



(...) nas séries iniciais o que se busca é a formação de conceitos com predominância nas atividades práticas. A passagem das atividades práticas, manuseio de materiais concretos e desenvolvimento de jogos, para o manuseio dos conhecimentos formais e formalização das regras dos jogos, deve ocorrer num crescendo à medida que o aluno é promovido de uma série para outra e nenhum assunto deve ser dado por esgotado da primeira vez em que é apresentado. O retorno ao tema, na mesma série e nas séries seguintes, com aprofundamentos e ampliação das relações, inclusive envolvendo números, formas, medidas e informação, num mesmo problema ou projeto, deve se tornar uma prática constante no fazer pedagógico do professor (p. 7).

Para a eficácia deste estudo, cabe ao professor planejar o seu trabalho em classe, dividindo-o em etapas, de acordo com as dificuldades a serem vencidas, em relação a cada uma das quatro operações. Para que o aluno entenda os princípios que norteiam a estruturação dos números não basta utilizarmos apenas a representação simbólica, devemos também fazer uso de materiais concretos de manipulação. São inúmeros os materiais que podem ser utilizados para explorar a idéia de adição, desde palitos, tampinhas, fichas, os dedos das mãos, bolinhas, até materiais estruturados como: o material dourado, o material cuiseinaire, ábacos, entre outros, trabalhando, simultaneamente, o agrupamento e a troca. O trabalho do professor se constitui em construir uma seqüência de fichas de atividades que proporcionem a aquisição destes conceitos pelo aluno.

Como forma dos alunos identificarem os diferentes valores que um algarismo pode assumir, dependendo da posição que ocupa nesse número (princípio da notação posicional) devemos traba-

lhar inicialmente com diversos tipos de agrupamento (agrupar 20 canudinhos em montinhos de 2 canudinhos cada; em montinhos de 5 canudinhos cada ou em montinhos de 10 canudinhos cada). Os materiais didáticos “Nunca 4”, “Nunca 5” e principalmente, o “Nunca 10”, que são encarados pelos alunos como jogos, nesta etapa tornam-se indispensáveis. À medida que os alunos vão jogando, isto é, à medida que vão fazendo novos agrupamentos e novas trocas, os conceitos vão sendo adquiridos, auxiliam no entendimento do sistema de numeração decimal, principalmente na compreensão do “vai-um”.

Sugerimos neste texto, materiais concretos de manipulação para apoiar a aprendizagem dos números e das operações, como, por exemplo, a sapateira, o ábaco e o material dourado. Pretendemos realizar um trabalho voltado para a compreensão dos princípios que norteiam este sistema de numeração quanto à sua estruturação. Questões problemáticas como “vai-um”, “empresta” terão significado, ocorrendo assim aprendizagem, desde que o trabalho com estes materiais esteja ligado a situações-problema significativas para os alunos e provocando neles a reflexão sobre as ações (operações) realizadas.

Falaremos brevemente sobre cada um destes materiais propostos.

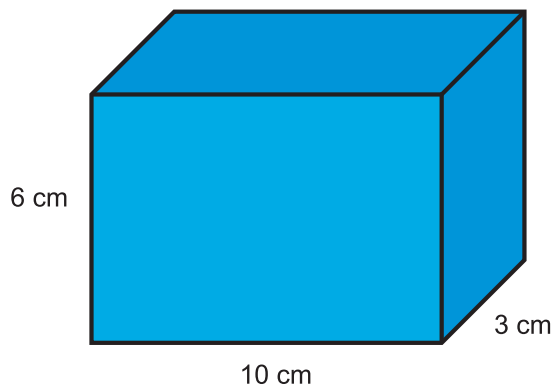
SAPATEIRA

É um material didático de manipulação, também conhecido como quadro valor lugar. Favorece a aprendizagem das quatro operações e ajuda na visualização da representação simbólica dos números, na aquisição de habilidades na contagem de dez em dez, na adequação dos símbolos às quantidades e promove nos alunos um interesse maior pela matemática. Com a sapateira poderemos trabalhar noções primordiais de unidade, dezena e centena; introdução dos números e suas respectivas quantidades (poderá escrever os algarismos e colocá-los nos compartimentos da sapateira e representar suas quantidades com os palitos, canudos ou qualquer outro objeto), as quatro operações: adição, subtração, multiplicação e divisão, envolvendo números naturais e, com a extensão da sapateira, os números decimais.

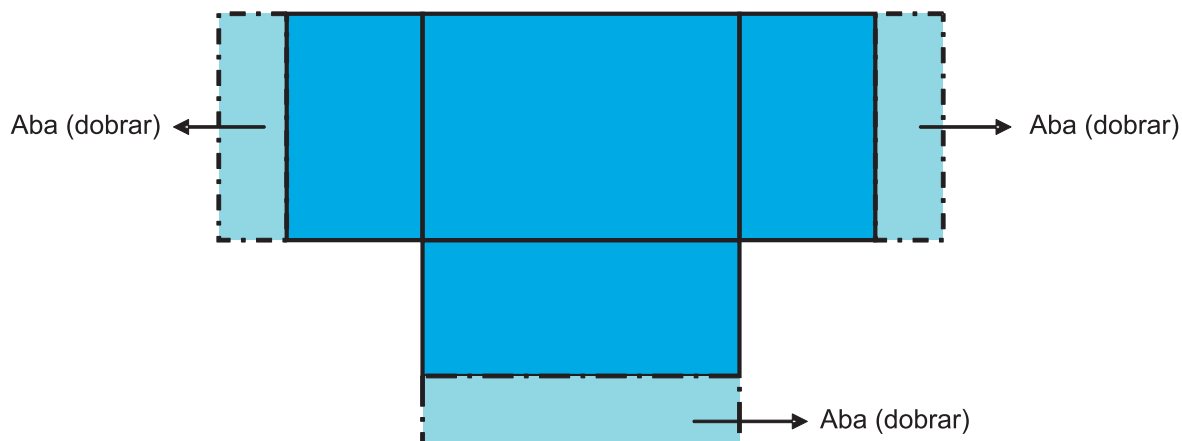
1. COMO CONSTRUIR UMA SAPATEIRA

a) Sapateira confeccionada com caixas de acetato

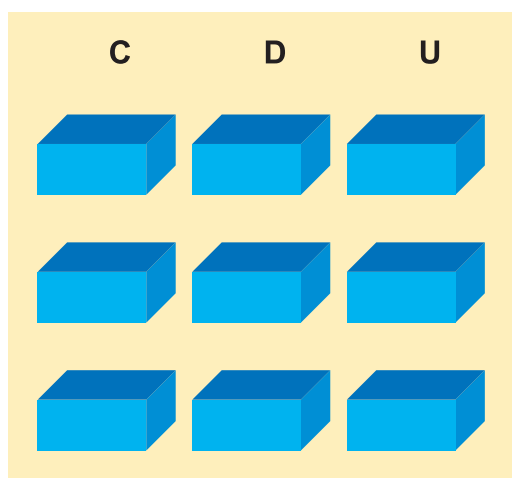
Materiais necessários: papel cartão, canudinhos de plástico ou palitos de picolé, elásticos para dinheiro, fichas com números, nove (9) caixas de gelatina ou 9 caixas confeccionadas de acetato. Medidas da caixa a ser construída (10 cm x 3 cm x 6 cm).



Vista plana da sapateira.



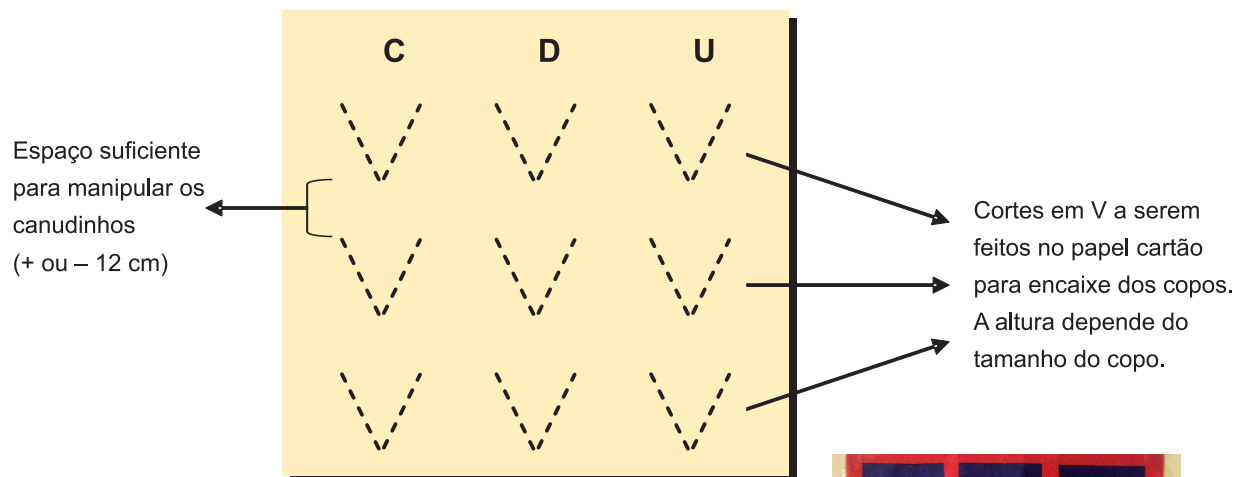
Inicialmente devemos confeccionar as caixas em acetato, e colá-las no papel cartão. Veja como fica depois de pronta.



b) Sapateira confeccionada com copos de água

Materiais necessários: papel cartão, canudinhos de plástico ou palitos de picolé, elásticos para dinheiro, fichas com números, nove (9) copos descartáveis de água.

Como construir a sapateira de copos.



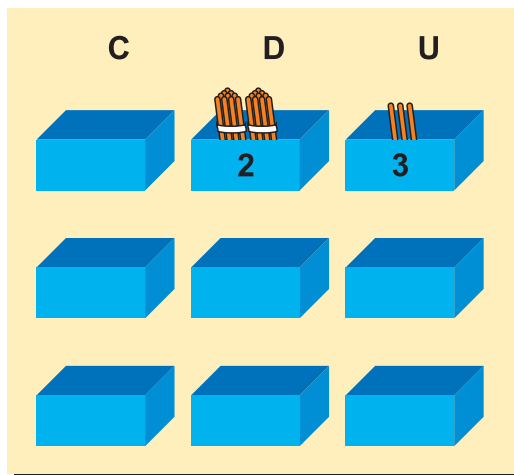
Veja como ela fica depois de pronta.



2. REPRESENTAÇÃO DE UM NÚMERO NA SAPATEIRA

ATIVIDADE 1. Observar a representação de um número na sapateira

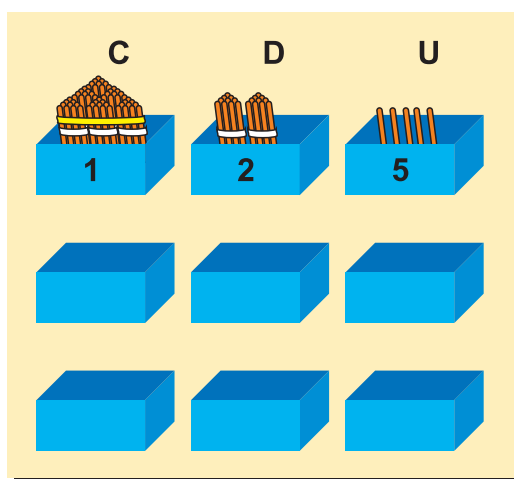
Observe a representação da quantidade 23 na sapateira.



Inicialmente o professor registra na sapateira a quantidade 23 (3 unidades e 2 dezenas) e a lê para seus alunos: vinte e três, isto é, duas dezenas e três unidades.

ATIVIDADE 2. Representação de um número na sapateira.

Represente a quantidade de 125 bolinhas de gude na sapateira.

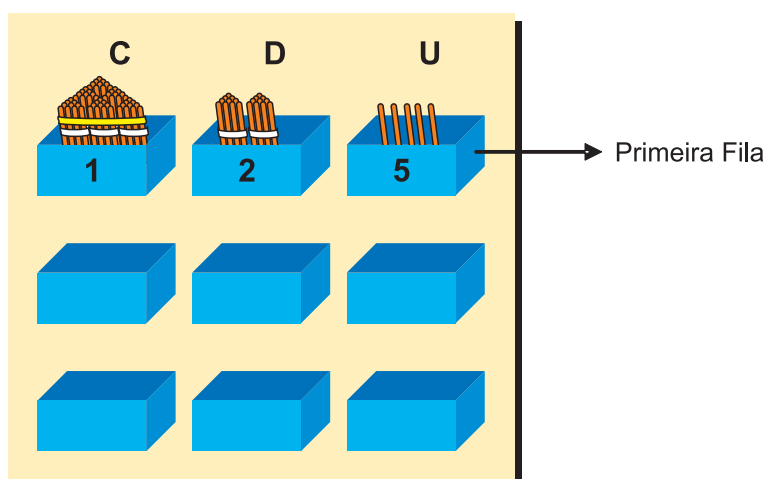


Inicialmente o professor deixa um tempo para o aluno registrar na sapateira a quantidade de 125 (5 unidades, 2 dezenas e 1 centena) bolinhas de gude e depois a lê para seus alunos: cento e vinte e cinco bolinhas de gude, isto é, uma centena, duas dezenas e cinco unidades.

ATIVIDADE 3. Introdução às operações.

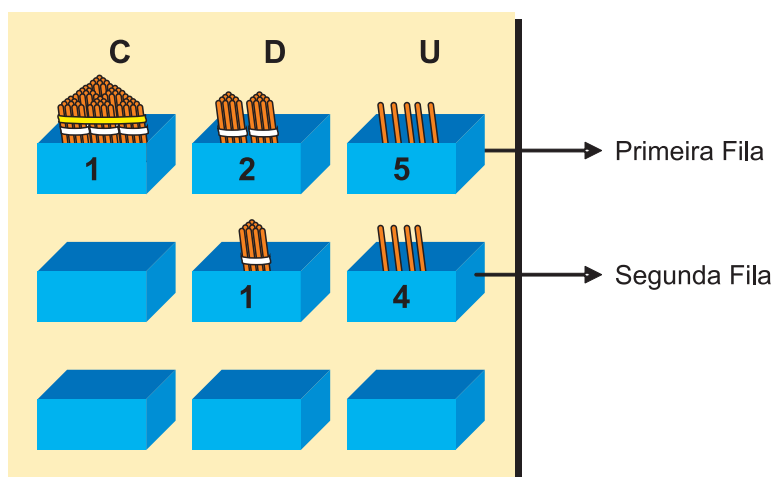
Situação-problema 1. No início de uma partida temos 125 figurinhas, mas durante o jogo ganhamos mais 14 figurinhas. Com quantas figurinhas ficamos no final da partida?

Represente a quantidade de 125 figurinhas na sapateira, isto é, temos no início de uma partida 125 figurinhas. O que temos deve ser representado na primeira fileira das caixinhas, como vemos na figura.



Inicialmente, o professor deixa um tempo para o aluno registrar na sapateira a quantidade de 125 (5 unidades, 2 dezenas e 1 centena) figurinhas na sapateira que devem ser colocadas na primeira fila.

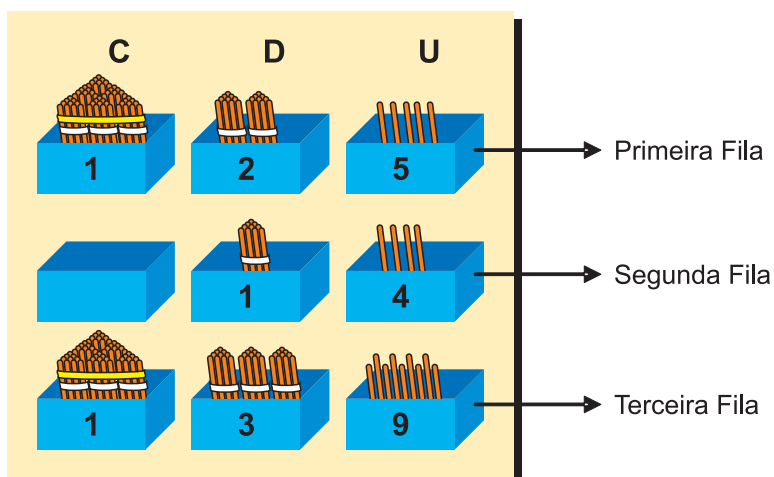
Ganhamos no decorrer da partida 14 figurinhas. O que ganhamos (perdemos ou devemos) deve ser representado na segunda fileira das caixinhas. Como ganhamos 14 figurinhas, veja como fica na sapateira.



Novamente, o professor deixa um tempo para o aluno registrar na sapateira a quantidade de 14 (4 unidades e 1 dezena) figurinhas na sapateira, que devem ser colocadas na segunda fila.

Quantas figuras terão no final da partida?

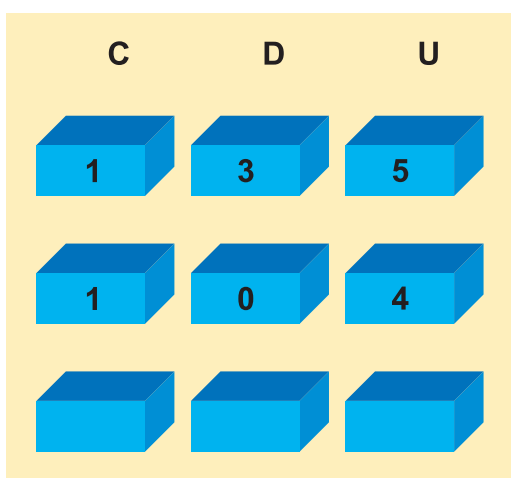
A situação-problema envolve uma adição, pois tínhamos 125 figurinhas no início da partida e ganhamos mais 14 figurinhas. Somando 14 a 125, ficamos com 139. O resultado deve ser representado na terceira fileira, na qual devemos efetuar a soma de unidade com unidade, dezena com dezena e centena com centena. Veja como fica na sapateira.



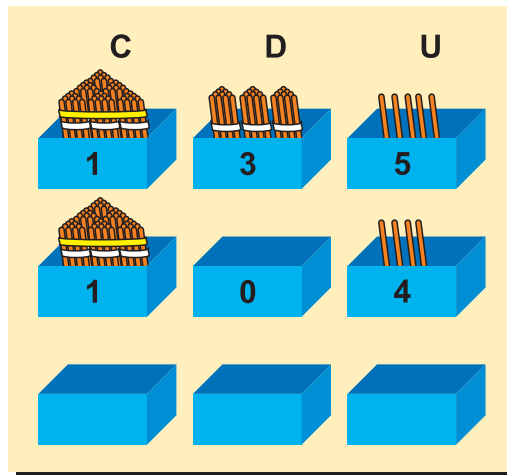
Nos próximos exemplos, vamos enfatizar como o professor pode ensinar os alunos a fazerem as operações utilizando a sapateira. A verbalização do professor é muito importante.

3. COMO FAZER UMA ADIÇÃO NA SAPATEIRA

ATIVIDADE 1. Observar as fichas colocadas nos campos.

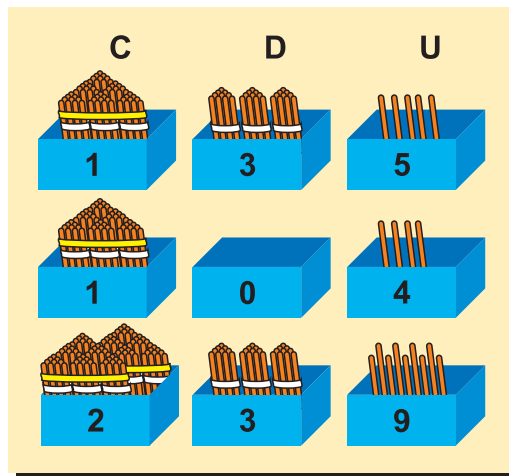


Acrescentar os canudos correspondentes a cada ficha e indicar o resultado da adição com fichas e canudos.



Adicionando

- Temos 5 canudos soltos + 4 canudos soltos = 9 canudos soltos.
 - Temos 3 montinhos de dez canudos cada um + 0 montinhos de dez canudos cada um = 3 montinhos de dez canudos cada um.
 - Temos 1 montinho de cem canudos cada um + 1 montinho de cem canudos cada um = 2 montinhos de cem canudos cada um.
- Veja a figura abaixo:



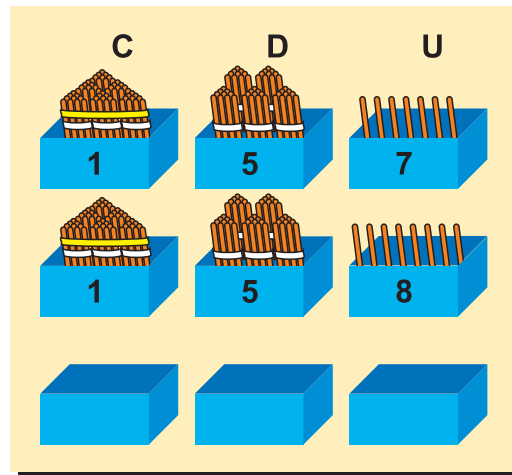
- Ficamos com 2 montinhos de cem canudos cada um, mais 3 montinhos de dez canudos cada um e mais 9 canudos soltos.

	C	D	U
	1	3	5
+	1	0	4
	2	3	9

OBSERVAÇÃO. É importante sempre problematizar a situação proposta, para fazer com que as contas tenham algum sentido para o aluno. Por exemplo:

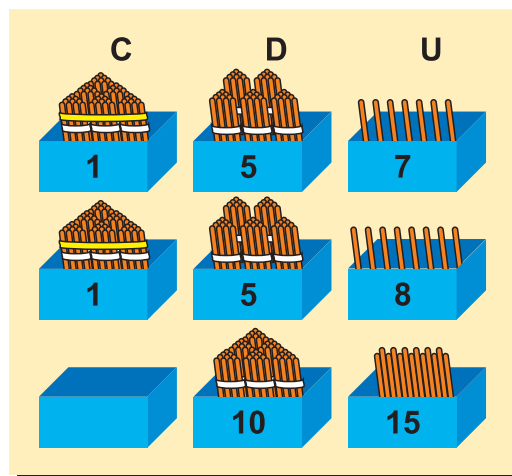
Uma loja de esportes tem 135 bolas de tênis e chegaram mais 104 bolas. Quantas bolas há na loja de esportes agora?

ATIVIDADE 2. Observar as fichas colocadas nos campos. Acrescentar os canudos correspondentes a cada ficha e indicar o resultado da adição com fichas e canudos.



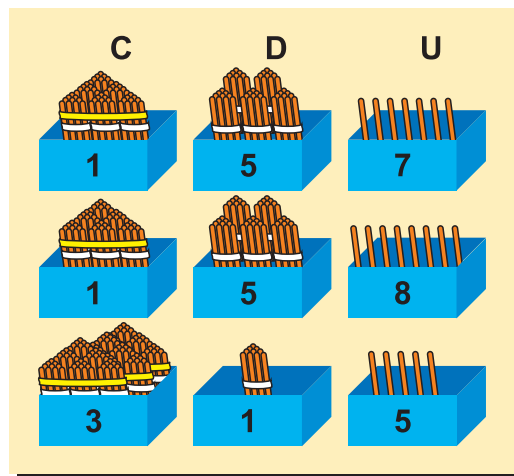
Adicionando

Temos 7 canudos soltos + 8 canudos soltos, que é igual a 15 canudos soltos.



- Mas 15 canudos soltos = 10 canudos soltos + 5 canudos soltos = 1 montinho de dez canudos cada um + 5 canudos soltos.
- Ainda temos, 5 montinhos de dez cada um + 5 montinhos de dez cada um = 10 montinhos de dez cada um.
- Na casa das dezenas, teremos 11 montinhos de dez cada um.
- 11 montinhos de dez canudos cada um = 10 montinhos de dez canudos cada um + 1 montinho de dez canudos cada um = 1 montinho de cem canudos cada um + 1 montinho de dez canudos cada um.
- Temos 1 montinho de cem canudos cada um + 1 montinho de cem canudos cada um = 2 montinhos de cem canudos cada um.

– Veja no próximo quadro esta situação.



	C	D	U
	1	5	7
+	1	5	8
	3	1	5

OBSERVAÇÃO. Problematizando a atividade 2. Por exemplo:

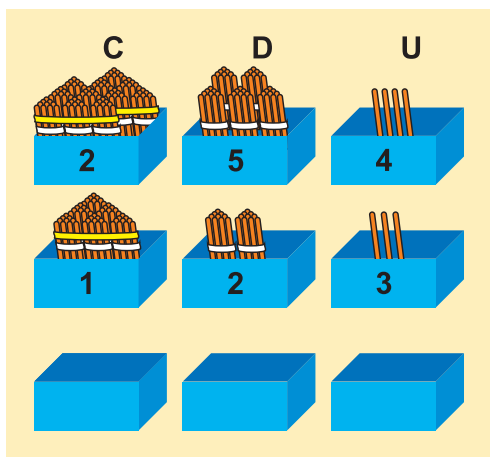
Um menino tem 157 figurinhas de peixes e 158 figurinhas de gatos. Quantas figurinhas o menino tem no total.

LISTA DE ATIVIDADES II

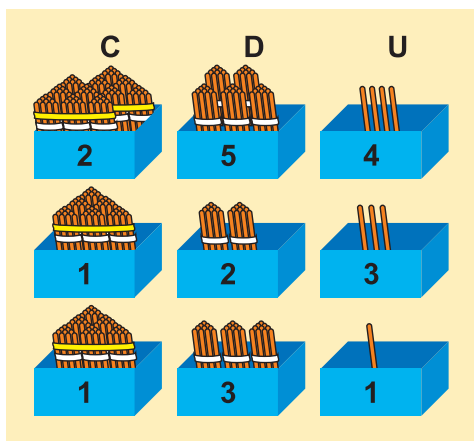
- 1) Utilizando-se da sapateira, fazer os seguintes exercícios.
 - a) Representar o número 27 na sapateira.
 - b) Representar o número 235 na sapateira.
 - c) Representar o número 38 na sapateira.
 - d) Representar o número 18 na sapateira.
- 2) Utilizando-se da sapateira, fazer os seguintes exercícios.
 - 1) Adicionar 5 a 23.
 - 2) Adicionar 15 a 23.
 - 3) Adicionar 25 a 34.
 - 4) Adicionar 12 a 125.
 - 5) Adicionar 12 a 129.
 - 6) Adicionar 132 a 189.
- 3) Criar 5 situações-problema de adição e resolvê-las utilizando-se da sapateira.

4. COMO FAZER UMA SUBTRAÇÃO NA SAPATEIRA

ATIVIDADE 1. Observar as fichas colocadas nos campos. Acrescentar os canudos correspondentes a cada ficha e indicar o resultado da subtração com fichas e canudos.



- Temos 4 canudos soltos – 3 canudos soltos = 1 canudo solto.
- Temos 5 montinhos de dez canudos cada um - 2 montinhos de dez canudos cada um = 3 montinho de dez canudos cada um.
- Temos 2 montinhos de cem canudos cada um - 1 montinho de cem canudos cada um = 1 montinho de cem canudos cada um.



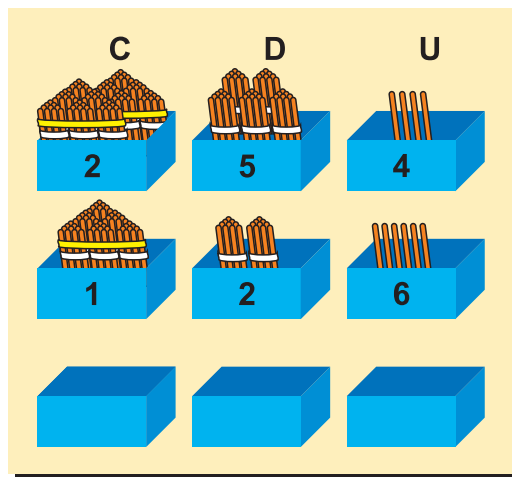
- Finalmente, ficamos com 1 montinho de cem canudos cada um, mais 3 montinhos de dez canudos cada um e mais 1 canudo solto.

C	D	U
2	5	4
- 1	2	3
1	3	1

OBSERVAÇÃO. Problematizando a atividade 1. Por exemplo:

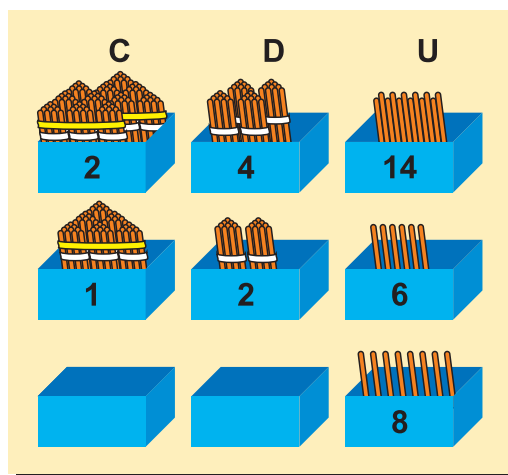
Um menino tem 254 figurinhas de peixes no início de uma jogada, mas durante a jogada perde 123 figurinhas. Com quantas figuras ele ficou no final da jogada?

ATIVIDADE 2. Observar as fichas colocadas nos campos. Acrescentar os canudos correspondentes a cada ficha e indicar o resultado da subtração com fichas e canudos.



– Temos 4 canudos soltos e devemos tirar (ou pagar) 6 canudos soltos, não dá para de 4 tirar 6. Temos que emprestar da casa vizinha. Tomemos emprestado um montinho de dez canudos cada um da casa ao lado, que nada mais é do que dez soltos.

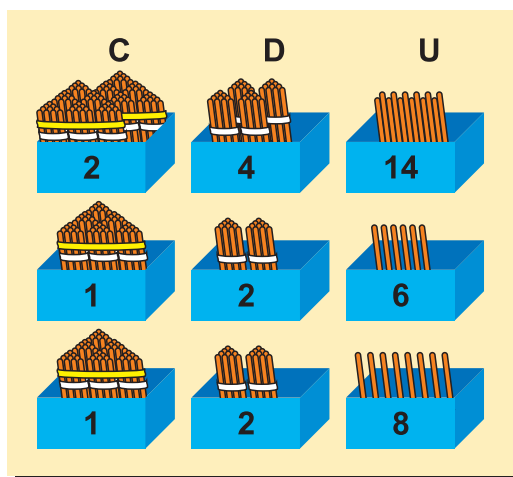
Veja a situação a seguir



– Agora temos 14 canudos soltos e podemos tirar (ou pagar) 6 canudos soltos. $14 \text{ canudos soltos} - 6 \text{ canudos soltos} = 8 \text{ canudos soltos}$.

– Temos 4 montinhos de dez canudos cada um - 2 montinhos de dez canudos cada um = 2 montinhos de dez canudos cada um.

– Temos 2 montinhos de cem canudos cada um - 1 montinho de cem canudos cada um = 1 montinho de cem canudos cada um.



– Finalmente, ficamos com 1 montinho de cem canudos cada um, mais 2 montinhos de dez canudos cada um e 8 canudos soltos.

	C	D	U
	2	5	4
–	1	2	6
	1	2	8

OBSERVAÇÃO. Problematicando a atividade 2. Por exemplo:

Marcos tinha 254 bolinhas de gude e deu para seu irmão Pedro 126 dessas bolinhas. Com quantas bolinhas de gude Marcos ficou?

LISTA DE ATIVIDADES III

1) Utilizando-se da sapateira, fazer os seguintes exercícios.

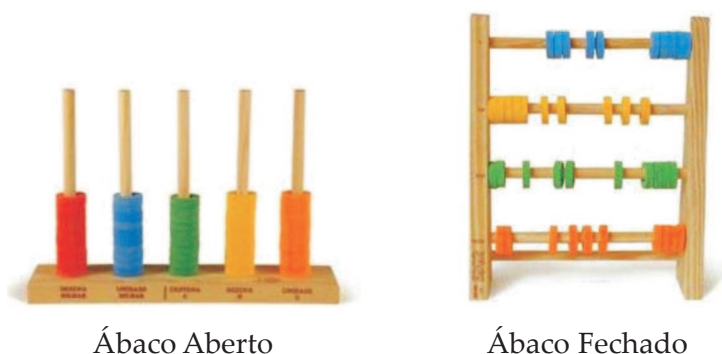
- a) Subtrair 5 de 18.
- b) Subtrair 12 de 89.
- c) Subtrair 15 de 78.
- d) Subtrair 23 de 248.
- e) Subtrair 123 de 245.
- f) Subtrair 29 de 248.
- g) Subtrair 18 de 126.
- h) Subtrair 78 de 135.

2) Criar 5 situações-problema de subtração e resolvê-las utilizando-se da sapateira.

ÁBACO DE PINOS

O ábaco nada mais é do que uma máquina de calcular, datando de mais de dois mil anos, e surge da necessidade de contar e de representar um número. Segundo Centurión (2001: p. 41) “os primeiros ábacos eram pequenas bandejas cheias de areia, na qual se faziam as contas. Com o passar do tempo, as bandejas de areia foram substituídas por placas de madeira contendo sulcos, nos quais deslizavam pequenas pedras”. Leia mais sobre o ábaco, no site: <http://pt.wikipedia.org/wiki/%C3%81baco>.

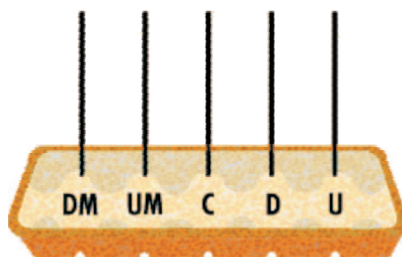
Existem vários tipos de ábacos, entre eles temos o ábaco vertical ou ábaco de pinos ou ábaco aberto e o ábaco horizontal ou ábaco fechado. Todos seguem basicamente os mesmos princípios, e, quando utilizados em sala de aula, tornam-se instrumentos facilitadores na compreensão do nosso sistema de numeração (posicional), operações aritméticas, frações e decimais. Veja um exemplo desses ábacos na Figura 1 a seguir.



(Figura 1)

Mesmo sabendo que o ábaco não faz parte de nossa cultura e que seu uso ficará muito restrito à sala de aula, ele é um grande instrumento para o trabalho de Matemática. Com ele os alunos podem relacionar as peças do material dourado com unidade, dezena, centena e unidade de milhar. Neste material, o ábaco que vamos utilizar é o ábaco de pinos. Ele é muito mais vantajoso do que o ábaco horizontal, pois no ábaco de pinos podemos movimentar as peças (retirá-las), realizando os agrupamentos e trocas na base dez, enquanto que no outro, elas não podem ser movimentadas e exige-se uma abstração maior na realização de um cálculo, pois uma conta pode valer 1, 10, 100 ou 1.000, dependendo da casa que ocupar.

Por ser um material bastante prático, o ábaco de pinos pode ser facilmente confeccionado, bastando para isso uma moldura de madeira, contas e fios de arame, ou uma caixa de ovos (dúzia), três palitos de churrasco e macarrão de argola.



Também existem prontos em lojas especializadas, livrarias e até mesmo em supermercados. Ele serve para trabalharmos as quatro operações, basicamente adição e subtração. Nas atividades de subtração, essa estratégia facilita muito o manuseio pelo aluno, que necessita retirar e reagrupar peças em diferentes posições. Nas séries iniciais, os alunos podem utilizar o ábaco de pinos com o objetivo de representar quantidades, aprendendo, assim, o valor posicional e posteriormente, a resolução de problemas.

No ábaco de pinos aberto (Figura 1) estão, representadas as contas referentes às unidades, dezenas, centenas, unidades de milhar e dezenas de milhar.

1. QUANTO À MANIPULAÇÃO DO ÁBACO DE PINOS

Para representarmos uma unidade no ábaco de pinos, basta colocarmos uma conta na casa das unidades. Na figura 2, temos representado 1 unidade.

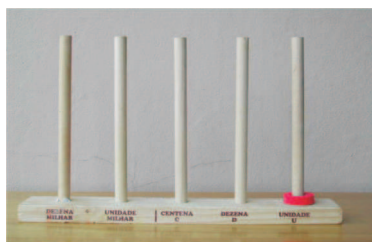


Figura 2

Quando tivermos o total de dez contas na casa das unidades (veja a Figura 3 abaixo), trocaremos essas dez contas da casa das unidades por uma conta da casa das dezenas. Para executarmos essa passagem, basta colocarmos uma conta na casa das dezenas e retirarmos as dez contas da casa das unidades. Veja a figura 4 a seguir.



Figura 3

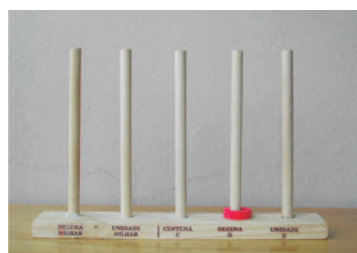


Figura 4

Observação. O número representado no ábaco acima (Figura 4) é uma dezena (dez unidades).

Quando tivermos dez contas na casa das dezenas, trocamos essas dez contas por uma conta da casa das centenas, isto é, colocamos uma conta na casa das centenas e retiramos as dez contas da casa das dezenas. Na Figura 5, temos representado 10 dezenas e na Figura 6 temos 1 centena.

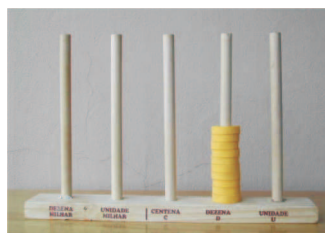


Figura 5

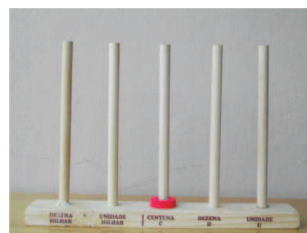


Figura 6

OBSERVAÇÕES

- Dez unidades equivalem a 1 dezena.
- Dez dezenas equivalem a 1 centena.
- Dez centenas equivalem a 1 unidade de milhar.

Nos próximos exemplos trabalharemos somente até a centena.

2. REPRESENTAÇÃO DE UM NÚMERO NO ÁBACO

ATIVIDADE 1. Vamos representar no ábaco 530 contas, isto é, 5 centenas, 3 dezenas e 0 unidades.

Isto é,

$$5 \text{ contas que valem } 100 \text{ cada uma} = 5 \times 100$$

$$3 \text{ contas que valem } 10 \text{ cada uma} = 3 \times 10$$

$$0 \text{ contas que valem } 1 \text{ cada uma} = 0 \times 1$$



Ou seja,

$$5 \times 100 + 3 \times 10 + 0 \times 1 = 530$$

$$500 + 30 + 0 = 530$$

E, finalmente, o professor deve fazer a leitura do número representado no ábaco 530 (quinhentos e trinta).

3. COMO FAZER UMA ADIÇÃO NO ÁBACO

ATIVIDADE 1. Temos 530 palitos de sorvete. Compramos mais 113 palitos de sorvete. Quantos palitos de sorvete temos agora? Como devemos proceder no ábaco?

Inicialmente vamos representar no ábaco os 530 palitos de sorvete, isto é, 5 centenas, 3 dezenas e 0 unidades.



E acrescentaremos 113 palitos de sorvete ao 530 palitos de sorvete já representado no ábaco. Ou seja, acrescentaremos 3 unidades, 1 dezena e 1 centena.



Para finalizar, basta lermos o resultado obtido: 6 centenas, 4 dezenas e 3 unidades ou $(6 \times 100 + 4 \times 10 + 3 \times 1 = 643$ ou ainda $600 + 40 + 3 = 643$)

Vamos ver a relação entre o que acontece no ábaco e o que fazemos com os símbolos do nosso sistema de numeração.

	C	D	U
	5	3	0
+	1	1	3
	6	4	3

FINALIZANDO. Tínhamos 530 palitos de sorvete e compramos mais 113, portanto ficamos com 643 palitos de sorvete.

4. COMO FAZER UMA SUBTRAÇÃO NO ÁBACO

ATIVIDADE 1. Temos 530 palitos de sorvete e utilizamos 113 palitos de sorvete fazendo picolés. Quantos palitos de sorvete temos agora?

Queremos subtrair 123 de 530. Como devemos proceder no ábaco?

