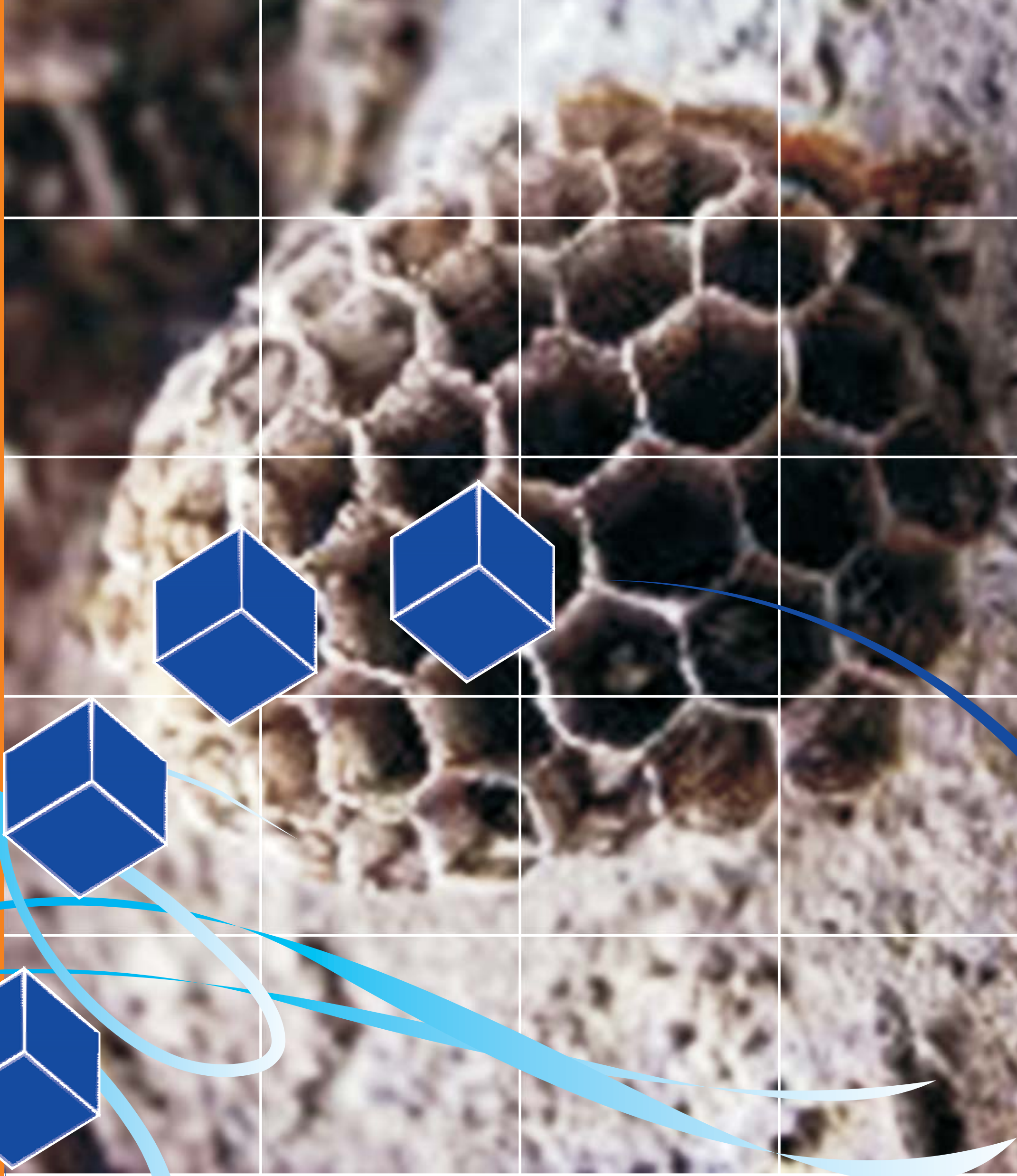
MATEMÁTICA

LICENCIATURA



Instrumentação para a Pesquisa e Prática de Ensino de Matemática I

Heloísa Laura Queiroz Gonçalves da Costa
Magda Cristina Junqueira Godinho Mongelli
Henrique Mongelli

Volume 2

EDITORA UFMS

MATEMÁTICA

LICENCIATURA

Disciplina

INSTRUMENTAÇÃO PARA A PESQUISA E PRÁTICA DE ENSINO DE MATEMÁTICA I

VOLUME 2

Módulo 3

NÚMEROS DECIMAIS

Módulo 4

GEOMETRIA

Heloísa Laura Queiroz Gonçalves da Costa
Magda Cristina Junqueira Godinho Mongelli
Henrique Mongelli

Campo Grande, MS - 2010

EDITORA UFMS

APRESENTAÇÃO

A elaboração deste material baseou-se em resultados recentes de pesquisas sobre processos de ensino-aprendizagem, em publicações atuais sobre o ensino e a aprendizagem de Matemática, em notas de aula, bem como em projetos desenvolvidos nos últimos anos por professores do Departamento de Matemática –UFMS, pelo MEC, tais como: PNLD, PCN, PROVÃO, ENEM e outros.

De acordo com os PCNs, o ensino de Matemática deve ser um instrumento para a construção da cidadania e para a percepção dos importantes valores dessa disciplina. Dentre os objetivos gerais para o ensino de Matemática no Ensino Fundamental, contidos nos PCNs, destacamos os seguintes:

> - os conhecimentos matemáticos como meios para compreender e transformar o mundo à sua volta e perceber o caráter de jogo intelectual, característico da Matemática, como aspecto que estimula o interesse, a curiosidade, o espírito de investigação e o desenvolvimento da capacidade de resolver problemas;
> - resolver situações-problema, sabendo validar estratégias e resultados, desenvolvendo formas de raciocínio e processos, como intuição, dedução, analogia, estimativa, e utilizando conceitos e procedimentos matemáticos, bem como instrumentos tecnológicos disponíveis;
> - interagir com seus pares de forma cooperativa, trabalhando coletivamente na busca de soluções para problemas propostos, identi- aspectos consensuais ou não na discussão de um assunto, respeitando o modo de pensar dos colegas e aprendendo com eles.
>
> (Parâmetros Curriculares Nacionais - Matemática, 1998, p. 47 e 48)

De modo geral, além das propostas acima, os PCN's apresentam outras idéias inovadoras para o trabalho pedagógico em sala de aula, como: uso do conteúdo como meio para desenvolver idéias matemáticas fundamentais; organização e tratamento dos conteúdos em espiral; valorização do trabalho em pequenos grupos em sala de aula; abordagem de temas transversais e com outras áreas. Podemos destacar ainda a avaliação que vem sendo proposta como um processo contínuo no trabalho.

A disciplina **Instrumentação para a Pesquisa e Prática de Ensino de Matemática I** será formada por quatro Módulos.

- No primeiro Módulo, estudaremos os sistemas de numeração antigos e o atual. Faremos uma introdução às quatro operações fundamentais (adição, subtração, multiplicação e divisão), utilizando materiais didáticos de manipulação.
- No segundo Módulo, estudaremos os números fracionários.
- No terceiro Módulo, estudaremos os números decimais.
- No quarto Módulo, estudaremos conceitos da geometria espacial e plana.

No desenvolvimento dos temas, buscaremos estar de acordo com tendências pedagógicas atuais, dentre elas o recurso à História da Matemática, ao uso de novas tecnologias da comunicação, ao uso de materiais concretos (visando a passagem do concreto para o abstrato) e a resolução de problemas.

No presente material, abordaremos os números fracionários e decimais a partir de alguns materiais didáticos de manipulação (material circular, material retangular, sapateira), para então partir para uma discussão dos algoritmos relacionados a essas operações. Na seqüência estudaremos os conceitos da geometria plana e abordaremos alguns materiais didáticos. Esperamos que vocês sintam prazer em fazer essa caminhada.

*Prof*ª *MsC. Magda Cristina Junqueira Godinho Mongelli*
DMT/EAD/UFMS

SUMÁRIO

MÓDULO 3

NÚMEROS DECIMAIS

MÓDULO 4

GEOMETRIA

MATEMÁTICA

Disciplina

INSTRUMENTAÇÃO PARA A PESQUISA E PRÁTICA DE ENSINO DE MATEMÁTICA I

Módulo 3

NÚMEROS DECIMAIS

Magda Cristina Junqueira Godinho Mongelli
Heloísa Laura Queiroz Gonçalves da Costa

LICENCIATURA

Capítulo I

INTRODUÇÃO

Chamamos de número decimal o número formado por uma parte inteira e outra decimal. A função da vírgula no número racional é indicar a ordem da unidade e, em decorrência, separa a parte inteira da parte decimal. Os números decimais são bastante próximos da realidade do aluno, estão presentes no visor de uma calculadora, nos preços dos produtos no supermercado, nos extratos bancários, na padaria, nas notas recebidas pelos alunos na escola. Estes exemplos mostram (como encarte, abaixo) de que os números decimais estão constantemente presentes no nosso dia-a-dia, isto é, entre os vários tipos de números, os números com vírgula estão em quase todos os lugares.

Encarte de Supermercado

A popularização das calculadoras e seu uso em sala de aula
com que essa representação se tornasse mais freqüente.

Assim como no ensino do conceito de números fracionários, o ensino do conceito de números decimais apresenta algumas -des (ex. a complexidade do próprio conceito de número decimal), que devem ser superadas para que ocorra a aprendizagem e que esta seja satisfatória. Para isto, é necessário que mostremos ao aluno a importância de seu estudo, trabalhando com diversas situações-problema relacionadas com sua utilidade no dia-a dia.

