UNIVERSIDADE FEDERAL DE MATO GROSSO DO SUL
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA
MESTRADO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

MODELAGEM E SIMULAÇÃO DE TRANSFORMADORES, SOB CONDIÇÕES TRANSITÓRIAS, LEVANDO EM CONSIDERAÇÃO OS EFEITOS DE SATURAÇÃO E HISTERESE DO NÚCLEO FERROMAGNÉTICO

RODRIGO LEÃO DE ABREU

Campo Grande

Setembro – 2011

RODRIGO LEÃO DE ABREU

MODELAGEM E SIMULAÇÃO DE TRANSFORMADORES, SOB CONDIÇÕES TRANSITÓRIAS, LEVANDO EM CONSIDERAÇÃO OS EFEITOS DE SATURAÇÃO E HISTERESE DO NÚCLEO FERROMAGNÉTICO

Dissertação submetida à Universidade Federal de Mato Grosso do Sul como parte dos requisitos para a obtenção do grau de Mestre em Engenharia Elétrica

Campo Grande

Setembro – 2011

MODELAGEM E SIMULAÇÃO DE TRANSFORMADORES, SOB CONDIÇÕES TRANSITÓRIAS, LEVANDO EM CONSIDERAÇÃO OS EFEITOS DE SATURAÇÃO E HISTERESE DO NÚCLEO FERROMAGNÉTICO

'Esta Dissertação foi julgada adequada para obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica, Área de Concentração em Planejamento de Sistemas Elétricos e aprovada em sua forma final pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Mato Grosso do Sul.'

Prof. Paulo Irineu Koltermann, Dr.
Orientador

Profª. Luciana Cambraia Leite, Dra.
Coordenadora do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica

Banca Examinadora:

Prof. Paulo Irineu Koltermann, Dr.
Presidente

Prof. Valmir Machado Pereira, Dr. .

Prof. Jéferson Meneguin Ortega, Dr.

Prof. Marcelo Grafulha Vanti, Dr.

DEDICATÓRIA

A minha mãe, Maria Silene Leão.

AGRADECIMENTOS

A minha mãe pelo incentivo e força que me deu durante todos os anos da minha vida para que eu pudesse estudar sem ter outras preocupações.

Ao meu orientador Prof. Dr. Paulo Irineu Koltermann, pela força, incentivo, paciência e pela contribuição de seus conhecimentos.

.

RESUMO

Sistemas elétricos de potência estão sujeitos a vários tipos de perturbações como faltas, operações de rotina como desenergização de linhas, ou mesmo sua conexão ou desconexão, chaveamento para introduzir ou retirar cargas indutivas ou capacitivas, todas as quais resultam em transitórios elétricos. Neste trabalho são efetuadas simulações de transitórios tendo como elemento de referência o transformador, como parte do sistema elétrico. Nesse sentido, é apresentado um modelo de simulação de indutância não linear histerética, considerando os efeitos da saturação e perda no núcleo, através do uso da relutividade diferencial. Os comportamentos dos modelos foram analisados em estudos de energização de circuito elétrico e magnético. Para avaliação da influência da modelagem do transformador em transitórios de sistemas elétricos, foi utilizado o software ATPDraw™, estabelecendo diversas condições de operação, envolvendo chaveamento e curto-circuitos, com e sem saturação do material magnético. Todos os estudos transitórios levam a modelagem a representações por equações matriciais diferenciais não lineares. Tais equações podem ser resolvidas pelo método de integração numérica de Runge Kutta, obtendo o comportamento dinâmico dos circuitos, considerando as suas não linearidades e constantes de tempo.

Palavras-chave: Sistemas Elétricos, Modelos matemáticos de saturação do ferro, transitórios eletromagnéticos.

ABSTRACT

Electrical power systems are subjected to many types of disturbances like system faults or routine operations such as line de-energization, opening of disconnects, and switching of inductive or capacitive loads all of which results in electrical transient. This paper presents transient simulations considering transformer the main object of study, making part of the electric system. Therefore, it presents a simulation model of hysteretic nonlinear inductance, accounting the saturation effects and core losses, by the use of differential relutivity. Analyses have been made in energizing electric and magnetic systems. For the influence of the transformer model in electric system transient studies, the software ATPDraw™ was used, considering several case scenarios such as switching and short circuit with and without magnetic saturation. The overall transient study brings those modeling to a non linear matrix differential equation. These equations can be solved using the Runge Kutta method, showing the dynamic behavior of the circuits, with its nonlinearities and time constants.

Key-words: Electric systems, Mathematical models of magnetic saturation., Electromagnetic transient.

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 – Ilustração de constante de tempo. 23
Figura 2.2 – Circuitos RC e RL. 24
Figura 2.3 – Circuito RC sem fonte. 27
Figura 2.4 - Gráfico do fator de decaimento de tensão no circuito RC sem fonte em função do tempo. 28
Figura 2.5 - Circuito RL sem fonte. 29
Figura 2.6 - Gráfico do fator de decaimento da corrente em função do tempo no circuito RL sem fonte. 29
Figura 2.7 Circuitos RLC em série e em paralelo. 31
Figura 2.8 – Comparação de repostas sobreamortecida, criticamente amortecida e subamortecida. 36
Figura 3.1 – Curva de magnetização sem histerese – equação de Langevin. 41
Figura 3.2 – Curva B x H mostrando suas componentes (B x H_{AN} e B x H_H). 43
Figura 3.3 - Campo dado por $H=\nu B+H_I$. 43
Figura 4.1 – Vistas esquemáticas de transformadores de (a) núcleo envolvido e (b) núcleo envolvente. 46
Figura 4.2 – Circuito magnético simples. 47
Figura 4.3 – Fenômenos de excitação. (a) Tensão, fluxo e corrente de excitação; (b) laço de histerese correspondente. 48
Figura 4.4 – Volts-ampères eficazes de excitação por quilograma a 60 Hz para o aço elétrico de grão orientado do tipo M-5 de 0,012 polegadas de espessura. (Armco Inc.). 49
Figura 4.5 – Laço de histerese; a perda por histerese é proporcional a área do laço (sombreado). 51
Figura 4.6 – Perdas no núcleo a 60 Hz em watts por quilograma para o aço elétrico de grão orientado do tipo M-5 de 0,012 polegadas de espessura. (Armco Inc.). 52
Figura 4.7 – Transformador com secundário aberto. 53
Figura 4.8 – Diagrama fasorial sem carga. 55
Figura 4.9 – Transformador ideal com carga. 56

Figura 4.10 – Três circuitos que são idênticos nos terminais ab quando o transformador é ideal. 58
Figura 4.11 – Vista esquemática dos fluxos mútuo e disperso de um transformador. 59
Figura 4.12 – Passos do desenvolvimento do circuito equivalente do transformador. 60
Figura 4.13 - Diagrama do circuito do transformador com o modelo de relutividade diferencial. 63
Figura 4.14 – Tensão, Fluxo e corrente durante o processo de energização. Transformador energizado no ponto zero da onda de tensão. 66
Figura 4.15 – Descrição da formação da corrente transitória de energização considerando as características da curva de magnetização do núcleo. 68
Figura 4.16 – Circuito RL série. 69
Figura 4.17 – (a) Componente de corrente alternada (superior) (b) componente de corrente contínua (inferior). 72
Figura 4.18 – Sistema com duas barras e curto-circuito na linha de transmissão. 73
Figura 5.1 - Circuito RLC série. 77
Figura 5.2 – Característica B-H do material magnético. 78
Figura 5.3 – Algoritmo de Cálculo. 78
Figura 5.4 - Curva da corrente versus tempo (a) sem histerese (b) com histerese. 80
Figura 5.5 - Gráfico da Indutância em função do tempo (a) sem histerese (b) com histerese. 80
Figura 5.6 - Simulação da corrente transitória sob condições de energização em 45º. 81
Figura 5.7 - Simulação da corrente transitória sob condições de energização em 84º. 81
Figura 5.8 – Parâmetros Acoplados R-L. 84
Figura 5.9 – Representação do Trafo de 2 Enrolamentos Saturável. 84
Figura 5.10 - Diagrama de impedância da rede, em pu, com 100 MVA de base. 85
Figura 5.11 - Diagrama de fluxo do circuito, todos os fluxos estão em MW e MVAr. 86
Figura 5.12 – Exemplo de parametrização da linha de transmissão situada entre as barras 8 e 9 no ATPDraw™. 87
Figura 5.13 – Exemplo de parametrização da carga A no ATPDraw™. 89
Figura 5.14 – Dados do transformador conectado entre a barra 2 e a barra 7. 91
Figura 5.15 – Modelo da curva de histerese para o transformador no ATPDraw™. 91
Figura 5.16 – Modelo completo do circuito para simulação de transitórios no ATPDraw™ sem considerar os efeitos de saturação no núcleo. 92

Figura 5.17 - Modelo completo do circuito para simulação de transitórios no ATPDraw™ quando se consideram os efeitos de saturação no núcleo. 93
Figura 5.18 - Modelo o curto-circuito bifásico no ATPDraw™. 94
Figura 5.19 - Comportamento da tensão no primário do transformador ligado a carga B durante o curto-circuito bifásico sem considerar os efeitos de saturação do núcleo dos transformadores. 95
Figura 5.20 - Comportamento da tensão no primário do transformador ligado a carga B durante o curto-circuito bifásico considerando os efeitos de saturação do núcleo dos transformadores. 95
Figura 5.21 - Comportamento da tensão no secundário do transformador ligado a carga B durante o curto-circuito bifásico sem considerar os efeitos de saturação do núcleo dos transformadores. 96
Figura 5.22 - Comportamento da tensão no secundário do transformador ligado a carga B durante o curto-circuito bifásico considerando os efeitos de saturação do núcleo dos transformadores. 96
Figura 5.23 - Modelo do curto-circuito trifásico no ATPDraw™. 97
Figura 5.24 - Comportamento da tensão no primário do transformador ligado a carga B durante o curto-circuito trifásico sem considerar os efeitos de saturação do núcleo dos transformadores. 97
Figura 5.25 - Comportamento da tensão no primário do transformador ligado a carga B durante o curto-circuito trifásico considerando os efeitos de saturação do núcleo dos transformadores. 98
Figura 5.26 - Comportamento da tensão no secundário do transformador ligado a carga B durante o curto-circuito trifásico sem considerar os efeitos de saturação do núcleo dos transformadores. 98
Figura 5.27 - Comportamento da tensão no secundário do transformador ligado a carga B durante o curto-circuito trifásico considerando os efeitos de saturação do núcleo dos transformadores. 99

SUMÁRIO

A tabela de conteúdo está vazia porque nenhum dos estilos de parágrafo selecionados no Inspetor de Documento está sendo usado no documento.

CAPÍTULO 1 - INTRODUÇÃO

1.1 Contextualização

Os transitórios no sistema são fenômenos que devem ser considerados na hora do dimensionamento da proteção de um sistema elétrico pois eles submetem a condições que podem levar os equipamentos elétricos a operarem com a capacidade muito acima das suas nominais. O sistema opera na maioria do tempo em regime permanente, entretanto, esses pequenos espaços de tempo onde pode ocorrer um fenômeno transitório ocasionando muitos prejuízos para todos que dependem do sistema elétrico em questão, o qual deve ser projetado para suportar a piores condições possíveis.

A atual demanda por níveis satisfatórios de qualidade na operação dos sistemas de energia tem levado ao uso crescente de equipamentos condicionadores de energia à base de eletrônica de potência, tais como compensadores estáticos, cicloconversores, retificadores e inversores. Embora impliquem em ganhos de produtividade, tais equipamentos injetam no sistema de transmissão correntes não senoidais, que dão origem a correntes e tensões harmônicas, cujo valor em regime permanente é mantido em níveis reduzidos através de procedimentos, tais como a instalação de filtros. Entretanto, durante a ocorrência de defeitos, principalmente aqueles de natureza desequilibrada, as referidas componentes chegam a atingir valores bastante elevados.

Com efeito, tem-se que a ocorrência de surtos ou situações transitórias é frequentemente observada sobre o Sistema Elétrico de Potência (SEP), podendo provocar o funcionamento anormal do mesmo, em virtude de algum tipo de falta ou por manobras de equipamentos conectados à rede. Estas condições de operação são indesejáveis e podem oferecer riscos aos usuários e equipamentos conectados ao SEP. Para evitar maiores danos ao sistema e aos consumidores, fica evidente a importância de se detectar no menor tempo possível o início de um distúrbio, bem como determinar o correto ajuste dos dispositivos de proteção que irão amenizar o efeito, e deixar o sistema apto a retornar à condição normal de operação (COURY *et al*, 2007).

Empresas do setor elétrico vêm sofrendo prejuízos com casos de avarias em transformadores causadas por transitórios elétricos. No diagnóstico de tais avarias, a excitação de componentes de alta freqüência no interior do transformador nem sempre é adotada como causa provável. O desconhecimento da questão e a falta de modelos que possam ser estudados e aplicados na investigação do problema, ou até mesmo pela complexidade de se estabelecer correlações entre causas e efeitos, são as razões de não associar um evento à excitação de componentes de alta freqüência do transformador. A excitação de freqüências de ressonância provoca conseqüências que vão desde o estresse de dielétricos até a ocorrência de acidentes críticos, provocando prejuízos econômicos (perda e/ou dano do equipamento, perda de faturamento de energia, multas etc.), diminuição da segurança humana, ambiental e patrimonial e, por último, prejuízos aos consumidores.

O uso generalizado do transformador tem um reflexo econômico significativo na sociedade. A ocorrência de falha nestes equipamentos acarreta em prejuízos que vão além da perda material do equipamento. A retirada de operação de transformadores de potência, por exemplo, implica em conseqüências operacionais desastrosas, dependendo da extensão da falha, com diminuição da capacidade de transmissão de energia e perda de confiabilidade.

Os estudos de transitórios eletromagnéticos necessitam de uma representação apropriada dos transformadores para amplas faixas de frequência, garantindo confiabilidade dos resultados de simulação. Tais estudos além de auxiliar no dimensionamento dos transformadores, colaboram no monitoramento e diagnóstico de falhas internas. Análises de surtos transferidos e de sobretensões ressonantes ao longo dos enrolamentos são exemplos de estudos transitórios envolvendo transformadores. Além disso, fornecem informações importantes para proprietários e, principalmente, concessionárias, que contabilizam seu faturamento sobre o montante de energia que é entregue ao cliente, uma vez que transitórios eletromagnéticos estão entre as principais causas de falhas em transformadores. Tais dados permitirão que a proteção dos transformadores seja devidamente dimensionada, levando em conta o efeito destas ondas transitórias. Os fabricantes de transformadores também podem extrair dados de grande relevância destes estudos, pois possibilitam que os equipamentos sejam adequadamente dimensionados para as solicitações reais, às quais as máquinas serão submetidas e que muitas vezes divergem das ondas normalizadas.

Dessa maneira, para cumprir adequadamente a sua função de regulação de tensão, os transformadores devem ter critérios cada vez mais avançados de projeto e construção, visando conciliar custos e principalmente segurança operativa.

1.2 Justificativa

Os critérios de confiabilidade e continuidade do fornecimento de energia elétrica, explicitados nos procedimentos de rede do Operador Nacional do Sistema Elétrico, têm sido objeto de grande atenção, e essa ênfase aumenta no atual cenário, com a sedimentação do novo modelo do setor elétrico. No sentido de lograr maior êxito, muito se tem investido em estudos e desenvolvimento de técnicas para melhorar a qualidade do serviço público de energia elétrica.

Nos últimos anos, devido ao aumento de interligações, o sistema elétrico de potência brasileiro tornou-se mais sensível a perturbações ocorridas em quaisquer pontos do sistema. Conseqüentemente, como os transformadores são muito solicitados durantes estes distúrbios, tem sido relatado um maior número de ocorrências de falhas dielétricas nesses equipamentos.

O uso generalizado do transformador tem um reflexo econômico significativo na sociedade. A ocorrência de falhas nestes equipamentos acarreta em prejuízos que vão além da perda material do equipamento. A retirada de operação de transformadores de potência, por exemplo, implica em conseqüências operacionais e, dependendo da extensão da falha, com diminuição da capacidade de transmissão de energia.

Uma das típicas características dos transformadores de potência é a ocorrência de correntes transitórias, originadas pela energização dos seus enrolamentos. No entanto, certos tipos de manobras operacionais nestes equipamentos podem causar o aparecimento de correntes diferenciadas. Estas correntes por sua vez, originam, indesejavelmente, a atuação inadequada dos relés de proteção das subestações.

A corrente de energização ou "*inrush*" de transformadores pode causar um outro tipo de transitório, que é o aparecimento de harmônicas pares de corrente (principalmente a 2ª e a 4ª). A razão disso é a assimetria de meia onda que ocorre durante a magnetização assimétrica do núcleo. O magnetismo residual faz com que o laço de histerese se inicie levando à saturação desigual dos semiciclos positivos e negativos. Depois de alguns ciclos o laço se torna simétrico e o transformador passa a operar da forma esperada. A assimetria pode ocorrer também pela presença de componente CC ou corrente média diferente de zero imposta, por exemplo, pelo chaveamento inadequado de conversores (DECKMANN, 2010).

1.3 Objetivos do Trabalho

1.3.1 Objetivo Geral

Desenvolver um estudo e modelagem de sistema elétrico, com ênfase nos transformadores, descrevendo as características de magnetização dos mesmos, considerando os efeitos da saturação e histerese, mediante a presença de perturbações provocadas por energização e por curto circuitos.

1.3.2 Objetivos Específicos

Esta dissertação visa alcançar os seguintes objetivos específicos:

- Contribuir para um melhor entendimento da influência da não linearidade em transitórios nos sistemas elétricos;
- Apresentar a teoria de funcionamento e os fenômenos físicos associados ao processo de energização de transformadores;
- Desenvolver modelagem matemática de estudos transitórios;
- Estudar os fenômenos físicos envolvidos nos transitórios de curtos-circuitos do Sistema Elétrico;
- Apresentar modelos teóricos de construção das curvas de magnetização;

- Contribuir para o Estado de Mato Grosso do Sul, na formação de massa crítica na área de proteção de sistemas elétricos.
- Apresentar e aplicar as potencialidades presentes no aplicativo computacional ATPDraw™;

1.4 Revisão de Literatura

Vários pesquisadores desenvolveram modelos matemáticos para simulação em softwares capazes de analisar o comportamento transitório durante a energização de transformadores, cada um utilizando uma metodologia diferente e softwares adequados a cada finalidade desejada.

Neto et al, 2003. Apresentou o resultado de medições realizadas em dois consumidores do alimentador de distribuição de Cruz Alta/RS, objetivando diagnosticar os problemas relativos a inúmeras queimas de pára-raios de óxido de zinco (ZNO) instalados ao longo do sistema, principalmente nos transformadores que atendem os pivôs de irrigação. Em ambos os pontos registrou-se severas sobretensões durante condições desequilibradas, quando os testes em campo mostraram que o fenômeno de ferrorressonância era o responsável pelas avarias dos pára-raios, excedendo o limite de suportabilidade na condição de sobre tensão sustentada.

Fernandes Júnior, 2004. Desenvolveu um modelo adequado de transformadores de potencial capacitivos para aplicação em sistemas de energia elétrica que contemple a estimação de seus parâmetros lineares e que seja validado por medições de resposta em freqüência e de sobretensões. Foram realizados estudos de transitórios eletromagnéticos que envolveram simulações de análise de sensibilidade no domínio do tempo para os circuitos destinados a supressão de ferroressonância e a proteção contra sobretensões. O trabalho consistiu na implementação de uma rotina baseada no método de Newton para o cálculo dos parâmetros lineares validados por medições de resposta em freqüência de amplitude e fase da relação de tensão do TPC, além da validação do modelo por comparações entre os resultados das simulações digitais e de medições em laboratório de sobretensões transitórias, como o ensaio de ferroressonância. Os resultados das simulações revelaram que o CSF e o circuito de proteção são eficientes no amortecimento de tensões transitórias que podem aparecer nos terminais secundários do TPC.

Zanetta Jr, 2006. Apresentou uma implementação computacional da rotina “Vector Fitting”, para ajuste das funções de transferência correspondentes aos ensaios, e também uma implementação de um aplicativo computacional, com interface amigável e de fácil utilização, para gerenciamento das tarefas necessárias à obtenção do modelo de transformadores em altas frequências para simulação no ATPDraw. Um dos recursos mais importantes do aplicativo desenvolvido foi o modelamento de bancos de transformadores a partir de ensaios de trafos monofásicos, para qualquer tipo de ligação, permitindo inclusive acesso ao neutro no caso de ligação em estrela.

Figueiredo & Leite, 2007. Apresentou uma discussão detalhada sobre as curvas de histerese obtidas no caso do mais simples sistema magnético, o modelo de Ising. As curvas de histerese foram construídas através de estados estáveis e metaestáveis do sistema. A estabilidade de cada estado foi determinada pela energia livre de Gibbs do sistema para cada valor de temperatura e campo magnético externo. Também discutiu-se o procedimento necessário para a determinação de curvas de histerese através do método de Monte Carlo, de forma a manter o sistema em seus estados metaestáveis durante as simulações.

Czernorucki, 2007. Apresentou uma formulação simples para o cálculo dos elementos básicos do modelo teórico de transformadores, tais como o ramo de magnetização e impedâncias de curto-circuito, a partir da geometria do núcleo e das bobinas da parte ativa. Construiu-se modelos, onde estes elementos são inseridos, possibilitando que o transformador construído seja estudado focando seu comportamento quando submetido a sobretensões com frente de onda lenta. Os resultados obtidos foram praticamente coincidentes às simulações realizadas no ATPDraw. Uma das contribuições que este trabalho ofereceu foi a possibilidade de identificar erros numéricos que ocorrem em simulações do ATPDraw, bem como permitir a interpretação de resultados que apresentem oscilações numéricas.

Fernandes & Lima, 2008. Apresentaram um método de ajuste vetorial proposto por Gustavsen e Semlyen, em sua implementação mais recente denominada de *Matrix Fitting*. Em seguida mostraram a aplicação desse método na síntese de funções racionais aproximadas para a modelagem de transformadores de potência a partir de medições em campo, a serem utilizados em estudos de transitórios eletromagnéticos em altas freqüências. Aspectos importantes no processo de síntese da resposta em freqüência por funções racionais, como precisão e estabilidade numérica foram abordados. Apresentaram ainda duas formas distintas de representação do modelo computacional obtido em programas tipo EMTP

(*Electromagnetic Transients Program*), com ênfase ao programa ATPDraw (*Alternative Transients Program*).

Costa *et al*, 2009. Apresentou o estado atual do processo de estudos elétricos de energização de transformadores de potência, realizados pela área de operação da Chesf, que é resultado da melhoria contínua dos estudos pré-operacionais de regime permanente e de transitórios eletromagnéticos. Nos estudos de transitórios eletromagnéticos, regime permanente e curto-circuito para analisar a viabilidade da energização em vazio de transformadores e autotransformadores de potência, com tensão acima de 138kV, a Operação da Chesf observou que os maiores impactos causados por essas manobras são sobretensões fase-terra, correntes de inrush com baixo amortecimento, que chegaram a provocar desligamento de transformadores ligados ao barramento da manobra, com sobretensões sustentadas devidas ao aparecimento de ferrorressonância na CT de 69kV em delta dos transformadores energizados, bem como elevadas correntes nos bancos de capacitores shunts e risco de desligamento de compensadores estáticos.

Nascimento et al, 2009. Apresentaram uma forma de modelar a resposta em freqüência de um transformador. O importante nesta modelagem foi a determinação do ganho e da defasagem que uma componente de freqüência pode sofrer ao passar pelo transformador. Em uma segunda parte do estudo, foram realizados testes com aplicação de surtos de corrente através de uma modelagem no programa ATPDraw. Também foi realizada experimentalmente e por simulação a comutação de capacitor em um transformador protótipo, cujos resultados não foram apresentados neste artigo. Este projeto teve algumas limitações em seu desenvolvimento. A não adequação da modelagem para a relação de transferência de tensão do enrolamento de alta para o de baixa não permitiu uma análise quantitativa para a mitigação do problema de se operar um transformador com um enrolamento em aberto (tais como o valor de carga adequado a ser conectada ao enrolamento de baixa tensão em aberto e a quantidade mínima de carga ativa vista pelos terminais de alta tensão do transformador).

Viena et al, 2009. Simularam as condições pelas quais uma determinada configuração de circuito pode produzir, em virtude de certos tipos de chaveamentos, sobretensões sustentadas capazes de ocasionar danos aos equipamentos da instalação do consumidor e a outros materiais devido à ocorrência de ferrorressonância. Para isto, recorreu-se a simulação do circuito com o auxílio do programa ATP, modelando cada componente do circuito a partir dos seus respectivos parâmetros elétricos, obtidos por meio de ensaios ou através de programas específicos. Dentre os componentes do circuito, o transformador é o equipamento que requer um maior nível de detalhe em sua modelagem para análise de ferrorressonância, sob pena da simulação não reproduzir o comportamento real do circuito fornecendo resultados falsos ou imprecisos. A dificuldade inerente à modelagem do transformador é resultado de inúmeros fatores, dentre os quais o tipo de estudo a ser realizado. Nesse caso, consistiu de uma simulação que envolve fenômeno caracterizado por baixas frequências. Existem também algumas características que devem ser corretamente representadas, tais como configuração do núcleo, indutâncias próprias e mútuas entre enrolamentos, fluxos de dispersão e saturação do núcleo magnético.

Gholami & Moradi, 2010. Apresentaram uma descrição básica de ferrorressonância. Em particular, algumas soluções gráficas simples são apresentadas para condições de ferrorressonância, assim como, resultados característicos de sua presença em um sistema. O trabalho se baseiou em um estudo de caso realizado para evitar a ferrorressonância num cabo em um circuito subterrâneo com extensão de aproximadamente 1 km. Obteve-se o resultado de que a carga mínima necessária para se evitar a ferrorressonância foi de aproximadamente 20%, o que é muito maior que a carga típica de 5%. Tal aspecto foi atribuído a extensão do cabo.

Com base nessas pesquisas, a contribuição desta dissertação consistirá na abordagem não linear da modelagem e simulação em transformadores levando em consideração os efeitos do circuito magnético que mais exercem poder de influência nos estudos de distúrbios transitórios dos sistemas elétricos de potência.

1.5 Estrutura do Trabalho

Este projeto de dissertação está dividido em 6 capítulos, separados em introdução, fundamentação teórica, modelagem matemática, simulação/análise de resultados e conclusão.

No primeiro capítulo foram feitas a contextualização e justificativa sobre a escolha do tema, os objetivos gerais e específicos de todo o trabalho e revisão de literatura para mostrar onde o presente trabalho se enquadra e quais as necessidades de pesquisa.

O capítulo 2 apresenta um estudo do comportamento dinâmico de circuitos RC, RL e RLC, desenvolvendo os procedimentos fundamentais de tal estudo, abordando exemplos de circuitos RC e RL sem fontes, a equação básica de circuitos RLC, e também o desenvolvimento matemático das equações de resposta para tais circuitos.

O capítulo 3, por sua vez, traz o estudo e modelagem de materiais ferromagnéticos, apresentando a função de Langevin, um modelo de saturação e histerese magnética, e desenvolvendo a modelagem da relutividade diferencial.

O capítulo 4 aborda a fundamentação teórica sobre o funcionamento e circuitos equivalentes de transformadores utilizados nos sistemas de potência, incluindo uma apresentação teórica do seu processo de energização. Além disso, mostra o desenvolvimento matemático para o cálculo da tensão no primário de um transformador ligado a uma linha de transmissão que sofre um curto-circuito em algum ponto de sua extensão.

O capítulo 5 apresenta os resultados das simulações para uma análise da influência da não-linearidade da indutância na operação de sistemas elétricos e, um estudo de caso em que busca perceber o comportamento da tensão num sistema elétrico de potência considerando os feitos de saturação no núcleo de seus transformadores diante de alguns tipos de eventos transitórios, como, por exemplo, curtos-circuitos.

No capítulo 6 foram feitas as considerações finais, citando os principais resultados obtidos e, também apresentadas idéias para trabalhos futuros relacionados ao mesmo tema.

CAPÍTULO 2 – CIRCUITOS RC, RL E RLC

2.1 Introdução

As características tensão-corrente do capacitor e do indutor introduzem as equações diferenciais no estudo de circuitos elétricos. As Leis de Kirchhoff e as características tensão-corrente dos elementos conduzem, em conjunto, a uma equação diferencial linear, cuja solução define a dinâmica temporal das variáveis corrente e tensão elétrica nos diversos componentes do circuito.

Esta compreensão inicial de transitórios em circuitos simples permite, mais a frente, diante de situações mais complexas, permite-nos abstrair um entendimento mais completo do comportamento dinâmico de um sistema elétrico. Dessa forma, segue aqui um estudo de circuitos RC, RL e RLC simples, buscando formar o conhecimento para enfrentar situações mais complexas no estudo de transitórios elétricos. Este estudo pode ser encontrado no livro publicado por Irwin (2004), intitulado "*Análise de Circuitos em Engenharia*", e segue, a partir daqui, quase que totalmente reproduzido neste capítulo.

2.2 Circuitos RC e RL

Neste momento será estudado o que normalmente é conhecido como análise transiente de redes que contêm um único elemento de armazenamento. O comportamento em função do tempo é examinado depois de ocorrer uma súbita mudança na rede devido à abertura ou ao fechamento de chaves. Far-se-á a modelagem matemática dos circuitos através de equações diferenciais seguido, logicamente, da sua solução e apresentação gráfica de possíveis resultados.

2.2.1 Desenvolvimento dos Procedimentos Fundamentais

Mostra-se durante o estudo de circuitos RC e RL que a solução desses circuitos, isto é, a evolução da tensão ou corrente no tempo, exige a resolução de uma equação diferencial de primeira ordem da forma

$$\frac{dx(t)}{dt} + ax(t) = f(t) \qquad (2.1)$$

Um teorema fundamental de equações diferenciais afirma que se $x(t) = x_p(t)$ é qualquer solução para a Equação 2.1, e $x(t) = x_c(t)$ é qualquer solução para a equação homogênea

$$\frac{dx(t)}{dt} + ax(t) = 0 \qquad (2.2)$$

então

$$x(t) = x_p(t) + x_c(t) \qquad (2.3)$$

é uma solução para a Equação original 2.1. O termo $x_p(t)$ é chamado de solução particular, ou resposta forçada, e $x_c(t)$ é chamada de solução complementar, ou resposta natural.