Inicialmente vamos representar no ábaco os 530 palitos de sorvete, isto é, 5 centenas, 3 dezenas e 0 unidade.



Subtrairemos 123 palitos de sorvete de 530 palitos de sorvete que já está representado no ábaco.

Verificamos que a quantidade de unidades é insuficiente para retirarmos as 3 unidades. Para resolver isso, trocaremos inicialmente uma dezena por dez unidades.



Subtrairemos agora 3 unidades, 2 dezenas e 1 centena.

Ficamos com



Para finalizar, basta lermos o resultado obtido.

$$\begin{aligned}
 &4 \text{ centenas, } 0 \text{ dezenas e } 7 \text{ unidades ou} \\
 &4 \times 100 + 0 \times 10 + 7 \times 1 = 407 \quad \text{ou} \\
 &400 + 0 + 7 = 407
 \end{aligned}$$

Vamos ver a relação entre o que acontece no ábaco e o que fazemos com os símbolos do nosso sistema de numeração.

C	D	U
5	3	0
– 1	2	3
4	0	7

FINALIZANDO. Tínhamos 530 palitos de sorvete e utilizamos 113 palitos de sorvete fazendo picolés, portanto ficamos com 407 palitos de sorvete.

MATERIAL DOURADO

O Material Dourado que vamos utilizar faz parte de um conjunto de materiais idealizados pela médica e educadora italiana Maria Montessori, que nasceu na Itália em 1870, e foi encarregada da educação de crianças com deficiência mental. Verificou que essas crianças aprendiam muito mais pela ação do que pelo pensamento e, portanto, desenvolveu para elas o método e o material apropriado de ensino.



Maria Montessori percebeu que este método poderia ter êxito com qualquer criança, pois, muitas vezes no ensino tradicional, as crianças acabam “aprendendo” os algoritmos passados pelo professor, a partir de treinos repetitivos e cansativos, mas sem conseguir compreender o que estão de fato fazendo (realizando), isto é, não é porque o aluno aprendeu uma técnica de cálculo (sabe executá-la) que sabe explicar ou entender seus porquês.

O material dourado, como os materiais estudados anteriormente (a sapateira, o ábaco) auxiliam o ensino e a aprendizagem de Matemática, em particular, do sistema de numeração decimal-posicional e dos algoritmos para efetuar as quatro operações fundamentais. Este material é um valioso auxiliar nas aulas de Matemática, possibilitando que o aluno assimile de forma concreta os conceitos matemáticos. Quando adequadamente utilizado, facilita de sobremaneira o trabalho do professor. Há muitos anos este material vem encabeçando a lista de materiais pedagógicos, por ser um material prático de usar e eficiente ao que se propõe.

Podemos abordar inúmeros conteúdos matemáticos, como por exemplo, a idéia de número, valor posicional dos algarismos, classe e ordem de um número, números pares e números ímpares, múltiplos de um número, as quatro operações (Adição, Subtração, Multiplicação e Divisão) envolvendo números naturais, fracionários e decimais, noções de volume, capacidade e área.

No presente material abordaremos as quatro operações com números naturais.

1. COMPOSIÇÃO DO MATERIAL DOURADO

- 01 cubo de madeira representando o milhar
- 10 placas representando as centenas
- 100 barras representados as dezenas
- 500 cubinhos representando as unidades

O primeiro contato do aluno, com o material dourado, pode ser feito através das seguintes situações:

- a) Manipulação livre do material dourado.
- b) Desenho e recobrimento de figuras, utilizando-se das peças do material dourado.
- c) Desenho qualquer, utilizando-se das peças do material dourado.

2. QUESTIONAMENTOS ENVOLVENDO ESTE MATERIAL

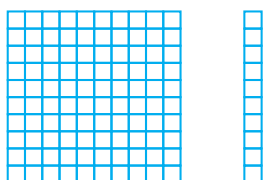
1. Por quantos cubinhos a barra é formada?
2. Por quantas barras a placa é formada?
3. Quantos cubinhos há em uma placa? Em duas placas? Em três barras?
4. Quantos cubinhos são necessários para formar meia barra?
5. Quantas barras são necessárias para formar meia placa?
6. Quantas barras há em duas placas? E em três placas?
7. Qual a quantidade de dezenas que há em uma barra?
8. Qual a quantidade de dezenas que há em uma placa?
9. Qual a quantidade de centenas que há na placa?
10. Qual a quantidade de centena que há no cubo?
11. Quantas unidades há no cubo?
12. Quantas unidades há na placa?
13. Quantas unidades há na barra?
14. Quantas dezenas há em duas barras? Quantas centenas há em três placas?

Estas questões são fundamentais de serem trabalhadas antes de entrarmos nas operações em si, uma vez que o aluno deve estar consciente do significado de termos como centena, dezena e unidade, saber realizar agrupamentos e trocas na base dez. Muitas vezes os alunos usam substitutos como grupinhos ou montinhos, compreendendo perfeitamente a idéia de valor posicional e a formação da base 10.

RESPOSTAS: 1- 10; 2- 10; 3- 100, 200 e 300; 4- 5; 5- 5; 6- 20 e 30; 7- 1; 8- 10; 9- 1; 10- 10; 11- 1000; 12- 100; 13- 10; 14- 2 e 3.

3. MATERIAL DOURADO PLANIFICADO

Para as próximas atividades estaremos trabalhando com o material dourado planificado, que pode ser facilmente confeccionado em papel quadriculado pelo professor. É vantajoso, pois cada aluno poderá ter o seu próprio material. Este material é formado por placas, barras e quadradinhos. Veja as peças:



Onde:

- a placa corresponde à centena.
- a barra corresponde à dezena.
- o quadradinho corresponde à unidade.

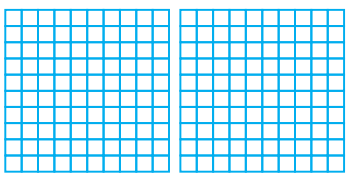
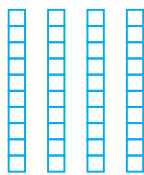
Fica a critério do professor, de acordo com suas necessidades, determinar a quantidade de placas, barras e quadradinhos a serem utilizadas.

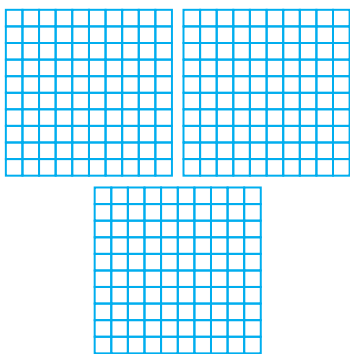
TAREFA. Criar questionamentos como os anteriores, envolvendo as peças do material dourado planificado.

4. REPRESENTAÇÃO DE UM NÚMERO COM ESTE MATERIAL

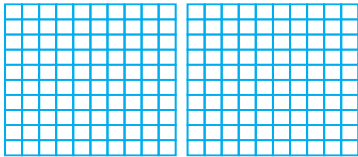
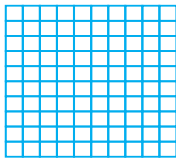
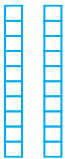
OBJETIVO. Auxiliar o educando a perceber a representação da quantidade, e que cada número corresponde, respectivamente a: tantas centenas, tantas dezenas ou tantas unidades.

ATIVIDADE 1. Represente as quantidades desejadas, utilizando-se do menor número de peças do Material Dourado Planificado dado abaixo.

CENTENA	DEZENA	UNIDADE	QUANTIDADE
			243

CENTENA	DEZENA	UNIDADE	QUANTIDADE
			319

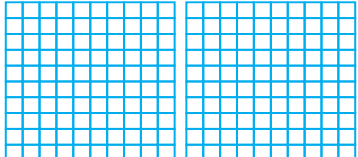
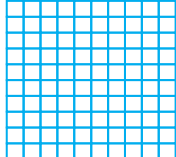
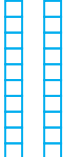
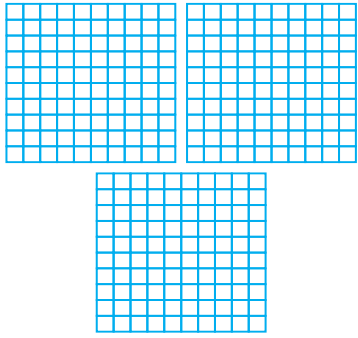
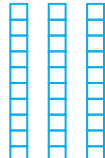
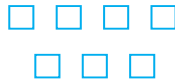
ATIVIDADE 2. Represente 214 na primeira fileira e 123 na segunda fileira, utilizando-se do menor número de peças do Material Dourado Planificado dado abaixo.

CENTENA	DEZENA	UNIDADE
 2	 1	 4
 1	 2	 3

5. ADIÇÃO COM O MATERIAL DOURADO PLANIFICADO

Os alunos já manipularam o material dourado planificado, já efetuaram agrupamentos e trocas na base dez, iniciaremos as operações com este material. Os alunos devem ter claro que toda vez que tiverem 10 quadradinhos devem trocá-los por 1 barra, e toda vez que tiverem 10 barras devem trocá-lo por 1 placa.

ATIVIDADE 1. Marcos e Maria colecionam botões. Marcos contou a sua coleção e a de Maria. Ele percebeu que tem 214 botões e Maria tem 124. Quantos botões os dois possuem juntos?

CENTENA	DEZENA	UNIDADE
 2	 1	 4
 1	 2	 3
 $2 + 1 = 3$	 $1 + 2 = 3$	 $4 + 3 = 7$

Sugestão de como trabalhar esta adição.

Como Marcos tem 214 botões e Maria tem 123 botões, para saber-mos quantos botões os dois possuem juntos temos que adicionar 123 peças a 214.

Inicialmente, pegamos a quantidade de 214 botões, utilizando-nos do menor número possível delas. Assim, devemos pegar 2 placas, 1 barra e 4 quadradinhos e vamos acrescentar 123 botões, isto é, 1 placa, 2 barras e 3 quadradinhos.

- 4 quadradinhos + 3 quadradinhos = 7 quadradinhos
- 1 barra + 2 barras = 3 barras
- 2 placas + 1 placa = 3 placas

E finalmente, devemos fazer a leitura do resultado final da adição sugerida. Marcos tinha 214 botões, adicionamos os 123 botões de Maria e obtivemos o total de 337 botões. E fazemos o registro no quadro-negro.

	C	D	U
	2	1	4
+	1	2	3
	3	3	7

ATIVIDADE 2. João Pedro tem uma coleção com 218 lápis. André, seu primo, tem uma coleção com 123 lápis. Quantos lápis os dois possuem juntos?

Sugestão de como trabalhar esta adição.

Como João Pedro tem uma coleção com 218 lápis e André tem uma coleção com 123 lápis. Temos que adicionar as duas quantidades para sabermos quantos lápis os dois possuem juntos.

Inicialmente, pegamos a quantidade de 218 peças, utilizando-nos do menor número possível delas. Assim devemos pegar: 2 placas, 1 barra e 8 quadradinhos e vamos acrescentar 123 peças, isto é, 1 placa, 2 barras e 3 quadradinhos.

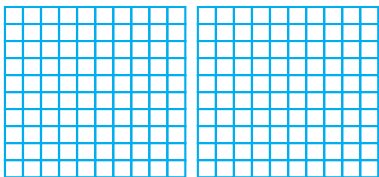
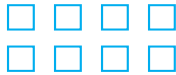
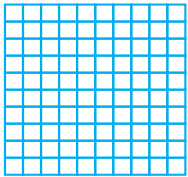
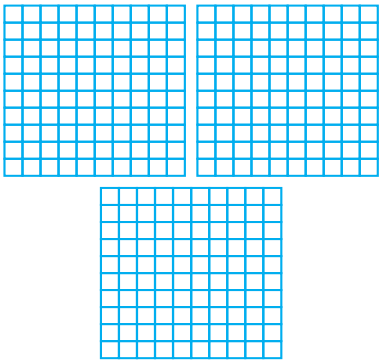
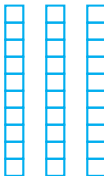
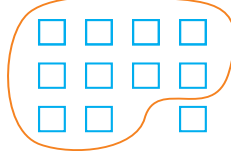
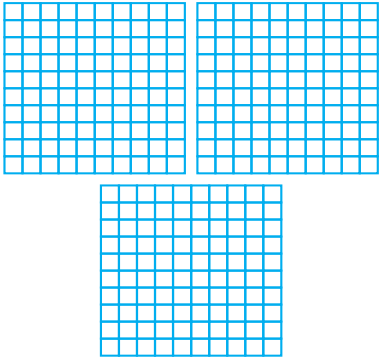
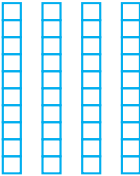
Continuando,

- 2 placas + 1 placa = 3 placas
- 1 barra + 2 barras = 3 barras
- 8 quadradinhos + 3 quadradinhos = 11 quadradinhos

Agrupamos 123 peças a 218 e agora temos 3 placas, 3 barras e 11 quadradinhos.

Mas, 11 quadradinhos = 10 quadradinhos + 1 quadradinho = 1 barra + 1 quadradinho.

Então, ficamos com: 3 placas, 4 barras e 1 quadradinho

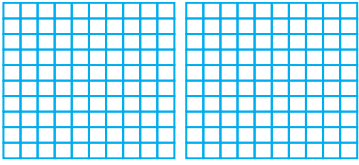
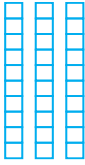
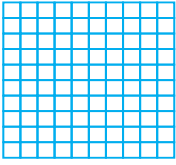
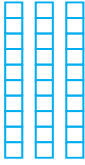
CENTENA	DEZENA	UNIDADE
 2	 1	 8
 1	 2	 3
 $2 + 1 = 3$	 $1 + 2 = 3$	 $8 + 3 = 11 = (10 + 1)$
 3	 4	 1

E finalmente, devemos fazer a leitura do resultado final da adição sugerida. João Pedro tinha 218 lápis que, juntados com os 123 lápis de André, resultam em 341 lápis. Fazemos o registro no quadro-negro.

	C	D	U
	2	1	8
+	1	2	3
	3	4	1

6. SUBTRAÇÃO COM O MATERIAL DOURADO PLANIFICADO

ATIVIDADE 1. Carla tem uma coleção com 232 adesivos. Ela deu para Joana 134 adesivos. Com quantos adesivos Carla ficou?

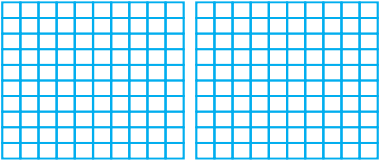
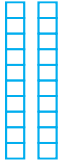
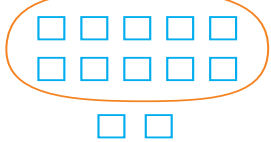
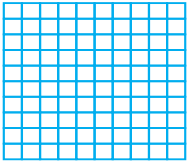
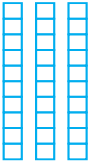
CENTENA	DEZENA	UNIDADE
 2	 3	 2
 1	 3	 4

Sugestão de como trabalhar esta subtração.

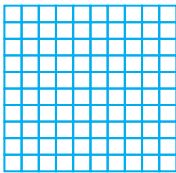
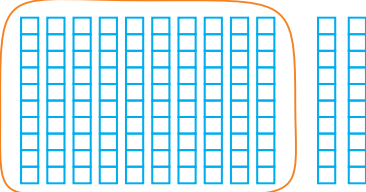
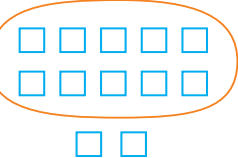
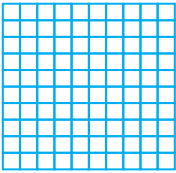
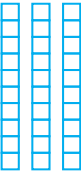
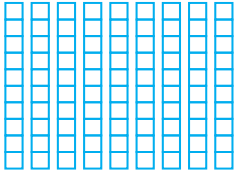
Carla tem uma coleção com 232 adesivos e deu para Joana 134 adesivos. Para sabermos com quantos adesivos Carla ficou, devemos subtrair 134 de 232.

Inicialmente pegamos a quantidade de 232 peças, utilizando-nos do menor número possível delas. Assim, devemos pegar: 2 placas, 3 barras e 2 quadradinhos e vamos subtrair 134 peças, isto é, 1 placa, 3 barras e 4 quadradinhos.

Temos 2 quadradinhos e devemos retirar (ou pagar) 4 quadradinhos. Como não temos peças suficientes para pagar, devemos emprestar da casa ao lado, isto é, 1 dezena = 10 quadradinhos. Efetuamos essa troca e temos a seguinte situação: 12 quadradinhos – 4 quadradinhos = 8 quadradinhos. Veja a situação representada no quadro:

CENTENA	DEZENA	UNIDADE
 2	 $3 - 1 = 2$	 $12 = (10 + 2)$
 1	 3	 4
		 8

Temos 2 barras e devemos retirar (ou pagar) 3 barras. Como não temos peças suficientes para pagar, devemos emprestar da casa ao lado, isto é, 1 placa = 10 barras. Efetuamos essa troca e temos a seguinte situação: 12 barras – 3 barras = 9 barras. Veja a situação representada no próximo quadro.

CENTENA	DEZENA	UNIDADE
 $2 - 1 = 1$	 $12 = (10 + 2)$	 $12 = (10 + 2)$
 1	 3	 4
0	 9	 8

Temos uma placa, retiramos (ou pagamos) uma placa e não resta nada.

E finalmente, devemos fazer a leitura do resultado final da adição sugerida. **Carla tinha uma coleção com 232 adesivos, mas deu 134 desses adesivos para Joana, ficando com apenas 98 adesivos.** E podemos fazer o registro no quadro-negro.

C	D	U
2	3	2
– 1	3	4
0	9	8

7. EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

1. Resolva as atividades utilizando-se da sapateira, do material dourado e do ábaco de pinos.

a)	b)	c)	d)
$\begin{array}{r} \text{D} \quad \text{U} \\ 4 \quad 7 \\ + \quad 3 \quad 6 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} \text{D} \quad \text{U} \\ 2 \quad 8 \\ + \quad 5 \quad 4 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} \text{C} \quad \text{D} \quad \text{U} \\ 3 \quad 4 \quad 9 \\ + \quad 2 \quad 1 \quad 4 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} \text{C} \quad \text{D} \quad \text{U} \\ 3 \quad 8 \quad 4 \\ + \quad 2 \quad 7 \quad 1 \\ \hline \end{array}$

e)	f)	g)
$\begin{array}{r} \text{C} \quad \text{D} \quad \text{U} \\ 6 \quad 7 \quad 1 \\ + \quad 1 \quad 5 \quad 3 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} \text{C} \quad \text{D} \quad \text{U} \\ 3 \quad 6 \quad 2 \\ + \quad 2 \quad 5 \quad 2 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} \text{C} \quad \text{D} \quad \text{U} \\ 3 \quad 8 \quad 9 \\ + \quad 2 \quad 7 \quad 7 \\ \hline \end{array}$

h)	i)	j)
$\begin{array}{r} \text{UM} \quad \text{C} \quad \text{D} \quad \text{U} \\ 1 \quad 6 \quad 4 \quad 3 \\ + \quad 3 \quad 5 \quad 1 \quad 5 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} \text{UM} \quad \text{C} \quad \text{D} \quad \text{U} \\ 1 \quad 6 \quad 4 \quad 3 \\ + \quad 3 \quad 5 \quad 1 \quad 5 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} \text{UM} \quad \text{C} \quad \text{D} \quad \text{U} \\ 1 \quad 6 \quad 4 \quad 3 \\ + \quad 3 \quad 5 \quad 1 \quad 5 \\ \hline \end{array}$

k)	l)	m)
$\begin{array}{r} \text{D} \quad \text{U} \\ 6 \quad 3 \\ - \quad 3 \quad 7 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} \text{C} \quad \text{D} \quad \text{U} \\ 7 \quad 8 \quad 2 \\ - \quad 3 \quad 4 \quad 5 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} \text{C} \quad \text{D} \quad \text{U} \\ 8 \quad 7 \quad 0 \\ - \quad 4 \quad 3 \quad 2 \\ \hline \end{array}$

n)	o)	p)
$\begin{array}{r} \text{C} \quad \text{D} \quad \text{U} \\ 8 \quad 6 \quad 9 \\ - \quad 4 \quad 7 \quad 2 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} \text{C} \quad \text{D} \quad \text{U} \\ 7 \quad 4 \quad 8 \\ - \quad 2 \quad 9 \quad 5 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} \text{C} \quad \text{D} \quad \text{U} \\ 6 \quad 5 \quad 6 \\ - \quad 5 \quad 9 \quad 3 \\ \hline \end{array}$

Capítulo III

ALGORITMOS DAS OPERAÇÕES COM NÚMEROS NATURAIS

INTRODUÇÃO

Um **algoritmo** é uma sequência não ambígua de instruções que é executada até que determinada condição se verifique. Mais especificamente, em matemática, constitui o conjunto de processos (e símbolos que os representam) para efectuar um cálculo.

Retirado do site: <http://pt.wikipedia.org/wiki/Algoritmo>.

No ensino tradicional, os cálculos envolvendo as quatro operações, na maioria das vezes, representam grandes dificuldades para os alunos das séries iniciais. Realizar os cálculos não é apenas “dominar” os algoritmos, ou seguir uma sequência de passos decorados. É claro que essa sequência de passos leva ao resultado, muitas vezes correto da operação a ser realizada, mas sem que os alunos consigam compreender o que fazem, nada adianta. Compreender operações exige compreender seus significados, poder decidir em que situações elas se aplicam. Isso vai muito além de apenas fazer contas. O que está em jogo é o entendimento dos passos realizados, saber o porquê de cada passo, saber explicar, por exemplo, o famoso “vai-um” numa adição ou empresta “um” numa subtração. Para isto, é necessário que o aluno tenha compreendido bem as regras básicas do nosso sistema de numeração decimal.

Muitas vezes nós, professores, temos dificuldades em apresentar os algoritmos das quatro operações de forma a “fugir” do método da “decoreba”, sem absoluta compreensão do processo. Devemos ter cuidado, pois a apresentação dos algoritmos unicamente nas formas tradicionais, acabadas, prontas, parece inibir a compreensão e a curiosidade da criança.

Consideramos que, além de compreender as idéias relacionadas às operações de adição, subtração, multiplicação e divisão com números naturais, o aluno deva também ter domínio

dos algoritmos dessas operações e realizá-los de forma rápida e segura.

Segundo os PCN's, no que diz respeito às operações com números naturais, faz parte dos conteúdos conceituais e processuais:

Resolução das operações com números naturais, por meio de estratégias pessoais e do uso de técnicas operatórias convencionais, com compreensão dos processos nelas envolvidos. (PCN's p. 9)

O material a seguir pretende contribuir para o ensino dos algoritmos, lembrando que o trabalho prévio com os materiais de manipulação ilustrados anteriormente, quando explorados de forma consciente, devem preceder a apresentação dos algoritmos, principalmente nas séries iniciais do Ensino Fundamental.

1. ALGORITMO DA ADIÇÃO

Adição é uma das operações básicas da Arimética. Na sua forma mais simples, adição combina dois números (**termos**, **somandos** ou **parcelas**), em um único número, a **soma**. Adicionar mais números corresponde a repetir a operação.

Retirado do site: <http://pt.wikipedia.org/wiki/Adi%C3%A7%C3%A3o>

A operação de **adição** está ligada à idéia de juntar, acrescentar. No ensino e aprendizagem do algoritmo da adição, é importante que o professor sempre o traduza para uma situação real (corriqueira) do aluno e explore as duas idéias para poder então adquirir o conceito, uma vez que compreender operações exige compreender seus significados, poder decidir em que situações elas se aplicam. Na compreensão da adição, estas idéias intuitivas, que os alunos adquirem na vida e a levam para a escola, constituem o ponto de partida para o aprendizado da adição. As duas idéias parecem iguais, mas não para o aluno. Quando o aluno compreende a idéia de acrescentar, ele é capaz de adicionar 7 com 3 sem juntar os dedos, apenas contando para a frente 8, 9, 10 e conclui que $7 + 3 = 10$. Apresentaremos duas situações-problema de adição, que podem ter significados diferentes para o aluno: a primeira traz a idéia de juntar ou reunir, e a segunda a idéia de acrescentar.

- Márcio tinha 146 palitos de picolé e seu irmão Paulo 125. Os dois resolveram juntar seus palitos de picolés. Quantos palitos de picolé os dois têm juntos?
- Márcio tinha 6 palitos de picolé e ganhou de seu irmão mais 4. Com quantos palitos de picolé ficou?



O professor deve também procurar estimular os alunos a estimar os resultados antes de efetuar as operações e solicitar que eles expliquem “o que fizeram” para estimar. Essa troca de informações é importante, pois ajuda os alunos a ampliar seu repertório de estratégias de cálculo e, principalmente, desenvolver suas próprias técnicas para calcular, pois em todas elas está implícito o conhecimento do nosso sistema de numeração.

Numa adição, os termos que estão sendo somados são chamados de **parcelas** e o resultado da operação de adição é chamado de **soma**.

	D	U	
	6	5	→ parcelas
+	3	2	→ parcelas
	9	7	→ soma

A técnica operatória ou algoritmo da adição sugere que se escrevam as parcelas uma abaixo da outra, respeitando-se a decomposição em unidades, dezenas, centenas, unidade de milhar etc... . Proceda-se, então, juntando-se as unidades, as dezenas etc..., como já foi ilustrado com a Sapateira e o Material Dourado.

Os próximos exemplos ilustram algumas adições, o primeiro, sem reserva* e o segundo, com reserva** ou o famoso “vai um”.

* Uma **adição é dita sem reserva** quando a soma de dois algarismos não ultrapassa 9. Por exemplo:

$$\begin{array}{r}
 \text{D} \quad \text{U} \\
 + \quad 7 \quad 5 \\
 \quad 2 \quad 4 \\
 \hline
 9 \quad 9
 \end{array}$$

** Uma **adição é dita com reserva** quando a soma de dois algarismos ultrapassa 9. Nesta adição acontece o “vai um”, ou seja o transporte de uma dezena, uma centena etc. Por exemplo:

$$\begin{array}{r}
 \text{D} \quad \text{U} \\
 \textcolor{red}{1} \\
 + \quad 7 \quad 5 \\
 \quad 1 \quad 8 \\
 \hline
 9 \quad 3
 \end{array}$$

Situação-Problema 1. Eu tinha 265 bolinhas de vidro num pote. Coloquei mais 314. Agora, quantas bolinhas de vidro há no pote?

Algoritmo			Processo realizado decomposto
	C	D	U
	2	6	5
+	3	1	4
			9
		7	0
+	5	0	0
	5	7	9

$5 + 4 = 9$
 $60 + 10 = 70$
 $200 + 300 = 500$
 Logo, a soma é: $500 + 70 + 9 = 579$

Ou ainda:

$$265 + 314 = (200+60+5) + (300+10+4) = 200+300+60+10+5+4 = 500+70+9 = 579$$

Esta mesma conta em forma de algoritmo.

Algoritmo									

Na prática, tudo isso é feito mais compactamente.

Algoritmo			Processo realizado decomposto
	C	D	U
	2	6	5
+	3	1	4
	5	7	9
			5U + 4U = 9U
			6D + 1D = 7D
			2 C+ 3C = 5C
			Logo, a soma é: 579

Resposta: Agora há 579 bolinhas de vidro no pote.

Situação-Problema 2. Eu tinha 267 bolinhas de vidro num pote. Meu irmão tinha 316 bolinhas de vidro num outro pote. Nós resolvemos juntar nossas bolinhas de vidro. Quantas bolinhas de vidro há no pote agora?

Algoritmo				Processo realizado decomposto
	C	D	U	
	2	6	7	
+	3	1	6	
		1	3	$7 + 6 = 13$ (isto é: 1 dezena e 3 unidades ou $10 + 3$)
		7	0	$60 + 10 = 70$
+	5	0	0	$200 + 300 = 500$
	5	8	3	Logo, a soma é: $500 + 70 + 10 + 3 = 500 + 80 + 3 = 583$

Ou ainda:

$$267 + 316 = (200+60+7) + (300+10+6) = 200+300+60+10+7+6 = 500+70+13 = 583$$

Esta mesma conta em forma de algoritmo.

Algoritmo									

Na prática, tudo isso é feito mais compactamente.

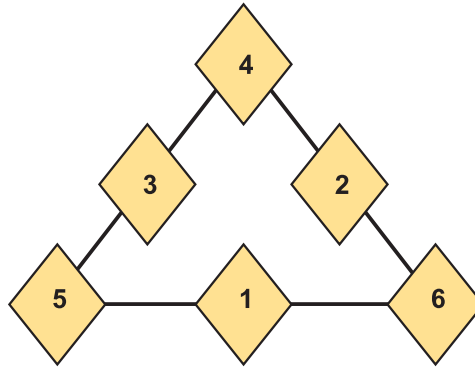
Algoritmo			Processo realizado decomposto
	C	D	U
	2	6 ¹	7
+	3	1	6
	5	8	3
			$7U + 6U = 13U = 1D + 3U$ $6D + 1D + 1D = 8D$ $2C + 3C = 5C$ Logo, a soma é: $500 + 70 + 10 + 3 = 583$

Resposta: Agora há 583 bolinhas de vidro no pote.

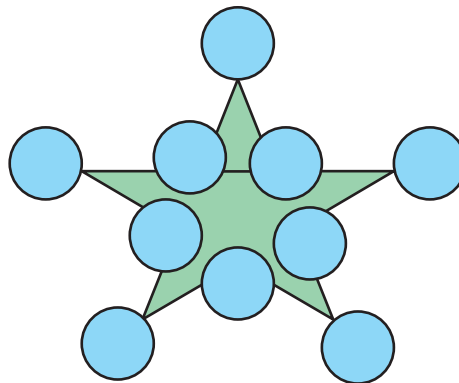
LISTA DE ATIVIDADES I

1. Um teatro vendeu 8632 ingressos em janeiro e 6949 ingressos em fevereiro. Quantos ingressos foram vendidos nesses dois meses?
2. Em uma empresa trabalham 296 pessoas no escritório e 1078 pessoas na fábrica de tecido. Quantas pessoas trabalham nessa empresa?
3. Uma indústria produziu 765 lápis num dia e no outro produziu 545 lápis. Quantos lápis foram produzidos em 2 dias?
4. Comprei 20 livros e depois comprei mais 13. Quantos livros comprei?
5. Ao pagar uma dívida de R\$ 400,00, percebi que ainda me restavam R\$ 1000,00. Quanto eu tinha antes de pagar a dívida?
6. Vovó recebeu rosas. Uma dúzia foi mandada pelos netos e duas dúzias pelos filhos. Quanta rosa vovó recebeu?
7. Paguei R\$ 500,00 e ainda fiquei com R\$ 653,00. Quanto eu tinha?
8. Que idade terá, em 2008, uma pessoa que nasceu em 1972?
9. Numa granja havia 132 galinhas num galinheiro e 48 em outro. Quantas há na granja?
10. Ganhei 6 quilos de uva de meu irmão e 3 quilos de meu primo. Com quantos quilos de uvas eu fiquei?

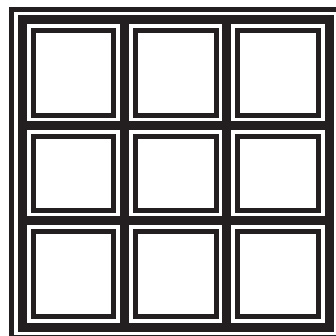
11. Observe a figura abaixo. Some os números de cada um dos seus lados e escreva a soma dos resultados de cada lado na forma de expressão numérica.



12. Complete as casas vazias da estrela mágica com os algarismos 1, 3, 5 e 7 de modo a obter a soma mágica 30 em todas as linhas da estrela.



13. Preencher as casinhas da figura abaixo, usando os algarismos de 1 a 9, sem repeti-los, de tal modo que a soma dos números na horizontal, vertical e diagonal do quadrado seja 15.



É possível construir quadrados mágicos com outros números.

2. ALGORITMO DA SUBTRAÇÃO

Subtração é uma operação matemática que indica quanto é um valor numérico (*minuendo*) se dele for removido outro valor numérico (*subtraendo*). Uma subtração é representada por: $a - b = c$ (a é o minuendo, b é o subtraendo, c a diferença).

A subtração é o mesmo que a adição por um número de sinal inverso. É, portanto, a operação inversa da adição.

Retirado do site: <http://pt.wikipedia.org/wiki/Subtra%C3%A7%C3%A3o>

A operação de **subtração** está ligada à idéia de retirar, comparar ou completar. A idéia mais utilizada ou mais trabalhada em sala de aula é a idéia de tirar, pois é a mais simples dos alunos entenderem, mas é dever do professor trabalhar com as três idéias para que o aluno adquira o conceito de subtração. As diferenças entre essas idéias da subtração são muito sutis, e podemos ter as seguintes interpretações: “quanto falta para”, “quanto resta”, “quanto a mais”. Por exemplo:

- **Idéia de retirar**

Quando Pedro abriu a padaria pela manhã ele constatou que havia 125 pãezinhos. No decorrer do dia vendeu 65 pãezinhos. No final do dia, quantos pãezinhos havia?

Comprei 9 revistas. Já li 5. Quantas revistas ainda tenho para ler?

- **Idéia de comparar**

Quanto 15 é maior que 10?

Na minha sala de aula havia 25 meninos, 7 não voltaram do recreio. Quantos alunos ficaram na sala de aula?

- **Idéia de completar**

Pedro é colecionador de figurinhas e seu novo álbum é composto por 100 figurinhas.

Sabendo que ele já possui 62 figurinhas coladas, quantas figurinhas faltam para completar sua coleção?

Neste caso, os alunos, muitas vezes resolvem o problema proposto, sem pensar na adição, mas acrescentando figurinhas até chegar ao número total de figurinhas do álbum (100). Essa maneira de resolver o problema também é correta e deve ser incentivada.



Os termos que estão sendo subtraídos são chamados de **minuendo** e **subtraendo** e o resultado da operação de subtração é chamado de **diferença ou resto**.

$$\begin{array}{r}
 \text{D} \quad \text{U} \\
 3 \quad 5 \longrightarrow \text{minuendo} \\
 - \quad 1 \quad 7 \longrightarrow \text{subtraendo} \\
 \hline
 2 \quad 1 \longrightarrow \text{diferença}
 \end{array}$$

ATENÇÃO – No conjunto dos números naturais, para que seja possível efetuarmos a diferença entre dois números, é preciso que o minuendo seja maior que o subtraendo.

A técnica operatória ou algoritmo da subtração sugere que se escreva o minuendo acima do subtraendo, respeitando-se a decomposição em unidades, dezenas, centenas, unidade de milhar etc... Proceda-se, então, fazendo-se a diferença entre as unidades, as dezenas etc... , como já foi ilustrado com a Sapateira e o Material Dourado.

Os exemplos a seguir ilustram algumas subtrações, o primeiro, sem recurso e o segundo com recurso ou o famoso “empresta um”.

Situação-Problema 1 – Eu tinha 367 bolinhas de vidro num pote. Derrubei 214. Quantas bolinhas de vidro há no pote agora?

Algoritmo	Processo realizado decomposto
$ \begin{array}{r l l} \text{C} & \text{D} & \text{U} \\ 3 & 6 & 7 \\ - & 2 & 14 \\ \hline & & 3 \\ + & & 50 \\ 1 & 0 & 0 \\ \hline 1 & 5 & 1 \end{array} $	$7 - 4 = 3$ $60 - 10 = 50$ $300 - 200 = 100$ Logo, a diferença $367 - 214$ é: $100 + 50 + 3 = 153$

Na prática, tudo isso é feito mais compactamente.

Algoritmo	Processo realizado decomposto
$ \begin{array}{r l l} \text{C} & \text{D} & \text{U} \\ 3 & 6 & 7 \\ - & 2 & 14 \\ \hline 1 & 5 & 3 \end{array} $	$7\text{U} - 4\text{U} = 3\text{U}$ $6\text{D} - 1\text{D} = 5\text{D}$ $3\text{C} - 2\text{C} = 1\text{C}$ Logo, a diferença $367 - 214 = 153$

Resposta: Agora há 153 bolinhas de vidro no pote.

Situação-Problema 2 – Estou colocando minhas 386 bolinhas de vidro num pote. Já coloquei 127. Quantas bolinhas de vidro ainda faltam para eu colocar no pote?

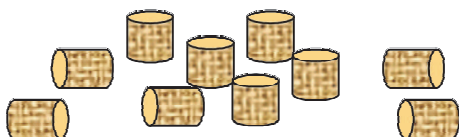
Algoritmo	Processo realizado decomposto
$ \begin{array}{r} \text{C} \quad \text{D} \quad \text{U} \\ 3 \quad 8 \quad 6 \\ - \quad 1 \quad 2 \quad 7 \\ \hline \end{array} $ Reescreve-se $ \begin{array}{r} \text{C} \quad \text{D} \quad \text{U} \\ 3 \quad 7 \quad 16 \\ - \quad 1 \quad 2 \quad 7 \\ \hline \end{array} $ $ \begin{array}{r} \quad \quad 5 \quad 0 \\ + \quad 2 \quad 0 \quad 0 \\ \hline 2 \quad 5 \quad 9 \end{array} $	$6 - 7 = ???$ Reescrevemos o minuendo: $386 = 300 + 80 + 6 = 300 + 70 + 16$ Assim, passamos a ter: $16 - 7 = 9$ $70 - 20 = 50$ $300 - 100 = 200$ Logo, a diferença $386 - 127$ é $200 + 50 + 9 = 259$

Na prática, tudo isso é feito mais compactamente.

Algoritmo	Processo realizado decomposto
$ \begin{array}{r} \text{C} \quad \text{D} \quad \text{U} \\ 3 \quad 8 \quad 6 \\ - \quad 1 \quad 2 \quad 7 \\ \hline 2 \quad 5 \quad 9 \end{array} $	$16\text{U} - 7\text{U} = 9\text{U}$ $7\text{D} - 2\text{D} = 5\text{D}$ $3\text{C} - 1\text{C} = 2\text{C}$ Logo, a diferença $386 - 127 = 259$

Resposta: Agora há 259 bolinhas de vidro no pote.

LISTA DE ATIVIDADES II



1. Quantas latas João derrubou?

2. Na festa junina alguns alunos da Escola participaram. Eram 4 do 1º ano e 13 do 6º ano. Quantos alunos participaram da festa?

3. Numa árvore havia 7 pardais; 4 pardais voaram. Quantos pardais ficaram na árvore?

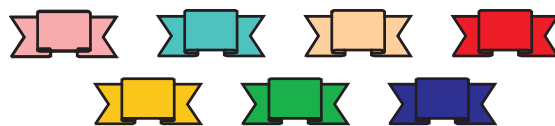
4. Valdir foi pescar e pegou 16 peixes. Ele pescou 6 pintados e 4 pacus. Quantos eram os dourados que Valdir pescou?

5. Maria Cristina comprou 6 cadernos de capa amarela e alguns de capa azul. Ao todo ela comprou 1 dezena de cadernos. Quantos eram os cadernos de capa azul?

6. André foi visitar seu amigo Rafael e levou consigo algumas balas. Ele deu 9 balas para seu amigo e ficou com 15. Quantas balas André levou?

7. Estes são os laços de Olívia.

Ela pediu a sua mãe mais laços, pois pretende ficar com uma dúzia. Quantos laços, Olívia irá ganhar de sua mãe?



8. Carla precisa de 15 gravuras de crianças para levar na escola. Ela já tem 8 gravuras. Quantas ainda lhe faltam?

3. ALGORITMO DA MULTIPLICAÇÃO

Na sua forma mais simples a multiplicação é uma forma simples de se adicionar uma quantidade finita de números iguais. O resultado da multiplicação de dois números é chamado *produto*. Os números sendo multiplicados são chamados de coeficientes ou operandos, e individualmente de multiplicando e multiplicador.

Retirado do site: <http://pt.wikipedia.org/wiki/Multiplica%C3%A7%C3%A3o>

A operação de **multiplicação** está ligada à idéia de adições de parcelas iguais. Não podemos esquecer que a operação de multiplicação trabalhada apenas com essa idéia, pode atrapalhar o estudo do aluno mais tarde quando ele tiver que fazer, por exemplo, a multiplicação de números decimais ($0,5 \times 1,7$) ou a multiplicação de números fracionários ($\frac{1}{7} \times \frac{5}{6}$).

