# Análise das Correntes do PMSM Acionado pelo Controle do Inversor de Modo Dual na Região de Potência Constante para Avaliação do Torque Pulsante

Inez Regina Recalde Lino

Dissertação de Mestrado em Engenharia Elétrica

Orientação:

Prof. Dr. João Onofre Pereira Pinto

Co-orientação

Profa. Dra. Luciana Cambraia Leite

Área de Concentração:

Energia Elétrica

Departamento de Engenharia Elétrica Centro de Ciências Exatas e Tecnologia Universidade Federal de Mato Grosso do Sul 26 de junho de 2006

# Análise das Correntes do PMSM Acionado pelo Controle do Inversor de Modo Dual na Região de Potência Constante para Avaliação do Torque Pulsante

Inez Regina Recalde Lino

Esta dissertação foi julgada adequada para obtenção do Título de Mestre em Engenharia Elétrica, Área de Concentração em Energia Elétrica, e aprovada em sua forma final pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Mato Grosso do Sul.

Orientador Dr. João Onofre Pereira Pinto

Coordenador do Programa de Pós-Graduação em Energia Elétrica Dr. João Onofre Pereira Pinto

Banca Examinadora:

Dra. Luciana Cambraia Leite

Dr. Valmir Machado Pereira

Dr. José Wilson Lima Nerys

Ninguém educa ninguém, ninguém educa a si mesmo, os homens se educam entre si, mediatizados pelo mundo.

Paulo Freire

 $Dedico\ essa\ pesquisa\ à\ minha\ família.$ 

## AGRADECIMENTOS

Tenho profundo respeito e estima a todas as pessoas que participaram direta e indiretamente nessa etapa de enriquecimento e aprendizagem científica no Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica oferecido pela UFMS.

Agradeço:

principamente, ao orientador  $\operatorname{Prof}^{\underline{or}}$  Dr. João Onofre Pereira Pinto e a co-orientadora  $\operatorname{Prof}^{\underline{ra}}$  Dra. Luciana Cambraia Leite que me auxiliaram objetivamente na exaustiva compreensão e desenrolar da pesquisa;

aos demais professores do departamento de Engenharia Elétrica da UFMS, em especial: Dr. Paulo Irineu Koltermann, Dr. Valmir Machado Pereira e Dr. Amâncio Rodrigues da Silva Jr. que ministraram suas disciplinas no curso de mestrado com competência, sutileza e sabedoria;

aos amigos do curso de mestrado pelo companheirismo e solidariedade, em especial: João César Okumoto, Gervásio Saraiva Lara, José Edison Cabral, Christian Mara Patrício e Diogo Becker de Brum (Dresden-Alemanha);

aos funcionários do Departamento de Engenharia Elétrica da UFMS, em especial: Marcirajara Chrispim de Almeida e Maria Isabel Lima Coelho Reindel que me deram suporte nos processos administrativos do departamento;

aos pesquisadores do laboratório "Batlab", em especial, Gilberto Shimada Tatibana e Márcio Portella;

à CAPES e ao vice-reitor da UFMS Dr. Amaury Souza pelo suporte financeiro e credibilidade;

aos meus pais Lino e Vitória, meus irmãos, à toda minha família e amigos pelo apoio e encorajamento pra prosseguir nessa jornada a que me submeti;

e a Deus pela vida.

## Resumo

Este trabalho trata da análise do torque pulsante na Máquina Síncrona de Ímã Permanente - PMSM acionada pelo Controle do Inversor de Modo Dual - DMIC em uma ampla faixa de velocidade na região de potência constante. O princípio de operação do DMIC acionando o PMSM na região de potência constante é descrito. São apresentados os resultados analíticos das correntes trifásicas na referência estacionária, bem como as correntes bifásicas dq no eixo de referência síncrona. O torque pulsante resultante do uso da estratégia DMIC é então abordado através da análise de Fourier mostrando o conteúdo harmônico das correntes  $i_d e i_q$ . Com estas análises, é possível observar como o torque pulsante se comporta a medida que a velocidade aumenta. Os resultados deste trabalho são relevantes para ajudar engenheiros a decidirem para quais aplicações o DMIC pode ser usado e estimar o efeito do torque pulsante na velocidade dependendo da característica carga/máquina.

#### PALAVRAS-CHAVE:

Motor Síncrono de Ímã Permanente;

Controle do Inversor de Modo Dual;

Torque Pulsante;

Harmônicas de Corrente;

Controle de Velocidade.

## Abstract

The scope of this work is the analysis of pulsating torque in Permanent Magnet Synchronous Machine (PMSM) driven by Dual Mode Inverter Control (DMIC) in wide Constant Power Speed Range (CPSR). The operation principle of DMIC driving PMSM in a CPSR is described. The analytical results of the three-phase currents in the stationary reference frame, as well as the dq currents in the rotating reference frame are given. The pulsating torque resulting of the DMIC strategy is then addressed through Fourier analysis showing the harmonic content of the  $i_d$  and  $i_q$  currents. With this analysis, it is possible to observe how the pulsating torque behaves as speed increases. The results are relevant to help engineers to decide to what application DMIC may be used, and to estimate the pulsating torque effect at speed depending on the load/machine characteristics.

#### PASSWORDS:

Permanent Magnet Synchronous Machine - PMSM;

Dual Mode Inverter Control - DMIC;

Pulsating Torque;

Current Harmonics;

Speed Control.

# Sumário

Sι	Sumário Lista de Figuras						
Li							
1	Intr	Introdução					
	1.1	Objetivos e organização deste Trabalho	13				
<b>2</b>	Motor Síncrono de Ímã Permanente						
	2.1	Introdução	14				
	2.2	Características do PMSM	14				
	2.3	Classificação do Motor Síncrono de Ímã Permanente	16				
	2.4	Operação do Motor Síncrono de Ímã Permanente	18				
	2.5	Modelagem do PMSM	20				
		2.5.1 Modelo Trifásico do PMSM	20				
		2.5.2 Modelo d-q do PMSM	26				
		2.5.3 Considerações Finais	29				
3	Cor	trole Vetorial e Técnica de Enfraquecimento de Campo do PMSM	30				
	3.1	Introdução	30				
	3.2	Controle Vetorial e Enfraquecimento de Campo	31				
	3.3	Equacionamento do PMSM para Controle Vetorial	34				
	3.4	Considerações Finais	37				
4	DM	IC - Controle do Inversor de Modo Dual	38				
	4.1	Introdução	38				

	4.2	Opera	ção e Funcionamento do DMIC	39	
	4.3	Equações Analíticas das Correntes e Tensões de Fase do Sistema PMSM/DMIC $4$			
		4.3.1	Equações das Correntes de Fase da Armadura	42	
		4.3.2	Período de Comutação	46	
		4.3.3	Período Pós-Comutação	48	
		4.3.4	Equações das Tensões de Fase da Armadura	51	
	4.4	Equações d-q das Componentes de Corrente e Tensão da Armadura 5			
		4.4.1	Equações d-q das Corrente da Armadura	53	
		4.4.2	Considerações Finais	57	
5	Equ rent	aciona ces	mento para Análise das Componentes Harmônicas das Cor-	58	
	5.1	Introd	ução	58	
	5.2	Análise de Conteúdo Harmônico das Correntes de Fase			
	5.3	Expressões para as Correntes $i_q \in i_d$			
	5.4	Consid	lerações Finais	66	
6	Res	ultado	S	67	
7	Con	clusõe	s e Sugestões para Trabalhos Futuros	74	
Referências Bibliográficas					
Bibliografia Consultada 8					

# Lista de Figuras

1.1	Acionamento dos motores para VE's	13
2.1	Corte transversal de um rotor de 6 pólos com ímã permanente montado na superfície do rotor.	15
2.2	Forma de onda da corrente de excitação do PMSM	16
2.3	Forma de onda da corrente de excitação do BDCM	17
2.4	Curva torque/potência versus velocidade	19
2.5	Modelo trifásico do PMSM.	20
2.6	Diagrama fasorial mostrando os eixos abc e d-q	26
2.7	Circuito equivalente do eixo q	28
2.8	Circuito equivalente do eixo d	28
3.1	Circuito equivalente do eixo q	30
3.2	Circuito equivalente do eixo d	31
3.3	Diagrama fasorial das componentes de eixo direto e em quadratura	32
3.4	Diagrama fasorial Isd=0	32
3.5	Diagrama fasorial Isd negativo com enfraque cimento de campo. $\ \ .\ .\ .$ .	33
3.6	Diagrama fasorial das variáveis dq da PMSM	34
4.1	Topologia do Conversor DMIC.	39
4.2	Esquema de disparo das chaves do conversor DMIC/PMSM	40
4.3	Circuito equivalente do sistema DMIC/PMSM	42
4.4	Circuito equivalente do sistema DMIC/PMSM durante o intervalo de co- mutação	43
4.5	Forma de onda da $fcem$ (fase-fase) em relação à referência	44

4.6	Opção de Comutação $\theta_b = 20^{\circ}$	45
4.7	Circuito equivalente para o sistema $\mathrm{DMIC}/\mathrm{PMSM}$ no período pós-comutação.	48
4.8	Correntes de fase do sistema DMIC/PMSM operando a 5*wb	51
4.9	Componentes $i_q \in i_d$ a 5*wb	56
5.1	Correntes de fase do sistema DMIC/PMSM operando a 5*wb	59
5.2	Componentes $i_q \in i_d $ a 5*wb	63
6.1	Correntes de fase do sistema DMIC/PMSM operando a 5*wb	67
6.2	Amplitude da Fundamental - $i_a \ge n^* w_b$	68
6.3	Amplitude da 5 <sup><i>a</i></sup> Harmônica - $i_a \ge n^* w_b$	68
6.4	Amplitude da 7 <sup><i>a</i></sup> Harmônica - $i_a \ge n^* w_b$	68
6.5	Componentes $i_q \in i_d$ a 5*wb	69
6.6	Amplitude da Fundamental - $i_q \ge n^* w_b$	70
6.7	Amplitude da 6 <sup><i>a</i></sup> Harmônica - $i_q \ge n^* w_b$	70
6.8	Amplitude da 12 <sup><i>a</i></sup> Harmônica - $i_q \ge n^* w_b$	70
6.9	Amplitude da 18 <sup><i>a</i></sup> Harmônica - $i_q \ge n^* w_b$	71
6.10	Amplitude da Fundamental - id x n $^*w_b$	71
6.11	Amplitude da 6 <sup><i>a</i></sup> Harmônica - $i_d \ge n^* w_b$	72
6.12	Amplitude da 12 <sup><i>a</i></sup> Harmônica - $i_d \ge n^* w_b$	72
6.13	Amplitude da 18 <sup><i>a</i></sup> Harmônica - $i_d \ge n^* w_b$	72

# Capítulo 1

## Introdução

Acionamentos de máquinas elétricas com velocidade variável tornaram-se muito importante nos sistemas industriais atuais [1]. Os motores de indução e síncronos, que fazem parte da classe de motores CA, necessitam de controle de velocidade que usa algoritmos complexos, os quais são implementados por microprocessadores e/ou microcontroladores junto com conversores de chaveamento rápido.

Os controladores de potência para máquinas CA são complexos, mais caros e requerem técnicas avançadas de controle com realimentação como: modelo de referência, controle adaptativo, entre outros. Quando comparados com máquinas CC, as máquinas CA são mais atrativas e utilizadas em acionamentos elétricos por serem mais leves, mais baratas e de pouca manutenção.

Os PMSM's são conhecidos popularmente devido a alta eficiência; alta densidade de potência e alta relação torque inércia [1]. Tais motores são adequados para acionamentos que requerem alta aceleração por apresentarem rápida resposta dinâmica, o que os tornam atrativos para aplicações como atuadores na robótica, servo acionamentos [1], em aplicações para sistemas de armazenamento de energia tipo *flywheel*, e no controle de satélites [2]. Vantagens significativas, quanto ao uso destes motores, surgem pelas simplificações na construção do rotor, com redução de perdas e aumento da eficiência. Possuem vantagens adicionais por apresentarem massa e volume reduzido em relação às outras classes de motores, alto torque à velocidade zero e em baixas velocidades e, melhores condições de refrigeração devido a baixas perdas no rotor [3].

A contínua redução nos preços dos PMSM's e algoritmos de controle mais eficientes, para a região de baixa velocidade, transformaram este tipo de motor popular e com aplicação, principalmente nos acionamentos de veículos elétricos (VE's) na região de torque constante. Estes motores são reconhecidos cientificamente como os que melhor desempenho apresentam para o acionamento de VE's [3]. E, uma das principais vantagens para a utilização dos VE's é o baixo impacto ambiental que propiciam, ou seja, uma baixa emissão de poluição no ar [4].

Os VE's e  $VEH's^1$  são acionados por: baterias, motor elétrico com respectivo controle, e

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>*VEH's* Veículos Elétricos Híbridos

os dispositivos que comandam as rodas, formando assim o sistema de tração e frenagem do veículo [5]. A Figura 1.1 apresenta o modelo de conexão da bateria para alimentação dos motores que atuam no sistema de acionamento de VE's [6].



Figura 1.1: Acionamento dos motores para VE's.

Para o acionamento direto da roda, ou seja, com motores nas rodas, o PMSM é a solução mais razoável, se não a única possível, devido a sua pequena massa que contribui com a redução da inércia e maior suavidade na variação da velocidade [7],[8].

Porém, na região de potência constante em que a velocidade torna-se maior que a velocidade nominal, o PMSM ainda possui limitações quanto ao torque solicitado, ou seja, apresenta estreita faixa de operação acima da velocidade de base. Esta limitação do PMSM, na região de potência constante, é o principal elemento estimulador de pesquisas em novas técnicas e acionamento/controle para ampliar a faixa de operação do motor síncrono de ímã permanente acima da velocidade base.

O controle do inversor de modo dual  $(DMIC)^2$  é uma técnica de controle proposta para ampliar a faixa de operação do PMSM na região de potência constante [9].

## 1.1 Objetivos e organização deste Trabalho

O objetivo deste trabalho é estabelecer as bases matemáticas necessárias para futuras análises comportamental do torque pulsante intrínseco quando o PMSM é acionado pelo DMIC na região de potência constante. Para tal, serão obtidas as equações de correntes de eixos direto e em quadratura do modelo dq do PMSM quando acionado pelo DMIC, com a análise espectral destas correntes em função da variação de velocidade.

Os próximos capítulos desta dissertação estão divididos como segue: o capítulo 2 trata dos modelos trifásico na referência abc e bifásico na referência dq do PMSM, o capítulo 3 descreve o controle do inversor de modo dual-DMIC, o capítulo 4 trata do equacionamento para a análise das componentes harmônicas das correntes e finalmente, os capítulos 5 e 6 tratam, respectivamente, dos resultados e conclusões e sugestões para futuros trabalhos.

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup>DMIC Dual Mode Inverter Control

## Capítulo 2

# Motor Síncrono de Ímã Permanente

#### 2.1 Introdução

O motor síncrono de ímã permanente é similar aos motores síncronos de pólos salientes, exceto pelo fato de não existir o enrolamento de campo no rotor. O campo magnético é gerado com a montagem de ímãs permanentes fixos na superfície do rotor ou acoplados internamente no rotor, não havendo variação da excitação (fluxo  $\phi$  é constante) e, como não há bobinas de campo, não existem perdas no cobre do rotor e, portanto, sua eficiência é maior.