No momento, apenas a seguinte situação será considerada: $f(t) = A$ (ou seja, $f(t)$ é uma constante). A solução geral da equação diferencial nesse caso consiste de duas partes que são obtidas resolvendo-se as seguintes equações

$$\frac{dx_p(t)}{dt} + ax_p(t) = A \qquad (2.4)$$

$$\frac{dx_c(t)}{dt} + ax_c = 0 \qquad (2.5)$$

Uma vez que o lado direito da Equação 2.4 é uma constante, é razoável assumir que a solução $x_p(t)$ deva também ser uma constante. Portanto, assume-se que

$$x_p(t) = K_1 \qquad (2.6)$$

Substituindo essa constante na Equação 2.4, tem-se

$$K_1 = \frac{A}{a} \qquad (2.7)$$

Examinando a Equação 2.5, nota-se que

$$\frac{dx_c(t)/dt}{x_c(t)} = -a \qquad (2.8)$$

Essa equação é equivalente a

$$\frac{d}{dt}[ln\, x_c(t)] = -a \qquad (2.9)$$

Dessa forma

$$ln\, x_c(t) = -at + c \qquad (2.10)$$

e, portanto

$$x_c(t) = K_2 e^{-at} \qquad (2.11)$$

Portanto, a solução da Equação 2.1 é

$$x(t) = \frac{A}{a} + K_2 e^{-at} \qquad (2.12)$$

A constante K_2 pode ser determinada se o valor da variável independente $x(t)$ é conhecido em determinado instante de tempo.

O termo A/a é referido como a solução em regime estacionário ou em regime permanente, isto é, o valor de $x(t)$ quando t→∞. Em regime permanente o segundo termo da Equação 2.12 se torna desprezível. A constante $1/a$ é chamada de a constante de tempo do circuito. Nota-se que o segundo termo da Equação 2.12 é uma exponencial decrescente cujo valor é K_2 para $t = 0$, se $a > 0$, e zero para $t = \infty$. A taxa em que essa exponencial decai é determinada pela constante de tempo $\tau = 1/a$. Um gráfico desse efeito é mostrado na Figura 2.1. Como pode ser visto na Figura 2.1, o valor de $x_c(t)$ caiu de K_2 para um valor de $0.37K_2$ em uma constante de tempo, uma queda de 63,2%. Em duas constantes de tempo, o valor de $x_c(t)$ caiu para $0{,}135K_2$, uma queda de 63,2% do valor no tempo $t = \tau$. Isso significa que a cada intervalo de tempo τ o valor de $x_c(t)$ decai em aproximadamente 63,2% de seu valor anterior. Finalmente, depois de cinco constantes de tempo, $x_c(t) = 0{,}0067K_2$, que é menos que 1%.

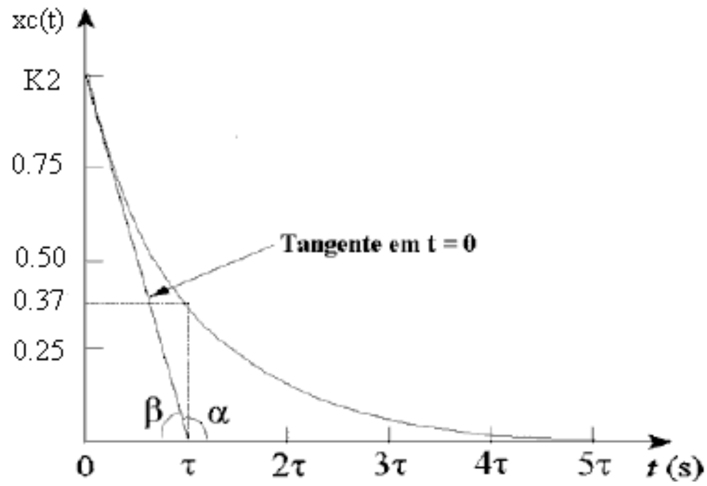


Figura 2.1 – Ilustração de constante de tempo.

Uma propriedade interessante da função exponencial mostrada na Figura 2.1 é que a descida inicial da curva intercepta o eixo de tempo em um valor de $t = \tau$. De fato, pode-se tomar qualquer ponto da curva, não apenas o valor inicial, e encontrar a constante de tempo achando o tempo necessário para cobrir o intervalo de 63,2%.

A Figura 2.2a mostra um circuito RC série simples. No instante $t = 0$, a chave é fechada. A equação que descreve o circuito para $t > 0$ é

$$\frac{1}{C}\int i(x)dx + Ri(t) = E \qquad (2.13)$$

Tomando-se a derivada da Equação 2.13 em relação à t tem-se

$$\frac{i(t)}{C} + R\frac{di(t)}{dt} = 0 \qquad (2.14)$$

ou

$$\frac{di(t)}{dt} + \frac{1}{RC}i(t) = 0 \qquad (2.15)$$

Seguindo o desenvolvimento anterior, assume-se que a solução da Equação diferencial 2.15 de primeira ordem é da forma

$$i(t) = K_2 e^{-t/\tau} \qquad (2.16)$$

Substituindo a Equação 2.16 em 2.15, tem-se

$$-\frac{K_2 e^{-t/\tau}}{\tau} + \frac{1}{RC}K_2 e^{-t/\tau} = 0 \qquad (2.17)$$

ou

$$\left(-\frac{1}{\tau}+\frac{1}{RC}\right)K_2e^{-t/\tau}=0 \qquad (2.18)$$

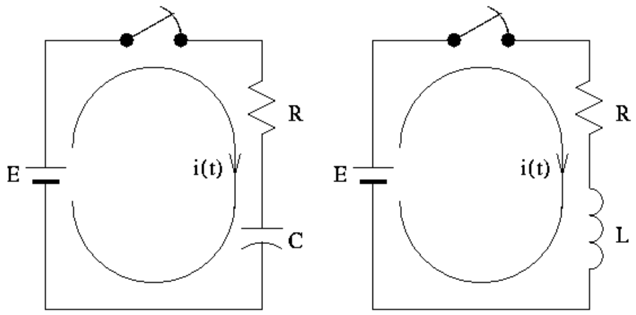
Tal solução é válida se $K_2e^{-t/\tau}=0$ ou $\tau = RC$. O primeiro caso implica $i(t)=0$ para todo t e, portanto, é desconsiderado. Logo

$$\tau = RC \qquad (2.19)$$

e, desse modo, a solução é

$$i(t)=K_2e^{-t/RC} \qquad (2.20)$$

A constante K_2 é escolhida para que a solução completa satisfaça as condições particulares do circuito.



(a) (b)

Figura 2.2 – Circuitos RC e RL.

O circuito da Figura 2.2b pode ser examinado de maneira semelhante àquela empregada para o circuito da Figura 2.2a. Assim, a equação que descreve o circuito da Figura 2.3b para $t > 0$ é

$$L\frac{di(t)}{dt}+Ri(t)=E \qquad (2.21)$$

ou

$$\frac{di(t)}{dt}+\frac{R}{L}i(t)=\frac{E}{L} \qquad (2.22)$$

Novamente assume-se uma solução da forma

$$i(t)=K_1+K_2e^{-t/\tau} \qquad (2.23)$$

Substituindo a Equação 2.23 em 2.22, obtém

$$-\frac{1}{\tau}K_2e^{-t/\tau}+\frac{R}{L}\left(K_1+K_2e^{-t/\tau}\right)=\frac{E}{L} \qquad (2.24)$$

Equacionando a constante e os termos exponenciais, tem-se

$$\frac{R}{L}K_1 = \frac{E}{L} \quad (2.25)$$

e

$$\left(-\frac{1}{\tau} + \frac{R}{L}\right)K_2 e^{-t/\tau} = 0 \quad (2.26)$$

Dessa feita, obtém-se

$$K_1 = \frac{E}{R} \quad (2.27)$$

e

$$\tau = \frac{L}{R} \quad (2.28)$$

Portanto, a solução para a Equação 2.22 é

$$i(t) = \frac{E}{R} + K_2 e^{(R/L)t} \quad (2.29)$$

onde mais uma vez a constante K_2 é escolhida para que a solução completa satisfaça as condições iniciais do circuito.

A importância dos circuitos da Figura 2.2 reside no fato de que, empregando o teorema de Thévenin, pode-se reduzir circuitos complicados a essas formas. Tais circuitos possuem constantes de tempo que definem a resposta do circuito.

Em geral, quando a entrada de um circuito RC ou RL, que contém um único elemento de armazenagem, é uma tensão ou corrente contínua, a solução da equação diferencial que descreve uma corrente ou tensão desconhecida em qualquer lugar na rede pode ser descrita como

$$x(t) = K_1 + K_2 e^{-t/\tau} \quad (2.30)$$

Nota-se que este foi o caso do desenvolvimento para os circuitos da Figura 2.3 e que o valor de K_1, a solução em regime permanente, foi obtido diretamente da equação diferencial. Entretanto, na análise de circuitos elétricos é mais conveniente determinar as constantes e parâmetros de um circuito modificado.

Da Equação 2.30 pode-se notar que como $t \to \infty$, $e^{-at} \to 0$ e $x(t) = K_1$. Portanto, se o circuito é resolvido para a variável $x(t)$ em estado estacionário com o capacitor substituído por um circuito aberto ou o indutor substituído por um curto-circuito, então a variável $x(t) = K_1$. Nota-se que uma vez que o capacitor ou o indutor tenham sido removidos, o circuito é um circuito dc com fontes e resistores constantes, e, portanto, somente análise dc é necessária na solução do regime permanente.

A constante K_2 na Equação 2.30 pode também ser obtida via solução de um circuito dc no qual um capacitor é substituído por uma fonte de tensão ou um indutor é substituído por uma fonte de corrente. O valor da fonte de tensão para o capacitor ou fonte de corrente para o indutor é um valor conhecido em um instante de tempo. Em geral, usa-se o valor da condição inicial uma vez que este é normalmente conhecido, mas o valor a cada instante poderia ser utilizado. Uma situação mais provável é quando se tem uma chave no circuito e o valor inicial da tensão do capacitor ou corrente no indutor é determinado a partir do circuito anterior (ou seja, o circuito antes da chave comutar). Normalmente é assumido que o circuito anterior tenha alcançado o regime permanente, portanto a tensão sobre o capacitor ou a corrente através do indutor podem ser determinadas exatamente da mesma maneira que a usada para determinar K_1.

Finalmente, o valor da constante de tempo pode ser encontrado determinando-se a resistência equivalente de Thévenin nos terminais do elemento de armazenagem. Então $\tau = R_{TH}C$ para um circuito RC, e $\tau = L/R_{TH}$ para um circuito RL.

2.2.2 Análise de Circuito RC sem Fonte

Um circuito RC sem fonte é o resultado de uma desconexão repentina de uma fonte cc em um circuito RC, quando, então, a energia armazenada anteriormente no capacitor é liberada para o resistor.

Considere o circuito da Figura 2.3, onde se supõe que o capacitor está inicialmente carregado. Como a tensão no capacitor não pode variar abruptamente, então

$$v_c(0^+) = v_c(0^-) = v_c(0) = V_0 \quad (2.31)$$

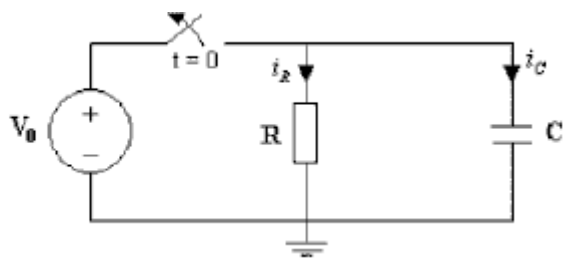


Figura 2.3 – Circuito RC sem fonte

No instante t = 0 o interruptor é aberto e o capacitor começa a descarregar. Aplicando a LKC, ao nó superior do circuito, tem-se

$$i_R(t) + i_C(t) = 0 \qquad (2.32)$$

Como $i_c(t) = C\, dv(t)/dt$ e $i_R(t) = v(t)/R$, segue que

$$\frac{v(t)}{R} + C\frac{dv(t)}{dt} = 0 \qquad (2.33)$$

ou, dividindo a Equação 2.33 por C

$$\frac{v(t)}{RC} + \frac{dv(t)}{dt} = 0 \qquad (2.34)$$

Para resolver a Equação diferencial de primeira ordem 2.34 dispõem-se os termos da expressão da seguinte forma

$$\frac{dv(t)}{v(t)} = -\frac{1}{RC}dt \qquad (2.35)$$

Integrando os dois lados da Equação 2.35

$$\ln v_c(t) - \ln v_c(0) = -\frac{t}{RC} \qquad (2.36)$$

onde $\ln v_c(0)$ é a constante de integração. Aplicando propriedade logarítmica

$$\ln\frac{v_c(t)}{v_c(0)} = -\frac{t}{RC} \qquad (2.37)$$

ou

$$v_c(t) = V_0 e^{-t/RC} \qquad (2.38)$$

A partir do instante em que o interruptor é aberto, a tensão no circuito decresce de forma exponencial conforme mostra a Figura 2.4.

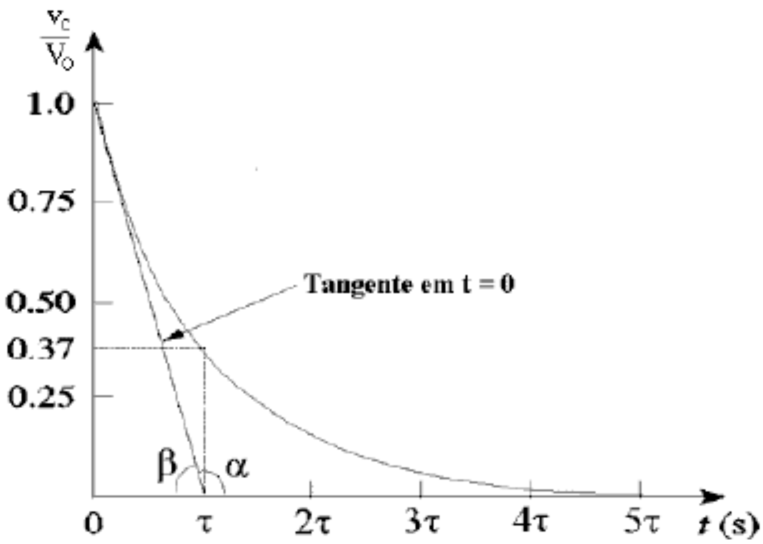


Figura 2.4 - Gráfico do fator de decaimento de tensão no circuito RC sem fonte em função do tempo.

Nota-se que a corrente no resistor tem a mesma forma que a tensão, e é dada pela expressão

$$i(t) = \frac{v(t)}{R} = \frac{V_0}{R} e^{-t/RC} \qquad (2.39)$$

No instante $t = 0$, a energia armazenada no capacitor é

$$w_c(0^+) = \frac{1}{2} C V_0^2 \qquad \text{joules} \qquad (2.40)$$

À medida que o tempo passa, a tensão diminui, como mostrado na Figura 2.5, e dessa forma a energia armazenada no capacitor também diminui, pois é dissipada pelo resistor. A energia total dissipada pelo resistor é

$$w_R(\infty) = \int_0^{\infty} p_R(t) dt \qquad (2.41)$$

$$w_R(\infty) = \int_0^{\infty} \left(\frac{V_0}{R} e^{-t/RC}\right)^2 R\ dt \qquad (2.42)$$

$$w_R(\infty) = \frac{V_0^2}{R} \int_0^{\infty} e^{-2t/RC} dt \qquad (2.43)$$

$$w_R(\infty) = \frac{1}{2} C V_0^2 \qquad (2.44)$$

Isto é, naturalmente, igual à energia inicial armazenada no capacitor.

2.2.3 Circuito RL sem Fonte

Supõe-se que o indutor da Figura 2.5 está sendo percorrido por uma corrente elétrica inicial. Como a corrente no indutor não pode variar abruptamente, então

$$i(0) = i(0^+) = i(0^-) = I_0 \qquad (2.45)$$

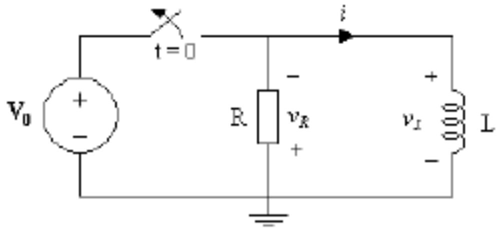


Figura 2.5 - Circuito RL sem fonte.

Aplicando LKT ao circuito da Figura 2.5, tem-se

$$v_L(t) + v_R(t) = 0 \qquad (2.46)$$

Como $v_L(t) = L\,di(t)/dt$ e $v_R(t) = Ri(t)$, então

$$L\frac{di(t)}{dt} + Ri(t) = 0 \qquad (2.47)$$

Arranjando os termos da Equação 2.47

$$\frac{di(t)}{i(t)} = -\frac{R}{L}dt \qquad (2.48)$$

Integrando os dois lados da Equação 2.48

$$\ln\frac{i(t)}{I_0} = -\frac{R}{L}t \qquad (2.49)$$

ou

$$i(t) = I_0 e^{-Rt/L} \qquad (2.50)$$

Da mesma forma que ocorre para o capacitor, há um decaimento exponencial da corrente no indutor como é mostrado na Figura 2.6.

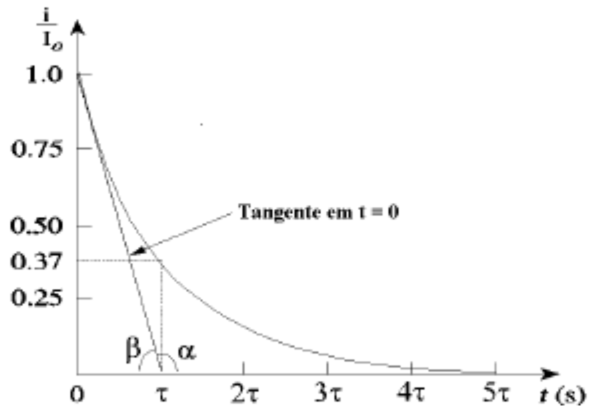


Figura 2.6 - Gráfico do fator de decaimento da corrente em função do tempo no circuito RL sem fonte.

A tensão no indutor é

$$v_L(t) = L\frac{di(t)}{dt} = -RI_0e^{-Rt/L} \quad (2.51)$$

No instante t=0, a energia armazenada no indutor é

$$w_L(0^+) = w_L(0^-) = \frac{1}{2}LI_0^2 \quad \text{joules} \quad (2.52)$$

À medida que o tempo passa, a corrente diminui, como mostrado na Figura 2.7, e dessa forma a energia armazenada no indutor também diminuirá. Essa energia é dissipada pelo resistor e é dada pelas expressões

$$w_R(\infty) = \int_0^\infty p_R(t)dt \quad (2.53)$$

$$w_R(\infty) = RI_0^2\int_0^\infty e^{-2Rt/L}dt \quad (2.54)$$

$$w_R(\infty) = \frac{1}{2}LI_0^2 \quad (2.55)$$

Esse valor coincide com aquele da energia inicial armazenada no indutor.

2.3 Circuitos RLC

Na natureza são inúmeros os fenômenos que envolvem oscilações. Um exemplo comum é o pêndulo de um relógio, que se move periodicamente (ou seja, repetindo o seu movimento ao fim de um intervalo de tempo bem definido) em torno de uma posição de equilíbrio. Nos relógios mecânicos de menores dimensões o pêndulo foi substituído por uma massa ligada a uma mola, que tem um comportamento em tudo semelhante ao do pêndulo. E nos relógios eletrônicos substituído por um sistema também oscilante, mas neste caso as oscilações são de natureza elétrica.

O circuito RLC é o circuito elétrico oscilante por excelência. A sua simplicidade permite controlar facilmente os parâmetros que caracterizam o seu funcionamento, o que o torna ainda um excelente candidato para a simulação de outros sistemas oscilantes (por exemplo, mecânicos, em que o controle de cada parâmetro do sistema pode ser mais difícil). E extensivamente utilizado como elemento de filtragem em diferentes circuitos eletrônicos.

2.3.1 A Equação Básica do Circuito

Para iniciar o desenvolvimento, consideram-se os dois circuitos RLC básicos mostrados na Figura 2.8. Assume-se que alguma energia está inicialmente armazenada tanto no capacitor como no indutor. A equação nodal para o circuito *RLC* em paralelo é

$$\frac{v}{R} + \frac{1}{L}\int_{t_0}^{t} v(x)dx + i_L(t_0) + C\frac{dv}{dt} = i_s(t) \quad (2.56)$$

Do mesmo modo, a equação de laço para o circuito *RLC* em série é

$$Ri + \frac{1}{C}\int_{t_0}^{t} i(x)dx + v_C(t_0) + L\frac{di}{dt} = v_s(t) \quad (2.57)$$

Nota-se que a equação para a tensão nodal no circuito em paralelo é da mesma forma que a da corrente de laço no circuito em série. Portanto, a solução desses dois circuitos depende apenas da solução de somente uma das Equações 2.56 e 2.57. Se as duas equações são derivadas em relação ao tempo, tem-se que

$$C\frac{d^2v}{dt^2} + \frac{1}{R}\frac{dv}{dt} + \frac{v}{L} = \frac{di_s}{dt} \quad (2.58)$$

$$L\frac{d^2i}{dt^2} + R\frac{di}{dt} + \frac{i}{C} = \frac{dv_s}{dt} \quad (2.59)$$

Uma vez que ambos os circuitos conduzem a uma equação diferencial de segunda ordem com coeficientes constantes, concentrar-se-á a análise nesse tipo de equação.

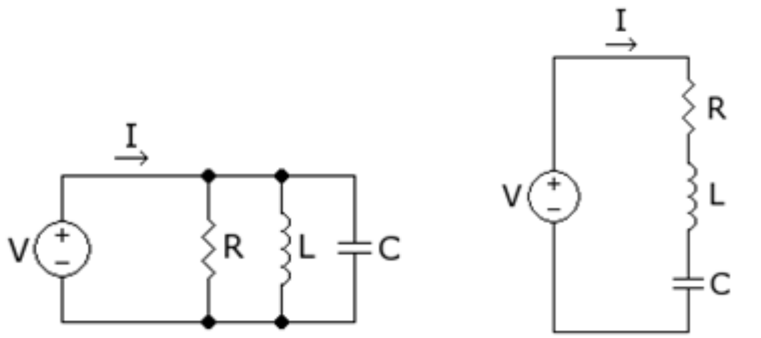


Figura 2.7 Circuitos RLC em série e em paralelo.

2.3.2 Desenvolvimento Matemático das Equações de Resposta

Como regra geral, nesse caso confronta-se com uma equação da forma

$$\frac{d^2x(t)}{dt^2} + a_1\frac{dx(t)}{dt} + a_2x(t) = f(t) \quad (2.60)$$

Mais uma vez utiliza-se o fato de que se $x(t) = x_p(t)$ é uma solução para a Equação 2.60, e se $x(t) = x_c(t)$ é uma solução para a equação homogênea

$$\frac{d^2x(t)}{dt^2} + a_1\frac{dx(t)}{dt} + a_2x(t) = 0 \quad (2.61)$$

então

$$x(t) = x_p(t) + x_c(t) \quad (2.62)$$

é uma solução para a Equação original 2.60. Se novamente se restringe a uma função de entrada constante [ou seja, $f(t) = A$], a solução da Equação 2.60 será da forma

$$x(t) = \frac{A}{a_2} + x_c \quad (2.63)$$

Considera-se a solução da equação homogênea

$$\frac{d^2x(t)}{dt^2} + a_1\frac{dx(t)}{dt} + a_2x(t) = 0 \quad (2.64)$$

onde a_1 e a_2 são constantes. Para simplificar, escreve-se a Equação 2.64 na forma

$$\frac{d^2x(t)}{dt^2} + 2\alpha\frac{dx(t)}{dt} + \omega_0^2x(t) = 0 \quad (2.65)$$

onde faz-se as seguintes substituições para as constantes $a_1 = 2\alpha$ e $a_2 = \omega_0^2$. Seguindo o desenvolvimento de uma solução para a equação diferencial de primeira ordem, a solução da

Equação 2.65 deve ser uma função cujas derivadas de primeira e segunda ordem têm a mesma forma, para que o lado esquerdo da Equação 2.65 se torne idêntico a zero para todo t. novamente assume-se que

$$x(t) = Ke^{st} \quad (2.66)$$

Substituindo-se a Equação 2.66 na Equação 2.65, tem-se

$$s^2Ke^{st} + 2\alpha sKe^{st} + \omega_0^2Ke^{st} = 0 \quad (2.67)$$

Dividindo-se ambos os lados da Equação 2.67 por Ke^{st}, tem-se

$$s^2 + 2\alpha s + \omega_0^2 = 0 \quad (2.68)$$

A Equação 2.68 é normalmente chamada de equação característica, α é chamado de coeficiente de amortecimento exponencial e ω_0 é referido como a freqüência de ressonância não-amortecida. Se a Equação 2.68 for satisfeita, a solução assumida na Equação 2.66 está correta. Empregando-se a fórmula quadrática, tem-se que a Equação 2.68 é satisfeita se

$$s = -\alpha \pm \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2} \quad (2.69)$$

Portanto, existem dois valores de s , s_1 e s_2 que satisfazem a Equação 2.68. Isto significa que $x_1(t) = K_1e^{s_1t}$ é uma solução da Equação 2.65 e que $x_2(t) = K_2e^{s_2t}$ é também uma solução da Equação 2.65; isto é

$$\frac{d^2}{dt^2}(K_1e^{s_1t}) + 2\alpha\frac{d}{dt}(K_1e^{s_1t}) + \omega_0^2K_1e^{s_1t} = 0 \quad (2.70)$$

$$\frac{d^2}{dt^2}(K_2e^{s_2t}) + 2\alpha\frac{d}{dt}(K_2e^{s_2t}) + \omega_0^2K_2e^{s_2t} = 0 \quad (2.71)$$

A soma das Equações 2.70 e 2.71 produz a igualdade

$$\frac{d^2}{dt^2}(K_1e^{s_1t} + K_2e^{s_2t}) + 2\alpha\frac{d}{dt}(K_1e^{s_1t} + K_2e^{s_2t}) + \omega_0^2(K_1e^{s_1t} + K_2e^{s_2t}) = 0 \quad (2.72)$$

Note que a soma dessas duas soluções é também uma solução. Portanto, em geral, a solução complementar da Equação 2.60 é da forma

$$x_c(t) = K_1e^{s_1t} + K_2e^{s_2t} \quad (2.73)$$

K_1 e K_2 são constantes que podem ser avaliadas a partir das condições iniciais $x(0)$ e $dx(0)/dt$. Por exemplo, uma vez que

$$x(t) = K_1e^{s_1t} + K_2e^{s_2t} \quad (2.74)$$

então

$$x(0) = K_1 + K_2 \quad (2.75)$$

e

$$\frac{dx(0)}{dt} = s_1 K_1 + s_2 K_2 \quad (2.76)$$

Dessa forma, $x(0)$ e $dx(0)/dt$ produzem duas equações simultâneas que, quando resolvidas, produzem as constantes K_1 e K_2.

Examinando em detalhes as Equações 2.69 e 2.74, vê-se que a forma da solução da Equação homogênea 2.65 depende da magnitude relativa dos valores de α e ω_0. Por exemplo, se $\alpha > \omega_0$, as raízes da Equação característica 2.68, s_1 e s_2, também chamadas de freqüências naturais porque determinam a resposta natural (não-forçada) da rede, são reais e diferentes; se $\alpha < \omega_0$, as raízes são números complexos; e finalmente se $\alpha = \omega_0$, as raízes são reais e iguais. Todos esses casos são importantes; desse modo analisa-se cada um deles em detalhes.

Caso 1, $\alpha > \omega_0$. Esse caso é normalmente chamado de sobreamortecido. s_1 e s_2 são reais e distintas e, portanto, a resposta natural da rede descrita pela equação diferencial de segunda ordem é da forma

$$x_c(t) = K_1 e^{-\left(\alpha - \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2}\right)t} + K_2 e^{-\left(\alpha + \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2}\right)t} \quad (2.77)$$

onde K_1 e K_2 são achadas a partir das condições iniciais. Isto indica que a resposta natural é a soma de duas exponenciais decrescentes.

Caso 2, $\alpha < \omega_0$. Esse caso é chamado de subamortecido. Uma vez que $\alpha < \omega_0$, as raízes da Equação característica 2.68 podem ser escritas como

$$s_1 = -\alpha + \sqrt{-(\omega_0^2 - \alpha^2)} = -\alpha + j\omega_n \quad (2.78)$$

$$s_2 = -\alpha - \sqrt{-(\omega_0^2 - \alpha^2)} = -\alpha - j\omega_n \quad (2.79)$$

onde $j = \sqrt{-1}$ e $\omega_n = \sqrt{(\omega_0^2 - \alpha^2)}$. Nesse caso, s_1 e s_2 são números complexos. A resposta natural é então

$$x_c(t) = K_1 e^{-(\alpha + j\omega_n)t} + K_2 e^{-(\alpha - j\omega_n)t} \quad (2.80)$$

A Equação 2.80 pode ser simplificada da seguinte maneira. Em primeiro lugar, pode ser reescrita como

$$x_c(t) = e^{-\alpha t}\left(K_1 e^{j\omega_n t} + K_2 e^{-j\omega_n t}\right) \quad (2.81)$$

Usando-se então a identidade de Euler

$$e^{\pm j\theta} = \cos\theta \pm jsen\ \theta \quad (2.82)$$

obtém então

$$x_c(t) = e^{-\alpha t}[K_1(\cos\omega_n t + \text{jsen}\,\omega_n t) + K_2(\cos\omega_n t - \text{jsen}\,\omega_n t)] \quad (2.83)$$

ou

$$x_c(t) = e^{-\alpha t}[(K_1 + K_2)\cos\omega_n t + (jK_1 - jK_2)\,\text{sen}\,\omega_n t] \quad (2.84)$$

ou

$$x_c(t) = e^{-\alpha t}(A_1\cos\omega_n t + \text{A}_2\text{sen}\,\omega_n t) \quad (2.85)$$

onde A_1 e A_2, como K_1 e K_2 são constantes, as quais são avaliadas usando-se as condições iniciais $x(0)$ e $dx(0)/dt$. Caso $x_c(t)$ seja real, K_1 e K_2 serão complexos e $K_2 = K_1^*$. $A_1 = K_1 + K_2$ é portanto duas vezes a parte real de K_1, e $\text{A}_2 = jK_1 - jK_2$ é -2 vezes a parte imaginária de K_1. A_1 e A_2 são números reais. Isto ilustra que a resposta natural é uma resposta oscilatória exponencialmente amortecida.