Precisamos trabalhar também com a representação retangular, a proporcionalidade e o raciocínio combinatório.

No ensino da operação da multiplicação, devemos tomar cuidado quando dissermos para os alunos que o “resultado de uma multiplicação é maior que os valores multiplicados”, o que não deixa de ser verdade quando os números envolvidos na multiplicação são naturais, mas nem sempre esse fato é verdadeiro, como por exemplo, quando multiplicamos números fracionários ou decimais.

É claro que devemos trabalhar a multiplicação como adição de parcelas iguais, mas não apenas sob esse aspecto, como discutimos. Vamos dar um exemplo de cada idéia relacionada com a operação de multiplicação.



• **Idéia de adição de parcelas iguais.**

Apresentamos para um aluno, que ainda não aprendeu a operação de multiplicação, a seguinte situação-problema.

Uma caixa de frutas contém 9 peras.
Quantas peras há em 3 caixas iguais a essa?

Mesmo não tendo aprendido o algoritmo da multiplicação, este aluno pode resolver a situação-problema proposta, pois basta adicionar 3 parcelas iguais de 9, isto é, fazer $9 + 9 + 9 = 27$, que é o mesmo que fazer $3 \times 9 = 27$.

Numa operação de multiplicação a parcela repetida é o **multiplicando** e o número de vezes que esta parcela se repete é o **multiplicador**.

$$\begin{array}{rcl}
 6 & \longrightarrow & \text{multiplicando} \\
 \times 3 & \longrightarrow & \text{multiplicador} \\
 \hline
 18 & \longrightarrow & \text{produto ou resultado}
 \end{array}$$

Também chamamos os números multiplicados de **fatores** e o resultado da operação de multiplicação é chamado de **produto**.

$$\begin{array}{rcl}
 6 & \longrightarrow & \text{fatores} \\
 \times 3 & \longrightarrow & \text{fatores} \\
 \hline
 18 & \longrightarrow & \text{produto ou resultado}
 \end{array}$$

A técnica operatória ou algoritmo da multiplicação sugere que se escrevam os fatores um acima do outro, respeitando-se a decomposição em unidades, dezenas, centenas, unidade de milhar, etc... . Procede-se, então, fazendo-se a multiplicação entre a unidade do segundo fator (multiplicador) com a unidade, com a dezena, com a centena do primeiro fator (multiplicando) e então a dezena do segundo fator (multiplicador) com a unidade, com a dezena, com a centena do primeiro fator (multiplicando) e assim por diante e, por fim, somando-se os resultados parciais obtidos. O exemplo abaixo ilustra uma multiplicação pelo processo longo, no qual todos os procedimentos executados são explicitados.

Situação-problema 1 – Numa alfaiataria em uma caixinha havia 123 botões coloridos. Quantos botões coloridos há em 17 caixinhas iguais a essa?

Algoritmo				Processo realizado decomposto
Um	C	D	U	
x	1	2	3	
		1	7	
		2	1	$7 \times 3 = 21$
	1	4	0	$7 \times 20 = 140$
	7	0	0	$7 \times 100 = 700$
		3	0	$10 \times 3 = 30$
	2	0	0	$10 \times 20 = 200$
+ 1 ₁	0	0	0	$10 \times 100 = 1000$
	2	0	9	Logo, o produto 123×17 será: $1000 +$
			1	$200 + 30 + 700 + 140 + 21 = 2091$

Resposta: Em 17 caixinhas teremos 2091 de botões coloridos.

Ou ainda, fazendo a decomposição dos fatores.

Algoritmo					Processo realizado decomposto
100	+	20	+	3	
x		10	+	7	
			2	1	$7 \times 3 = 21$
		1	4	0	$7 \times 20 = 140$
		7	0	0	$7 \times 100 = 700$
			3	0	$10 \times 3 = 30$
		2	0	0	$10 \times 20 = 200$
+ 1 ₁		0	0	0	$10 \times 100 = 1000$
	2	0	9	1	$123 \times 17 = 2091 =$
					$= 1000 + 200 + 30 + 700 + 140 + 21$

Resumidamente.

Algoritmo				Processo realizado decomposto
Um	C	D	U	
x	1 ₁	2 ₂	3	
		1	7	$7 \text{ U} \times 3 \text{ U} = 21 \text{ U} \text{ (2 D e 1 U)}$
	8	6	1	$7 \text{ U} \times 2 \text{ D} = 14 \text{ D} \text{ (1 C e 4 D)}$
+ 1 ₁	2	3		$7 \text{ U} \times 1 \text{ C} = 7 \text{ C} \text{ (7 C)}$
	2	0	9	$1 \text{ D} \times 123 \text{ U} = 123 \text{ D} \text{ (123 D = 1Um + 2 C + 3 D)}$
			1	Temos então:
				$1 \text{ U} + (2 \text{ D} + 4 \text{ D} + 3 \text{ D}) + (7 \text{ C} + 3 \text{ C}) + 1 \text{ Um}$
				$1 \text{ U} + 9 \text{ D} + 10 \text{ C} + 1 \text{ Um} = 1 \text{ U} + 9 \text{ D} + 2 \text{ Um}$
				Resultado: 2091

Resposta: Em 17 caixinhas teremos 2091 de botões coloridos.

Situação-problema 2 – Uma caixa tem 162 bolas de isopor. Quantos bolas de isopor há em 34 caixas iguais a essa?

Algoritmo				Processo realizado decomposto
	Um	C	D	U
x		1	6	2
			3	4
				8
		2	4	0
+		4	0	0
			6	0
	1	8	0	0
	3	0	0	0
	5	5	0	8

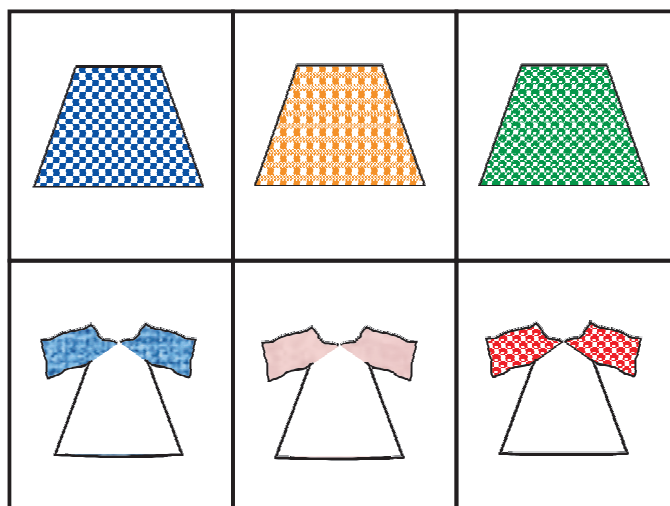
$4 \times 2 = 8$
 $4 \times 60 = 240$
 $4 \times 100 = 400$
 $30 \times 2 = 60$
 $30 \times 60 = 1800$
 $30 \times 100 = 3000$
 Logo, o produto 162×34 será:
 $8 + 240 + 400 + 60 + 1800 + 3000 = 5508$

Resposta: Em 34 caixas temos 5508 bolas de isopor.

• Idéia de Raciocínio Combinatório

A idéia da multiplicação associada ao raciocínio combinatório, na qual combinamos quantidades de objetos, agrupando-os e em seguida fazendo a contagem. Observe a seguinte situação-problema:

Eu tenho 3 saias e 3 blusas.



Usando a saia quadriculada de azul, de quantas maneiras eu posso me vestir?



3 maneiras distintas

Usando a saia quadriculada de laranja, de quantas maneiras eu posso me vestir?



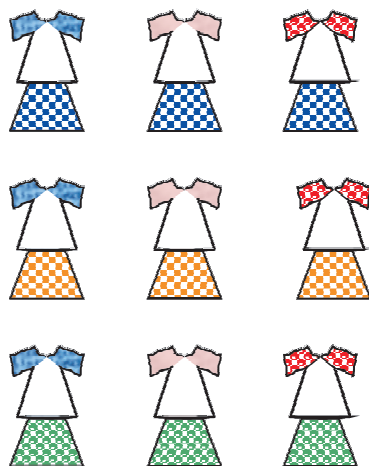
3 maneiras distintas

Usando a saia quadriculada de bolinhas verde, de quantas maneiras eu posso me vestir?



3 maneiras distintas

Utilizando as 3 saias e as 3 blusas, de quantas maneiras distintas posso me vestir?



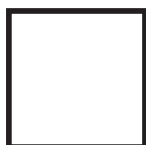
9 maneiras distintas

É importante que o professor leve os alunos a concluírem que, para obter a resposta da situação-problema dada, basta multiplicar $3 \times 3 = 9$ (3 saias $\times$ 3 blusas = 9 maneiras distintas de se vestir), para isto é necessário que apresente outras situações-problema como esta e que possam utilizar material concreto de forma a montar todas as combinações possíveis.

• Idéia de Proporcionalidade

Em sala de aula, a idéia da multiplicação relacionada com a proporcionalidade praticamente não é trabalhada. Por exemplo:

Um quadrado é feito com quatro varetas de tamanhos iguais, como podemos ver na figura.



Ricardo comprou 4 varetas para fazer um quadrado. Se Ricardo quisesse fazer 5 quadrados, quantas varetas precisaria comprar?

Para facilitar o entendimento, vamos montar uma tabela.

	1 quadrado	2 quadrados	3 quadrados	4 quadrados	5 quadrados
Número de varetas	4 varetas	8 varetas	12 varetas	16 varetas	20 varetas

Resposta: Ricardo precisaria comprar 20 varetas de tamanhos iguais para fazer 5 quadrados.

Poderíamos questionar os alunos: E se Ricardo quisesse fazer 6 quadrados? 10 quadrados? Quantas varetas precisaria comprar?

Resposta: Para fazer 6 quadrados, basta calcular $6 \times 4 = 24$ varetas e para fazer 10 quadrados precisamos de $10 \times 4 = 40$ varetas.

A tarefa do professor é mostrar aos alunos que existe uma proporção entre o número de varetas e a quantidade de quadrados a serem feitos.

• Idéia de Representação Retangular

OBSERVAÇÃO – Nos exemplos feitos anteriormente (situação-problema 1 e situação-problema 2) observa-se a necessidade de conhecimento prévio da tabuada para a realização da multiplicação de dois fatores quaisquer. Portanto, vamos colocar adiante uma sugestão para o tratamento da tabuada e com isso trabalhar a idéia de representação retangular.

Outra forma interessante de trabalhar a multiplicação é utilizar o recurso do papel quadriculado. Aqui estaremos fazendo uma articulação do conceito de operações entre números naturais com o conceito de área de retângulos.

Para introduzir tal método é interessante reforçar, antes, a tabuada construída com papel quadriculado no qual fica bastante evidenciado, por exemplo, que o produto 3×4 corresponde à área do retângulo de lados 2 e 3. A partir desse procedimento também podemos observar a comutatividade da operação de multiplicação (exemplo: $2 \times 3 = 3 \times 2 = 6$)

TABUADA NO PAPEL QUADRICULADO

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1										
2										
3										
4										
5										
6										
7										
8										
9										
10										

A utilização dessa tabela é feita observando-se o resultado da multiplicação de um número de uma linha por um número de uma coluna como sendo a quantidade de quadradinhos no cruzamento da linha e da coluna em questão. Esta quantidade também representa a área do retângulo cujos lados são os números tomados.

Em muitos livros didáticos, encontramos um resumo da tabuada utilizando o papel quadriculado.

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	0	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	0	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	0	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	0	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	0	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	0	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

O que difere esta tabela da anterior.

Na anterior, o aluno conta a quantidade de quadradinhos no cruzamento da linha e da coluna em questão para encontrar o valor da tabuada, já na tabela acima ele tem pronto o resultado da tabuada.

Observando cada linha ou coluna da tabela podemos extrair algumas conclusões, por exemplo,

- Tanto nas linhas como nas colunas encontramos os resultados de cada tabuada.
- Qualquer número multiplicado por zero dá sempre zero.
- Qualquer número multiplicado por um dá sempre ele mesmo.
- Quando multiplicamos por 2, encontramos o dobro de cada número; ao multiplicarmos por 3, encontramos o triplo e assim por diante.
- Na tabuada de números pares todos os resultados são números pares.
- Na tabuada de números ímpares todos os resultados se alteram: números pares, números ímpares, números pares, números ímpares, números pares.
- Na tabuada do 5 os resultados alteram terminando em 0 e 5.
- Na tabuada do 10 todos os resultados terminam em 0; os algarismos das dezenas avançam de 1 em 1, até 90.

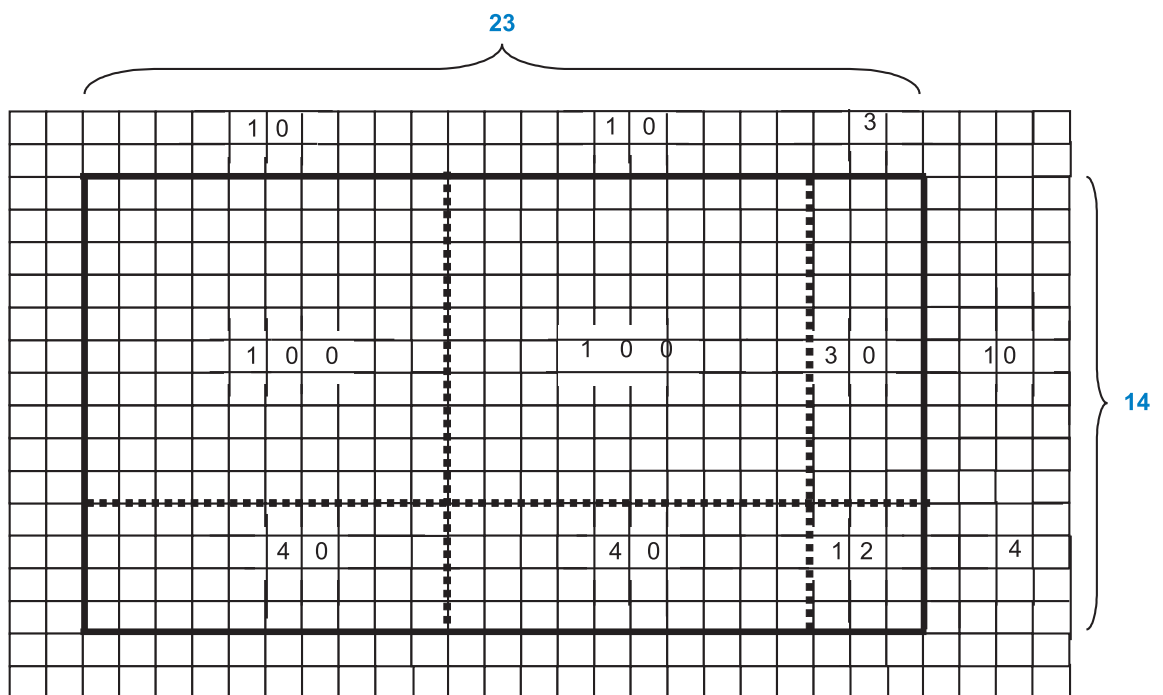


Cite outras observações e as registre no **FÓRUM**.

Como efetuar uma multiplicação utilizando a representação retangular?

Em multiplicações com termos maiores, temos de maneira análoga áreas de retângulos.

Façamos o produto de 23×14



Comparando com o algoritmo da multiplicação pelo processo longo, observamos claramente que, no papel quadriculado, todos os passos são evidenciados:

Algoritmo			Processo realizado decomposto
$ \begin{array}{r} \text{C} \\ \times \\ \hline \text{D} \\ \text{U} \\ 2 \\ 1 \\ 1 \\ 8 \\ 3 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 3 \\ 2 \\ 2 \end{array} $	$ \begin{array}{r} 2 \\ 1 \\ 1 \\ 8 \\ 3 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 3 \\ 2 \\ 2 \end{array} $	$ \begin{array}{r} 3 \\ 4 \\ 2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{array} $	
$ \begin{array}{r} + \\ 12 \\ \hline 3 \end{array} $	$ \begin{array}{r} 12 \\ 80 \\ 30 \\ 200 \\ \hline 322 \end{array} $	$ \begin{array}{r} 12 \\ 80 \\ 30 \\ 200 \\ \hline 322 \end{array} $	
$ \begin{array}{r} 4 \times 3 = 12 \\ 4 \times 20 = 80 \text{ (na figura } 40 + 40) \\ 10 \times 3 = 30 \\ 10 \times 20 = 200 \text{ (na figura } 1000 + 100) \\ 23 \times 14 = 12 + 80 + 30 + 200 = 322 \end{array} $	$ \begin{array}{r} 4 \times 3 = 12 \\ 4 \times 20 = 80 \text{ (na figura } 40 + 40) \\ 10 \times 3 = 30 \\ 10 \times 20 = 200 \text{ (na figura } 1000 + 100) \\ 23 \times 14 = 12 + 80 + 30 + 200 = 322 \end{array} $	$ \begin{array}{r} 4 \times 3 = 12 \\ 4 \times 20 = 80 \text{ (na figura } 40 + 40) \\ 10 \times 3 = 30 \\ 10 \times 20 = 200 \text{ (na figura } 1000 + 100) \\ 23 \times 14 = 12 + 80 + 30 + 200 = 322 \end{array} $	

MÉTODO DA GELÓSIA

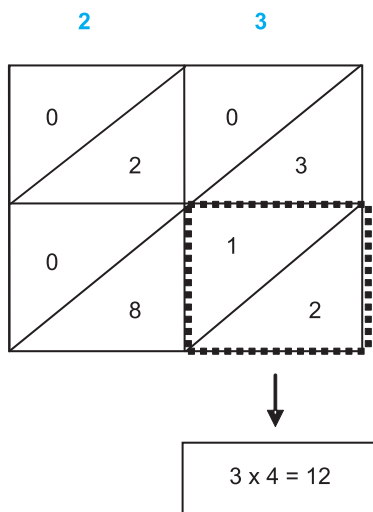
Agora ilustraremos, utilizando o mesmo exemplo anterior, um outro algoritmo um pouco desconhecido, chamado Método da Gelósia ou da Grade.

Embora não se conheça a origem desse método, sabe-se que foi muito usado na Índia no século XII e, posteriormente também adotado pelos chineses e árabes. Do mundo muçulmano seguiu para a Itália, quando foi então utilizado pelos venezianos nos séculos XIV e XV (em italiano gelósia significa grade, à semelhança das janelas gradeadas utilizadas em Veneza naquela época).

Procedimentos necessários para a realização de uma multiplicação utilizando-se o método da gelósia.

RESOLUÇÃO DO EXEMPLO 23 X 14.

Ao aluno deve ser informado que $1 \times 3 = 03$ (0 dezenas e 3 unidades).



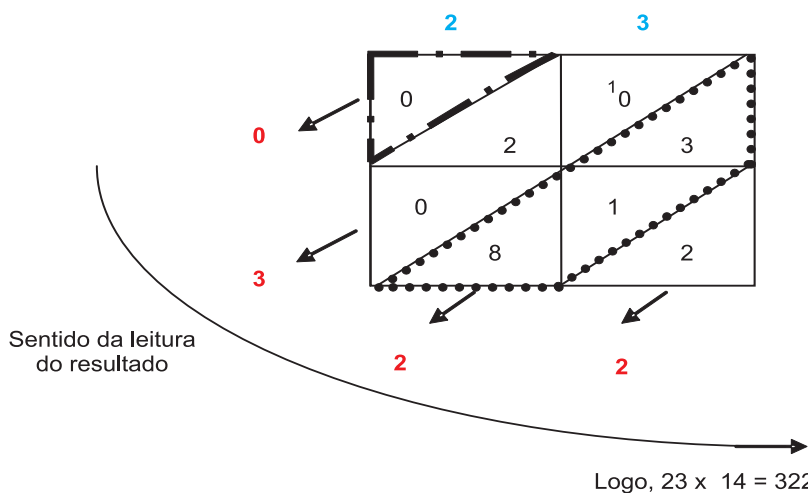
1º passo: Primeiramente desenha-se uma grade colocando-se os fatores que serão multiplicados em cima e à direita (Peça ao aluno para escrevê-los a caneta, por exemplo, caneta azul para não somá-los na hora de encontrar o resultado).

2º passo: Traçam-se linhas em diagonal:

3º passo: Fazem-se as multiplicações (tabuada) colocando-se os resultados nos quadrados de encontro de cada linha com cada coluna:

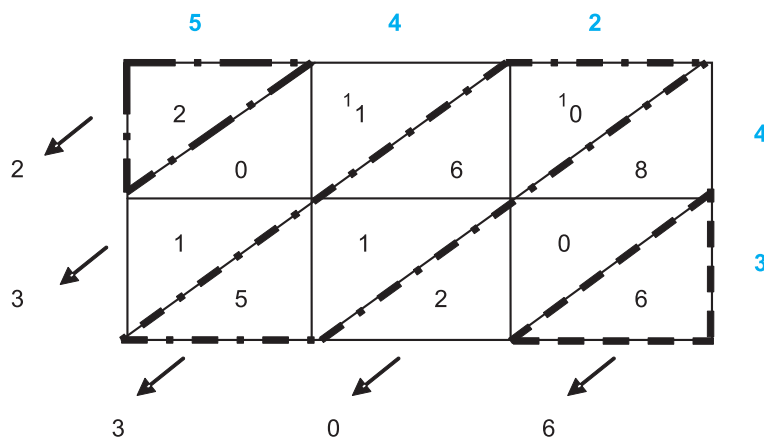
4º passo: Por fim somam-se os algarismos dentro da grade em diagonal. (cuidando para não esquecer o “vai um”, isto é, se a soma dos algarismos dentro da grade

em diagonal produzir um número de dois algarismos, registra-se apenas a unidade e adiciona-se o algarismo das dezenas aos números da próxima grade em diagonal).



Tal Método pode ser perfeitamente usado para multiplicações com fatores bem maiores. O Método da Gelósia torna as multiplicações bastante simples, rápidas e lúdicas.

Veja o exemplo:



Logo, $542 \times 43 = 23.306$

Observação. Ao utilizar o método da gelósia, o professor deve cobrar dos alunos que eles saibam ler o resultado da operação de multiplicação realizada, pois muitas vezes ele resolve a conta, mas não extrai o resultado corretamente.

É importante trabalhar os vários métodos de multiplicação. O que queremos é que o aluno saiba resolver uma multiplicação e que obtenha êxito em seu trabalho. O método é simples, as contas envolvidas também são mais simples. A dificuldade em utilizar esse método é que ele pede a montagem de linhas e grades, tornando o processo menos prático, se comparado com a disposição numérica que aprendemos na escola.

CURIOSIDADES

1. MULTIPLICAÇÃO RUSSA

O método da multiplicação russa pode ser atribuído aos antigos camponeses russos. É uma maneira de fazer multiplicações sem ter de saber a tabuada.

Como fazer uma multiplicação utilizando o tal método?

Acompanhe o exemplo.

Primeiro caso. Vamos efetuar o produto do número 32 pelo número 13.

Metade de 32 é 16		32	13		Dobro de 13 é 26
Metade de 16 é 8		16	26		Dobro de 26 é 52
Metade de 8 é 4		8	52		Dobro de 52 é 104
Metade de 4 é 2		4	104		Dobro de 104 é 208
Metade de 2 é 1		2	208		Dobro de 208 é 416
		1	416		

No exemplo, as sucessivas divisões por 2 são sempre possíveis, pois o número 32 é uma potência de base 2.

Paramos o processo quando encontrarmos o valor 1.

Para encontrarmos o resultado de 32×13 , localizamos na tabela à esquerda onde encontram-se os números ímpares (número em vermelho, no caso só temos um número que é o 1) e localizamos também seu correspondente na coluna da esquerda (números em azul) que é o 416. Este é o resultado da multiplicação, pois nesta multiplicação só temos um número ímpar (número 1).

Logo, $32 \times 13 = 416$.

Segundo caso. Vamos efetuar o produto do número 36 pelo número 13.

Metade de 36 é 18		36	13		Dobro de 13 é 26
Metade de 18 é 9		18	26		Dobro de 26 é 52
Metade de 9 é ?		9	52		Dobro de 52 é 104

Metade de 9? E agora?

Como o número 9 é um número ímpar, deve-se, então, subtrair uma unidade desse número, ficando então com 8 e continuar o processo, mas deixando marcada essa passagem (ou casa).

Continuando,

Metade de 36 é 18		36	13		Dobro de 13 é 26
Metade de 18 é 9		18	26		Dobro de 26 é 52
Metade de 9 é ?		9	52		Dobro de 52 é 104
Metade de 8 é 4	Faz (9 - 1 = 8)	4	104		Dobro de 104 é 208
Metade de 4 é 2		2	208		Dobro de 208 é 416
Metade de 2 é 1		1	416		

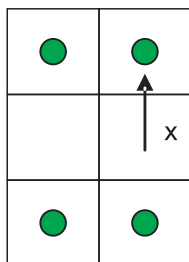
Para encontrarmos o resultado de 36×13 , localizamos na tabela à esquerda onde encontram-se os números ímpares (números em vermelho, no caso são os números 9 e 1) e localizamos também seu correspondente na coluna da esquerda (números em azul) que são os números 52 e 416. Somam-se estes dois números e assim temos o resultado da multiplicação.

Logo, o produto de $36 \times 13 = 52 + 416 = 468$

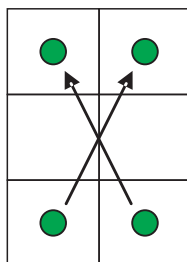
2. MULTIPLICAÇÃO POR CRUZES

a) Esquema de multiplicação por cruzes para 2 algarismos

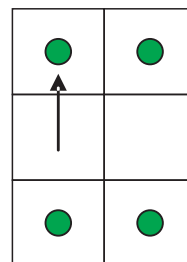
1º Passo:



2º Passo:



3º Passo:



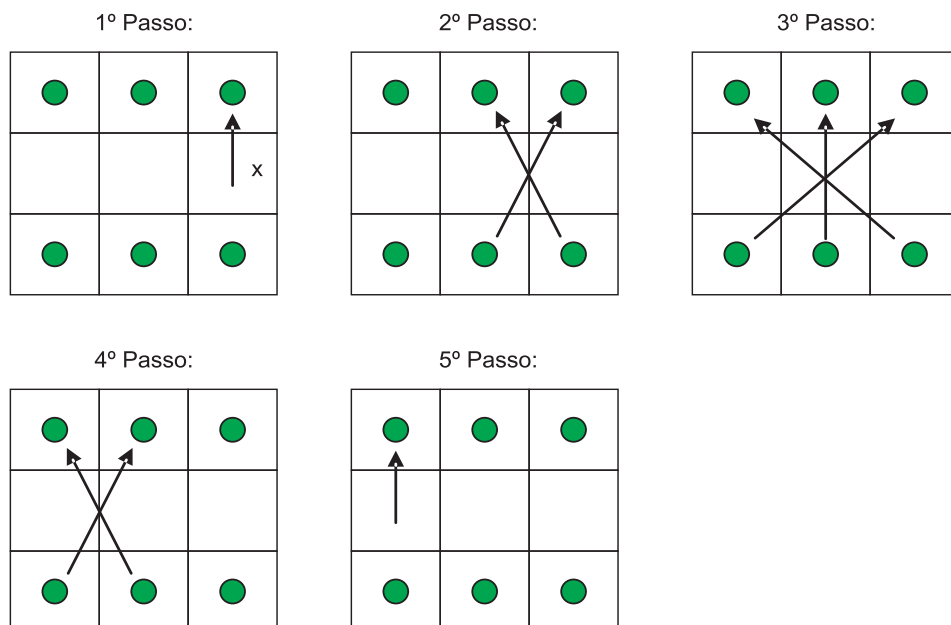
Exemplo 1. 23×14

Algoritmo			Passos
	D	U	1º Passo: $4 \times 3 = 12$, coloco o 2 e vai 1. 2º Passo: $4 \times 2 = 8$ com $1 \times 3 = 3$; somando temos $8+3= 11$ com 1 anterior, temos 12 Coloco 2 e vai 1. 3º Passo: $1 \times 2 = 2$ com 1, temos 3
	2	3	
x	1	4	
3	2	2	

Exemplo 2. 45×23

Algoritmo			Passos
	D	U	1º Passo: $3 \times 5 = 15$, coloco o 5 e vai 1. 2º Passo: $3 \times 4 = 12$ com $2 \times 5 = 10$; temos $12+10= 22$ com 1 anterior, temos 23 Coloco 3 e vai 2. 3º Passo: $2 \times 4 = 8$ com 2, temos 10
	4	5	
x	2	3	
1 0	3	5	

b) Esquema de multiplicação por cruces para 3 algarismos.



Exemplo 1. 234×325

Algoritmo				
		C	D	U
		2	3	4
	x	3	2	5
7	6	0	5	0

1º Passo: $4 \times 5 = 20$, coloco o 0 e vai 2.

2º Passo: $5 \times 3 = 15$ com $2 \times 4 = 8$; somando temos $15+8=23$ com 2 anterior, temos 25
Coloco 5 e vai 2.

3º Passo: $5 \times 2 = 10$ com $3 \times 4 = 12$, com $2 \times 3 = 6$
 $10+12+6=28$, com 2 anterior, temos 30
Coloco 0 e vai 3.

4º Passo: $2 \times 2 = 4$ com $3 \times 3 = 9$ temos $4 + 9=13$
com 3 anterior, temos 16
Coloco 6 e vai 1.

5º Passo: $3 \times 2 = 6$ com 1 anterior, temos 7
Coloco 7.

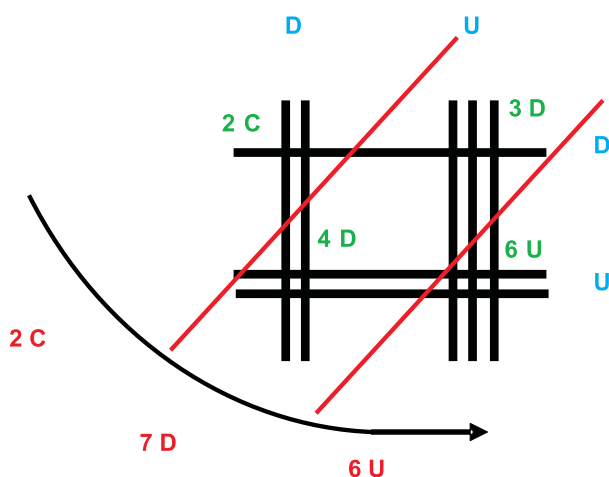


Discuta no FÓRUM a validade (ou não) de ensinar o método das cruces para os alunos e se é viável ou não.

3. MULTIPLICAÇÃO POR LINHAS

a) Vamos multiplicar 23×12 .

Decompomos o número $23 = 20 + 3$, isto é, 2 dezenas (será representada por 2 linhas verticais) e 3 unidades (será representada por 3 linhas verticais). Decompomos o $12 = 10 + 2$, isto é, 1 dezena (será representada por 1 linha horizontal) e 2 unidades (será representada por 2 linhas horizontais). Como podemos observar na figura. Contamos as intersecções e verificamos se o resultado é unidade, dezena, centena etc. Os traços inclinados em vermelho separam as unidades, das dezenas e das centenas. Somamos unidades com unidades, dezenas com dezenas, centenas com centenas.

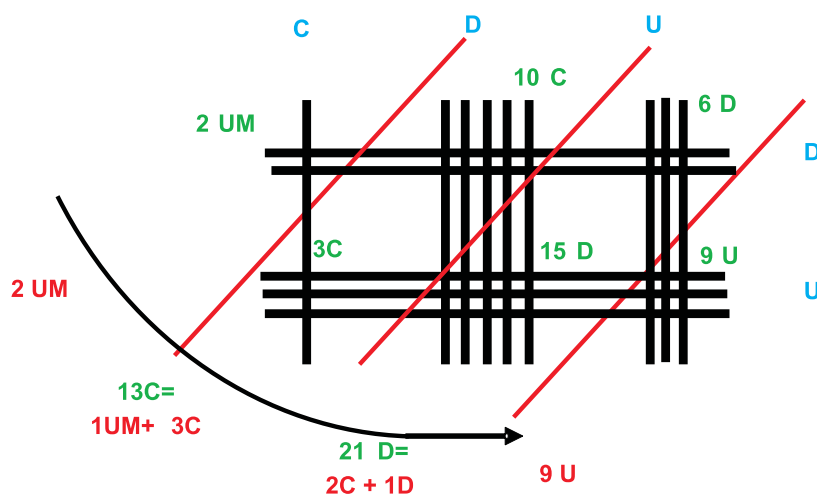


Precisa saber que:

$U \times U = U$
 $U \times D = D \times U = D$
 $U \times C = C \times U = C$
 $D \times C = C \times D = UM$
 $U \times UM = UM \times U = UM$
 $D \times UM = UM \times D = DM$

Resultado. $23 \times 12 = 2C + 7D + 6U = 276$.

b) Vamos multiplicar 153×23 .



Resultado. $153 \times 23 = 2UM + 1UM + 3C + 2C + 1D + 9U = 3UM + 5C + 1D + 9U = 3519$

Observação. Para resolver uma multiplicação utilizando este método, o aluno não precisa saber a tabuada, uma vez que ele conta apenas intersecções e verifica o resultado em termos de unidades, dezenas, centenas etc. Este método é similar ao método da grade ou da gelósia.

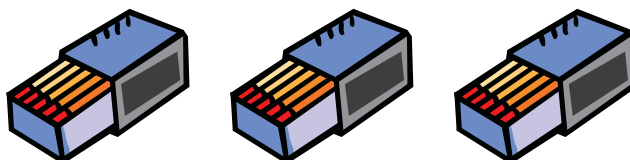


TAREFA. Faça as multiplicações anteriores no método da grade, no método tradicional e no papel quadriculado e os analise.

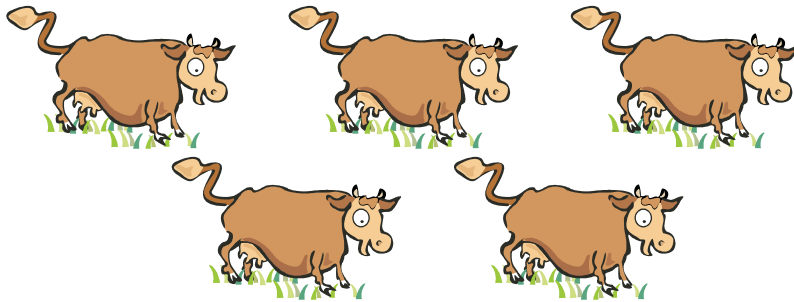
Vimos muitos métodos diferentes de multiplicação. Qual deles é para você o mais fácil de ser aprendido? Você acha que podemos ensinar todos esses métodos para os alunos? Qual o problema do aluno só saber fazer multiplicações utilizando o método da gelósia ou de linhas? Dê sua contribuição no **FÓRUM**. Se você conhece uma outra maneira de efetuarmos multiplicações, deposite suas contribuições no **MATERIAL DO ALUNO**.

LISTA DE ATIVIDADES III

1. Escreva o algoritmo (regra) para a multiplicação russa.
2. Um rapaz possui 3 pares de sapatos e 2 pares de meias. De quantas maneiras distintas pode se calçar?
3. Se um saquinho de chicletes tem 6 chicletes, quantos chicletes haverá em 3 saquinhos?
4. Na figura, no edifício do meio, cada andar tem 3 janelas. Quantas janelas há em todo o edifício?
5. Maria tem 5 anos. Marta tem o dobro da idade de Maria. Clarinha tem o triplo da idade de Marta. Qual é a idade de Marta e a de Maria?
6. Uma caixa de fósforos tem 50 palitos. Quantos palitos há em 3 caixas de fósforos?



7. Cinco vacas, quantas patas têm?



8. São 18 espigas de milho a serem vendidas em maços de 3 espigas. Quantos maços serão?

9. Um caminhão tem 8 rodas. Quantas rodas têm 5 caminhões?

10. Num pacotinho há 7 figurinhas. Quantas figurinhas há em 5 pacotinhos?

11. Um hotel tem 34 quartos, cada quarto tem 3 camas e cada cama tem 2 lençóis. Quantos lençóis são usados para cada troca de roupa nesse hotel?

12. Uma sala possui piso com 10 lajotas na largura por 15 no comprimento. Quantas lajotas foram gastas nesse piso?

13. Multiplique, pelo método da gelósia, os seguintes fatores.

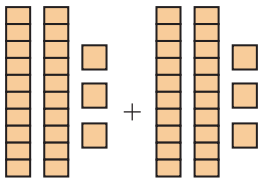
- a. $206 \times 89 =$
- b. $997 \times 897 =$
- c. $8789 \times 1789 =$
- d. $3057 \times 206 =$

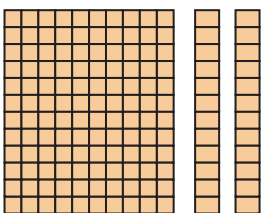
14. Multiplicar 896×78 pelo “processo longo” e pela gelósia. Verifique o algoritmo das unidades, o das dezenas, o das centenas, etc., do produto obtido e faça uma comparação com os algoritmos que você encontrou para o produto do método da grade (ou gelósia). Escreva sua conclusão.

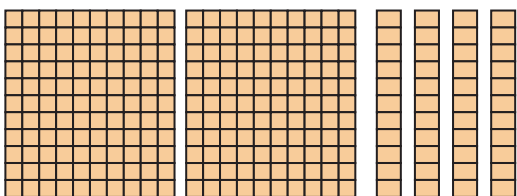
15. Decomponha os fatores abaixo e efetue as multiplicações pelo processo longo.

- a) $200 \times 325 =$
- b) $142 \times 98 =$
- c) $305 \times 41 =$
- d) $2001 \times 13 =$
- e) $9876 \times 987 =$

16. Qual é o produto que está representado com o material dourado?

a)  $\Rightarrow \text{---} \times \text{---} = \text{---}$

b)  $\Rightarrow \text{---} \times \text{---} = \text{---}$

d)  $\Rightarrow \text{---} \times \text{---} = \text{---}$

17. Procurar o “algarismo escondido” nas multiplicações sugeridas. Este tipo de exercício facilita a compreensão do algoritmo da multiplicação.

		2	
	x	1	2
	2		0
		5	
1		0	

	2		5
	x	2	
1	3		5
		6	
1		2	

20. Complete as multiplicações com os algarismos que estão faltando. (As multiplicações estão no processo longo).

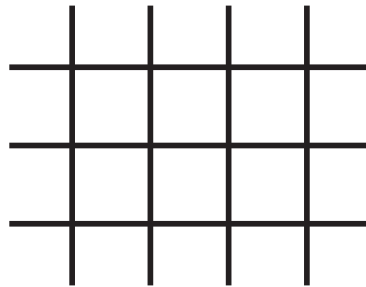
		1	
	x		2
			6
		2	
	1		0
		5	

			7
	x	1	
		5	
		4	
			0
	3		
		6	

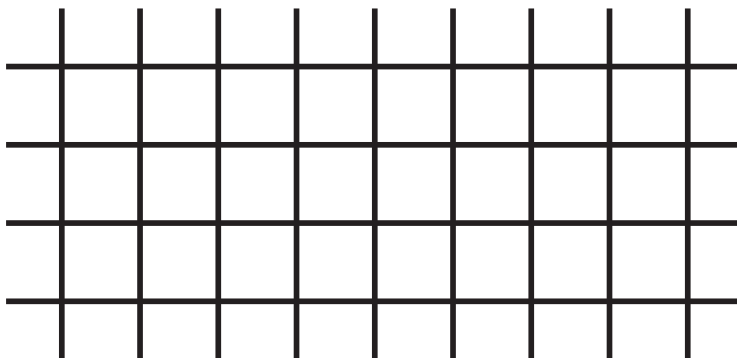
21. Utilizando papel quadriculado, calcule:

- a) $13 \times 5 =$
- b) $26 \times 17 =$
- c) $13 \times 14 =$

22. Quantas interseções há entre as retas?



b)



23. Como você contou as interseções entre as retas? Teria outra maneira?

24. Faça as multiplicações sugeridas.

$35 \times 3 \rightarrow$			$23 \times 4 \rightarrow$	
123×10		$625 \times 5 \rightarrow$		
$\downarrow$	245×5	$49 \times 7 \rightarrow$		100×86
	$\downarrow$	25×25	$28 \times 24 \rightarrow$	$\downarrow$
		$\downarrow$	12×8	16×6
			$\downarrow$	
			2344×0	
$556 \times 10 \rightarrow$			$\downarrow$	$1000 \times 0 \rightarrow$

4. ALGORITMO DA DIVISÃO

Divisão é a operação matemática que determina a quantidade de vezes que um número (divisor) está contido dentro de outro número (dividendo). A divisão é a operação inversa da multiplicação. “Divisão é o acto de dividir, repartir, separar as partes de um todo.”