## 2.2 Características do PMSM

O rotor com ímã permanente na superfície é o mais empregado na prática, devido a sua simplicidade construtiva em relação aos demais. Esse tipo de rotor apresenta baixo momento de inércia por ser oco [10]. Uma outra vantagem, é que esse tipo de rotor apresenta uma variação de relutância, em função da variação do ângulo da posição rotórica em relação ao circuito magnético de estator muito pequena. Como desvantagem, esse rotor possui velocidade máxima de operação limitada, ou seja, mais baixa do que as máquinas que empregam outro tipo de rotor devido à força de retenção dos ímãs na superfície deste [11].

A figura 2.1 apresenta o corte transversal de um rotor com 6 pólos a ímã permanente montado na superfície do rotor.



Figura 2.1: Corte transversal de um rotor de 6 pólos com ímã permanente montado na superfície do rotor.

O motor síncrono de ímã permanente deve ter sua freqüência de excitação (freqüência do estator) perfeitamente sincronizada com sua freqüência rotacional (velocidade rotórica). Se estes motores possuem enrolamentos auxiliares, estas máquinas podem ser facilmente controladas, já que eles partem como um motor de indução, até atingirem velocidade próxima a velocidade síncrona. Então, a máquina é colocada em sincronismo pela ação dos torques de relutância e eletromagnético [12].

Porém, o enrolamento auxiliar diminui a eficiência, a densidade de potência, a relação torque/inércia e a resposta dinâmica do PMSM. Razões pelas quais o PMSM, sem enrolamento auxiliar, torna-se preferido em acionamentos de velocidade variável. No entanto, a ausência deste enrolamento faz o controle do motor síncrono de ímã permanente complexo, sendo necessário o uso da eletrônica de potência para gerar torque útil em regime permanente [9].

## 2.3 Classificação do Motor Síncrono de Ímã Permanente

O motor síncrono de ímã permanente pode ser classificado quanto ao posicionamento dos ímãs no rotor e de acordo com a excitação, ou seja, a forma de onda da força contra eletromotriz (*fcem*).

Quanto ao posicionamento dos ímãs no rotor, o motor síncrono de ímã permanente podem ser classificados em dois grupos:

- Motor síncrono com ímã permanente no interior do rotor;
- Motor síncrono com ímã permanente montado na superfície do rotor.

Quanto à excitação, podem ser classificados segundo a forma de onda da *fcem*, ou seja, pela forma de onda da distribuição da densidade de fluxo magnético no entreferro. Então, quanto à excitação, o motor de ímã permanente pode ser:

• síncrono senoidal, quando apresenta forma de onda da *fcem* senoidal e possui enrolamentos distribuídos. Estes tipos de motores também são conhecidos como PMSM.

A Figura 2.2 apresenta a forma de onda da corrente de excitação do PMSM. Desse modo o motor possui uma distribuição espacial senoidal do fluxo de entreferro [13].



Figura 2.2: Forma de onda da corrente de excitação do PMSM.

DEL-UFMS

Para o PMSM visto na Figura 2.2, o ângulo de condução é 180° para ambos semi-ciclos positivo e negativo, isto é, as três fases conduzem o tempo todo, caracterizando uma operação trifásica. As ondas das correntes de excitação das fases  $\mathbf{b} \in \mathbf{c}$  são, respectivamente, adiantadas de 120° e 240° em relação a fase  $\mathbf{a}$ .

A máquina síncrona de ímã permanente no rotor, com forma de onda de fluxo nãosenoidal, é conhecida como "Brushless Direct Current Motor" (BDCM). Os enrolamentos deste tipo de motor ficam concentrados nas ranhuras do estator, não apresentando grande complexidade na construção da máquina [13]. A Figura 2.3 apresenta a forma de onda trapezoidal da corrente de excitação do BDCM.



Figura 2.3: Forma de onda da corrente de excitação do BDCM.

Observa-se na Figura 2.3 que, para a fase **a** há um ângulo de condução de 120° nos semiciclos positivo e negativo, isto significa que a cada instante existem apenas duas fases conduzindo, caracterizando operação monofásica. As ondas das correntes de excitação das fases **b** e **c** são, respectivamente, adiantadas de 120° e 240° em relação a fase **a**.

Para os acionamentos elétricos, em que é necessário um melhor desempenho, as máquinas senoidais são as mais utilizadas. Apesar do custo mais elevado, estas são mais vantajosas do que as não-senoidais, pois, apresentam menores ondulações no torque eletromagnético; característica que possibilita seu uso em máquinas que operam como ferramentas elétricas para manufatura de peças de alta precisão. Apresentam, também, menor ruído acústico do que as não-senoidais, maior eficiência e, com a aplicação do controle vetorial apresentam maior flexibilidade e desempenho [10].

## 2.4 Operação do Motor Síncrono de Ímã Permanente

O fluxo magnético do rotor, gerado por ímã permanente, juntamente com o fluxo magnético gerado no estator definem o torque e, portanto, a velocidade do motor. A equação 2.1 define o torque eletromagnético gerado em função do fluxo eletromagnético resultante e da corrente de armadura do estator  $i_a$ .

$$T_e = K.\phi.i_a.\sin(\delta) \tag{2.1}$$

A tensão senoidal de entrada deve ser aplicada no enrolamento trifásico do motor de modo que o ângulo entre o fluxo do rotor e do estator seja mantido em 90° graus para atingir o máximo torque. Para gerar torque máximo o motor requer controle eletrônico.

A técnica de Modulação por Largura de Pulso (MLP), também conhecida como  $(PWM)^1$ , é aplicada para o controle da amplitude da corrente e, conseqüentemente, o controle da magnitude do torque e para eliminar as harmônicas de baixa ordem e, portanto, propiciar um torque suave no acionamento. As técnicas MLP mais usadas para este tipo de máquina [14] são:

- MLP senoidal;
- VSMLP MLP por vetores espaciais ;
- MLP por banda de histerese.

Em ambas as máquinas, PMSM e BDCM, a freqüência fundamental do chaveamento dos dispositivos do inversor fornece a freqüência de operação e, portanto, a freqüência de rotação do rotor (velocidade do rotor). É requisito importante a sincronização entre a freqüência do estator e a posição do rotor para o controle destas máquinas [15] [16].

Para as máquinas síncronas de ímãs permanentes, o torque médio pode ser obtido quando a excitação for precisamente sincronizada com a freqüência rotórica [1]. A precisão do sincronismo é obtida através da posição angular absoluta do rotor, um sensor de posição angular é montado no eixo da máquina, e/ou através da técnica sensorless<sup>2</sup>, em que se estima a posição rotórica a partir das formas de onda dos sinais de entrada de tensão e corrente do motor

A diferença entre o PMSM e o BDCM em obter a posição do rotor vem da natureza da forma de onda da *fcem*. Para a *fcem* trapezoidal, o sinal de posição obtido pelo rotor é discreto, a cada intervalo de 60°, o que facilita o sincronismo e requer menos resolução

 $<sup>^{1}</sup>PWM$  Pulse Width Modulation

 $<sup>^{2}</sup>sensorless$  sem sensor

do sinal de posição do rotor. Por outro lado, *fcem* senoidal requer retorno do sinal de posição contínuo e, portanto, alta resolução do sinal obtido [9].

Nos dois tipos de motores, a magnitude da *fcem* aumenta linearmente com a velocidade do rotor até alcançar a máxima tensão na saída do inversor, que depende da tensão do *link*-CC. Neste ponto de operação, diz-se que a velocidade do motor é a velocidade base, a tensão na saída do inversor atinge seu valor máximo e o motor desenvolve potência nominal.

A região compreendida entre a velocidade zero e a de base, é conhecida como região de torque constante. A partir da velocidade base, o motor opera na região de potência constante. A figura 2.4 apresenta o comportamento da potência e do torque de um PMSM para faixas de velocidade acima da velocidade de base.



Figura 2.4: Curva torque/potência versus velocidade.

Para velocidades abaixo da velocidade de base, o controle vetorial é uma técnica bastante aceita para o controle de velocidade do PMSM na região de torque constante. O motor é controlado para operar com a máxima relação entre torque e corrente [12].

Na região de potência constante, se a corrente não pode mais aumentar devido a proteção das chaves do inversor, o intervalo de variação de velocidade é muito estreito. Portanto, a máxima velocidade atingida acima da velocidade de base é baixa. No entanto, o controle de velocidade para operação do PMSM, em uma ampla faixa de velocidade acima da velocidade de base, é uma característica importante para aplicações desses motores em acionamentos de VE's [17].

O DMIC é uma técnica de controle de velocidade proposta para ampliar a faixa de velocidade de operação do motor síncrono na região de potência constante. Esta técnica foi descrita inicialmente por Lawler et al para o acionamento do BDCM [17] e, a seguir aplicada ao acionamento do PMSM [9].

## 2.5 Modelagem do PMSM

Em projetos de conversores para acionamentos de motor CA, os principais objetivos são: a escolha dos circuitos do conversor e o projeto da estrutura do controle, os quais dependem muito das características do motor [1].

Para descrever a operação trifásica do motor CA, comumente utiliza-se métodos que consideram, além das grandezas trifásicas das tensões, correntes e fluxos concatenados nos enrolamentos, as transformações de fasores estacionários para rotacionais.

Para o controle do PMSM, será descrito o modelo trifásico do motor no eixo de referência estacionária e a transformação do eixo estacionário trifásico para o eixo de referência de rotação síncrona bifásico. Então, será obtido o modelo bifásico do PMSM no eixo de referência rotacional síncrono.

O modelo trifásico do PMSM permite o entendimento da teoria aplicada ao controle do inversor de modo dual do ponto de vista do conversor, e o modelo bifásico permite o entendimento da teoria do ponto de vista da máquina. A diferença na forma de onda da *fcem* é que impõe uma estratégia de controle para cada tipo de máquina.

#### 2.5.1 Modelo Trifásico do PMSM

A figura 2.5 apresenta o modelo trifásico do PMSM no eixo de referência estacionário. As variáveis do estator do modelo trifásico no eixo estacionário são transformadas para bifásico no eixo de referência de rotação síncrona. Finalmente, é obtido o modelo bifásico do PMSM no eixo de referência rotacional.



Figura 2.5: Modelo trifásico do PMSM.

A equação 2.2, descreve o modelo trifásico do PMSM. Assume-se a direção positiva da corrente do estator para as fases  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b} \in \mathbf{c}$  como indicada na figura 2.5.

$$\begin{bmatrix} \frac{d\lambda a(i_{abc},\theta_r)}{dt} \\ \frac{d\lambda b(i_{abc},\theta_r)}{dt} \\ \frac{d\lambda c(i_{abc},\theta_r)}{dt} \end{bmatrix} = -\begin{bmatrix} R & 0 & 0 \\ 0 & R & 0 \\ 0 & 0 & R \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} v_{an} \\ v_{bn} \\ v_{cn} \end{bmatrix}$$
(2.2)

Em que:

 $\lambda_{(i_{abc}, \theta_r)}$  - fluxo concatenado trifásico;

 $i_a, i_b, i_c$  - correntes das fases a, b e c;

 $\theta_r$  - posição do rotor;

R - resistência do enrolamento por fase;

 $v_{an}, v_{bn}, v_{cn}$  - tensões terminais fase-neutro.

A partir da equação 2.2, as tensões para as fases  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b} \in \mathbf{c}$  são apresentadas na equação 2.3.

$$v_{an} = R.i_{a} + \frac{d\lambda_{a}}{dt}$$

$$v_{bn} = R.i_{b} + \frac{d\lambda_{b}}{dt}$$

$$v_{cn} = R.i_{c} + \frac{d\lambda_{c}}{dt}$$

$$(2.3)$$

Todo o fluxo concatenado nas três fases é dado por:

$$\begin{bmatrix} \lambda_a \\ \lambda_b \\ \lambda_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_s & -M & -M \\ -M & L_s & -M \\ -M & -M & L_s \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \phi_a \\ \phi_b \\ \phi_c \end{bmatrix}$$
(2.4)

Em que:

- $L_s$  indutância própria por fase;
- M indutância mútua;
- $\phi_a, \phi_b, \phi_c$  fluxo concatenado por fase fornecido por ímãs permanentes.

Portanto, o fluxo para as fases  ${\bf a},\,{\bf b}$ e ${\bf c}$ é dado na equação 2.5.

$$\lambda_a = L_s \cdot i_a - M \cdot (i_b + i_c) + \phi_a$$
  
$$\lambda_b = L_s \cdot i_b - M \cdot (i_a + i_c) + \phi_b \qquad (2.5)$$

$$\lambda_c = L_s.i_c - M.(i_a + i_b) + \phi_c$$

Os fluxos concatenados por fase fornecidos pelos ímãs permanentes são:

$$\begin{bmatrix} \phi_a \\ \phi_b \\ \phi_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi_m \cdot \cos(P\theta_r) \\ \phi_m \cdot \cos(P\theta_r - \frac{2\pi}{3}) \\ \phi_m \cdot \cos(P\theta_r - \frac{4\pi}{3}) \end{bmatrix}$$
(2.6)

Em que:

 $\phi_m~$  - ~é a amplitude do fluxo concatenado por fase fornecido por ímãs permanentes;

 ${\cal P}\,$  - número de par de pólos magnéticos.

Conforme a figura 2.5, sendo o neutro isolado para qualquer nó do circuito,  $N_0$  ou  $N_1$  tem-se:

$$i_a + i_b + i_c = 0$$
 (2.7)

Fazendo:

$$L = L_s + M \tag{2.8}$$

Combinando as equações 2.4, 2.6, 2.7 e 2.8, portanto, o fluxo total pode ser obtido como apresentado na equação 2.9:

$$\begin{bmatrix} \lambda_a \\ \lambda_b \\ \lambda_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L & 0 & 0 \\ 0 & L & 0 \\ 0 & 0 & L \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \phi_m \cdot \cos(P\theta_r) \\ \phi_m \cdot \cos(P\theta_r - \frac{2\pi}{3}) \\ \phi_m \cdot \cos(P\theta_r - \frac{4\pi}{3}) \end{bmatrix}$$
(2.9)

Finalmente, substituindo a equação 2.9 em 2.2 e a reorganizando, as equações por fase são obtidas e dadas pela equação 2.10.

$$\begin{bmatrix} v_{an} \\ v_{bn} \\ v_{cn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R & 0 & 0 \\ 0 & R & 0 \\ 0 & 0 & R \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L & 0 & 0 \\ 0 & L & 0 \\ 0 & 0 & L \end{bmatrix} \cdot \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} P\omega_r \phi_m . \sin(P\theta_r) \\ P\omega_r \phi_m . \sin(P\theta_r - \frac{2\pi}{3}) \\ P\omega_r \phi_m . \sin(P\theta_r - \frac{4\pi}{3}) \end{bmatrix}$$
(2.10)

As relações entre a velocidade do rotor  $\omega_r$  e a velocidade do estator  $\omega_e$  e, ainda entre a posição do estator  $\theta_e$  e a posição do rotor  $\theta_r$ , respectivamente, são dadas na equação 2.11 a seguir:

$$\omega_r = \frac{\omega_e}{P} \quad e \quad \theta_r = \frac{\theta_e}{P} \tag{2.11}$$

A equação 2.7 mostra que a soma das correntes é zero, portanto, apenas duas das três equações de 2.10 são independentes e um segundo modelo pode ser derivado e, é dado pela equação 2.12 [17].

$$\begin{bmatrix} v_{ab} \\ v_{cb} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2R & R \\ R & 2R \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_a \\ i_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2L & L \\ L & 2L \end{bmatrix} \cdot \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_a \\ i_c \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} P\omega_r \phi_m . \sin(P\theta_r) \\ P\omega_r \phi_m . \sin(P\theta_r - \frac{4\pi}{3}) \end{bmatrix}$$
(2.12)

#### Em que:

 $v_{ab}$  e  $v_{cb}$  - são as tensões de linha do estator.