Caso 3, $\alpha = \omega_0$. Esse caso, chamado de criticamente amortecido, resulta em $s_1 = s_2 = -\alpha$ como mostrado na Equação 2.69. Portanto, a Equação 2.74 reduz-se a

$$x_c(t) = K_3 e^{-\alpha t} \quad (2.86)$$

onde $K_3 = K_1 + K_2$. No entanto, esta não pode ser uma solução para a Equação diferencial de segunda ordem 2.65 porque geralmente não é possível satisfazer as duas condições iniciais $x(0)$ e $dx(0)/dt$ com a constante única K_3.

No caso em que a equação característica tem raízes repetidas, uma solução pode ser obtida da seguinte maneira. Se $x_1(t)$ é conhecida como uma solução da equação homogênea de segunda ordem, então por meio da substituição $x(t) = x_1(t)y(t)$ pode-se transformar a Equação 2.65 em uma equação de primeira ordem em $dy(t)/dt$. Uma vez que tal equação resultante é somente função de $y(t)$, ela pode ser resolvida para achar a solução geral $x(t) = x_1(t)y(t)$.

Para o caso em questão, $s_1 = s_2 = -\alpha$, e a partir daí a equação básica é

$$\frac{d^2x(t)}{dt^2} + 2\alpha\frac{dx(t)}{dt} + \alpha^2 x(t) = 0 \quad (2.87)$$

e uma solução conhecida é

$$x_1(t) = K_3 e^{-\alpha t} \qquad (2.88)$$

Empregando-se a substituição

$$x_2(t) = x_1(t)y(t) = K_3 e^{-\alpha t} y(t) \qquad (2.89)$$

a Equação 2.87 se torna

$$\frac{d^2}{dt^2}[K_3 e^{-\alpha t} y(t)] + 2\alpha \frac{d}{dt}[K_3 e^{-\alpha t} y(t)] + \alpha^2 K_3 e^{-\alpha t} y(t) = 0 \quad (2.90)$$

Avaliando-se as derivadas, tem-se

$$\frac{d}{dt}[K_3 e^{-\alpha t} y(t)] = -K_3 \alpha e^{-\alpha t} y(t) + K_3 e^{-\alpha t} \frac{dy(t)}{dt} \quad (2.91)$$

$$\frac{d^2}{dt^2}[K_3 e^{-\alpha t} y(t)] = K_3 \alpha^2 e^{-\alpha t} y(t) - 2K_3 \alpha e^{-\alpha t} \frac{dy(t)}{dt} + K_3 e^{-\alpha t} \frac{d^2 y(t)}{dt^2} \quad (2.92)$$

Substituindo-se as Equações 2.91 e 2.92 em 2.90, tem-se

$$K_3 e^{-\alpha t} \frac{d^2 y(t)}{dt^2} = 0 \qquad (2.93)$$

Logo

$$\frac{d^2 y(t)}{dt^2} = 0 \qquad (2.94)$$

e dessa forma

$$y(t) = A_1 + A_2 t \qquad (2.95)$$

Portanto, a solução geral é

$$x_2(t) = x_1(t)y(t) = K_3 e^{-\alpha t}(A_1 + A_2 t) \quad (2.96)$$

que pode ser escrita como

$$x_2(t) = B_1 e^{-\alpha t} + B_2 t e^{-\alpha t} \qquad (2.97)$$

onde B_1 e B_2 são constantes derivadas das condições iniciais.

A Figura 2.8 ilustra graficamente os três casos para as situações em que $x_c(0) = 0$. Note que a resposta criticamente amortecida sobe e desce mais rapidamente do que a resposta sobreamortecida. A resposta subamortecida é uma senoide exponencialmente amortecida cuja taxa de queda é dependente do fator α. Na realidade, os termos $\pm e^{-\alpha t}$ definem o que é chamado de envelope de resposta, e as oscilações amortecidas (ou seja, as oscilações de amplitude decrescente) mostradas na Figura 2.8b estão confinadas a esse envelope.

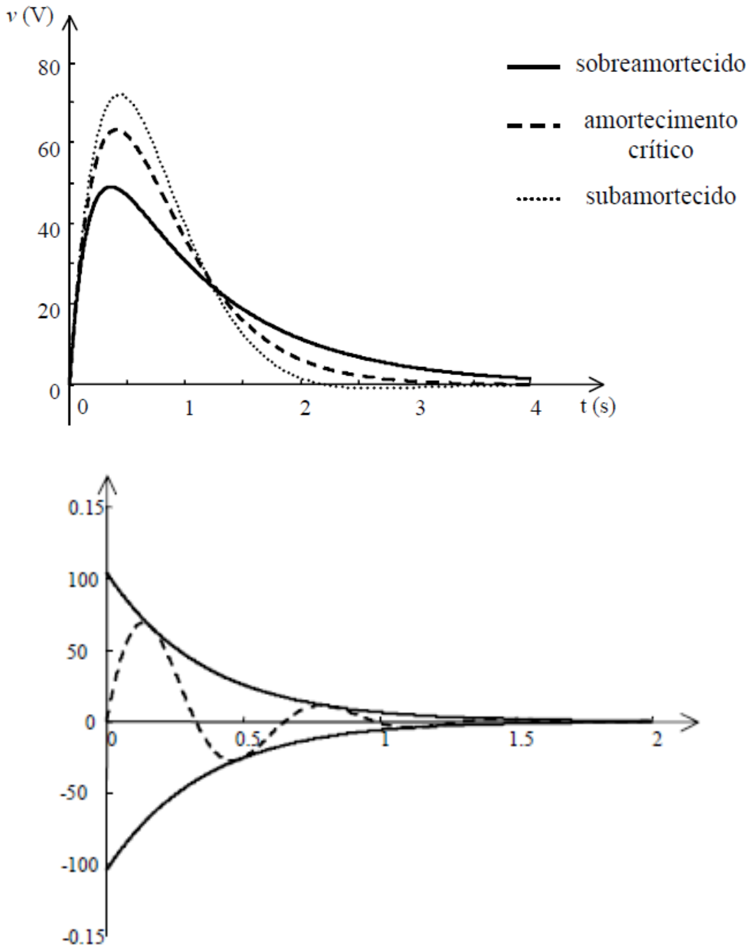


Figura 2.8 – Comparação de repostas sobreamortecida, criticamente amortecida e subamortecida.

CAPÍTULO 3 – ESTUDO E MODELAGEM DE MATERIAIS FERROMAGNÉTICOS

3.1 Introdução

Os núcleos ferromagnéticos são largamente usados em equipamentos eletromagnéticos tais como indutores, transformadores de potência e de medição/proteção. São dispositivos altamente não lineares e podem conduzir a efeitos danosos na operação dos sistemas elétricos. Entre alguns desses efeitos podem-se mencionar: presença de erros nos secundários de transformadores de potencial indutivos e capacitivos, a ferroressonância a qual ocorre num circuito RLC ressonante, envolvendo uma combinação série de uma fonte de tensão, uma resistência, uma capacitância e uma indutância não linear. As respostas em regime permanente podem ser periódicas ou não periódicas. A influência das perdas na modelagem da indutância não linear é marcante na atenuação dos efeitos provocados pela transição entre regime periódico e não periódico que ocorre devido à variação dos parâmetros do circuito originados de transitórios de curto-circuito ou chaveamentos (LAMBA, et al, 1997). A presença de níveis reduzidos de perdas em vazio nos núcleos dos transformadores de medição e proteção e reatores tem tornado os circuitos mais suscetíveis a esses transitórios.

Os eventos de chaveamentos mais típicos do sistema elétrico são as operações de ligamento e de desligamento de linhas de transmissão, envolvendo transformadores disjuntores e reatores (DELINCÉ, et al, 1994).

O processo de energização de um transformador desencadeia um fenômeno transitório característico da operação de circuitos magnéticos, tendo como principais grandezas de influência o ângulo da tensão, o fluxo residual do núcleo ferromagnético, potência e a propriedades do material ferromagnético do núcleo (BASTOS, 1992). As amplitudes das correntes de energização dos transformadores podem exceder a corrente nominal, obedecendo a um decaimento exponencial, alcançando os valores de regime permanente em alguns segundos (DE ARAÚJO, 2005).

Contudo, com o aparecimento de dispositivos eletrônicos de altas velocidades de comutação e fontes de baixa impedância, ocorreram mudanças nas configurações e sensibilidades de operação nos sistemas elétricos, sendo bastante influenciados pelos distúrbios do sistema elétrico.

Da mesma forma, em função do avanço tecnológico ocorrido nos últimos anos na área de desenvolvimento de relés de proteção, ocorreu uma maior preocupação nas concessionárias de energia elétrica, quanto aos aspectos do desempenho da proteção do sistema elétrico.

Portanto, dada a importância da avaliação da não linearidade nos circuitos magnéticos, especialmente quando os fenômenos de energização são apreciados, torna-se imprescindível a modelagem das características de magnetização dos transformadores presentes nos sistemas elétricos, considerando os efeitos da saturação e histerese.

Apresenta-se neste capítulo, a modelagem dos efeitos do fluxo residual determinados pelo laço de histerese da curva de magnetização do material ferromagnético do núcleo de transformadores. É proposto um modelo não linear de cálculo usando a relutividade diferencial da histerese para análise da influência da mesma na operação dos sistemas elétricos. O uso da metodologia confere à relutividade diferencial um valor sempre positivo, evitando incômodos principalmente na simulação numérica.

3.2 – O Conceito de Domínio.

Conforme preconizado no estudo da física, os materiais podem pertencer magneticamente ao grupo dos materiais ferromagnéticos, diamagnéticos ou paramagnéticos. Materiais ferromagnéticos se caracterizam por uma magnetização espontânea, que é totalmente independente de campos magnéticos externos. A grandeza dessa magnetização espontânea depende da temperatura, referindo-se esta a uma temperatura crítica, em que um material passa de ferromagnético a diamagnético.

Considerando-se, assim, um material ferromagnético abaixo dessa temperatura crítica, chamado de temperatura de Curie, pode-se observar que o mesmo é composto de um grande número de pequenas seções conhecidas por domínios, cujos contornos podem ser perfeitamente determinados, e que se caracterizam por possuir uma única orientação magnética, ou seja, são dotados, cada um, de um vetor de campo magnético unitário próprio.

Perante ausência de um campo magnético externo e de um magnetismo próprio residual, o vetor de campo resultante da somatória de todos os vetores individuais, tem resultante nula. Se este material e seus domínios estiverem expostos a ação de campos externos, os domínios são parcialmente “arrastados” segundo a orientação desse campo. Esse comportamento é explicado pela Teoria Quântica e pela Física do Estado Sólido.

Cada imã natural ou artificial apresenta uma subdivisão de partículas, de forma que cada uma ainda é um imã completo, ou seja, possuem carga positiva e carga negativa de igual valor, mas de ação oposta. Essas duas cargas magnéticas iguais formam um dipolo. Nos imãs naturais, a maioria dos dipolos já se encontra orientadas paralelamente; esse paralelismo é também obtido pela ação de um campo magnético externo de orientação constante (proveniente de uma fonte contínua).

A característica básica de um dipolo magnético é o vetor do conjugado magnético dipolar, Md, resultante do produto do valor absoluto da carga magnética m pelo vetor distância l entre os pólos do dipolo, e assim

$$Md = m.l \qquad (3.1)$$

Cabe lembrar ainda a correspondência que existe entre o campo magnético e a corrente elétrica dos imãs, e destes, por sua vez, o efeito de indução e o da tensão induzida. O campo magnético pode ser descrito pela análise da totalidade dos dipolos existentes.

O momento magnético de um imã, por unidade de volume, é igual à soma dos momentos dipolares elementares, e assim

$$J = \sum Md \qquad (3.2)$$

O vetor J recebe o nome de polarização magnética ou magnetização (intensidade de magnetização), e está relacionado com a intensidade do campo H no interior do material magnético como segue

$$J = k.H \qquad (3.3)$$

A grandeza k é conhecida por suscetibilidade magnética. A indução magnética B, que indica o fluxo magnético por unidade de superfície, resulta de

$$B = \mu.H + 4\pi.J \qquad (3.4)$$

Introduzindo o conceito de permeabilidade magnética, tem-se

$$B = \mu.H \qquad (3.5)$$

Materiais nos quais o valor de μ é independente do campo magnético, e dependendo do sinal que antecede à suscetibilidade, são classificados como diamagnéticos ou paramagnéticos.

Diamagnéticos são os materiais com suscetibilidade negativa. A grandeza de k desses materiais é muito pequena, podendo-se citar, como exemplo desse grupo, gases inertes, metais bem como grafita. O diamagnetismo é explicado como segue: sob a ação de um campo magnético, os elétrons que giram em torno do seu próprio eixo vão se ajustando, libertando durante esse ajuste um momento magnético, dirigido contrariamente ao campo de magnetização aplicado. Com isso, o campo aplicado é enfraquecido.

O paramagnetismo representa materiais com suscetibilidade positiva. O valor é novamente de pequena grandeza, podendo-se citar, como exemplos de materiais desse grupo, o alumínio, a platina e certos sais de ferro, de cobalto e de níquel.

Tanto os diamagnéticos quanto os paramagnéticos têm valor de permeabilidade em torno da unidade.

Um terceiro grupo, talvez mais importante para as aplicações elétricas, é aquele em que a permeabilidade é função da intensidade do campo magnético, ou seja, os materiais ferromagnéticos. Nesse caso, a grandeza da suscetibilidade é um valor elevado, podendo alcançar valores de um milhão e mais. Incluem-se nesse grupo o ferro, o níquel, o cobalto, o cromo e outros, e suas respectivas ligas.

3.3 – Modelo de Magnetização sem histerese - função de Langevin.

Os materiais magnéticos são usualmente descritos em termos da curva simples de magnetização (sem laço de histerese). Para muitas aplicações, nos casos em que o material magnético apresenta um laço de histerese estreito, esta simples curva pode caracterizar adequadamente o material magnético.

Esta função se adapta mais facilmente para os casos de sólidos quase perfeitos, nos quais existe pouca impedância (atrito) para a variação da magnetização.

Neste trabalho o problema é assumido como não linear, e para o caso de materiais isotrópicos, o modelo da curva de magnetização sem histerese, pode ser obtido a partir da função de Langevin, representada por,

$$M_{an}(H_e)=M_s\left[\coth\lambda-\frac{1}{\lambda}\right] \quad (3.6)$$

onde $$\lambda=\frac{H+\alpha M}{a} \quad \text{e} \quad M=\frac{B}{\mu_0}-H \quad (3.7)$$

"$M_{an}(H_e)$" é a magnetização sem histerese (A/m), M_s=magnetização de saturação (A/m), B= indução magnética (T), "$H_e=H+\alpha M$" é o campo efetivo obtido pela interação entre momentos magnéticos vizinhos, "α" é um coeficiente de acoplamento, "$a=K_bT/\mu_0 m$", K_b é a constante de Boltzmann ($1{,}38\mathrm{x}10^{-23}JK^{-1}$), T é a temperatura em graus Kelvin [K], μ_0 é a permeabilidade do vácuo ($4\pi\mathrm{x}10^{-7}Hm^{-1}$) e m é o tamanho efetivo dos domínios.

3.3.1 – Função de Langevin

A função de Langevin, representada pelas Equações 3.6 e 3.7, precisa ser resolvida para o cálculo do campo magnético H, tendo-se a indução magnética B como variável independente.

Utilizou-se o método de Newton para determinação do campo magnético (H) a partir da indução magnética (B). Inicialmente calcula-se o valor de λ usando-se a equação expressa por:

$$\lambda=\frac{H+\alpha\left(\frac{B}{\mu_0}-H\right)}{a}=\frac{H(1-\alpha)+B\left(\frac{\alpha}{\mu_0}\right)}{a} \quad (3.8)$$

Denomina-se "H_{an}" o campo magnético sem histerese, que é obtido da função de Langevin:

$$H_{an}=\frac{B}{\mu_0}-M_{an}=\frac{B}{\mu_0}-M_s\left[\coth\lambda-\frac{1}{\lambda}\right] \quad (3.9)$$

Para garantir a convergência da função de Langevin, e a impossibilidade de divisão por um número muito pequeno, calculou-se a função entre colchetes da Equação 3.9 a partir de quatro regiões, adotando-se funções de aproximações diversas (função cotangente, série de potências e equação de reta) e suas respectivas derivadas. Uma função f(B) homogênea foi encontrada, e para determinação da solução, como citado, foi utilizado o método de Newton.

A curva de magnetização sem histerese é mostrada na Figura 3.1.

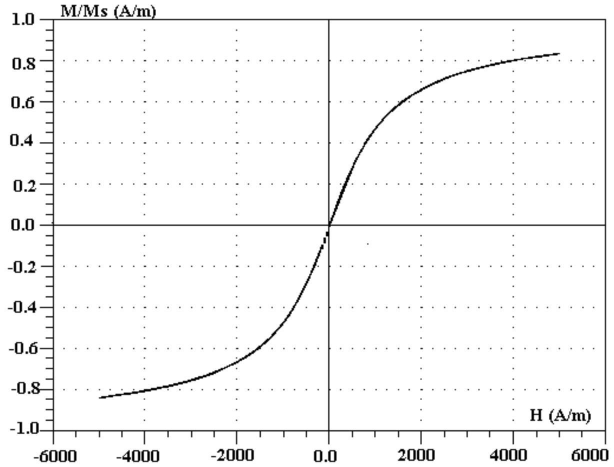


Figura 3.1 – Curva de magnetização sem histerese – equação de Langevin

Pode-se efetuar algumas análises preliminares sobre a forma da curva sem histerese. No primeiro quadrante, sua concavidade é sempre voltada para baixo. Existe apenas um ponto de inflexão na origem.

3.4 Modelo de saturação e histerese magnética

O modelo de saturação e histerese utilizado neste trabalho apresenta como variável independente a indução magnética B, obtida normalmente pela aplicação do método de elementos finitos, a partir da formulação potencial vetor magnético. Nessa metodologia o campo magnético H é definido como a soma do campo sem histerese H_{AN} e o campo da histerese H_H , onde o campo sem histerese é calculado pela função de Langevin.

$$H = H_{AN} + H_H \qquad (3.10)$$

O modelo de histerese quase-estático origina uma equação diferencial, como descrita em Righi, et al (2000).

A equação diferencial da histerese é dada por:

$$\int_{\Delta B} H_H dB = \int_{\Delta B} H_{HS} L(\lambda_H) dB - I_D \lambda_H \int_{\Delta B} \frac{dH_H}{dB} dB \qquad (3.11)$$

onde $L(\lambda_H)$ é a função de Langevin de λ_H é,

$$\lambda_H = \frac{H_H + I_D H_{HS}}{a_H} \qquad (3.12)$$

onde "I_D" é a variável direcional e assume os seguintes valores +1, se $\Delta B > 0$ e, –1 se $\Delta B < 0$, onde ΔB é a variação da densidade de fluxo.

A Figura 3.2 mostra graficamente a curva B x H, quando o campo magnético H é obtido pela soma do campo sem histerese H_{AN} com o campo com histerese H_H., respectivamente

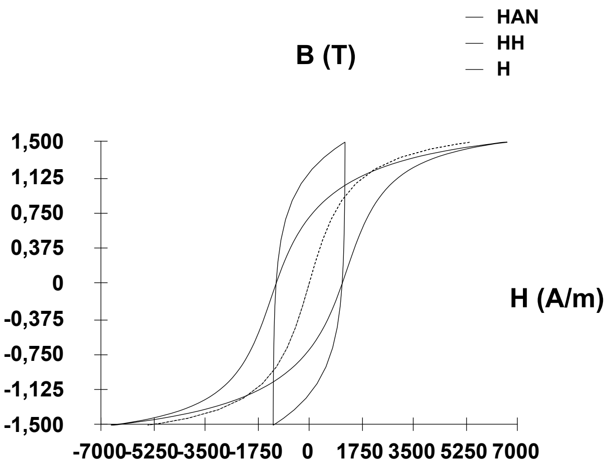


Figura 3.2 – Curva *B* x *H* mostrando suas componentes (*B* x H_{AN} e *B* x H_H)

Considerando a Equação 3.12, pode-se expressar a relação entre o campo magnético H e a indução B por meio da relutividade diferencial ν_d.

$$\nu_d = \nu_{AN} + \nu_H = \frac{dH}{dB} = \frac{dH_{AN}}{dB} + \frac{dH_H}{dB} \qquad (3.13)$$

onde ν_{AN} e ν_H são as relutividades sem histerese e com histerese estática, respectivamente.

3.5 Relutividade Diferencial

O campo magnético escalar é representado por:

$$H = \upsilon B + H_I \qquad (3.14)$$

Na Figura 3.3, pode-se ver como este modelo representa os pontos P e Q da curva B-H. Observa-se que a relutividade ν_d é uma reta qualquer que passe no ponto P. O campo H_I é a interseção desta reta com o eixo de H (RIGHI et al, 2000).

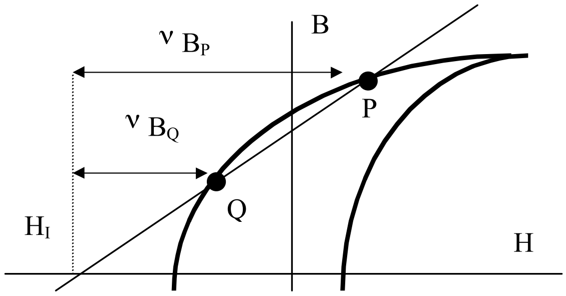


Figura 3.3 - Campo dado por $H=\nu B+H_I$

Pode-se escrever a equação de H para os pontos P e Q da Curva.

$$\begin{aligned} H_P &= \upsilon B_P + H_I \\ H_Q &= \upsilon B_Q + H_I \end{aligned} \qquad (3.15)$$

Subtraindo-se as duas equações, e isolando-se HQ, resulta:

$$H_Q = \upsilon\left(B_Q - B_P\right) + H_P \qquad (3.16)$$

Considerando que P é o passo anterior (com subíndice 0), e Q é o passo de cálculo atual (sem subíndice), escreve-se a equação geral como:

$$H = \upsilon \Delta B + H_0 \qquad (3.17)$$

Como a relutividade é uma secante entre dois pontos, ela é conhecida como incremental. Se o intervalo de tempo (ou indução) for infinitesimal, tem-se a relutividade diferencial dH/dB, que é a derivada de H em relação a B.

CAPÍTULO 4 – TRANSFORMADORES DE POTÊNCIA

4.1 Introdução

O desenvolvimento dos sistemas elétricos de potência não seria possível sem o uso dos transformadores. A energia elétrica, entre a sua geração e o seu consumo final, é transferida em vários níveis de tensão, onde o objetivo final é transmitir e distribuir esta energia com o menor custo possível aliado à segurança e eficiência neste transporte.

Essencialmente, um transformador consiste em dois ou mais enrolamentos acoplados por meio de um fluxo magnético comum. Se um desses enrolamentos, primário, for conectado a uma fonte de tensão alternada, então será produzido um fluxo alternado cuja amplitude dependerá da tensão do primário, da freqüência da tensão aplicada e do número de espiras. O fluxo comum estabelece um enlace com o outro enrolamento, o secundário, induzindo neste uma tensão cujo valor depende do número de espiras do secundário, assim como da magnitude do fluxo comum e da freqüência. Ao se estabelecer uma proporção adequada entre os números de espiras do primário e do secundário, praticamente qualquer relação de tensões, ou relação de transformação, pode ser obtida.

A essência do funcionamento de um transformador requer apenas que haja um fluxo comum, variável no tempo, enlaçando dois enrolamentos. Tal ação pode ocorrer entre enrolamentos acoplados pelo ar, no entanto, o acoplamento entre enrolamentos pode ser tornado muito mais eficiente usando-se um núcleo de ferro ou de algum outro material ferromagnético. Nesse caso, o fluxo em sua maior parte fica confinado a um caminho delimitado, de alta permeabilidade, enlaçando os enrolamentos. Tal transformador é comumente chamado transformador de núcleo de ferro. A maioria dos transformadores é desse tipo.

Dois tipos comuns de construção estão mostrados esquematicamente na Figura 4.1. No tipo de núcleo envolvido (Figura 4.1a), os enrolamentos envolvem duas pernas de um núcleo magnético retangular e, no tipo de núcleo envolvente (Figura 4.1b), os enrolamentos envolvem a perna central de um núcleo de três pernas.

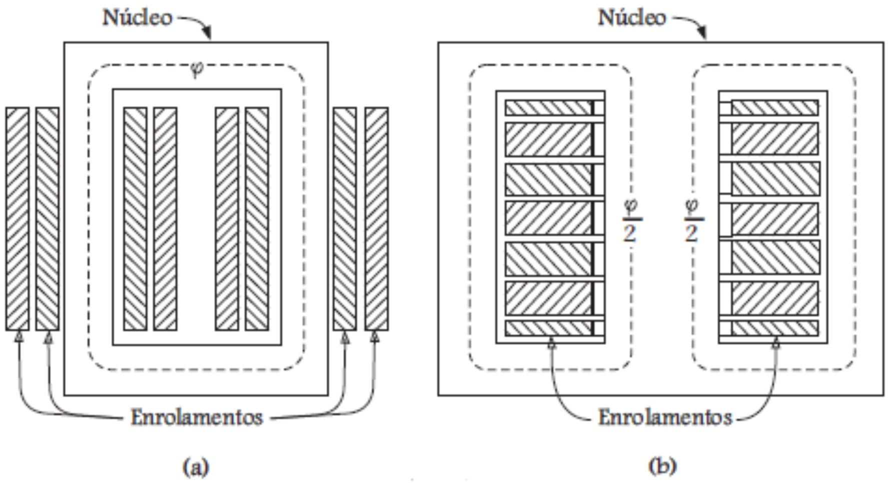


Figura 4.1 – Vistas esquemáticas de transformadores de (a) núcleo envolvido e (b) núcleo envolvente.

Em cada uma dessas configurações, a maioria do fluxo está confinada ao núcleo e, portanto, enlaça ambos os enrolamentos. Os enrolamentos também produzem fluxo adicional, conhecido como fluxo disperso, enlaçando um dos enrolamentos sem enlaçar o outro. Embora o fluxo disperso represente uma fração pequena do fluxo total, desempenha um papel importante na determinação do comportamento do transformador. Na prática, a dispersão dos transformadores é reduzida subdividindo-se os enrolamentos em seções colocadas o mais próximo possível entre si. Nos transformadores de núcleo envolvido, cada enrolamento consiste em duas seções, uma em cada perna do núcleo, e os enrolamentos do primário e do secundário são bobinas concêntricas. Nos transformadores de núcleo envolvente, variações da configuração de enrolamentos concêntricos podem ser usadas ou, então, os enrolamentos podem consistir em diversas bobinas delgadas em forma de panquecas que são montadas em uma pilha, intercalando-se as bobinas do primário e do secundário.

4.2 Excitação CA

Em sistemas de potência CA, as formas de onda de tensão e de fluxo são bastante próximas de funções senoidais de tempo. Para tais condições, esta seção descreverá as características da excitação e das perdas associadas à operação CA, em regime permanente, dos materiais magnéticos. Como modelo, usar-se-á um circuito magnético de núcleo fechado, isto é, sem entreferro, mostrado na Figura 4.2.

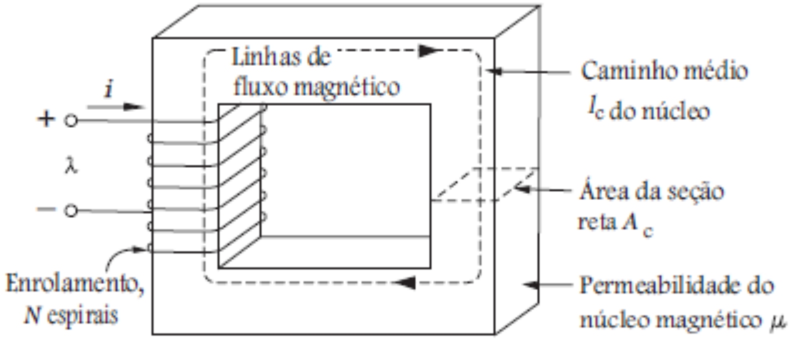


Figura 4.2 – Circuito magnético simples.

O comprimento do caminho magnético é l_c, e a área da seção reta é A_c, ao longo do comprimento do núcleo. Além disso, supõe-se uma variação senoidal para o fluxo do núcleo, assim:

$$\varphi(t) = \varphi_{max} sen\omega t = A_c B_{max} sen\omega t \quad (4.1)$$

onde

φ_{max}	amplitude do fluxo do núcleo φ em webers;
B_{max}	amplitude da densidade de fluxo Bc em teslas;
ω	freqüência angular = $2\pi f$;
f	freqüência em Hz.

Lembrando que

$$e = N\frac{d\varphi}{dt} = \frac{d\lambda}{dt} \quad (4.2)$$

a tensão induzida no enrolamento de N espiras é

$$e(t) = \omega N \varphi_{max} \cos(\omega t) = E_{max} \cos(\omega t) \quad (4.3)$$

onde

$$E_{max} = \omega N \varphi_{max} = 2\pi f N A_c B_{max} \quad (4.4)$$

Na operação CA, em regime permanente, usualmente está-se mais interessado nos valores eficazes das tensões e correntes do que nos valores instantâneos ou máximos. Em geral, o valor eficaz de uma função periódica de tempo f(t), de período T é definido como

$$F_{ef} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T f^2(t)dt} \qquad (4.5)$$

A partir da Equação 4.5, pode-se mostrar que o valor eficaz de uma onda senoidal é $1/\sqrt{2}$ vezes o seu valor de pico. Assim, o valor eficaz da tensão induzida é

$$E_{ef} = \frac{2\pi}{\sqrt{2}} f N A_c B_{max} = \sqrt{2}\pi f N A_c B_{max} \qquad (4.6)$$

Para se produzir fluxo magnético no núcleo, é necessário que uma corrente, conhecida como corrente de excitação, i_φ, esteja presente no enrolamento de excitação. As propriedades magnéticas não-lineares do núcleo requerem que a forma de onda da corrente de excitação seja diferente da forma de onda senoidal do fluxo. A curva da corrente de excitação em função do tempo pode ser obtida graficamente a partir das características magnéticas do material do núcleo, como se ilustra na Figura 4.3a. Como B_r e H_c se relacionam com φ e i_φ por constantes geométricas conhecidas, o laço de histerese CA da Figura 4.3b foi desenhado em termos de $\varphi = B_r.A_c$ e $i_\varphi = H_c.l_c/N$. As ondas senoidais da tensão induzida, e, e do fluxo, φ, de acordo com as Equações 4.1 e 4.3, estão mostradas na Figura 4.3a.