Dentre todas as frações, existe um tipo especial cujo denominador é uma potência de 10. Este tipo é denominado de fração decimal. No ensino fundamental, inicialmente apresentaremos aos alunos os décimos, que podem ser introduzidos com os discos de frações (Fig. 1) ou material retangular (Fig. 2) dividido em dez partes iguais, pois possibilita ao aluno conceituar décimo como sendo "uma das dez partes do mesmo tamanho em que o inteiro foi dividido". No caso, um décimo é visto como sendo uma parte da unidade e, por analogia, o décimo virá a ser considerado a décima parte da unidade.

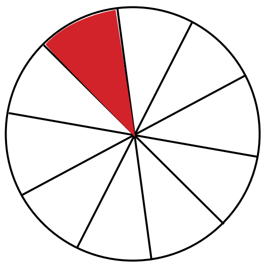


Fig. 1

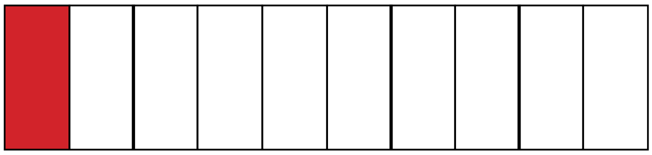


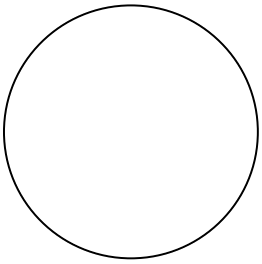
Fig. 2

Devemos trabalhar as operações adição e subtração de décimos no concreto com conseqüente formalização, através do registro da manipulação com o material concreto. Concluída a adição e subtração apenas com décimos, dando seqüência ao estudo devem ser introduzidos os centésimos e os milésimos, e suas operações são introduzidas sempre trabalhando com situações-problema.

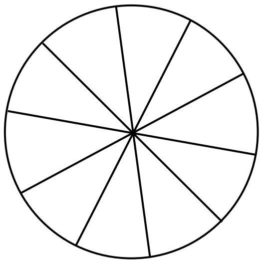
Representação dos Decimais

A apresentação dos decimais pode ser feita utilizando-se os mesmos materiais utilizados no estudo das frações. Espera-se que no trabalho com frações já tenham sido apresentados aos alunos os décimos, os centésimos e os milésimos, com o material circular ou o material retangular.

Com o material circular mostramos o inteiro e pegamos as peças onde o inteiro foi dividido em dez partes iguais, como na a seguir.



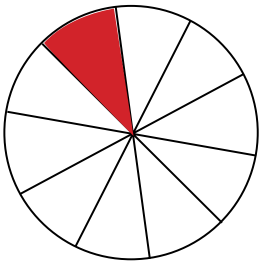
Inteiro



Inteiro dividido em dez partes iguais

Em seguida, apresentamos os nomes das frações geradas por estas peças, por exemplo: perguntamos ao aluno em quartas partes o nosso inteiro foi dividido. Dez partes iguais.

Mostramos agora ao aluno apenas uma dessas partes, dobrando as outras para trás e perguntamos: "Quanto que essa parte representa do todo? É uma parte de dez partes iguais, assim é chamada de um



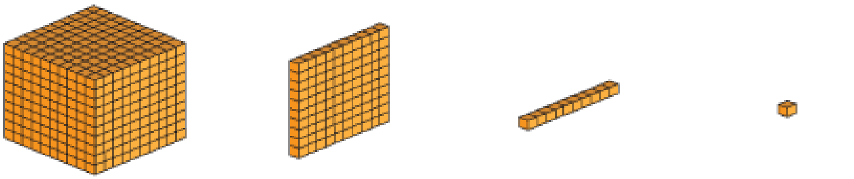
Damos continuidade à seqüência apresentando aos alunos: dois décimos, três décimos, até chegarmos a dez décimos ou um inteiro.

Do mesmo modo, apresentamos aos alunos o centésimo e o milésimo. Sugerimos neste caso a utilização do material dourado, uma vez que o inteiro, o centésimo, o milésimo e o décimo são facilmente reconhecidos pelos alunos, e se torna difícil dividir o círculo em 100, ou 1000 partes iguais. Não temos a intenção de fazer um trabalho exaustivo e completo com o material dourado no estudo dos números decimais. O material dourado e a sapateira ampliada destinam-se a atividades que auxiliam o ensino e a aprendizagem do sistema de numeração decimal-posicional e dos algoritmos para efetuar as operações fundamentais. Com este material as relações numéricas abstratas passam a ter uma imagem concreta, facilitando a compreensão. Obtém-se, então além da compreensão dos algoritmos, um notável desenvolvimento do raciocínio e um aprendizado bem mais agradável.

Apresentamos rapidamente as peças do material dourado e com utilizá-lo para representar frações decimais.

Material Dourado

O material dourado é composto por quatro tipos de peças:



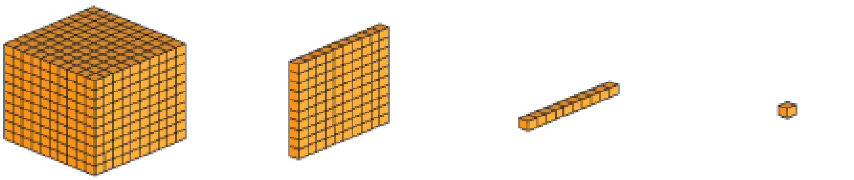
Cubo Placa Barra Cubinho

Sendo que: 1 cubo = 10 placas = 100 barras = 1000 cubinhos

Logo, podemos representar as peças como frações decimais:

PEÇA	Peça corresponde em relação ao cubo
1 CUBO	1 inteiro
1 PLACA	do cubo = 1 décimo do cubo
1 BARRA	do cubo = 1 centésimo do cubo
1 CUBINHO	do cubo grande = 1 milésimo do cubo

Assim, as peças do material dourado são interpretados da seguinte forma:



1 inteiro 1 décimo 1 centésimo 1 milésimo

Depois de apresentado a leitura, a escrita e a representação dos números decimais, podem iniciar o trabalho com adições, subtrações e comparações orais, sem formalização, apenas manipulando o material concreto, que no caso pode ser o material circular, o retangular ou o material dourado, como feito na primeira parte, sobre frações. Como a idéia é a mesma, não há necessidade de repeti-la.

Atividades com o Material Dourado

Lista de Atividades I

ATIVIDADE 1. Se uma placa corresponde a um décimo do cubo grande, então:

a) Duas placas correspondem a________ do cubo grande.
b) Três placas correspondem a_________ do cubo grande.
c) Sete placas correspondem a_________ do cubo grande.

ATIVIDADE 2. Se uma barra corresponde a um centésimo do cubo grande, então:

a) Duas barras correspondem a________ do cubo grande.
b) Três barras correspondem a_________ do cubo grande.
c) Cinco barras correspondem a________ do cubo grande.

ATIVIDADE 3. Se um cubo pequeno corresponde a um milésimo do cubo grande, então:

a) Dois cubos pequenos correspondem a________do cubo grande.
b) Quatro cubos pequenos correspondem a_________ do cubo grande.
c) Cinco barras correspondem a_________ do cubo grande.

ATIVIDADE 4. Qual é o número decimal representado por:

a) Um cubo grande, uma placa e uma barra?
b) Um cubo grande, duas placas, duas barras e um cubo pequeno?
c) Três placas, e cinco cubos pequenos?
d) Seis cubos pequenos?
e) Dois cubos grandes, duas placas, duas barras e dois cubos pequenos?

ATIVIDADE 5. Represente com peças do material dourado os seguintes números decimais (utilizando duas caixas de material dourado).

a)	1,5	b) 2, 23
d)	1, 123	d) 1, 012
f)	1, 345	f) 0,02
g)	0,007	h) 1,127

ATIVIDADE 6. Faça as seguintes adições utilizando o material dourado.

a) Tínhamos duas barras e ganhamos três barras. Quantas barras nós temos?
b) Tínhamos dois décimos e ganhamos três décimos. Quantos décimos nós temos?
c) Tínhamos dois centésimos e ganhamos três centésimos. Quanto centésimos nós temos?
d) Tínhamos um inteiro e ganhamos três centésimos. Quantos centésimos nós temos?
e) Tínhamos um inteiro e ganhamos mais três décimos. Quantos décimos nós temos?

ATIVIDADE 7. Faça as subtrações utilizando o material dourado.

f) Tínhamos quatro barras e perdemos três barras. Quantas barras nós temos?
g) Tínhamos dois centésimos e perdemos três décimos. Quantos décimos nós temos?
h) Tínhamos dois décimos e perdemos um centésimo.. Quantos centésimos nós temos?
i) Tínhamos um inteiro perdemos três décimos. Quantos décimos nós temos?
j) Tínhamos um inteiro perdemos três centésimos. Quantos centésimos nós temos?

Atividades Introdutórias com o Material Circular

MATERIAL NECESSÁRIO: Um caixa de disco de frações de madeira, separando o inteiro e as peças onde o inteiro foi dividido em dez partes iguais, ou material retangular.

OBJETIVOS:

- Reconhecimento de décimos;
- Introdução ao conceito de decimais (sem formalização do mesmo).

Observação. As próximas atividades devem ser feitas utilizando-se da caixa de frações ou do material circular que se encontra em **ANEXO**.

Lista de Atividades II

ATIVIDADE 1. Conceito de maior e menor.

• Distribuir 1 décimo para o primeiro aluno, 2 décimos para o segundo aluno, 3 décimos para o terceiro aluno até dez décimos para o décimo aluno da sala.