As expressões mecânicas do PMSM são apresentada nas equações 2.13 e 2.14.

$$T_e = T_L + J \cdot \frac{d\omega_r}{dt} + B \cdot \omega_r$$
(2.13)

$$\frac{d\theta_r}{dt} = \omega_r \tag{2.14}$$

Em que:

- $T_e$  torque eletromagnético;
- $T_L$  torque de carga;
- B constante de amortecimento;
- J inércia do rotor.

#### 2.5.2 Modelo d-q do PMSM

O modelo d-q do PMSM no eixo de referência de rotação síncrona é obtido da aplicação da "Transformada de Park" no modelo trifásico da figura 2.5 na secção 2.5.1. Esta transformação é uma ferramenta matemática que muda variáveis trifásicas, acopladas ao eixo de referência do estator, em variáveis tri-ortogonais desacopladas.

Em alguns casos, quando o PMSM está conectado com o neutro isolado, uma das componentes tri-ortogonal torna-se nula e a transformação muda de trifásica para bifásica. É conveniente escolher o eixo síncrono como o novo eixo de referência, porque as variáveis senoidais trifásicas no eixo estacionário tornam-se valores CC, permitindo uma análise mais simplificada do modelo.

A equação 2.15 apresenta a matriz que transforma variáveis trifásicas  $\mathbf{a}, \mathbf{b}e\mathbf{c}$  do eixo estacionário para qualquer eixo de referência.

$$\begin{bmatrix} f_q \\ f_d \\ f_0 \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos\theta & \cos(\theta - 2\pi/3) & \cos(\theta + 2\pi/3) \\ \sin\theta & \sin(\theta - 2\pi/3) & \sin(\theta + 2\pi/3) \\ 1/2 & 1/2 & 1/2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} f_{an} \\ f_{bn} \\ f_{cn} \end{bmatrix}$$
(2.15)

Nesta mudança, f é a variável que será transformada. As variáveis fan, fbn e fcn são as variáveis por fase do eixo estacionário. As variáveis fd, fq e fo são variáveis no novo eixo de referência. A figura 2.6 ilustra o diagrama fasorial com os eixos abc e o de referência d-q. Os três novos eixos: quadratura (q), direto (d) e seqüência zero (0), são ortogonais. Os eixos q e d pertencem ao mesmo plano que an, bn e cn, enquanto, o eixo zero é perpendicular a este plano.



Figura 2.6: Diagrama fasorial mostrando os eixos abc e d-q.

Se a soma de fan, fbn e fcn é nula, então, as componentes no eixo zero serão nulas. Portanto, o modelo trifásico é transformado no modelo bifásico. Na equação 2.15, o ângulo  $\theta$  representa a defasagem entre os eixos  $q \in an$ , como apresentado na figura 2.6.

O modelo bifásico da máquina no eixo de rotação síncrona é obtido aplicando a transformação dada na equação 2.15, ao modelo trifásico no eixo de referência estacionário, com  $\theta = \omega_e t$ . O modelo bifásico da máquina no eixo de rotação síncrona é, então, dado pela equação 2.16.

$$\begin{bmatrix} v_q \\ v_d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P\omega_r L & R + L\frac{d}{dt} \\ R + L\frac{d}{dt} & P\omega_r L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} P\omega_r \phi_m \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P\omega_r L & R + L\frac{d}{dt} \\ R + L\frac{d}{dt} & P\omega_r L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e \\ 0 \end{bmatrix}$$
(2.16)

Em que,

 $e = P\omega_r \phi_m$  - é a força contra eletromotriz.

A equação 2.16 apresenta o modelo para um motor síncrono com ímã permanente montado na superfície do rotor. A indutância de eixo direto e a indutância do eixo em quadratura são iguais à soma da indutância própria por fase Ls e a indutância mútua M, isto é,  $L = L_s + M$  dadas na equação 2.8.

Desprezando perdas rotacionais, o torque eletromagnético é dado por:

$$T_e = \frac{3}{2} \cdot P \cdot \phi_m \cdot i_q \tag{2.17}$$

Apenas as variáveis elétricas são transformadas. Portanto, as variáveis mecânicas não sofrem transformação e são as mesmas apresentadas nas equações 2.13 e 2.14.

As figuras 2.7 e 3.2 apresentam os circuitos equivalentes (eixo d<br/> e q) do PMSM para o modelo bifásico dq.



Figura 2.7: Circuito equivalente do eixo q.



Figura 2.8: Circuito equivalente do eixo d.

#### 2.5.3 Considerações Finais

Nesse capítulo foi apresentado o modelo trifásico do PMSM no eixo de referência estacionário e o modelo do PMSM no eixo de referência rotacional. O modelo trifásico do PMSM será utilizado para descrever o DMIC acionando o motor. E, o modelo dq será utilizado para descrever o controle vetorial juntamente com a técnica de enfraquecimento de campo do PMSM e, também, o funcionamento do DMIC.

## Capítulo 3

# Controle Vetorial e Técnica de Enfraquecimento de Campo do PMSM

### 3.1 Introdução

A técnica de Controle Vetorial (CV) é usada para obter resposta dinâmica e desempenho da máquina CA como se fosse uma máquina CC. Nas máquinas CC, a corrente de campo e a corrente de armadura (torque) são ortogonais e, portanto, desacopladas. Com o desacoplamento, as correntes podem ser controladas independentemente, sem que uma interfira no desempenho da outra, permitindo resposta dinâmica rápida para o acionamento de máquinas CC.

A corrente iq na figura 3.1 é a componente de torque da corrente do estator e, é semelhante a corrente da armadura na máquina CC.



Figura 3.1: Circuito equivalente do eixo q.

A corrente id na figura 3.2 é a componente de campo da corrente do estator e, é semelhante à corrente de campo na máquina CC.



Figura 3.2: Circuito equivalente do eixo d.

Em controle vetorial, essas componentes de torque e de campo da corrente de armadura são controladas independentemente, isto é, uma malha é utilizada para controlar a componente iq e outra para id.

## 3.2 Controle Vetorial e Enfraquecimento de Campo

Foi considerado que os ímãs permanentes estão localizados na superfície do rotor (máquinas de pólos lisos) e, consequentemente, os efeitos de saliência são desprezíveis. Também são desprezados os efeitos de saturação magnética.

Os ímãs são posicionados num ângulo  $\theta$ , relativo ao eixo magnético do enrolamento da fase **a** do estator, produzindo um pico de distribuição de fluxo magnético ( $\Psi_f$ ). O fasor espacial da corrente do estator *Is* pode ser decomposto em duas componentes *Isd* e *Isq* no sistema de dois eixos ortogonais fixos no rotor, eixos d-q. No controle vetorial, o eixo direto está sempre colinear com o fasor do fluxo magnético de rotor. A figura 3.3 representa o diagrama fasorial dos eixos direto e em quadratura.



Figura 3.3: Diagrama fasorial das componentes de eixo direto e em quadratura.

Abaixo da velocidade de base, a máquina é controlada para operar com a relação entre torque e corrente ótima. Nessa região de torque constante, a componente de campo da corrente de armadura id é controlada para ser nula. Portanto, a corrente da armadura tem apenas a componente de torque iq, controlada de acordo com o torque desejado. Nessa região, o motor poderá fornecer torque nominal a qualquer velocidade solicitada [18], [19] e [20]. A figura 3.4 mostra o diagrama fasorial em que a componente de eixo direto id é nula.



Figura 3.4: Diagrama fasorial Isd=0.

A partir da velocidade base, a relação torque/corrente ótima não é mais alcançada, ou seja, em velocidades acima da nominal, o aumento da fcem induzida no estator exige um aumento da tensão terminal, que é limitada pela tensão CC de entrada do inversor. Com o controle vetorial, pode-se reduzir a fcem induzida pelo enfraquecimento de campo para aumentar o intervalo de variação de velocidade na região de operação de potência constante.

Se a componente de corrente id é mantida nula na região de potência constante, com o aumento da velocidade a *fcem* também aumenta, fazendo iq decrescer rapidamente. Portanto, o intervalo de variação de velocidade acima da velocidade de base, será muita estreito. Faz-se, então, necessária uma estratégia diferente de controle das componentes da corrente de armadura id e iq para ampliar este intervalo de operação [21], [22].

A figura 3.5 mostra o diagrama fasorial para o controle vetorial com enfraquecimento de campo.



Figura 3.5: Diagrama fasorial Isd negativo com enfraquecimento de campo.

Quando a componente de corrente id é levada a valores negativos, ela produz fluxo que enfraquece o fluxo resultante do rotor.O fluxo produzido pela corrente id é também proporcional à indutância da máquina. Se a indutância é baixa, a corrente id deve ser muito elevada para gerar um fluxo que enfraqueça, consideravelmente, o fluxo concatenado. Para a corrente de estator não exceder o limite da corrente de acionamento do sistema, a corrente iq deve diminuir com o aumento de id, diminuindo, portanto, o torque desenvolvido.

Em outras palavras, na técnica de enfraquecimento de campo a variação da velocidade depende de parâmetros da máquina, isto é, a máxima velocidade é proporcional à indutância da máquina e, portanto, uma baixa indutância terá uma faixa de operação na região de potência constante estreita.

#### DEL-UFMS

## 3.3 Equacionamento do PMSM para Controle Vetorial

A análise das equações de tensão do PMSM ajudam na análise e entendimento do efeito das correntes *id* e *iq* no motor. Considerada a análise de operação da máquina, os limites de corrente e tensão definem o intervalo entre as regiões de operação de torque constante e potência constante. Esta análise permite revelar a melhor estratégia para controle da corrente *id* e *iq* e, desta forma, ampliar o intervalo de variação de velocidade na região de potência constante o tanto quanto for possível.

A figura 3.6 mostra o diagrama fasorial que representa as equações para as tensões vq e vd. O eixo d é alinhado com o fluxo magnético do rotor  $\phi_m$ .



Figura 3.6: Diagrama fasorial das variáveis dq da PMSM.

A equação para o circuito equivalente no eixo q e eixo d é apresentada, respectivamente, em 3.1 e 3.2:

$$v_q = P\omega_r Li_d + Ri_q + L \frac{d}{dt}i_q + P\omega_r\phi_m$$
(3.1)

$$v_d = Ri_d + L\frac{d}{dt}i_d + P\omega_r Li_q \tag{3.2}$$

Em que:

e~ - ~ força contra eletromotriz  $(\mathit{fcem})$  proporcional à  $\omega_r$  e  $\phi_m;$ 

 $\omega_r$  - velocidade do rotor;

P - número de pares de pólos;

L - indutância total  $(L_s + M)$ .

Sendo,

$$e = P\omega_r \phi_m$$

$$\omega_r = \frac{\omega_e}{P}$$
(3.3)

O torque eletromagnético é proporcional ao fluxo magnético  $\phi_m$  e a componente de torque em quadratura *iq*. O torque eletromagnético é dado na equação 3.4.

$$T_e = \frac{3}{2} P \phi_m i_q \tag{3.4}$$

A região de torque constante é definida onde a *fcem* é menor ou igual à máxima tensão de saída que pode ser fornecida pelo inversor e a tensão do *link* CC. A máxima velocidade, quando a *fcem* é exatamente igual a máxima tensão fornecida pelo inversor, é chamada velocidade base.

A idéia do controle vetorial do PMSM é descrita qualitativamente e facilmente entendida pela análise das equações 3.1, 3.2 e 3.4. Em regime permanente, a relação torque/corrente ótima é obtida mantendo-se id nulo e a componente de torque da corrente de armadura iq é controlada para fornecer torque desejado. Então, as equações 3.1, 3.2 e 3.4 tornam-se:

$$v_q = Ri_q + P\omega_r\phi_m \tag{3.5}$$

$$v_d = P\omega_r Li_q \tag{3.6}$$

$$T_e = \frac{3}{2} P \phi_m i_q \tag{3.7}$$

As tensões vd e vq são controladas para fornecer a componente iq da corrente do estator necessária para desenvolver o torque. Conforme a velocidade aumenta, a *fcem*, também, aumenta. Acima da velocidade base, a tensão na saída do inversor atinge seu valor máximo, iniciando a região de potência constante.

A estratégia de controle de id é que limita o intervalo desta região. Se id é mantida nula, com o aumento da velocidade a *fcem* aumentará, fazendo iq e id diminuirem rapidamente. Portanto, o intervalo de operação acima da velocidade base será estreito.

Na região de potência constante, o máximo torque desenvolvido diminui com o aumento da velocidade, ou seja, o torque nominal não poderá ser mais fornecido. A relação torque/corrente ótima não é mais obtida. Para opor-se ao efeito do fluxo constante fornecido pelos ímãs permanentes, id é controlada para ser negativa. Em regime permanente as equações de tensões da máquina e torque, respectivamente, 3.5, 3.6 e 3.7 tornam-se:

$$v_q = P\omega_r Li_d + Ri_q + P\omega_r \phi_m \tag{3.8}$$

$$v_d = Ri_d + P\omega_r Li_q \tag{3.9}$$
$$T_e = \frac{3}{2} P \phi_m i_q \tag{3.10}$$

Observa-se na equação 3.8, se id é negativa, então, a componente  $P\omega_r Li_d$  será oposta a tensão induzida  $P\omega_r\phi_m$  do ímã permanente. A equação 3.10 pode não apresentar uma mudança no torque desenvolvido com id diferente de zero. No entanto, essa equação não mostra que conforme id aumenta em valor absoluto, iq deve diminuir para manter o limite de corrente do estator, que por sua vez diminuirá o torque desenvolvido.

### **3.4** Considerações Finais

Abaixo da velocidade de base, o controle vetorial juntamente com a técnica de enfraquecimento de campo é bastante aceita. Porém, acima da velocidade de base essa forma de controle apresenta restrições, pois, o controle de velocidade nessa região depende de parâmetros da máquina como a indutância.

Para um PMSM com baixa indutância, a faixa de operação acima da velocidade de base é muito estreita e, com o aumento em módulo da componente  $i_d$ , a componente  $i_q$  e o torque desenvolvido diminuem. Desta forma, torna-se necessário estabelecer uma nova estratégia de controle de velocidade para a região de potência constante.

# Capítulo 4

# DMIC - Controle do Inversor de Modo Dual

## 4.1 Introdução

O Controle do Inversor de Modo Dual -  $DMIC^1$  é uma técnica de controle de velocidade que permite a operação do PMSM numa ampla faixa de velocidade na região de potência constante, ou seja, o sistema DMIC/PMSM pode desenvolver potência nominal acima da velocidade base sem exceder a corrente limite do inversor.

A principal função do DMIC é evitar a polarização direta dos diodos anti-paralelo, isto é, a regeneração via estes diodos, como será descrito nas seções seguintes.

 $<sup>^1</sup>DMIC$  Dual Mode Inverter Control

## 4.2 Operação e Funcionamento do DMIC

A configuração do conversor DMIC consiste de um Inversor de Tensão Convencional -  $VFI^{-2}$  conectado a um controlador de fase a tiristor. Desta forma, a máquina de ímã permanente é conectada aos terminais do controlador de fase e não, como no controle convencional, diretamente aos terminais do inversor. A Figura 4.1 apresenta a topologia do conversor DMIC.



Figura 4.1: Topologia do Conversor DMIC.