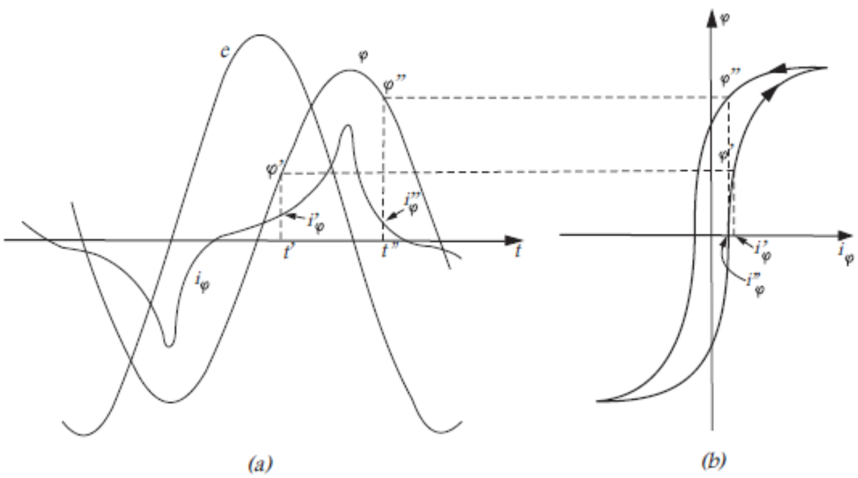


Figura 4.3 – Fenômenos de excitação. (a) Tensão, fluxo e corrente de excitação; (b) laço de histerese correspondente.

Em um instante dado qualquer, o valor de i_φ correspondente a um valor dado de fluxo pode ser obtido diretamente do laço de histerese. Por exemplo, no tempo t', o fluxo é φ' e a corrente é i'_φ; no tempo t'', os valores correspondentes são φ'' e i_φ''.

Como o laço de histerese "achata-se" devido aos efeitos da saturação, observe que a forma de onda da corrente de excitação apresenta picos acentuados. Seu valor eficaz $I_{\varphi,ef}$ é definido pela Equação 4.5, onde T é o período de um ciclo. Está relacionado com o valor eficaz correspondente $H_{c,ef}$ de H_c pela equação

$$I_{\varphi,ef} = \frac{l_c H_{c,ef}}{N} \qquad (4.7)$$

As características de excitação CA dos materiais usados em núcleos são descritas frequentemente em termos de volts-ampères eficazes, ao invés de uma curva de magnetização que relaciona B com H. A teoria que fundamenta essa representação pode ser explicada combinando as Equações 4.6 e 4.7. Assim, das Equações 4.6 e 4.7, os volts-ampères eficazes necessários para excitar o núcleo da Figura 4.2, com uma densidade de fluxo especificada, é igual a

$$E_{ef} I_{\varphi,ef} = \sqrt{2}\pi f N A_c B_{max} \frac{l_c H_{ef}}{N} = \sqrt{2}\pi f B_{max} H_{ef} (A_c l_c) \qquad (4.8)$$

Na Equação 4.8, pode-se ver que o produto $A_c l_c$ é igual ao volume do núcleo e, assim, o valor necessário de excitação, em volts-ampères eficazes, para excitar o núcleo com uma onda senoidal é proporcional à freqüência de excitação, ao volume do núcleo e ao produto da densidade do fluxo de pico vezes a intensidade eficaz do campo magnético. Para um material magnético com densidade de massa ρ_c , a massa do núcleo é $A_c l_c \rho_c$ e o valor dos volts-ampères eficazes de excitação por unidade de massa, P_a, pode ser expresso como

$$P_a = \frac{E_{ef} I_{\varphi,ef}}{massa} = \frac{\sqrt{2}\pi f}{\rho_c} B_{max} H_{ef} \qquad (4.9)$$

Observe-se que, com essa forma de normalização, o valor dos volts-amperès é uma propriedade apenas do material. Além disso, observe que esse valor depende apenas de B_{max} porque H_{ef} é uma função única de B_{max} determinada pela forma do laço de histerese do material em uma freqüência dada f qualquer. Como resultado, as condições de excitação CA de um material magnético são fornecidas frequentemente pelos fabricantes em termos de volts-ampères eficazes por unidade de peso. Esses valores são determinados por meio de ensaios de laboratório realizados com amostras de núcleo fechado do material. Esses resultados estão ilustrados na Figura 4.4 para o aço elétrico de grão orientado do tipo M-5.

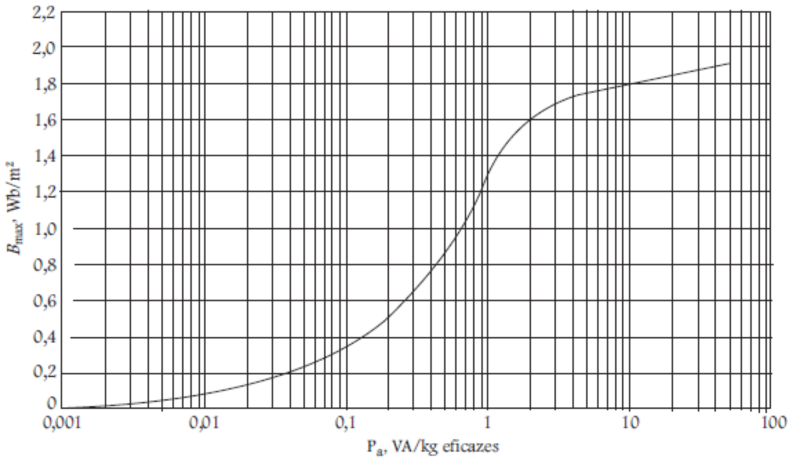


Figura 4.4 – Volts-ampères eficazes de excitação por quilograma a 60 Hz para o aço elétrico de grão orientado do tipo M-5 de 0,012 polegadas de espessura. (Armco Inc.)

A corrente de excitação fornece a FMM necessária para produzir o fluxo no núcleo e o ingresso da potência associada com a energia do campo magnético do núcleo. Parte dessa energia é dissipada como perdas das quais resulta o aquecimento do núcleo. O restante aparece como potência reativa associada ao armazenamento de energia no campo magnético. Essa potência reativa não é dissipada no núcleo; ciclicamente ela é fornecida e absorvida pela fonte de excitação.

Em materiais magnéticos, dois são os mecanismos de perdas associados a fluxos variáveis no tempo. O primeiro é o aquecimento ôhmico I^2R devido às correntes induzidas no material do núcleo. Pela lei de Faraday, tem-se que os campos magnéticos variáveis no tempo dão origem a campos elétricos. Em materiais magnéticos condutores, esses campos elétricos resultam em correntes induzidas, comumente referidas como correntes parasitas, que circulam no material do núcleo e opõem-se às mudanças de densidade de fluxo do material. Para contrabalançar o efeito de desmagnetização correspondente, a corrente do enrolamento de excitação deve aumentar. Assim, o laço B-H “dinâmico”, resultante da operação CA, é um pouco mais “cheio” do que o laço de histerese, para condições que variem lentamente. Esse efeito se intensifica à medida que a freqüência de excitação aumenta. Por essa razão, as características dos aços elétricos variam com a freqüência, e usualmente estas são fornecidas pelos fabricantes para o valor de freqüência esperada de operação de cada aço elétrico em particular. Observe, por exemplo, que o valor eficaz dos volts-ampères de excitação da Figura 4.4 está especificado para a freqüência de 60 Hz.

Para reduzir os efeitos das correntes parasitas, as estruturas magnéticas são construídas usualmente com chapas delgadas de material magnético. Essas chapas, alinhadas na direção das linhas de campo, estão isoladas entre si por uma camada de óxido em suas superfícies, ou por uma fina cobertura de esmalte ou verniz de isolação. Isso reduz grandemente a magnitude das correntes parasitas porque as camadas de isolação interrompem os caminhos de corrente; quanto mais delgadas as chapas, menores as perdas. Em geral, as perdas por correntes parasitas tendem a aumentar com o quadrado da freqüência de excitação, e também com o quadrado da densidade de fluxo de pico.

O segundo mecanismo de perdas é devido à natureza histerética do material magnético. Em um circuito magnético como o da Figura 4.2, uma excitação variável no tempo fará com que o material magnético seja submetido a uma variação cíclica descrita por um laço de histerese como o mostrado na Figura 4.5.

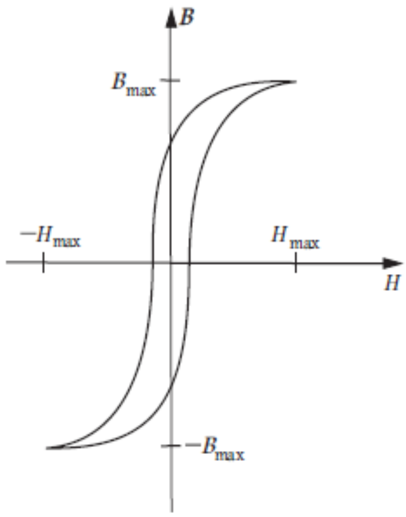


Figura 4.5 – Laço de histerese; a perda por histerese é proporcional a área do laço (sombreado.)

Em um circuito magnético, a potência nos terminais de um enrolamento é uma medida da taxa com que o fluxo de energia flui para dentro do circuito naquele enrolamento em particular. A potência, p, é determinada pelo produto da tensão pela corrente

$$p = ie = i\frac{d\lambda}{dt} \qquad (4.10)$$

e sua unidade é watts (W), ou joules por segundo. Assim, a variação da energia magnética armazenada ΔW no circuito magnético, durante o intervalo de tempo de t_1 a t_2, é

$$\Delta W = \int_{t_1}^{t_2} pdt \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} id\lambda \quad (4.11)$$

A Equação 4.11 pode ser usada para calcular o ingresso de energia W no núcleo magnético da Figura 4.2, quando o material é submetido a um único ciclo. Obtém-se

$$W = \oint i_{\varphi} d\lambda = \oint \left(\frac{H_c l_c}{N}\right)(A_c N dB_c) = A_c l_c \oint H_c dB_c \quad (4.12)$$

Verificando que $A_c l_c$ é o volume do núcleo e que a integral é a área do laço de histerese CA, vê-se que há um fornecimento líquido de energia para dentro do material, a cada vez que o material é submetido a um ciclo. Essa energia é requerida para girar os dipolos do material e é dissipada como calor no material. Assim, para um dado ciclo, as perdas por histerese correspondentes são proporcionais à área do ciclo de histerese e ao volume total de material. Como há uma perda de energia a cada ciclo, a potência das perdas por histerese é proporcional à freqüência da excitação aplicada.

Em geral, essas perdas dependem do aspecto metalúrgico do material, assim como da densidade de fluxo e da freqüência. Os dados sobre perdas no núcleo são apresentados tipicamente em forma de gráficos. São plotados em termos de watts por unidade de massa em função da densidade de fluxo. Muitas vezes, é fornecida uma família de curvas para diferentes freqüências. A Figura 4.6 mostra as perdas P_c no núcleo para o aço elétrico de grão orientado do tipo M-5 a 60 Hz.

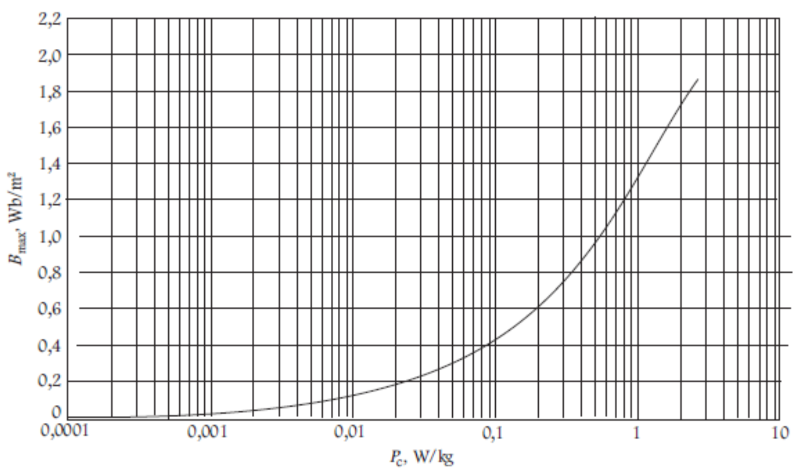


Figura 4.6 – Perdas no núcleo a 60 Hz em watts por quilograma para o aço elétrico de grão orientado do tipo M-5 de 0,012 polegadas de espessura. (Armco Inc.)

4.3 Condições sem Carga para o Transformador

A Figura 4.7 mostra esquematicamente um transformador com o seu circuito secundário aberto, e uma tensão alternada v_1 aplicada aos terminais do primário. Para simplificar os desenhos, é prática comum, em diagramas esquemáticos de transformadores, mostrar os enrolamentos do primário e do secundário como se estivessem em pernas separadas do núcleo, como na Figura 4.7, embora praticamente, na realidade, estejam intercalados. Como discutido na seção anterior sobre excitação CA, uma pequena corrente, em regime estacionário i_φ, chamada corrente de excitação, flui no primário e estabelece um fluxo alternado no circuito magnético. Esse fluxo induz uma FEM no primário igual a

$$e_1 = \frac{d\lambda_1}{dt} = N_1 \frac{d\varphi}{dt} \qquad (4.13)$$

onde

λ_1	fluxo concatenado do enrolamento primário;
φ	fluxo no núcleo enlaçando ambos os enrolamentos;
N_1	número de espiras do enrolamento primário.

A tensão e_1 é dada em volts quando φ é dado em webers. Essa FEM, juntamente com a queda de tensão na resistência do primário R_1, deve igualar-se a à tensão aplicada v_1. Assim,

$$v_1 = R_1 i_\varphi + e_1 \qquad (4.14)$$

Observe que, para os propósitos desta discussão, está-se desprezando os efeitos do fluxo disperso do primário, o que corresponde a acrescentar um termo de FEM induzida à Equação 4.14. Em transformadores típicos, esse fluxo é uma porcentagem pequena do fluxo do núcleo, e justifica-se desprezá-lo aqui para os presentes propósitos.

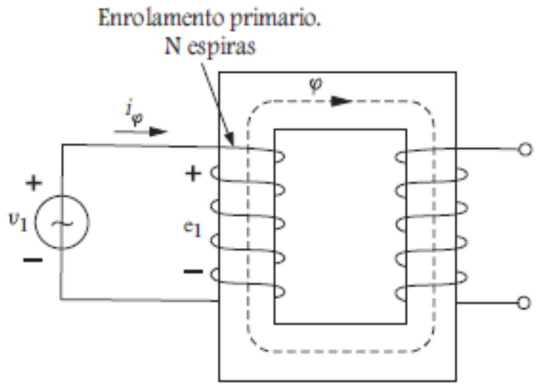


Figura 4.7 – Transformador com secundário aberto.

Na maioria dos transformadores de grande porte, a queda de tensão em aberto na resistência do primário é de fato bem pequena, e a FEM induzida e_1 iguala-se bem de perto à tensão aplicada v_1 . Além disso, as formas de onda de tensão e fluxo são senoidais muito aproximadamente. A análise pode então ser bastante simplificada. Assim, se o fluxo instantâneo for

$$\varphi = \varphi_{max} sen(\omega t) \qquad (4.15)$$

a tensão induzida será

$$e_1 = N_1 \frac{d\varphi}{dt} = \omega N_1 \varphi_{max} \cos{(\omega t)} \qquad (4.16)$$

onde φ_{max} é o valor máximo do fluxo e $\omega = 2\pi f$, em que a freqüência é f Hz. Em relação aos sentidos de referência da corrente e da tensão mostrados na Figura 4.7, a FEM induzida está adiantada 90º em relação ao fluxo. O valor eficaz da FEM induzida e_1 é

$$E_1 = \frac{2\pi}{\sqrt{2}} f N_1 \varphi_{max} = \sqrt{2}\pi f N_1 \varphi_{max} \qquad (4.17)$$

Se a queda de tensão na resistência for desprezível, a força contra-eletromotriz (FCEM) será igual à tensão aplicada. Sob essas condições, quando uma tensão senoidal é aplicada a um enrolamento, um fluxo senoidal deve se estabelecer no núcleo com um valor máximo de φ_{max} , satisfazendo a condição de que E_1 na Equação 4.17 seja igual ao valor eficaz V_1 da tensão aplicada. Assim,

$$\varphi_{max} = \frac{V_1}{\sqrt{2}\pi f N_1} \qquad (4.18)$$

Nessas condições, o fluxo do núcleo é determinado unicamente pela tensão aplicada, a sua freqüência e o número de espiras do enrolamento. Essa importante relação aplica-se não somente aos transformadores, mas também a qualquer dispositivo que opere com uma tensão aplicada senoidal, desde que as quedas de tensão devidas à resistência e à indutância do fluxo disperso sejam desprezíveis. O fluxo do núcleo é estabelecido pela tensão aplicada e a corrente de excitação necessária é determinada pelas propriedades magnéticas do núcleo. A corrente de excitação ajusta-se de tal forma que a FMM necessária é produzida de modo que o fluxo definido pela Equação 4.18 seja criado.

Devido às propriedades magnéticas não-lineares do ferro, a forma de onda da corrente de excitação difere da forma de onda do fluxo. A curva da corrente de excitação, em função do tempo, pode ser obtida graficamente a partir do laço de histerese CA, como mostrado na Figura 4.3.

Se a corrente de excitação for analisada por métodos baseados em série de Fourier, contata-se que ela consiste em uma componente fundamental e uma série de harmônicas ímpares. A componente fundamental pode, por sua vez, ser decomposta em duas componentes, uma em fase com a FCEM e a outra atrasada 90º em relação à FCEM. A componente em fase fornece a potência absorvida no núcleo pelas perdas por histerese e correntes parasitas. É referida como sendo a componente de perdas no núcleo da corrente de excitação. Quando a componente de perdas no núcleo é subtraída da corrente de excitação, o resultado é a chamada corrente de magnetização. Compreende uma componente fundamental atrasada 90º em relação à FCEM, junto com todas as harmônicas. A harmônica principal é a terceira. No caso de transformadores de potência típicos, a terceira harmônica é cerca de 40% da corrente de excitação.

Exceto em problemas que tratam diretamente dos efeitos das correntes harmônicas, geralmente as peculiaridades da forma de onda da corrente de excitação não precisam ser levadas em consideração, porque a corrente de excitação em si é pequena, especialmente em transformadores de grande porte. A corrente de excitação pode então ser representada por uma corrente senoidal equivalente, de mesmo valor eficaz e freqüência, capaz de produzir a mesma potência média que a corrente de excitação real. Tal representação é essencial à construção de um diagrama fasorial, que representa em forma vetorial as relações de fase entre as várias tensões e correntes de um sistema. Cada sinal é representado por um fasor cujo módulo é proporcional à amplitude do sinal, e cujo ângulo é igual ao ângulo de fase do sinal, medido em relação a um sinal de referência escolhido.

Na Figura 4.8, os fasores $\boldsymbol{E_1}$ e $\boldsymbol{\Phi_1}$, respectivamente, representam os valores eficazes da FEM induzida e do fluxo. O fasor $\boldsymbol{I_\varphi}$ representa o valor eficaz da corrente de excitação senoidal equivalente. Ela é atrasada de um ângulo θ_c em relação à $\boldsymbol{E_1}$.

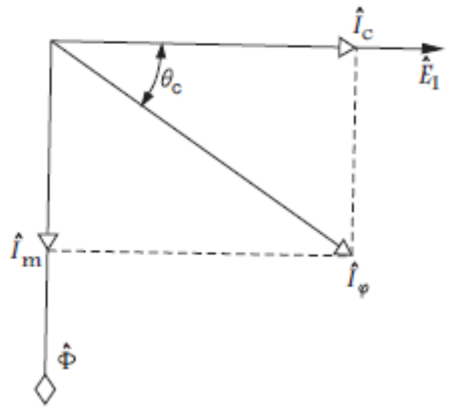


Figura 4.8 – Diagrama fasorial sem carga.

O valor das perdas no núcleo P_c, igual ao produto das componentes em fase de $\boldsymbol{E_1}$ e $\boldsymbol{I_\varphi}$ é dado por

$$P_c = E_1 I_\varphi \cos(\theta_c) \qquad (4.19)$$

A componente $\boldsymbol{I_c}$, em fase com $\boldsymbol{E_1}$, é a corrente das perdas no núcleo. A componente $\boldsymbol{I_m}$, em fase com o fluxo, representa uma corrente senoidal equivalente que tem o mesmo valor eficaz que a corrente de magnetização.

4.4 Efeito da Corrente do Secundário

Como uma primeira aproximação para uma teoria quantitativa, considere um transformador com um enrolamento primário de N_1 espiras e um secundário de N_2 espiras, como mostrado esquematicamente na Figura 4.9. Observe que a corrente do secundário é definida como positiva quando sai do enrolamento. Assim, uma corrente positiva no secundário produz uma FMM de sentido oposto ao criado por uma corrente positiva no primário. Idealizando as propriedades deste transformador supõe-se que as resistências dos enrolamentos são desprezíveis, que todo o fluxo está confinado ao núcleo enlaçando ambos os enrolamentos, que não há perdas no núcleo, e que a permeabilidade do núcleo é tão alta que apenas uma FMM de excitação insignificante é requerida para criar o fluxo. Um transformador hipotético que apresente essas propriedades é frequentemente chamado de transformador ideal.

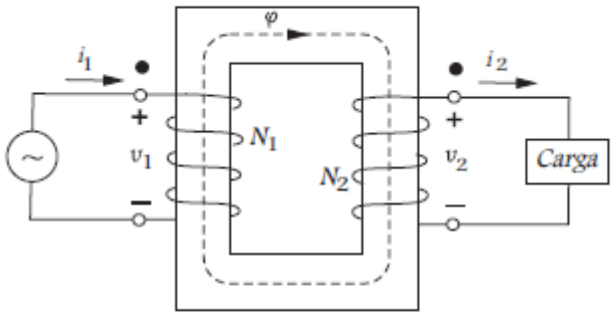


Figura 4.9 – Transformador ideal com carga.

Dadas essas suposições, quando uma tensão v_1 variável no tempo for aplicada aos terminais do primário, então um fluxo φ deve ser estabelecido no núcleo de modo que a FCEM e_1 seja igual à tensão aplicada. Assim,

$$v_1 = e_1 = N_1 \frac{d\varphi}{dt} \quad (4.20)$$

O fluxo do núcleo também concatena o secundário produzindo uma FEM induzida e_2 e uma outra tensão igual v_2 nos terminais do secundário, dadas por

$$v_2 = e_2 = N_2 \frac{d\varphi}{dt} \quad (4.21)$$

Da razão entre as Equações 4.20 e 4.21, vem

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{N_1}{N_2} \quad (4.22)$$

Assim, um transformador ideal transforma tensões na razão direta das espiras de seus enrolamentos.

Agora, conectando uma carga ao secundário, uma corrente i_2 e, consequentemente, uma FMM $N_2 i_2$, estarão presentes no secundário. Como supõe-se que a permeabilidade do núcleo seja muito elevada e que o fluxo do núcleo seja estabelecido pela tensão aplicada ao primário, como especificado pela Equação 4.20, então o fluxo do núcleo não irá se alterar com a presença de uma carga no secundário, e assim a FMM líquida de excitação, que atua no núcleo, também não irá se alterar permanecendo, portanto, desprezível. Assim,

$$N_1 i_1 - N_2 i_2 = 0 \qquad (4.23)$$

Da Equação 4.23, vê-se que uma FMM de compensação deve surgir no primário para cancelar a do secundário. Portanto,

$$N_1 i_1 = N_2 i_2 \qquad (4.24)$$

Assim, vê-se que a condição de manter inalterada a FMM líquida é o meio pelo qual o primário “toma conhecimento” da presença de uma corrente de carga no secundário. Qualquer mudança na FMM que flui no secundário, resultante de uma carga, deve-se fazer acompanhada de uma mudança correspondente na FMM do primário. Observe que, para os sentidos de referência mostrados na Figura 4.9, os valores de FMM de i_1 e i_2 estão em sentidos opostos e, portanto, compensam-se. Assim, a FMM líquida que atua no núcleo é zero, em concordância com a suposição de que a corrente de excitação de um transformador ideal seja zero.

Da Equação 4.24,

$$\frac{i_1}{i_2} = \frac{N_2}{N_1} \qquad (4.25)$$

Portanto, um transformador ideal transforma correntes na razão inversa das espiras de seus enrolamentos.

Observe também, das Equações 4.22 e 4.25, que

$$v_1 i_1 = v_2 i_2 \qquad (4.26)$$

ou seja, a potência instantânea de entrada do primário é igual à potência instantânea de saída do secundário, uma condição necessária porque todos os mecanismos dissipativos e de armazenamento de energia foram desconsiderados.

Uma propriedade adicional do transformador ideal pode ser vista examinando-se o caso em que se aplica uma tensão senoidal e usa-se uma impedância como carga. Pode-se usar o simbolismo fasorial. O circuito está mostrado de forma simplificada na Figura 4.10a. As tensões $\boldsymbol{V_1}$ e $\boldsymbol{V_2}$ da Figura 2.10a estão em fase. As correntes $\boldsymbol{I_1}$ e $\boldsymbol{I_2}$ também estão em fase, como se vê a partir da Equação 4.24. Observe novamente que a polaridade de $\boldsymbol{I_1}$ é definida como entrando no terminal marcado e a polaridade de $\boldsymbol{I_2}$, como saindo do terminal marcado.

A seguir, investigam-se as propriedades do transformador ideal em relação à transformação de impedâncias. Em forma fasorial, as Equações 4.22 e 4.25 podem ser expressas como

$$\boldsymbol{V_1} = \frac{N_1}{N_2}\boldsymbol{V_2} \qquad (4.27)$$

$$\boldsymbol{I_1} = \frac{N_2}{N_1}\boldsymbol{I_2} \qquad (4.28)$$

dessas equações, vem

$$\frac{\boldsymbol{V_1}}{\boldsymbol{I_1}} = \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 \frac{\boldsymbol{V_2}}{\boldsymbol{I_2}} \qquad (4.29)$$

Observando que a impedância de carga Z_2 relaciona-se com a tensão e a corrente do secundário por

$$Z_2 = \frac{\boldsymbol{V_2}}{\boldsymbol{I_2}} \qquad (4.30)$$

onde Z_2 é a impedância complexa da carga. Consequentemente, até onde os seus efeitos precisam ser considerados, uma impedância Z_2 no circuito do secundário pode ser substituída por uma impedância equivalente Z_1 no circuito do primário, desde que

$$Z_1 = \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 Z_2 \qquad (4.31)$$

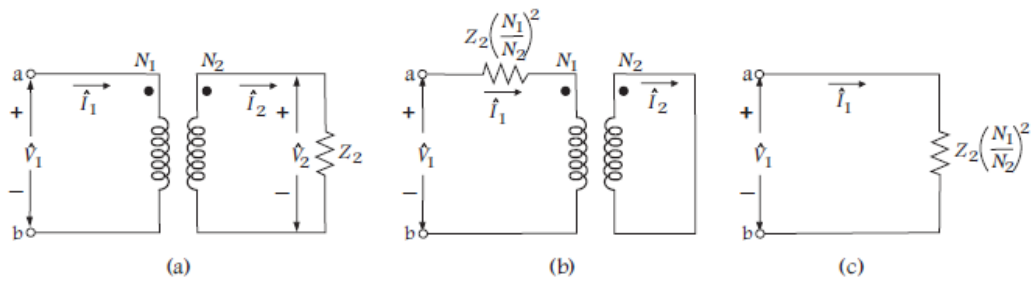


Figura 4.10 – Três circuitos que são idênticos nos terminais ab quando o transformador é ideal.

Assim, os três circuitos da Figura 4.10 serão indistinguíveis quando os seus desempenhos forem observados a partir dos terminais ab. Esse modo de transferir a impedância de um lado a outro de um transformador é conhecido por referir ou refletir a impedância para o outro lado. As impedâncias são transformadas proporcionalmente ao quadrado da relação de espiras. Do mesmo modo, as tensões e correntes podem ser referidas a um lado ou outro, usando-se as Equações 4.27 e 4.28 para calcular a tensão e a corrente equivalentes no lado escolhido.

4.5 Reatâncias no Transformador e Circuitos Equivalentes

As diferenças de um transformador real em relação a um ideal devem ser incluídas em grau maior ou menor na maioria das análises de desempenho dos transformadores. Um modelo mais completo deve levar em consideração os efeitos das resistências dos enrolamentos, os fluxos dispersos e as correntes finitas de excitação devidas à permeabilidade finita (não-linear, na realidade) do núcleo. Em alguns casos, as capacitâncias dos enrolamentos também têm efeitos importantes, notavelmente em problemas que envolvem o comportamento do transformador em freqüências acima da faixa de áudio, ou durante condições transitórias com variações muito rápidas, como as encontradas em transformadores de sistemas de potência, resultantes de surtos de tensão causados por raios ou transitórios de chaveamento.

Para iniciar o desenvolvimento de um circuito equivalente de transformador, examina-se primeiro o enrolamento primário. O fluxo total que concatena o enrolamento primário pode ser dividido em duas componentes: o fluxo mútuo resultante, confinado essencialmente ao núcleo de ferro e produzido pelo efeito combinado das correntes de primário e secundário, e o fluxo disperso de primário, que concatena apenas o primário. Estas componentes estão identificadas no transformador esquemático mostrado na Figura 4.11 onde, por simplicidade, os enrolamentos do primário e do secundário estão mostrados em pernas opostas do núcleo.

Em um transformador real, com enrolamentos entrelaçados, os detalhes da distribuição de fluxo são mais complicados, mas as características essenciais permanecem as mesmas.

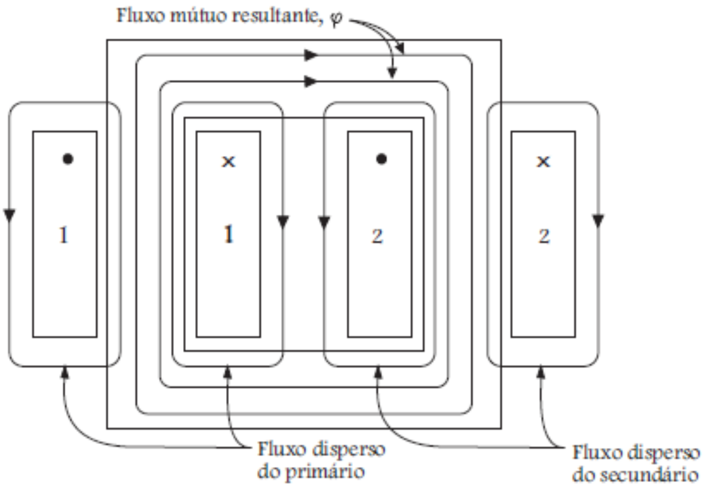


Figura 4.11 – Vista esquemática dos fluxos mútuo e disperso de um transformador.