Retirado do site: <http://pt.wikipedia.org/wiki/Divis%C3%A3o>

É importante que, ao trabalhar com a divisão nas séries iniciais do Ensino Fundamental, o professor realize um trabalho inicial, trazendo para sala de aula as experiências com situações cotidianas em que o aluno, espontaneamente, reparte, divide, distribui. Observando-o na resolução de situações-problema, jogos, brincadeiras, o professor pode questionar quanto ao critério que usou para realizar a divisão sugerida e a partir desse conhecimento introduzir de maneira gradativa, outros algoritmos de divisão. Sugerimos que se trabalhe inicialmente o método das subtrações sucessivas, pois, normalmente, é deste modo que o aluno divide, como poderemos ver neste trabalho.

A operação de divisão está ligada a duas idéias distintas: distribuir e medir.

- **Distribuir:** Repartir em partes iguais como ilustrado no problema 1 a seguir.
- **Medir:** Verificação de “quantos cabem”, como ilustrado no problema 2 a seguir.

Situação-problema 1. Mariana chegou na sala de aula e leu no quadro-negro a seguinte tarefa de sua professora:

“Mariana,
Distribua igualmente 30 folhas de dobradura para os seus 5 colegas e depois me diga quantas folhas cada colega receberá?

Como Mariana pode resolver o exercício?

Ela colocou as carteiras em linha horizontal, representando os seus cinco colegas e foi distribuindo uma folha de dobradura para cada um até acabar o papel. Veja sua distribuição:

Primeiro Colega	Segundo Colega	Terceiro Colega	Quarto Colega	Quinto Colega
				
				
				
				
				
				

Mariana respondeu para a professora que cada colega recebeu 6 folhas de papel dobradura.

Mariana distribuiu as folhas de dobradura exatamente da maneira como a maior parte dos alunos, que ainda não aprenderam o algoritmo da multiplicação, faria. Distribuindo uma folha para cada colega, até que não sobrassem mais folhas em sua mão. Devemos aproveitar e começarmos a ensinar o algoritmo da divisão exatamente por aqui, por ser desta maneira que o aluno divide antes de entrar na escola. Este método chama-se algoritmo das subtrações sucessivas, que veremos a seguir.

Veja a mesma distribuição, mas numa outra tabela.

	nº de folhas distribuídas nessa etapa	nº total de folhas distribuídas até aqui	nº total de folhas que sobraram até aqui
..1ª distribuição	1	5	25
..2ª distribuição	1	10	20
..3ª distribuição	1	15	15
..4ª distribuição	1	20	10
..5ª distribuição	1	25	5
..6ª distribuição	1	30	0

Como lemos essa tabela?

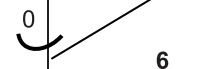
Na primeira distribuição, Mariana entregou 1 folha para cada colega, distribuindo até o momento 5 folhas do total de 30, portanto restaram-lhe $(30 - 5 = 25)$ folhas. Assim o procedimento é repetido até não restar mais folhas em sua mão.

Descrevendo agora o processo feito na tabela, sob a forma de algoritmo.

ALGORÍTMO DA DIVISÃO POR SUBTRAÇÕES SUCESSIVAS

	30	5	
	- 5	1	
1º resto	25	+	
	- 5	1	
2º resto	20	+	
	- 5	1	
3º resto	15	+	
	- 5	1	
4º resto	10	+	
	- 5	1	
5º resto	5	+	
	- 5	1	
Fim da distribuição	0		

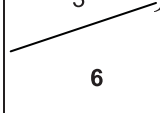
Total de 6 folhas para cada criança



Claro que, com o tempo, levamos o aluno a efetuar as subtrações de forma mais rápida, como abaixo:

	30	5	
	- 15	3	
1º resto	15	+	
	- 15	3	
Fim da distribuição	0		

Total de 6 folhas para cada criança



De maneira semelhante procederemos com o problema 2 abaixo, no qual a divisão está associada à idéia de medir (Quantos grupos de 6 folhas podem ser formados com 42 folhas?)

Situação-problema 2. A professora de Mariana deixou a seguinte tarefa no quadro-negro:

“Mariana, você tem 144 botões para distribuir entre os colegas da sala, em pacotes com uma dúzia de botões cada. Quantos colegas serão atendidos?”

Podemos ajudar Mariana, reescrevendo a pergunta do problema: “Quantas vezes cabe o 12 em 144?”.

Mariana agora começa a distribuir 12 botões de cada vez para seus colegas até ficar sem nenhum em sua mão.

	nº de botões distribuídos nessa etapa	nº total de botões distribuídos até aqui	nº total de botões que sobraram até aqui
1º colega	1	12	132
2º colega	1	24	120
3º colega	1	36	108
4º colega	1	48	96
5º colega	1	60	84
6º colega	1	72	72
7º colega	1	84	60
8º colega	1	96	48
9º colega	1	108	36
10º colega	1	120	24
11º colega	1	132	12
12º colega	1	144	0

Mariana responde para a professora que 12 colegas receberão uma dúzia de botões.

Descrevendo agora o processo feito na tabela sob a forma de algoritmo.

ALGORÍTMO DA DIVISÃO POR SUBTRAÇÕES SUCESSIVAS

	144		12	
	- 12		1	
1º resto	132	+	1	
	- 12		1	
2º resto	120	+	1	
	- 12		1	
3º resto	108	+	1	
	- 12		1	
4º resto	96	+	1	
	- 12		1	
5º resto	84	+	1	
	- 12		1	
6º resto	72	+	1	
	- 12		1	
	60	+	1	
	- 12		1	
	48	+	1	
	- 12		1	
	36	+	1	
	- 12		1	
	24	+	1	
	- 12		1	
	12	+	1	
	- 12		1	
	0			
Fim da distribuição				12

Total de 12 colegas com pacotes de 12 botões

Claro que devemos questionar a Mariana se ela não poderia retirar mais de um grupo de 12 botões de cada vez, como podemos observar a seguir.

	144	12		
	- 48	4	}	Total de 12 colegas com pacotes de 12 botões.
1º resto	96	+		
	- 48	4		
	48	+		
	- 48	4		
	48	/		
Fim da distribuição	0	12		

É bom deixar claro que a capacidade de estimativa demora a fazer parte da criança, sendo lentamente adquirida, mas é função do professor incentivá-la a estimar, seja quando estiver resolvendo uma situação-problema de adição, subtração, multiplicação ou divisão. Se for acostumada desde cedo, o trabalho será facilitado e o aluno terá mais segurança ao estimar.

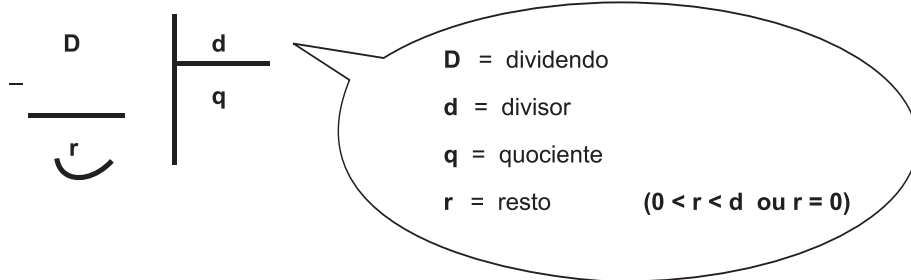
Exemplos mais elaborados, inclusive divisões com resto, devem ser trabalhados a seguir, de forma que as distribuições sejam em quantidades cada vez maiores. Torna-se conveniente nesses exemplos fazermos distribuições de 1000 em 1000, de 100 em 100, de 10 em 10 para finalmente de 1 em 1.

Exemplo. $50.688 : 24$

ALGORÍTMO DA DIVISÃO POR SUBTRAÇÕES SUCESSIVAS

	50688		24	
	- 24000		1000	
1º resto	26688	+		
	- 24000		1000	
2º resto	2688	+		
	- 2400		100	
3º resto	288	+		
	- 240		10	
4º resto	48	+		
	- 24		1	
5º resto	24	+		
	- 24		1	
Fim da distribuição	0		2112	Total: 1000+1000+100+10+1+1=2112

Os termos da divisão recebem nomes, como podemos ver a seguir.



Com

$$D = d \times q + r \quad \text{Algoritmo da divisão}$$

(Tal algoritmo pode ser percebido pela criança usando-se o Material Dourado como já foi apresentado anteriormente ou o Material Cuisenaire)

Quando $r = 0$ dizemos que a divisão é **EXATA**

ALGORITMO USUAL DA DIVISÃO

Ilustraremos o algoritmo usual da divisão inicialmente com um exemplo simples ($785 \div 5$) para então trabalhar com o mesmo exemplo dado anteriormente ($50.688 \div 24$).

Devemos ter o cuidado de representar alguns termos da divisão (o dividendo e o quociente) no quadro valor lugar no qual cada algarismo que compõe o número tem seu valor posicional. Na realidade estamos lendo o número lembrando que seus algarismos têm significado posicional.

Inicia-se a divisão “armando-se” a conta e representando-se o dividendo no quadro valor lugar. Devemos também preparar o lugar no qual estará escrito o quociente com o mesmo quadro valor lugar usado na representação do dividendo (as mesmas classes e ordem do dividendo).

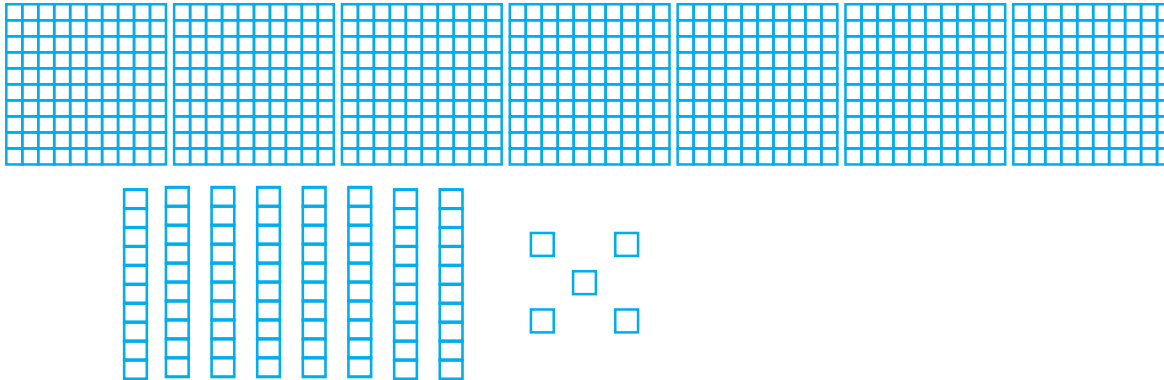
C	D	U	
7	8	5	5
C	D	U	

Inicia-se a conta lendo-se o dividendo da maior classe e ordem para a menor, isto é, da esquerda para a direita, da seguinte forma:

C	D	U	
7	8	5	5
C	D	U	

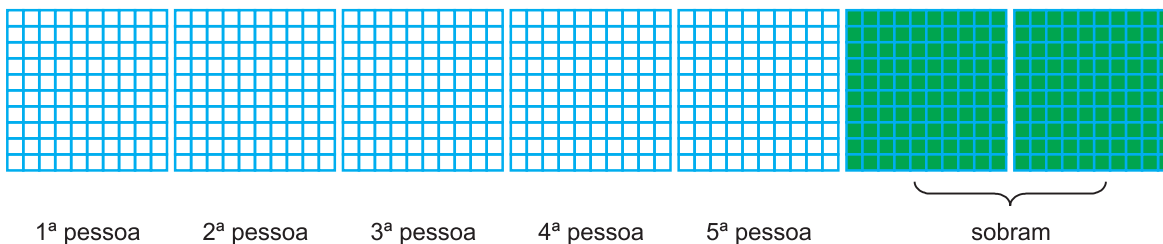
Utilizaremos o material dourado planejado para facilitar o entendimento desta divisão.

Representando 785 peças.



Queremos dividir as 785 peças entre 5 pessoas.

1ª Pergunta. 7C podem ser dividido entre 5 pessoas? Quantas C cada pessoa receberá? Sobram alguns C?



Resposta: Cada pessoa receberá 1 C e sobrarão 2 C.

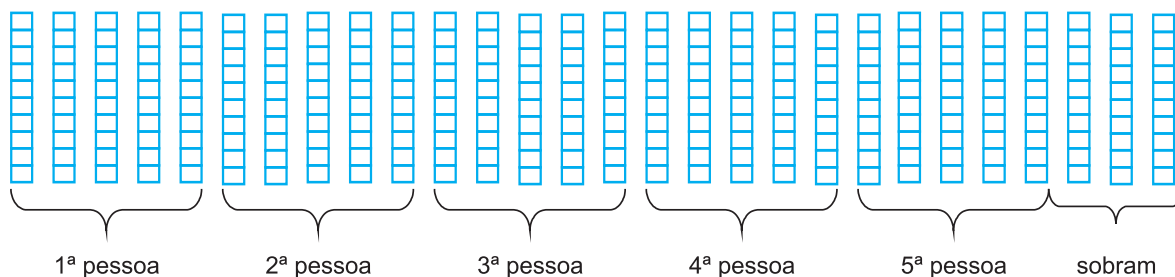
Registrando na conta.

C	D	U	
7	8	5	5
—	5		1
	2	C	D
		U	

Agora sobraram 2 C que são iguais a 20 D. Juntando-se com os 8 D do dividendo temos 28 D para serem divididos entre as 5 pessoas.

Pergunta-se então,

28 D podem ser divididos entre 5 pessoas? Quantas D cada pessoa receberá? Sobram alguns D?



Resposta. Cada pessoa receberá 5 D e sobrarão 3 D.

Registrando na conta.

C	D	U	
7	8	5	5
—	5		1 5
	2	8	C D U
—	2	5	
		3	

Agora sobraram 3 D que são iguais a 30 U. Juntando-se com os 5 U do dividendo temos 35 U para serem divididos entre as 5 pessoas.

Pergunta-se então,

35 U podem ser divididas entre 5 pessoas? Quantas U cada pessoa receberá? Sobram alguns U?



Resposta. Cada pessoa receberá 6 U e não sobrará nenhum U.

Registrando na conta.

C	D	U	
7	8	5	5
—	5		1 5 7
	2	8	C D U
—	2	5	
		3 5	
	—	3 5	
		0	

Logo $785 : 5 = 157$

Ou ainda, $785 = 157 \times 5 + 0$

Agora ilustraremos com o exemplo dado $50.688 \div 24$ (Com o cuidado de representar alguns termos da divisão no quadro valor lugar no qual cada algarismo que compõe o número tem seu valor posicional)

Dm	Um	C	D	U
5	0	6	8	8
4	8			
	2	6		
-	2	4		
		2	8	
	-	2	4	
		4	8	
		-	4	8
				0

24				
0	2	1	1	2
Dm	Um	C	D	U

$$5 \text{ Dm} \div 24 = ???$$

$$50 \text{ Um} \div 24 = 2 \text{ Um e sobram } 2 \text{ Um}$$

$$26 \text{ C} \div 24 = 1 \text{ C e sobram } 2 \text{ C}$$

$$28 \text{ D} \div 24 = 1 \text{ D e sobram } 4 \text{ D}$$

$$48 \text{ U} \div 24 = 2 \text{ U e sobra } 0 \text{ U}$$

$$\text{Logo, } 50.688 \div 24 = 2.112$$

$$\text{Ou ainda, } 50.688 = 2.112 \times 24 + 0$$

Observação. Se for necessário use o material dourado planejado.

CURIOSIDADES

1.



O Papiro Ahmes é um antigo manual de matemática. Contém 80 problemas, todos resolvidos. A maioria envolvendo assuntos do dia-a-dia, como o preço do pão, a armazenagem de grãos de trigo, a alimentação do gado. Observando e estudando como eram efetuados os cálculos no Papiro Ahmes, não foi difícil aos cientistas compreender o sistema de numeração egípcio. Além disso, a decifração dos *hieróglifos* – inscrições sagradas das tumbas e monumentos do Egito – no século XVIII também foi muito útil.

Fonte: Site <http://upf.tche.br/~pasqualotti/hiperdot/natural.htm>

2. Algumas divisões podem ser resolvidas por intermédio de multiplicações.

- a) Dividir por 5 é multiplicar por 2 e mudar a vírgula uma ordem para a esquerda, pois $1/5 = 2/10$.

Exemplo: $3764 : 5 = 752,8$

- b) Dividir por 50 é multiplicar por 2 e mudar a vírgula duas ou três ordens (respectivamente) para a esquerda.

Exemplos: $3764 : 50 = 75,28$

$$3764 : 50 = 7,528$$

- c) Dividir por 25 é multiplicar por 4 e mudar a vírgula duas ordens para a esquerda, pois $1/25 = 4/100$.

Exemplo: $3764 : 25 = 150,56$

- d) Dividir por 125 é multiplicar por 8 e mudar a vírgula três ordens para a esquerda, pois $1/125 = 8/1000$.

Exemplo: $3764 : 125 = 30,112$

LISTA DE ATIVIDADES IV

1. Um frigorífico distribuiu igualmente 800 quilos de carne a quatro açougues. Quantos quilos de carne recebeu cada açougue?
2. A prefeitura de um município dispõe de 8000 doses de vacina para distribuir igualmente a 8 municípios. Se cada município dispõe de 4 postos de saúde, quantas doses de vacina receberá cada posto?
3. Uma editora distribuiu igualmente 80 livros entre 20 escolas. Cada escola redistribuiu os livros recebidos por 4 professores. Quantos livros cada professor recebeu?
4. Uma professora dispõe de 4 caixas de lápis de cor com 36 lápis cada uma e vai distribuí-los entre os seus netos. Quantos são os netos, se cada um receberá 24 lápis?
5. Catarina comprou 40 chocolates, 36 chicletes e 84 bombons. Resolveu dividir igualmente entre seus 4 sobrinhos. Quantos doces cada um deles receberá?

6. Maria comprou 4 dúzias de maçãs para serem distribuídas igualmente entre 8 crianças. Quantas maçãs receberão cada criança?
7. Pedro tinha 584 patos. Morreram 79. O restante foi vendido igualmente a 5 fornecedores. Quantos patos comprou cada fornecedor?
8. Uma fábrica de cerâmica quer embalar 144 azulejos usando 8 caixas. Todas as caixas têm o mesmo número de azulejos. Quantos azulejos deverão ser colocados em cada caixa?
9. Qual o resultado que se pode obter ao dividir 600 por 4?



REFERÊNCIAS

BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais, Matemática (1º. e 2º. ciclos do Ensino Fundamental)** - Brasília, MEC/SEF, 1997.

BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais, Matemática (3º. e 4º. ciclos do Ensino Fundamental)** - Brasília, MEC/SEF, 1998.

BITTAR, M. & FREITAS J.L.M. **Fundamentos e metodologia de matemática para os ciclos iniciais**, publicação da EAD-UFMS, Campo Grande-MS, a aparecer.

CANDIDO, Suzana Laino. **Formas num mundo de formas**. São Paulo, Editora Moderna, 2000.

CARRAHER, Terezinha Nunes. **Aprender Pensando**. São Paulo, Vozes, 1994.*

CENTURIÓN, Marília. **Conteúdo e Metodologia de Matemática. Números e Operações**. São Paulo: Editora Scipione, 1994.

DANTE, Luiz Roberto. **Didática da resolução de problemas de matemática**. 3.ed., São Paulo: Ática, 1991.©28

DANTZIG, TOBIAS, *Número – A linguagem da Ciência*, Zahar Editores, Rio de Janeiro, 1970 – Tradução de Sérgio Goes de Paula, p. 17.

FIORENTINI, Dario e MIORIM, Maria Ângela (organizadores). **Por trás da porta, que matemática acontece?** Editora Graf. FE/Unicamp-CEMPem, Campinas, SP, 2001.

Revista do Professor de Matemática. Publicação da Sociedade Brasileira de Matemática.

REZENDE, J. F. de ; SANTOS, V.M.P. dos (org). **Números Linguagem Universal**. Rio de Janeiro: Editora de UFMS, 1997.

SANTOS, Vania Maria Pereira dos Santos (org). **Avaliação de Aprendizagem e Raciocínio em Matemática**. Rio de Janeiro; Editora UFMS, 1997.

SOUZA, Júlio César de Mello e. **Matemática Divertida e Curiosa**. Rio de Janeiro: Editora Record, 2002.

TOLEDO, Marília; TOLEDO, Mauro. **Didática de Matemática; como dois e dois; a construção da Matemática (Conteúdos e metodologia)**. São Paulo; Editora FTD, 1997.

KISHIMOTO, Tizuko M. **Jogos, brinquedos, brincadeiras e a educação**. 2ª. ed. São Paulo: Cortez, 1998.

Site: <http://pt.wikipedia.org/wiki/Algoritmo>.

Site: <http://pt.wikipedia.org/wiki/Adi%C3%A7%C3%A3o>

Site: <http://pt.wikipedia.org/wiki/Subtra%C3%A7%C3%A3o>

Site: <http://pt.wikipedia.org/wiki/Multiplica%C3%A7%C3%A3o>

Site: <http://pt.wikipedia.org/wiki/Divis%C3%A3o>

Site <http://upf.tche.br/~pasqualotti/hiperdoc/natural.htm>



Disciplina

INSTRUMENTAÇÃO PARA
A PESQUISA E PRÁTICA
DE ENSINO DE MATEMÁTICA

Módulo 2

FRAÇÕES

Magda Cristina Junqueira Godinho Mongelli

Heloísa Laura Queiroz Gonçalves da Costa

Capítulo I

PRIMEIRO ESTUDO: FRAÇÕES

1.1 ENSINO INTUITIVO DO CONCEITO DE FRAÇÃO

Professores têm relatado que as principais dificuldades apresentadas pelos alunos no aprendizado de frações muitas vezes estão relacionadas ao conceito de fração; às habilidades e competências dos alunos com os cálculos algébricos com frações (4 operações); à compreensão da equivalência de frações e também à resolução de situações-problema. Essas dificuldades entre outras, podem estar atreladas ao fato de que as frações envolvem várias idéias; que o ensino e a aprendizagem muitas vezes são feitos através de memorização mecânica de regras e fórmulas; que o ensino do conceito de frações é exposto apenas oralmente, sem manipulação de materiais concretos ou mesmo sem desenhos representando frações; que o ensino das quatro operações é apresentado fora de um contexto. Assim, cabe ao professor rever a sua prática pedagógica e pensar no que convém enfatizar mais: a compreensão dos conceitos ou o tratamento algoritmo, as mecanizações de fórmulas e regras. Para tentarmos sanar essas e outras dificuldades no ensino de frações deve-se levar em conta os vários aspectos que um número fracionário pode apresentar conforme as situações, de onde a necessidade de orientar a aprendizagem para esses aspectos. No caso, podemos interpretar uma fração como parte de um todo, como uma divisão e também como uma proporção (razão).

Nas séries iniciais do Ensino Fundamental, a aprendizagem do conceito de fração e o significado dos seus termos e denominações pode ser conseguido intuitivamente, baseando-se principalmente em considerações geométricas de medição, ao confronto de uma grandeza em várias grandezas iguais que são tomadas como unidade. Para isso, pode-se usar diversas figuras geométricas, massa de modelar, canudinhos, material retangular, discos de frações (material circular), recortes, dobraduras, entre outros, aproveitando ora um, ora outro material, para fornecer aos alunos os vários aspectos, pois a introdução do conceito de forma única leva a um conhecimento atrofiado, falho. Muitas vezes, alguns alunos adquirem noções incompletas de frações, chegando até a aprender como somar, subtrair, multiplicar e dividir frações, mas de forma mecânica, sem compreensão e se questionados sobre o que é uma fra-

ção, não sabem explicar ou exemplificar. Devemos priorizar nas séries iniciais o trabalho com as noções de fração, pois estaremos construindo uma base sólida sobre a qual seus conhecimentos serão aprofundados mais tarde. Os alunos precisam saber o que é uma fração, identificar as situações nas quais são utilizadas, trabalhar com as frações em situações reais do seu dia-a-dia, compará-las para estabelecer as relações entre elas e devem saber argumentar sobre as idéias de fracionamento.

Nesta fase conceitual, é muito importante a manipulação do material didático. É necessário que os alunos operem sobre os materiais, para uma melhor aprendizagem. Procura-se iniciar este estudo explorando-se as noções de metade, terça parte, quarta parte, que as crianças trazem de sua vivência e que estão associadas à divisão de grandezas. Não é necessário usar um vocabulário específico para desenvolver os conceitos básicos de frações, pois podemos trabalhar somente com a idéia de fracionamento a partir de situações do cotidiano escolar e da vivência das crianças. Nas séries iniciais, saber se uma fração é própria ou imprópria não é importante, isto é, a nomenclatura é o que menos importa. Com a construção de um conhecimento sólido sobre frações, dificilmente os alunos terão dificuldades mais tarde. Eles poderão justificar respostas e processos de solução, pois passarão a utilizar a lógica para se comunicar e para resolver os seus problemas, raciocinando indutiva e dedutivamente.

1.2 PARÂMETROS CURRICULARES NACIONAIS - O CONCEITO DE FRAÇÕES E SEUS SIGNIFICADOS

Observando as recomendações contidas nos PCN's, destacamos a seguir as referências ao estudo dos números fracionários no segundo Ciclo do Ensino Fundamental (antigas 3ª e 4ª séries) e nas séries finais do Ensino Fundamental (antigas 5ª e 8ª séries).

“A aprendizagem dos números racionais no segundo ciclo tem como objetivo principal levar os alunos a perceberem que os números naturais, já conhecidos, são insuficientes para resolver determinados problemas. ... a aprendizagem dos números racionais supõe rupturas com idéias construídas pelos alunos acerca dos números naturais, e, portanto demanda tempo e uma abordagem adequada. (PCN's - p. 20)”

A prática mais comum para explorar o conceito de fração é a que recorre a situações em que está implícita a relação parte-todo: tra-

dicionais divisões de um chocolate, ou de uma pizza, em partes iguais. Outro significado das frações é o de quociente e baseia-se na divisão de um natural por outro..., Uma terceira situação, diferente das anteriores, é aquela em que a fração é usada como uma espécie de índice comparativo entre duas quantidades de uma grandeza, ou seja, quando é interpretada como razão. Outros exemplos podem ser dados: a possibilidade...; o trabalho com escalas em mapas; a exploração da porcentagem. Um outro exemplo que será trabalhado nos ciclos posteriores, trata do significado da fração como operador, ou seja, quando ela desempenha um papel de transformação, algo que atua sobre uma situação e a modifica.

Esse breve resumo das interpretações mostra que a construção do conceito de número racional pressupõe uma organização de ensino que possibilite experiências com diferentes significados e representações, o que demanda razoável espaço de tempo. Trata-se de um trabalho que apenas será iniciado no segundo ciclo do Ensino Fundamental e será consolidado nos dois ciclos finais.

1.3 O CONCEITO DE FRAÇÕES RELACIONADO A SUAS VÁRIAS IDÉIAS

Inicialmente, apresentaremos o conceito de frações relacionado a suas várias idéias.

PRIMEIRA: FRAÇÃO PARTE-TODO

Alguma parte do todo (conjunto inicial) deve permanecer inalterada para podermos dizer que houve uma repartição do todo em frações. Por exemplo: A soma de todas as áreas das partes é igual à área da figura inicial e, além disso, todas as partes têm áreas iguais, conforme podemos observar na próxima figura. Devemos ressaltar que o todo é relativo, isto é, o todo pode ser diferente conforme o momento.



$$F = f_1 + f_2 + f_3 + f_4 + f_5$$

SEGUNDA: FRAÇÃO COMO RAZÃO

- Comparando parte de um todo com o todo.
Exemplo: Números de meninas para o total de alunos da sala (cabendo aqui também lembrar que frações podem representar porcentagens).
- Comparando parte de um todo com outra parte do todo.
Exemplo: O que foi pintado e o que não foi pintado.
- Probabilidade

TERCEIRA: FRAÇÃO COMO DIVISÃO

Perceber a idéia de fração com representação do quociente de dois números.

QUARTA: FRAÇÃO COMO OPERADOR

Relacionado com a idéia de ampliação e de redução.

1.4 DEFINIÇÃO DE FRAÇÃO

Podemos dizer que, numa linguagem comum, **fração** significa parte, dividir, ratear. Uma **fração** é um número que expressa uma ou mais partes iguais em que foi dividido uma unidade ou um inteiro; a razão entre dois números inteiros ou uma divisão. Vamos apresentar uma idéia de fração utilizando material retangular, por exemplo, se tivermos uma folha de papel retangular (inteira) e a dividimos em duas partes iguais, cada parte representará uma fração (pedaço) do papel. Nas figuras temos o inteiro e ao seu lado o mesmo inteiro, mas dividido em duas partes iguais.



1 inteiro

$$1$$



dois pedaços iguais do papel

$$2 \times \frac{1}{2}$$

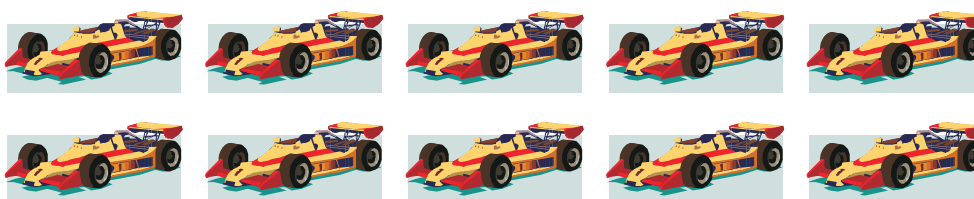
Todo objeto dividido em duas partes do mesmo tamanho está dividido em metades.
E duas metades recompõem o inteiro

O inteiro anterior poderia ser subdividido em duas partes iguais como mostrado na figura.

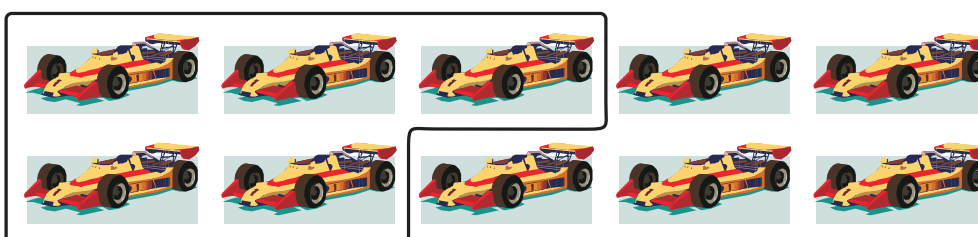


Inteiro dividido em duas partes iguais
Cada parte é a metade do inteiro

Quando o conceito de metade de um inteiro estiver bem dominado, isto é, quando o aluno já souber resolver as seguintes situações: dada uma figura geométrica plana traçar a sua metade, saber identificar numa figura dada a fração correspondente e, principalmente, resolver algumas situações problemas envolvendo este conceito. Como trabalhamos a idéia que no conceito de fração, o todo ou a unidade pode ser uma figura (exemplo: $\frac{1}{2}$ de um retângulo), podemos introduzir outra idéia, trabalhar com quantidades, ou seja, a metade de um conjunto. Por exemplo, consideramos o conjunto de 10 carrinhos de corrida. Quanto é a metade do conjunto? Neste caso, o conjunto deve ser considerado como um todo.



Quando procuramos a metade do conjunto, não estamos procurando a metade de cada elemento (metade de um carrinho?), mas a metade da quantidade dos elementos do conjunto. Assim, a metade de 10 carrinhos de corrida são 5 carrinhos de corrida.



No Ensino Fundamental, mesmo tendo trabalhado com frações de figuras (objetos), muitos alunos, ainda assim, não percebem que podem obter a metade de 10, dividindo 10 por 2. No entanto, é necessário criarmos situações adequadas de forma que os alunos descubram esse fato por si só.

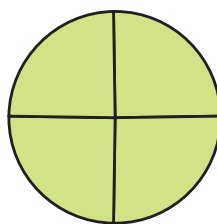
Como uma fração significa dividir um objeto em partes iguais, poderíamos continuar o nosso estudo dividindo o inteiro em quartos, terços, sextos e outros, mas desde que todas as partes formadas fossem do mesmo tamanho. Assim, gradativamente introduziríamos o terço, o quarto, o quinto, o sexto, o décimo, o centésimo e outras; mas sempre estudando cada uma das partes em que o inteiro foi dividido, apresentando seu nome e contextualizando-a numa situação real do dia-a-dia.

É importante trabalharmos com diferentes figuras geométricas, para que a elaboração da idéia do conceito de fração seja eficiente e mostrarmos que o conceito de fração independe do inteiro tomado, tem-se percebido que muitos alunos só pensam em fração se o material ou objeto for circular, por exemplo, um quarto de pizza é um pedaço de 4 pedaços de uma pizza, mas se perguntarmos qual é a fração que representa um pedaço de um bolo de forma retangular de 15 pedaços, muitos não sabem ou nem pensam em um número fracionário para a questão formulada.

1.5 APRESENTAÇÃO DAS FRAÇÕES

A apresentação das frações pode ser feita ora com o material circular ora com o material retangular como descrito a seguir.

Inicialmente mostramos o inteiro e partirmos para as suas subdivisões como: meios, quartos e oitavos. Apresentamos os nomes das frações geradas por estas peças e podemos fazer pequenas adições e subtrações orais. Por exemplo, o material a seguir representa os quartos.



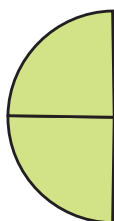
Perguntamos ao aluno em quantas partes o nosso inteiro foi subdividido: quatro partes iguais.

Mostramos agora ao aluno apenas uma dessas partes, dobrando as outras para trás e perguntamos:



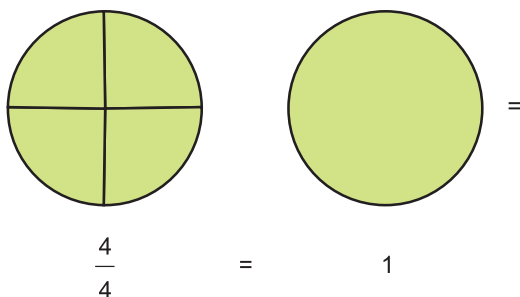
Quanto essa parte representa do todo? Uma parte de quatro partes iguais. Assim é chamada de um quarto.

Agora, temos representado na figura duas partes do todo. Quanto essas partes representam do todo?



Temos, nesta figura, representadas duas partes de quatro partes iguais, logo temos dois quartos.

Damos continuidade à sequência apresentando aos alunos os três quartos e, por último, o quatro quartos. Aqui procuraremos fazer com que os alunos concluam que: quatro quartos é o mesmo que um inteiro

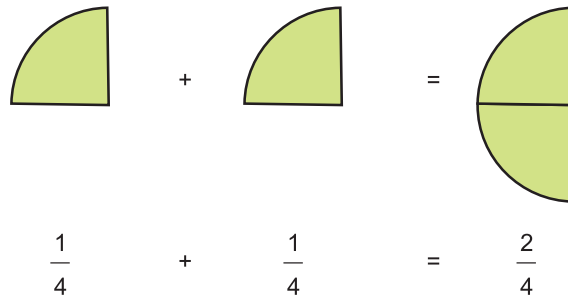


Depois de apresentados os nomes das frações, podemos trabalhar com adições e subtrações orais, sem formalização, apenas manipulando o material concreto da maneira que se segue.

Situação-problema 1: Mostramos um quarto para o aluno e enfatizamos: temos um quarto



Tínhamos um quarto e ganhamos mais um quarto, quanto nós temos agora?

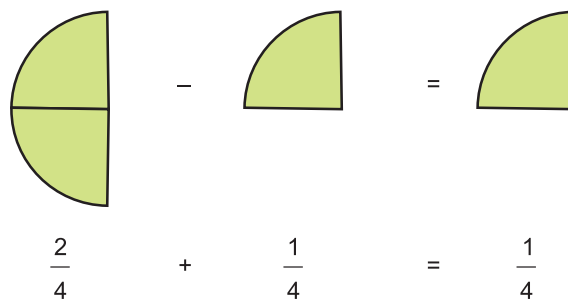


Dois quartos nada mais são do que duas partes de quatro partes iguais.

Resposta: Temos agora dois quartos.

Observação. Do mesmo modo, fazemos subtrações orais com o uso desses materiais.

Situação-problema 2. Tínhamos dois quartos e perdemos um quarto, quanto nós temos agora



Resposta: Temos agora um quarto.

É importante que os alunos manipulem o seu próprio material, que dêem o nome das partes do todo, que criem suas próprias adições e subtrações. Podemos ainda sugerir comparações orais, instigando os alunos da seguinte forma: O que você prefere ganhar?

- Um quarto ou três quartos de um chocolate?
- Um meio ou um quarto de chocolate?



No início, os alunos devem utilizar o material, encontrando a fração citada e verificando qual é a mais vantajosa. Numa fase mais avançada os alunos poderão responder sem fazer uso dele, o que é muito importante, fazer a passagem do material concreto para a abstração.

Na sequência, devemos fazer o mesmo para os terços e sextos, doze avos e vinte e quatro avos e por último os quintos, os décimos, os centésimos, os sétimos e outros. O disco de frações e o material retangular se encontram em **ANEXO**.

I LISTA DE ATIVIDADES

ATIVIDADE 1. Escreva o nome das frações que representa a parte pintada em cada figura.

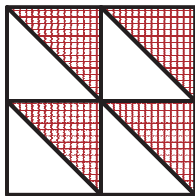
FRAÇÃO	NOME DA FRAÇÃO
	_____
	_____
	_____
	_____
	_____

ATIVIDADE 2. Escreva a fração que representa a parte pintada em cada figura.

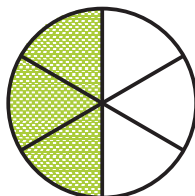
a)



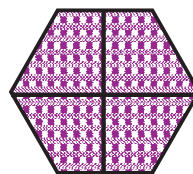
b)



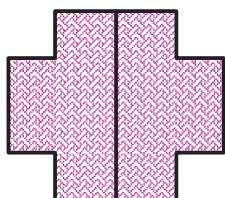
c)



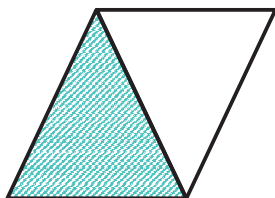
d)



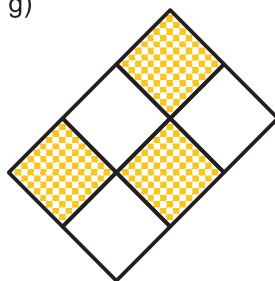
e)



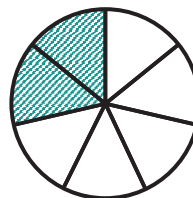
f)



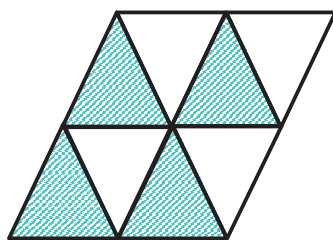
g)



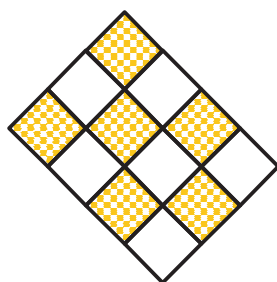
h)



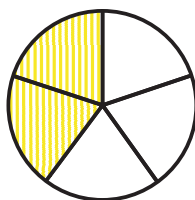
i)



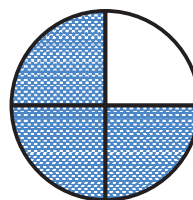
j)



k)

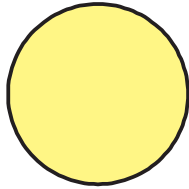


l)



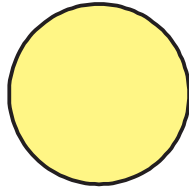
ATIVIDADE 3. Dado um número fracionário, faça o desenho que o represente. Pinte a parte de cada figura indicada pela fração.

a)



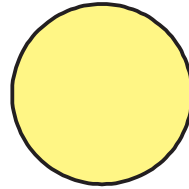
$$\frac{1}{2}$$

b)



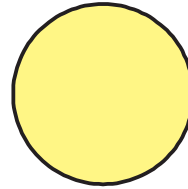
$$\frac{2}{4}$$

c)



$$\frac{1}{3}$$

d)



$$\frac{2}{6}$$

e)



$$\frac{5}{8}$$

f)



$$\frac{2}{6}$$

g)



$$\frac{5}{10}$$

h)



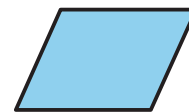
$$\frac{2}{4}$$

i)



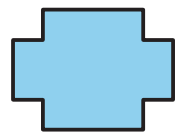
$$\frac{1}{2}$$

j)



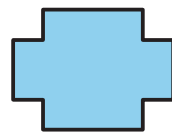
$$\frac{2}{2}$$

k)



$$\frac{1}{4}$$

l)



$$\frac{3}{4}$$

ATIVIDADE 4. Escreva uma fração que represente os objetos pintados, em relação ao total de objetos.