Em que,

 $V_{dc}$  - fonte de tensão CC;

- $Q_1, Q_2, ..., Q_6$  transistores de potência;
- $D_1, D_2, ..., D_6$  diodos de potência;

 $T_1, T_2, ..., T_6$  - tiristores de potência.

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> VFI Voltage Feed Inverter

São três os fatores que determinam a eficácia do acionamento do PMSM utilizando o DMIC, sendo dois em relação ao esquema de disparo das chaves do inversor e um relativo à topologia do mesmo [9].

O primeiro fator que garante a eficácia do DMIC é o **ângulo de avanço**, o qual leva a um adiantamento do ângulo de disparo das chaves do VFI. Este adiantamento permite que correntes sejam injetadas na máquina durante o tempo em que a *fcem* é menor que a tensão do *link-DC*. O segundo fator é o **ângulo de extinção** (*blanking angle*) que maximiza o processo de conversão eletromecânica de potência por aumentar o tempo em que os transistores permanecem ligados, acarretando o decréscimo da taxa de corrente na fase a ser desligada. Finalmente, o terceiro fator, o qual é relativo à topologia do DMIC, é a capacidade de bloqueio reverso dada pelos tiristores do controlador de fase, o que evita a polarização dos diodos anti-paralelo do VFI, eliminando a possibilidade de regeneração quando o modo motor é desejado.

A Figura 4.2 apresenta o esquema de disparo para as chaves do conversor no acionamento DMIC/PMSM. Nessa figura, são mostrados os sinais de disparo do gatilho para os chaves na fase **a**, isto é, para os transistores  $Q_1 \in Q_4$  e os tiristores  $T_1 \in T_4$ .



Figura 4.2: Esquema de disparo das chaves do conversor DMIC/PMSM.

Do ponto de vista de acionamento, uma das principais diferenças entre o BDCM e o PMSM é que: o primeiro opera no modo monofásico (cada fase conduz 120°) enquanto o segundo opera no modo trifásico (cada fase conduz 180°). Com o DMIC, o PMSM operará de dois modos diferentes: trifásico abaixo da velocidade base e hibrido (modo trifásico e monofásico) acima da velocidade base.

No esquema DMIC/BDCM, o ângulo de avanço  $\theta_a$  é medido em relação ao ponto de cruzamento entre o valor da tensão *fcem* de linha (fase-fase) e a tensão fornecida pela fonte DC (Vdc). O ângulo de condução inicia em 180° à velocidade base e, lentamente, diminui até 120° de tal modo que a operação monofásica é alcançada e a falha na comutação é evitada [9]. Este controle só é possível por causa do ângulo de extinção  $\theta_b$ .

A principal razão de se usar um intervalo de condução variável é para maximizar a conversão de potência eletromecânica acima da velocidade de base. A maximização é alcançada porque, durante o intervalo de comutação, a corrente na fase a ser desligada pode ser alta, mas diminuirá em amplitude, pois, a *fcem* é maior que a tensão do link-DC. Embora a corrente diminuia, ela contribui em grande parte para o desenvolvimento de torque motor (corrente e tensão têm o mesmo sinal).

Se o transistor é desligado, isto é,  $\theta_b = 60^\circ$ , a corrente da fase a ser desligada comutará para o diodo em anti-paralelo do transistor oposto, e a polaridade oposta da tensão do link-DC será aplicada à máquina. Esta comutação fará com que a diferença de tensão entre a *fcem* da máquina e a tensão do conversor seja maior e, portanto, a corrente diminuirá rapidamente. Se for permitido ao transistor conduzir por um período mais longo, isto é,  $\theta_b < 60^\circ$ , a mesma polaridade da tensão do link-DC será aplicada à máquina e, assim, a diferença da tensão entre a *fcem* da máquina e a tensão do conversor seja maior e, portanto, a corrente diminuirá lentamente. No entanto, é importante observar que em velocidades ligeiramente acima da velocidade base, o ângulo de extinção não seja muito pequeno, pois, nestas velocidades a *fcem* é pouco maior que a tensão Vdc e, se  $\theta_b$  é muito pequeno, poderá ocorrer falha na comutação, isto é, a corrente não será anulada e a comutação não acontecerá [9].

# 4.3 Equações Analíticas das Correntes e Tensões de Fase do Sistema PMSM/DMIC

O acionamento do PMSM através do DMIC pode ser explicado usando o modelo d-q do motor. As equações analíticas de correntes e tensões de fase foram obtidas em função dos parâmetros do sistema.

Acima da velocidade base, o DMIC aciona o PMSM de forma hibrida: operação trifásica que ocorre durante a comutação e, a monofásica que acontece após a comutação. O chaveamento muda a cada 60°, isto significa que a cada 60° há um período de comutação e um de pós-comutação. O inversor pode operar em 8 estados diferentes, sendo 6 nãonulos e 2 nulos. Nesta análise, serão considerados apenas os estados não-nulos do inversor. Devido à simetria, é necessário a análise de apenas um subintervalo de 60° e estender as expressões analíticas de correntes e tensões de fase para o ciclo completo [9].

#### 4.3.1 Equações das Correntes de Fase da Armadura

As expressões analíticas das correntes de fase serão obtidas para um único subintervalo de 60°. A Figura 4.3 apresenta o circuito equivalente do sistema DMIC/PMSM. Neste equacionamento será considerado que, no instante anterior ao subintervalo analisado as chaves  $Q_5$ ,  $T_5$ ,  $Q_6$  e  $T_6$  estão conduzindo, isto é, a máquina está operando no modo monofásico (bifásico) com as fases  $\mathbf{b} \in \mathbf{c}$ . A fase  $\mathbf{b}$  estava conectada ao terminal negativo do link-DC e, a fase  $\mathbf{c}$  estava conectada ao terminal positivo. No subintervalo analisado faz-se as seguintes considerações iniciais: a corrente na fase  $\mathbf{a}$  é nula, na fase  $\mathbf{b}$  é  $-I_o$ , na fase  $\mathbf{c} + I_o$  e, o instante inicial é ajustado para t = 0, ou seja,  $\theta = 0^\circ$ .



Figura 4.3: Circuito equivalente do sistema DMIC/PMSM.

No subintervalo a ser analisado a máquina deixa de operar nas fases  $\mathbf{c} \in \mathbf{b}$  e, passa a operar nas fases  $\mathbf{a} \in \mathbf{b}$ . Neste intervalo a fase  $\mathbf{c}$  da máquina é desconectada do inversor e a fase  $\mathbf{a}$  é conectada.

Inicialmente, quando t = 0 as chaves  $Q_1 \in T_1$  são habilitadas a conduzir, e a corrente da fase **c** começa a comutar para a fase **a**. Quando a corrente na fase **c** atinge o valor zero, o tiristor  $T_5$  bloqueia e a fase **c** é desligada da fonte, completando a comutação.

Durante o período de comutação, a máquina opera no modo trifásico. O período de comutação inicia quando  $\theta = 0^{\circ}$  e finaliza em  $\theta = \theta_c$ , sendo  $\theta_c$  o ângulo de comutação.

A Figura 4.4 apresenta o circuito equivalente do sistema DMIC/PMSM durante o período de comutação, com a fase **c** ainda conduzindo. Os elementos do circuito que estão operando durante a comutação são diferenciados na figura com linhas escuras.



Figura 4.4: Circuito equivalente do sistema DMIC/PMSM durante o intervalo de comutação.

No modelo de segunda ordem do PMSM apresentado na equação 2.12, isolando-se as derivadas das correntes  $i_a(t)$ ,  $i_c(t)$  e fazendo-se a seguinte mudança de variáveis  $t = \theta/n.\omega_b$ , obtém-se a equação 4.1.

$$d\begin{bmatrix}i_a(\theta)\\i_c(\theta)\end{bmatrix} = \frac{1}{n.\omega_b}\begin{bmatrix}-R/L & 0\\0 & -R/L\end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix}i_a(\theta)\\i_c(\theta)\end{bmatrix} + \frac{1}{3.n.\omega_b.L}\begin{bmatrix}2 & -1\\-1 & 2\end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix}v_{ab}(\theta) - e_{ab}(\theta)\\v_{cb}(\theta) - e_{cb}(\theta)\end{bmatrix}$$
(4.1)

Em que,

- $\omega_b$  é a velocidade base;
- n é a relação entre a velocidade do rotor  $\omega_r$  e a velocidade base  $\omega_b$ .

As chaves  $Q_1 \in T_1$  são habilitadas a conduzir  $\theta_a$  graus antes do cruzamento entre a *fcem* entre fases com a tensão Vdc. A forma de onda da *fcem*  $e_{ab}$  (*fcem* entre a fase **a** e a fase **b**) com relação à referência, apresentada na Figura 4.5, é ajustada para t = 0 no instante que  $Q_1 \in T_1$  são ligadas, ou seja,  $\theta = 0^\circ$ .



Figura 4.5: Forma de onda da *fcem* (fase-fase) em relação à referência.

Valendo-se da Figura 4.5 são obtidas as equações 4.2 e 4.3 das tensões da fcem  $e_{ab}$  e  $e_{cb}$ .

$$e_{ab} = \sqrt{6.n.E_b.\sin(\theta - \theta_d)} \tag{4.2}$$

$$e_{cb} = \sqrt{6.n.E_b.\sin(\theta - \theta_d + \frac{\pi}{3})}$$
(4.3)

As tensões aplicadas aos terminais da máquina  $v_{ab} \in v_{cb}$ , durante a comutação, são dadas na equação 4.4.

$$v_{ab} = v_{cb} = Vdc \tag{4.4}$$

É importante observar que para velocidades acima da velocidade de base  $\theta_b$  não diminua a valores muito pequenos. Pois, a essas velocidades a *fcem* é ligeiramente maior que a tensão  $V_{dc}$  e, se  $\theta_b$  for muito pequeno ocorrerá falha na comutação, isto é, a corrente não alcançará o valor nulo, portanto, não ocorrerá a comutação. Para o disparo das chaves é escolhida a opção dada na Figura 4.6, quando  $\theta_b = 20^\circ$ , o que é mais seguro do que  $\theta_b = 0^\circ$ .



Figura 4.6: Opção de Comutação  $\theta_b = 20^{\circ}$ .

### 4.3.2 Período de Comutação

Considerando o período de comutação compreendido no intervalo entre  $0 \le \theta \le \theta c$  e desprezando-se as resistências do circuito, o modelo de estado do circuito para esse período é obtido na equação 4.5.

$$d\begin{bmatrix} i_a(\theta)\\ i_c(\theta) \end{bmatrix} = \frac{1}{K_1} \begin{bmatrix} 2 & -1\\ -1 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} v_{ab}(\theta) - e_{ab}(\theta)\\ v_{cb}(\theta) - e_{cb}(\theta) \end{bmatrix}$$
(4.5)

Considerando os valores das condições iniciais e finais dados na equação 4.6 para as correntes no intervalo de comutação, a equação 4.5 pode ser resolvida e a expressão analítica para as correntes de fase durante o período de comutação é dada na equação 4.7.

$$I_{a}(0) = 0 I_{a}(\theta_{c}) = I_{1}$$

$$I_{b}(0) = -I_{0} I_{b}(\theta_{c}) = -I_{1} (4.6)$$

$$I_{c}(0) = I_{0} I_{c}(\theta_{c}) = 0$$

$$i_{a1}(\theta) = \frac{1}{K_1} \left[ V_{dc} \cdot \theta - K \cdot \sin(\theta - \theta_d - \frac{2 \cdot \pi}{3}) - K \cdot \sin(\theta_d + \frac{2 \cdot \pi}{3}) \right]$$

$$i_{b1}(\theta) = \frac{1}{K_1} \left[ 2 V_{dc} \theta - K \sin(\theta - \theta_d - \frac{2 \pi}{3}) - K \sin(\theta - \theta_d) - (4.7) \right]$$

$$- K.\sin(\theta_d + \frac{2.\pi}{3}) - K.\sin(\theta_d) - I_0$$

$$i_{c1}(\theta) = \frac{1}{K_1} \left[ V_{dc} \theta - K \sin(\theta - \theta_d) - K \sin(\theta_d) \right] + I_0$$

Em que, as constantes  $K \in K_1$  são dadas a seguir:

$$K = 3.\sqrt{2}.n.E_b$$
$$K_1 = 3.n.w_b.L$$

As correntes  $I_0 \in I_1$  são obtidas através da equação 4.8.

$$I_{0} = -\frac{1}{K_{1}} \cdot \left[ V_{dc} \cdot \theta_{c} - K \cdot \sin(\theta_{c} - \theta_{d}) - K \cdot \sin(\theta_{d}) \right]$$

$$I_{1} = \frac{1}{K_{1}} \cdot \left[ V_{dc} \cdot \theta_{c} - K \cdot \sin(\theta_{c} - \theta_{d} - \frac{2 \cdot \pi}{3}) - K \cdot \sin(\theta_{d} + \frac{2 \cdot \pi}{3}) \right]$$

$$(4.8)$$

Quando a comutação termina, a corrente na fase  $\mathbf{c}$  atinge o valor zero e o tiristor  $T_5$  é desligado. A partir deste ponto, o sistema opera no modo monofásico, isto é, apenas as fases  $\mathbf{a} \in \mathbf{b}$  estão conduzindo.

### 4.3.3 Período Pós-Comutação

O modelo de estado do circuito para o período pós-comutação é dado na equação 4.9.

$$d. \begin{bmatrix} i_a(\theta) \\ i_c(\theta) \end{bmatrix} = \frac{1}{K_4} \cdot \begin{bmatrix} v_{ab}(\theta) & - & e_{ab}(\theta) \\ v_{cb}(\theta) & - & e_{cb}(\theta) \end{bmatrix}$$
(4.9)

A Figura 4.7 mostra os elementos em operação para o intervalo  $\theta c < \theta \leq \pi/3$ , isto é, entre os instantes que a comutação termina e o final do intervalo de 60°.



Figura 4.7: Circuito equivalente para o sistema DMIC/PMSM no período pós-comutação.

Considerando os valores das condições iniciais e finais dados na equação 4.10 para as correntes no intervalo pós-comutação.

$$I_a(\theta_c) = I_1 \qquad I_a(\pi/3) = I_0$$

$$I_b(\theta_c) = -I_1 \qquad I_b(\pi/3) = -I_0 \qquad (4.10)$$

$$I_c(\theta_c) = 0 \qquad I_c(\pi/3) = 0$$

A equação 4.9 pode ser resolvida e, a expressão analítica para as correntes de fase durante o intervalo entre  $\theta_c$  e  $\pi/3$  é dada na equação 4.11.

$$i_{a2}(\theta) = \frac{1}{K_4} \cdot \left[ V_{dc} \cdot (\theta - \theta_c) - K_2 \cdot \sin(\theta - \theta_d - \frac{\pi}{2}) + \right]$$

$$+ K_2 \cdot \sin(\theta_c - \theta_d - \frac{\pi}{2}) \Big] + I_2$$

$$i_{b2}(\theta) = -\frac{1}{K_4} \left[ V_{dc} (\theta - \theta_c) - K_2 \sin(\theta - \theta_d - \frac{\pi}{2}) + (4.11) \right]$$

+ 
$$K_2 \cdot \sin(\theta_c - \theta_d - \frac{\pi}{2}) \bigg] - I_2$$

 $i_{c2}(\theta) = 0$ 

As equações 4.7, 4.8 e 4.11 descrevem completamente as correntes de fase no sub-intervalo analisado como função dos parâmetros do sistema e o ângulo de comutação  $\theta_c$ . O ângulo  $\theta_c$  é obtido através da equação 4.12. Esta é uma equação implícita de  $\theta_c$  e os parâmetros do sistema.

$$0 = \frac{\pi V_{dc}}{3.n.E_b} + \sqrt{2}.\sin(\theta_d - \frac{\pi}{3}) + \frac{V_{dc}.\theta_c}{3.n.E_b} - \sqrt{2}.\sin(\theta_c - \theta_d)$$
(4.12)

Portanto, as equações das correntes de fase não podem ser encontradas unicamente como função dos parâmetros do sistema. Uma aproximação da equação 4.12 pode ser obtida, mas causaria muitos erros nos resultados. Logo, através da equação 4.12 é encontrada a solução de  $\theta_c$ , e esse valor é usado para solucionar numericamente as equações 4.7, 4.8 e 4.11. Então, as equações das correntes de fase tornam-se funções exclusivas dos parâmetros do sistema.