No enrolamento primário, o fluxo disperso induz uma tensão que se soma àquela produzida pelo fluxo mútuo. Como a maior parte do caminho do fluxo disperso está no ar, esse fluxo e a tensão induzida por ele variam linearmente com a corrente $\boldsymbol{I_1}$ de primário. Portanto, pode ser representado por uma indutância de dispersão do primário L_1 (igual ao fluxo de dispersão, concatenado com o primário, por unidade de corrente de primário). A correspondente reatância de dispersão de primário X_{L1} é dada por

$$X_{L1} = 2\pi f L_1 \qquad (4.32)$$

Além disso, haverá uma queda de tensão na resistência R_1 do primário.

Vê-se agora que a tensão nos terminais do primário $\boldsymbol{V_1}$ consiste em três componentes: a queda $\boldsymbol{I_1}R_1$ na resistência do primário, a queda $\boldsymbol{I_1}X_{L1}$ oriunda do fluxo disperso do primário e a FEM $\boldsymbol{E_1}$ induzida no primário pelo fluxo mútuo resultante. A Figura 4.12a mostra um circuito equivalente do enrolamento primário que inclui todas essas tensões.

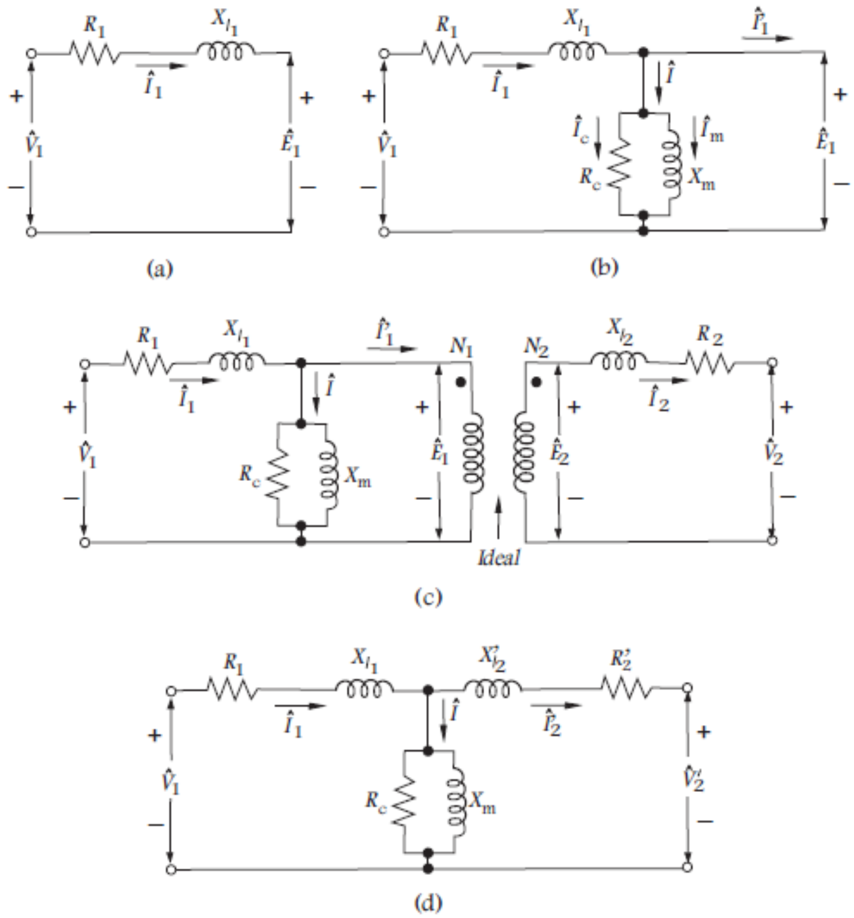


Figura 4.12 – Passos do desenvolvimento do circuito equivalente do transformador.

O fluxo mútuo resultante concatena ambos os enrolamentos, primário e secundário, e é criado por suas FMMs combinadas. É conveniente tratar essas FMMs considerando que a corrente do primário deve atender a duas condições do circuito magnético: deve não só produzir a FMM requerida para produzir o fluxo mútuo resultante, mas deve também contrabalançar o efeito da FMM do secundário que atua no sentido de desmagnetizar o núcleo. Um ponto de vista alternativo é que a corrente do primário deve não só magnetizar o núcleo, como também fornecer corrente para a carga conectada ao secundário. De acordo com esse quadro, é conveniente decompor a corrente do primário em duas componentes: uma componente de excitação e uma componente de carga. A componente de excitação $\boldsymbol{I_\varphi}$ é definida como sendo uma corrente de primário adicional, necessária para produzir o fluxo mútuo resultante. É uma corrente não senoidal. A componente de carga $\boldsymbol{I'_2}$ é definida como sendo uma componente da corrente de primário que contrabalança exatamente a FMM da corrente de secundário $\boldsymbol{I_2}$.

Como a componente de excitação é a que produz o fluxo do núcleo, a FMM líquida deve ser igual a $N_1\boldsymbol{I}_\varphi$ e vê-se assim que

$$N_1\boldsymbol{I}_\varphi = N_1\boldsymbol{I}_1 - N_2\boldsymbol{I}_2$$

$$= N_1\left(\boldsymbol{I}_\varphi + \boldsymbol{I}'_2\right) - N_2\boldsymbol{I}_2 \qquad (4.33)$$

e, da Equação 4.33, tem-se que

$$\boldsymbol{I}'_2 = \frac{N_2}{N_1}\boldsymbol{I}_2 \qquad (4.34)$$

Da Equação 4.34, vê-se que a componente de carga da corrente de primário é igual à corrente de secundário referida ao primário, como no transformador ideal.

A corrente de excitação pode ser tratada como sendo uma corrente senoidal equivalente $\boldsymbol{I}_\varphi$, podendo ser decomposta em uma componente de perdas no núcleo $\boldsymbol{I}_c$, em fase com a FEM $\boldsymbol{E}_1$, e em uma componente de magnetização $\boldsymbol{I}_m$, atrasada de 90º em relação à $\boldsymbol{E}_1$. No circuito equivalente (Figura 4.12b), a corrente de excitação senoidal equivalente foi levada em conta por meio de um ramo em derivação conectado a $\boldsymbol{E}_1$. Compreende uma resistência de perdas no núcleo R_c e, em paralelo, uma indutância de magnetização L_m cuja reatância, conhecida como reatância de magnetização, é dada por

$$X_m = 2\pi f L_m \qquad (4.35)$$

No circuito equivalente da Figura 4.12b, as perdas no núcleo, devidas ao fluxo mútuo resultante, são dadas pela potência E_1^2/R_c . R_c é referida como sendo a resistência de magnetização ou resistência de perdas no núcleo e, juntamente com X_m, formam o ramo de excitação do circuito equivalente. A combinação em paralelo de R_c e X_m será referida como sendo a impedância de magnetização Z_φ. Quando se assume que R_c é constante, supõe-se também, como conseqüência, que as perdas no núcleo variem proporcionalmente a E_1^2 ou (para ondas senoidais) a $\Phi_{max}^2 f^2$, onde Φ_{max} é o valor do fluxo mútuo resultante. Estritamente falando, a reatância de magnetização X_m varia com a saturação do ferro. Quando se assume que X_m é constante, assume-se também, como conseqüência, que a corrente de magnetização é independente da freqüência e diretamente proporcional ao fluxo mútuo resultante. Geralmente, ambos R_c e X_m são especificados para os valores nominais dados de tensão e freqüência e, então, supõe-se que permanecerão constantes quando, em operação normal, ocorrerem pequenos desvios em torno desses valores nominais.

A seguir, acrescenta-se uma representação do enrolamento secundário ao circuito equivalente. Primeiro, constata-se que o fluxo mútuo resultante $\boldsymbol{\Phi}$ induz uma FEM $\boldsymbol{E_2}$ no secundário. Como esse fluxo concatena ambos os enrolamentos, a razão entre as FEMs induzidas deve ser igual à relação de espiras dos enrolamentos, isto é

$$\frac{\boldsymbol{E_1}}{\boldsymbol{E_2}} = \frac{N_1}{N_2} \qquad (4.36)$$

exatamente como em um transformador ideal. Essa transformação de tensão e mais a de corrente da Equação 4.34 podem ser incluídas introduzindo-se um transformador ideal no circuito equivalente, como se mostra na Figura 4.12c. Entretanto, como visto no caso do enrolamento primário, a FEM $\boldsymbol{E_2}$ não é a tensão presente nos terminais do secundário por causa da resistência R_2 do secundário e porque a corrente $\boldsymbol{I_2}$ do secundário cria um fluxo disperso no secundário. Entre a tensão nos terminais do secundário $\boldsymbol{V_2}$ e a tensão induzida $\boldsymbol{E_2}$, há uma diferença dada pela queda de tensão devida à resistência de secundário R_2 e à reatância de dispersão do secundário X_{L2}, como se mostra à direita de $\boldsymbol{E_2}$ no circuito equivalente do transformador (Figura 4.12c).

A partir do circuito equivalente da Figura 4.12, pode-se ver que um transformador real é equivalente a um transformador ideal mais impedâncias externas. Referindo todas as grandezas ao primário, ou ao secundário, o transformador ideal da Figura 4.12c pode ser deslocado, respectivamente, à direita ou à esquerda do circuito equivalente. Isso é feito quase sempre e o circuito equivalente é desenhado usualmente como na Figura 4.12d, onde o transformador ideal não é mostrado e todas as tensões e correntes são referidas ao enrolamento do primário, ou do secundário. O circuito da Figura 4.12d é chamado circuito equivalente T de um transformador.

4.6 Modelagem do Transformador

Havendo uma correta compreensão e simulação dos transitórios causados pelas energizações de transformadores, assim como a determinação de seus valores de picos, será fornecido subsídios para o correto dimensionamento da proteção de todo o sistema elétrico envolvido, tanto no isolamento dos equipamentos, quanto no ajuste dos relés, evitando assim que esses eventos afetem de forma significativa o sistema elétrico de potência.

Para modelagem do transformador a figura 4.13 mostra o diagrama do circuito do transformador. Para simplificação do modelo não são considerados as reatâncias de dispersão dos enrolamentos primário e secundário. No modelo tem-se a primeira fonte de tensão da esquerda para a direita representando a tensão aplicada ao primário do transformador, a segunda fonte representa a tensão induzida no enrolamento primário, a terceira e quarta fontes expressam a força magneto motriz no circuito magnético do transformador, e por último a quinta fonte a tensão induzida no enrolamento secundário.

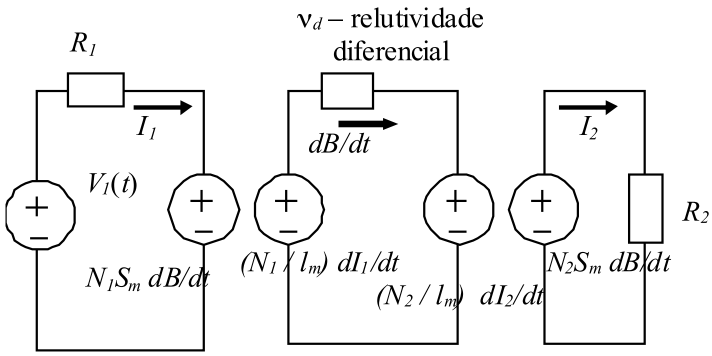


Figura 4.13 - Diagrama do circuito do transformador com o modelo de relutividade diferencial

Utilizando-se as Leis de Ohm, Ampère e Faraday-Lenz, obtém-se:

$$I_1 = \frac{V_1 - N_1 S_m \, dB/dt}{R_1} \quad (4.37)$$

$$I_2 = \frac{N_2 S_m \, dB/dt}{R_2} \quad (4.38)$$

$$\frac{dB}{dt} = \frac{1}{\nu_d} \frac{1}{l_m} \frac{d(N_1 I_1 - N_2 I_2)}{dt} \quad (4.39)$$

onde: N_1 e N_2 = espiras dos enrolamentos primário e secundário, l_m = comprimento médio do núcleo magnético por fase e S_m = seção transversal da coluna do núcleo. Substituindo a Equação 4.37 e 4.38 na Equação 4.39, obtém-se a equação diferencial:

$$S_m \left(\frac{N_1^2}{R_1} + \frac{N_2^2}{R_2} \right) \frac{d^2 B}{dt^2} + l_m \nu_d \frac{dB}{dt} - \frac{N_1}{R_1} V_1 = 0 \quad (4.40)$$

Esta é uma equação diferencial não linear onde o tempo aparece explicitamente, através de uma função periódica. Se ***X*** é o vetor de estado e $X(1)=dB/dt$, e $X(2)=B$, a Equação 4.16 pode ser escrita como:

$$\frac{d\mathbf{X}}{dt}=\mathbf{F}(\mathbf{X},t) \qquad (4.41)$$

A Equação matricial 4.41 pode ser resolvida pelo método de integração numérica de Runge Kutta de 4ª ordem, obtendo o comportamento dinâmico da energização do transformador, considerando as características do material ferromagnético do núcleo.

4.7 Influência da saturação e histerese no transitório de energização "inrush" de transformadores

A modelagem de transformadores contemplando os fenômenos de saturação e histerese são de grande importância nos estudos de qualidade de energia elétrica e proteção de sistemas elétricos. Os núcleos ferromagnéticos dos transformadores são fortemente não lineares e podem conduzir a sérios prejuízos na operação de sistemas de distribuição e subestações elétricas.

Os eventos de chaveamentos mais típicos do sistema elétrico são as operações de ligamento e de desligamento de linhas de transmissão, envolvendo transformadores disjuntores e reatores.

O processo de energização de um transformador desencadeia um fenômeno transitório característico da operação de circuitos magnéticos, tendo como principais grandezas de influência o ângulo da tensão, o fluxo residual do núcleo ferromagnético, potência e a propriedades do material ferromagnético do núcleo (BASTOS, 1992). As amplitudes das correntes de energização dos transformadores podem exceder a corrente nominal, obedecendo a um decaimento exponencial, alcançando os valores de regime permanente em alguns segundos.

Na proteção de transformadores, a proteção diferencial é a técnica mais empregada. Esta técnica se baseia fundamentalmente na Lei de Kirchoff das Correntes, que enuncia que o somatório vetorial das correntes que entram em um determinado ponto de um sistema deve ser nulo. Assim, a corrente que entra em um certo equipamento deve ser igual à corrente que sai deste equipamento a menos que ocorra um curto-circuito interno.

As faltas (curtos circuitos) e os erros presentes na relação de transformação em transformadores de corrente não são as únicas fontes de correntes diferenciais. Durante a energização de transformadores, a corrente que flui pelo circuito de magnetização, conhecida como "*inrush*", também é uma fonte de corrente diferencial. Em condição de carga, o valor desta corrente é pouco significativo, mas durante a energização do transformador essa corrente passa a ser considerável, pois a parcela da corrente que flui pelo circuito de magnetização é muito maior por causa da não linearidade da reatância de magnetização.

Em situação real de um sistema de potência, operações de desenergização e reenergização de transformadores são bastante frequentes e a análise da corrente transitória, sob várias condições devem ser observadas. A corrente transitória reproduzida neste trabalho, ocorre quando a energização é efetuada sem carga, de modo que a corrente primária é basicamente a corrente de magnetização, a qual pode ser alta dependendo principalmente do fluxo residual do núcleo.

4.7.1 – Efeitos do processo de energização de transformadores

Os transformadores de potência são construídos para operar no joelho da curva de saturação do material ferromagnético, buscando associar a relação custo-benefício mais favorável.

A energização de transformadores a vazio pode criar fluxos assimétricos e saturação nos núcleos de transformadores. Isto é resultado da não-linearidade da curva de magnetização dos materiais ferromagnéticos usado no núcleo (DE ARAÚJO, 2005).

Devido ao amortecimento exponencial a corrente de energização possui uma alta componente de corrente contínua associada, sendo rica em 1ª e 2ª harmônicas, afetando a qualidade de energia, podendo provocar atuações indevidas de relés de proteção e fusíveis.

Além disso, devido a estes transitórios, grandes forças magnéticas são induzidas nos enrolamentos dos transformadores, que podem provocar a redução da vida útil dos mesmos, sendo que os mesmos representam os componentes mais caros nos sistemas elétricos de potência.

Se um transformador é energizado de modo randômico, é possível que não ocorra pico de corrente transitória, mas na maioria dos casos poderá ocorrer. Isto acontece porque a corrente transitória não depende somente do instante de energização, mas principalmente do fluxo residual presente devido à última operação de desenergização do transformador.

A amplitude da corrente transitória de energização que ocorre no transformador é diretamente proporcional ao magnetismo residual quando não está em concordância com a polaridade e a amplitude do valor instantâneo do fluxo de regime permanente normalmente requerido para um ponto particular da onda de tensão na qual o circuito é fechado. O máximo pico de corrente pode ser esperado quando o fluxo residual é máximo em uma polaridade e o valor do fluxo em regime permanente é um máximo de outra polaridade. A Fig. 4.14 ilustra a formação dos fluxos nas condições de energização de um transformador, durante o primeiro ciclo de operação e onde para simplificação, nenhuma ação de decaimento é mostrada.

Considerando as condições reais de operação, quando ocorre a desenergização de um transformador, a corrente de excitação percorre o laço de histerese ocasionando a remanência de um fluxo residual no núcleo ferromagnético.

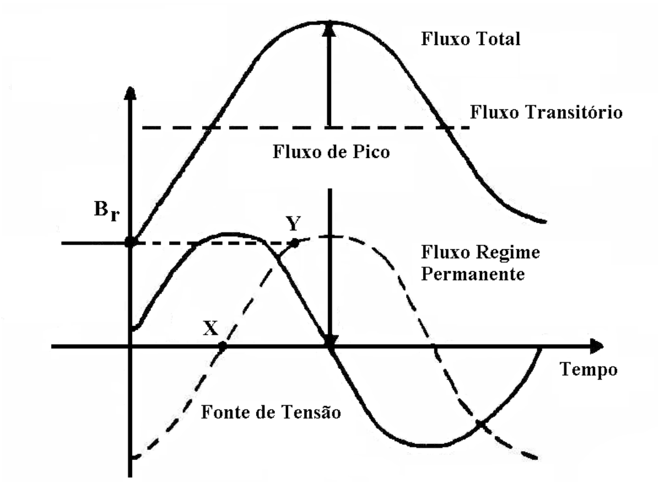


Figura 4.14 – Tensão, Fluxo e corrente durante o processo de energização. Transformador energizado no ponto zero da onda de tensão

O fluxo total da Figura 4.14 consiste de duas componentes:

- \- Fluxo Permanente: o fluxo normal requerido correspondente à magnitude da tensão de excitação.

- \- Fluxo Transitório: o fluxo permanente acrescido do valor constante de fluxo residual existente no núcleo no instante de chaveamento do circuito. Este transitório é análogo à componente transitória contínua de uma corrente originada de uma falta assimétrica.

O valor da indução residual B_r que define o fluxo no núcleo no instante de chaveamento, é determinado pelo laço de histerese da curva de excitação do material magnético quando da ocorrência da última desenergização. Na Fig. 4.14, B_r é mostrada na direção positiva e é presumida assumir o valor máximo baseado na premissa que a corrente de excitação fosse interrompida na operação de chaveamento no ponto zero antecedendo ao semiciclo positivo da onda de tensão.

Em um dado transformador, o primeiro pico do fluxo é uma função de B_r, da amplitude da tensão de excitação e, do valor instantâneo da tensão de energização no instante de fechamento. O fluxo transitório máximo é produzido pela energização do transformador no ponto zero da onda da tensão, escolhendo o ponto no instante quando o sinal da tensão está crescendo na direção positiva do fluxo residual.

Com o fluxo residual negativo, fechando o circuito 180º mais tarde, o fluxo transitório seria produzido na direção de polaridade oposta. Considerando a Fig. 4.14, se o chaveamento ocorrer 90º mais tarde, no ponto "X", o valor instantâneo do regime permanente será zero, e o fluxo transitório, portanto, igual ao fluxo residual. Se o transformador for energizado no ponto "Y", onde o valor do fluxo de regime permanente iguala ao valor do fluxo residual, não ocorreria nenhum fluxo transitório. Portanto, sobre esta condição, não haveria pico de corrente de magnetização.

Em resumo, no instante de energização, se a tensão for zero, o fluxo residual será máximo e o pico do fluxo transitório no núcleo será maior que duas vezes o fluxo nas condições nominais de operação, provocando um pico de corrente transitória.

Se o modelo da curva de excitação real de um material ferromagnético envolvendo o laço de histerese for contemplado na simulação, distorções na curva da corrente de magnetização serão introduzidas, demonstrando o efeito da saturação e perdas presentes no material ferromagnético, representando o comportamento físico real nas condições da energização e em regime permanente.

Para análise da formação do pico da corrente de energização, na Fig. 4.15, é assumido que a curva de excitação seja representada pelo laço de histerese. Nesse caso o pico de corrente de magnetização "I" para a condição de fluxo transitório máximo pode ser determinado graficamente pelo comportamento da saturação e histerese do material ferromagnético.

Por exemplo, considerando o instante em 90º da onda instantânea de tensão e ponto zero do fluxo instantâneo (ponto "X" da Fig. 1), visto no lado direito da Fig. 4.15, acrescido ao valor do fluxo residual ϕ_r , terá como resultado o valor de ϕ_x visto no lado esquerdo, fornecendo o valor de I_x.

A amplitude de I_x é transferida para o mesmo instante no gráfico do lado direito, caracterizando o primeiro ponto da curva de corrente. Os outros pontos da curva são determinados similarmente.

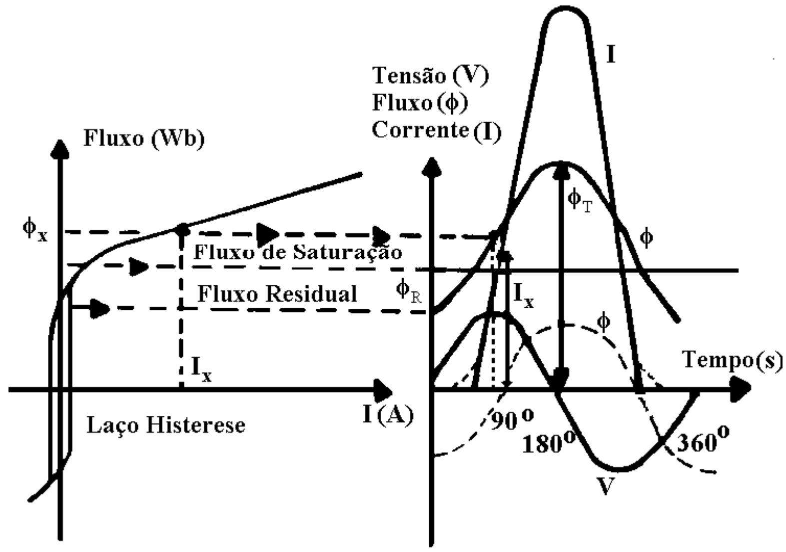


Figura 4.15 – Descrição da formação da corrente transitória de energização considerando as características da curva de magnetização do núcleo

4.8 Modelagem de um sistema elétrico em condições de curto-circuito

Um curto-circuito ocorre devido a uma redução abrupta da impedância, ocasionando uma grande elevação no valor da corrente que passa pelo circuito, podendo ser considerada nula a tensão no local. Por este motivo, este é um dos principais problemas enfrentados no sistema elétrico já que eles ocorrem em pontos aleatórios e se não forem extintos rapidamente podem causar muitos danos, devido à alta corrente.

4.8.1 Componente de Regime Permanente

A componente de regime permanente da corrente de curto-circuito exprime a corrente que circula na rede, algum tempo depois da ocorrência do curto circuito, quando as componentes transitórias já se extinguiram. A corrente em regime permanente senoidal pode ser determinada à partir do circuito equivalente de Thèvenin, o qual é definido, para a freqüência de operação da rede, a partir do cálculo do fasor de tensão em vazio, no ponto de curto-circuito, e da impedância equivalente do sistema, vista do ponto de curto-circuito.

O fasor da corrente de curto-circuito é dado por

$$\dot{I}_{cc} = \frac{\dot{E}_0}{\dot{Z}} = \frac{E_0\angle\alpha}{R+jX} \qquad (4.42)$$

4.8.2 Componente Unidirecional

Seja o caso da rede ser representada por um circuito RL, série, excitado por um gerador ideal de tensão senoidal.

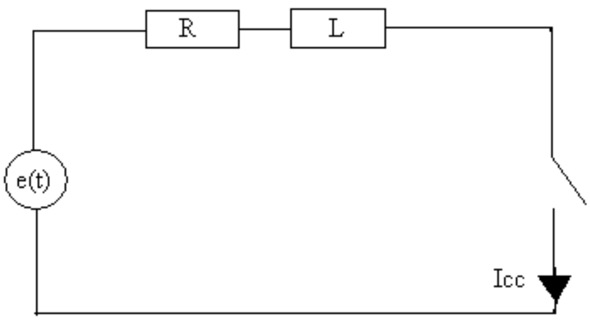


Figura 4.16 – Circuito RL série.

Aplicando a segunda lei de Kirchhoff ao circuito da Figura 4.16, tem-se

$$e(t) = Ri(t) + L\frac{di(t)}{dt} \qquad (4.43)$$

A Equação 4.43 pode ser resolvida aplicando-se a transformação de Laplace, a ambos os membros.

$$E(s) = RI(s) + sLI(s) \quad (4.44)$$

No entanto, determinar-se-á a solução da equação diferencial (4.43), obtendo-se

- A resposta livre do sistema, que corresponde a impor-se excitação nula ao sistema, $e(t) = 0$, e resolver-se a equação diferencial homogênea. A corrente obtida será representada por $i_h(t)$.
- A reposta forçada do sistema, conhecida também como solução particular da equação diferencial. A corrente obtida será representada por $i_p(t)$.

A solução completa da equação diferencial é obtida pela superposição das duas soluções

$$i(t) = i_h(t) + i_p(t) \quad (4.45)$$

Para a solução da equação homogênea tem-se

$$Ri_h + L\frac{di_h}{dt} = 0 \quad (4.46)$$

$$\frac{di_h}{i_h} = -\frac{R}{L}dt \quad (4.47)$$

Integrando-se ambos os membros da Equação (4.47) resulta

$$\int \frac{di_h}{i_h} = \int -\frac{R}{L}dt \quad (4.48)$$

$$\ln i_h(t) = -\frac{R}{L}t + A \quad (4.49)$$

ou, ainda

$$i_h(t) = e^{\left(-\frac{R}{L}t+A\right)} = e^{A}e^{-\frac{R}{L}t} = A_0 e^{-\frac{R}{L}t} \quad (4.50)$$

onde A_0 representa a constante de integração que é determinada a partir das condições iniciais.

A componente da corrente de regime permanente é determinada resolvendo-se o circuito em regime permanente senoidal

$$\dot{E} = (R + j\omega L)\dot{I} \quad (4.51)$$

$$\dot{I} = \frac{\dot{E}}{R+j\omega L} = \frac{E\angle\alpha}{Z\angle\psi} = \frac{E}{Z}\angle\alpha - \psi \quad (4.52)$$

onde

$$\dot{E} = E\angle\alpha = \frac{E_m}{\sqrt{2}}\angle\alpha$$

$$\dot{Z} = R + j\omega L = Z\angle\psi = \sqrt{(R^2 + \omega^2 L^2)}\angle arctg[\omega L/R]$$

resulta, portanto

$$i_p(t) = \frac{E}{Z}\sqrt{2}\cos(\omega t + \alpha - \psi) \quad (4.53)$$

A solução completa é dada por

$$i(t) = A_0 e^{-(R/L)t} + \frac{E_m}{Z}\cos(\omega t + \alpha - \psi) \quad (4.54)$$

Para determinação da constante, A_0 , a condição inicial embasa-se no fato que, num circuito, a corrente não pode variar instantaneamente. Assim, sendo $t = 0$ o instante em que ocorre o curto-circuito será

$$i(0_-) = i(0_+) = i(0) \quad (4.55)$$

Além disso, assumindo-se que antes do curto-circuito a rede estava operando em vazio, corrente nula, $i(0) = 0$, resultará

$$i(0) = i_0 = 0 = A_0 + \frac{E_m}{Z}\cos(\alpha - \psi) \quad (4.56)$$

logo

$$A_0 = \frac{E_m}{Z}\cos(\alpha - \psi) \quad (4.57)$$

ou ainda

$$i_h(t) = -\frac{E_m}{Z}e^{-\frac{R}{L}t}\cos(\alpha - \psi) \quad (4.58)$$

resultando para a corrente total

$$i(t) = \left[-e^{-\frac{R}{L}t}\cos(\alpha - \psi) + \cos(\omega t + \alpha - \psi)\right]\frac{E_m}{Z} \quad (4.59)$$

Nota-se que a componente transitória, sempre que a resistência não for nula, decai exponencialmente com o tempo. Esta componente da corrente de curto-circuito é chamada de componente unidirecional.

O 2º termo da Equação 4.59 varia senoidalmente com o tempo; o 1º não é periódico e decresce, exponencialmente com uma constante de tempo L/R, sendo chamado, também, de componente CC da corrente.

Assim, quando ocorre um curto-circuito em um sistema de potência, a corrente resultante é composta de duas componentes: uma componente simétrica (CA) determinada pelo valor da tensão da fonte e pela impedância da rede, e uma componente de corrente contínua (CC) cujo valor inicial e taxa de decaimento são determinadas em função do instante de ocorrência do curto na onda de tensão, do valor da tensão da fonte e da relação X/R da rede.

A assimetria da corrente resultante de curto-circuito decorre da presença da componente CC.

O valor da componente CC pode variar desde zero até um valor igual ao valor de pico da componente simétrica de corrente alternada. O valor inicial da componente CC é igual ao valor da componente simétrica de corrente alternada no instante em que ocorre o curto-circuito.

Num sistema teórico, em que $R = 0$, a componente CC permaneceria com valor constante. Entretanto, num sistema prático, em que a resistência está presente, a componente CC decai até zero, de acordo com a energia armazenada e representa a perda de energia sob forma de I^2R na resistência do sistema.