• Perguntar: “Quem tem a maior peça e quem têm a menor peça: o primeiro aluno ou o segundo?”; “O segundo ou o terceiro?”; “O terceiro ou o quarto?” E assim por diante.

ATIVIDADE 2. Quantas vezes cabem?

• Perguntar:
“Quantas vezes um décimo cabe dentro de três décimos?”
• Perguntar:
“Quantas vezes um décimo cabe dentro de dez décimos?”.
• Perguntar:
“Quantas vezes dois décimos cabem dentro de seis décimos?”.
• Perguntar:
“Quantas vezes três décimos cabem dentro de seis décimos?”.
• Perguntar:
“Quantas vezes dois décimos cabem dentro de dez décimos?”.
• Perguntar:
“Quantas vezes cinco décimos cabem dentro de dez décimos?”.
• Perguntar:
“Quantas vezes quatro décimos cabem dentro de dez décimos?”.

ATIVIDADE 3. Adições orais, que devem ser resolvidas manipulando-se os discos de frações.

• Perguntar: “Tínhamos um décimo e ganhamos mais um décimo. Quanto tem agora?”.
• Perguntar: “Tínhamos dois décimo e ganhamos mais três décimos. Quanto tem agora?”.
• Perguntar: “Tínhamos um inteiro e ganhamos mais três décimos. Quanto tem agora?”.
• Perguntar: “Tínhamos dois inteiros e ganhamos mais dez décimos. Quanto tem agora?”.

ATIVIDADE 4. Subtrações orais, que devem ser resolvidas manipulando-se os discos de frações.

- Perguntar: "Tínhamos cinco décimo e perdemos um décimo. Quanto tem agora?".
- Perguntar: "Tínhamos seis décimo e perdemos três décimos. Quanto tem agora?".
- Perguntar: "Tínhamos um inteiro e perdemos três décimos. Quanto tem agora?".
- Perguntar: "Tínhamos um inteiro e perdemos oito décimos. Quanto tem agora?".
- Perguntar: "Tínhamos dois inteiros e perdemos dez décimos. Quanto tem agora?".

Leitura e Representação dos Números Decimais

O conceito de número decimal será tratado como uma fração decimal e, para maior compreensão dessa abordagem, utilizaremos o recurso do material dourado e da sapateira (quadro valor posição) com a ampliação para décimos, centésimos e milésimos. Isto é, toda fração decimal pode ser representada por um número decimal e vice-versa, ou seja, um número que tem uma parte inteira e uma parte decimal, separados por vírgula.

Importante: Representando as frações decimais no quadro valor lugar, teremos: Registros no quadro valor posição: 1 unidade, 1 décimo, 1 centésimo, 1 milésimo.

Centena	Dezena	Unidade	,	Décimo	Centésimo	Milésimo
		1	,			
			,	1		
			,		1	
			,			1

Preenchendo com zeros os espaços da casa das unidades e todas as outras entre essa casa e o algarismo 1 teremos:

Centena	Dezena	Unidade	,	Décimo	Centésimo	Milésimo
		1	,			
		0	,	1		
		0	,	0	1	
		0	,	0	0	1

Teremos então que $\frac{1}{10} = 0{,}1$, $\frac{1}{100} = 0{,}01$, $\frac{1}{1000} = 0{,}001$

TABELA I

FRAÇÃO DECIMAL	NÚMEROS DECIMAIS
$\frac{1}{10}$	0,1
$\frac{2}{10}$	0,2
$\frac{5}{10}$	0,5
$\frac{1}{100}$	0,01
$\frac{2}{100}$	0,02
$\frac{5}{100}$	0,05
$\frac{1}{1000}$	0,001

No número decimal, temos uma parte inteira e uma parte decimal, e na representação de um número decimal, a vírgula separa a parte inteira da parte decimal. Por exemplo:

21,34

Parte Inteira

Parte Decimal

a) Como ler um número decimal?

Primeiramente representamos o número decimal no quadro valor lugar, por exemplo, representemos o número 21,34 no quadro valor lugar.

DEZENA	UNIDADE	,	DÉCIMOS	CENTÉSIMOS	MILÉSIMOS
2	1	,	3	4	

Como lemos o número decimal 21,34, representado acima?

Lemos:

Vinte e um inteiros e trinta e quatro centésimos ou
2 dezenas, 1 unidade, 3 décimos e quatro centésimos ou,
21 unidades e 34 centésimos.
Vinte e um inteiros e trinta e quatro centésimos ou
2 dezenas, 1 unidade, 3 décimos e quatro centésimos ou,
21 unidades e 34 centésimos.

Como devemos proceder para ler um número decimal qualquer?

Para ler números decimais, devemos observar a localização da vírgula que separa a parte inteira da parte decimal. No exemplo feito anteriormente: parte inteira (21), parte decimal (34).

Devemos ler a parte inteira, seguida da parte decimal, isto é, primeiro lemos os inteiros; segundo lemos a parte decimal, acompanhada das seguintes palavras:

- Décimos: quando o número decimal tiver apenas uma casa decimal. Por exemplo: 2,1. Lemos dois inteiros e um décimo.
- Centésimos: quando o número decimal tiver duas casas decimais. Por exemplo: 2,12. Lemos dois inteiros e doze centésimos.
- Milésimos: quando o número decimal tiver três casas decimais. Por exemplo: 2,125. Lemos dois inteiros e cento e vinte e cinco milésimos.
- Décimos milésimos: quando o número decimal tiver quatro casas decimais. Por exemplo: 2,1256. Lemos dois inteiros e um mil duzentos e cinqüenta e seis décimos de milésimos.
- E assim por diante.

E como lemos o número decimal 0,34?

Quando a **parte inteira** do número a ler lido **for zero**, devemos ler apenas a parte decimal. Assim, o número decimal 0,34, deve ser lido da seguinte maneira: trinta e quatro centésimos.

Existe outra forma de leitura de um número decimal?

Sim. Por exemplo, o número 21,34, que já sua leitura anteriormente, pode ser também lido da seguinte maneira: dois mil cento e trinta e quatro centésimos. Na realidade existem outras maneiras que dependem da potência de 10 considerada no denominador. Entretanto o usual é ler o número separando a parte inteira da decimal considerando o número de casas decimais para a leitura dos décimos.

O quadro valor lugar apresentado na Figura (Fig. 4) mostra a relação entre as diversas ordens do sistema de numeração decimal, ou seja, cada algarismo, da parte inteira ou da parte decimal, ocupa uma posição ou ordem.

Centenas	Dezenas	Unidades	Décimos	Centésimos	Milésimos	Décimos Milésimos	Centésimos Milésimos
10^2	10^1	10^0	10^{-1}	10^{-2}	10^{-3}	10^{-4}	10^{-5}

Partes Inteiras Partes Decimais

(Fig. 4)

Assim, no sistema de numeração decimal, cada algarismo tem seu valor determinado pelo lugar que ocupa no numeral. Como a dezena é dez vezes maior que 1, o décimo é dez vezes menor do que 1. O valor das ordens à esquerda da unidade cresce de acordo com as potências positivas de 10 e da mesma forma, o valor das ordens à direita da unidade cresce de acordo com as potências negativas de 10.

EXEMPLOS:

Observe os números decimais representados no quadro valor lugar.

DEZENA	UNIDADE	,	DÉCIMOS	CENTÉSIMOS	MILÉSIMOS
	0	,	**3**		
	0	,	**1**	**3**	
	0	,	**1**	**8**	**5**
	3	,	**0**	**7**	
2	**3**	,	**4**	**5**	
2	**3**	,	**4**	**5**	**6**

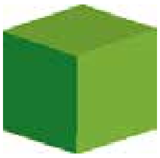
Observe a leitura dos números decimais acima.

0,3	Três décimos
0,13	Treze centésimos
0,185	Cento e oitenta e cinco milésimos
3,07	Três inteiros e sete centésimos
23,45	Vinte e três inteiros e quarenta e cinco centésimos
23,456	Vinte e três inteiros e quatrocentos e cinqüenta e seis milésimos

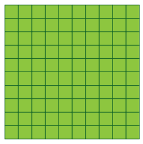
Atividades Introdutórias

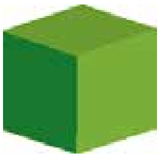
Lista de Atividades II

1. Considerando o cubo como sendo o inteiro. Um inteiro é igual a 10 placas, então continue completando:

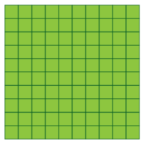


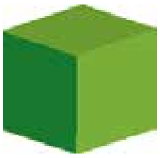
1 inteiro → $\frac{1}{10}$ =



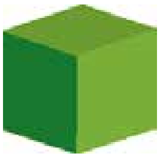


1 inteiro → $\frac{2}{10}$ =



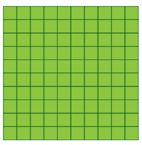


1 inteiro → $\frac{3}{10}$ =

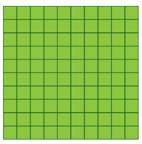


1 inteiro → $\frac{4}{10}$ =

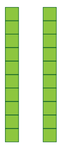
2. Considerando a placa como sendo o inteiro. Uma placa é igual a 10 barras, então continue completando as próximas atividades.

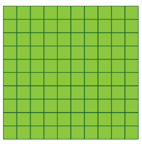


1 inteiro → $\frac{1}{10}$ do inteiro =

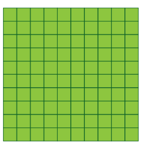


1 inteiro → $\frac{2}{10}$ do inteiro =





1 inteiro → $\frac{3}{10}$ do inteiro =



1 inteiro → $\frac{4}{10}$ do inteiro =

3. Considerando a barra como sendo o inteiro. Uma barra é igual a 10 cubinhos, então continue completando as próximas atividades.