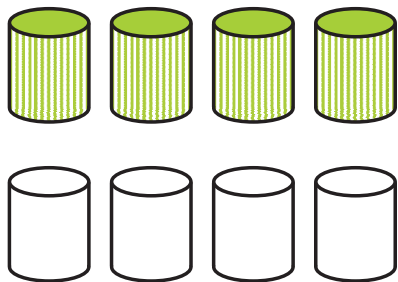
a)



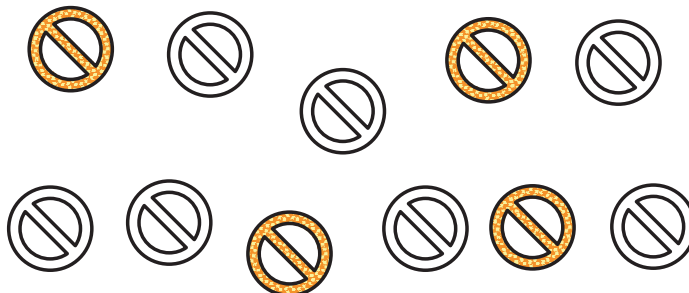
b)



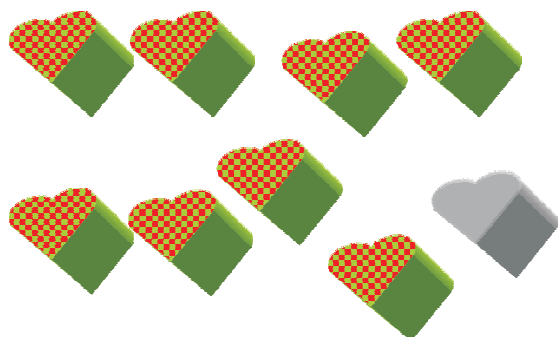
c)



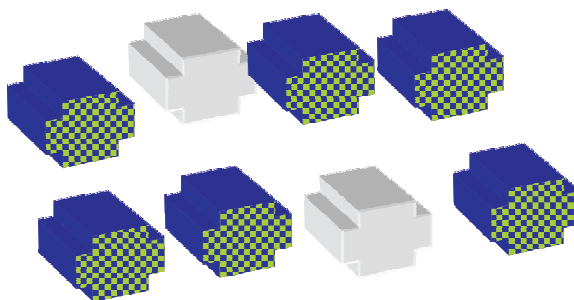
d)



e)



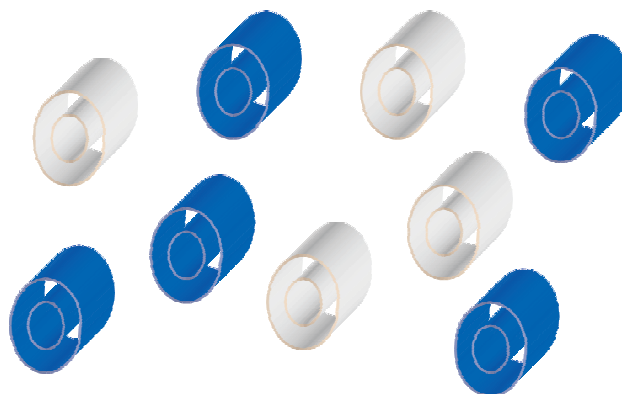
f)



g)



h)



1.6 MATERIAL CIRCULAR – ATIVIDADES INTRODUTÓRIAS

Material Necessário: Uma caixa de disco de frações de madeira ou o material circular pintado nas cores indicadas, que se encontra em anexo.

Objetivos:

- Reconhecimento de metade/ dobro e terça parte/ triplo;
- Reconhecimento do inteiro e suas partes;
- Introdução ao conceito de fração (sem formalização).

II LISTA DE ATIVIDADES

ATIVIDADE 1. Conceito de maior, menor e ordenação.

- Distribuir 1 peça de cada cor para os alunos do grupo.
- Perguntar quem tem a maior peça e quem tem a menor peça.
- Ordenar as peças em ordem crescente.

ATIVIDADE 2. Conceito de metade e dobro (usem somente as peças brancas, laranjas, amarelas e vermelhas).

- Perguntar: Quanto falta para 1 peça laranja completar toda a peça branca?
- Perguntar: Quanto falta para 1 peça amarela completar toda a peça laranja?

- Perguntar: Quanto falta para 1 peça vermelha completar toda a peça amarela?

DESAFIO.

Qual é a relação entre a peça amarela e a peça branca?

Qual é a relação entre a peça vermelha e a peça branca?

ATIVIDADE 3. Conceito de terça parte e triplo (usem somente as peças branca, azuis, verdes escuras e verdes claras).

- Perguntar: Quanto falta para 1 peça azul completar toda a peça branca?
- Perguntar: Quanto falta para 1 peça verde escura completar toda a peça azul?
- Perguntar: Quanto falta para 1 peça verde clara completar toda a peça azul?

DESAFIO.

Qual é a relação entre a peça verde escura e a peça branca?

Qual é a relação entre a peça verde clara e a peça branca?

ATIVIDADE 4. Conceito de partições do inteiro (usem todas as peças que compõe o disco de frações).

- Perguntar: Quantas peças laranja cabem na peça branca?
- Perguntar: Quantas peças azuis cabem na peça branca?
- Perguntar: Quantas peças amarela cabem na peça branca?
- Perguntar: Quantas peças cinza cabem na peça branca?
- Perguntar: Quantas peças verdes escuras cabem na peça branca?
- Perguntar: Quantas peças rosa cabem na peça branca?
- Perguntar: Quantas peças vermelhas cabem na peça branca?
- Perguntar: Quantas peças verdes claras cabem na peça branca?
- Perguntar: Quantas peças marrons cabem na peça branca?

ATIVIDADE 5. Da tarefa anterior, sabemos que a peça branca corresponde ao inteiro, podemos concluir que:

Peça laranja corresponde a _____ da peça branca.

Peça azul corresponde a _____ da peça branca.

Peça amarela corresponde a _____ da peça branca.



Peça cinza corresponde a _____ da peça branca.

Peça verde escura corresponde a _____ da peça branca.

Peça rosa corresponde a _____ da peça branca.

Peça vermelha corresponde a _____ da peça branca.

Peça verde clara corresponde a _____ da peça branca.

Peça marrom corresponde a _____ da peça branca.

Observação. Os mesmos questionamentos anteriores servem para o material retangular que se encontra em **ANEXO**.

Trabalhamos nas atividades anteriores o conceito de frações equivalentes informalmente, sem mesmo dizer ao aluno sobre o que se tratava. Normalmente, os alunos resolvem as situações anteriores sem nenhum tipo de problema, mas quando o conceito é formalizado, ainda percebemos a dificuldade de alguns alunos. **Frações equivalentes** são frações que representam a mesma parte do todo e são imprescindíveis no estudo de frações para que os alunos realmente entendam o conceito de frações e suas operações, sem o uso de regras memorizadas.

DOBRE AS FRAÇÕES

O ensino da **equivalência de frações** pode ser feito, segundo a professora Kátia, com a técnica das dobraduras de papel. Os exercícios divertem a criançada e deixam a aula mais dinâmica. É o caso desta atividade feita no Colégio Emilie de Villeneuve, em São Paulo, em que os alunos chegam às frações dobrando várias vezes um quadrado de papel.

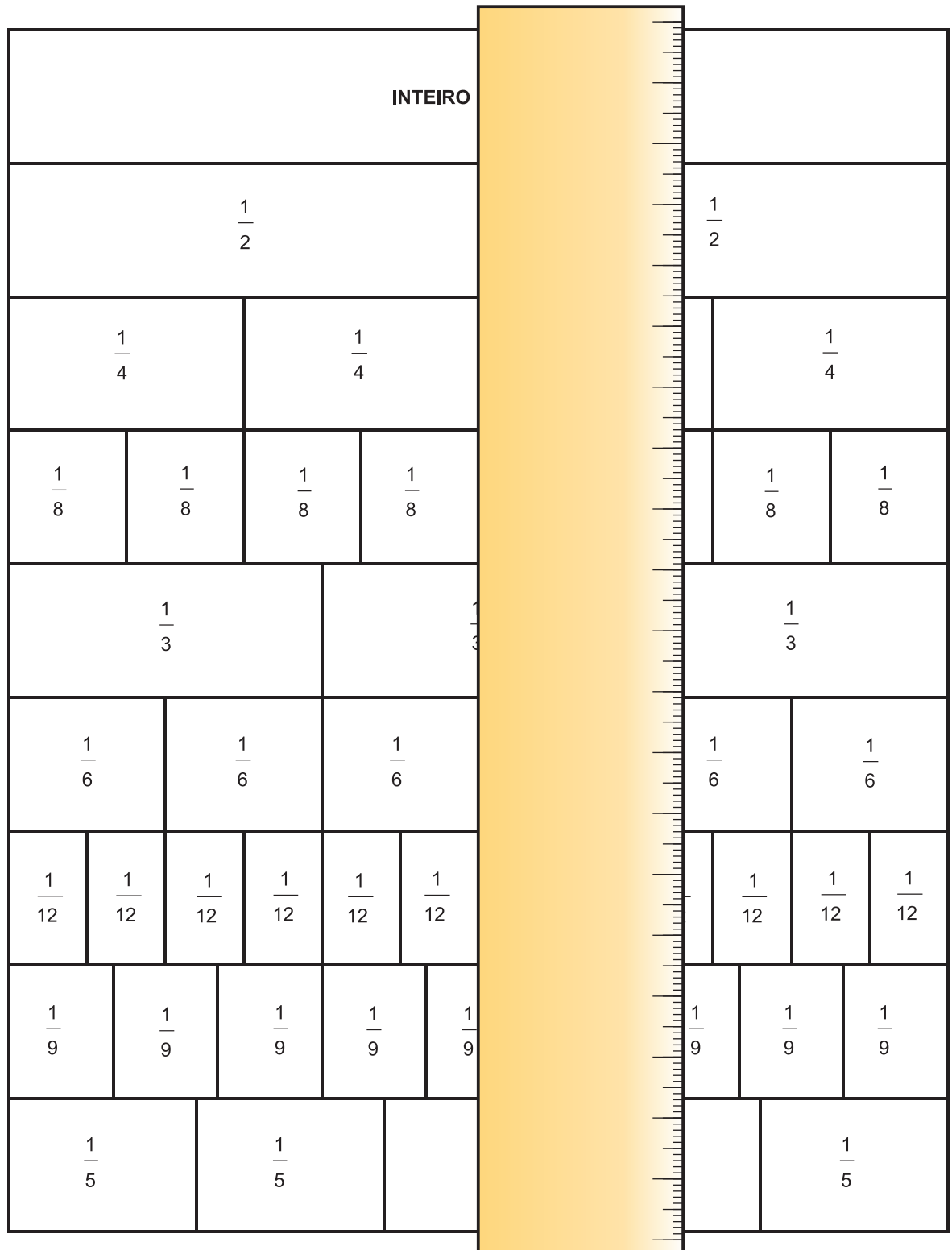
O primeiro exercício é dividir um quadrado ao meio. Em seguida, os alunos dividem o quadrado em quatro partes iguais, dobrando mais uma vez. O professor então pergunta: “Com quantas quartas partes conseguimos ter a metade?”. Na foto ao lado, você vê um grupo colocando duas quartas partes lado a lado e descobrindo uma metade. Depois escrevem $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$. A atividade prossegue com as crianças dobrando o quadrado em oito e dezesseis partes iguais e buscando as mesmas relações de equivalência.

Retirado do site: http://novaescola.abril.uol.com.br/ed/113_jun98/html/repca3.htm

Na próxima atividade apresentamos a tabela de equivalência de Frações, como encontrar frações equivalentes e sugerimos algumas atividades, para só mais tarde finalizarmos esse conceito.

ATIVIDADE 6. Observe a Tabela de Equivalência de Frações e faça os próximos exercícios.

Observação. Para ler a equivalência de frações nesta tabela é necessário o uso de uma régua, da seguinte forma: se estamos procurando as frações equivalentes à fração $\frac{1}{2}$ devemos posicionar a régua, na vertical, sobre o risco onde denote a metade do inteiro e ler todas as frações que têm este mesmo tamanho, ou seja, onde riscos verticais coincidem com a régua. Veja como fica o posicionamento da régua.



Onde vemos, no encontro da régua com a folha de papel, um risco mais forte preto são as frações equivalentes ao meio. Assim lemos na tabela que:

$$\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{4}{8} \quad , \quad \frac{1}{2} = \frac{3}{6} = \frac{6}{12} \quad \text{e} \quad \frac{1}{2} = \frac{5}{10}$$

III LISTA DE ATIVIDADES

ATIVIDADE 1. Observando a tabela de equivalência, continue completando os exercícios com as frações equivalentes.

a) $\frac{1}{2} = \frac{\quad}{4} = \frac{\quad}{8} = \frac{\quad}{6} = \frac{\quad}{12} = \frac{\quad}{10}$

b) $\frac{1}{3} = \frac{\quad}{6} = \frac{\quad}{12} = \frac{\quad}{9} = \frac{\quad}{\quad}$

c) $\frac{1}{4} = \frac{\quad}{8} = \frac{\quad}{12}$

d) $1 = \frac{2}{2} = \frac{\quad}{4} = \frac{\quad}{8} = \frac{\quad}{3} = \frac{\quad}{6} = \frac{\quad}{12} = \frac{\quad}{9} = \frac{\quad}{5} = \frac{\quad}{10}$

e) $\frac{2}{8} = \frac{\quad}{4} = \frac{\quad}{12}$

f) $\frac{1}{6} = \frac{\quad}{12}$

g) $\frac{2}{4} = \frac{\quad}{8} = \frac{\quad}{6} = \frac{\quad}{12} = \frac{\quad}{10}$

h) $\frac{3}{4} = \frac{\quad}{8} = \frac{\quad}{12}$

i) $\frac{2}{3} = \frac{\quad}{6} = \frac{\quad}{12}$

ATIVIDADE 2. Crie outras seqüências de frações equivalentes utilizando a tabela de equivalências.

ATIVIDADE 3. Observando a tabela de equivalência, complete os exercícios, utilizando o sinal de maior (>), de menor (<) ou de igual (=) nas situações apresentadas abaixo. Faça a representação de cada situação nos retângulos ao lado.

a) $\frac{1}{4} \quad - \quad - \quad - \quad \frac{1}{2}$

b) $\frac{3}{4} \quad - \quad - \quad - \quad \frac{2}{3}$

c) $\frac{4}{6} - \dots - \frac{3}{4}$		
d) $\frac{3}{6} - \dots - \frac{4}{8}$		
e) $\frac{4}{6} - \dots - \frac{6}{9}$		
f) $\frac{4}{4} - \dots - \frac{1}{2}$		
g) $\frac{1}{3} - \dots - \frac{2}{6}$		
h) $\frac{2}{3} - \dots - \frac{1}{2}$		
i) $\frac{3}{3} - \dots - \frac{3}{4}$		
j) $\frac{4}{10} - \dots - \frac{2}{5}$		
k) $\frac{4}{6} - \dots - \frac{6}{12}$		
l) $\frac{5}{6} - \dots - \frac{6}{9}$		

ATIVIDADE 3. Sugerimos algumas situações-problema para serem trabalhadas com os alunos nessa fase introdutória, pois temos que mostrar onde ele usa os conceitos já estudados.

1. De uma pizza dividida em 8 pedaços iguais, Pâmela comeu 3 pedaços e Célia comeu 4. Que fração da pizza elas comeram? Que fração restou?
2. Com três metros de fita, quantos pedaços de $\frac{1}{2}$ metro posso fazer?
3. Márcia comprou 3 pacotes de $\frac{1}{2}$ quilograma de café. Ana comprou 2 pacotes de $\frac{1}{4}$ de quilograma de café. Quem comprou mais café?

4. Usei metade das laranjas no suco. $\frac{1}{2}$ de 4 laranjas, quantas laranjas são?
5. A metade de 24 é mesmo que uma dúzia? E quanto vale $\frac{1}{2}$ de 40?
6. Josefa tinha 20 bolinhas de gude no recreio, mas perdeu $\frac{1}{4}$ delas jogando. Quantas bolinhas são $\frac{1}{4}$ de 20 bolinhas? Quantas bolinhas são $\frac{2}{4}$ de 20 bolinhas? E a metade de 20 bolinhas? E $\frac{3}{4}$ de 20 bolinhas?
7. Pegue uma caixa de fósforos de 36 palitos.
- I. Pegue $\frac{1}{2}$ dos fósforos e ponha-os num copo. Quantos palitos ficaram no copo, e na caixa?
- II. Volte à situação inicial. Pegue agora $\frac{1}{3}$ dos fósforos e ponha-os num copo. Quantos palitos ficaram no copo, e na caixa?
- III. Volte à situação inicial. Pegue agora $\frac{1}{4}$ dos fósforos e ponha-os num copo. Quantos palitos ficaram no copo, e na caixa?
8. Alguns amigos foram a uma pizzeria comemorar o aniversário de Pedro e cada um comeu $\frac{1}{4}$ de pizza. Complete a tabela com a quantidade de pizzas que foram comidas, dependendo do número de amigos que foram chegando.

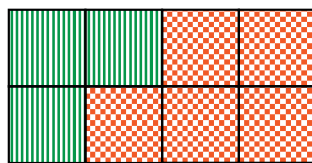
Nº Amigos	1	2	3	4	5	6	7	8
Quantidade de pizza comida	$\frac{1}{4}$							

1.7 APRESENTAÇÃO DA SIMBOLOGIA DE FRAÇÕES

O conceito de frações deve ser introduzido aos poucos, tomando cuidado e observando se os conceitos apresentados estão sendo realmente incorporados pelos alunos. A simbologia é importante e necessária. O traço de frações separa o numerador do denominador. O numerador indica quantas partes são tomadas do inteiro (comidos, oferecidos, tirados), isto é, o numerador é o número inteiro que é escrito sobre o traço de fração e o denominador indica em quantas partes dividimos o inteiro, sendo que este número inteiro deve necessariamente ser diferente de zero. O numerador e o denominador são termos da fração.

Vejamos uma situação concreta, por exemplo:

Comer 3 pedaços de um chocolate que foi dividido em 8 pedaços do mesmo tamanho



A parte listrada representa três pedaços comidos (tirados) do chocolate que no início tinha oito pedaços iguais.

$$\frac{3}{8} \quad \begin{array}{l} \text{(número de partes que foram tomadas do chocolate)} \\ \text{(número de partes iguais em que o chocolate inteiro foi dividido)} \end{array}$$

Assim temos que

$$\frac{3}{8} \quad \text{(representa a parte listrada do chocolate - o que foi comido) e}$$

$$\frac{5}{8} \quad \text{(representa a parte quadriculada do chocolate - o que ainda resta)}$$

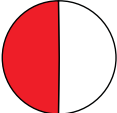
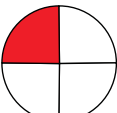
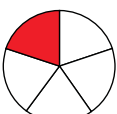
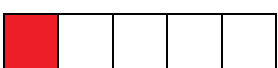
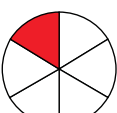
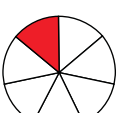
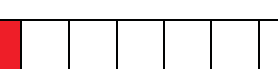
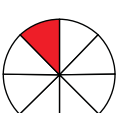
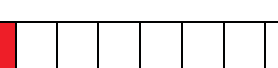
$$\frac{8}{8} \quad \text{(representa o chocolate todo - a parte listrada mais a parte quadriculada)}$$

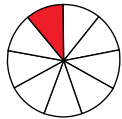
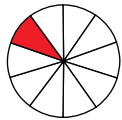
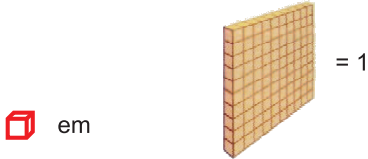
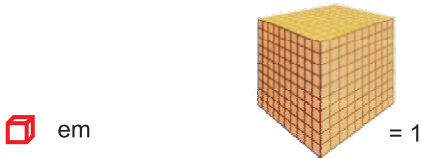
Agora observe outra situação. Nas frações $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{4}$ e $\frac{3}{4}$, quantas partes foram tomadas na primeira, na segunda e na terceira fração? Em quantas partes o inteiro foi dividido na primeira, na segunda e na terceira fração?

Nessas frações, tanto o número 1, como o número 2 e como o número 3 são os numeradores da fração, porque enumera as partes que tomamos; as partes que tiramos do inteiro. Da mesma maneira, o número 1 e o número 4 são os denominadores porque indicam partes iguais em que o inteiro foi dividido.

1.8 LEITURA E REPRESENTAÇÃO DE FRAÇÕES

No quadro, temos o nome da fração, sua representação no material circular e retangular (com exceção do centésimo e do milésimo) e sua representação numérica.

METADE			$\frac{1}{2}$
UM TERÇO			$\frac{1}{3}$
UM QUARTO			$\frac{1}{4}$
UM QUINTO			$\frac{1}{5}$
UM SEXTO			$\frac{1}{6}$
UM SÉTIMO			$\frac{1}{7}$
UM OITAVO			$\frac{1}{8}$

UM NONO			$\frac{1}{9}$
UM DÉCIMO			$\frac{1}{10}$
UM CENTÉSIMO			$\frac{1}{100}$
UM MILÉSIMO			$\frac{1}{1000}$

COMO LER UMA FRAÇÃO

Primeiro caso. Se tivermos uma fração representada da seguinte forma $\frac{1}{d}$, isto é, se o numerador for representado pelo número 1 e o denominador for um número qualquer, desde que seja maior que 1 e menor que 10 ($1 < d < 10$), a sua leitura é feita da seguinte forma: lemos o numerador (um) seguido do número que está representado no denominador (meio, terço,...), como vemos no exemplo:

FRAÇÃO	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{9}$
LEITURA	Um meio	Um terço	Um quarto	Um quinto	Um sexto	Um sétimo	Um oitavo	Um nono

Segundo caso. Se tivermos uma fração representada da seguinte forma $\frac{1}{d}$, isto é, se o numerador for representado pelo número 1 e o denominador for um número qualquer, desde que seja maior que 10 ($d > 10$). A sua leitura é feita da seguinte forma: lemos o numerador (um) seguido do número que está representado no denominador mais a palavra avos.

Avos é um substantivo masculino usado na leitura das frações, designa cada uma das partes iguais em que foi dividida a unidade e cujo denominador é maior do que dez.

Vejam os exemplos a seguir.

FRAÇÃO	$\frac{1}{11}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{13}$	$\frac{1}{14}$	$\frac{1}{15}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{17}$	$\frac{1}{18}$	$\frac{1}{19}$
LEITURA	Um onze avos	Um doze avos	Um treze avos	Um quatorze avos	Um quinze avos	Um dezesseis avos	Um dezessete avos	Um dezoito avos	Um dezenove avos

Terceiro caso. Se tivermos uma fração representada da seguinte forma $\frac{1}{d}$, isto é, se o numerador for representado pelo número 1 e o denominador for um múltiplo de dez (10), pode ser lida como a maneira anterior ou receber uma leitura especial como as que vamos apresentar.

Vejam apenas alguns exemplos:

FRAÇÃO	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{70}$	$\frac{1}{100}$	$\frac{1}{1000}$	$\frac{1}{10000}$	$\frac{1}{100000}$
LEITURA (anterior)	Um dez avos	Um vinte avos	Um setenta avos	Um cem avos	Um mil avos	Um dez mil avos	Um cem mil avos
LEITURA (popular)	Um décimo	Um vigésimo	Um septuagésimo	Um centésimo	Um milésimo	Um décimo milésimo	Um centésimo milésimo

IV LISTA DE ATIVIDADES

ATIVIDADE 1. Como podemos ler as seguintes frações:

$$\frac{1}{30}; \frac{1}{40}; \frac{1}{50}; \frac{1}{60}; \frac{1}{80}; \frac{1}{90}?$$

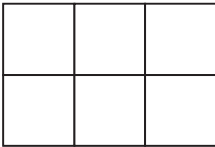
ATIVIDADE 2. Como podemos ler as seguintes frações:

$$\frac{1}{132}; \frac{1}{1234}; \frac{1}{510}?$$

Observação. A fração $\frac{1}{1234}$ pode ser lida como: um, mil duzentos e trinta e quatro avos.

ATIVIDADE 3. Indique o numerador e o denominador de cada fração e pinte de acordo com a fração correspondente.

a)  $\frac{1}{2}$	b)  $\frac{2}{3}$	c)  $\frac{3}{4}$
Numerador:	Numerador:	Numerador:
Denominador:	Denominador:	Denominador:

c)  $\frac{2}{2}$	d)  $\frac{2}{6}$	e)  $\frac{5}{8}$
Numerador:	Numerador:	Numerador:
Denominador:	Denominador:	Denominador:

1.9 TIPOS DE FRAÇÕES

1. FRAÇÕES EQUIVALENTES

Nas atividades introdutórias deste material, já trabalhamos com frações equivalentes, mas vamos retomá-la. É extremamente importante que no estudo de frações, desde cedo seja apresentado ao aluno frações equivalentes, isto é, frações diferentes que represen-

tam a mesma parte do todo. As frações equivalentes são essenciais no estudo das quatro operações: adição, subtração, multiplicação e divisão, envolvendo números fracionários.

Duas frações são ditas **equivalentes** se representarem a mesma quantidade (“Equi” indica igualdade. “Valente” significa que tem valor). Temos uma forma de identificar tal fato algebricamente:

$$\frac{a}{b} = \frac{a \times n}{b \times n}, \quad \text{com um número natural, não nulo, qualquer.}$$

ou ainda

$$\frac{a}{b} = \frac{a \div m}{b \div m}, \quad \text{com um número natural, não nulo, qualquer.}$$

Exemplos:

a) $\frac{2}{3} = \frac{8}{12}$

$\times 4$ (multiplicando numerador e denominador por 4)

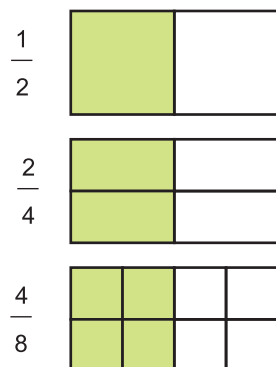
$\times 4$ (multiplicando numerador e denominador por 4)

b) $\frac{6}{15} = \frac{2}{5}$

$\div 3$ (dividindo numerador e denominador por 3)

$\div 3$ (dividindo numerador e denominador por 3)

Consideremos as frações: $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{4}$, $\frac{4}{8}$ representadas no material retangular.



Percebemos que $\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{4}{8}$, logo as frações $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{4}$, $\frac{4}{8}$ são frações equivalentes

É imprescindível que os alunos manipulem os discos de frações, ou material retangular em busca de frações equivalentes de forma que eles próprios descubram a regra de como obter uma fração

equivalente a uma fração dada, como sugerido na atividade introdutória. É claro que existe uma maneira bem simples de encontrarmos **frações equivalentes à fração original**, basta que **multipliquemos o numerador e o denominador por um mesmo número natural** (como mostrado na página anterior).

$$\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{4}{8} = \frac{8}{16} = \frac{16}{32} = \frac{32}{64} = \dots \text{ (neste caso, multiplicamos numerador e denominador por 2)}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{3}{6} = \frac{9}{18} = \frac{27}{54} = \dots \text{ (neste caso, multiplicamos numerador e denominador por 3)}$$

$$\frac{1}{3} = \frac{3}{9} = \frac{9}{27} = \frac{27}{81} = \frac{81}{243} = \dots \text{ (neste caso, multiplicamos numerador e denominador por 3)}$$

Nestes casos, construímos o que chamamos de **classe de equivalência** de uma fração, isto é, o conjunto de todas as frações equivalentes à fração dada.

Mas se, no entanto, estivéssemos procurando uma fração mais simples (**simplificação de frações**), deveríamos fazer o inverso ao invés de multiplicarmos devemos **dividir o numerador e o denominador por um mesmo número inteiro, mas diferente de zero**.

$$\frac{32}{64} = \frac{16}{32} = \frac{8}{16} = \frac{4}{8} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} = \dots \text{ (neste caso, dividimos numerador e denominador por 2)}$$

Quando não for mais possível reduzir uma fração, por exemplo, no caso acima, representado pelo $\frac{1}{2}$, dizemos que ela se tornou irredutível. Assim, uma fração é **irredutível** quando não mais pudermos simplificá-la.

2. FRAÇÃO PRÓPRIA

Uma fração recebe este nome toda vez que o seu numerador for menor que o seu denominador. Vejamos alguns exemplos:

a) $\frac{2}{7}$ ($2 < 7$)

b) $\frac{1}{12}$ ($1 < 12$)

3. FRAÇÃO IMPRÓPRIA

Uma fração recebe este nome toda vez que o seu numerador é maior ou igual ao denominador. Vejamos alguns exemplos:

$$\text{a) } \frac{7}{7} \quad (7 = 7)$$

$$\text{b) } \frac{17}{12} \quad (17 > 12)$$

Quando o numerador de uma fração é maior que o denominador, podemos realizar uma operação de decomposição desta fração em uma parte inteira e uma parte fracionária, onde o resultado é denominado de **número misto**. Por exemplo, vamos transformar a fração $\frac{17}{12}$ ($17 > 12$) em um número misto e vice-versa:

1) Transformação de uma fração imprópria em um número misto:

Na fração $\frac{17}{12}$ ($17 > 12$), temos um inteiro e cinco doze avos.

$$\frac{17}{12} = \frac{12}{12} + \frac{5}{12} = 1 + \frac{5}{12}$$

2) Transformação de um número misto em uma fração imprópria:

Podemos reescrever $1 + \frac{5}{12}$ da seguinte forma:

$$1\frac{5}{12} = 1 + \frac{5}{12} = \frac{12 \times 1 + 5}{12} = \frac{17}{12}$$

4. FRAÇÃO APARENTE

Uma fração recebe este nome toda vez que o numerador for um múltiplo do denominador e aparenta ser uma fração, mas não é, pois representa um número inteiro. Como um caso particular, o zero é múltiplo de todo número inteiro, assim as frações $0/3$, $0/8$, $0/15$ são aparentes, pois representam o número inteiro zero.

5. FRAÇÃO IRREDUTÍVEL

Uma fração recebe este nome toda vez que o numerador e o denominador forem primos entre si, não permitindo simplificação.

$$\text{Ex.: } \frac{9}{22}$$

6. FRAÇÃO UNITÁRIA

Uma fração recebe este nome toda vez quando o numerador é igual a 1 e o denominador é um inteiro positivo.

$$\text{Ex.: } \frac{1}{3}$$

7. FRAÇÃO DECIMAL

Uma fração recebe este nome toda vez que o denominador é uma potência de 10.

$$\text{Ex.: } \frac{1}{10}$$

8. FRAÇÃO COMPOSTA

Uma fração recebe este nome toda vez que o numerador e o denominador forem frações:

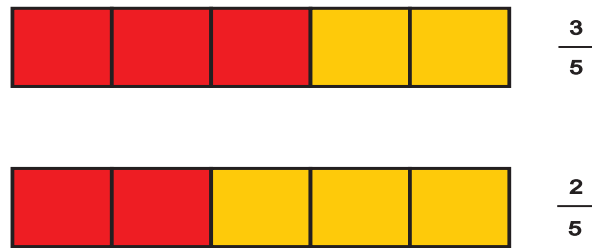
$$\frac{\frac{3}{5}}{\frac{7}{8}} .$$

1.10 COMO COMPARAR DUAS FRAÇÕES?

Ao compararmos frações, devemos considerar três casos:

PRIMEIRO CASO: As frações que serão comparadas possuem denominadores iguais.

Sejam as frações $\frac{3}{5}$ e $\frac{2}{5}$ a serem comparadas.



Em ambos os casos o inteiro foi dividido em cinco partes iguais. Fazendo uso da visualização das figuras, vemos claramente que a fração $\frac{3}{5}$ é maior do que a fração $\frac{2}{5}$.

O que podemos concluir?

Na fração $\frac{3}{5}$, o numerador é o número 3 e o denominador é o número 5.

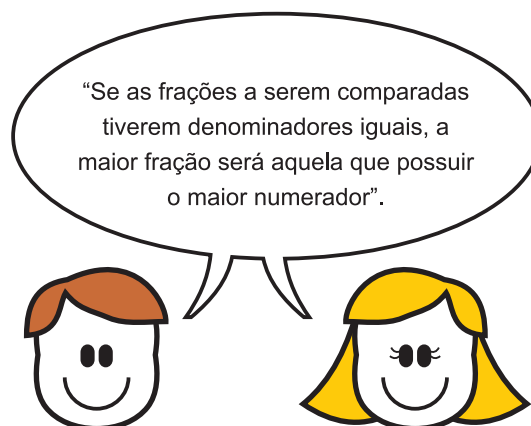
Na fração $\frac{2}{5}$, o numerador é o número 2 e o denominador é o número 5.

Pela observação das figuras concluímos que a fração $\frac{3}{5}$ é maior do que a fração $\frac{2}{5}$, logo como os denominadores são iguais, a maior fração é a aquela que possui o maior numerador.

$$\frac{3}{5} > \frac{2}{5}.$$

É interessante que no início do trabalho de comparações de frações, o professor faça uso do material circular e do material retangular para a execução de comparações de frações com os alunos e deixar que eles próprios descubram a regra e quem sabe mais tarde não sentirão mais necessidade do desenho para efetuarem as comparações.

Concluindo:



SEGUNDO CASO: As frações que serão comparadas possuem numeradores iguais.

Sejam as frações $\frac{3}{4}$, $\frac{3}{5}$ e $\frac{3}{6}$ a serem comparadas.

Nestes casos, o inteiro foi dividido em partes diferentes. Na primeira, o inteiro foi dividido em 4 partes iguais; na segunda o inteiro foi dividido em cinco partes iguais e na terceira o inteiro foi dividido em 6 partes iguais.



Fazendo uso da visualização das figuras, vemos claramente que a fração $\frac{3}{4}$ é maior do que a fração $\frac{3}{5}$ e ainda é maior do que a fração $\frac{3}{6}$.

O que podemos concluir?

Na fração, $\frac{3}{4}$ o numerador é o número 3 e o denominador é o número 4.

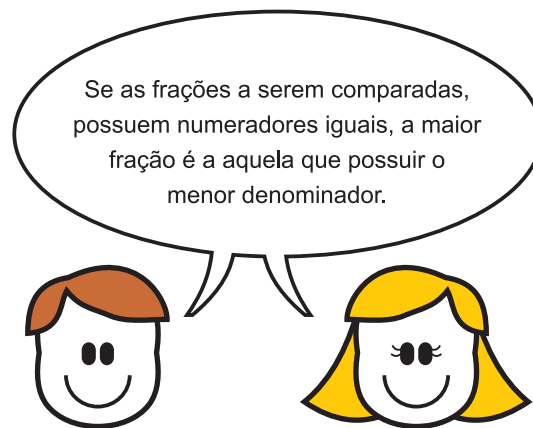
Na fração, $\frac{3}{5}$ o numerador é o número 3 e o denominador é o número 5.

Na fração, $\frac{3}{6}$ o numerador é o número 3 e o denominador é o número 6.

Pela observação das figuras, concluímos que a fração $\frac{3}{4}$ é maior do que a fração $\frac{3}{5}$ e é maior do que a fração $\frac{3}{6}$, logo como os numeradores são iguais, a maior fração é a aquela que possuir o menor denominador.

$$\frac{3}{4} > \frac{3}{5} > \frac{3}{6}.$$

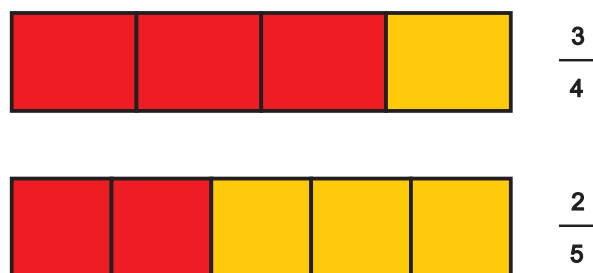
Concluindo:



TERCEIRO CASO: As frações que serão comparadas possuem numeradores e denominadores diferentes.

Sejam as frações $\frac{3}{4}$ e $\frac{2}{5}$ a serem comparadas.

Em ambos os casos, o inteiro foi dividido em partes diferentes. Na primeira, o inteiro foi dividido em 4 partes iguais e foram tomadas 3 dessas 4 partes; na segunda o inteiro foi dividido em cinco partes iguais e foram tomadas duas dessas 5 partes.



Fazendo uso da visualização das figuras, vemos claramente que a fração $\frac{3}{4}$ é maior do

que a fração $\frac{2}{5}$. Mas devemos ter muito cuidado, pois nem sempre é tão fácil assim.

Vejamos outra situação, aonde a visualização não ajuda muito.

Sejam as frações $\frac{3}{4}$ e $\frac{4}{5}$ a serem comparadas.



Pela observação das figuras 1 e 2, percebemos que a comparação entre as duas frações apresentadas já não é tão simples e imediata. Neste caso, o que podemos fazer para comparar as frações? Utilizemos frações equivalentes.

É simples, temos que encontrar uma fração equivalente a $\frac{3}{4}$ e outra fração equivalente a $\frac{4}{5}$, mas de forma que os denominadores dessas frações que buscamos sejam iguais.

Sejam as frações equivalentes a $\frac{3}{4}$:

$$\frac{3}{4} = \frac{6}{8} = \frac{9}{12} = \frac{12}{16} = \frac{15}{20} = \frac{18}{24} \quad (1)$$

Sejam as frações equivalentes a $\frac{4}{5}$:

$$\frac{4}{5} = \frac{8}{10} = \frac{12}{15} = \frac{16}{20} = \frac{20}{25} \quad (2)$$

De (1), temos a fração $\frac{15}{20}$ equivalente à fração $\frac{3}{4}$.

De (2), temos a fração $\frac{16}{20}$ equivalente à fração $\frac{4}{5}$.

Em ambas as frações encontradas, temos o mesmo denominador, e assim recaímos no primeiro caso estudado, onde sabemos que a fração maior é aquela que possui maior numerador. Logo:

$$\frac{16}{20} > \frac{15}{20} \quad \text{é o mesmo que dizer} \quad \frac{4}{5} > \frac{3}{4}$$

O mesmo exercício, mas utilizando o mínimo múltiplo comum.

Da mesma forma anterior, para compararmos as frações $\frac{3}{4}$ e $\frac{4}{5}$ devemos reduzir ambas as frações a um mesmo denominador. Para isto, calculamos o Mínimo Múltiplo Comum entre os dois denominadores e este será o denominador comum às duas frações.

O mínimo múltiplo comum entre 4 e 5 é: MMC (4,5) = 20

4	5	2	
2	5	2	
1	5	5	
	1		2 x 2 x 5 = 20

Dando continuidade, devemos reduzir as frações $\frac{3}{4}$ e $\frac{4}{5}$ ao mesmo denominador comum, que no caso é o 20 (vinte) e para isso devemos aplicar a regra de dividir o denominador comum pelo denominador de cada fração e na sequência multiplica-se esse respectivo número pelo numerador.