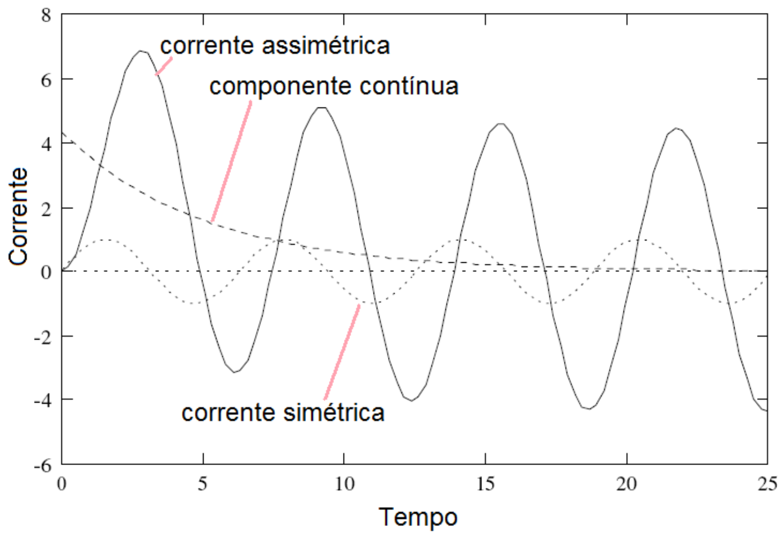


Figura 4.17 –(a) Componente de corrente alternada (superior) (b) componente de corrente contínua (inferior)

A corrente de curto-circuito se compõe assim de duas componentes, a componente de corrente alternada que varia simetricamente em relação ao eixo horizontal de referências e a componente de corrente contínua.

Os valores assimétricos das correntes de curtos-circuitos são empregados para a determinação da capacidade dos equipamentos em suportar os efeitos dinâmicos das correntes de falta. Já os valores simétricos são usados para determinar as capacidades de interrupção dos dispositivos de seccionamento (por exemplo, disjuntores), as capacidades de suportar os efeitos térmicos produzidos pelas correntes de falta, e para definir os ajustes dos dispositivos de proteção contra sobrecorrente.

De forma geral, as correntes de curto-circuito são calculadas com os seguintes objetivos:

- Determinação do poder de interrupção de disjuntores e fusíveis, com a previsão da corrente máxima de curto-circuito no ponto da rede onde estão instalados;
- Coordenação das proteções, envolvendo a especificação das correntes e tempos de disparo das mesmas.
- Previsão dos esforços térmicos e eletrodinâmicos provocados pela passagem da corrente, pois todos os elementos da rede, sobretudo barramentos e seccionadoras, têm que suportar os efeitos destrutivos da passagem das correntes de curto-circuito;

Assim, o estudo do curto-circuito permite dimensionar as linhas de transmissão em relação ao seu limite térmico, definir a capacidade de interrupção de disjuntores, dimensionar transformadores de medição de tensão e corrente quanto à saturação, definir o ajuste de relés de proteção, analisar sobre e subtensões devido ao curto-circuito, conhecer o tempo de atuação de relés e estudar a estabilidade dinâmica do sistema elétrico.

Este item apresenta a modelagem da tensão de curto-circuito de um sistema elétrico de potência que, normalmente, visa à obtenção de análises, quando da ocorrência de um defeito num de seus pontos.

O transformador, o qual será o foco do estudo, é representado por uma impedância no sistema elétrico e portanto, é um elemento de grande importância com relação ao amortecimento destes transitórios oriundos de perturbações na linha. O amortecimento dos transitórios estão diretamente relacionados com as considerações feitas com relação à modelagem deste transformador.

Diversos fatores contribuem para o surgimento de faltas na rede elétrica e por este motivo, por mais bem projetada que seja um sistema, o surgimento de uma falta é um problema o qual deve ser sempre encarado com iminência. Os fatores que contribuem para o aparecimento do curto-circuito no sistema pode ser um problema de isolação, podendo haver uma ruptura dielétrica e fuga de corrente; problema mecânico, problemas elétricos, oriundos de descargas atmosféricas, surtos no chaveamento ou sobretensões no sistema; situações na natureza como queimadas, contato com árvores próximas a rede, entre outros.

Na Figura 4.18 tem-se um sistema de potência simplificado com duas barras, na presença de um curto circuito trifásico na linha de transmissão. Pretende-se modelar aqui a tensão resultante na barra ligado ao transformador com carga, resultante do curto-circuito.

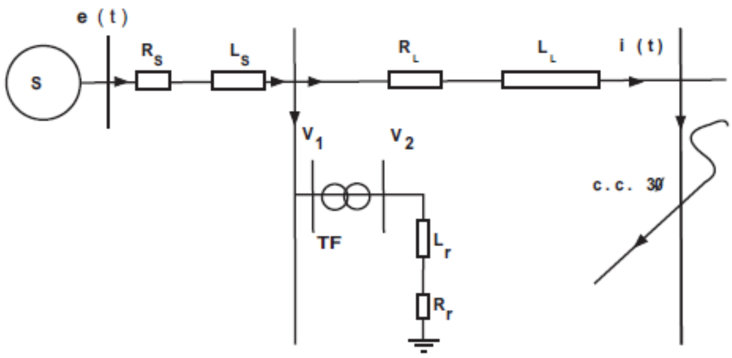


Figura 4.18 – Sistema com duas barras e curto-circuito na linha de transmissão.

Nesta figura pode-se considerar os seguintes parâmetros:

$e(t) = Em\ sen\ (wt + \alpha)$ = tensão instantânea de pico fase-neutro do sistema;

$i(t)$ = corrente de curto-circuito trifásica transitória assimétrica;

R_S e L_S = resistência e indutância do sistema antes da linha de transmissão;

R_L e L_L = resistência e indutância da linha de transmissão;

$A = N_1/N_2$ = relação de transformação do TPI;

V_1, V_2 = tensões primária e secundária do TPI;

α = ângulo que define a distância do ponto zero da onda de tensão ao ponto em que ocorre o curto-circuito;

E_m = tensão de pico fase-neutro do sistema.

4.8.3 Cálculo da tensão transitória na barra do transformador (carga)

A partir da Figura 4.18 pode-se escrever

$$V_1 = R_l\, i(t) + L_l \frac{di(t)}{dt} \quad (4.60)$$

A equação para i(t) é definida como

$$i(t) = \frac{E_m}{|Z|}\left[\mathrm{sen}(wt + \alpha - \psi) - sen\,(\alpha - \psi)e^{\frac{-R}{L}t}\right] \quad (4.61)$$

Substituindo o valor de i(t) na Equação 4.60

$$V_1 = R_l \frac{E_m}{|Z|}\left[sen(wt + \alpha - \psi) - sen(\alpha - \psi)e^{\frac{-R}{L}t}\right] + L_l \frac{E_m}{|Z|}\left[wcos(wt + \alpha - \psi) + \frac{R}{L}e^{\frac{-R}{L}t} sen(\alpha - \psi)\right]$$

(4.62)

ou

$$V_1 = \frac{E_m}{|Z|}[R_l sen(wt + \alpha - \psi) + L_l wcos(wt + \alpha - \psi)] + \frac{E_m}{|Z|} sen(\alpha - \psi)e^{-Rt/L}\left[-R_l\right.$$

(4.63)

A partir da relação matemática (Pitágoras) envolvendo o triângulo retângulo formado pelos parâmetros do circuito, tem-se que

$$|Z_1|^2 = [R_l^2 + w^2 L_l^2]^{1/2}$$

$$R_l = |Z_1| cos\gamma$$

$$w.L_l = |Z_1| sen\gamma$$

$$\gamma = \tan^{-1} w \left(\frac{L_l}{R_l}\right)$$

Substituindo estes valores na Equação 4.63 vem

$$V_1 = E_m[|Z_1| cos\gamma\; sen(wt + \alpha - \psi) + |Z_1| sen\gamma\; cos\,(wt + \alpha - \psi)] + \frac{E_m}{|Z|}\; sen(\alpha - \psi)\; e^{\frac{-R}{L}t}\left[-R_l + L_l \frac{R}{L}\right]$$

(4.64)

Rearranjando e substituindo o valor de $R = R_s + R_l$ e $L = L_s + L_l$, a Equação 4.64 fica

$$V_1 = \frac{E_m}{|Z|}|Z_1|sen(wt + \alpha - \psi + \gamma) + \frac{E_m}{|Z|}sen(\alpha - \psi)\ e^{-\frac{R_s + R_l}{L_s + L_l}t}\ \left(\frac{R_s L_l - R_l L_s}{L_s + L_l}\right)$$

(4.65)

Chamando

$A = E_m \frac{|Z_1|}{|Z|}$

$B = (\alpha - \psi + \gamma)$

$C = \frac{E_m}{|Z|}$

$D = \frac{R_s L_l - R_l L_s}{L_s + L_l}$

$E = sen(\alpha - \psi)$

$F = \frac{R_s + R_l}{L_s + L_l}$

a Equação 4.65 fica

$$V_1 = A\ sen(wt + B) + CDE\ e^{-F\,t} \quad (4.66)$$

Onde V_1 é a tensão na barra ligada ao transformador com carga.

CAPÍTULO 5 - SIMULAÇÃO E ANÁLISE DOS RESULTADOS

Neste capítulo serão apresentadas as simulações da energização do transformador assim como a simulações de curtos-circuitos num sistema elétrico de referência, em que se consideram os efeitos de saturação do núcleo ferromagnético nos transformadores do sistema.

5.1 Simulação da influência da não linearidade da indutancia na operação de sistemas elétricos

Os transitórios de chaveamento podem ser interpretados como a abertura ou fechamento de chaves ideais num circuito RLC. Dentre as ações de chaveamento pode ser citados como mais importantes a energização e desenergização de um capacitor e de um indutor, estes últimos merecem um destaque devido ao foco deste estudo.

A energização de indutores é importante na compensação da energia reativa em uma linha de transmissão quando esta opera em carga leve, a fim de amenizar o Efeito Ferranti na linha, evitando assim sobretensões.

5.1.1 Desenvolvimento Matemático de transitórios de chaveamento em circuitos RLC

Para efeito de estudo considerou-se a configuração básica de um circuito RLC série, conforme Fig. 5.1, envolvendo o comportamento transitório do circuito magnético, quando da abertura do circuito. O circuito é constituído por uma bobina representada por uma indutância não linear histerética, um capacitor linear e uma resistência ôhmica.

A resposta natural é determinada pela supressão da fonte de tensão. Como o processo de chaveamento é suposto ocorrer, por conveniência, em t=0, é apropriado dizer que em t=0, a tensão na capacitância é igual a V_S.

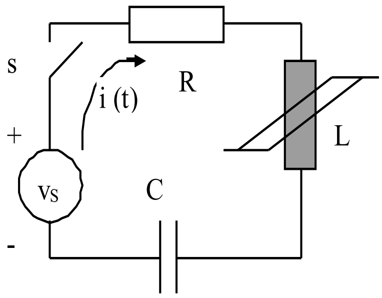


Figura 5.1 - Circuito RLC série

O circuito caracteriza um sistema dinâmico governado por uma equação diferencial de segunda ordem. Neste item analisa-se a componente natural da resposta deste circuito. A equação para esta rede é:

$$Ri(t) + L\frac{di(t)}{dt} + \frac{1}{C}\int i(t)dt = V_s(t) \qquad (5.1)$$

ou diferenciando,

$$L\frac{d^2i(t)}{dt^2} + R\frac{di(t)}{dt} + \frac{1}{C}i(t) = \frac{dV_s(t)}{dt} \qquad (5.2)$$

Esta é uma equação diferencial não linear devido à presença de elemento saturável. O tempo aparece explicitamente na função periódica representando a fonte de alimentação.

5.1.2 Solução numérica – Indutância não Linear

Considerando que em um circuito magnético simples a corrente é proporcional ao campo magnético no indutor, e, a tensão do indutor é proporcional à derivada do fluxo magnético no indutor; pode-se resolver numericamente o circuito junto com o modelo de histerese unidimensional. Supõe-se neste trabalho, que a capacitância seja constante.

É fundamental conhecer-se as características do material magnético, sendo o mesmo representado por uma curva B-H não linear.

Primeiramente é considerado o comportamento não linear reversível (sem perdas) e irreversível (com perdas). As curvas B-H referentes a magnetização sem histerese e com histerese que representam o material magnético é mostrada na Figura 5.2. Os parâmetros usados no modelo são: M_s=1.12 x10^6 A/m, a=110.16 A/m e α=0.0001433, H_{HS}=270 A/m, γ_H=0.15252 (KOLTERMANN et al, 2011).

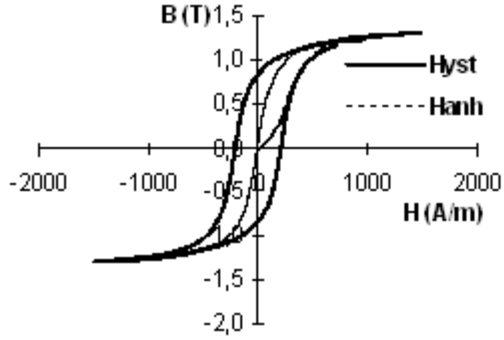


Figura 5.2 – Característica B-H do material magnético.

O modelo incorpora a análise do núcleo magnético usando a relutividade diferencial. O processo numérico-experimental é resumido no diagrama da Figura 5.3. Os resultados do cálculo passo a passo no tempo podem ser comparados com medições experimentais, e suas diferenças podem ser reduzidas até um valor aceitável, usando-se o método dos mínimos quadrados. Neste processo iterativo, determinam-se os parâmetros do material magnético (KOLTERMANN *et al*, 2011).

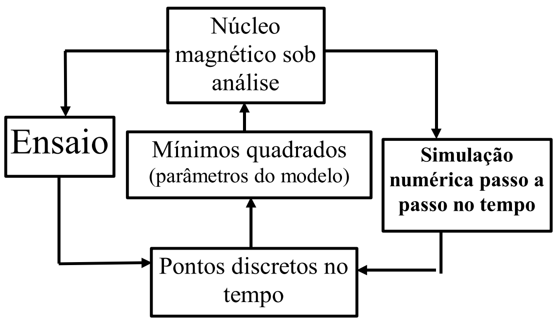


Figura 5.3 – Algoritmo de Cálculo

O circuito considerado contém dois armazenadores de energia: a indutância e a capacitância. Considera-se, portanto, duas variáveis de estado: o fluxo concatenado ψ no indutor e a tensão da capacitância. Essas duas variáveis foram escolhidas, pois estas são funções contínuas, e suas derivadas não aparecem na análise.

Introduz-se a indutância diferencial L_Δ que permite escrever a corrente como,

$$i_k = i_{k-1} + \frac{1}{L_\Delta}\left(\psi_k - \psi_{k-1}\right) \qquad (5.3)$$

Este cálculo representa o passo fundamental na integração numérica em (5.3) considerando a histerese.

$$\begin{cases} \dfrac{dV_C}{dt} = \dfrac{1}{C} i_{k-1} + \dfrac{1}{CL_\Delta}\left(\psi_k - \psi_{k-1}\right) \\ \dfrac{d\Psi}{dt} = -V_C - Ri_{k-1} - \dfrac{R}{L_\Delta}\left(\psi_k - \psi_{k-1}\right) \end{cases} \qquad (5.4)$$

Se X é o vetor de estado, X(1) $=\psi$, X(2)=V_C, a equação é escrita dX/dt=F(X,t). Destaca-se que os parâmetros do sistema de (5.4) variam no tempo, ou seja, de um passo para outro. A análise no domínio do tempo é obtida pela integração numérica desta equação.

5.1.3 Resultados

A Figura 5.4 apresenta a simulação da corrente versus tempo para: (a) relutividade convencional sem perdas de histerese; e, (b) relutividade diferencial com histerese estática, utilizando a linguagem de programação Fortran. Observa-se uma diferença acentuada nas curvas para os dois casos. No caso sem perdas a resposta é uma oscilação simétrica e amortecida. Como o nível de corrente decresce, a saturação torna-se menos importante e a taxa de harmônicas diminui. Quando se acrescenta a histerese, o amortecimento é maior, bem como a freqüência natural aumenta, pois o período de oscilação fica menor. A resposta não é mais simétrica e o efeito do amortecimento está associado com a dissipação. Analisando em termos de circuito equivalente, a indutância devida à histerese alterou o coeficiente de amortecimento α e a freqüência natural ω_0. Se as perdas forem consideráveis, a energia oscilará entre a indutância e a capacitância, sendo dissipada em um curto espaço de tempo.

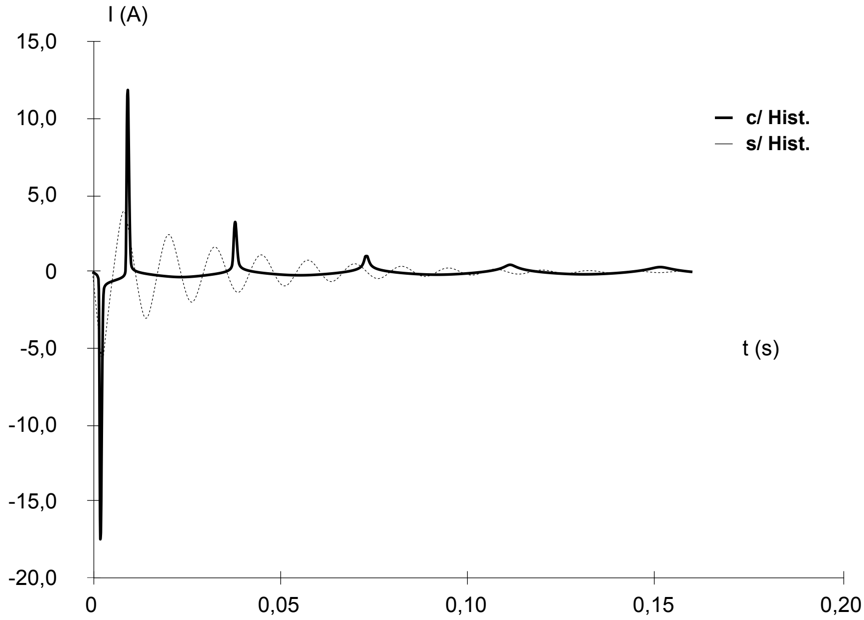


Figura 5.4 - Curva da corrente versus tempo (a) sem histerese (b) com histerese

Esses transitórios correspondem à transição das energias armazenadas ora no indutor e ora no capacitor. A simulação no domínio do tempo é conduzida por um tempo suficiente para dissipação total das energias do sistema.

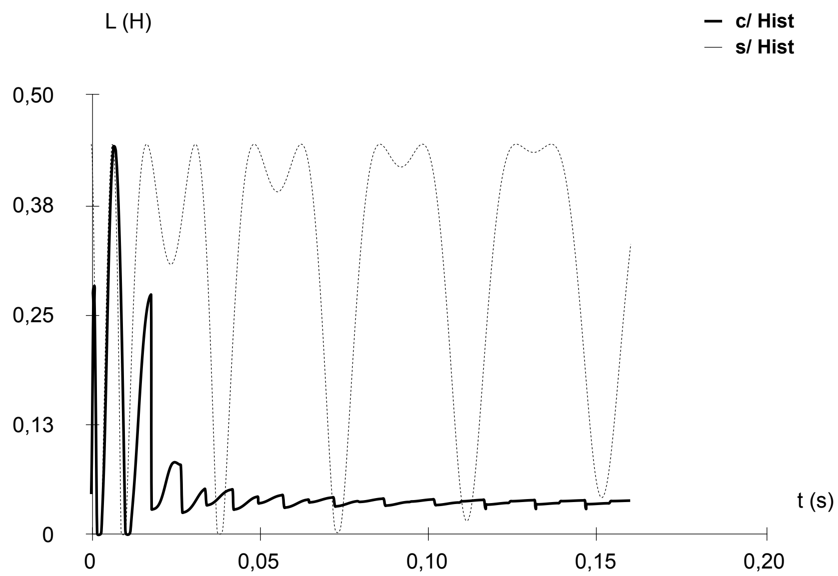


Figura 5.5 - Gráfico da Indutância em função do tempo (a) sem histerese (b) com histerese

Conforme a Figura 5.5, quando se acrescentou a histerese, o amortecimento ficou maior, bem como a freqüência natural aumentou, pois o período de oscilação ficou menor. Pensando em termos de circuito equivalente, a indutância diferencial alterou o coeficiente de amortecimento α e a freqüência natural ω_0.

5.1.4 Simulação de corrente de energização "inrush" - Estudo de Caso

Para a simulação foi tomado um transformador com as seguintes características: Potência: 3 MVA, Tensão: 34,5/13,8 kV, Conexão: Δ -Y; Frequência: 60 Hz ; Resistências : R_1=3,1 ohms/fase, R_2=0,147 ohms/ fase; Enrolamento primário: N_1=1787 espiras, Enrolamento secundário N_2= 393 espiras, Seção transversal do núcleo: S_m=442 x 10^{-4} m^2 ; Comprimento médio do circuito magnético: =3,8 m/fase . Para efeito de simulação e análise da corrente "*inrush*" a fonte de tensão foi alimentada no enrolamento secundário do transformador (menor tensão). Os parâmetros do modelo de histerese da curva de magnetização foram: Ms=1,12 x 10^6 A/m, a = 110,16 A/m, α=0,0001433, H_{HS} = 270 A/m, γ_H=0,15252.

São apresentadas duas simulações onde o transformador é energizado sob os ângulos de 45º e 84º . As formas de onda obtidas são mostradas nas Figuras 5.6 e 5.7.

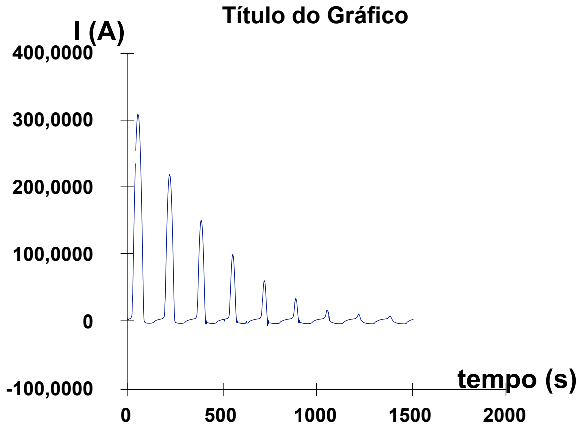


Figura 5.6 - Simulação da corrente transitória sob condições de energização em 45º

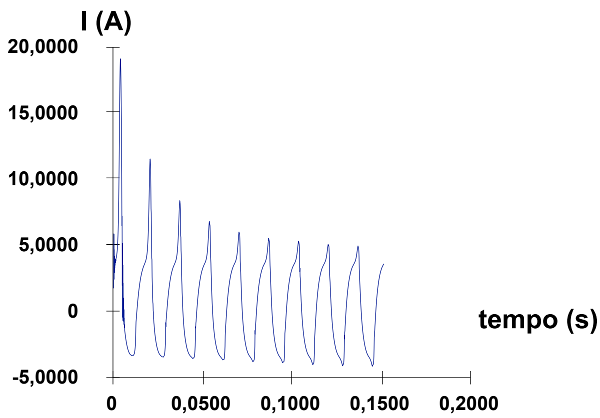


Figura 5.7 - Simulação da corrente transitória sob condições de energização em 84º

O caso representado na Figura 5.6, situação do ângulo mais próximo de zero, ocorre quando a densidade de fluxo alcança um valor alto que faz dirigir o núcleo à condição de saturação, cujo efeito repercute na característica da curva de histerese, a qual faz o enrolamento primário drenar do sistema elétrico uma alta corrente de magnetização.

O valor da componente DC da corrente de energização depende do instante do fechamento do disjuntor.

5.2 Estudo e simulação de Transitórios de curto-circuitos em Sistemas Elétricos no ATPDraw™

O estudo de fenômenos transitórios em sistemas elétricos também pode ser realizado através de modelos em escala reduzida, de simuladores analógicos, de simuladores digitais ou de simuladores híbridos.

Os simuladores digitais têm alcançado notáveis progressos, tendo em vista a evolução na velocidade de processamento e nas configurações dos computadores atuais.

Pode-se afirmar que não há grandes limitações para a modelagem de qualquer componente do sistema elétrico em programas digitais. Qualquer equivalente elétrico, ou desenvolvimento teórico, baseado em características elétricas conhecidas, ou possíveis de serem determinadas por ensaios, pode ser representado por um conjunto de instruções e acoplado num programa digital para o cálculo de transitórios. Com a evolução dos computadores, e devido aos custos envolvidos, pode-se afirmar que a tendência atual para a simulação de transitórios está nos simuladores digitais.

A área de transitórios eletromagnéticos envolve uma ampla gama de fenômenos, provocados por variações súbitas de tensão ou corrente nos sistemas elétricos, inicialmente em estado de regime permanente na grande maioria dos casos. Essas variações súbitas de tensão e corrente são provocadas por descargas atmosféricas, faltas no sistema ou operação de disjuntores.

Um estudo de transitórios tanto pode levar à especificação dos dispositivos de proteção dos equipamentos de um sistema elétrico quanto pode permitir a determinação dos motivos que provocaram uma perturbação no sistema.

Os curtos circuitos podem ser caracterizados de várias formas:

- Duração: auto–extinguível, transitório e estacionário;
- Origem: mecânica, sobretensões, falha de isolamento no interior ou exterior de equipamentos;
- Tipos: fase-terra, fase-fase-terra, fase-fase e trifásico (menor incidência, porém maior dano quanto à estabilidade transitória).

Para a simulação dos efeitos transitórios de um curto-circuito num sistema com a presença de transformadores onde é considerado os efeitos de saturação de seu núcleo magnético foi utilizado o software ATPDraw™.

O programa Alternative Transients Program - ATPDraw é uma ferramenta de grande flexibilidade e de grande importância na realização de estudos de transitórios em sistemas de potência, ou mesmo de estudos em regime permanente onde a topologia da rede ou o problema a ser estudado não permite uma simples representação monofásica. No entanto, a diversidade de opções de modelagem que oferece, e a extensa gama de estudos que permite realizar, fazem com que o usuário seja responsável por uma série de decisões, que vão desde a escolha do passo de integração mais adequado até a análise dos resultados obtidos, tornando a sua missão de difícil execução.

O ATPDraw é considerado o programa mais usado universalmente para simulações de fenômenos eletromagnéticos e eletromecânicos transitórios em sistemas elétricos de potência. Com este programa, redes complexas e sistemas de controle diversos podem ser simulados.

ATPDraw™ para Windows é um programa gráfico que, essencialmente, pré-processa à versão do ATP de Electromagnetic Transients Program (EMTP). No ATPDraw™ o usuário pode construir o modelo digital do circuito a ser simulado usando o mouse e selecionando componentes predefinidos de uma lista extensiva, interativamente. Então, o ATPDraw™ gera o arquivo de entrada para a simulação no ATP.

5.2.1 Parâmetros de Modelagens do ATPDraw™

A diversidade de opções de modelagens oferecidas pelo programa permite um estudo complexo do sistema elétrico de potência. Dentre os vários parâmetros oferecidos pelo software, serão abordados os de maior importância para este estudo, tais como:

- **Elementos Concentrados:** são as resistências, capacitâncias e indutâncias, elementos que podem ser conectados no circuito para formação de filtros, banco de capacitores, reatores, etc.

- **Elementos Acoplados:** são os elementos R-L com acoplamento entre fases, os quais podem ser utilizados em parâmetros de seqüência zero e positiva.

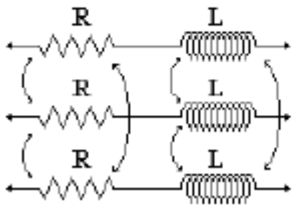


Figura 5.8 – Parâmetros Acoplados R-L

- **Transformadores:** os transformadores, os quais são o foco principal do estudo, possuem várias modelagens dentro do ATP. No programa encontra-se modelos monofásicos, trifásicos, com dois ou três enrolamentos, além de modelos saturáveis, considerando as perdas de magnetização, ou modelos não-saturáveis, onde estas perdas são desprezadas. A Figura 5.9 representa um transformador saturável de 2 enrolamentos, ou seja, nela está representada sua resistência de perdas e reatância de magnetização, responsáveis pelas perdas por correntes de Foucault e histerese. A característica de magnetização destes transformadores é um dos problemas mais complexos para a simulação dos transitórios devido à sua ligação com a geração de harmônicos e transitórios de grande duração.

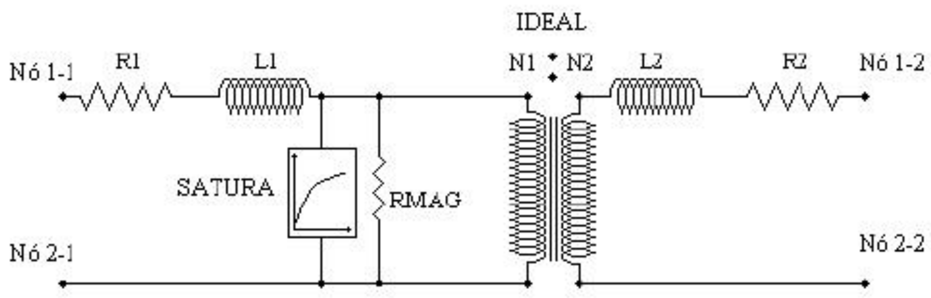


Figura 5.9 – Representação do Trafo de 2 Enrolamentos Saturável

- **Chaves:** o programa dispõe de uma variedade de modelos de chaves, onde a seqüência de chaveamento define o tipo de estudo a ser realizado. Pode-se encontrar chaves de tempo controlado, chaves estatísticas, chaves sistemáticas, chaves controladas por sinais e chaves de medição. As chaves estatísticas e sistemáticas são utilizadas para simular o disjuntor considerando-se também a dispersão entre os tempos de fechamento de cada contato. A diferença entre elas é que as chaves estatísticas possuem os tempos de fechamento gerados a partir de uma distribuição estatística normal ou uniforme, cujos parâmetros são definidos pelo usuário. Já as sistemáticas possuem tempos de fechamento de acordo com uma determinada lei de formação. As chaves estatísticas podem ser aplicadas na determinação da distribuição de sobretensões devido a manobras na linha de transmissão.

5.2.2 Estudo de Caso – Sistema Elétrico de Potência - SEP

O circuito escolhido apresenta um diagrama unifilar, com nove barras, contendo um diagrama de impedância e um diagrama de fluxo, encontrados no livro "*Power System Control and Stability"* de (ANDERSON, 1986), que estão presentes na Figura 5.10 e na Figura 5.11. Apesar de se tratar de uma rede didática, o estudo apresentado mostra-se bastante pertinente, pois os procedimentos desenvolvidos para a sua análise podem ser aplicados às redes reais fornecendo resultados condizentes, permitindo uma análise eficiente da rede real.