 1 inteiro ➡ $\frac{1}{10}$ do inteiro =

 1 inteiro ➡ $\frac{2}{10}$ do inteiro =

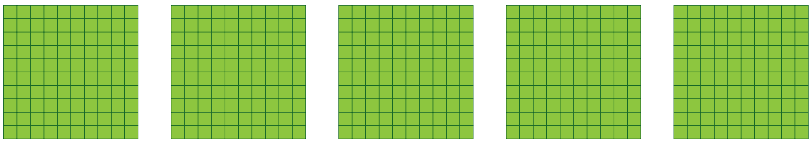
 1 inteiro ➡ $\frac{3}{10}$ do inteiro =

 1 inteiro ➡ $\frac{4}{10}$ do inteiro =

4. Considerando o cubo como sendo o inteiro, qual é a metade do cubo? (Ex. para os exercícios 5-10)

1 CUBO = 10 PLACAS

CUBO = 5 PLACAS $\frac{1}{2}$ = 50 BARRAS =500 CUBINHOS

 = $\frac{1}{2}$ = 5 placas

5. Considerando o cubo como sendo o inteiro, quanto é $\frac{1}{5}$ do cubo?

6. Considerando o cubo como sendo o inteiro, quanto é $\frac{1}{4}$ do cubo?

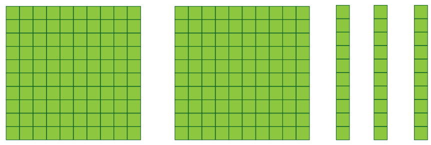
7. Considerando a placa como sendo o inteiro, qual é a metade da placa?

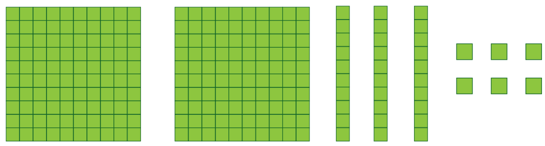
8. Considerando a placa como sendo o inteiro, quanto é um terço da placa?

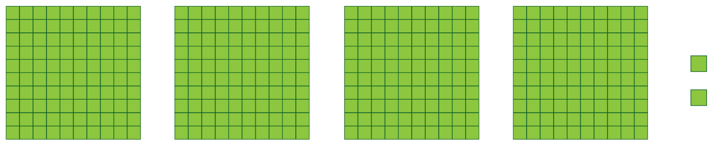
9. Considerando a placa como sendo o inteiro, quanto é um quinto da placa?

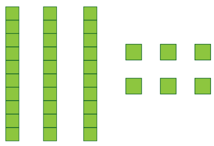
10. Considerando a barra como sendo o inteiro, qual é a metade da barra?

11. Considerando a placa como um inteiro. Represente numericamente cada desenho do material didático.

a) 

b) 

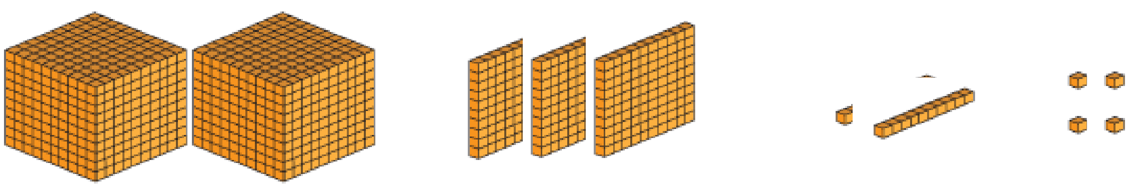
c) 

d) 

12. Represente os números decimais abaixo utilizando o recurso de representação do número decimal com o material dourado e o registro no quadro valor posição.

Sabemos que a vírgula "separa" a parte inteira do número da sua parte decimal.

a) 2, 324



2 + 3 + 2 + 4

Isto é: 2 unidades, 3 décimos, 2 centésimos e 4 milésimos

ATIVIDADE. Faça os próximos exercícios e depois os registre no quadro valor lugar.

b) 2, 64 c) 13,05 d) 0,4 e) 0,66 f) 0,0023

Registros no quadro valor posição.

Centena	Dezena	Unidade	,	Décimo	Centésimo	Milésimo
		2	,	3	2	4
			,			
			,			
			,			
			,			
			,			

Capítulo II

TRANSFORMAÇÕES

Muitas vezes torna-se necessário transformarmos uma fração em número fracionário ou vice-versa.

a) Transformação de Fração em Número Decimal

Primeiro caso. Vamos trabalhar com frações cujos denominadores são potências de 10, ou seja, frações decimais:

Por exemplo:

Centena	Dezena	Unidade	,	Décimo	Centésimo	Milésimo
		3	,	5		
		3	,	5	7	
		2	,	3	5	1

a) $\dfrac{35}{10}$ = 35 décimos = 3,5

b) $\dfrac{357}{100}$ = 357 centésimos = 3,57

c) $\dfrac{2351}{1000}$ = 2351 milésimos = 2,351

Observamos a seguinte regra:

Para efetuarmos a transformação de uma fração decimal em número decimal, repetimos o numerador e damos a este, tantas casas decimais quantos forem os zeros do denominador.

Nos item a) do exemplo, temos um zero no denominador (10), logo o número decimal terá uma casa decimal. Já, no item b), temos dois zeros no denominador (100), logo o número decimal terá duas casas decimais. E, no item c), temos três zeros no denominador (1000), logo o número decimal terá três casas decimais.

Como a transformação dos números fracionários em números decimais? Preencha a Tabela 2.

FRAÇÃO DECIMAL	NÚMEROS DECIMAIS
$\frac{25}{10}$	
$\frac{257}{10}$	
$\frac{195}{100}$	
$\frac{2351}{1000}$	
$\frac{7132}{1000}$	
$\frac{57}{1000}$	
$\frac{2}{1000}$	

Como foram transformados os dois últimos números fracionários para números decimais, apresentados na Tabela 2?

Vejamos essas representações no quadro valor lugar.

Centena	Dezena	Unidade	,	Décimo	Centésimo	Milésimo
		0	,	0	5	7
		0	,	0	0	2

Isto é:

$$\frac{57}{1000} = 0{,}057 \quad \text{e} \quad \frac{2}{1000} = 0{,}002$$

Percebemos a seguinte regra:

> Toda vez que a quantidade de algarismos do numerador se apresentar para colocarmos a vírgula, deve-se acrescentar zero à esquerda do número.

Segundo caso. Vamos trabalhar com frações não decimais, ou seja, frações ordinárias.

Por exemplo:

a) $\frac{15}{3}$ b) $\frac{7}{2}$ c) $\frac{3}{4}$

Como resolver o item a.

Primeiramente devemos fazer sua transformação para número decimal da seguinte forma:

a) $\frac{15}{3} = 15 \div 3$

$$\begin{array}{rrr|l} & \mathbf{1} & \mathbf{5} & \mathbf{3} \\ \cline{4-4} - & 1 & 5 & 5 \\ \cline{2-3} & 0 & 0 & \end{array}$$

Essa divisão é exata e seu quociente é um número inteiro.

Como resolver o item b.

b) $\frac{7}{2} = 7 \div 2$

$$\begin{array}{rr|l} & \mathbf{7} & \mathbf{2} \\ \cline{3-3} - & 6 & 3 \\ \cline{2-2} & 1 & \end{array}$$

Observe que na divisão de $\frac{7}{2} = 7 \div 2$, o resto é diferente de zero; então seu quociente não será um número inteiro. Vamos olhar para a situação acima de outra forma, como feito nos números naturais, representando a situação no quadro valor lugar, veja:

$$\begin{array}{rl|l} & \textbf{U} & \\ & \textbf{7} & \textbf{2} \\ \hline - & 6 & 3 \\ \hline & 1 & \text{U} \quad \text{D} \end{array}$$

Para facilitar vamos apenas olhar para a divisão de 1 por 2 e depois retornaremos à divisão inicial.

$$\begin{array}{cc|l} \textbf{U} & \textbf{D} & \\ \textbf{1} & \textbf{0} & \textbf{2} \\ \hline & & 0, \\ & & \text{U} \quad \text{D} \end{array}$$

Temos 1 unidade para dividir para duas crianças. Consigo dar unidades para cada uma delas? Não. Assim, só podemos dar zero (0) unidades, mas sabemos que uma unidade é igual a dez décimos.

Temos dez décimos para dividir para duas crianças. Consigo dar décimos para cada uma delas? Quantos? Sim. Cinco décimos.

Finalizando a transformação.

$$\begin{array}{rcc|l} & \textbf{U} & \textbf{D} & \\ & \textbf{1} & \textbf{0} & \textbf{2} \\ \hline \textbf{-} & \textbf{1} & \textbf{0} & 0, \quad 5 \\ \hline & \textbf{0} & \textbf{0} & \text{U} \quad \text{D} \end{array}$$

Portanto, $\frac{1}{2} = 1 \div 2 = 0,5$
(só podemos dar metade para cada criança ou cinco décimos)

$$\begin{array}{rcc|l} & \textbf{U} & \textbf{D} & \\ & \textbf{7} & & \textbf{2} \\ \hline - & 6 & & 3, \quad 5 \\ \hline & 1 & 0 & \text{U} \quad \text{D} \\ - & 1 & 0 & \\ \hline & 0 & 0 & \end{array}$$

Portanto, $\frac{7}{2} = 7 \div 2 = 3,5$

Outra forma de encontrar a solução.