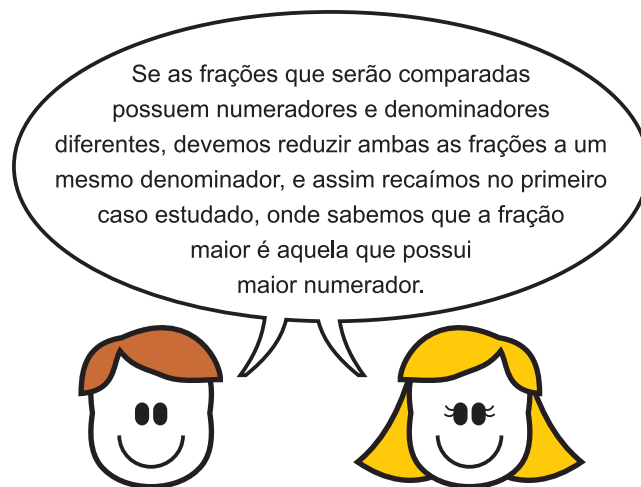
$$\frac{3}{4} = \frac{15}{20}, \text{ onde } 20 \div 4 = 5 \text{ e } 5 \times 3 = 15$$

$$\frac{4}{5} = \frac{16}{20}, \text{ onde } 20 \div 5 = 4 \text{ e } 4 \times 4 = 16$$

Logo, pelo primeiro caso: $\frac{16}{20} > \frac{15}{20}$

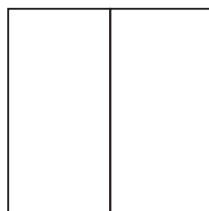
Ao dividirmos o denominador comum por cada denominador, estamos determinando por quanto o denominador original foi multiplicado e, conseqüentemente, por quanto o numerador deverá ser multiplicado de forma que obtenhamos frações equivalentes com denominadores comum às frações dadas.

Concluindo:



V LISTA DE ATIVIDADES

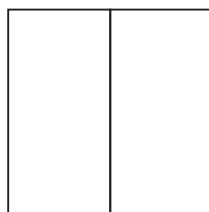
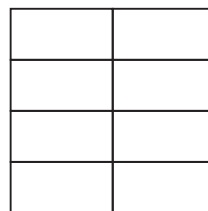
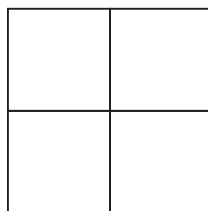
ATIVIDADE 1. Para cada uma das figuras, colorirem a sua metade.



$$\frac{1}{2}$$

=

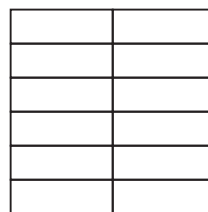
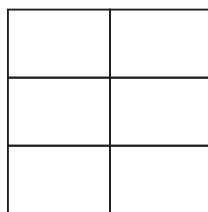
=



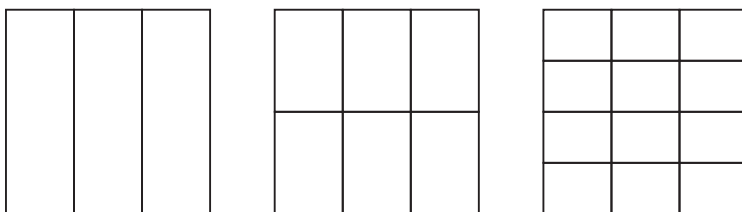
$$\frac{1}{2}$$

=

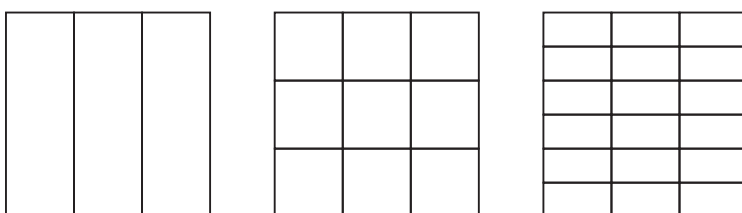
=



ATIVIDADE 2. Para cada uma das figuras, colorir o seu terço.

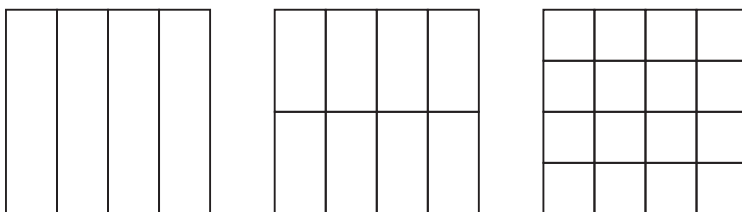


$$\frac{1}{3} = \text{-----} = \text{-----}$$

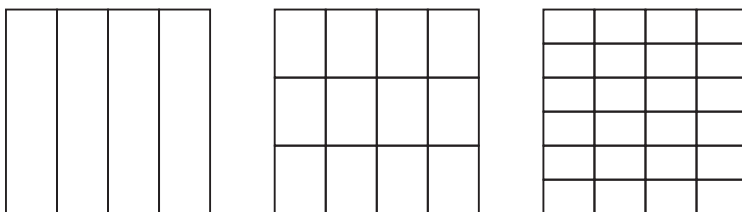


$$\frac{1}{3} = \text{-----} = \text{-----}$$

ATIVIDADE 3. Para cada uma das figuras, colorir o seu quarto.

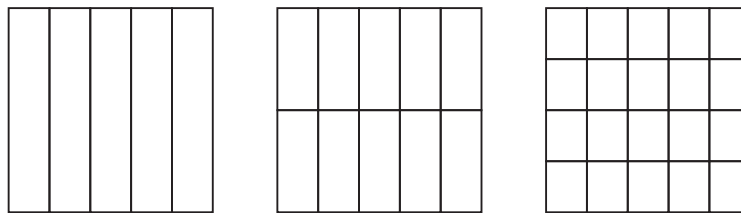


$$\frac{1}{4} = \text{-----} = \text{-----}$$

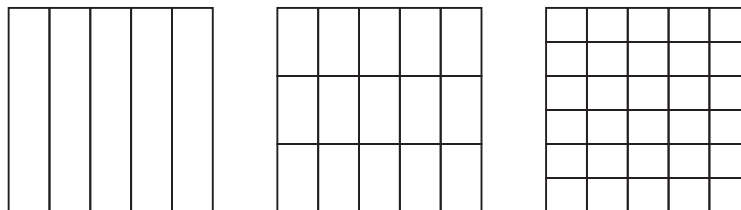


$$\frac{1}{4} = \text{-----} = \text{-----}$$

ATIVIDADE 4. Para cada uma das figuras, colorir o seu quinto.



$$\frac{1}{5} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$$



$$\frac{1}{5} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$$

ATIVIDADE 5. Pintar no segundo quadro, uma fração equivalente à fração dada, conforme o exemplo.



$$\frac{2}{3}$$



$$\frac{4}{6}$$

$$\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$$

a)



$$\frac{5}{6}$$



$$\frac{5}{6} = \frac{\quad}{\quad}$$

b)



$$\frac{2}{4}$$



$$\frac{2}{4} = \frac{\quad}{\quad}$$

c)



$$\frac{2}{3} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$$

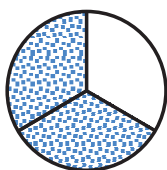
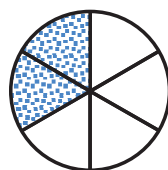
d)



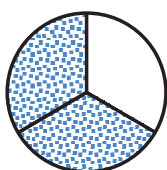
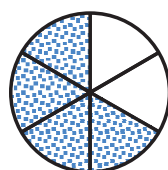
$$\frac{1}{2} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$$

ATIVIDADE 6. Observe as frações representadas em cada desenho e complete com frações equivalentes.

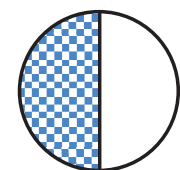
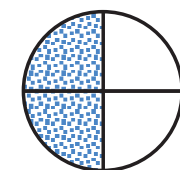
a)


 $\frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$


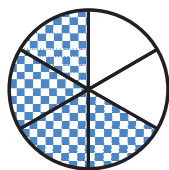
b)


 $\frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$


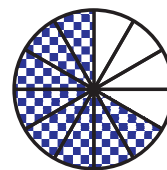
c)


 $\frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$


d)



----- = -----



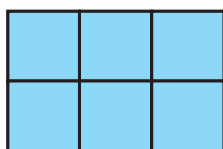
e)



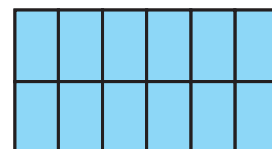
----- = -----



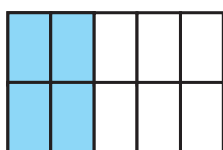
f)



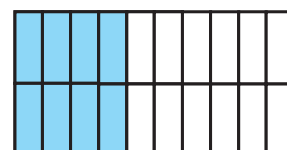
----- = -----



g)



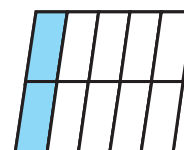
----- = -----



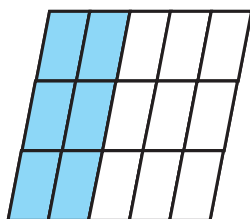
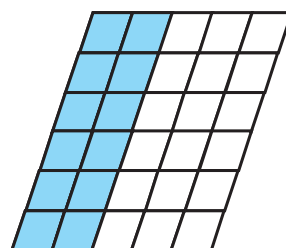
h)



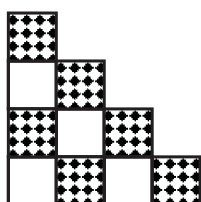
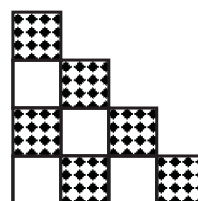
----- = -----



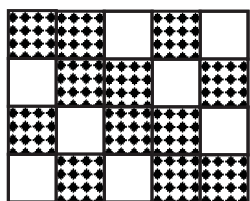
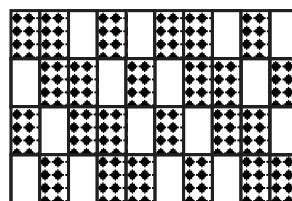
i)


 $\frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$


j)


 $\frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$


k)


 $\frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$


SITUAÇÕES-PROBLEMA

PROBLEMA 1. Descubra a ordem de chegada dos atletas na corrida, colocando as frações em ordem decrescente, isto é, da maior para a menor:



Resposta.

PROBLEMA 2. Ajudem João a colocar as borboletas em ordem crescente.

a)



$$5 \frac{5}{7}$$

$$4 \frac{2}{7}$$

$$1$$

Resposta

b)



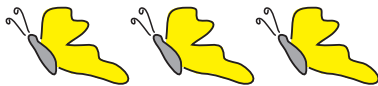
$$\frac{4}{3}$$

$$\frac{1}{3}$$

$$\frac{2}{3}$$

Resposta

c)



$$3 \frac{2}{5}$$

$$4 \frac{1}{4}$$

$$\frac{15}{12}$$

Resposta

d)



$$\frac{4}{7}$$

$$\frac{3}{7}$$

$$\frac{2}{7}$$

Resposta

e)



$$\frac{2}{5}$$

$$\frac{1}{4}$$

$$\frac{5}{2}$$

Resposta

f)



$$\frac{4}{7}$$

$$\frac{1}{7}$$

$$\frac{2}{7}$$

Resposta

g)



$$1 \frac{2}{5}$$

$$1 \frac{1}{4}$$

$$1 \frac{5}{2}$$

$$\frac{4}{7}$$

Resposta



$$1 \frac{1}{7}$$

$$1 \frac{2}{7}$$

$$1 \frac{1}{6}$$

$$1 \frac{1}{2}$$

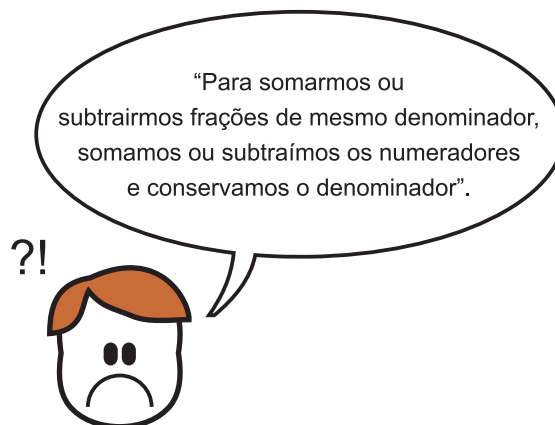
1.11 OPERAÇÕES COM FRAÇÕES

É imprescindível ter trabalhado as atividades anteriores sugeridas neste material antes de introduzirmos as quatro operações envolvendo números fracionários, pois são a base para darmos seqüência ao estudo. Cada uma das operações, isto é, adição, subtração, multiplicação e divisão, apresenta dificuldades particulares que e estas deverão ser superadas no final de cada etapa, através de situações, atividades e materiais próprios. Neste momento os alunos já devem possuir os seguintes conhecimentos: que o numerador indica o número de partes em que o inteiro foi dividido; que o denominador indica o número de partes que foram tomadas do inteiro e que podemos adicionar quantidade de mesma natureza e principalmente saber encontrar frações equivalentes.

Já fizemos adições, subtrações e algumas comparações verbalmente, mas não as formalizamos ainda.

a) ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO DE NÚMEROS FRACIONÁRIOS

1. ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO COM OS MESMOS DENOMINADORES



É importante que os próprios alunos deduzam a regra acima. Quando estamos somando (ou subtraindo) duas frações usamos a idéia de juntar (ou tirar). A soma (ou a diferença) será uma parte do todo. Para tanto, torna-se necessário que as partes somadas (ou subtraídas) estejam no mesmo referencial, isto é;

Meios somados a **meios** (ou meios subtraídos de meios)

Terços somados a terços (ou terços subtraídos de terços)

Quartos somados a **quartos** (ou quartos subtraídos de quartos)

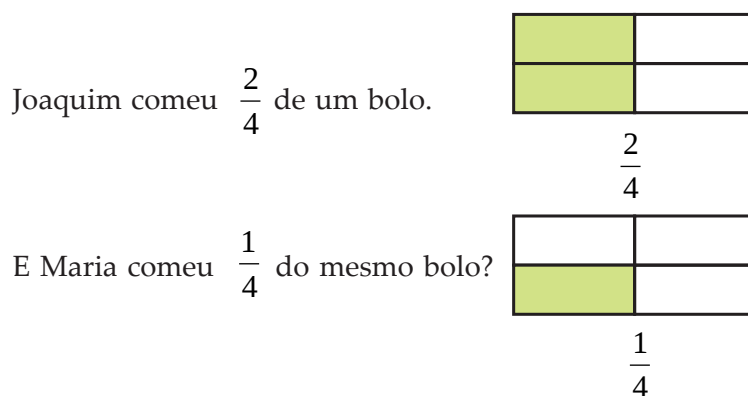
...

Doze-avos somados a **doze-avos** (ou doze-avos subtraídos de doze-avos)

Etc...

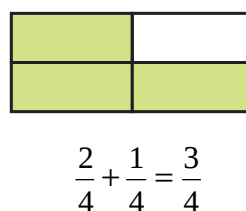
Vamos recordar algumas adições de frações com os mesmos denominadores.

SITUAÇÃO 1. Joaquim comeu $\frac{2}{4}$ de um bolo e Maria comeu $\frac{1}{4}$ do mesmo bolo. Quanto do bolo foi comido no total?



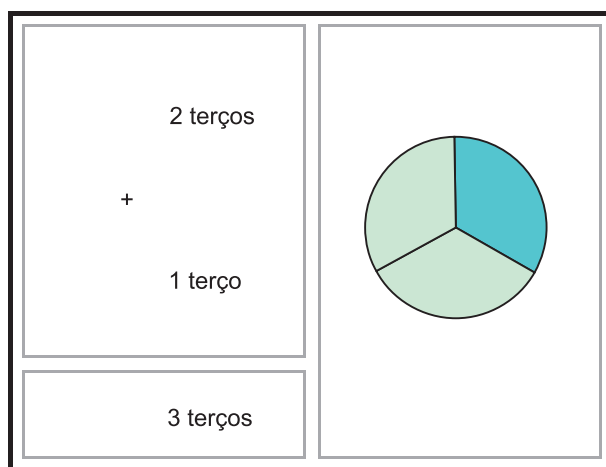
Quanto do bolo foi comido no total?

Para respondermos esta pergunta, devemos juntar a parte que Joaquim comeu do bolo com a parte que Maria comeu do mesmo bolo. Logo juntando as duas partes ($\frac{2}{4} + \frac{1}{4}$), temos:



Resposta. Os dois comeram juntos $\frac{3}{4}$ do bolo.

SITUAÇÃO 2. Pinte 2 terços da figura e depois pinte mais 1 terço. Quanto da figura nós pintamos?



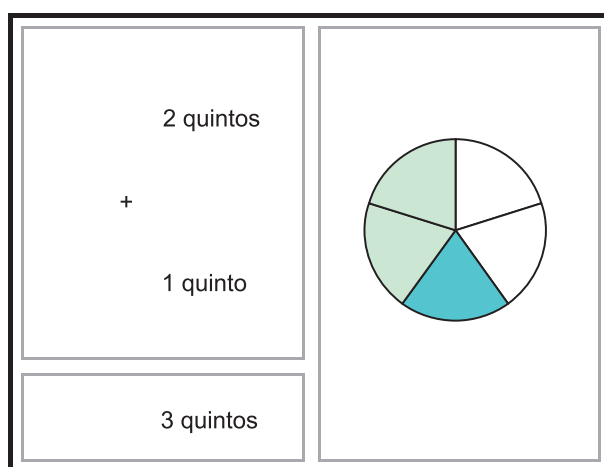
Pintamos $\frac{2}{3} + \frac{1}{3} = \frac{3}{3} = 1$

Resposta. Pintamos 2 terços da figura e depois pintamos 1 terço da mesma figura, logo pintamos toda a figura.

SITUAÇÃO 3. Tínhamos 2 quintos e ganhamos mais um quinto. Quanto temos agora?

Ou seja:

$$\frac{2}{5} + \frac{1}{5} = \frac{3}{5}$$

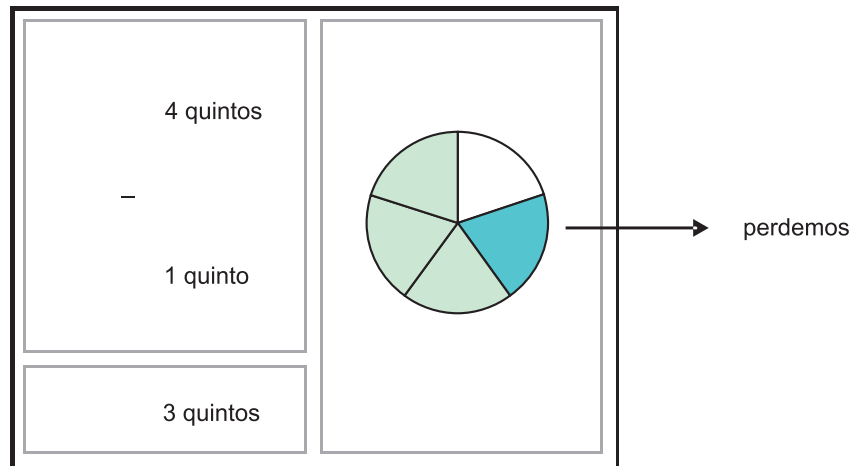


Resposta. Temos 3 quintos.

SITUAÇÃO 4. Tínhamos 4 quintos e perdemos um quinto. Quanto temos agora?

Ou seja:

$$\frac{4}{5} - \frac{1}{5} = \frac{3}{5}$$

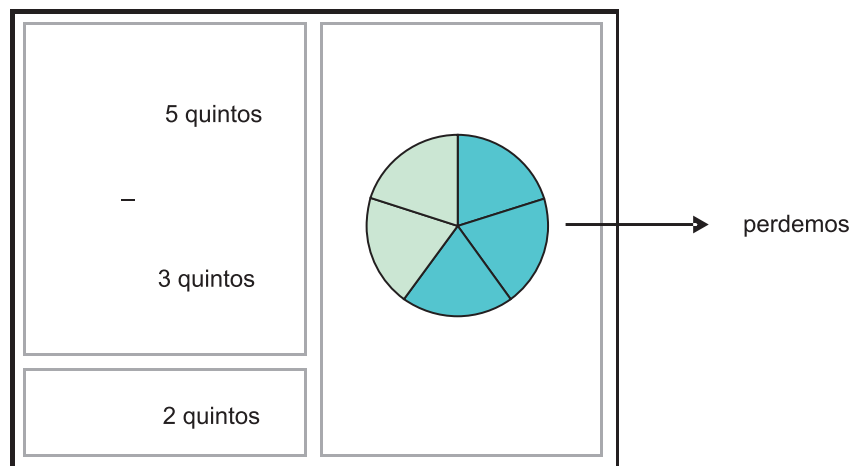


Resposta. Temos 3 quintos.

SITUAÇÃO 5. De um círculo dividido em 5 partes iguais, nós já pintamos 3 quintos. Quanto ainda falta para pintar?

Ou seja:

$$\frac{5}{5} - \frac{3}{5} = \frac{2}{5}$$



Resposta. Temos 2 quintos.

SITUAÇÃO 6. Tínhamos 1 quarto do total de oito maçãs e depois ganhamos mais dois quartos do mesmo conjunto? Quanto temos agora?

Na figura temos representada as 8 maçãs.

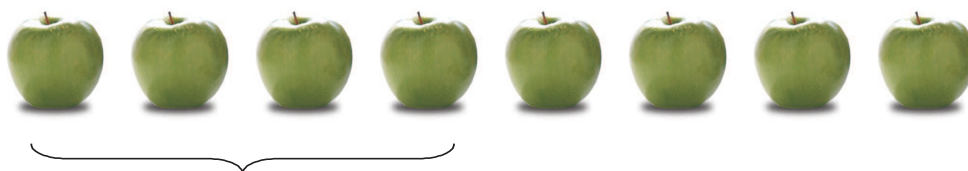


Tínhamos 1 quarto de oito maçãs, isto é, oito maçãs divididas em quatro partes, temos 2 maçãs em cada parte.



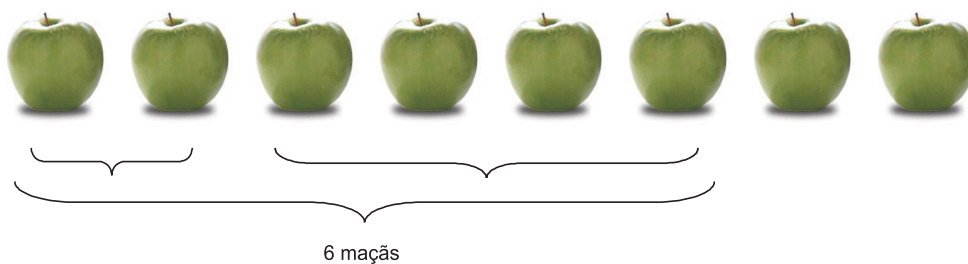
Logo, $\frac{1}{4}$ de 8 = 2

Ganhamos mais dois quartos do total de oito maçãs, isto é, dois quartos de oito maçãs, nada mais é do que 1 quarto de oito maçãs mais 1 quarto de oito maçãs, totalizando 4 maçãs



Logo, $\frac{2}{4}$ de 8 = 4

Resposta. Tínhamos 2 maçãs e ganhamos mais 4 maçãs, logo temos agora $2 + 4 = 6$ maçãs.



VI LISTA DE ATIVIDADES

ATIVIDADE 1. Estas atividades devem ser desenvolvidas utilizando-se os discos de frações.

a) $\frac{2}{3} + \frac{1}{3} = \frac{3}{3} = 1$

Registro da manipulação com os discos de fração:

$$\text{b) } \frac{5}{8} - \frac{1}{8} =$$

Registro da manipulação com os discos de fração:

$$\text{c) } \frac{2}{5} + \frac{3}{5} =$$

Registro da manipulação com os discos de fração:

$$\text{d) } \frac{2}{8} + \frac{1}{8} + \frac{3}{8} =$$

Registro da manipulação com os discos de fração:

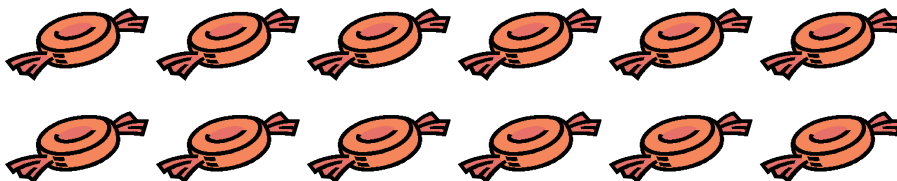
$$\text{e) } \frac{5}{9} - \frac{1}{9} + \frac{2}{9} =$$

Registro da manipulação com os discos de fração:

$$\text{f) } \frac{2}{7} + \frac{1}{7} + \frac{3}{7} =$$

Registro da manipulação com os discos de fração:

ATIVIDADE 2. Tínhamos 1 terço do total de doze balas e depois ganhamos mais um terço do mesmo conjunto? Quantas balas temos agora?



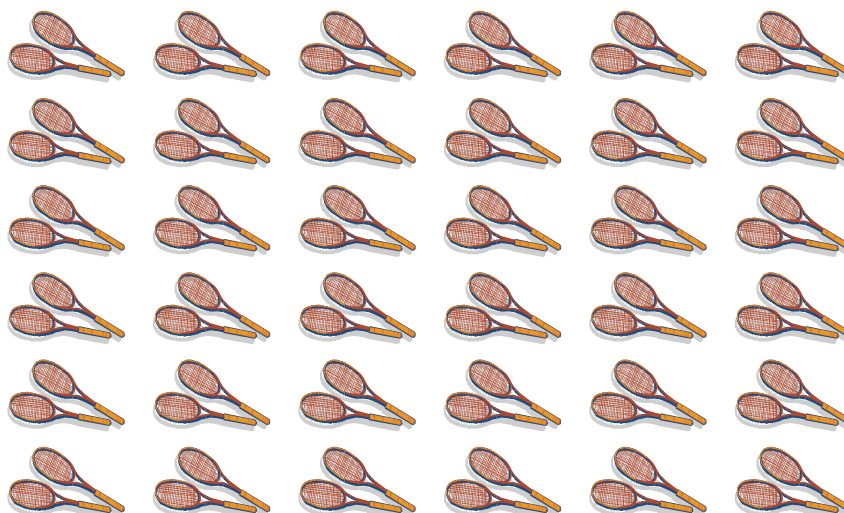
ATIVIDADE 3. Tínhamos 2 quartos do total de vinte contas e depois perdemos um quarto do mesmo conjunto? Quantas contas temos agora?



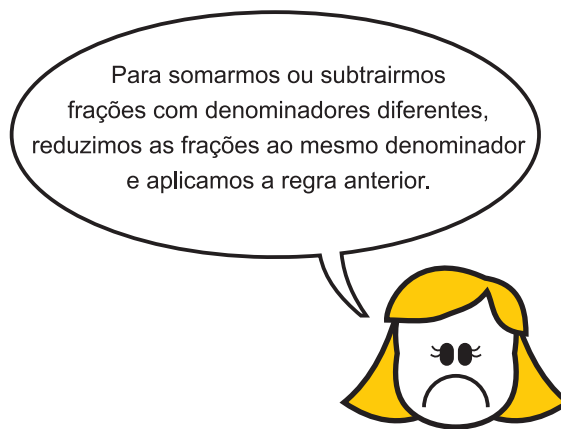
ATIVIDADE 4. Tínhamos em nossa loja de esportes 1 sexto do total de trinta e seis pares de raquetes e depois chegaram mais um sexto do mesmo conjunto? Quantos pares de raquetes temos agora?



ATIVIDADE 5. Tínhamos em nossa loja de esportes 1 sexto do total de trinta e seis pares de raquetes, chegaram mais um sexto do mesmo conjunto e chegarão mais 2 sextos na semana que vem? Quantos teremos na próxima semana?



2. ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO COM DENOMINADORES DIFERENTES MAS RELACIONADOS



SITUAÇÃO 1. Ganhamos a metade de um chocolate e depois ganhamos mais dois quarto do chocolate. Quanto ganhamos no total?

Como ganhamos metade de um chocolate e depois ganhamos mais dois quarto do chocolate, então temos que somar $\frac{1}{2} + \frac{2}{4}$, mas como os denominadores são diferentes temos que buscar o denominador comum, através da tabela de equivalência.



Vemos na figura 1 que $\frac{1}{2} = \frac{2}{4}$, então trocando $\frac{1}{2}$ por $\frac{2}{4}$:

Assim:
$$\frac{1}{2} + \frac{2}{4} = \frac{2}{4} + \frac{2}{4} = \frac{4}{4} = 1$$

Resposta. Ganhamos um chocolate inteiro.

SITUAÇÃO 2. Ganhamos seis oitavos de um chocolate e depois ganhamos mais dois quarto do chocolate. Quanto ganhamos no total?

Como ganhamos seis oitavos de um chocolate e depois ganhamos mais dois quarto do chocolate, então temos que somar $\frac{6}{8} + \frac{2}{4}$, mas como os denominadores são diferentes temos que buscar o denominador comum, através da tabela de equivalência.



(Fig. 2)

Vemos na figura 1 que $\frac{2}{4} = \frac{4}{8}$, então trocando $\frac{2}{4}$ por $\frac{4}{8}$:

$$\frac{6}{8} + \frac{2}{4} = \frac{6}{8} + \frac{4}{8} = \frac{10}{8}$$

Mas,

$$\frac{10}{8} = \frac{5}{4} = 1\frac{1}{4}$$

Resposta. Ganhamos um chocolate inteiro e mais um quarto de chocolate.



3. ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO COM DENOMINADORES DIFERENTES NÃO RELACIONADOS

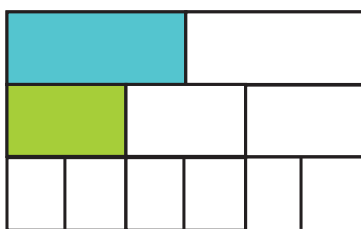
Consideremos as situações.

SITUAÇÃO 1. Ganhamos a metade de um chocolate e depois ganhamos mais um terço do chocolate. Quanto ganhamos no total?

Como ganhamos metade de um chocolate e depois ganhamos mais um terço do chocolate, então temos que somar $\frac{1}{2}$ a $\frac{1}{3}$. Na figura, temos representada as frações $\frac{1}{2}$ e $\frac{1}{3}$.



Como os denominadores são diferentes e também não são relacionados, temos que buscar uma fração que tenha um denominador comum às duas frações, através da tabela de equivalência. Para isso, temos que re-dividir cada fração, de forma que em ambas as frações consideradas, tenhamos o mesmo número de partes.



Vemos na figura 3 que $\frac{1}{2} = \frac{3}{6}$ e que $\frac{1}{3} = \frac{2}{6}$, então trocando $\frac{1}{2}$ por $\frac{3}{6}$ e $\frac{1}{3}$ por $\frac{2}{6}$, ficamos com a seguinte situação:

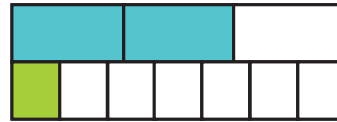
$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{3}{6} + \frac{2}{6} = \frac{5}{6}$$

Resposta. Ganhamos cinco sextos do chocolate.

SITUAÇÃO 2. Márcia está pintando um mapa para a aula de geografia. Ela pretende colorir dois terços desse mapa hoje, mas até agora ela só coloriu um sétimo do mapa. Quanto ainda falta para Márcia terminar de colorir o que foi estimado para hoje?

Márcia pretende colorir $\frac{2}{3}$

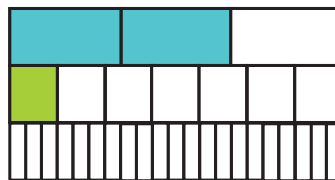
Márcia já coloriu $\frac{1}{7}$



Para respondermos quanto ainda falta para Márcia terminar de pintar a parte estimada para hoje do mapa, basta subtrairmos o que Márcia pretende pintar do que ela já pintou, isto é, devemos fazer:

$$\frac{2}{3} - \frac{1}{7} = ?$$

Precisamos encontrar um denominador comum para ambas frações.



Vemos na figura que $\frac{2}{3} = \frac{14}{21}$ e que $\frac{1}{7} = \frac{3}{21}$, então trocando

$\frac{2}{3}$ por $\frac{14}{21}$ e $\frac{1}{7}$ por $\frac{3}{21}$, ficamos com a seguinte situação:

$$\frac{2}{3} - \frac{1}{7} = \frac{14}{21} - \frac{3}{21} = \frac{11}{21}$$

Resposta. Ainda faltam $\frac{11}{21}$ da parte estimada do mapa para Márcia terminar de pintá-lo.

VII LISTA DE ATIVIDADES

ATIVIDADE 1. Resolva as adições ou subtrações utilizando-se basicamente dos discos de frações.

$$1) \quad \frac{2}{3} + \frac{1}{6} = \frac{4}{6} + \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$$

Registro da manipulação com os discos de fração:

$$2) \quad \frac{2}{3} - \frac{1}{6} =$$

Registro da manipulação com os discos de fração:

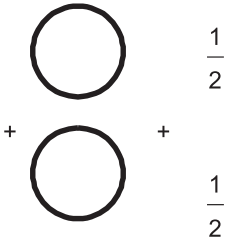
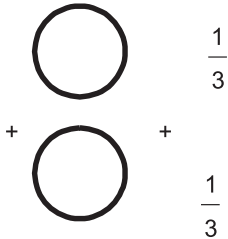
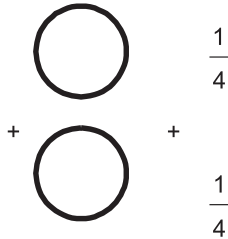
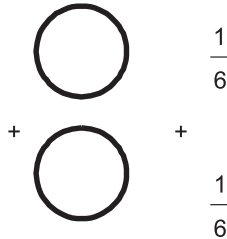
$$3) \quad \frac{2}{3} + \frac{1}{2} =$$

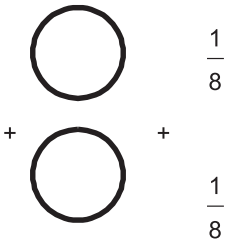
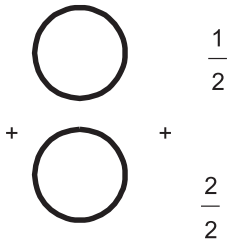
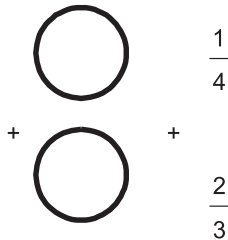
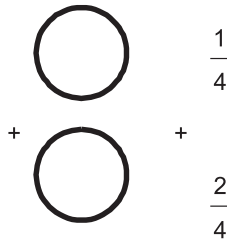
Registro da manipulação com os discos de fração:

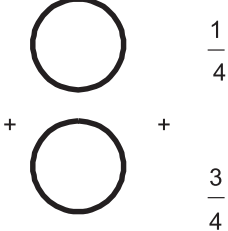
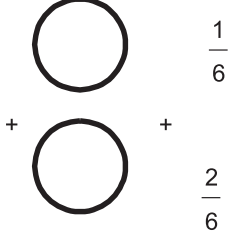
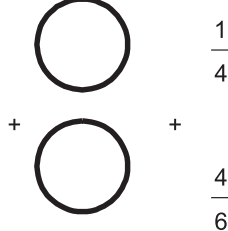
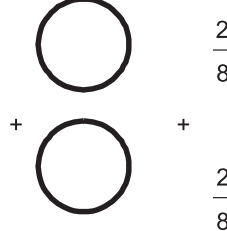
$$4) \quad \left(\frac{2}{3} + \frac{1}{6} \right) + \frac{2}{4} =$$

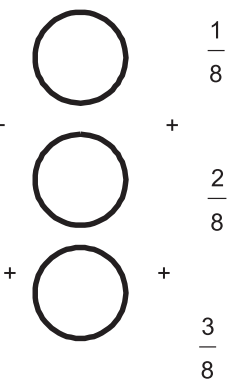
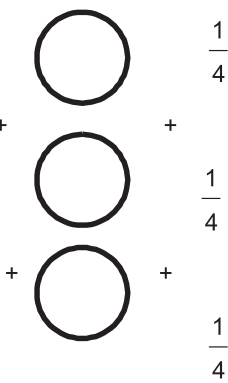
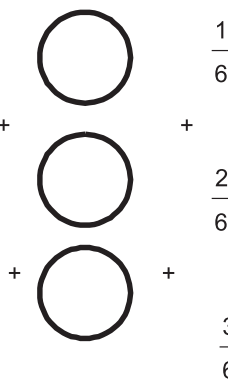
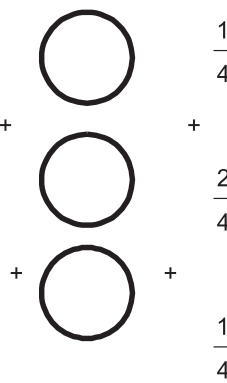
Registro da manipulação com os discos de fração:

ATIVIDADE 2. Faça as adições que se seguem. Use os círculos para representar cada parcela da adição e dê o seu resultado.

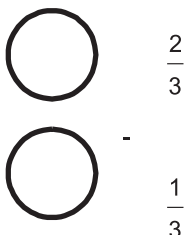
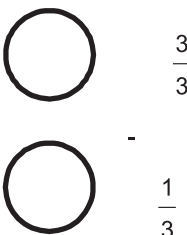
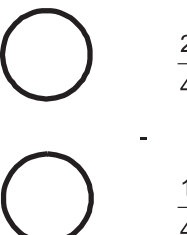
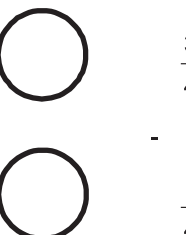
a) $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} =$	b) $\frac{1}{3} + \frac{1}{3} =$	c) $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} =$	d) $\frac{1}{6} + \frac{1}{6} =$
			
			

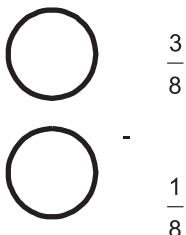
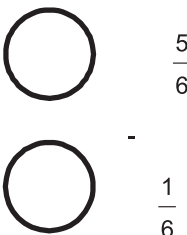
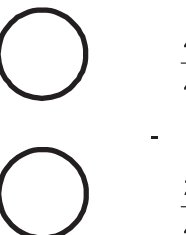
e) $\frac{1}{8} + \frac{1}{8} =$	f) $\frac{1}{2} + \frac{2}{2} =$	g) $\frac{1}{3} + \frac{2}{3} =$	h) $\frac{1}{4} + \frac{2}{4} =$
			
			

i) $\frac{1}{4} + \frac{3}{4} =$	j) $\frac{1}{6} + \frac{2}{6} =$	k) $\frac{1}{6} + \frac{4}{6} =$	l) $\frac{2}{8} + \frac{2}{8} =$
			
			

m) $\frac{1}{8} + \frac{2}{8} + \frac{3}{8} =$	n) $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} =$	o) $\frac{1}{6} + \frac{2}{6} + \frac{3}{6} =$	p) $\frac{1}{4} + \frac{2}{4} + \frac{1}{4} =$
			
			

ATIVIDADE 3. Faça as subtrações que se seguem. Use os círculos para representar cada parcela da subtração e dê o seu resultado.

a) $\frac{2}{3} - \frac{1}{3} =$	b) $\frac{3}{3} - \frac{1}{3} =$	c) $\frac{2}{4} - \frac{1}{4} =$	d) $\frac{3}{4} - \frac{1}{4} =$
			
_____	_____	_____	_____
			

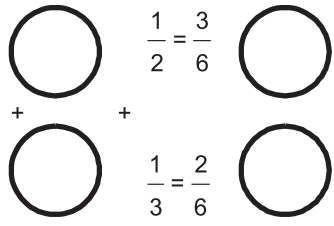
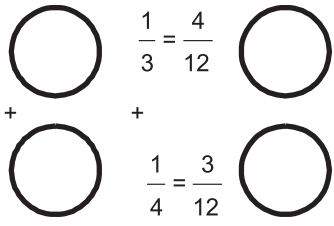
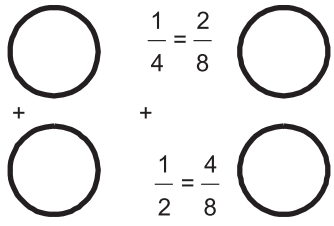
e) $\frac{3}{8} - \frac{1}{8} =$	f) $\frac{5}{6} - \frac{1}{6} =$	g) $\frac{5}{6} - \frac{3}{6} =$	h) $\frac{4}{4} - \frac{2}{4} =$
			
_____	_____	_____	_____
			

ATIVIDADE 4. Faça as adições que se seguem. Use os círculos para representar cada parcela da adição e dê o seu resultado.