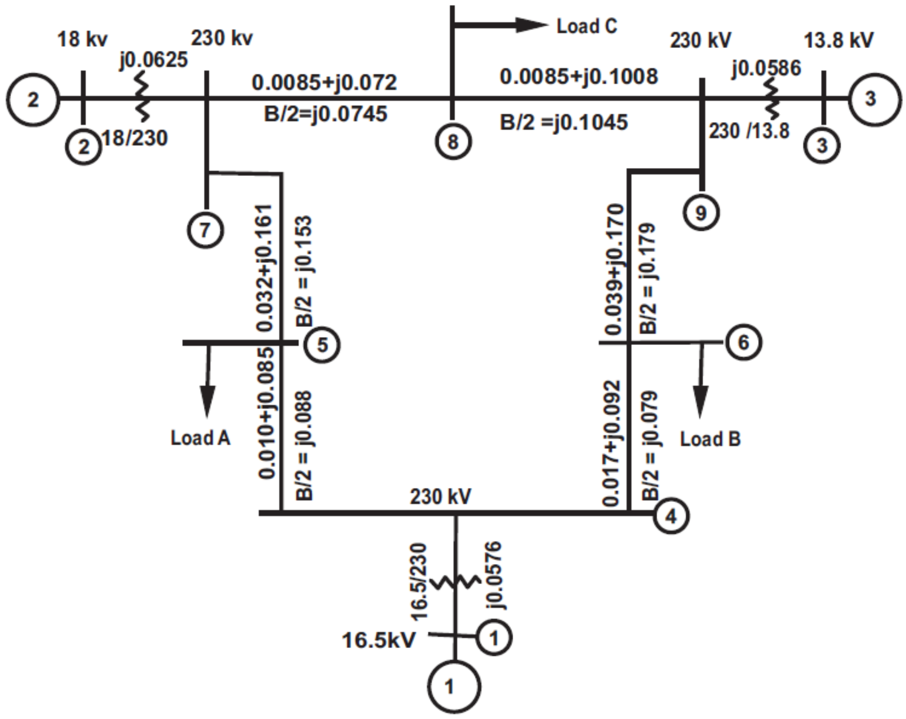


Figura 5.10 - Diagrama de impedância da rede, em pu, com 100 MVA de base.

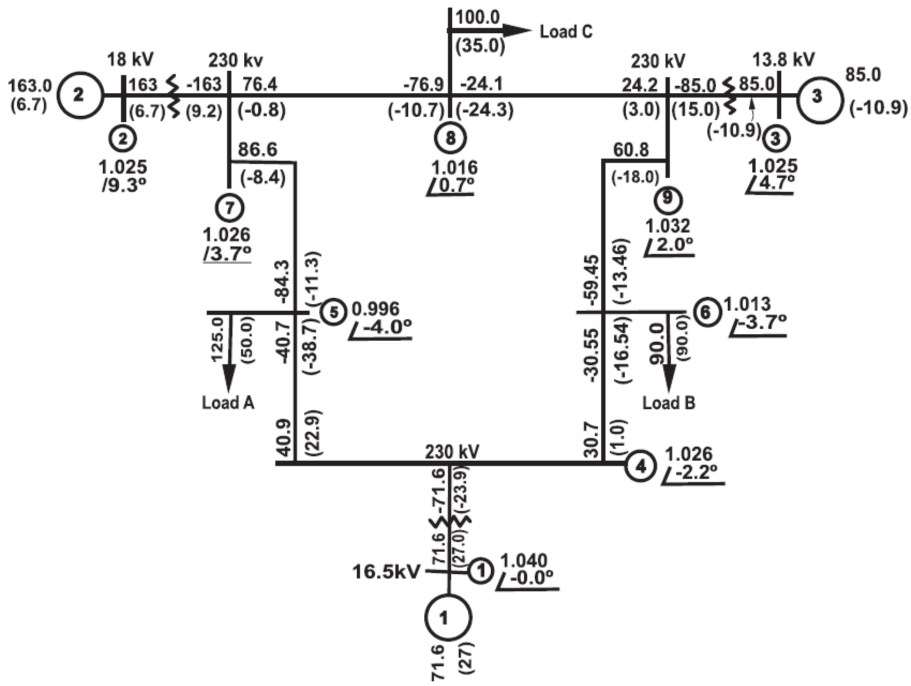


Figura 5.11 - Diagrama de fluxo do circuito, todos os fluxos estão em MW e MVAr.

5.2.3 Determinação dos Parâmetros da LT´s para o ATPDraw™

Sabendo que, para o diagrama de impedância da Figura 5.10, a potência de base (Sb) é de 100 MVA e que, como as linhas de transmissão se encontram, todas, no lado de alta dos transformadores, cuja tensão de linha é de 230 kV, e adotando-a como a tensão de base (Vb), calcula-se facilmente a impedância de base (Zb)

$$Z_b = \frac{V_b^2}{S_b} = \frac{230^2}{100} = 529\Omega \qquad (5.5)$$

De posse do valor de Zb, efetua-se, de maneira simples, o cálculo dos parâmetros das linhas de transmissão. Assim, segue que

$$Z_{barra} = Z_L Z_b = R_{barra} + jX_{barra} \qquad (5.6)$$

Uma vez obtido Z_{barra} é necessário, pelo tipo de linha escolhida, dividi-la pelo comprimento da linha, obtendo assim um Z_{barra} em [Ω/km]. A parte real de Z_{barra} é a própria resistência de seqüência positiva. Para a obtenção da indutância utiliza-se a seguinte relação, extraída da teoria de circuitos

$$L^+ = \frac{X_{barra}}{\omega} = \frac{X_{barra}}{2\pi f} = \frac{X_{barra}}{377} \qquad (5.7)$$

Utiliza-se a impedância shunt (B/2), fornecida no diagrama da Figura 5.10, para calcular a capacitância da linha, da seguinte maneira

$$C^+ = \frac{B}{\omega} = \frac{B}{377} \qquad (5.8)$$

Os parâmetros de seqüência zero são obtidos através da multiplicação dos valores de seqüência positiva por três. Os valores apresentados para as linhas do sistema da Figura 5.10 estão dispostos na Tabela 5.1. A Figura 5.12 mostra os parâmetros da linha que está situada entre as barra 8 e 9 inseridos no ATPDraw™, para efeito de exemplificação.

Tabela 5.1 – Parâmetros das linhas de transmissão

Barras	Impedância-Z_L (pu)	B/2 (pu)	R_0 (ohm)	R+ (ohm)	L_0 (mH)	L+ (mH)	C_0 (µF)	C+ (µF)	l (km)
4 -> 5	0.01+j 0.085	j 0.088	0.1587	0.0529	3.579	1.193	0.026475	0.008825	100
4 -> 6	0.017+j 0.092	j 0.079	0.26979	0.08993	3.873	1.291	0.023766	0.007922	100
5 -> 7	0.032+j 0.161	j 0.153	0.51	0.17	6.78	2.26	0.04602	0.01534	100
6 -> 9	0.039+j 0.170	j 0.179	0.61893	0.20631	7.155	2.385	0.05385	0.01795	100
7 -> 8	0.0085+1 0.072	j 0.0745	0.1686	0.0562	3.78	1.26	0.028014	0.009338	80
8 -> 9	0.0119+j 0.1008	j 0.1045	0.18885	0.06295	4.24	1.41	0.03144	0.01048	100

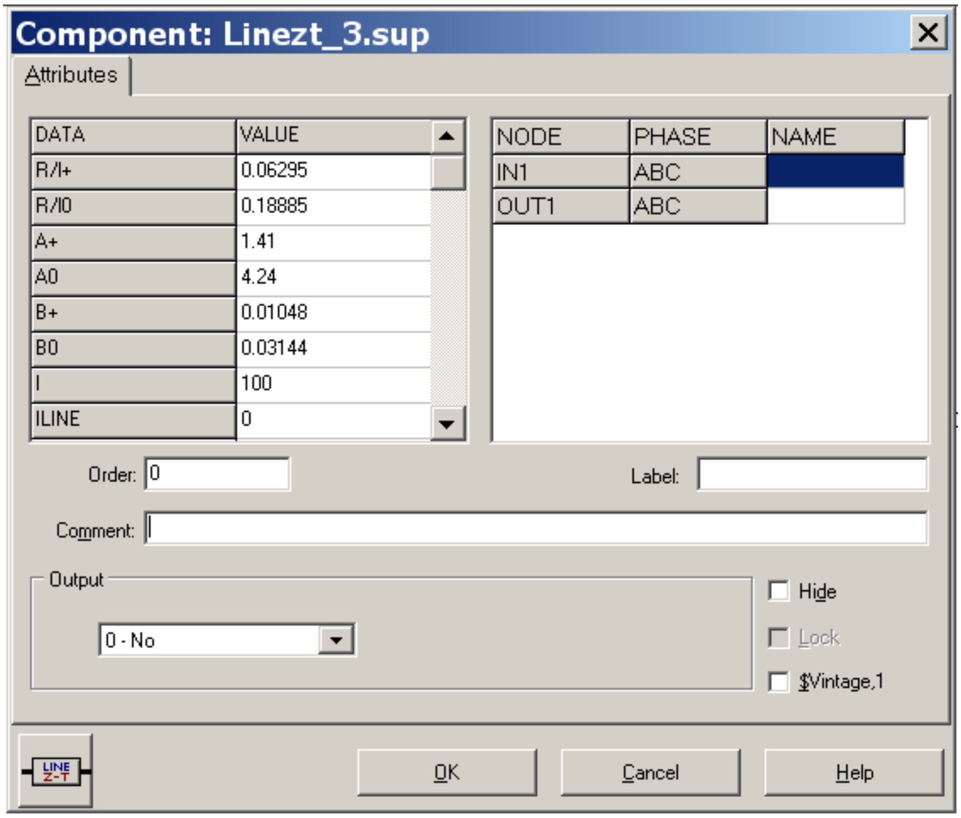


Figura 5.12 – Exemplo de parametrização da linha de transmissão situada entre as barras 8 e 9 no ATPDraw™.

5.2.4 Determinação dos Parâmetros da Carga para o ATPDraw™

O valor das cargas foi fornecido em pu, na Figura 5.11, e as mesmas se encontram no lado de alta do sistema. Uma vez obtido o valor da impedância de base para o lado em questão, o que foi feito anteriormente, para extrair o valor em ohms da impedância da carga, basta multiplicar o valor da impedância em pu pelo valor da impedância de base, como se segue

$$Z_c(\Omega) = Z_c(pu).Z_b = R_c \pm jX_c \quad (5.9)$$

O valor da resistência de cada carga é a parte real da impedância (R_c), dada em ohms. Já no caso da reatância (X_c), o que determina o tipo de reativo é o sinal. Se positivo trata-se de uma carga indutiva, caso contrário uma carga capacitiva.

Para o caso indutivo a relação usada é

$$L_c = \frac{X_c}{\omega} = \frac{X_c}{377} \qquad (5.10)$$

Já no caso capacitivo tem-se

$$C_c = \frac{1}{\omega . X_c} = \frac{1}{377 . X_c} \qquad (5.11)$$

Como, para o circuito implementado as cargas consideradas são indutivas, não se fará necessária a utilização da Equação 5.11. Os valores dos parâmetros das cargas A, B e C do diagrama das Figuras 5.10 e 5.11 estão dispostos na Tabela 5.2, a qual mostra os parâmetros da carga A, que está situada na barra cinco no sistema da Figura 5.11, inseridos no ATPDraw™ (Figura 5.13), para efeito de exemplificação.

Tabela 5.2 – Parâmetros das cargas A, B e C.

Cargas	Impedância Z_C (pu)	Impedância Z_C (ohm)	R_C (ohm)	L_C (mH)
A	0.68 + j 0.27	361.91 + j 144.76	361.91	384
B	1.03 + j 0.34	542.84 + j 180.95	542.84	480
C	0.92 + j 0.32	486.47 + j 170.2	486.47	451.63

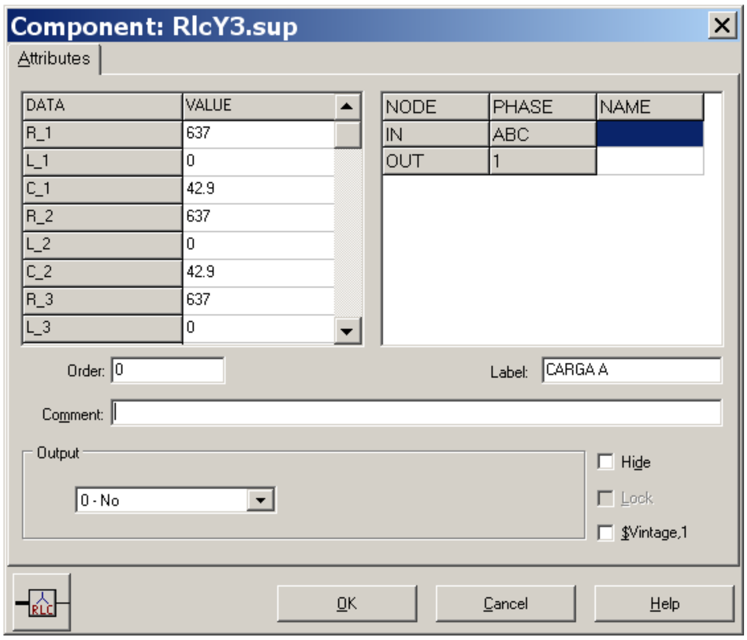


Figura 5.13 – Exemplo de parametrização da carga A no ATPDraw™.

5.2.5 Determinação dos Parâmetros dos Transformadores para o ATPDraw™

O transformador utilizado para as simulações é o trifásico, com seu lado de baixa conectado em delta e o lado de alta conectado em estrela, com um defasamento angular de 30°. Observa-se que o dispositivo usado apresenta uma configuração de um transformador utilizado em sistemas reais.

Os parâmetros que necessitam de um cálculo aprimorado são as reatâncias de cada lado do transformador, e para que esse tipo de modelagem seja feita, deve se obter a impedância de base de ambos os lados do dispositivo.

Divide-se a reatância de cada transformador por dois. Metade para o lado de alta e a outra metade para o lado de baixa. Com as impedâncias de base de cada lado calculada, tem-se

$$Z_{baixa}(\Omega) = \frac{Z_{eq}(pu)}{2} . Z_{b(baixa)} \quad (5.12)$$

Como a impedância é puramente reativa, a indutância do lado primário é obtida da seguinte forma

$$L_{baixa} = 3.\frac{Z_{baixa}}{\omega} = 3.\frac{Z_{baixa}}{377} \quad (5.13)$$

O fator multiplicativo é justificado, porque essa forma de cálculo fornece o resultado para uma conexão em estrela, e o lado de baixa está conectado em delta, lembrando ainda que se trata de um sistema equilibrado.

A forma de dimensionamento do lado de alta é muito semelhante ao de baixa. Tem-se, dessa forma

$$Z_{alta}(\Omega) = \frac{Z_{eq}(pu)}{2} . Z_{b(alta)} \quad (5.14)$$

Como essa ligação é feita em estrela, não é necessário multiplicar por três o valor de impedância encontrada, assim como aconteceu anteriormente no lado de baixa. Vale lembrar que a impedância é puramente reativa, com isso

$$L_{alta} = \frac{Z_{alta}}{\omega} = \frac{Z_{alta}}{377} \quad (5.15)$$

No circuito simulado são utilizados três transformadores, sendo um para cada grupo gerador. Os valores dos parâmetros calculados estão dispostos na Tabela 5.3. Os parâmetros mostrados na Tabela 5.3 serão os mesmos utilizados para as simulações considerando os efeitos de saturação do núcleo, porém, o modelo utilizado no ATPDraw™ nestes casos levará em consideração em seus cálculos uma curva de histerese.

Tabela 5.3 - Parâmetros para os transformadores.

Barra	$Z_{equivalente}$ (pu)	V_1 (kV)	L_1 (mH)	V_2 (kV)	L_2 (mH)
1 -> 4	j 0.0576	16.5	0.624	132.8	40.41
2 -> 7	j 0.0625	18	0.807	132.8	43.85
3 -> 9	j 0.0586	132.8	41.11	13.8	0.444

Nas Figuras 5.14 e 5.15 estão exemplos de como os dados dos transformadores foram inseridos no ATPDraw™ e, também, os dados da curva de histerese utilizada nas simulações, respectivamente.

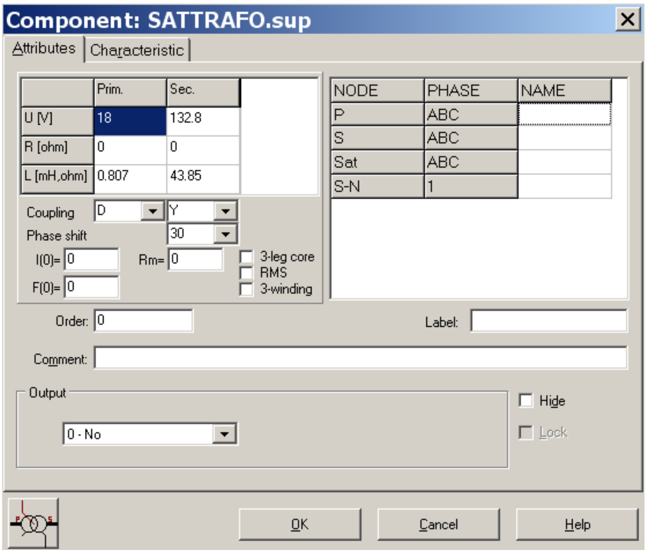
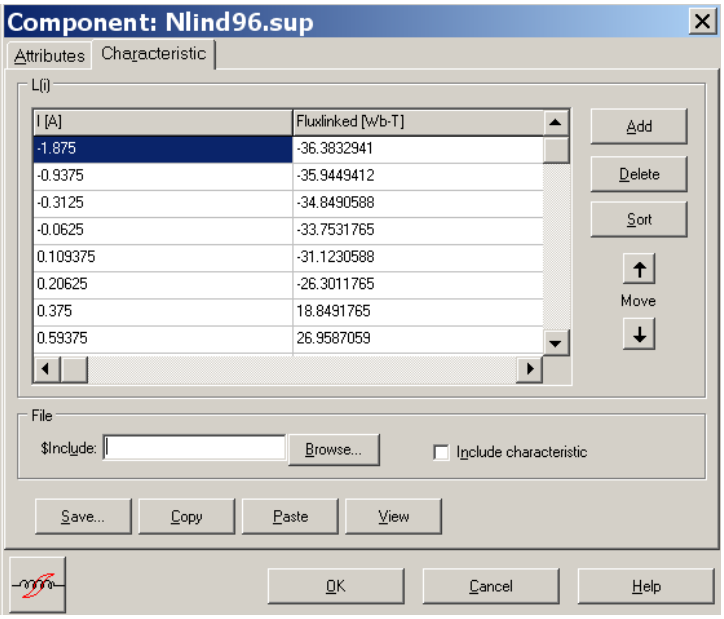


Figura 5.14 – Dados do transformador conectado entre a barra 2 e a barra 7.



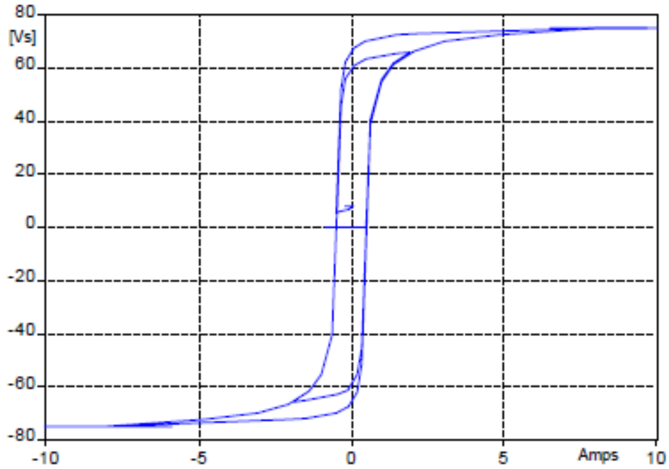


Figura 5.15 – Modelo da curva de histerese para o transformador no ATPDraw™.

5.2.6 Montagem do Sistema Elétrico no ATPDraw™

Ao longo deste capítulo foi mostrado o caminho trilhado no desenvolvimento da rede elétrica estabelecida. De posse de todos os parâmetros é possível implementar o circuito completo. Nas Figuras 5.16 e 5.17 estão os modelos no ATPDraw™ que representam o sistema mostrado na Figura 5.10 para as simulação de transitórios quando não se considera os efeitos de saturação do núcleo e quando se considera tais efeitos, respectivamente. A Figura 5.16 ainda mostra onde serão feitas as medições de tensão nas simulações das faltas bifásica e trifásica. Note que um transformador extra foi adicionado a barra em que se encontra a carga B para poder-se analisar as variações de tensão em seu secundário durante tais eventos.

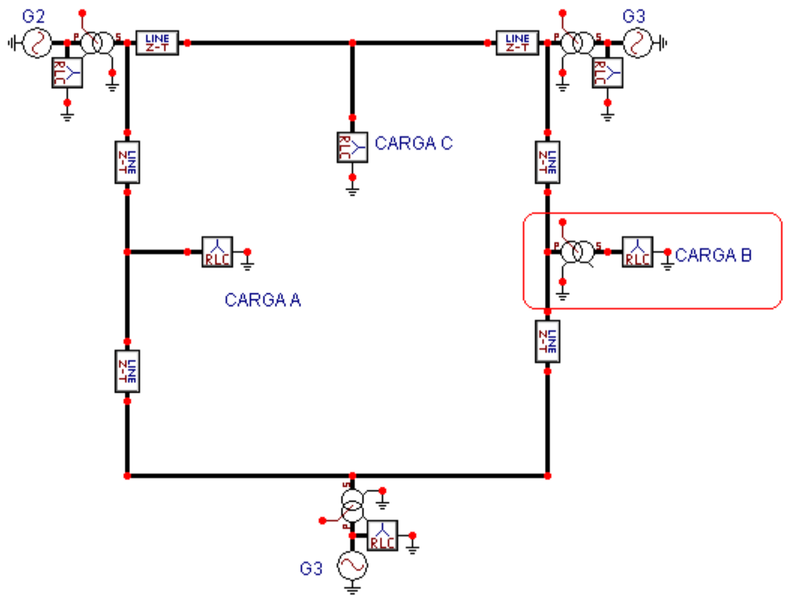


Figura 5.16 – Modelo completo do circuito para simulação de transitórios no ATPDraw™ sem considerar os efeitos de saturação no núcleo.

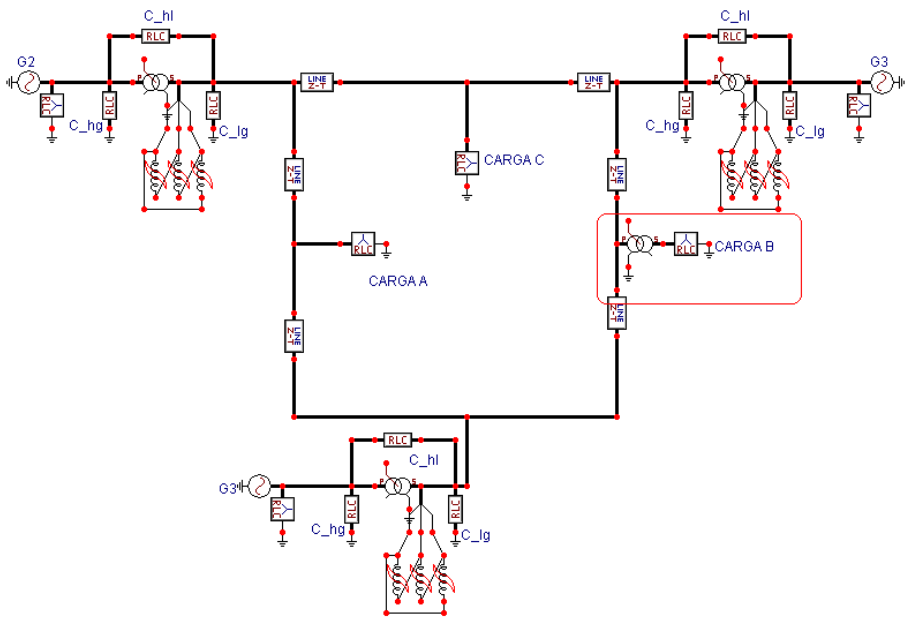


Figura 5.17 - Modelo completo do circuito para simulação de transitórios no ATPDraw™ quando se consideram os efeitos de saturação no núcleo.

Com o circuito completo modelado, conforme a Figura 5.16, foi feita a validação do modelo, através da verificação dos fluxos de potência nas barras, comparando-os com os valores teóricos apresentados na Figura 5.11. A coerência entre os valores teóricos fornecidos e os resultantes da simulação está demonstrada, para as barras de carga e para os geradores, na tabela 5.4.

Tabela 5.4 – Comparação entre os fluxos para o modelo simulado.

Barra	Resultados fornecidos		Resultados obtidos		Erro P (%)	Erro Q (%)
	P (MW)	Q (MVAr)	P (MW)	Q (MVAr)		
G1	71.6	27	71	26.7	0.84%	1.11%
G2	163	6.7	163.3	6.6	0.18%	1.49%
G3	85	-10.9	85.5	-10.92	0.59%	0.18%
Carga A	125	50	125.02	50.01	0.02%	0.02%
Carga B	90	30	90.02	30.01	0.02%	0.03%
Carga C	100	35	100.02	35.01	0.02%	0.03%

5.3 Simulação de Transitórios de curto-circuitos em sistemas elétricos no ATPDraw™

O que é sempre válido lembrar, é que com o correto ajuste de fluxo e com todos os parâmetros corretamente dimensionados, qualquer tipo transitório de chaveamento ou de falta pode ser dimensionado no ATPDraw™, sendo o referido software bastante aplicado em estudo transitórios de sistemas elétricos em concessionárias de energia elétrica e centros de pesquisa.

O curto-circuito foi considerado na posição localizada entre as barras 7 e 8 do diagrama da Figura 5.10. Esta localização do curto-circuito será utilizada tanto para simulação do caso de curto-circuito bifásico como para o caso trifásico. Para simular as faltas, a 20 Km da barra 7, a linha entre as barras 7 e 8 foi dividida em duas. Como a linha original tinha 80 Km, bastou multiplicar os valores dos parâmetros da linha por 1/4, para a linha de 20 Km, e por 3/4 para a linha de 60 Km.

5.3.1 Curto-circuito Bifásico

No modelo simulado, apresentado na Figura 5.18, foi utilizada uma chave normalmente aberta que fecha em 20 ms conectando as duas fases, formando, assim, o curto-circuito.

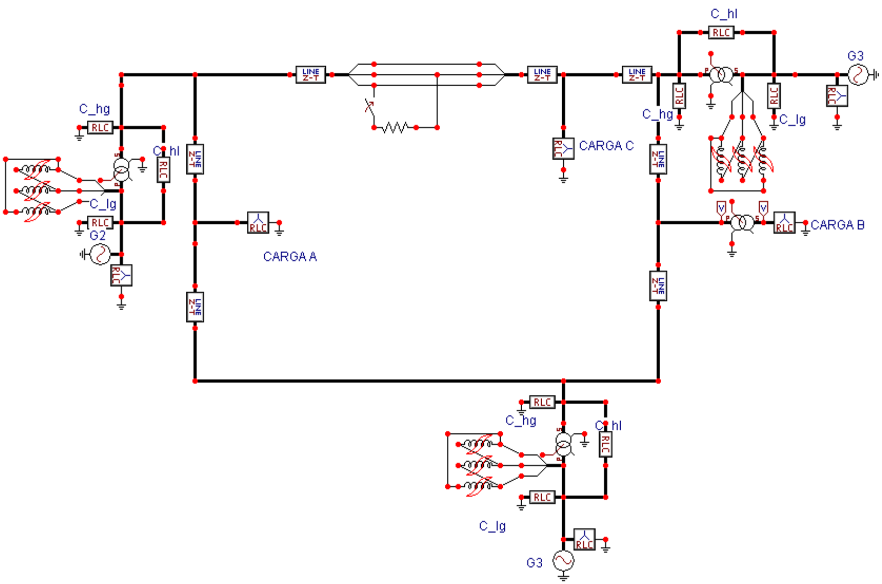


Figura 5.18 - Modelo o curto-circuito bifásico no ATPDraw™.

Lembrando ainda que, no modelo do circuito, um parâmetro importante é o tempo da chave, pois o programa modela uma chave real, isto significa que demanda um certo tempo para o acionamento completo da mesma quando esta se encontra inicialmente fechada e após um tempo ela se abre. Ao invés de deixar a chave inicialmente fechada, abrindo somente em 20 ms, foi implementado o circuito considerando a chave inicialmente aberta e com fechamento em 20 ms, assim o tempo de acionamento da chave não é atingido, não interferindo no modelo do circuito.

As Figuras 5.19 a 5.22 apresentam os resultados da simulação feita usando o modelo da Figura 5.18, considerando e não considerando os efeitos de saturação do núcleo nos transformadores, respectivamente.

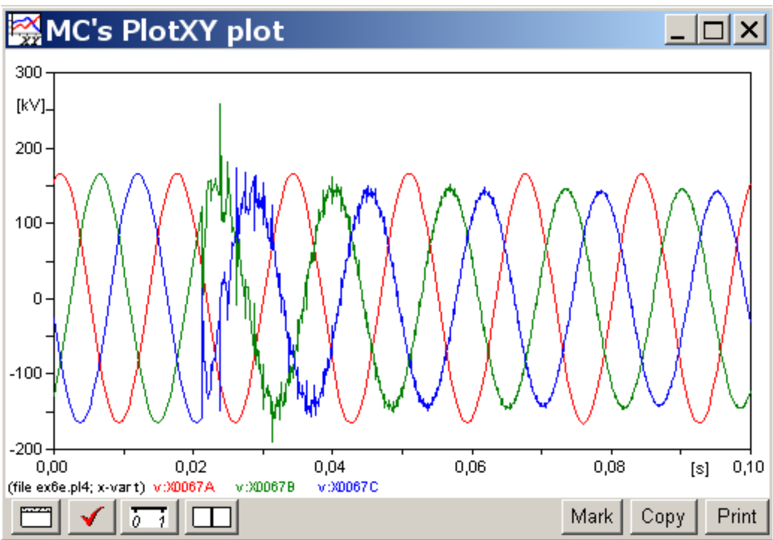


Figura 5.19 - Comportamento da tensão no primário do transformador ligado a carga B durante o curto-circuito bifásico sem considerar os efeitos de saturação do núcleo dos transformadores.