A partir de um programa desenvolvido no MATLAB e considerando os parâmetros do sistema dados na Tabela 4.1, as formas de onda das correntes de fase  $i_a$ ,  $i_b$  e  $i_c$  são mostradas na Figura 4.8.

GRANDEZA	PARÂMETROS ADOTADOS
Tensão do <i>link</i> CC	$V_{dc} = 162  V$
PMSM:	
Potência	P = 42.9  Hp  (31, 98  W)
Velocidade base	$N_b = 2600  rpm  (260hz)$
Resistência do estator	$R_s = 0.0118$ $\Omega$
Indutância do estator	$L_s = 61.8  \mu H$
Indutância mútua do estator	$M = 11.8  \mu H$
Corrente de pico	$I_{pico} = 249$ A
Corrente rms	$I_{rms} = 176  A$
CARGA:	$T_L = k\omega_r^2$
Constante k (abaixo da velocidade)	$k = 1.58 * 10^{-3}$

Tabela 4.1: Parâmetros adotados do sistema.





Figura 4.8: Correntes de fase do sistema DMIC/PMSM operando a 5\*wb.

#### 4.3.4 Equações das Tensões de Fase da Armadura

Durante o período de comutação, pelo fato de cada fase ter um tiristor conduzindo, as tensões de fase da armadura do PMSM serão as tensões de fase na saída do VFI. As tensões aplicadas aos terminais da máquina durante este intervalo são dadas na equação 4.13.

$$v_{an} = \frac{V_{dc}}{3}$$
$$v_{bn} = -\frac{2.V_{dc}}{3}$$

(4.13)

$$v_{cn} = \frac{V_{dc}}{3}$$

Após a comutação, devido aos dois tiristores de uma das fases estarem desligados, as tensões de armadura do PMSM não têm o mesmo valor das tensões de fase na saída do VFI. Durante esse intervalo o sistema DMIC/PMSM está operando em duas fases.

Portanto, para esta operação, a equação 4.14 deverá ser resolvida para obter as expressões das tensões fase-neutro da armadura do PMSM. Estas equações são obtidas a partir do circuito apresentado na Figura 4.7.

$$v_{an} = L_s \cdot \frac{di_a}{dt} + e_{an}$$

$$v_{bn} = L_s \cdot \frac{di_b}{dt} + e_{bn}$$

$$v_{cn} = e_{cn}$$

$$(4.14)$$

Usando as expressões das correntes de fase dadas na equação 4.11 para resolver a equação 4.14, obtém-se as equações das tensões de fase da armadura dadas em 4.15.

$$v_{an} = \frac{V_{dc}}{2} - \frac{K_2}{2} \cos(\theta - \theta_d - \pi/2) + \sqrt{2} \cdot n \cdot E_b \cdot \sin(\theta - \theta_d - \pi/6)$$

$$v_{bn} = -\frac{V_{dc}}{2} - \frac{K_2}{2} \cos(\theta - \theta_d - \pi/2) + \sqrt{2} \cdot n \cdot E_b \cdot \sin(\theta - \theta_d - \pi/6)$$
(4.15)

$$v_{cn} = \sqrt{2}.n.E_b.\sin(\theta - \theta_d + \pi/2)$$

## 4.4 Equações d-q das Componentes de Corrente e Tensão da Armadura

As equações referentes ao modelo dq do PMSM foram usadas para explicar a capacidade do DMIC acionar o PMSM acima da velocidade de base, ou seja, mostra como o PMSM pode desenvolver potência nominal em altas velocidades sem exceder o limite de corrente [9].

As expressões de  $i_d$ ,  $i_q$ ,  $v_d$  e  $v_q$  são obtidas aplicando-se a transformação **abc-dq** nas equações de corrente e tensão de fase do PMSM.

#### 4.4.1 Equações d-q das Corrente da Armadura

As mesmas condições iniciais feitas para obter as expressões das correntes de fase, para o subintervalo de 60°, foram consideradas para obter as expressões das componentes da corrente de armadura **iq** e **id**. Os resultados obtidos foram permutados para o ciclo completo de 360°.

A equação 4.16 representa a transformação da corrente **abc** para **d-q**.

$$\begin{bmatrix} i_q \\ i_d \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \cdot \begin{bmatrix} \cos\theta & \cos(\theta - 2/3) & \cos(\theta + 2/3) \\ \sin\theta & \sin(\theta - 2/3) & \sin(\theta + 2/3) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix}$$
(4.16)

Dentro de cada subintervalo de 60°, a transformação dada na equação 4.16, é aplicada 2 vezes: no período de comutação e no pós-comutação.

Para o período de comutação, foram substituídas na equação 4.16 as equações 4.7 e 4.8. O resultado é apresentado na equação 4.17 que representa as equações das componentes  $i_{q1}$  e  $i_{d1}$  da corrente da armadura do PMSM. A corrente  $I_0$  foi apresentada na equação 4.8.

$$i_{q1} = \frac{2}{3} \cdot \left\{ \frac{1}{K_1} \cdot \left[ 3.V_{dc}.\theta \cdot \sin(\theta - \theta_d + \pi/6) - \sqrt{3}.K.\sin(\theta_d + 2.\pi/3).\sin(\theta - \theta_d) \right] \right\}$$

$$- \sqrt{3}.K.\sin(\theta_d).\sin(\theta - \theta_d + \pi/3) \Big] \Big\} + \frac{2.\sqrt{3}}{3}.I_0.\sin(\theta - \theta_d + \pi/3)$$

$$i_{d1} = \frac{2}{3} \cdot \left\{ \frac{1}{K_1} \cdot \left[ 3.V_{dc} \cdot \theta \cdot \sin(\theta - \theta_d - \pi/3) - \frac{3.K}{2} \right] \right\}$$

+ 
$$\sqrt{3}.K.\sin(\theta_d + 2.\pi/3).\sin(\theta - \theta_d + \pi/2) - \sqrt{3}.K.\sin(\theta_d).\sin(\theta - \theta_d - \pi/6)\Big]\Big\}$$

+ 
$$\frac{2.\sqrt{3}}{3}.I_0.\sin(\theta - \theta_d - \pi/6)$$
 (4.17)

Em que, as constantes  $K \in K_1$  são dadas a seguir:

$$K = 3.\sqrt{2}.n.E_b$$

$$K_1 = 3.n.w_b.L$$

 $n = w_r/w_b$  - relação entre a velocidade atual e a base.

Para o período pós-comutação foram substituídas na equação 4.16 as equações 4.11 e 4.8. O resultado é apresentado na equação 4.18, que são as expressões das componentes  $i_{q2}$  e  $i_{d2}$  da corrente da armadura do PMSM durante o período pós-comutação.

$$i_{q2} = \frac{2}{3} \Big\{ \frac{1}{K_4} \cdot \Big[ \sqrt{3} V_{dc} (\theta - \theta_c) \cdot \sin(\theta - \theta_d) + \frac{\sqrt{3} K_2}{2} \cdot \sin(2 (\theta - \theta_d)) \Big\} \Big\}$$

+ 
$$\sqrt{3}.K_2.\sin(\theta_c - \theta_d - \pi/2).\sin(\theta - \theta_d) \Big] \Big\}$$
 +  $\frac{2.\sqrt{3}}{3}.I_2.\sin(\theta - \theta_d)$ 

$$i_{d2} = \frac{2}{3} \left\{ \frac{1}{K_4} \cdot \left[ \sqrt{3} V_{dc} (\theta - \theta_c) . \sin(\theta - \theta_d - \pi/2) - \frac{\sqrt{3} K_2}{2} + \right] \right\}$$

+ 
$$\frac{\sqrt{3}K_2}{2}$$
.  $\sin(2(\theta - \theta_d) - \pi/2)$  +  $\sqrt{3}K_2$ .  $\sin(\theta_c - \theta_d - \pi/2)$ .  $\sin(\theta - \theta_d - \pi/2)$ ]

+ 
$$\frac{2.\sqrt{3}}{3}.I_2.\sin(\theta - \theta_d - \pi/2)$$
 (4.18)

Em que, as constantes  $K_2$  e  $K_4$  são dadas a seguir:

$$K_2 = \sqrt{6.n.E_b}$$

 $K_4 = 2.n.w_b.L$ 

A corrente  $I_2$  é definida na equação 4.19, dada a seguir.

$$I_{2} = I_{0} - \left\{ \frac{1}{K_{4}} \left[ V_{dc} \cdot (\pi/3 - \theta_{c}) - K_{2} \cdot \sin(\pi/3 - \theta_{d} - \pi/2) \right] \right\}$$

$$(4.19)$$

+ 
$$K_2 \cdot \sin(\theta_c - \theta_d - \pi/2) \bigg] \bigg\}$$

As equações 4.17 e 4.18 são as expressões analíticas das correntes **iq** e **id** para o subintervalo de 60°. A forma de onda das correntes **iq** e **id** se repetem a cada intervalo de 60°, são funções periódicas do tempo e, seu período é 6 vezes menor que o período da corrente fundamental trifásica, ou seja, a freqüência de **iq** e **id** é 6 vezes a freqüência da fundamental. A Figura 4.9 mostra o comportamento dessas correntes quando o PMSM é acionado pelo DMIC a uma velocidade 5 vezes a velocidade base.



Figura 4.9: Componentes  $i_q \in i_d$  a 5\*wb.

### 4.4.2 Considerações Finais

As equações das componentes de eixo d-q da corrente de armadura obtidas para os períodos de comutação e pós-comutação apresentadas, respectivamente, nas equações 4.8, 4.17, 4.18 e 4.19, para o acionamento do sistema DMIC/PMSM, formam as bases matemáticas do equacionamento para a análise das componentes harmônicas das correntes que acionam o PMSM.

Sendo a freqüência das componentes de corrente  $i_q \in i_d$  6 vezes a freqüência da fundamental e que o torque gerado é proporcional a essas componentes do eixo d-q, então, a freqüência do torque é pulsante e cerca de 6 vezes a freqüência da fundamental. Embora a freqüência da fundamental seja alta quando a máquina opera acima da velocidade base  $w_b$ , tal torque pulsante poderá ser facilmente filtrado pela inércia da máquina e da carga [17].

# Capítulo 5

# Equacionamento para Análise das Componentes Harmônicas das Correntes

## 5.1 Introdução

O acionamento do PMSM usando o DMIC numa ampla faixa de velocidade na região de potência constante não apresenta restrições quanto ao limite de corrente [9], porém o torque pulsante pode representar uma desvantagem. Para avaliar os efeitos deste torque, será feita uma análise da composição harmônica das correntes d-q de armadura da máquina. A teoria de Séries de Fourier aplicada às correntes que acionam o PMSM fornece o comportamento do torque pulsante.

Com a análise do conteúdo harmônico das correntes  $i_d \in i_q$  é possível observar como o torque pulsante se comporta com o aumento de velocidade acima da velocidade de base na região de potência constante.

Embora a Série de Fourier seja uma teoria amplamente conhecida, no apêndice  $\mathbf{A}$  há uma breve revisão da mesma para uma melhor compreensão do equacionamento que segue. Nos apêndices  $\mathbf{B} \in \mathbf{C}$  estão inseridos as resoluções das integrais apresentadas no texto.

# 5.2 Análise de Conteúdo Harmônico das Correntes de Fase

Devido as suas características, as correntes e as tensões nos terminais da PMSM devem ser divididas em diversos segmentos para o cálculo das constantes da Série de Fourier  $a_0$ ,  $a_m \in b_m$ .

Para a corrente de fase  $i_a$ , mostrada na Figura 5.1 os segmentos considerados são os relativos aos seguintes subintervalos:  $0 \le \theta \le \pi/3$ ,  $\pi/3 \le \theta \le 2\pi/3$  e  $2\pi/3 \le \theta \le \pi$ .



Figura 5.1: Correntes de fase do sistema DMIC/PMSM operando a 5\*wb.

Para o subintervalo entre  $0 \le \theta \le \pi/3$  as equações das correntes trifásicas  $i_a$ ,  $i_b$  e  $i_c$  nos períodos de comutação  $(i_{a1}, i_{b1}, i_{c1})$  e pós-comutação  $(i_{a2}, i_{b2} \in i_{c2})$  são apresentadas em 4.7 e 4.11.

Para o subintervalo entre  $\pi/3 \leq \theta \leq 2\pi/3$  adiciona-se um deslocamento de  $\pi/3$  nas equações das correntes  $i_a$ ,  $i_b \in i_c$ . Assim, para os períodos de comutação e pós-comutação obtem-se, respectivamente:  $(i_{a12}, i_{b12}, i_{c12}) \in (i_{a22}, i_{b22}, i_{c22})$ .

Para o subintervalo entre  $2\pi/3 \leq \theta \leq \pi$  adiciona-se um deslocamento de  $2\pi/3$  nas equações das correntes  $i_a$ ,  $i_b$  e  $i_c$ . Assim, para os períodos de comutação e pós-comutação obtem-se, respectivamente:  $(i_{a13}, i_{b13}, i_{c13})$  e  $(i_{a23}, i_{b23}, i_{c23})$ .