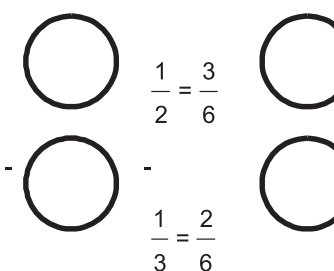
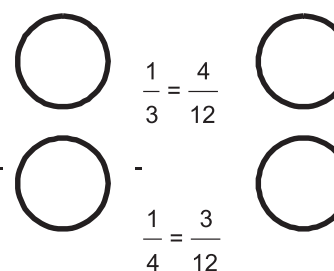
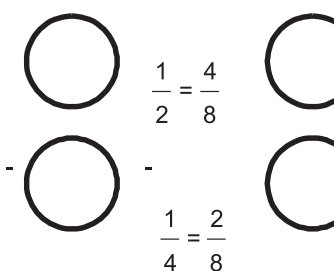
a) $\frac{1}{2} + \frac{2}{4} =$	b) $\frac{1}{3} + \frac{2}{6} =$	c) $\frac{1}{4} + \frac{2}{8} =$	d) $\frac{1}{6} + \frac{2}{12} =$

e) $\frac{1}{2} + \frac{2}{4} =$	f) $\frac{1}{3} + \frac{2}{6} =$	g) $\frac{1}{4} + \frac{2}{8} =$	h) $\frac{1}{6} + \frac{2}{12} =$

ATIVIDADE 5. Faça as adições que se seguem. Use os círculos para representar cada parcela da adição e dê o seu resultado.

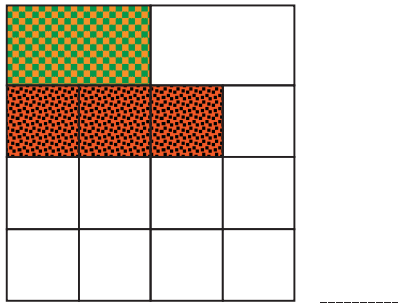
a) $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} =$	b) $\frac{1}{3} + \frac{1}{4} =$	c) $\frac{1}{4} + \frac{1}{2} =$
 _____	 _____	 _____
 -----	 -----	 -----

ATIVIDADE 6. Faça as subtrações que seguem. Use os círculos para representar cada parcela da subtração e dê o seu resultado.

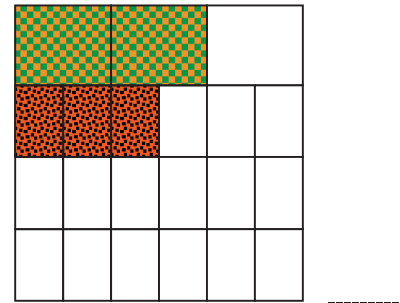
a) $\frac{1}{2} - \frac{1}{3} =$	b) $\frac{1}{3} - \frac{1}{4} =$	c) $\frac{1}{2} - \frac{1}{4} =$
 _____	 _____	 _____
 -----	 -----	 -----

ATIVIDADE 7. Faça as adições sugeridas em cada figura e registre no último campo o resultado da adição.

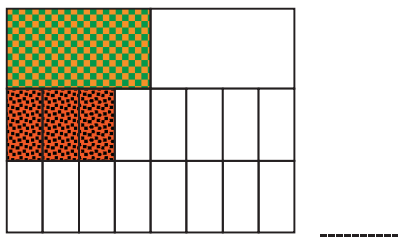
g)



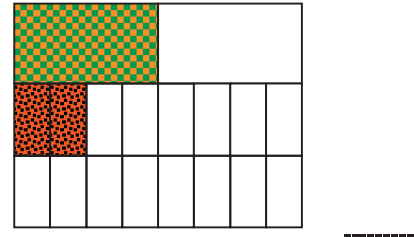
h)



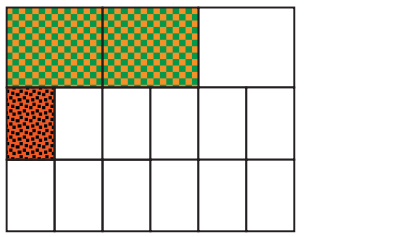
c)



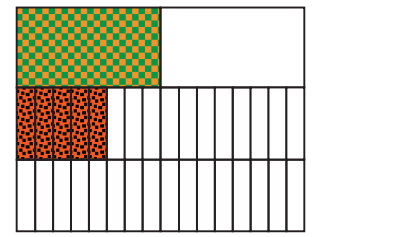
d)



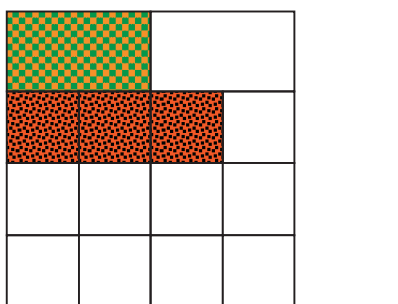
e)



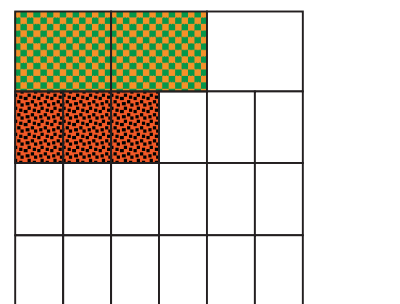
f)



g)

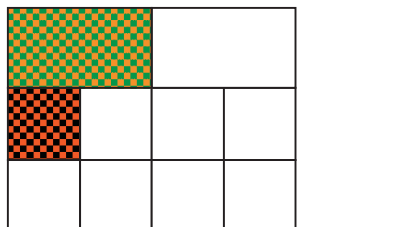


h)

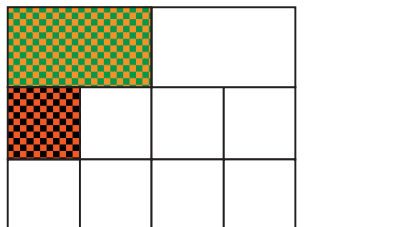


ATIVIDADE 8. Faça as subtrações sugeridas em cada figura e registre no último campo o resultado da subtração

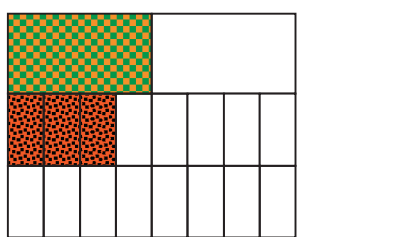
a)



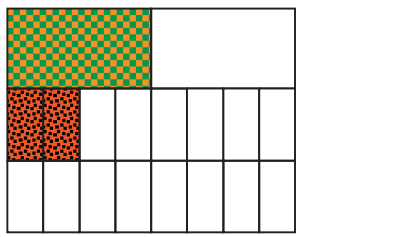
b)



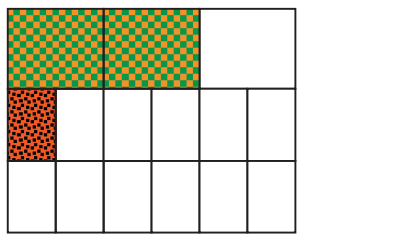
c)



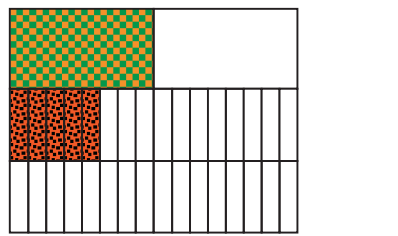
d)



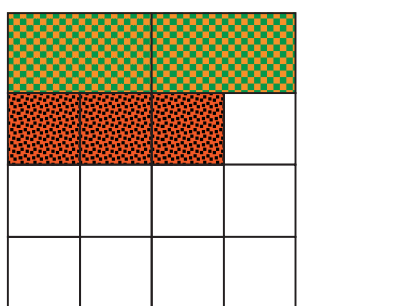
e)



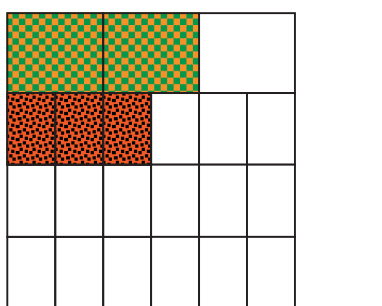
f)



g)

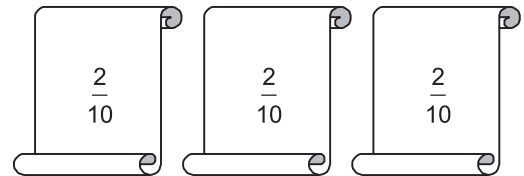
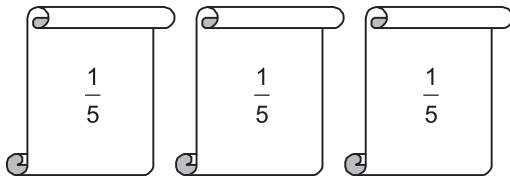


h)



SITUAÇÕES-PROBLEMA

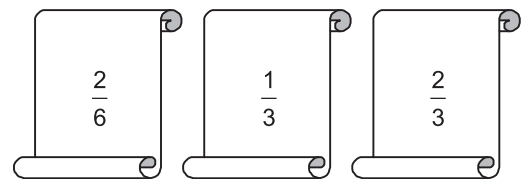
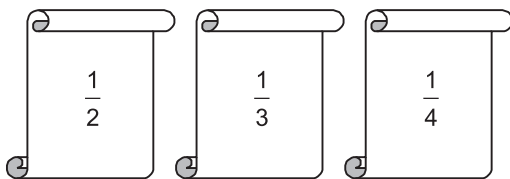
PROBLEMA 1. Qual lado vai ganhar? Descubra, somando as frações de cada lado. Ganha quem tiver a soma maior.



Resposta

Resposta

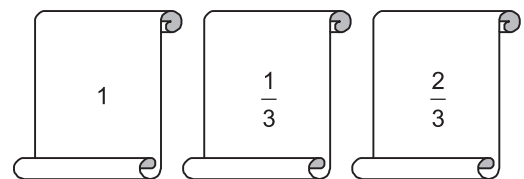
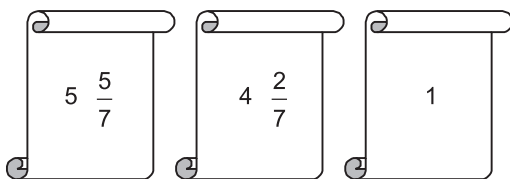
PROBLEMA 2. Qual lado vai ganhar? Descubra, somando as frações de cada lado. Ganha quem tiver a soma maior.



Resposta

Resposta

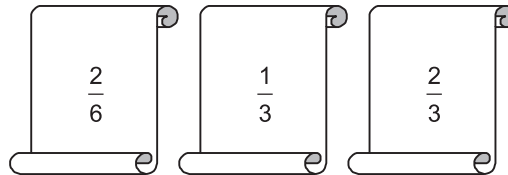
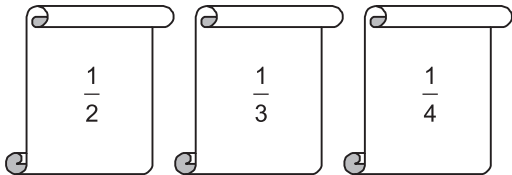
PROBLEMA 3. Qual lado vai ganhar? Descubra, somando as frações de cada lado. Ganha quem tiver a soma maior.



Resposta

Resposta

PROBLEMA 4. Qual lado vai ganhar? Descubra, subtraindo as frações de cada lado. Ganha qual lado tiver o menor valor como resultado.



Resposta

Resposta

b) MULTIPLICAÇÃO DE NÚMEROS FRACIONÁRIOS



Para trabalhar com a operação de multiplicação não podemos apenas recorrer à idéia de multiplicação com somas sucessivas da mesma quantidade. No caso de multiplicação de inteiro por fracionário tal conceito é adequado, entretanto em casos gerais de multiplicação de fracionário por fracionário tal conceito torna-se inadequado.

Trabalharemos com a multiplicação associada à idéia de parte da parte, e compararemos com outra abordagem usando papel quadriculado e a noção de multiplicação de dois fatores como área de um retângulo. Para tal trabalharemos com atividades nas duas abordagens, comparando seus resultados.

Vamos analisar alguns casos.

PRIMEIRO CASO. O multiplicando é um número fracionário e o multiplicador é um número inteiro.

Este caso de multiplicação é simples, pois é muito parecido com o que já foi feito no trabalho com números inteiros. Neste caso, a multiplicação é vista como somas sucessivas da mesma quantidade.

SITUAÇÃO 1. Nós tínhamos $\frac{1}{4}$ e ganhamos mais $\frac{1}{4}$.

Então podemos dizer que temos $2 \times \frac{1}{4}$? Quanto é?



$$\frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{2}{4}$$

Logo: $2 \times \frac{1}{4} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$

SEGUNDO CASO. O multiplicando é um número inteiro e o multiplicador é um número fracionário.

Este segundo caso de multiplicação já não é tão simples quanto o primeiro, pois foge do que é conhecido pelo aluno. Neste caso, o multiplicador passa a ser um número menor do que 1 e no caso estaremos procurando a parte fracionária de um todo (de um conjunto). A operação de multiplicação é vista como uma divisão.

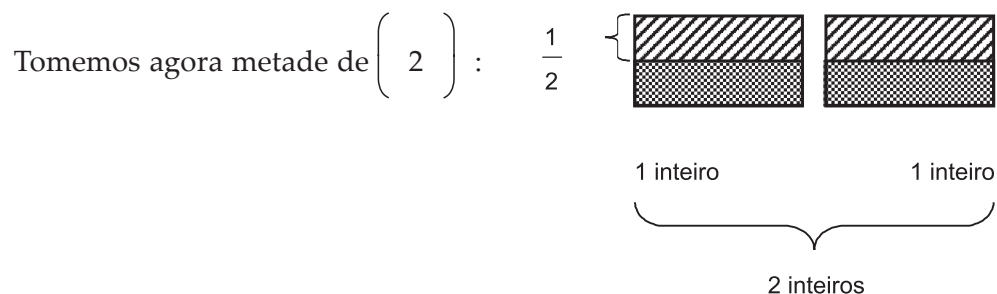
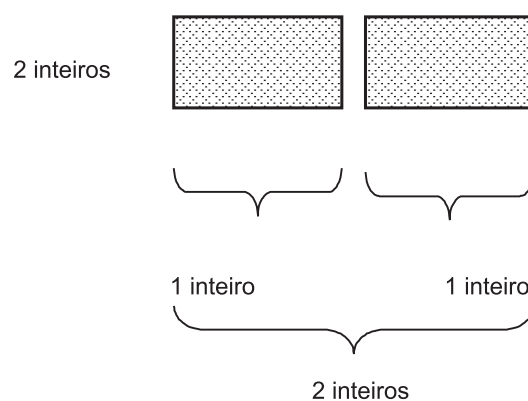
SITUAÇÃO 1. Quanto $\frac{1}{2}$ é de 2 ?

$\frac{1}{2}$ de 2 é lido da seguinte forma: “Metade de dois inteiros”,
 “Meia vez o conjunto 2”

$$\frac{1}{2} \text{ de } 2 = \text{segunda parte do conjunto} = 2 \div 2 = 1$$

$$\frac{1}{2} \times 2 = \frac{2}{2} = 1$$

Representação no papel quadriculado:



Logo, $\frac{1}{2}$ de 2 = 1

SITUAÇÃO 2. Quanto é $\frac{2}{4}$ de 5 ?

de 5 é “lido” da seguinte forma: “Dois quarto de cinco”,

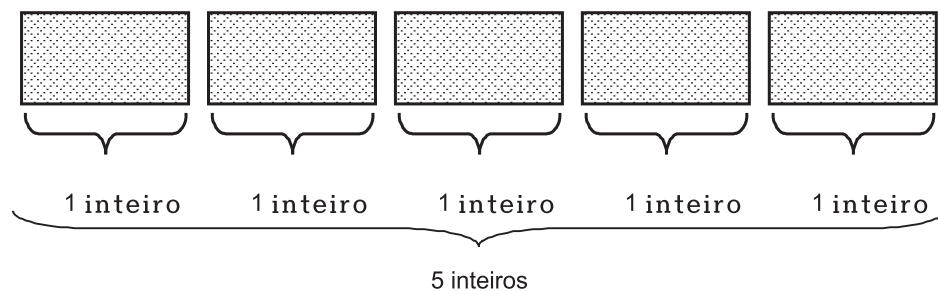
“o “dobro” da “quarta parte” de cinco”

$$\frac{2}{4} \text{ de } 5, \text{ sabemos que } \frac{2}{4} = 2 \times \frac{1}{4}$$

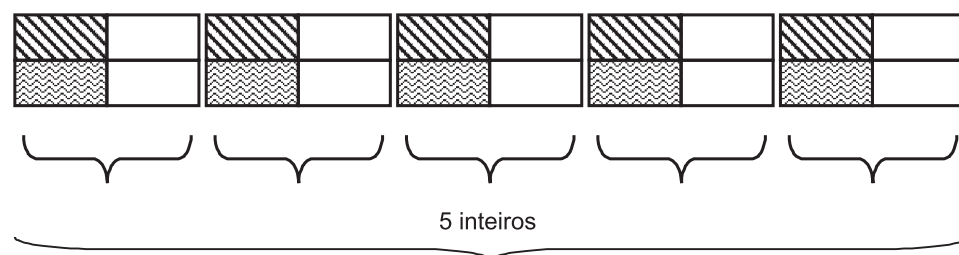
$$\frac{2}{4} \text{ de } 5 = 2 \text{ vezes a quarta parte do conjunto} = 2 \times (5 \div 4) = 2 \times \frac{5}{4} = \frac{10}{4}$$

$$\frac{1}{2} \times 2 = \frac{10}{4}$$

Representação no papel quadriculado:



Tomemos agora dois quarto de $\left(5 \right)$:



$$\text{Logo, } \frac{2}{4} \text{ de } 5 = \frac{10}{4}$$

TERCEIRO CASO. O multiplicador e o numerador são números fracionários.

Este terceiro caso não é uma adição de parcelas iguais. Em casos como este, devemos considerar a multiplicação de outra maneira. Vejamos.

SITUAÇÃO 1. Quanto é $\frac{1}{2}$ de $\frac{1}{3}$?

$\frac{1}{2}$ de $\frac{1}{3}$ é “lido” da seguinte forma: “Metade de um terço de um todo”

Representação no papel quadriculado:

$\frac{1}{3}$ do todo



Tomemos agora metade de $\left(\frac{1}{3} \text{ do todo} \right)$:



Comparando com o todo inicial temos:

“Metade de um terço de um todo” é igual a um sexto desse todo.

$$\frac{1}{2} \text{ de } \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$$

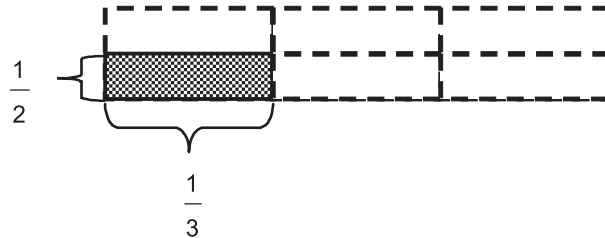


Por outro lado, observamos que o retângulo que resultou tem largura de $\frac{1}{2}$ da largura do retângulo inicial (o todo) e seu comprimento é igual a $\frac{1}{3}$ do comprimento do retângulo inicial (o todo), portanto sua área é $\frac{1}{2} \times \frac{1}{3}$.

Temos, portanto que $\frac{1}{2} \text{ de } \frac{1}{3} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$

OBSERVAÇÃO. A função dos termos da multiplicação na multiplicação.

Na situação 1, apresentada acima, estávamos calculando $\frac{1}{2}$ de $\frac{1}{3}$.



No caso $\frac{1}{2}$ é o multiplicador, isto é, é o termo que indica o número de vezes que o multiplicando será repetido. Como o multiplicador é um número fracionário, a fração multiplicando será tomada $\frac{1}{2}$ da vez.

E $\frac{1}{3}$ é o multiplicando, isto é, a fração de um inteiro qualquer.

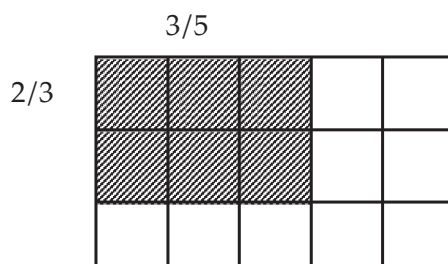
No caso, $\frac{1}{2}$ de $\frac{1}{3}$ é igual $\frac{1}{6}$, como podemos observar na figura.

SITUAÇÃO 2. Quanto dá $\frac{2}{3} \times \frac{3}{5}$?

$\frac{2}{3} \times \frac{3}{5}$ é “lido” da seguinte forma: “o dobro da terça parte de três quintos”

$$\frac{2}{3} \times \frac{3}{5} = \frac{6}{15} = \frac{2}{5}$$

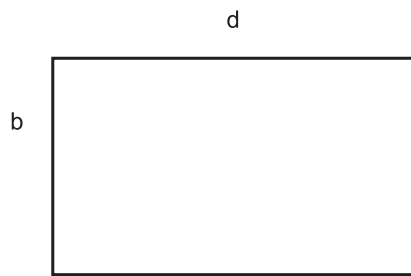
No papel quadriculado:



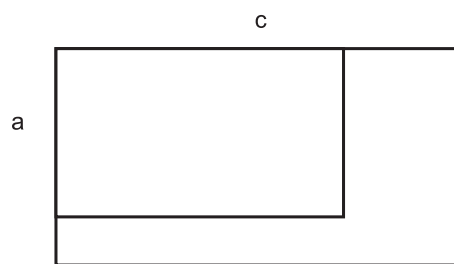
$$\frac{2}{3} \times \frac{3}{5} = \frac{6}{15} = \frac{2}{5}$$

GENERALIZAÇÃO

Suponhamos aqui, que $a < b$ e $c < d$, pois outras possibilidades têm raciocínio análogo, mas se tornam mais sofisticadas pelo fato de podermos ter frações impróprias.



Área do todo = $b \times d$



Área do retângulo resultante = $a \times c$

Usando a idéia de fração como parte-todo temos que por um lado

a área do retângulo resultante é $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d}$ e por outro lado vale $\frac{\text{parte}}{\text{todo}} = \frac{a \times c}{b \times d}$, portanto temos:

$$\frac{\frac{a}{b} \times \frac{c}{d}}{\frac{a \times c}{b \times d}} = 1$$

VIII LISTA DE ATIVIDADES

ATIVIDADE 1. Faça o que se pede em cada situação, seguindo os passos na ordem em que aparecem.

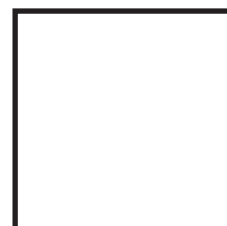
a)

Primeiro Passo: Pinte de azul a metade da figura.

Segundo Passo: Pinte de vermelho a metade da parte pintada.

Terceiro Passo: $\frac{1}{2}$ de $\frac{1}{2}$

Resposta.



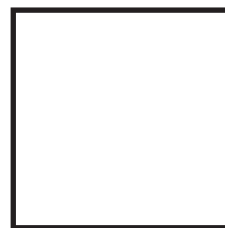
b)

Primeiro Passo: Pinte de azul a metade da figura.

Segundo Passo: Pinte de vermelho um terço da parte pintada.

Terceiro Passo: $\frac{1}{2}$ de $\frac{1}{3}$

Resposta.



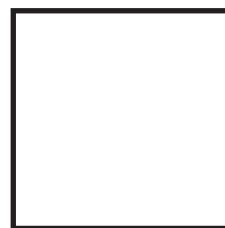
c)

Primeiro Passo: Pinte de azul a metade da figura.

Segundo Passo: Pinte de vermelho um quarto da parte pintada.

Terceiro Passo: $\frac{1}{2}$ de $\frac{1}{4}$

Resposta.



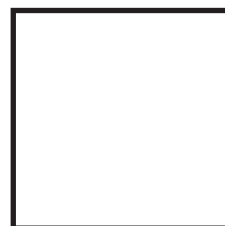
d)

Primeiro Passo: Pinte de azul um terço da figura.

Segundo Passo: Pinte de vermelho a metade da parte pintada.

Terceiro Passo: $\frac{1}{3}$ de $\frac{1}{2}$

Resposta.



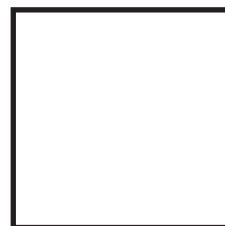
e)

Primeiro Passo: Pinte de azul um terço da figura.

Segundo Passo: Pinte de vermelho um terço da parte pintada.

Terceiro Passo: $\frac{1}{3}$ de $\frac{1}{3}$

Resposta.



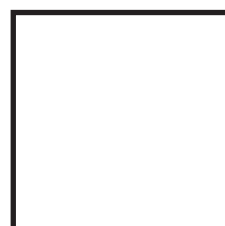
f)

Primeiro Passo: Pinte de azul um quarto da figura.

Segundo Passo: Pinte de vermelho um terço da parte pintada.

Terceiro Passo: $\frac{1}{4}$ de $\frac{1}{3}$

Resposta.



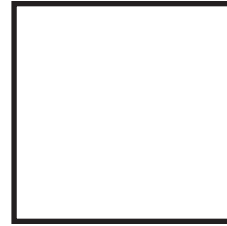
g)

Primeiro Passo: Pinte de azul dois terços da figura.

Segundo Passo: Pinte de vermelho um meio da parte pintada.

Terceiro Passo: $\frac{2}{3}$ de $\frac{1}{2}$

Resposta.



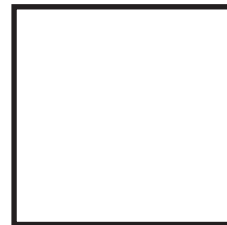
h)

Primeiro Passo: Pinte de azul dois terços da figura.

Segundo Passo: Pinte de vermelho um terço da parte pintada.

Terceiro Passo: $\frac{2}{3}$ de $\frac{1}{3}$

Resposta.



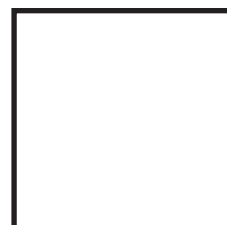
i)

Primeiro Passo: Pinte de azul dois quarto da figura.

Segundo Passo: Pinte de vermelho dois quarto da parte pintada.

Terceiro Passo: $\frac{2}{4}$ de $\frac{2}{4}$

Resposta.



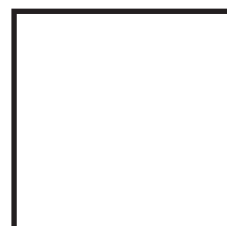
j)

Primeiro Passo: Pinte de azul dois terços da figura.

Segundo Passo: Pinte de vermelho dois quarto da parte pintada.

Terceiro Passo: $\frac{2}{3}$ de $\frac{2}{4}$

Resposta.



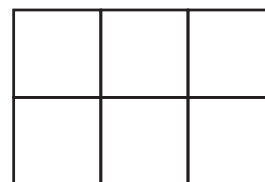
ATIVIDADE 2. Faça o que se pede em cada situação, seguindo os passos na ordem em que aparecem.

a)

Primeiro Passo: Pinte de azul a metade da figura.

Segundo Passo: Pinte de vermelho um terço da parte pintada.

Terceiro Passo: $\frac{1}{2}$ de $\frac{1}{3}$



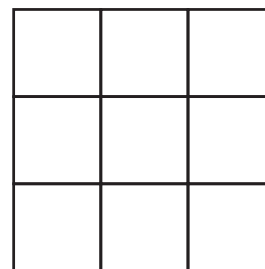
Resposta.

b)

Primeiro Passo: Pinte de azul a metade da figura.

Segundo Passo: Pinte de vermelho dois terço da parte pintada.

Terceiro Passo: $\frac{1}{2}$ de $\frac{2}{3}$



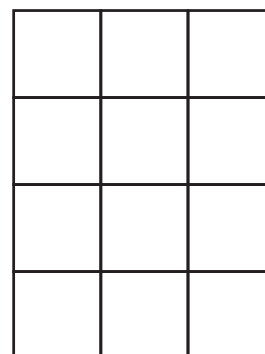
Resposta.

c)

Primeiro Passo: Pinte de azul um terço da figura.

Segundo Passo: Pinte de vermelho três quarto da parte pintada.

Terceiro Passo: $\frac{1}{3}$ de $\frac{2}{4}$



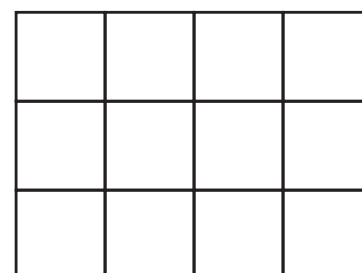
Resposta.

d)

Primeiro Passo: Pinte de azul dois quarto da figura.

Segundo Passo: Pinte de vermelho dois terço da parte pintada.

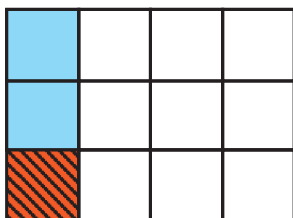
Terceiro Passo: $\frac{2}{4}$ de $\frac{2}{3}$



Resposta.

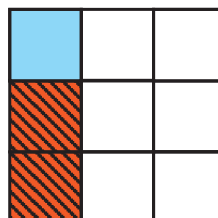
ATIVIDADE 3. Para cada figura escreva o resultado das multiplicações.

a)



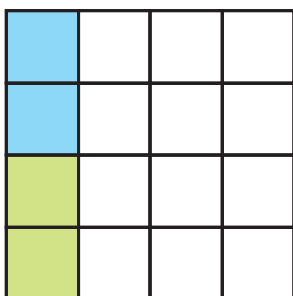
$$\frac{1}{3} \times \frac{1}{4} =$$

b)



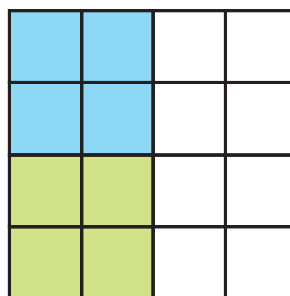
$$\frac{1}{3} \times \frac{2}{3} =$$

c)



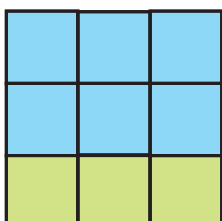
$$\frac{2}{4} \times \frac{1}{4} =$$

d)



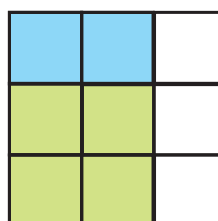
$$\frac{2}{4} \times \frac{2}{4} =$$

e)



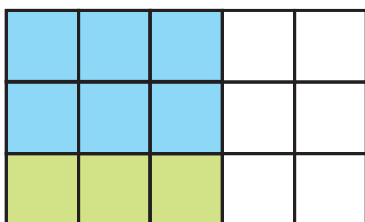
$$\frac{1}{3} \times \frac{3}{3} =$$

f)



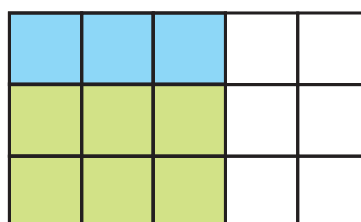
$$\frac{2}{3} \times \frac{2}{3} =$$

g)



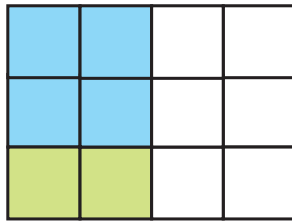
$$\frac{1}{3} \times \frac{3}{5} =$$

h)



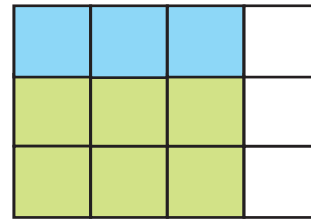
$$\frac{2}{3} \times \frac{3}{5} =$$

i)



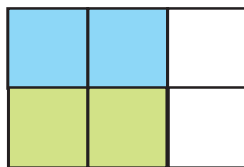
$$\frac{1}{3} \cdot \frac{2}{4} =$$

j)



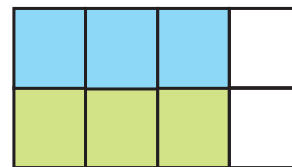
$$\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} =$$

k)



$$\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} =$$

l)



$$\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} =$$

ATIVIDADE 4. Resolva as questões a seguir.

a) Quanto é $\frac{1}{5}$ de 25?

b) Quanto é $\frac{3}{5}$ de 15?

c) Quanto é $\frac{3}{7}$ de 15?

d) Quanto é $\frac{2}{3}$ de 9?

e) Quanto é $\frac{1}{3}$ de R\$ 15000,00?

f) Quanto é $\frac{1}{3}$ de R\$ 9000,00?

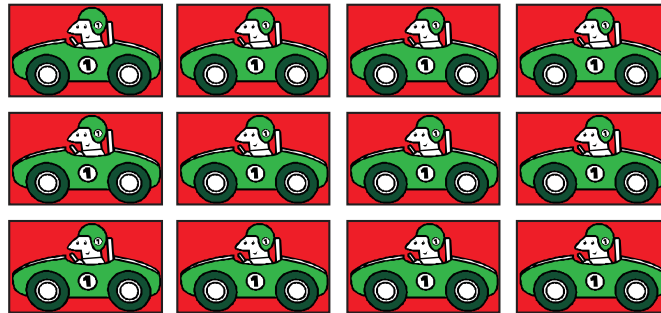
g) Quanto é $\frac{1}{3}$ de R\$ 12000,00?

ATIVIDADE 5. Um terço dos carrinhos está com o tanque cheio. Metade dos carrinhos de tanque cheio está com um dos pneus furados.



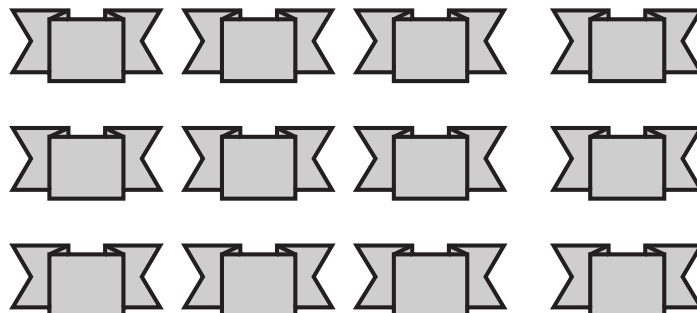
Resposta. Existem — — — — — carrinhos de tanque cheio e com um dos pneus furados.

ATIVIDADE 6. Metade dos carrinhos está com o tanque vazio. Um terço dos carrinhos de tanque vazio está com a luz acesa.



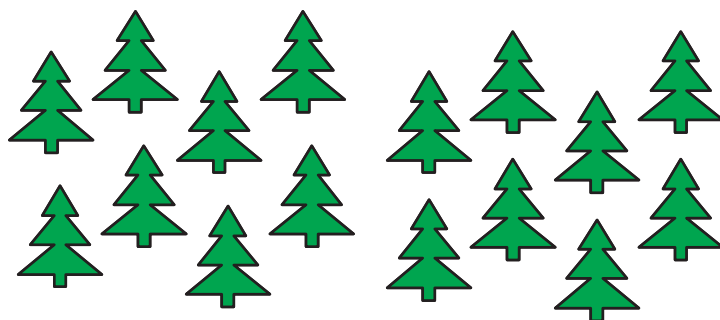
Resposta. Existem — — — — — carrinhos de tanque vazio e com a luz acesa.

ATIVIDADE 7. Um quarto dos laços de fita tem listras. Um terço dos laços de fita que tem listras tem a cor vermelha.



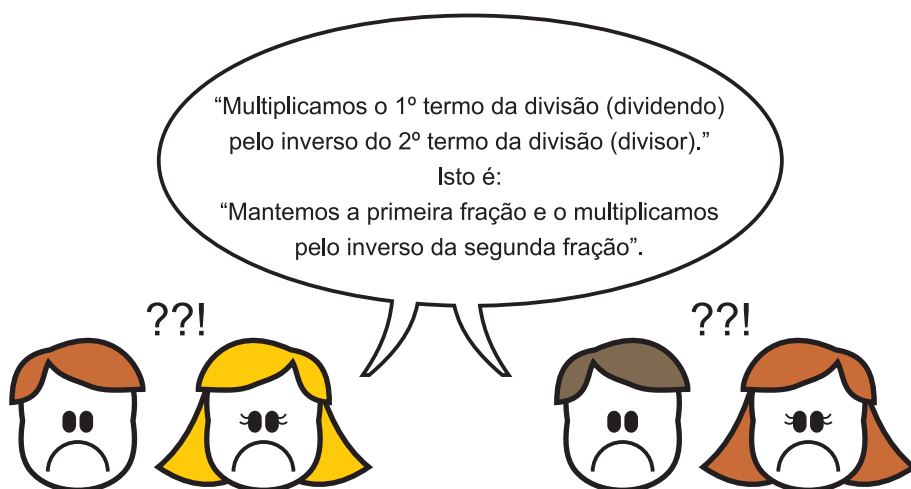
Resposta. Existem — — — — — laços de fita que tem listras e cor vermelha.

ATIVIDADE 8. Um quarto destas árvores será cortado. Metade das árvores que serão cortadas é para lenha.



Resposta. Existem ———— árvores que serão cortadas e que servirão para lenha.

c) DIVISÃO DE NÚMEROS FRACIONÁRIOS



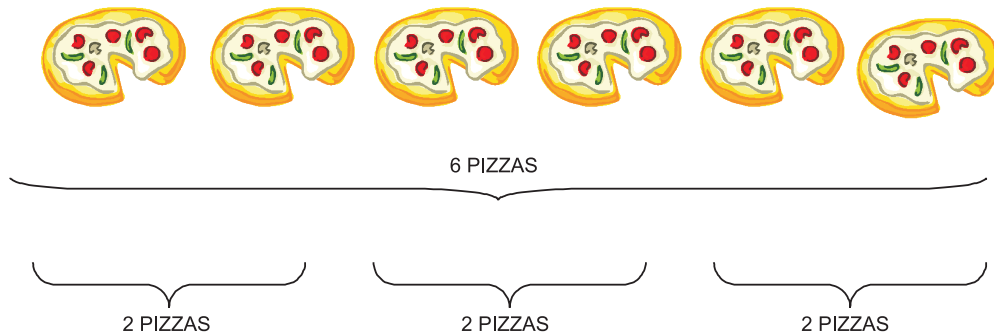
Encontramos ainda, em muitos livros didáticos, o conteúdo de divisão de frações com tratamento exclusivamente algébrico ou ainda apenas uma “regra” a ser usada, sem haver uma real compreensão desta operação.

Usaremos aqui a “técnica” de “**dividir em porções**” (“cortadores” de porções feitos com transparências).

A vantagem que percebemos nessa abordagem é o fato de nos basearmos apenas no conceito de fração equivalente.

PRIMEIRO CASO. Divisão de inteiro por inteiro.