Chamamos de x o quociente procurado.

$$x = \frac{7}{2} \quad \Rightarrow \quad 10 \,.\, x = \frac{7}{2} \,.\, 10 \quad \Rightarrow \quad 10 \,.\, x = \frac{70}{2} = 70 \div 2$$

Multiplicando por dez de ambos os lados da igualdade

Efetuando esta divisão

	U	**D**		
	7	**0**	**2**	
-	6	0	3	5
	1	0	U	D
-	1	0		
	0	0		

Assim, $10 \,.\, x = 35 \quad \Rightarrow \quad x = \frac{35}{10} = 3{,}5$

Como resolver o item c.

c) $\frac{3}{4} = 3 \div 4$

U	**D**		
3		**4**	
		U	D

Observe que na divisão de $\frac{3}{4}$, seu quociente também não será um número inteiro.

Temos 3 unidades para dividir para quatro crianças. Consigo dar unidades para cada uma delas? Não. Sabemos que três unidades são iguais a trinta décimos.

Consigo dar décimos para cada uma delas? Quantos? Sim. 7 décimos.

Representando esta situação no quadro valor lugar a seguir.

$$\begin{array}{ccc|ll}
 & \mathbf{U} & \mathbf{D} & & \\
 & \mathbf{3} & \mathbf{0} & \mathbf{4} & \\ \cline{4-5}
- & 2 & 8 & 0, & 7 \\ \cline{2-3}
 & 0 & 2 & \text{U} & \text{D}
\end{array}$$

Ainda não terminamos, pois o resto não é zero. Sobram ainda 2 décimos.

Continuando:

Temos que dividir agora 2 décimos para quatro crianças. Conseguimos dar décimos para cada uma delas? Não.

Sabemos que 2 décimos é igual a 20 centésimo. Conseguimos dar centésimos para cada uma delas? Quantos? Sim. 5 centésimos.

Representando esta situação no quadro valor lugar a seguir.

$$\begin{array}{cccc|lll}
 & \mathbf{U} & \mathbf{D} & \mathbf{C} & & & \\
 & \mathbf{3} & \mathbf{0} & & \mathbf{4} & & \\ \cline{5-7}
- & 2 & 8 & & 0, & 7 & 5 \\ \cline{2-4}
 & 0 & 2 & 0 & \text{U} & \text{D} & \text{C} \\
 & - & 2 & 0 & & & \\ \cline{3-4}
 & & 0 & 0 & & &
\end{array}$$

Portanto, $\dfrac{3}{4} = 3 \div 4 = 0{,}75$
(podemos dar para cada criança setenta e cinco centésimos)

Outra forma de encontrar a solução.

Observe que o quociente desta divisão ainda não é um número inteiro.

$$\begin{array}{ccc|ll}
 & \mathbf{U} & \mathbf{D} & & \\
 & \mathbf{3} & \mathbf{0} & \mathbf{4} & \\ \cline{4-5}
- & 2 & 8 & 0, & 7 \\ \cline{2-3}
 & 0 & 2 & \text{U} & \text{D}
\end{array}$$

Chamamos de x o quociente procurado.

$$x = \frac{3}{4} \Rightarrow 100 \cdot x = \frac{3}{4} \cdot 100 \Rightarrow 100 \cdot x = \frac{300}{4} = 300 \div 4$$

Multiplicando por dez de ambos os lados da igualdade

Efetuando esta divisão

$$\begin{array}{rccc|ccc}
 & \text{U} & \text{D} & \text{C} & & & \\
 & \mathbf{3} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{4} & & \\
- & 2 & 8 & & 7 & 5 & \\
\hline
 & 0 & 2 & 0 & \text{U} & \text{D} & \text{C} \\
 & - & 2 & 0 & & & \\
\hline
 & & 0 & 0 & & &
\end{array}$$

Assim, $100 \cdot x = 75 \Rightarrow x = \frac{75}{100} = 0{,}75$

b)Transformação de Número Decimal em Fração Decimal

Veja os exemplos representados no quadro valor lugar a seguir.

Centena	Dezena	Unidade	,	Décimo	Centésimo	Milésimo
		0	,	1		
		3	,	5		
		3	,	5	3	7

Por exemplo:

a) $0{,}1 = \frac{01}{10} = \frac{1}{10}$ b) $3{,}5 = \frac{35}{10}$ c) $3{,}57 = \frac{357}{10}$

Nos itens (a) e (b), repetimos o número sem a vírgula para o numerador e como denominador temos o número 1 seguido de um zero, uma vez que temos apenas uma casa decimal em cada um dos números apresentados. Já no item (c), temos o número 357 como numerador e o número 1 seguido de dois zeros como denominador (100), pois o número decimal tem duas casas decimais.

Percebe-se a regra:

> Para efetuarmos a transformação de um número decimal em fração decimal, repetimos o número sem vírgula, no caso este será o numerador e damos ao denominador a unidade seguida de tantos zeros quantos forem às casas decimais.

Preencha a Tabela 3, fazendo a transformação dos números decimais em números fracionários.

NÚMEROS DECIMAIS	FRAÇÃO DECIMAL
1, 2	
4, 5	
23, 45	
3, 456	
4, 78	
123, 56	
34, 567	
0, 00007	
0, 07	
0, 45	
6, 789	

COMPARAÇÕES

Para comparar dois números decimais devemos constituir uma relação de igualdade (ou de desigualdade) entre eles.

Se os números comparados forem:

a) Décimos com décimos, centésimos com centésimos e milésimos com milésimos. (As partes inteiras são iguais).

Neste caso:

Sendo as partes inteiras iguais, nos números a serem comparados, o maior número decimal é aquele que possuir o maior valor absoluto dos algarismos.

Exemplo 1. Entre os números decimais 0,82 e 0,8, qual deles é o maior?

Sabemos pela propriedade de números decimais, que 0,8 = 0,80
Temos que 0,80 é menor do que 0,82 , pois, igualando o número de casas decimais, e considerando o valor absoluto 80 < 82
Portanto, 0,82 é o maior deles.

Exemplo 2. Coloque os números (0,6; 0,7 ; 0, 2 e 0,4) em ordem crescente.

Como todos os números a serem comparados apresentam a mesma parte inteira, que no caso é zero, então basta observar o valor absoluto dos algarismos em cada ordem nos numerais.

$$0{,}2 < 0{,}4 < 0{,}6 < 0{,}7$$

Portanto, em ordem crescente, temos a seguinte seqüência: 0,2; 0,4; 0,6 e 0,7

Vamos representá-los no quadro valor lugar.

Unidade	,	Décimo	Centésimo	Milésimo
0	,	2		
0	,	4		
0	,	6		
0	,	7		

b) Décimos com décimos, centésimos com centésimos e milésimos com milésimos. (As partes inteiras são diferentes).

Neste caso:

O maior número decimal é aquele que possui a maior parte inteira.

Exemplo 1. Entre os números decimais 1,4 e 2, 3, qual deles é o maior?

1,4 é menor do que 2, 3, pois $1 < 2$
Portanto, 2, 3 é o maior deles.

Exemplo 2. Coloque os números (2,6; 1,7; 0, 2 e 3,4) em ordem crescente.

$$0,2 < 1,7 < 2,6 < 3,4$$

Portanto, colocando-os em ordem crescente, temos a seguinte seqüência de números: 0, 2; 1,7 ; 2,6 e 3,4.

c) Décimos com centésimos, centésimos com milésimos e décimos com centésimos e milésimos. (As partes inteiras são iguais).

Exemplo 1. Coloque os números decimais 0,5; 0,05; 0,523 e 0,54 em ordem crescente.

O passo inicial é reescrever todos os números dados colocando-os com o mesmo número de casas decimais, por exemplo, entre os números 0,5; 0,05; 0,523 e 0,54, a maior ordem é a dos milésimos, sendo assim devemos transformar pela equivalência todos os números em milésimos, de acordo com a propriedade dos números decimais. Ou seja:

$$0,5 = 0,500; \quad 0,05 = 0,050; \quad 0,523 = 0,523 \text{ e } 0,540 = 0,540$$

Agora, podemos colocá-los em ordem crescente, uma vez que recaímos no item a).

$$0,050 < 0,500 < 0,523 < 0,540$$

Vamos representá-los no quadro valor lugar.

Unidade	,	Décimo	Centésimo	Milésimo
0	,	0	5	0
0	,	5	0	0
0	,	5	2	3
0	,	5	4	0

d) Décimos com centésimos, centésimos com milésimos e décimos com centésimos e milésimos. (As partes inteiras são diferentes).

Exemplo 1. Entre os números 11,523 e 12, 52, qual é o maior deles?

O passo inicial é reescrever os números dados colocando-os com o mesmo número de ordens decimais, ou seja:

$$12{,}52 = 12{,}520 \quad \text{e} \quad 11{,}523 = 11{,}523$$

Nesses números, a maior ordem é a dos milésimos, sendo assim transformamos pela equivalência os dois números dados em milésimos, de acordo com a propriedade dos números decimais.

Assim o maior deles é o que apresenta a maior parte inteira. Portanto,

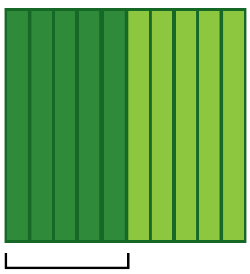
$$11{,}523 < 12{,}\ 520$$

Propriedade dos Números Decimais

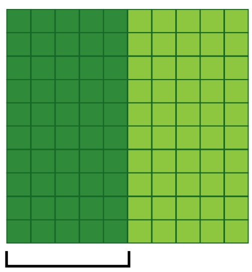
Quando há ordens decimais, os zeros colocados, ou supridos à direita do último algarismo depois da vírgula não alteram o valor do numeral.