A expressão para a corrente  $i_a$ mostrada na Figura 4.8, é obtida a partir da equação 5.1.

$$i_a = \frac{a_0}{2} + \sum_{m=1,2,\dots}^{\infty} (R_{m(ia)} \cdot \sin(m \cdot w \cdot t + \emptyset_m))$$
(5.1)

A constante  $R_{m(ia)}$  na equação 5.1 é obtida de  $a_m$  e  $b_m$ , a partir da equação 7.4 e são dadas a seguir.

$$a_m = \sum_{i=1}^{6} a_{mi} = a_{m1} + a_{m2} + a_{m3} + a_{m4} + a_{m5} + a_{m6}$$

$$b_m = \sum_{i=1}^{6} b_{mi} = b_{m1} + b_{m2} + b_{m3} + b_{m4} + b_{m5} + b_{m6}$$

Substituindo as constantes  $a_m$  e  $b_m$ , para o cálculo de  $R_m$  em 5.1, a equação resultante para a corrente  $i_a$  é dada em 5.2.

$$i_a = \frac{a_0}{2} + \sum_{m=1}^{\infty} \left( \left( \sum_{i=1}^6 a_{mi} \right)^2 + \left( \sum_{i=1}^6 b_{mi} \right)^2 \right)^{1/2} \cdot \sin(m \cdot w \cdot t + \emptyset_m)$$
(5.2)

As constantes  $a_{mi}$  e  $b_{mi}$ , para a corrente  $i_a$ , são dadas a seguir:

$$a_{m1} = \frac{2}{\pi} \int_0^{\theta_c} i_{a1} \sin(m.\theta) \, d\theta \qquad \qquad b_{m1} = \frac{2}{\pi} \int_0^{\theta_c} i_{a1} \cos(m.\theta) \, d\theta$$

$$a_{m2} = \frac{2}{\pi} \int_{\theta_c}^{\pi/3} i_{a2} \sin(m.\theta) \, d\theta \qquad b_{m2} = \frac{2}{\pi} \int_{\theta_c}^{\pi/3} i_{a2} \cos(m.\theta) \, d\theta$$

$$a_{m3} = \frac{2}{\pi} \int_{\pi/3}^{\pi/3+\theta_c} (-i_{b11}.\sin(m.\theta) \ d\theta \qquad b_{m3} = \frac{2}{\pi} \int_{\pi/3}^{\pi/3+\theta_c} (-i_{b11}.\cos(m.\theta) \ d\theta$$

$$a_{m4} = \frac{2}{\pi} \int_{\pi/3+\theta_c}^{2\pi/3} (-i_{b21}.\sin(m.\theta) \, d\theta \qquad b_{m4} = \frac{2}{\pi} \int_{\pi/3+\theta_c}^{2\pi/3} (-i_{b21}.\cos(m.\theta) \, d\theta)$$

$$a_{m5} = \frac{2}{\pi} \int_{2\pi/3}^{2\pi/3+\theta_c} i_{c12} \sin(m.\theta) \, d\theta \qquad b_{m5} = \frac{2}{\pi} \int_{2\pi/3}^{2\pi/3+\theta_c} i_{c12} \cos(m.\theta) \, d\theta$$

$$a_{m6} = \frac{2}{\pi} \int_{2\pi/3+\theta_c}^{\pi} i_{c22.} \sin(m.\theta) \, d\theta \qquad b_{m6} = \frac{2}{\pi} \int_{2\pi/3+\theta_c}^{\pi} i_{c22.} \cos(m.\theta) \, d\theta$$

Fazendo a substituição das constantes dadas anteriormente na equação 5.2, a expressão da corrente  $i_a$ é dada através de 5.3.

$$i_a = \frac{a_0}{2} + \sum_{m=1}^{\infty} \left[ \left( -\frac{2}{\pi} \int_0^{\theta_c} i_{a1.} \sin(m.\theta) \, d\theta + \frac{2}{\pi} \int_{\theta_c}^{\pi/3} i_{a2.} \sin(m.\theta) \, d\theta + \right] \right]$$

+ 
$$\frac{2}{\pi} \int_{\pi/3}^{\pi/3+\theta_c} (-i_{b11}) . \sin(m.\theta) \, d\theta + \frac{2}{\pi} \int_{\pi/3+\theta_c}^{2\pi/3} (-i_{b21}) . \sin(m.\theta) \, d\theta$$

+ 
$$\frac{2}{\pi} \int_{2\pi/3}^{2\pi/3+\theta_c} i_{c12.} \sin(m.\theta) d\theta + \frac{2}{\pi} \int_{2\pi/3+\theta_c}^{\pi} i_{c22.} \sin(m.\theta) d\theta \Big)^2$$

+ 
$$\left(-\frac{2}{\pi}\int_{0}^{\theta_{c}}i_{a1}.\cos(m.\theta)\ d\theta\right)$$
 +  $\left(\frac{2}{\pi}\int_{\theta_{c}}^{\pi/3}i_{a2}.\cos(m.\theta)\ d\theta\right)$  (5.3)

+ 
$$\frac{2}{\pi} \int_{\pi/3}^{\pi/3+\theta_c} (-i_{b11}) \cdot \cos(m.\theta) \, d\theta + \frac{2}{\pi} \int_{\pi/3+\theta_c}^{2\pi/3} (-i_{b21}) \cdot \cos(m.\theta) \, d\theta$$

+ 
$$\frac{2}{\pi} \int_{2\pi/3}^{2\pi/3+\theta_c} i_{c12.}\cos(m.\theta) d\theta + \frac{2}{\pi} \int_{2\pi/3+\theta_c}^{\pi} i_{c22.}\cos(m.\theta) d\theta \Big)^2 \Big]^{1/2} *$$

\* .  $\sin(m.w.t + \emptyset_m)$ 

## **5.3** Expressões para as Correntes $i_q \in i_d$

Para obter a expressão para as componentes da corrente de armadura, componente do torque  $i_q$  e componente de campo  $i_d$ , mostradas na Figura 5.2, as correntes devem ser divididas em dois segmentos para o cálculo das constantes  $a_0$ ,  $a_m$ ,  $b_0$  e  $a_m$ .



Figura 5.2: Componentes  $i_q \in i_d$  a 5\*wb.

Os segmentos considerados, para as correntes  $i_q \in i_d$ , são relativos ao subintervalo  $0 \le \theta \le \pi/3$ . Durante o período de comutação  $(0 \le \theta \le \theta_c)$  são obtidas as constantes  $a_{m1q}$ ,  $b_{m1q}$ ,  $a_{m1d} \in b_{m1d}$ . Para o período de pós-comutação  $(\theta_c \le \theta \le \pi/3)$  são obtidas as constantes  $a_{m2q}$ ,  $b_{m2q}$ ,  $a_{m2d} \in b_{m2d}$ .

A expressão para as componentes da corrente de armadura do torque  $i_q$  e de campo  $i_d$ , mostradas na Figura 4.9, são obtidas, respectivamente, através da equação 5.4 e 5.5.

$$i_q = \frac{a_0}{2} + \sum_{m=1}^{\infty} \left( R_{m(iq)} \cdot \sin(m \cdot w \cdot t + \emptyset_m) \right)$$
 (5.4)

$$i_d = \frac{a_0}{2} + \sum_{m=1}^{\infty} \left( R_{m(id)} . \sin(m.w.t + \emptyset_m) \right)$$
 (5.5)

As constantes  $R_{m(iq)}$  e  $R_{m(id)}$  para as correntes  $i_q$  e  $i_d$  são obtidas no cálculo de  $a_{mq} = a_{m1q} + a_{m2q}$  e  $b_{mq} = b_{m1q} + b_{m2q}$  dadas nas equações 5.6 e,  $a_{md} = a_{m1d} + a_{m2d}$  e  $b_{md} = b_{m1d} + b_{m2d}$  dadas nas equações 5.7.

$$i_q = \frac{a_0}{2} + \sum_{m=1}^{\infty} \left[ (a_{m1q} + a_{m2q})^2 + (b_{m1q} + b_{m2q})^2 \right]^{1/2} \cdot \sin(m.w.t + \emptyset_m)$$
(5.6)

$$i_d = \frac{a_0}{2} + \sum_{m=1}^{\infty} \left[ (a_{m1d} + a_{m2d})^2 + (b_{m1d} + b_{m2d})^2 \right]^{1/2} \cdot \sin(m.w.t + \emptyset_m) \quad (5.7)$$

Em que,

$$a_{m1q} = \frac{6}{\pi} \int_0^{\theta_c} i_{q1} \sin(m.\theta) \, d\theta \qquad \qquad b_{m1q} = \frac{6}{\pi} \int_0^{\theta_c} i_{q1} \sin(m.\theta) \, d\theta$$
$$a_{m2q} = \frac{6}{\pi} \int_{\theta_c}^{\pi/3} i_{q2} \cos(m.\theta) \, d\theta \qquad \qquad b_{m2q} = \frac{6}{\pi} \int_{\theta_c}^{\pi/3} i_{q2} \cos(m.\theta) \, d\theta$$

$$a_{m1d} = \frac{6}{\pi} \int_0^{\theta_c} i_{d1} \sin(m.\theta) \, d\theta \qquad \qquad b_{m1d} = \frac{6}{\pi} \int_0^{\theta_c} i_{d1} \sin(m.\theta) \, d\theta$$

$$a_{m2d} = \frac{6}{\pi} \int_{\theta_c}^{\pi/3} i_{d2} \cos(m.\theta) \, d\theta \qquad b_{m2d} = \frac{6}{\pi} \int_{\theta_c}^{\pi/3} i_{d2} \cos(m.\theta) \, d\theta$$

Substituindo as constantes  $a_{m1q}$ ,  $a_{m2q}$ ,  $b_{m1q}$ ,  $b_{m2q}$  na equação 5.6 a corrente  $i_q$  do sistema PMSM/DMIC tem sua expressão dada na equação 5.8.

$$i_{q} = \frac{a_{0}}{2} + \sum_{m=1}^{\infty} \left[ \left( -\frac{6}{\pi} \int_{0}^{\theta_{c}} i_{q1} \sin(m.\theta) \ d\theta + \frac{6}{\pi} \int_{\theta_{c}}^{\pi/3} i_{q2} \sin(m.\theta) \ d\theta \right)^{2} \right]$$

+ 
$$\left(-\frac{6}{\pi}\int_{0}^{\theta_{c}}i_{q1}.\cos(m.\theta)\ d\theta + \frac{6}{\pi}\int_{\theta_{c}}^{\pi/3}i_{q2}.\cos(m.\theta)\ d\theta\right)^{2}$$
]\*

$$* . \sin(m.w.t + \emptyset_1) \tag{5.8}$$

Para a corrente  $i_d$ , sua equação dada em 5.9 é obtida substituindo-se as constantes  $a_{m1d}$ ,  $a_{m2d}$ ,  $b_{m1d}$ ,  $b_{m2d}$  em 5.7.

$$i_d = \frac{a_0}{2} + \sum_{m=1}^{\infty} \left[ \left( -\frac{6}{\pi} \int_0^{\theta_c} i_{d1} \sin(m.\theta) \ d\theta + \frac{6}{\pi} \int_{\theta_c}^{\pi/3} i_{d2} \sin(m.\theta) \ d\theta \right)^2 \right]$$

$$+ \left(-\frac{6}{\pi}\int_0^{\theta_c} i_{d1} \cos(m.\theta) \, d\theta + \frac{6}{\pi}\int_{\theta_c}^{\pi/3} i_{d2} \cos(m.\theta) \, d\theta\right)^2 \Big] *$$

\* 
$$.\sin(m.w.t + \emptyset_1)$$
 (5.9)

Em que,

 $i_{q1}$  e  $i_{q2}$  - são as correntes  $i_q$  para o período de comutação apresentada na equação 4.17 e para a pós-comutação apresentada na equação 4.18,

 $i_{d1}$  e  $i_{d2}$  - são as correntes  $i_d$  para o período de comutação apresentada na equação 4.17 e para a pós-comutação apresentada na equação em 4.18.

A componente fundamental para as correntes  $i_q \in i_d$ são obtidas, respectivamente, através das equações 5.10 e 5.11

$$i_{q1} = R_{q1} \sin(1.w.t + \emptyset_{q1})$$
 (5.10)

$$i_{d1} = R_{d1} \sin(1.w.t + \emptyset_{d1}) \tag{5.11}$$

### 5.4 Considerações Finais

As equações 5.8 e 5.9, obtidas através da teoria de Fourier, correspondem as expressões para as componentes **d-q** da corrente da armadura para o acionamento do PMSM. A equação 5.3 corresponde à expressão para a corrente trifásica  $i_a$ .

A resolução das integrais para  $i_q$ ,  $i_d \in i_a$  não geraram resultados simplificados e foi necessário escrever um programa no matlab para determinar a constante  $R_m$  para cada corrente citada. Foram usados os valores dados na Tabela 4.1 para gerar o programa.

O efeito pulsante do torque gerado será observado através da análise do conteúdo harmônico das correntes  $i_a$ ,  $i_q \in i_d$ .

# Capítulo 6

# Resultados

A partir das equações das componentes harmônicas das correntes  $i_q$ ,  $i_d$  e  $i_a$ , obtidas do Capítulo 5 como apresentada na equação 5.8, 5.9 e 5.3, foi criado um programa no Matlab, apresentado no Apêndice 7, para gerar o espectro harmônico de tais correntes. Isto permite fazer a análise qualitativa da evolução do torque pulsante nas diversas frequências à medida que a velocidade aumenta. Os parâmetros do sistema DMIC/PMSM utilizados para gerar o espectro harmônico das correntes são apresentados na Tabela 4.1. Basicamente, o programa desenvolvido no Matlab resolve as integrais das correntes dadas no Capítulo 5.

A Figura 6.1 mostra a forma de onda das correntes trifásicas  $i_a$ ,  $i_b$  e  $i_c$ . Dado que tais correntes são idênticas, a menos da defasagem de 120° entre elas, então o espectro harmônico das amplitudes são idênticos, portanto, serão apresentados os resultados apenas para a corrente  $i_a$ .



Figura 6.1: Correntes de fase do sistema DMIC/PMSM operando a 5\*wb.

Para a corrente  $i_a$  são mostrados nas Figuras 6.2, 6.3 e 6.4 a amplitude da componente fundamental, das harmônicas de quinta e sétima ordem, respectivamente, em função da variação da velocidade base (n\*wb).



Figura 6.2: Amplitude da Fundamental -  $i_a \ge n^* w_b$ .

Figura 6.3: Amplitude da 5<sup>*a*</sup> Harmônica -  $i_a \ge n^* w_b$ .

A amplitude da componente fundamental da corrente  $i_a$ , dada na Figura 6.2, é 203 A quando n = 1, 5 e tem valor máximo de 253 A para n = 4. Para a harmônica de quinta ordem mostrada na Figura 6.3, a amplitude é igual a 30 A quando n=1,5. À medida que a velocidade aumenta, também aumenta a amplitude da componente de 5° ordem, até n=8, quando ela atinge seu valor máximo, isto é, 62,2 A. Porém, para velocidades acima de  $4 * w_b$ , ela permanece em torno de 62 Ampéres. Nota-se, portanto, que a contribuição da 5° harmônica para o torque pulsante não aumenta para velocidades acima de  $4 * w_b$ .



Figura 6.4: Amplitude da 7ª Harmônica -  $i_a \ge \mathbf{n}^* w_b.$ 

A amplitude da harmônica de sétima ordem mostrada na Figura 6.4 da corrente  $i_a$  tem valor máximo igual a 17,1 A quando n=2 e, à medida que a velocidade aumenta, sua amplitude diminui. Portanto, a contribuição da sétima harmônica para o torque pulsante também diminui à medida que a velocidade aumenta. Nota-se que a amplitude das harmônicas, para a corrente  $i_a$ , diminui com o aumento da freqüência, sendo a harmônica de 5° ordem a que apresenta maior amplitude. Isto significa que o torque pulsante apresentado no sistema DMIC/PMSM poderá ser filtrado pela inércia da máquina/carga [9].

Como a equação 6.1 do torque da máquina pode ser diretamente obtida a partir das componentes de campo  $i_d$  e de torque  $i_q$  das correntes de armadura, Figura 6.5, tornando assim a análise qualitativa mais fácil utilizando o modelo dq da máquina, apresentar-se-á a seguir os espectros de tais componentes de corrente.

$$T_e = K.i_q.i_d \tag{6.1}$$



Figura 6.5: Componentes  $i_q \in i_d$  a 5\*wb.

A amplitude da componente fundamental, e das harmônicas de sexta (6<sup>a</sup>), décima segunda (12<sup>a</sup>) e décima oitava ordem (18<sup>a</sup>) para a corrente  $i_q$  são mostradas nas Figuras 6.6, 6.7, 6.8 e 6.9; e, para a corrente  $i_d$  são mostradas nas Figuras 6.10, 6.11, 6.12 e 6.13, respectivamente. Essas figuras mostram o espectro harmônico das correntes  $i_q$  e  $i_d$  para a velocidade variando de 1,5 a 10 vezes a velocidade base.