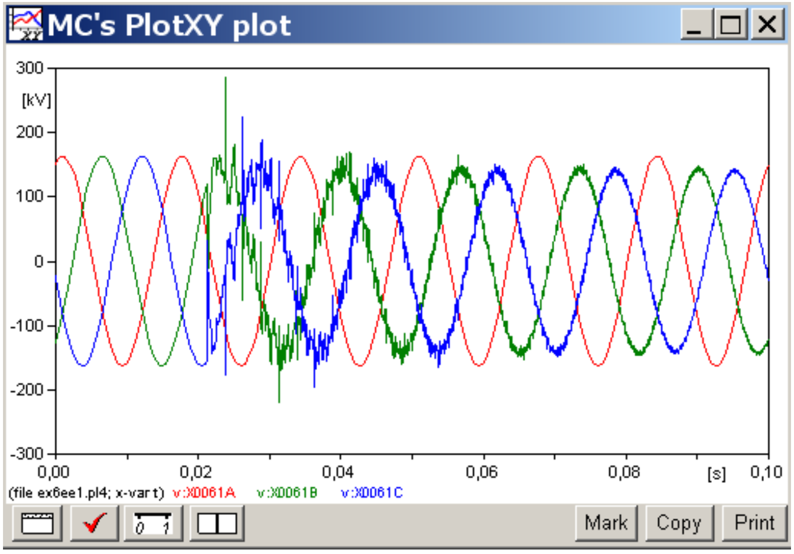


Figura 5.20 - Comportamento da tensão no primário do transformador ligado a carga B durante o curto-circuito bifásico considerando os efeitos de saturação do núcleo dos transformadores.

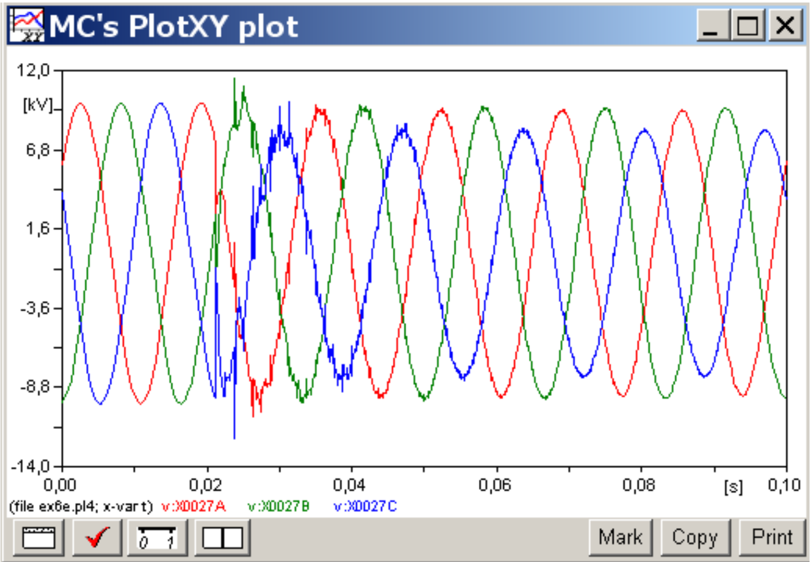


Figura 5.21 - Comportamento da tensão no secundário do transformador ligado a carga B durante o curto-circuito bifásico sem considerar os efeitos de saturação do núcleo dos transformadores.

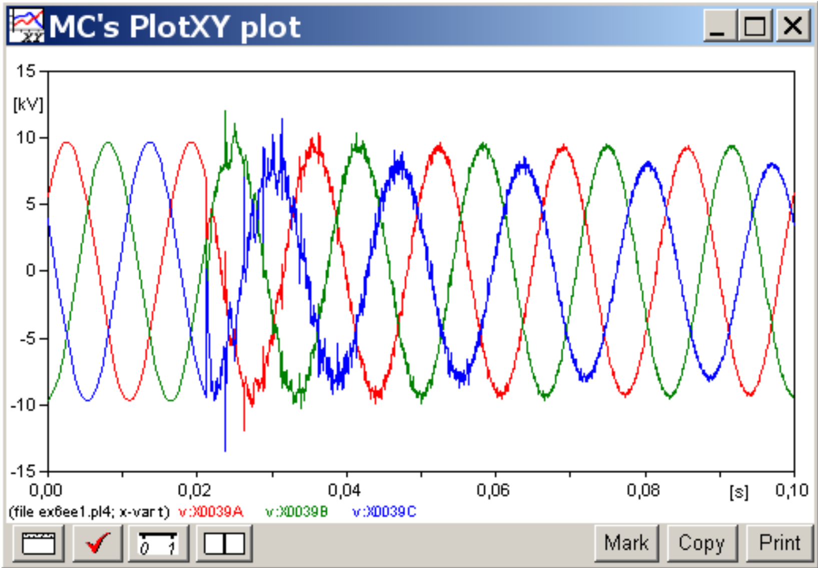


Figura 5.22 - Comportamento da tensão no secundário do transformador ligado a carga B durante o curto-circuito bifásico considerando os efeitos de saturação do núcleo dos transformadores.

Observa-se nas Figuras 5.19 a 5.22 que os resultados obtidos na simulação, tanto no primário quanto no secundário do transformador ligado a carga B, apresenta ondas de tensões quase idênticas comparando os casos sem e com os efeitos de saturação considerados. No entanto, aparentemente existe um maior conteúdo de harmônicas nas ondas de tensão em que os efeitos da histerese são considerados, muito embora, esta primeira observação pode estar comprometida pelo fato da mudança de escala feita pelo software.

5.3.2 Curto-circuito Trifásico

O curto-circuito é dito equilibrado quando há uma completa simetria ou equilíbrio entre suas fases antes e após a ocorrência do defeito. Neste caso, as impedâncias, os módulos das tensões e das correntes de curto-circuito são iguais para as três fases. Isto permite a representação monofásica do sistema.

Na Figura 5.23 está o circuito utilizado para a simulação do curto-circuito trifásico, e nas Figuras 5.24 a 5.27 estão os resultados para o comportamento da tensão no primário e no secundário do transformador ligado a carga B durante a falta, considerando e não considerando os efeitos de saturação do núcleo nos transformadores.

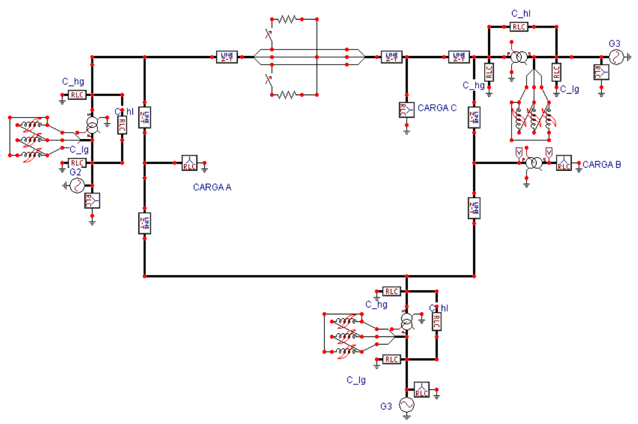


Figura 5.23 - Modelo do curto-circuito trifásico no ATPDraw™.

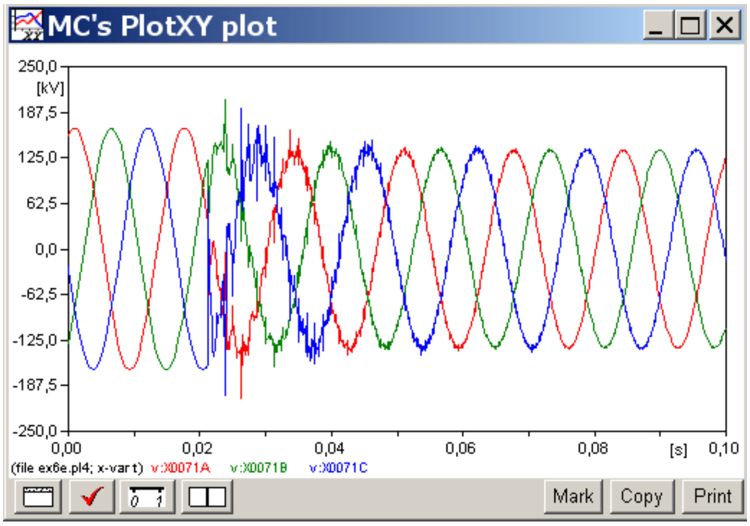


Figura 5.24 - Comportamento da tensão no primário do transformador ligado a carga B durante o curto-circuito trifásico desconsiderando os efeitos de saturação dos transformadores.

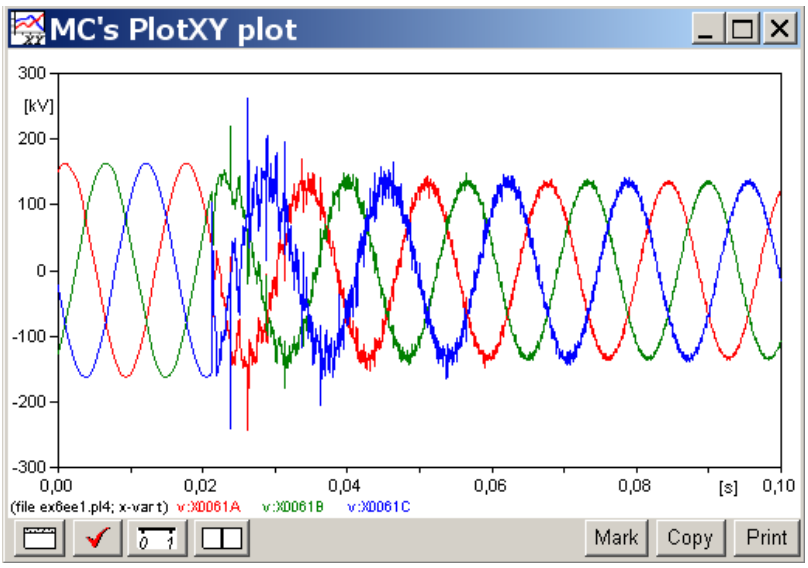


Figura 5.25 - Comportamento da tensão no primário do transformador ligado a carga B durante o curto-circuito trifásico considerando os efeitos de saturação dos transformadores.

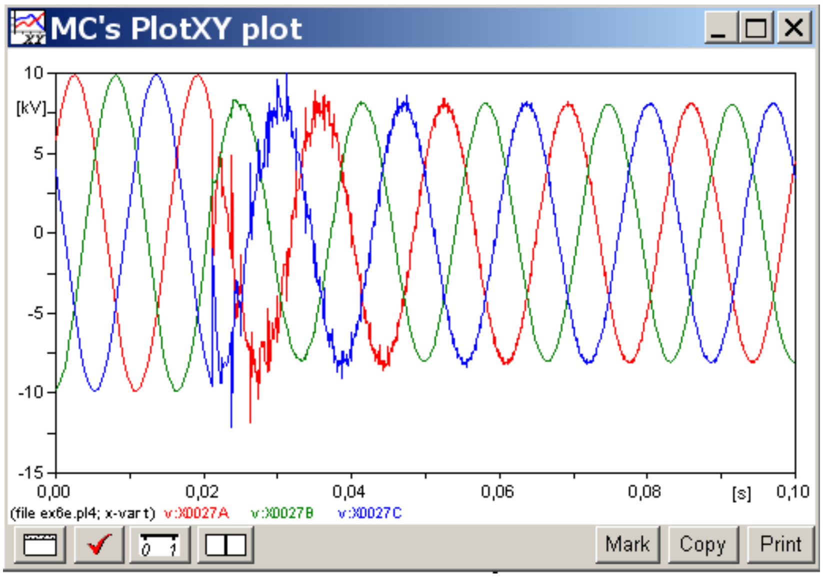


Figura 5.26 - Comportamento da tensão no secundário do transformador ligado a carga B durante o curto-circuito trifásico sem considerar os efeitos de saturação dos transformadores.

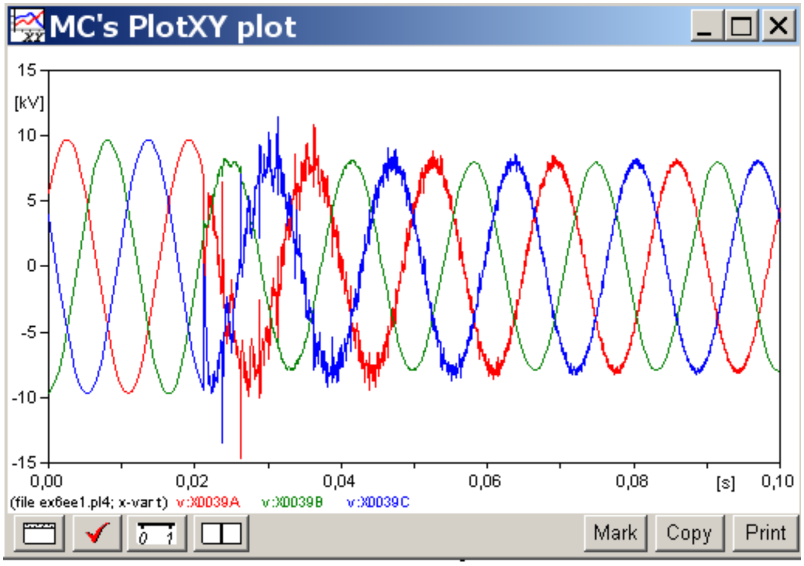


Figura 5.27 - Comportamento da tensão no secundário do transformador ligado a carga B durante o curto-circuito trifásico considerando os efeitos de saturação dos transformadores.

Mais uma vez, os resultados demonstram a presença de um maior conteúdo harmônico nas simulações em que se consideram os efeitos de saturação no núcleo magnético do transformador. Lembrando que uma análise de componentes harmônicas não foi o foco de estudo deste trabalho, portanto, somente um estudo mais detalhado pode comprovar tais considerações a este respeito.

5.4 Considerações Gerais

A modelagem dos transformadores de potência inserido em um sistema elétrico é um meio eficaz para análise dos mesmos sob diferentes condições de operação.

A simulação de curto-circuito em um sistema elétrico tem enorme importância para o planejamento e operação do mesmo, ao permitir antever as conseqüências danosas dos defeitos simulados. Isto pode incluir não somente a inserção de dispositivos que promovam a interrupção dos circuitos defeituosos, mas também dispositivos que minimizem os efeitos, ou ainda, para garantir que todos os seus componentes, percorridos pelas correntes de defeito, possam suportar seus efeitos enquanto elas persistirem.

CAPÍTULO 6 – CONCLUSÕES/CONSIDERAÇÕES FINAIS

A elaboração desta dissertação concentrou-se na modelagem, simulação e análise de um sistema elétrico de potência através do uso do software *Alternative Transients Program* (ATPDraw) e de circuitos RLC, tendo como foco a indutância não linear histerética dos circuitos ferromagnéticos.

Inicialmente, realizou-se um estudo bibliográfico sobre núcleos ferromagnéticos, focando-se na sua definição conceitual e da não linearidade do ferro, tipos de modelos de saturação e histerese, bem como o funcionamento e equações que os descrevem. Em paralelo a esta atividade, foi também realizado um levantamento para a manipulação do software ATPDraw®, da qual resultou na modelagem computacional do sistema elétrico de potência, o qual foi simulado.

Como próximo passo, realizou-se a caracterização de um sistema elétrico de potência dispondo da interface ATPDraw. Cabe frisar que todos os parâmetros considerados, desde o tipo de condutor, a disposição geométrica do sistema e todos os demais componentes foram coerentemente repassados ao software em função de referência em literatura relacionada à área.

Considera-se que as correntes de curto-circuito trifásico franco nas barras se caracterizam com as mais severas, sendo que as mesmas necessitam serem avaliadas para que não haja violação dos limites de curto-circuito das mesmas.

Diante da situação descrita acima, as correntes, em determinadas barras, que estejam muito próximas das correntes de curto-circuito pré-determinadas para as mesmas, indicam que o sistema está em seu limite operacional, ou seja, não devem ser adicionadas mais cargas com potencial de contribuição aos curtos-circuitos. Caso contrário, provavelmente o sistema não obedecerá às correntes de curto-circuito pré-estabelecidas, sendo necessária a adoção de outras medidas para limitar as correntes de curto-circuito neste sistema elétrico.

Os dispositivos empregados para proporcionar uma devida e esperada proteção aos sistemas de distribuição frente às situações indesejáveis são os relés. Estes são dispositivos que podem supervisionar constantemente as grandezas de um sistema elétrico, ou seja, correntes, freqüências, potências, bem como grandezas inerentes aos próprios componentes, como temperaturas, etc.

Contudo, é reconhecido pela literatura científica que as situações de curtos-circuitos acarretam maiores prejuízos para o sistema elétrico como um todo. Sendo assim, é de grande importância o desenvolvimento de equipamentos de proteção mais robustos e eficientes, de modo a sua perfeita atuação na presença de correntes de curtos-circuitos no sistema elétrico.

Pode ser observado nas formas de onda anteriormente apresentadas, que as fases que mais sofrem alteração em sua assinatura são aquelas envolvidas na falta. Assim, por exemplo, uma falta AB acarreta principalmente perturbações nas fases A e B do sistema.

Em relação ao valor da resistência de falta aplicada, quanto maior o valor da resistência menos o sistema vai sentir a falta. Ao se aplicar uma falta muito longe do ponto de medição, pouco se sentirá essa falta. Dessa forma, a onda da tensão resultante é pouco atenuada e a corrente praticamente não tem seu módulo muito elevado.

Uma importante característica dos circuitos contendo elementos não lineares é que para uma dada excitação e para certa faixa de variação dos parâmetros dos mesmos, diversas soluções em regime permanente podem ocorrer. Desde que a freqüência de oscilação é determinada pela indutância em cada instante e pela capacitância, o circuito também pode apresentar condições de ferroressonância, as quais podem provocar correntes e tensões elevadas no sistema. A ferroressonância representa um problema elétrico complexo, sendo os transformadores de distribuição modernos com baixas perdas operando a vazio, os equipamentos mais suscetíveis a este fenômeno. Os resultados numéricos simulados demonstraram a eficiência do cálculo não linear usando a relutividade diferencial para cálculo da indutância histerética, contribuindo para a modelagem de circuitos que visem à avaliação e análise de circuitos ferroressonantes.

Em relação aos transformadores presentes em um sistema elétrico, deve-se frisar que resposta dos materiais ferromagnéticos dos mesmos em relação a um campo aplicado, é não linear e também histerética. É importante entender a contribuição de cada tipo de resposta para uma eficiente avaliação qualitativa do sistema. A metodologia utilizada e os resultados obtidos neste trabalho permitem avançar nessa direção. A variação das perdas de histerese não pode ser feita experimentalmente e a simulação permite a visualização do seu efeito no comportamento do circuito. A presença da histerese altera a constante de tempo de amortecimento e a freqüência natural do circuito ao mesmo tempo, e isto evidencia a necessidade de incorporar essas perdas na simulação numérica de circuitos magnéticos, tais como, transformadores.

A utilização do ATPDraw™ na simulação destes transitórios mostrou-se bastante eficiente e de suma importância no conhecimento do comportamento do circuito estudado. A utilização de ferramentas matemáticas e computacionais segue uma tendência de se buscar conhecer cada vez melhor os sistemas, e neste contexto o ATPDraw™ é uma das vias de acesso ao tão sonhado controle do comportamento dos sistemas de potência.

É importante enfatizar que a escolha das situações de defeitos apresentadas, bem como as representações gráficas utilizadas, foram de extrema importância para a formação de um senso crítico com relação ao sistema em análise. Apesar destas situações caracterizadas já serem amplamente divulgadas e de conhecimento técnico/científico, enquanto aluno do curso de pós-graduação, as mesmas foram elucidativas e didáticas para uma melhor compreensão do problema em análise.

Quanto à continuidade do trabalho, aponta-se a possibilidade de utilização de softwares diferentes para análise de transitórios, como, por exemplo, MATLAB/SIMULINK. Além disso, podem-se desenvolver estudos específicos para análise de harmônicas na energização de circuitos magnéticos, como, por exemplo, transformadores, reatores, etc. Ainda, analisar a influência desses transitórios em equipamentos de proteção, apontando a possibilidade de erro de operação nesses equipamentos devido a tais transitórios. Também aponta-se para a realização de estudos de comportamento de relés de sobrecorrente, em função das respostas de transformadores de corrente, durante os curtos-circuitos.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALMEIDA, R. G, *Comportamento de Transformadores de Corrente Sob Condições de Energização de um Transformador de Potência*, Dissertação de mestrado. Universidade Federal de Uberlândia. Uberlândia, 2006.

ANDERSON, P. M.; A. A., FOUAD, Power System Control and Stability, The Iowa state University Press, USA, 1986.

BASAK, A., HIGGS, C.R.G., *Flux distribution in Three-phase transformer cores with various T-Joint geometries*, IEEE Trans. on Magn., Vol. 18, No. 2, pp. 670-673, March 1982.

BASTOS, J.P.A., *Eletromagnetismo e Cálculo de Campos*. Editora da UFSC, 2ª Edição, 1992, Florianópolis – SC.

BASTOS, J.P.A.; SADOWSKI, N., "*Electromagnetic Modeling by Finite Elements*", Marcel Dekker, New York, USA (510 pp); 2003.

BATISTELA, N. J., *Caracterização e Modelagem Eletromagnética de Lâminas de Aço ao Silício*, Dr. Sc., Tese, UFSC, Florianópolis, Brasil, 2001.

BERGQVIST, A., LUNDGREN, A., ENGDAHL, G., *Experimental Testing of an Anisotropic Vector Hysteresis Model*, IEEE Trans. on Magn., Vol. 33, No. 5, pp. 4152-4154, September 1997.

BERGQVIST, A. J., *A simple vector generalization of the Jiles-Atherton model of hysteresis*, IEEE Trans. on Magn., Vol. 32, No. 5, pp. 4213-4215, September 1996.

BERTOTTI, G.; CANOVA, A.; CHIAMPI, M.; CHIARABAGLIO, D.; FIORILLO, RIETTO, F., *Core Loss Prediction combining physical models with numerical field analysis*, Journal of Magnetism and Magnetic Materials, 133, pp. 647-650, 1994.

COSTA, J. M. S.C.; GUIMARÃES, A. C. S. L.; FREIRE, A. R. F., *Metodologia e Critérios para Estudos de Energização de Transformadores de Potência: Experiência da CHESF*, Décimo Terceiro Encontro Ibero-americano de CIGRÉ, Porto Iguaçu, Argentina, 2009.

COURY, D. V.; OLESKOVICZ, M.; GIOVANINI, R., *Proteção Digital de Sistemas Elétricos de Potência: Dos Relés Eletromecânicos ao Microprocessados Inteligentes*, Universidade de São Paulo – Escola de Engenharia de São Carlos, 2007.

CZERNORUCKI, M. V., *Representação de Transformadores em Estudos de Transitórios Eletromagnéticos*, Dissertação de Mestrado, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, SP, 2007.

DE ARAÚJO, A. E.; NEVES, W.L.A., *Cálculo de Transitórios Eletromagnéticos em Sistemas de Energia*, Ed. Da UFMG, 2005 – Belo Horizonte - MG.

DECKANN, S.M., POMILIO, J. A., *Avaliação da Qualidade da Energia Elétrica*, IT-012, UNICAMP/FEEC/DSCE. Campinas, Brasil, Julho 2010.

DELINCÉ, F.; NICOLET, A.; HENROTE, F., *Influence of Hysteresis on the Behaviour of Coupled Finite Element – Electric Circuit Models*, *IEEE* Transactions on Magnetics, vol. 30, No.5, pp. 3383-3386, September 1994.

ENOKIZONO, M., YUKI, K., KANAO, S., *Magnetic Field Analysis by Finite Element Method Taking Rotational Hysteresis into Account*, IEEE Trans. on Magn., Vol. 30, No. 5, pp. 3375-3378, September 1994.

ESPÍNDOLA, A. A., "*Avaliação das Perdas Magnéticas em Dispositivos Submetidos a Campos Magnéticos Girantes"*, Dissertação de mestrado. UFSC, Florianópolis, Brasil, 2003.

FERNANDES, A. B.; LIMA, A. C. S., *Modelagem de Transformadores para Estudos de Transitórios Eletromagnéticos de Altas Freqüências com Base em Medições de Campo*, Escola de Engenharia da Universidade do Rio de Janeira, Rio de Janeiro, RJ, 2008.

FERNANDES JÚNIOR, D., *Modelo de Transformadores de Potencial Capacitivos para Aplicação em Sistemas de Energia Elétrica*, Prêmio MERCOSUL de Ciência e Tecnologia, Campina Grande, PB, 2004.

FIGUEIREDO, W.; LEITE, V. S., *Determinação de Curvas de Histerese*, Revista Brasileira de Ensino de Física, Florianópolis, SC, 2007.

FTZGERALD, A. E.; KINGSLEY JR, C.; UMANS, S. D., *Máquinas Elétricas com Introdução à Eletrônica de Potência*. Bookman, São Paulo, 2006.

IDA, N., BASTOS, J. P. A., *Eletromagnetics and calculation of fields*, ed. Springer-Verlag, New York, 1992.

IRWIN, J. D., *Análise de Circuitos em Engenharia,* Makron Books, São Paulo, 2004.

JILES, D., *Introduction to Magnetism and Magnetic Materials*, Chapman & Hall, London, 1991.

JILES, D. C.; ATHERTON, D. L., *Theory of ferromagnetic hysteresis (invited),* J. Appl. Phys., vol. 55, no 6, pp. 2115-2120, março 1984.

JILES, D. C., ATHERTON, D. L., *Theory of Ferromagnetic Hysteresis*, Journal of Magnetism and Magnetic Materials, 61, pp. 48-60, 1986.

KASZTENNY, B; KULIDJIAN, A, *An Improved Transformer Inrush Restraint Algorithm Increases Security while Maintaining Fault Response Performance*. Proceedings of the 53rd Annual Conference for Protective Relay Engineers, April 2000, Canada.

KOLTERMANN, P. I., *Cálculo de Campos Magnéticos Considerando Histere*se, Tese de doutorado. UFSC, Florianópolis, Brasil, 2001.

KOLTERMANN, P. I.; RIGHI, L. A.; BASTOS ,J. P. A., *A modified Jiles method for hysteresis computation including minor loops*, Physica *B, N.H.* Elsevier Science, pp. 233-237, 275(2000), The Netherlands.

KOLTERMANN, P. I.; PEREIRA, V. M.; ORTEGA, J. M.; LEÃO, R.; RIGHI, L. A., *Modelagem da energização de transformadores considerando os efeitos da saturação e histerese do material ferromagnético*, CBQEE, Cuiabá, 2011.

KOLTERMANN, P. I.; PEREIRA, V. M.; ORTEGA, J. M.; LEÃO, R.; RIGHI, L. A., *Influência da Não Linearidade da Indutância na Operação Transitória de Sistemas Elétricos*, CBQEE, Cuiabá, 2011.

LAMBA, H.; GRINFELD, M.; MCKEE, S., *Subharmonic Ferroresonance in an LCR Circuit with Hysteresis*, *IEEE* Transactions on Magnetics, vol. 33, No.4, pp. 2495-2500, July 1997.

LEITE, J. V., *Contribuição à Modelagem Vetorial da Histerese Magnética*, Tese de Doutorado. Universidade Federal de Santa Catarina. Florianópolis, 2006.

LEITE, J. V., "*Análise de Modelos Diferenciais de Histerese Magnética Considerando Laços Menores de Indução"*, Dissertação de mestrado. UFSC, Florianópolis, Brasil, 2002.

LIN, C.E., CHENG, C.L., HUANG, C.L., YEH, J.C., *Investigation of Magnetizing Inrush Current in Transformers*, IEEE Power Delivery, Vol.8, no. 1, Jan. 1993, pp.255-260.

MAYERGOVZ, I. D., "*Mathematical Models of Hysteresis"*, New York: Springer-Verlag, 1991.

NASCIMENTO, R. J; BATISTELA, N. J.; KUO-PENG, P., *Estudo e Modelagem de Transformadores*, V Congresso de Inovação Tecnológica em Energia Elétrica, Belém, PA, 2009.

NETO, J. A. M.; DE JESUS, N. C.; BATISTA, E. L.; EIDT, M.; KOCH, N., *Análise da Queima de Pára-raios de Óxido de Zinco (ZNO) Durante Fenômenos de Ferrorressonância em um Sistema de Distribuição*, Seminário Nacional de Produção e Transmissão de Energia Elétrica, Uberlândia, MG, 2003.

NOGUEIRA, P. A. P. C, *Proteção de um Transformador de Potência Permitindo Transitórios Devido a saturação*. Dissertação de mestrado. Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Lisboa. Lisboa, 2010.

PREISACH, F., "Uber die magnestiche nachwirfung", Zieitschrift fur Physik 94, pp. 277-302, 1935.

RIGHI, L. A.*, Modelagem das Perdas em Dispositivos Eletrom*agnéticos, Tese de doutorado. UFSC, Florianópolis, Brasil, 2000.

RIGHI,L. A., KOLTERMANN, P. I., SADOWSKI, N., *Non-linear Magnetic Field Analysis by FEM using Langevin Function*, *IEEE* Transactions on Magnetics, vol. 36, Jul 2000, pp. 1263-1266.

SADOWSKI, N., BATISTELA, N.J., BASTOS, J.P.A., *An inverse Jiles- Atherton model to take into account hysteresis in time stepping finite element calculations*, IEEE Trans. on Magn., Vol. 38, No. 2, pp. 797-800, March 2002.

SEDIGHI, A.R., HAGHIFAM, M.R., *Detection of inrush current in distribution transformer using wavelet transform*, Electrical Power and Energy Systems *27 (2005) 361-370 – ELSEVIER*

VIENA, L. B.; MOREIRA, F. A.; FERREIRA, N. R., *Simulação de Ferrorressonância em Sistemas Elétricos de Distribuição a Partir da Modelagem de Transformadores no ATP*, Florianópolis, SC, 2009.

YVÁNY, A., "*Hysteresis models in electromagnetic computation*", Akadémiai Kiadó, Budapest 1997.

ZANETTA JR, L. C.; PEREIRA, C. E. M.; SOARES, R. M., *Desenvolvimento de Ferramenta Computacional para Estudos Transitórios de Alta-Frequência em Transformadores*, Laboratório de Sistemas de Potência da Escola Politécnica da USP, 2006.

ZHU, J.G.; RAMSDEN; V.S., *Improved Formulations for rotational core losses in rotating electrical machines*, IEEE Trans. on Magn., Vol. 34, No. 4, pp. 2234-2242, July 1998.