Exemplificando com material concreto.

Para isso, vamos utilizar as seguintes peças do material dourado, dez barrinhas e uma placa:



$\frac{5}{10}$



$\frac{50}{100}$

Da equivalência de frações sabemos que $\frac{5}{10} = \frac{50}{100}$. Logo, 0,5 = 0,50 (decimais equivalentes). Isto é,

$\frac{5}{10} = 0{,}5 = \frac{50}{100} = 0{,}50$. Assim, 0,5 representa a mesma quantidade que 0,50.

Portanto, 0,5 = 0,50 = 0,500 = 0,5000 = 0,50000

Preencha a Tabela 4, com decimais equivalentes.

NÚMEROS DECIMAIS	NÚMERO DECIMAL EQUIVALENTE
1,2	1,2 = 1,20 = 1,200 =...
4, 5	
23, 45	
3, 40	
7	
123,5	
0,1	
0,3	

Lista de Atividades III

ATIVIDADE 1. Escreva como se lêem os seguintes números decimais.

a) 1, 5 b) 0,5 c) 0,05 d) 0,005
e) 1, 005 f) 15, 34 g) 123,4 h) 10, 5
i) 2,5 j) 1230,05 k) 2,105 l) 11, 565
m) 12,234 n) 12,34

ATIVIDADE 2. Dada à leitura do número decimal, represente-os com algarismos.

a) um inteiro e vinte e sete centésimos;
b) oito décimos;
c) cento e três inteiros e dois décimos;
d) cento e três inteiros e dois centésimos;
e) cento e três inteiros e dois milésimos;
f) quatro inteiros e trinta e seis centésimos.

ATIVIDADE 3. Transforme os números decimais em números fracionários.

a) 1, 5	b) 0,5	c) 0,05	d) 0,005
e) 1, 005	f) 15, 34	g) 123,4	h) 10, 5
i) 2,5	j) 1230,05	k) 2,105	l) 11, 565
m) 12,234	n) 12,34		

ATIVIDADE 4. Transforme as frações decimais em números fracionários.

a) $\frac{12}{10}$	b) $\frac{123}{100}$	c) $\frac{23}{10}$	d) $\frac{1234}{10}$
e) $\frac{1234}{100}$	f) $\frac{1234}{1000}$	g) $\frac{1234}{10000}$	h) $\frac{3}{100}$
i) $\frac{213}{100}$	j) $\frac{10234}{100}$	k) $\frac{7}{1000}$	l) $\frac{70}{1000}$

ATIVIDADE 5. Qual é a alternativa que representa a fração $\frac{8}{3}$ em números decimais?

a) 2,666... b) 2,6 c) 2,65 d) 4,5

ATIVIDADE 6. Qual é a alternativa que representa a fração $\frac{1234}{1000}$ em números decimais?

a) 1234,000 b) 123,4 c) 1234 d) 1,234

ATIVIDADE 7. Descubra o segredo da seqüência e complete-a.

a) 0,2 | 0,4 | 0,6 | 0,8 | | |

b) 3,5 | 3,7 | 3,9 | | |

c) 5,6 | 5,8 | 6,0 | | |

ATIVIDADE 8. Organize os círculos, numerando-os em ordem crescente.

a) 1,7 | 6,0 | 2,0 | 8,1 | 9,8 | 6,8 | 0,7

Resposta:

b) 2,5 | 1,1 | 2,3 | 1,9 | 2,0 | 1,8 | 0,7

Resposta:

c) 2,5 | 2,51 | 2,01 | 2,03 | 2,0 | 1,8 | 2,05

Resposta:

d) 2,5 | 3,1 | 2,01 | 2,02 | 4,0 | 1,8 | 2,8

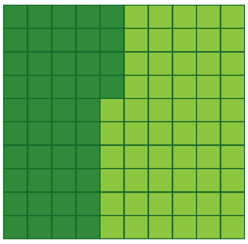
Resposta:

ATIVIDADE 9. Na tabela, temos as notas de Matemática dos alunos da 3ª série.

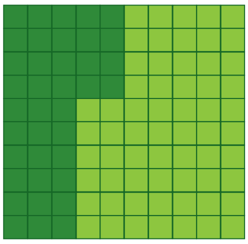
Carlos	7,8
Carolina	8,9
Carmem	9,8
Andréia	8,7
Joana	9,6
Pedro	6,9

a) Escreva as notas em ordem crescente.
b) Quem tirou a maior nota: Carmem ou Joana?
c) Quem tirou a menor nota?
d) Calcule a diferença entre as notas de Carmem e Joana.

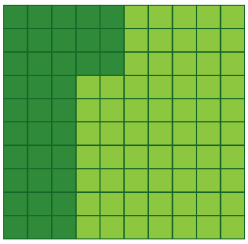
ATIVIDADE 10. Escreva na forma decimal e fracionária a parte ha-

a) 

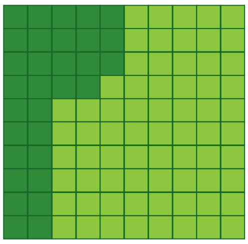
Resposta:___________

b) 

Resposta:___________

c) 

Resposta:___________

d) 

Resposta:___________

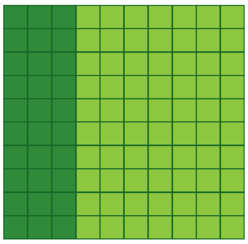
e) 

Resposta:___________

f) 

Resposta:___________

ATIVIDADE 11. Observ

a)  b) 

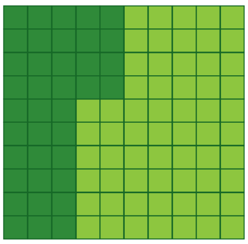
a) Que número decimal representa a parte hachurada em cada caso?

b) Compare os dois números decimais.
O que você observou?

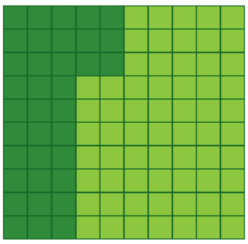
c)
centésimos?

d)
décimos?

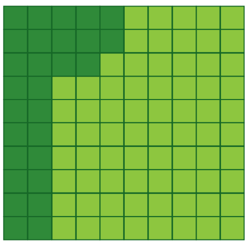
ATIVIDADE 12. Observe a parte hachurada das e as compare usando os símbolos > (maior), < (menor) ou = (igual).

a) 

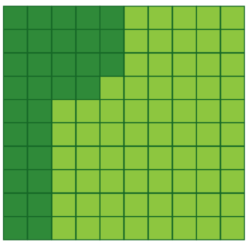
Resposta:___________

b) 

Resposta:___________

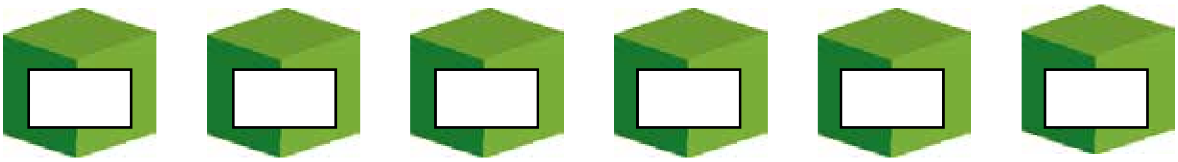
c) 

Resposta:___________

d) 

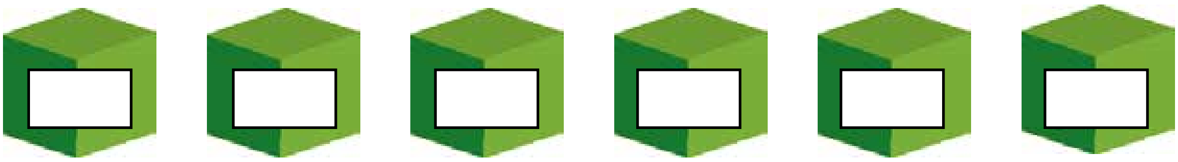
Resposta:___________

ATIVIDADE 13. Escreva em cada o número necessário para completar um inteiro.



0,45 0,57 0,89 0,94 0,01 0,50

ATIVIDADE 14. Escreva em cada o número necessário para completar dois inteiros.



0,45 0,57 0,89 0,94 0,01 0,50

ATIVIDADE 15. Descubra e responda qual é o maior número, o menor número e os dois números com menor diferença entre si nas seqüências dadas.

a)

1,002	1,102	1,2012	2,001	1,001

Resposta:_______________________

b)

14,272	19,991	21,01	20,010	27,170

Resposta:_______________________

c)

0,217	0,41	0,3	0,298	0,0990

Resposta:_______________________

Capítulo III

OPERAÇÕES COM NÚMEROS DECIMAIS

Como os números decimais são outra forma de representar as frações decimais, as operações podem ser feitas como nos números fracionários. No entanto, devemos determinar "regras" próprias de adição, subtração, multiplicação e divisão de números decimais de forma a não ser necessário estar sempre recorrendo à representação fracionária do número decimal.

Como pré-requisito ao estudo da adição e da subtração de números racionais em forma decimal, é necessário que o aluno tenha uma base sólida no conhecimento das operações propriamente ditas, bem como a habilidade de aplicação dos princípios do Sistema de Numeração. É interessante ainda v se realmente houve, por parte do aluno, a compreensão do Princípio Posicional, da natureza das ordens do Sistema e das implicações do uso da base dez.