Figura 6.6: Amplitude da Fundamental -  $i_q \ge n^* w_b$ .

A amplitude da componente fundamental da corrente  $i_q$  mostrada na Figura 6.6, tem valor máximo igual a 362 A para n=1,5 e, sua amplitude diminui para velocidades superiores. Para n=10, a amplitude da fundamental é 64,5 Ampéres.



Figura 6.7: Amplitude da 6<sup>*a*</sup> Harmônica -  $i_q \ge n^* w_b$ .

Figura 6.8: Amplitude da 12<sup>*a*</sup> Harmônica -  $i_q \ge n^* w_b$ .

Para a harmônica de sexta ordem da corrente  $i_q$  mostrada na Figura 6.7, quando n=1,5 a amplitude da harmônica é igual 17,5 A. Para velocidades acima de 2 \*  $w_b$ , a amplitude da harmônica é próxima de 73 A, atingindo seu máximo valor igual a 74,4 A, quando n=8. Para a harmônica de décima segunda ordem mostrada na Figura 6.8 da corrente  $i_q$ , o perfil gráfico é semelhante ao apresentado na Figura 6.7, diferindo na magnitude das amplitudes das harmônicas. Quando n=1,5 a amplitude é 1,62 A e, com o aumento da velocidade, ocorre também aumento do valor da amplitude da corrente, atingindo seu valor máximo igual a 20,6 A, quando n=10. Portanto, as contribuições tanto da harmônica de sexta ordem quanto da de décima segunda ordem tendem a permanecerem constantes para velocidades acima de  $4*w_b$ , o que implica na ação mais efetiva da inércia do conjunto máquina/carga como filtro no torque pulsante oriundo dessas harmônicas.



Figura 6.9: Amplitude da 18<sup>*a*</sup> Harmônica -  $i_q \ge n^* w_b$ .

Para a harmônica de décima oitava ordem mostrada na Figura 6.9 da corrente  $i_q$ , o gráfico segue o mesmo perfil dado nas Figuras 6.6, 6.7 e 6.8, para as amplitudes harmônicas. Sendo o menor valor da amplitude harmônica igual 0,78 A para n=1,5. Com o aumento da velocidade, ocorre, também, o aumento da sua amplitude, tendendo a manter seu valor constante e igual a 6,9 A, a partir de n=10.

Para a corrente  $i_d$  quando n=1,5, a amplitude da componente fundamental mostrada na Figura 6.10 é 185,6 A. Com o aumento da velocidade sua amplitude tende a permanecer constante e em torno de 480 A a partir de n=4, com seu valor máximo igual a 489,47 A quando n=8.



Figura 6.10: Amplitude da Fundamental - id x  $n^*w_b$ .

Para a harmônica de sexta ordem mostrada na Figura 6.11 da corrente  $i_d$ , quando n=1,5, sua amplitude é 43,5 A e, atinge o máximo valor de 55,6 A quando n=2. Acima de  $2 * w_b$ , a amplitude da harmônica diminui, permanecendo com valor em torno de 50 A.



Figura 6.11:Figura 6.12:Amplitude da  $6^a$  Harmônica -  $i_d \ge n^* w_b$ .Amplitude da  $12^a$  Harmônica -  $i_d \ge n^* w_b$ .

Para a harmônica de décima segunda ordem da corrente  $i_d$  mostrada na Figura 6.12, o perfil gráfico é quase semelhante ao apresentado na Figura 6.11, diferindo na magnitude das amplitudes das harmônicas. Quando n=2 a amplitude da harmônica é 10,1 A e, com o aumento da velocidade, ocorre a diminuição da amplitude, tendendo a permanecer em torno de 5 Ampéres para velocidades superiores.



Figura 6.13: Amplitude da 18ª Harmônica -  $i_d \ge \mathbf{n}^* w_b.$
Para a harmônica de décima oitava ordem da corrente  $i_d$  apresentada na Figura 6.13, o gráfico segue o mesmo perfil dado nas Figuras anteriores, 6.10, 6.11 e 6.12, para as amplitudes harmônicas. Quando n=1,5 a amplitude da harmônica é 3,4 A e, com o aumento da velocidade, tende a permanecer constante e igual a 1,8 A.

Note que as componentes da corrente de armadura  $i_q \in i_d$  contêm a sexta harmônica e suas múltiplas. Isto significa que o torque pulsante aparecerá a 6\*j da freqüência fundamental, com j = 1, 2, 3, etc...

A amplitude das harmônicas diminui com o aumento da freqüência, sendo a sexta harmônica a que apresenta maior amplitude. Então, é possível usar uma expressão que descreva como obter a amplitude da i-ésima harmônica para as correntes  $i_q$  e  $i_d$ , como função dos parâmetros da máquina, do DMIC e da variação da velocidade. Portanto, usando essa expressão e conhecendo o modelo da máquina é possível determinar seu comportamento com relação à carga e à variação da velocidade e, observar a suavidade do torque gerado.

# Capítulo 7

# Conclusões e Sugestões para Trabalhos Futuros

Neste trabalho, se consideradas limitações como a ausência de um modelo completo PMSM/DMIC/carga, são dados os primeiros passos na direção de se obter o completo entendimento do comportamento do torque pulsante no PMSM quando acionado pelo esquema DMIC.

Os modelos da máquina nos eixos *abc* estacionário e dq síncrono foram revisados, e o funcionamento do PMSM acionado pelo DMIC foi minunciosamente descrito. A partir dos circuitos equivalentes, as equações analíticas das correntes trifásicas foram obtidas. A aplicação da transformada *abc-dq* permitiu a obtenção das equações analíticas das correntes  $i_q$  e  $i_d$  na referência síncrona. A análise de Fourier de tais correntes originou os seus espectros harmônicos em função da velocidade, informação fundamental para a análise do torque pulsante da máquina.

Os resultados analíticos das correntes  $i_q$  e  $i_d$  fornecem uma substanciosa percepção da origem do torque pulsante. Em controle vetorial padrão com enfraquecimento de campo, no eixo de referência girante síncrono, as correntes são mantidas puramente contínuas, resultando em torque constante. No entanto, com o uso do esquema DMIC, estas correntes têm um forte conteúdo harmônico, resultando em torque pulsante.

Cita-se como sugestões para trabalhos futuros:

- a modelagem de um sistema completo envolvendo PMSM/DMIC/Carga para obtenção do torque pulsante e de seus efeitos na velocidade.
- o equacionamento do torque incluindo as equações analíticas das correntes  $i_d$  e  $i_q$  na sua forma de Série de Fourier.
- e avaliação do torque pulsante na transição da região de torque constante para a região de potência constante, ou seja, nas imediações da velocidade de base.

## Apêndice

#### Apêndice A: Teoria Séries de Fourier

Sendo  $v_o(t)$  uma função periódica no tempo, como é a tensão de saída de um conversor de potência, segundo a Série de Fourier, a mesma pode ser escrita como um somatório de termos senoidais como mostra a equação 7.1 [23].

$$v_o(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{m=1}^{\infty} (a_m \cdot \cos(m \cdot w \cdot t) + b_m \sin(m \cdot w \cdot t))$$
 (7.1)

Em que, os termos constantes  $a_0$ ,  $a_m$  e  $b_m$  são obtidos a partir das expressões dadas em 7.2 e, o índice **m** representa a ordem da harmônica.

$$a_0 = \frac{2}{T} \int_0^T v_o(t) \, dt = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} v_o(w.t) \, d(w.t)$$

$$a_m = \frac{2}{T} \int_0^T v_o(t) \cos(m.w.t) \, dt = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} v_o(w.t) \cos(m.w.t) \, d(w.t) \quad (7.2)$$

$$b_m = \frac{2}{T} \int_0^T v_o(t) . \sin(m.w.t) dt = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} v_o(w.t) . \sin(m.w.t) d(w.t)$$

A equação 7.1 é reescrita como apresentado em 7.3.

$$v_o(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{m=1,2,\dots}^{\infty} (R_m . \sin(m.w.t + \emptyset_m))$$
 (7.3)

As constantes  $R_m$  e o ângulo  $\emptyset_m$  são obtidas através das equações 7.4 e 7.5, respectivamente.

$$R_m = (a_m^2 + b_m^2)^{1/2} (7.4)$$

$$\emptyset_m = \arctan(\frac{a_m}{b_m}) \tag{7.5}$$

# Apêndice B: Resolução das Integrais para $i_q$

$$i_q = \frac{a_0}{2} + \sum_{m=1}^{\infty} \left[ \left( -\frac{6}{\pi} \int_0^{\theta_c} i_{q1} \sin(m.\theta) \ d\theta + \frac{6}{\pi} \int_{\theta_c}^{\pi/3} i_{q2} \sin(m.\theta) \ d\theta \right)^2 \right]$$

$$+ \left( \frac{6}{\pi} \int_0^{\theta_c} i_{q1} \cos(m.\theta) \, d\theta + \frac{6}{\pi} \int_{\theta_c}^{\pi/3} i_{q2} \cos(m.\theta) \, d\theta \right)^2 \Big] *$$

\* .  $\sin(m.w.t + \emptyset_1)$ 

$$i_{q1} = \frac{2}{3} \cdot \left\{ \frac{1}{K_1} \cdot \left[ 3.V_{dc} \cdot \theta \cdot \sin(\theta - \theta_d + \frac{\pi}{6}) - \sqrt{3}.K.\sin(\theta_d + \frac{2.\pi}{3}) \cdot \sin(\theta - \theta_d) \right] \right\}$$

$$- \sqrt{3}.K.\sin(\theta_d).\sin(\theta - \theta_d + \frac{\pi}{3})\Big]\Big\} + \frac{2.\sqrt{3}}{3}.I_0.\sin(\theta - \theta_d + \frac{\pi}{3})\Big]\Big\}$$

$$i_{q2} = \frac{2}{3} \left\{ \frac{1}{K_4} \cdot \left[ \sqrt{3} V_{dc} (\theta - \theta_c) \sin(\theta - \theta_d) + \frac{\sqrt{3} K_2}{2} \sin(2 (\theta - \theta_d)) \right] \right\}$$

+ 
$$\sqrt{3}.K_2.\sin(\theta_c - \theta_d - \frac{\pi}{2}).\sin(\theta - \theta_d)\Big]\Big\}$$
 +  $\frac{2.\sqrt{3}}{3}.I_2.\sin(\theta - \theta_d)$ 

$$am_1 = -\frac{6}{\pi} \int_0^{\theta_c} i_{q1} . \sin(m.\theta) \ d\theta$$

$$am_1 = -\frac{6}{\pi} \int_0^{\theta_c} \left[ \frac{2.V_{dc}}{3.K_1} \cdot \theta \cdot \sin(\theta - \theta_d + \frac{\pi}{6}) - \frac{2.\sqrt{3}.K}{3.K_1} \cdot \sin(\theta_d + \frac{2.\pi}{3}) \cdot \sin(\theta - \theta_d) - \frac{2.\sqrt{3}}{3.K_1} \cdot \frac{1}{3.K_1} \cdot \frac{1$$

$$- \frac{2.\sqrt{3}.K}{3.K_1} \cdot \sin(\theta_d) \cdot \sin(\theta - \theta_d + \frac{\pi}{3}) + \frac{2.\sqrt{3}.I_0}{3} \cdot \sin(\theta - \theta_d + \frac{\pi}{3}) \Big] *$$

\*.  $\sin(m.\theta) d\theta$ 

$$A1 + A11 = \frac{6}{\pi} \cdot \int_0^{\theta_c} \left[\frac{2.V_{dc}}{3.K_1}\right] \theta \cdot \sin(\theta - \theta_d + \frac{\pi}{6}) \cdot \sin(m.\theta) \ d\theta$$

$$B1 + B11 = \frac{6}{\pi} \cdot \int_0^{\theta_c} \left[ -\frac{2.\sqrt{3}.K}{3.K_1} \cdot \sin(\theta_d + \frac{2.\pi}{3}) \right] \cdot \sin(\theta - \theta_d) \cdot \sin(m.\theta) \, d\theta$$

$$C1 + C11 = \frac{6}{\pi} \cdot \int_0^{\theta_c} \left[ -\frac{2\sqrt{3}K}{3K_1} \cdot \sin(\theta_d) \right] \cdot \sin(\theta - \theta_d + \frac{\pi}{3}) \cdot \sin(m.\theta) \, d\theta$$

$$D1 + D11 = \frac{6}{\pi} \cdot \int_0^{\theta_c} \left[\frac{2\sqrt{3}I_0}{3}\right] \cdot \sin(\theta - \theta_d + \frac{\pi}{3}) \cdot \sin(m.\theta) \ d\theta$$

 $am_1 = A1 + A11 + B1 + B11 + C1 + C11 + D1 + D11$ 

Considera-se as seguintes substituições:

$$\begin{split} K &= 3 * \sqrt{2} * n * Eb & K1 &= 3 * n * wb * L \\ K2 &= \sqrt{6} * n * Eb & K4 &= 2 * n * wb * L \\ phi &= td + 2\pi/3 & beta &= td + \pi/2 \\ psi &= td + \pi & gama &= td + \pi/3 \\ delta &= td + 5\pi/6 & alpha &= \pi/3 + thec \end{split}$$

Em que,

$$A1 = (Vdc/K1) * [-1/(m+1) * (thec - 0) * (sin(thec * (m+1) - td + \pi/6)) - sin(0 * (m+1) - td + \pi/6)) - 1/(m+1)^2 * (cos(thec * (m+1) - td + \pi/6)) - cos(0 * (m+1) - td + \pi/6))]$$

 $Se \quad m \quad = \quad 1$ 

A11 = 
$$(Vdc/(2 * K1)) * (thec^2) * (\cos(-td + \pi/6))$$

$$A11 = (Vdc/K1) * [(1/(1-m)) * (thec - 0) * (sin(thec * (1-m) - td + \pi/6)) - sin(0 * (1-m) - td + \pi/6)) + (1/(1-m)^2) * (cos(thec * (1-m) - td + \pi/6)) - cos(0 * (1-m) - td + \pi/6))]$$

$$B1 = -(\sqrt{3} * K/(3 * K1)) * \sin(phi) * [-1/(m+1) * (\sin(thec * (m+1) - td)) - \sin(0 * (m+1) - td))]$$

$$B11 = -(\sqrt{3} * K/(3 * K1)) * \sin(phi) * (thec - 0) * (\cos(-td))$$

Senão,

$$B11 = -(\sqrt{3} * K/(3 * K1)) * \sin(phi) * [1/(1-m) * (\sin(thec * (1-m) - td)) - \sin(0 * (1-m) - td))]$$

$$C1 = -(\sqrt{3} * K/(3 * K1)) * \sin(td) * [-1/(m+1) * (\sin(thec * (m+1) - td + \pi/3)) - \sin(0 * (m+1) - td + \pi/3))]$$