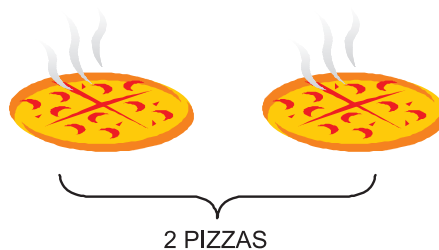
Situação 1: Temos 6 pizzas para serem embaladas em porções de 2 pizzas.



Logo, 6 pizzas embaladas em porções de 2 pizzas = 3 porções com 2 pizzas cada.

SEGUNDO CASO. Divisão de inteiro por fracionário.

Situação 1. Temos 2 pizzas para dividir em porções de $\frac{1}{4}$ de pizza.



Observemos que,

1 pizza dividida em porções de $\frac{1}{4}$ de pizza é igual a 4 porções
+

1 pizza dividida em porções de de pizza é igual a 4 porções.

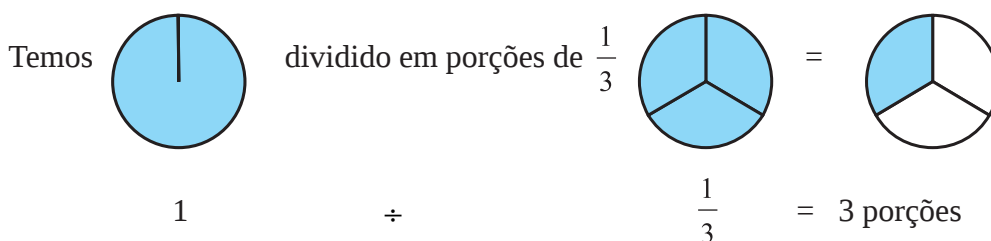
2 pizzas divididas em porções de de pizza é igual a 8 porções .

Assim,

Ou ainda, basta fazer a pergunta: Quantas vezes $\frac{1}{3}$ está contido em 2 inteiros? 8 vezes.

Portanto, 2 pizzas divididas em porções de $\frac{1}{3}$ de pizza são 8 porções.

Situação 2. Temos 1 pizza para dividir em porções de $\frac{1}{3}$ de pizza.



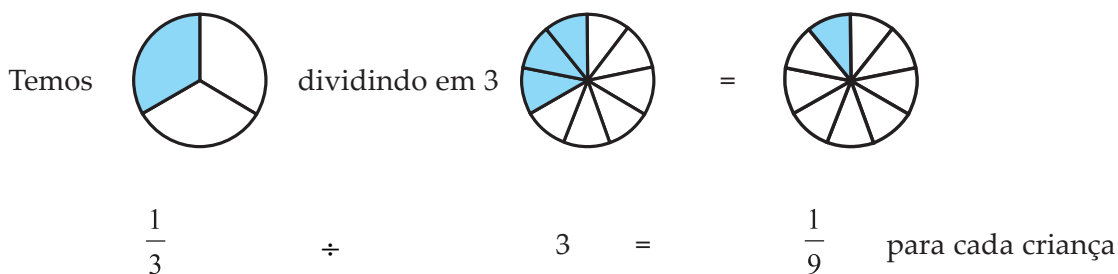
Devemos fazer a seguinte pergunta: quantas vezes $\frac{1}{3}$ cabe num inteiro? 3 vezes.

Assim, $1 \div \frac{1}{3} = 1 \times \frac{3}{1} = 3$

Portanto, 1 pizza dividida em porções de $\frac{1}{3}$ são 3 porções.

TERCEIRO CASO. Divisão de fração unitária por inteiro

Situação 1. Temos $\frac{1}{3}$ de pizza para dividir por 3 crianças.

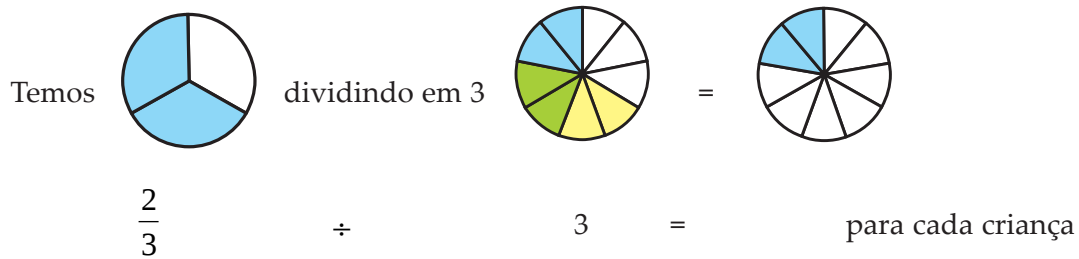


Assim, $\frac{1}{3} \div 3 = \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{9}$

Portanto, $\frac{1}{3}$ de pizza dividida por 3 crianças resultará em $\frac{1}{9}$ de pizza para cada criança.

QUARTO CASO. Divisão de fração não unitária por inteiro.

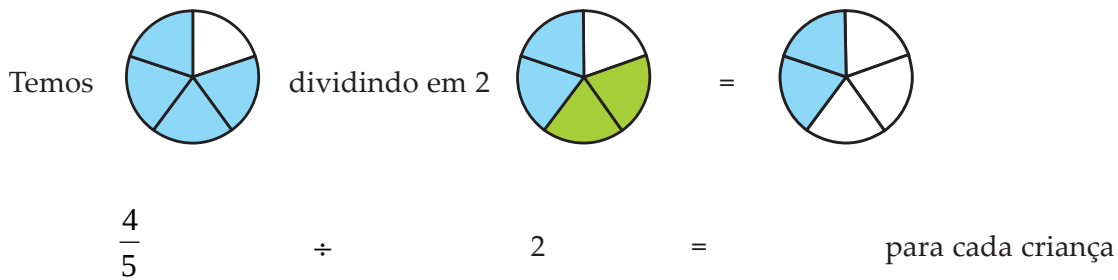
Situação 1: Temos de pizza para dividir por 3 crianças.



Assim, $\frac{2}{3} \div 3 = \frac{2}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{2}{9}$

Portanto, $\frac{2}{3}$ de pizza dividida por 3 crianças resultará em $\frac{2}{9}$ de pizza para cada criança.

Situação 2: Temos $\frac{4}{5}$ de pizza para dividir por 2 crianças.

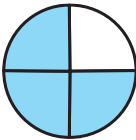


Assim, $\frac{4}{5} \div 2 = \frac{4}{5} \times \frac{1}{2} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$

Portanto, $\frac{4}{5}$ de pizza dividida por 2 crianças resulta em $\frac{2}{5}$ de pizza para cada criança.

QUINTO CASO. Divisão de fração por fração

Situação 3. Temos meia pizza para dividir em porções de $\frac{1}{4}$ de pizza.

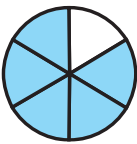
Temos  dividindo em porções de $\frac{1}{4}$ de pizza  = 2 porções

$$\frac{1}{2} \div \frac{1}{4} = \frac{1}{2} \times 4 = \frac{4}{2} = 2 \text{ porções}$$

Assim, $\frac{1}{2} \div \frac{1}{4} = \frac{1}{2} \times 4 = \frac{4}{2} = 2$

Portanto, meia pizza dividida em porções de $\frac{1}{4}$ de pizza são 2 porções.

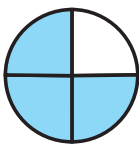
Situação 4: $\frac{5}{6}$ de pizza para dividir em porções de $\frac{1}{6}$ de pizza.

Temos  dividindo em porções de $\frac{1}{6}$ de pizza  = 5 porções

Assim, $\frac{5}{6} \div \frac{1}{6} = \frac{5}{6} \times 6 = \frac{30}{6} = 5$

Portanto, $\frac{5}{6}$ de pizza divididas em porções de $\frac{1}{6}$ de pizza são 5 porções.

Situação 5. $\frac{3}{4}$ de pizza para dividir em porções de $\frac{2}{8}$ de pizza.

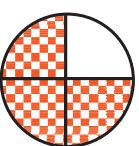
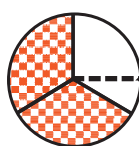
Temos  dividindo em porções de $\frac{2}{8}$ de pizza 

$$\frac{2}{8} = 3 \text{ porções}$$

Assim, $\frac{3}{4} \div \frac{2}{8} = \frac{3}{4} \times \frac{8}{2} = \frac{24}{8} = 3$

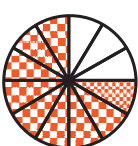
Portanto, $\frac{3}{4}$ de pizza dividida em porções de $\frac{2}{8}$ de pizza são 3 porções.

Situação 6. $\frac{3}{4}$ de pizza para dividir em porções de $\frac{2}{3}$ de pizza.

Temos  dividindo em porções de $\frac{2}{3}$ de pizza 

Pedacinho

$$\frac{3}{4} \div \frac{2}{3} = 1 \text{ porção} + 1 \text{ pedacinho da porção}$$

Quantas vezes este pedacinho cabe na porção? 

Pedacinho cabe 8 vezes em $\frac{2}{3}$

Assim, $\frac{3}{4} \div \frac{2}{3} = \frac{3}{4} \times \frac{3}{2} = \frac{9}{8} = \frac{8}{8} + \frac{1}{8} = 1 + \frac{1}{8}$

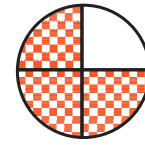
Portanto, $\frac{3}{4}$ de pizza dividida em porções de $\frac{2}{3}$ de pizza são nove oitavos da porção.

Situação 7. $\frac{2}{5}$ de pizza para dividir em porções de $\frac{3}{4}$ de pizza.



Temos

dividindo em porções de $\frac{3}{4}$ de pizza

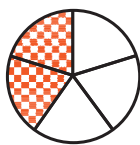


Notemos que $\frac{3}{4}$ não pode estar contido em $\frac{2}{5}$, por ser maior que $\frac{2}{5}$. Comparando as duas frações, vemos que $\frac{3}{4}$ não cabe dentro de $\frac{2}{5}$; só $\frac{8}{15}$ de $\frac{3}{4}$ cabem em $\frac{2}{5}$. Por isso:

$$\frac{2}{5} \div \frac{3}{4} = \frac{2}{5} \times \frac{4}{3} = \frac{8}{15}.$$

Outro modo.

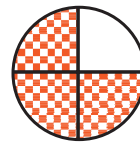
Observemos que



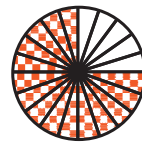
=



e



=



$$\frac{2}{5}$$

=

$$\frac{8}{20}$$

$$\frac{3}{4}$$

=

$$\frac{15}{20}$$

Queremos cortar $\frac{8}{20}$ de pizza em porções de $\frac{15}{20}$. A porção que queremos cortar é maior do que o pedaço que temos de pizza. Então, devemos pensar quanto que o pedaço de pizza ($\frac{8}{20}$) preenche o cortador (porção), no caso, este preenche $\frac{8}{15}$.

Assim,
$$\frac{2}{5} \div \frac{3}{4} = \frac{2}{5} \times \frac{4}{3} = \frac{8}{15}$$

Portanto, $\frac{3}{4}$ de pizza dividida em porções de $\frac{2}{5}$ de pizza são $\frac{8}{15}$.

REGRA GERAL

Objetivamos que o aluno perceba a regra geral:

$$\boxed{\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}}$$

Utilizaremos aqui, quatro formas diferentes de demonstrá-la.

Primeira Forma. Usando o processo de equivalência de frações dado acima:

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a \times d}{b \times d} \div \frac{c \times b}{d \times b} = \frac{a \times d}{b \times d} \div \frac{b \times c}{b \times d} = \frac{a \times d}{b \times c} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$$

Segunda Forma. Usando a idéia de divisão com operação inversa da operação de multiplicação. (Aqui é necessário que o aluno tenha conhecimento de que o produto de duas frações inversas é 1)

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = k \Leftrightarrow k \times \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \Leftrightarrow k \times \frac{c}{d} \times \frac{d}{c} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} \Leftrightarrow k = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$$

Terceira Forma. Usando a idéia de divisão como fração. (Aqui é necessário que o aluno tenha conhecimento de que o produto de duas frações inversas é 1)

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{\left(\frac{a}{b}\right)}{\left(\frac{c}{d}\right)} = \frac{\frac{a}{b} \times \frac{d}{c}}{\frac{c}{d} \times \frac{d}{c}} = \frac{\frac{a}{b} \times \frac{d}{c}}{1} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$$

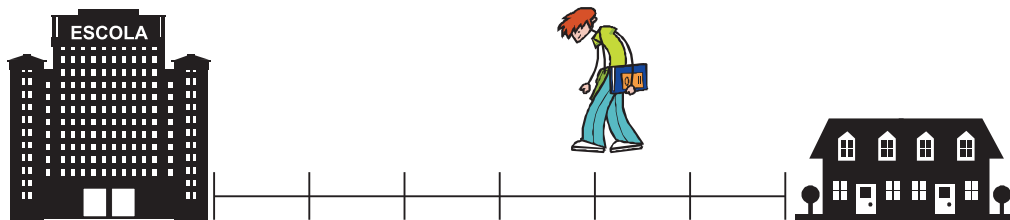
Quarta Forma. Usando o conhecimento de que um quociente não se altera quando multiplicamos tanto dividendo quanto divisor por um mesmo número não nulo.

(Aqui é necessário que o aluno tenha conhecimento de que o produto de duas frações inversas é 1)

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \left(\frac{a}{b} \times \frac{d}{c}\right) \div \left(\frac{c}{d} \times \frac{d}{c}\right) = \left(\frac{a}{b} \times \frac{d}{c}\right) \div 1 = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$$

1.12 SITUAÇÕES-PROBLEMA

1. Na figura, vemos o trajeto que João faz para ir de sua casa até a escola. Que fração representa a parte do trajeto que João percorreu para ir de casa até a escola?



2. A figura A representa toda a população de um município de 42300 habitantes. Encontre, nas figuras B e C, o número de habitantes representado pela parte hachurada de cada figura.

POPULAÇÃO
DO
MUNICÍPIO

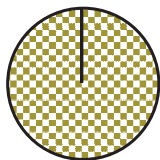


FIGURA A

POPULAÇÃO
RURAL

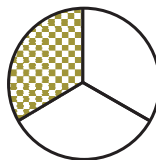


FIGURA B

POPULAÇÃO
ACIMA DOS
60 ANOS

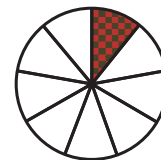


FIGURA C

Responda:

- a) Quantos habitantes moram na zona urbana?
- b) Quantos habitantes moram na zona rural?
- c) Quantos habitantes possuem 60 anos ou menos?

3. Joana repartiu um bolo em 8 pedaços. Ela comeu 2 pedaços e seu filho Mateus comeu apenas 1 pedaço. Responda:

- a) Que fração representa a parte do bolo que Joana comeu?
- b) Que fração representa a parte do bolo que Mateus?
- c) Que fração representa a parte do bolo que sobrou?
- d) Que fração representa o bolo todo?



4. Observando receitas de bolos no livro de receitas da Vovó.

Bolo I (Receita)	Bolo II (Receita)
$\frac{1}{4}$ kg de farinha de trigo	$\frac{2}{5}$ kg de farinha de trigo
$\frac{1}{5}$ kg de açúcar	$\frac{1}{5}$ kg de açúcar
3 ovos	3 ovos
$\frac{1}{2}$ xícara de leite	$\frac{3}{4}$ xícara de leite
1 colher de chá de fermento em pó	1 colher de chá de bicarbonato

- Que fração de kg será gasta de farinha para fazer os dois bolos?
- Que fração de kg será gasta de açúcar para fazer os dois bolos?
- Que fração de xícaras de leite será gasta para fazer os dois bolos?

5. Marta gastou $\frac{4}{6}$ do que tinha. Com quanto ficou?

6. João comeu $\frac{2}{3}$ de um bolo. Quanto falta para comer?

7. Tenho R\$ 12,00. Quanto vale $\frac{1}{4}$ deste valor?

8. Comprei uma caixa com 30 bombons e comi $\frac{1}{3}$. Quantos bombons eu comi?

9. Os $\frac{5}{7}$ do comprimento de uma estrada correspondem a 420 metros. Qual o comprimento de toda estrada?

10. Em um cesto há 48 frutas. Destas $\frac{1}{4}$ são laranja e o restante são limões. Quantas laranjas há nesse cesto? Quantos limões há no cesto?

11. A 5ª série de uma escola tem 24 alunos. Dois terços desses alunos participarão de uma excursão. Quantos alunos irão a essa excursão?

12. Na padaria do Sr. Manoel, a pizza inteira de calabresa custa R\$ 16,00. Ele corta a pizza em 8 partes iguais. Qual fração representa cada uma das partes? Quanto custa $\frac{1}{8}$ dessa pizza? E $\frac{2}{8}$, $\frac{3}{8}$ e $\frac{5}{8}$ da pizza?

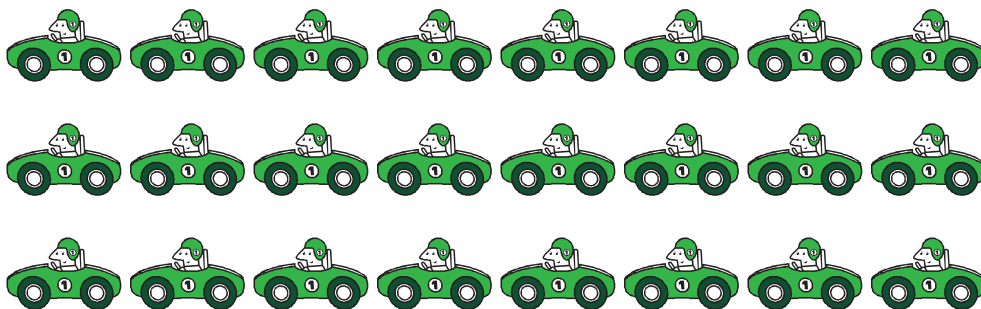
13. No sítio da Sr. Pedro Paula, $\frac{1}{4}$ da área é reservada para moradia e o restante para a plantação. Da área reservada para o plantio, $\frac{2}{5}$ são para o cultivo de milho. Que fração do terreno é ocupada pelo milharal?

14. Joana tem 20 anos e Cláudia, sua irmã, tem a metade da idade de Joana. Maria tem a metade da idade de Cláudia. Qual a idade de Maria?

15. Quantas vezes $\frac{2}{5}$ do quilograma cabem dentro de $\frac{4}{5}$ do quilograma?

16. Quantos retalhos de $\frac{1}{4}$ do metro posso cortar de $\frac{3}{4}$ do metro?

17. Rodrigo tem uma coleção com 24 miniaturas de carros.



a) Quantos carros representam $\frac{1}{4}$ dessa coleção?

b) E $\frac{2}{4}$ dessa coleção?

c) E $\frac{3}{4}$ dessa coleção?



18. Este bolo deve ser repartido em oito partes iguais.

Como reparti-lo com apenas três cortes?

19. Uma agência de automóveis vende um de seus carros em 12 prestações iguais. O senhor Gustavo comprou um desses carros. Ele já pagou $\frac{3}{4}$ das prestações.

a) A fração $\frac{4}{4}$ representa quantas prestações?

b) A fração $\frac{1}{4}$ representa quantas prestações?

c) Quantas prestações foram pagas?

20. O mostrador de um relógio é dividido em 12 partes iguais.

a) Quantos minutos têm $\frac{1}{12}$ da hora?

b) Que parte do mostrador corresponde a 30 minutos?

21. A Tabela abaixo mostra o resultado de uma pesquisa feita com os alunos de uma turma de 6ª série a respeito do filme preferido de cada aluno.

TIPOS DE FILME	QUANTIDADE DE ALUNOS
AVENTURA	30
ROMANCE	10
SUSPENSE	8

a) Qual é total de alunos pesquisados?

b) Qual é a fração que representa o número de alunos que preferem filme romântico em relação ao total de alunos pesquisados?

c) Qual é a fração que representa o número de alunos que preferem filme de aventura em relação ao total de alunos pesquisados?

d) Qual é a fração que representa o número de alunos que preferem filme de suspense em relação ao total de alunos pesquisados?

22. Uma loja de esportes tem 35 bolas de gude, sendo que para cada 2 bolas verdes existem 5 vermelhas. Determine uma fração para representar o resultado da comparação da quantidade de bolas verdes com a de bolas vermelhas e depois represente essa comparação na forma percentual.

23. Numa classe, $\frac{4}{7}$ do número dos alunos são meninas. Sabendo que a classe tem 42 alunos, quantos são os meninos?

24. Uma pizza foi dividida em oito partes iguais. Paula comeu $\frac{2}{8}$ e Joaquim comeu $\frac{4}{8}$ da pizza. Faça um esquema para representar essa situação e responda:

- a) Quanto pedaço Paula comeu? Que porcentagem do todo isso representa?
- b) Quanto pedaço Joaquim comeu? Que porcentagem do todo isso representa?
- c) Que fração sobrou? Sobramos mais de 25% ou menos?
- d) Quantos por cento da pizza os dois comeram juntos? Que fração isso representa?

25. Por meio de cálculos ou de desenhos, resolva:

Para pintar $\frac{5}{8}$ de uma parede, utilizei 25 litros de tinta.

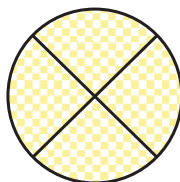
- a) Qual a fração da parede que me resta pintar?
- b) Quantos litros de tinta eu vou gastar para pintar a parede toda?
- c) Quanto litro de tinta precisará para pintar a parte da parede que falta?

26. Para encher um álbum de figurinhas, Leila contribuiu com $\frac{1}{6}$ das figurinhas, enquanto Sandra contribuiu com $\frac{3}{4}$ das figurinhas. Com que fração das figurinhas as duas contribuíram juntas?

27. A professora Maria Alice deu uma prova contendo 30 testes dos quais $\frac{2}{5}$ eram sobre substantivos, $\frac{1}{3}$ sobre adjetivos e o restante sobre pronomes. Pergunta-se:

- a) Quantas eram as questões sobre substantivos?
- b) Quantas eram as questões sobre adjetivos?
- c) Quantas eram as questões sobre pronomes?
- d) Quem acertou $\frac{5}{6}$ da prova, quantas questões acertou?

28. Fui com dois amigos a uma pizzaria e pedimos uma pizza grande de calabresa. O garçom dividiu-a em partes iguais como mostra a figura a seguir. Como devemos proceder para garantir que todos nós comamos a mesma quantidade de pizza sem sobrar nada? Qual fração da pizza cada um de nós irá comer?



29. Um tijolo pesa 1 kg mais meio tijolo. Quanto pesa um tijolo e meio?

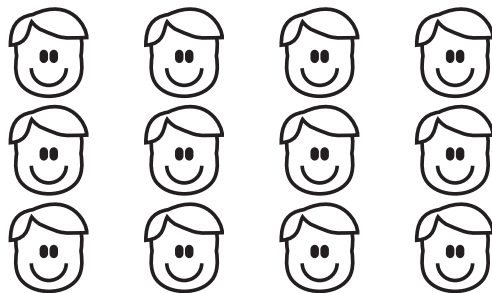
30. Que horas do dia são se o que já passou é a metade do que falta passar?

31. Um terço destas meninas tem cabelo loiro. Metade das meninas de cabelo loiro está usando óculos.



Resposta. Há — — — — meninas de cabelo loiro e que estão usando óculos.

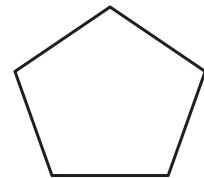
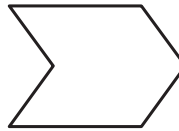
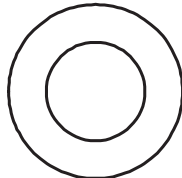
32. Metade destes meninos tem cabelo castanho. Um terço dos meninos de cabelo castanho está usando chapéu.



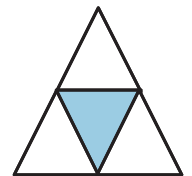
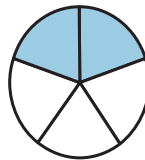
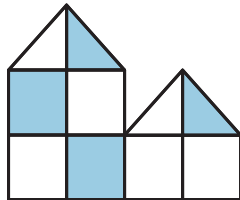
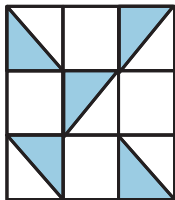
Resposta. Há — — — — meninos de cabelo castanho e que estão usando chapéu.

DESAFIOS.

PROBLEMA 1. Nas ilustrações pinte $\frac{1}{3}$ de cada figura:



PROBLEMA 2. Observe as situações ilustradas abaixo e registre a fração do todo representada pela parte pintada em cada figura dada a seguir.



—

— = —

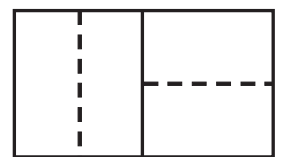
—

— = —

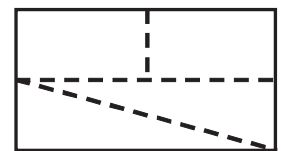
—

PROBLEMA 3: Você recebeu três pedaços retangulares de papel todos do mesmo tamanho.

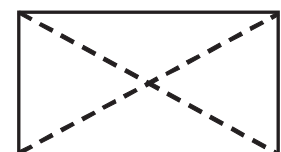
1) Pegue um dos retângulos, dobre-o e corte-o ao meio no sentido da largura. Em seguida divida uma das partes obtidas ao meio no sentido da largura e divida a outra parte ao meio no sentido do comprimento, como na figura ao lado. Podemos representar cada parte obtida por uma fração? Caso afirmativo, por qual fração?



2) Pegue o segundo retângulo, dobre-o e corte-o ao meio no sentido do comprimento. Em seguida divida uma das partes obtidas ao meio no sentido da largura e divida a outra parte ao meio no sentido da diagonal, como na figura ao lado. Podemos representar cada parte obtida por uma fração? Caso afirmativo, por qual fração?

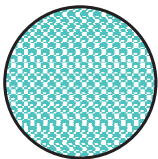


3) Pegue o terceiro retângulo, dobre-o e corte-o na direção das diagonais e corte o retângulo segundo essas diagonais, como na figura ao lado. Podemos representar cada parte obtida por uma fração? Caso afirmativo, por qual fração?

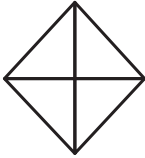


4) Compare as partes dos três retângulos. O que podemos concluir?

PROBLEMA 4: Desafios sobre idéias básicas sobre frações:

a) Se $\frac{3}{2}$ é representado por , então $\frac{1}{2}$ será representado por

E o inteiro será representado por

b) Se  é igual a $\frac{2}{3}$ então  é igual a



REFERÊNCIAS

BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais, Matemática (1º. e 2º. ciclos do Ensino Fundamental)** - Brasília, MEC/SEF, 1997.

BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais, Matemática (3º. e 4º. ciclos do Ensino Fundamental)** - Brasília, MEC/SEF, 1998.

BITTAR, M. & FREITAS J.L.M. **Fundamentos e Metodologia de Matemática para os Ciclos Iniciais**, publicação da EAD-UFMS, Campo Grande-MS.

CENTURIÓN, Marília. **Conteúdo e Metodologia de Matemática. Números e Operações**. São Paulo; Editora Scipione, 1994.

COSTA, Heloisa L. Q. G. da. **Números inteiros, fracionários e decimais – Módulo II**, Apostila para o curso de Formação Continuada para Professores de Matemática do Ensino Fundamental da Rede Estadual de Ensino fundamental MS – 5ª a 8ª séries, Campo Grande-MS; SED – Fundação Candido Rondon – UFMS, 2003.

COSTA, Heloisa L. Q. G. da; MONGELLI, Magda C. J. G. **Números fracionários e decimais**. Apostila para o curso de Formação Continuada para Professores de Matemática do Ensino Fundamental da Rede Municipal de Ensino fundamental MS – 3ª a 4ª séries, Campo Grande-MS; SEMED – FAPEC - UFMS, 2004.

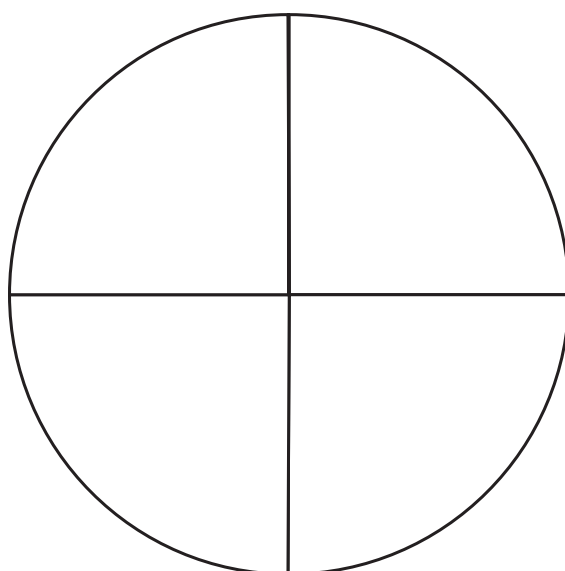
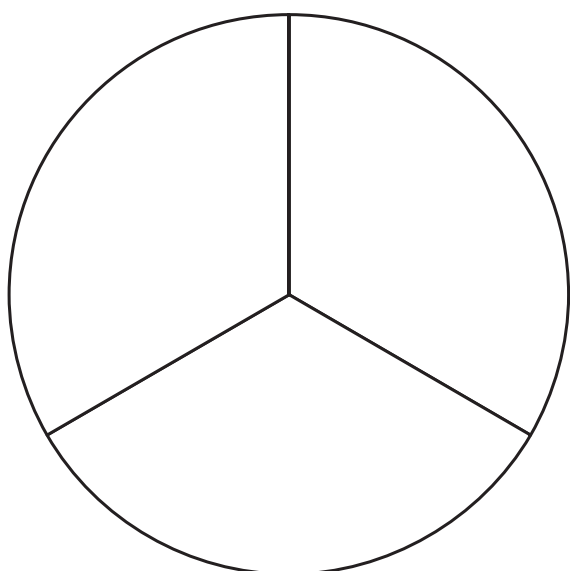
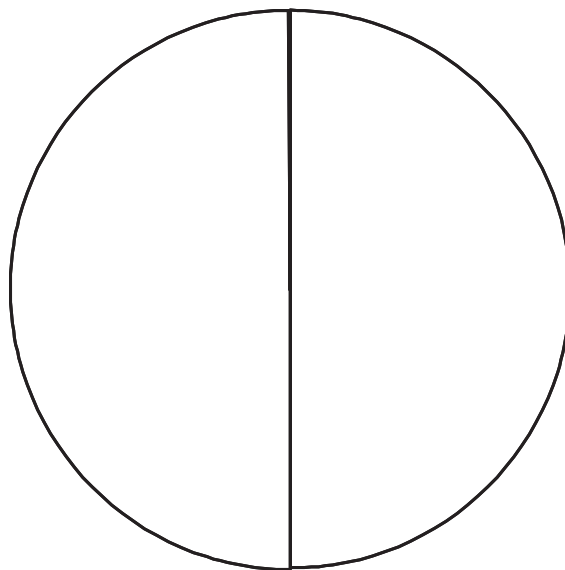
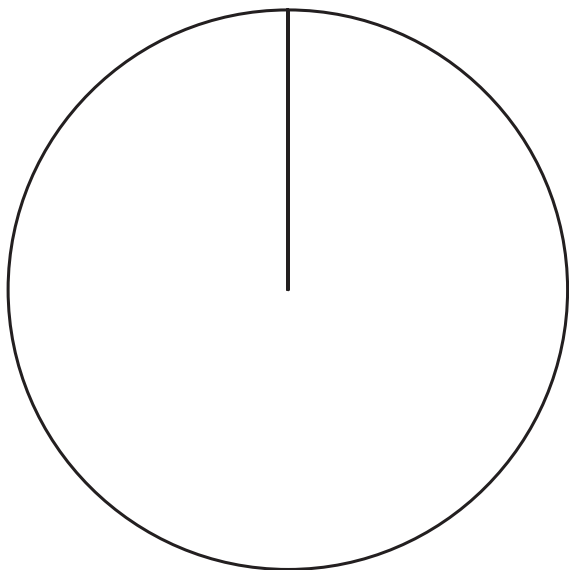
Educação Matemática em Revista, ano, nº 8. Publicação de Sociedade Brasileira de Educação Matemática – SBEM. São Paulo; Junho, 1987.

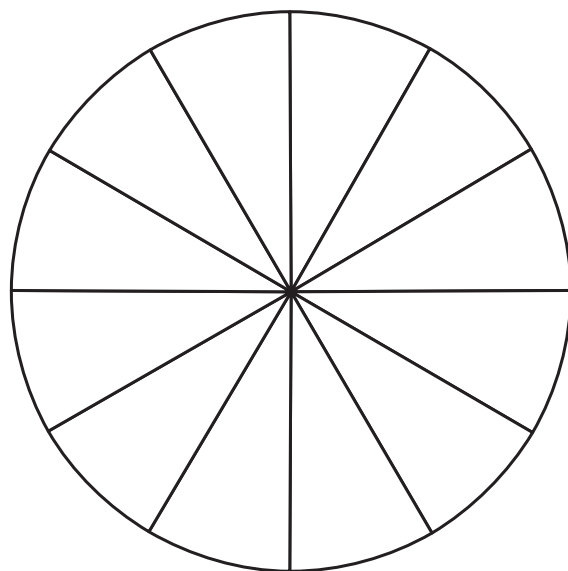
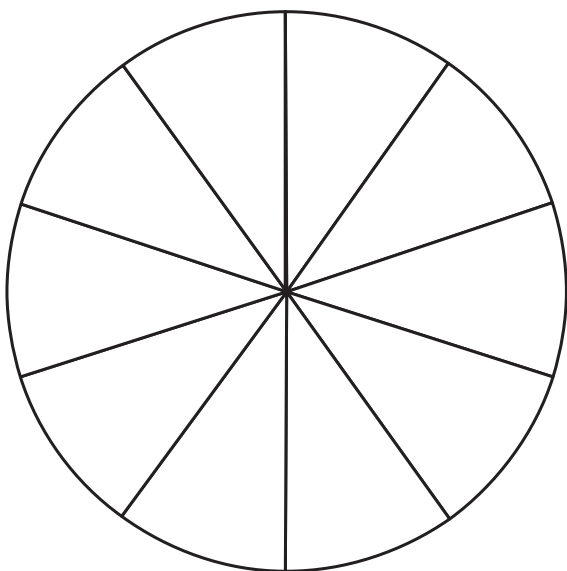
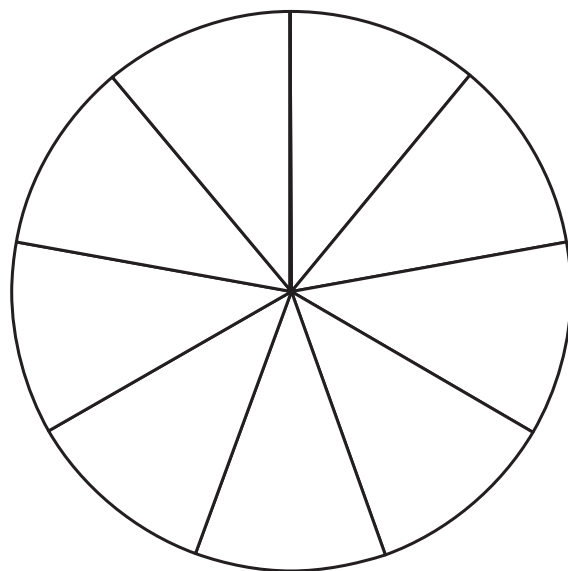
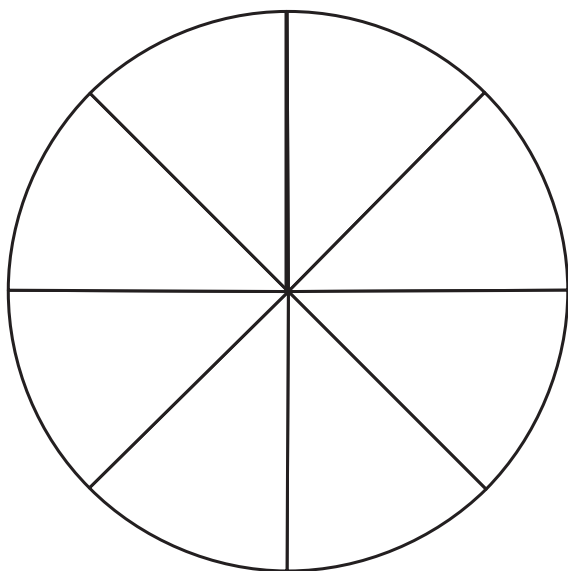
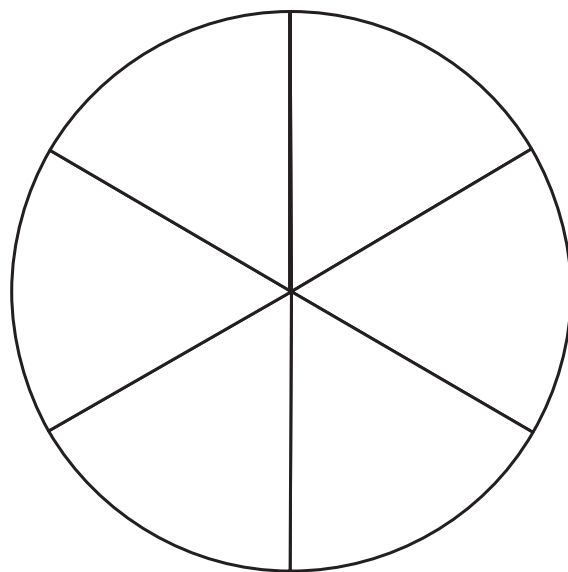
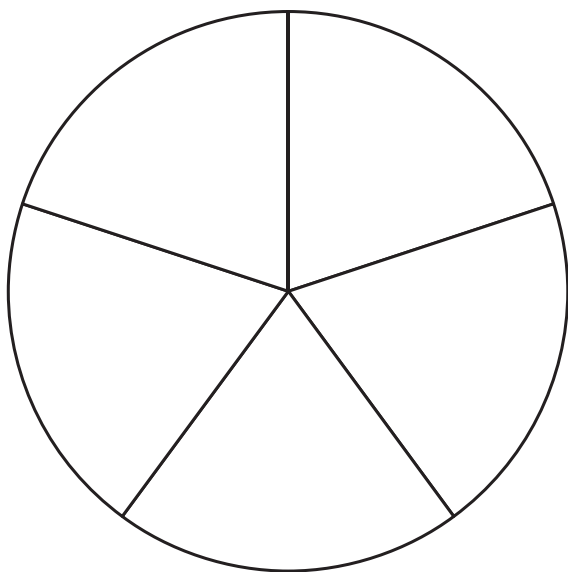
SANTOS, Vânia Maria Pereira dos Santos (org). **Números Linguagem Universal**. Rio de Janeiro: Editora de UFMS, 1997.

TOLEDO, Marília; TOLEDO, MAURO. **Didática de Matemática; como dois e dois; a construção da Matemática** (Conteúdos e metodologia). São Paulo; Editora FTD, 1997.

ANEXOS

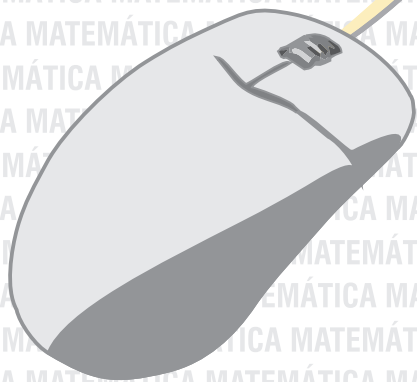
MATERIAL CIRCULAR





Neste volume são abordadas as quatro operações com números naturais a partir de alguns materiais didáticos de manipulação, e feita uma discussão dos algoritmos, tradicionais e não tradicionais, relacionados a essas operações. Na sequência, são estudados os conceitos envolvendo os números fracionários e discutidos os algoritmos referentes às quatro operações com estes números.

No desenvolvimento dos temas, buscou-se estar de acordo com tendências pedagógicas atuais, dentre elas o recurso à História da Matemática, ao uso de novas tecnologias da comunicação, ao uso de materiais concretos e à resolução de problemas.



ISBN 978-85-7613-161-8