Os materiais didáticos são bem vindos, como o material dourado, o quadro valor lugar ou a sapateira ampliada para décimos, centésimos e milésimos. A a para a posição de colação da vírgula é óbvia no quadro valor lugar e na sapateira, visto que uma vez automaticamente o aluno deve representar no quadro valor lugar, unidade em baixo de unidade; décimos em baixo de décimos e assim por diante, de forma que as vírgulas serão registradas automaticamente. É importante que os próprios alunos descubram esse fato, ao invés de ser dado pronto ao aluno. Vamos ver como realizar uma adição e uma subtração com a utilização do material dourado e, depois, estas operações representadas no quadro valor lugar.

a) Adição e Subtração de Números Decimais

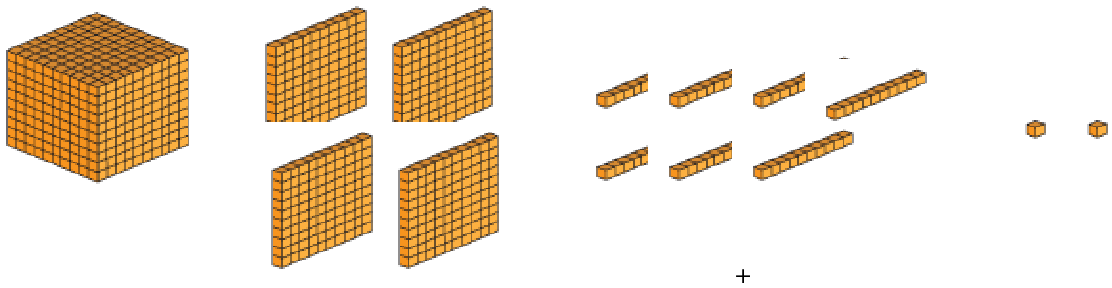
Lembrando as "regras" das operações com números fracionários.

ADIÇÃO: $$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{(a \times d) + (c \times b)}{b \times d}$$

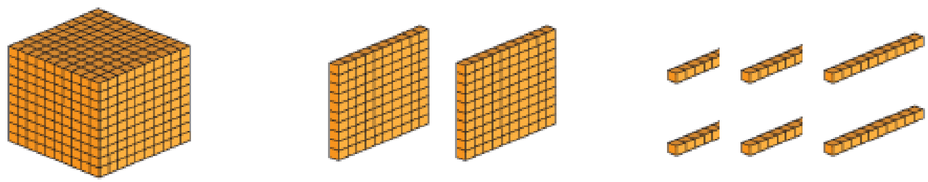
SUBTRAÇÃO: $$\frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{(a \times d) - (c \times b)}{b \times d}$$

ATIVIDADE 1. 1,472 + 1,26

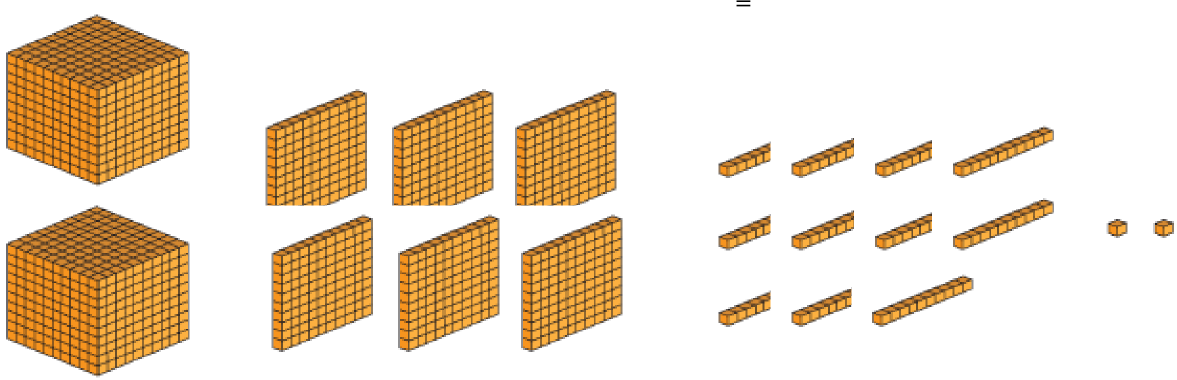
Utilizaremos o material dourado para fazermos a adição destes números e em seguida faremos o registro no quadro valor posição.



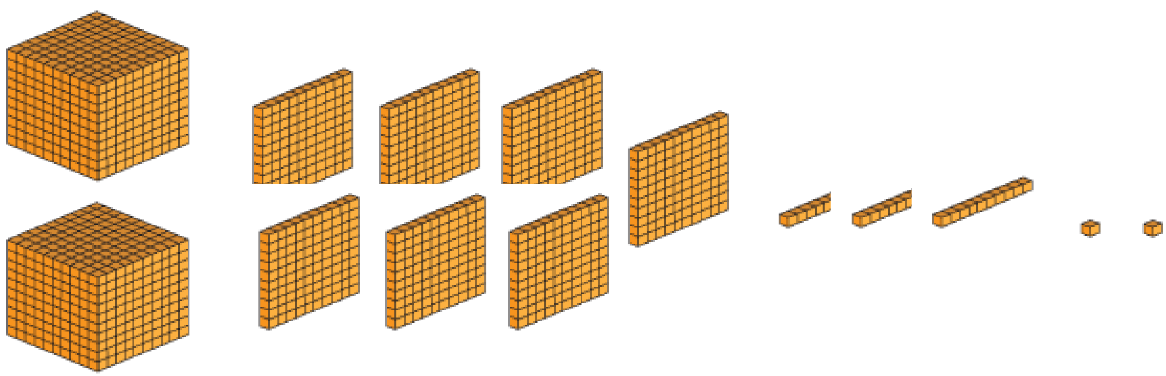
+



=



Fazendo a troca de peças.



Isto é, 2 unidades + 7 décimos + 3 centésimos + 2 milésimos

Observe que, utilizando o material dourado, devemos somar unidades com unidades, décimos com décimos, centésimos com centésimos e milésimos com milésimos. Além disso, aparece à necessidade das trocas (por exemplo, 13 centésimos é igual a 1 décimo e 3 centésimos). Percebemos então que a operação de adição (e de subtração, respectivamente) assemelha-se com a operação com números naturais, incluindo-se o "vai um" (e o "empresta um", respectivamente)

REGRA:

Posicionamos vírgula "em baixo" de vírgula e depois adicionamos ou subtraímos como se fossem número naturais.

Algoritmo: Quadro Valor Lugar.

	U,	**D**	**C**	**M**
	1,	4	7	2
+	1,	1	6	0
	2,	4	3	2

Observação. Como podemos observar no quadro valor lugar, na adição de 1,472 com 1,26 tivemos que acrescentar um zero à direita do número 1,26, para que as duas parcelas se tornassem milésimos, podendo assim efetuar a adição, uma vez que só podemos somar milésimos com milésimos e tínhamos milésimos somados com centésimos.

Se o número de casas depois da vírgula for diferente, devemos igualar a quantidade de casas decimais dos números decimais a serem somados ou subtraídos acrescentando zeros à direita de suas partes decimais.

O quadro valor lugar auxilia os alunos na colocação e na percepção de que numa adição ou subtração devemos colocar vírgula em baixo de vírgula, de forma que, ao escrever os numerais, coloquemos:

(Parte inteira):

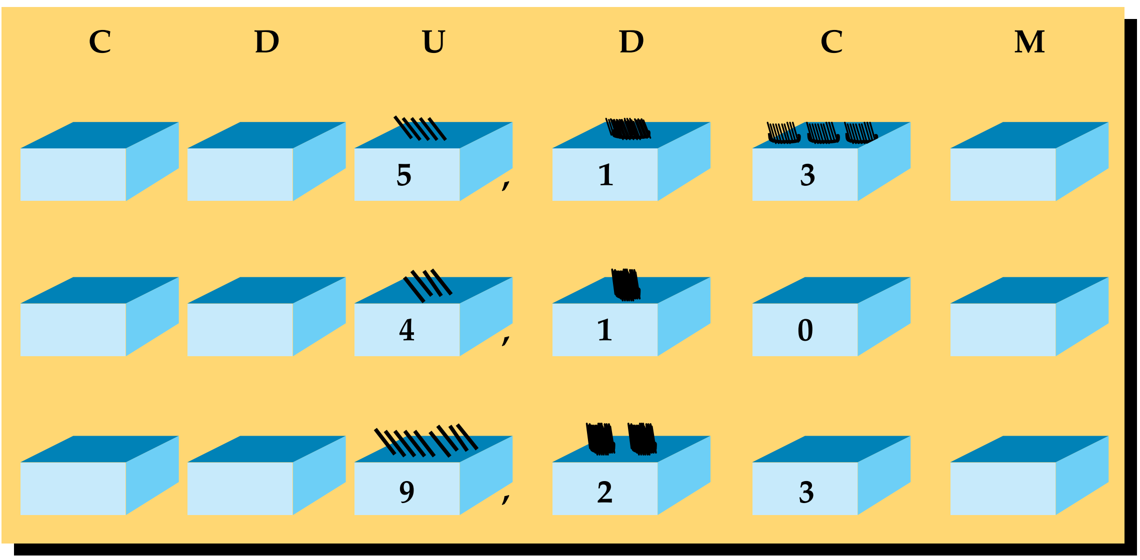
• o algarismo das unidades do segundo número a ser colocado no quadro valor lugar deverá estar posicionado embaixo do algarismo das unidades do primeiro número colocado.
• o algarismo das dezenas do segundo número a ser colocado no quadro valor lugar deverá estar em baixo do algarismo das dezenas do primeiro número colocado.
• o algarismo das centenas do segundo número a ser colocado no quadro valor lugar deverá estar em baixo do algarismo das centenas do primeiro número colocado.
• e assim por diante.
• a vírgula segundo número a ser colocado no quadro valor lugar deverá estar debaixo da vírgula do primeiro número colocado.