 $Se \ m = 1$ 

$$C11 = -(\sqrt{3} * K/(3 * K1)) * \sin(td) * (thec - 0) * (\cos(-td + \pi/3));$$

$$C11 = -(\sqrt{3} * K/(3 * K1)) * \sin(td) * [1/(1 - m) * (\sin(thec * (1 - m) - td + \pi/3))$$
$$- \sin(0 * (1 - m) - td + \pi/3))]$$
$$D1 = (\sqrt{3}/3) * I0 * [-1/(m + 1) * (\sin(thec * (m + 1) - td + \pi/3))$$
$$- \sin(0 * (m + 1) - td + \pi/3))]$$

$$D11 = (\sqrt{3}/3) * I0 * (thec - 0) * (\cos(-td + \pi/3))$$

$$D11 = (\sqrt{3}/3) * I0 * [1/(1-m) * (\sin(thec * (1-m) - td + \pi/3)) - \sin(0 * (1-m) - td + \pi/3))]$$

$$am_2 = -\frac{6}{\pi} \int_{\theta_c}^{\pi/3} i_{q2} \cdot \sin(m.\theta) \ d\theta$$

$$am_2 = -\frac{6}{\pi} \int_0^{\theta_c} \left[ \frac{2 \cdot \sqrt{3} \cdot V_{dc}}{K_4} \cdot \theta \cdot \sin(\theta - \theta_d) - \frac{2 \cdot \sqrt{3} \cdot V_{dc} \cdot \theta_c}{K_4} \cdot \sin(\theta - \theta_d) + \right]$$

+ 
$$\frac{\sqrt{3}.K_2}{3.K_4}$$
.  $\sin(2.(\theta - \theta_d))$  +  $\frac{2.\sqrt{3}.K_2}{3.K_4} \cdot \sin(\theta_c - \theta_d - \frac{\pi}{2})$ .  $\sin(\theta - \theta_d)$  +

$$\frac{2.\sqrt{3}.I_2}{3}.\sin(\theta-\theta_d)\right]\cdot\sin(m.\theta)\ d\theta$$

$$A3 + A33 = \frac{6}{\pi} \cdot \int_{\theta_c}^{\pi/3} \left[\frac{2.\sqrt{3}.V_{dc}}{K_4}\right] \theta \cdot \sin(\theta - \theta_d) \cdot \sin(m.\theta) \ d\theta$$

$$B3 + B33 = \frac{6}{\pi} \cdot \int_{\theta_c}^{\pi/3} \left[ -\frac{2 \cdot \sqrt{3} \cdot V_{dc}}{K_4} \cdot \theta_c \right] \cdot \sin(\theta - \theta_d) \cdot \sin(m \cdot \theta) \, d\theta$$

$$C3 + C33 = \frac{6}{\pi} \cdot \int_{\theta_c}^{\pi/3} \left[\frac{\sqrt{3}.K_2}{3.K_4}\right] \cdot \sin(2.(\theta - \theta_d)) \cdot \sin(m.\theta) \ d\theta$$

$$D3 + D33 = \frac{6}{\pi} \cdot \int_{\theta_c}^{\pi/3} \left[ \frac{2 \cdot \sqrt{3} \cdot K_2}{3 \cdot K_4} \cdot \sin(\theta_c - \theta_d - \frac{\pi}{2}) \right] \cdot \sin(\theta - \theta_d) \cdot \sin(m \cdot \theta) \, d\theta$$

$$E3 + E33 = \frac{6}{\pi} \cdot \int_{\theta_c}^{\pi/3} \left[\frac{2\sqrt{3} \cdot I_2}{3}\right] \cdot \sin(\theta - \theta_d) \cdot \sin(m \cdot \theta) \ d\theta$$

$$am_2 = A3 + A33 + B3 + B33 + C3 + C33 + D3 + D33$$
  
+ E3 + E33

$$A3 = (\sqrt{3} * Vdc/(3 * K4)) * [-1/(m+1) * (\pi/3 - thec) * (\sin((\pi/3) * (m+1) - td)) - \sin(thec * (m+1) - td)) - 1/(m+1)^2 * (\cos((\pi/3) * (m+1) - beta)) - \cos(thec * (m+1) - beta))]$$

$$A33 = (\sqrt{3} * Vdc/(2 * 3 * K4)) * ((\pi/3)^2 - thec^2) * (\cos(-td))$$

Senão,

$$A33 = (\sqrt{3} * Vdc/(3 * K4)) * [(1/(1-m)) * (\pi/3 - thec) * (\sin((\pi/3) * (1-m) - td) - \sin(thec * (1-m) - td)) + (1/(1-m)^2) * (\cos((pi/3) * (1-m) - td) - \cos(thec * (1-m) - td))]$$

$$B3 = -(\sqrt{3} * Vdc * thec/(3 * K4)) * [-1/(m+1) * (\sin((\pi/3) * (m+1) - td)) - \sin(thec * (m+1) - td))]$$

Se m = 1

B33 = 
$$-(\sqrt{3} * Vdc * thec/(3 * K4)) * (\pi/3 - thec) * (\cos(-td));$$

Senão,

$$B33 = -(\sqrt{3} * Vdc * thec/(3 * K4)) * [(1/(1-m)) * (\sin((\pi/3) * (1-m) - td)) - \sin(thec * (1-m) - td))]$$

$$C3 = (\sqrt{3} * K2/(2 * 3 * K4)) * [-1/(m+2) * (\sin((\pi/3) * (m+2) - 2 * td)) - \sin(thec * (m+2) - 2 * td))]$$

Se m = 2

$$C33 = (\sqrt{3} * K2/(2 * 3 * K4)) * (\pi/3 - thec) * (\cos(-2 * td))$$

Senão,

$$C33 = (\sqrt{3} * K2/(2 * 3 * K4)) * [1/(2 - m) * (\sin((\pi/3) * (2 - m) - 2 * td)) - \sin(thec * (2 - m) - 2 * td))]$$

$$D3 = (\sqrt{3} * K2/(3 * K4)) * \sin(thec - beta) * [-1/(m+1) * (\sin((\pi/3) * (m+1) - td)) - \sin(thec * (m+1) - td))]$$

 $Se \ m = 1$ 

$$D33 = (\sqrt{3} * K2/(3 * K4)) * \sin(thec - beta) * (\pi/3 - thec) * (\cos(-td))$$

$$D33 = (\sqrt{3} * K2/(3 * K4)) * \sin(thec - beta) * [1/(1 - m) * (\sin((\pi/3) * (1 - m) - td)) - \sin(thec * (1 - m) - td))]$$

$$E3 = (\sqrt{3} * I2/3) * [-1/(m+1) * (\sin((\pi/3) * (m+1) - td)) - \sin(thec * (m+1) - td))]$$

E33 = 
$$(\sqrt{3} * I2/3) * (\pi/3 - thec) * (\cos(-td))$$

$$E33 = (\sqrt{3} * I2/3) * [1/(1-m) * (\sin((\pi/3) * (1-m) - td)) - \sin(thec * (1-m) - td))]$$

# Apêndice C: Código do Matlab para o cálculo da constante Rm para a corrente $i_q$

n=input('Entre com valor da velocidade <math display="inline">n='); m=input('Entre com ordem da harmonica<math display="inline">m=');

theta = sym('theta');

 $\label{eq:constraint} \begin{array}{l} tc = (0:0.001: pi/3); \ L = 50e-6; \ Eb = 74.2/sqrt(2); \ wb = 2*pi*260; \ Vdc = 162; \ td = 36.55*pi/180-asin(Vdc/(sqrt(6)*n*Eb)); \end{array}$ 

$$f=pi*Vdc/(3*n*Eb)+sqrt(2)*sin(td-pi/3)+(Vdc/(3*n*Eb))*tc-sqrt(2)*sin(tc-td); f1=abs(f); j1=find(f1==min(f1)); thec=tc(j1);$$

$$\begin{split} &K = 3 * \sqrt{2} * n * Eb \\ &K1 = 3 * n * wb * L \\ &K2 = \sqrt{6} * n * Eb \\ &K4 = 2 * n * wb * L \\ φ = td + 2\pi/3 \\ β = td + \pi/2 \\ ψ = td + \pi \\ &gama = td + \pi/3 \\ δ = td + 5\pi/6 \\ α = \pi/3 + thec \\ &I0 = - (1/K1)^* (Vdc^* thec - K^* sin(thec - td) - K^* sin(td)); \\ &II = (1/K1)^* (Vdc^* thec - K^* sin(thec - phi) - K^* sin(thd)); \\ &II = (1/K1)^* (Vdc^* theta - K^* sin(theta - phi) - K^* sin(thd)); \\ &ia = (1/K1)^* (Vdc^* theta - K^* sin(theta - phi) - K^* sin(td)) + I0; \\ &ib I = - (ia I + ic I); \\ &iq I = (2/3)^* [cos(theta - phi) cos(theta - phi - 2^* pi/3) cos(theta - td)]^* [ia I; ib I; ic I]; \\ &ia 2 = (1/K4)^* (Vdc^* (theta - thec) - K2^* sin(theta - beta) + K2^* sin(thec - beta)) + I2; \\ &ib 2 = - ia 2; \\ ⁣ 2 = 0; \\ &iq 2 = (2/3)^* [cos(theta - phi) cos(theta - phi - 2^* pi/3) cos(theta - td)]^* [ia 2; ib 2; ic 2]; \\ \end{aligned}$$

$$\begin{split} &\text{am1} = (6/\text{pi})^* \text{int}(\text{iq1}^* \text{sin}(\text{m}^* \text{theta}), \, 0, \, \text{thec}); \\ &\text{bm1} = (6/\text{pi})^* \text{int}(\text{iq1}^* \text{cos}(\text{m}^* \text{theta}), \, 0, \, \text{thec}); \\ &\text{am2} = (6/\text{pi})^* \text{int}(\text{iq2}^* \text{sin}(\text{m}^* \text{theta}), \, \text{thec}, \, \text{pi}/3); \\ &\text{bm2} = (6/\text{pi})^* \text{int}(\text{iq2}^* \text{cos}(\text{m}^* \text{theta}), \, \text{thec}, \, \text{pi}/3); \\ &\text{am} = \text{am1} + \text{am2}; \\ &\text{bm} = \text{bm1} + \text{bm2}; \\ &\text{Rm} = \sqrt{am^2 + bm^2} \\ &\text{iq} = \text{Rm}^* \text{sin}(\text{m}^* \text{theta}); \\ &\text{- FIM DO CÓDIGO -} \end{split}$$

### **Referências Bibliográficas**

- [1] B. K. Bose. *Power Electronics and Variable Frequency Drives*. New York, 1996.
- [2] B. H. Kenny, R. H. Jansen, A. S. Nagorny, and N. V. Dravid. Design aspects of a high speed permanent magnet synchronous motor/generator for flywheel applications. Juny - 2005.
- [3] J. Czucha, A. Kamonciak, K. Karwowski, and M. Mizan. Permanent magnet motor controller for an electric vehicle with separate wheel drives. pages 199–204, 2003.
- [4] D. Naunin. Electric vehicles. IEEE/ASME Transactions on Industrial Electronics, 1996.
- [5] L. A. Pecorelli. Aspecto tecnológico do sistema de propulsão de veículos elétricos. Universidade Estadual do Rio de Janeiro - UERJ, 04 2004.
- [6] J. Lindström, J. Luomi, and J. Hellsing. Permanent magnet motor for a hybrid electric vehicle. 1998.
- [7] S. Sakai, H. Sado, and Y. Hori. Motion control in an electric vehicle with four independently driven in-wheel motors. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 4(1), 1999.
- [8] M. Terashima, T. Ashikaga, T. Mizuno, K. Natori, N. Fujiwara, and M. Yada. Novel motors and controllers for high performance electric vehicle with four in-wheel motors. *IEEE/ASME Transactions on Industrial Electronics*, 44(1), 1997.
- [9] J. O. P. Pinto. Analysis of Extended Constant Power Speed Range of the PMSM Driven by DMIC. PhD thesis, University of Tennesse, Knoxville, 2000.
- [10] T. J. E. Miller. Bushless Permanent Magnet and Reluctance Motor Drives, 1993.
- [11] J. R. Monteiro. Estratégias de Acionamento e Controle em Máquinas CA de Îmã Permanente com Fluxo não Senoidal. 2002.
- [12] P. Pillay and R. Krishnan. Modeling, Simulation and Analysis of Permanent Magnet Motor Drives, Part II:. *IEEE Transactions on Industry Applications*, pages "274– 279.
- [13] Nasar et.al. Permanent Magnet, Reluctance and Self Syncrhonous Motors, 1993.

- [14] T. M. Jahns. Variable Frequency Permanent Magnet AC Machine Drives, chapter 6 Power electronics and Variable Frequency Drives. 1997.
- [15] P. W. Lee and C. Pollock. Rotor Position Detection Techniques for Brushless PM and Reluctance Motor Drives. *IEEE-IAS Annual Meeting Rec.*, pages 448–455.
- [16] R. Wu and G. R. Slemon. A Permanent Magnet Motor Control without a Shaft Sensor. *IEEE-IAS Annual Meeting Rec.*, pages 553–558.
- [17] J. S. Lawler, J. M. Bailey, and J. W. Mckeever. Extending Constant Power Speed Range of the Brushless DC Motor through Dual Mode Inverter Control. ORNL, 1999.
- [18] M. Bodson, J. Chiasson, and L. Tolbert. A Complete Characterizations of Torque Maximization for Permanent Magnet non-Salient Synchronous Motor. *IEEE- American Controls Conference*, 2001.
- [19] Y. Sozer and D. A. Torrey. Adaptive Flux Weakening Control of Permanent Magnet Synchronous Motor. *IEEE-IAS Annual Meeting Rec.*, pages 475–482.
- [20] L. Werner. Control of Electrical Drives. Springer-Verlag and Berlin, 1996.
- [21] D. W. Novotny and T. A. Lipo. Vector Control and Dynamics of AC Drives. Oxford University Press - New York, 1996.
- [22] L. Xu, L. Ye, L. Zhen, and A. El-Antably. A New Design Concept of Permanent Magnet Machine for Flux Weakening Operation. *IEEE Transactions on Industry Applications*, pages 373–378.
- [23] Muhammed H. Rashid. *Power Electronics: Circuits, Devices and Applications.* Pearson Prentice Hall, international edition, 2004.

## Bibliografia Consultada

- P. C. Krause, O. Wasynczuk e S. D. Sudhoff. Analysis of Electric Machinery. McGraw-Hill - New York. 1986.
- [2] J. M. Bailey e B. B. Lawler. Five Phase Trapezoidal Back-Emf PM Synchronous Machines and Drives. Proc. European Power Electron. Conference. 1991.
- [3] J. Bonal. Variable Speed Electric Drives. Prométhée Schneider Electric. Vol 1.
- [4] H. W. Beaty e J. L. Kirtley. *Electric Motor Handbook*. McGraw-Hill Handbooks.
- [5] D. Naunin. *Elektrishe Strassenfahrzeuge*. Expert Verlag and Renningen-Malmsheim. 1994.
- [6] M. Zordan, P. Vas and M. Rashed, S. Bolognani e M. Zigliotto. Field Weakening in Vector Controlled and DTC PMSM Drives, a Comparative Analysis. IEEE Transactions on Industrial Power Electronics. 2000.
- [7] S. Morimoto, Y. Takeda e T. Hirasa. Flux Weakening Control Method for Surface Permanent Synchronous Motors. Proc. IPEC-Tokyo. 1990.
- [8] B. Sneyers, D. W. Novotny e T. A. Lipo. Field Weakening in Buried Permanent Magnet AC Motors Drives. IEEE Transactions on Industry Applications. Volume 21, n° 2, páginas 398 a 407. 1985.
- C. S. Cambier e J.F.Lutz. Brushless DC Using Phase Timing Advancement. US Patent 5677605. 1997.
- [10] R. Krishnan. Control and Operation of PMSM Motor Drives in the Field Weakening Region. IEEE-IAS Annual Meeting Rec., 1993.
- [11] A. D. P. Kinniment e A. Jack. An Integrated Circuit Controller for Brushless DC Drives. Proc. European Power Electron. Conference. Volume 4. 1991.