(Parte decimal):

• décimos, centésimos, milésimos, e outros de forma que com décimos sob décimos, centésimos sob centésimos, milésimos sob milésimos, e assim por diante.

Como fazer uma Adição na Sapateira Estendida para os Decimais

ATIVIDADE 1. Maria foi ao supermercado e comprou uma caixa de sabão em pó e pagou R$ 5,13 e também comprou uma caixa de lenços de papel por R$ 4,10. Quanto Maria gastou no supermercado?
Vamos proceder como feito no Módulo I, para os números naturais.



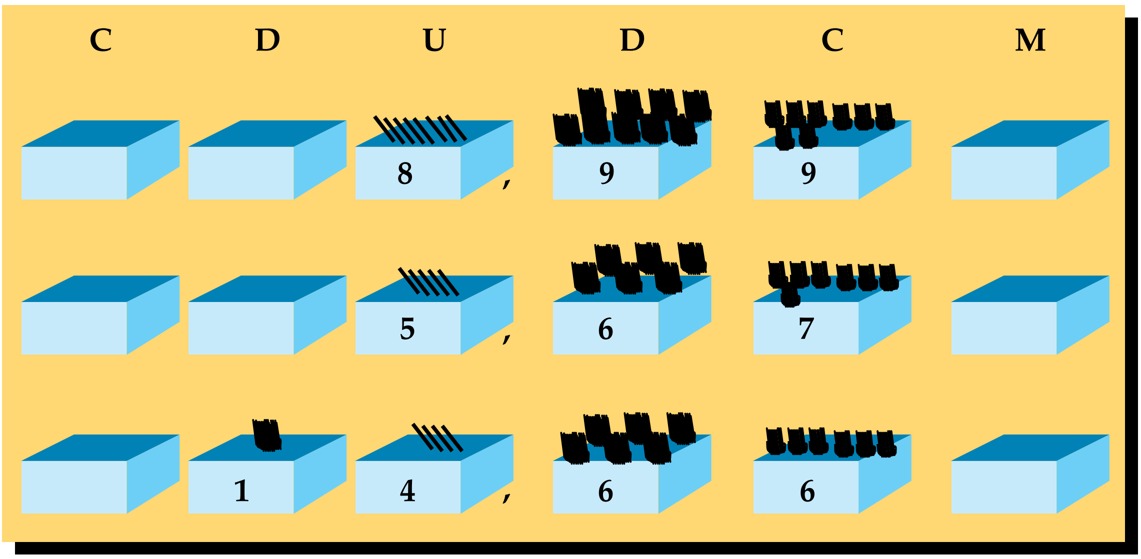
Adicionando:

- Temos 3 centésimos + 0 centésimos = 3 centésimos.
- Temos 1 décimo + 1 décimo = 2 décimos.
- Temos 5 (inteiros) + 4 (inteiros) = 9 (inteiros).

	U,	D	C
	5,	1	3
+	4,	1	0
	9,	2	3

RESPOSTA. Ficamos com 9 inteiros e vinte e três centésimos.

ATIVIDADE 2. Marta foi ao açougue e comprou um quilo de con- a R$ 8,99 o quilo. Ela também comprou um quilo de lingüiça de pernil e pagou R$ 5,67 o quilo. Quanto Marta gastou no açougue? Vamos proceder como feito no Módulo I, para os números naturais.



Adicionando:

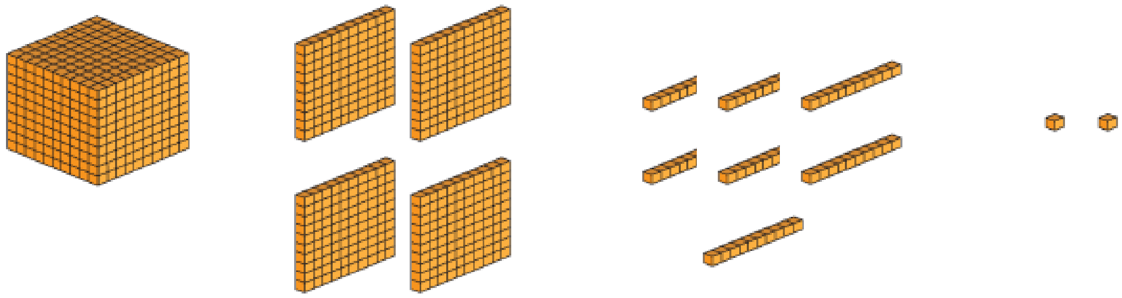
• Temos 9 centésimos + 7 centésimos = 16 centésimos = (1 décimo e 6 centésimos).
• Temos 1 décimo (vindo da primeira adição) + 9 décimos + 6 décimos = 16 décimos = (1 inteiro e 6 décimos) .
• Temos 1 inteiro (vindo da segunda adição) + 8 inteiros + 5 inteiros = 14 inteiros = (1 dezena e 4 unidades).

	D	U,	D	C
		8,	9	9
+		5,	6	7
	1	4,	6	6

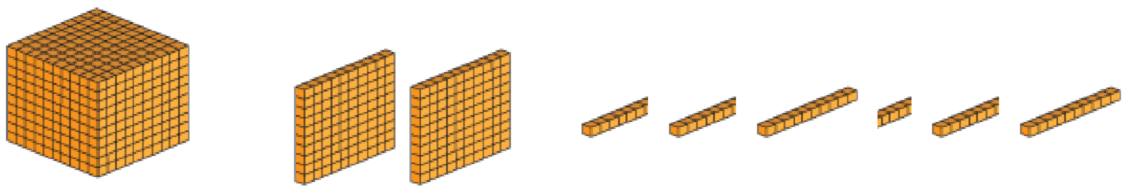
RESPOSTA. Ficamos com 14 inteiros e sessenta e seis centésimos.

Como fazer uma Subtração

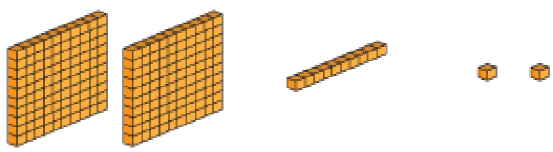
ATIVIDADE 2. 1,472 - 1,26



—



=



Isto é,

0 inteiro + 2 décimos + 1 centésimo + 2 milésimos ou;
2 décimos + 1 centésimo + 2 milésimos ou;
duzentos e doze milésimos.

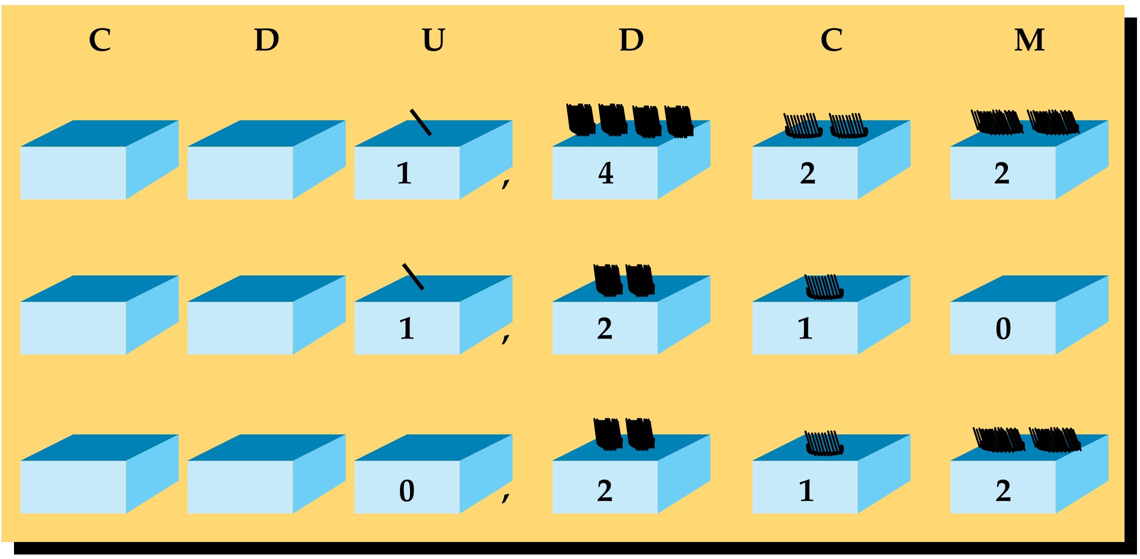
Algoritmo. Quadro Valor Lugar.

	U,	**D**	**C**	**M**
	1,	4	7	2
-	1,	2	6	0
	0,	2	1	2

Como fazer uma Subtração na Sapateira Estendida para os Decimais

ATIVIDADE 1. Josefa estava sem combustível e foi ao posto de gasolina para abastecer seu carro. Ela observou que a gasolina aditivada estava custando R$ 1,422 o litro e a gasolina comum estava custando R$ 1,210 o litro. Qual a diferença entre os dois preços de gasolina?

Vamos proceder como feito no Módulo I, para os números naturais.



Subtraindo:

- Temos 2 milésimos – 0 milésimo = 2 milésimos.
- Temos 2 centésimos – 1 centésimo = 1 centésimo.
- Temos 4 décimos – 2 décimos = 2 décimos.
- Temos 1 inteiro – 1 inteiro = 0 inteiro.
- Ficamos com 0 inteiro e duzentos e doze milésimos.

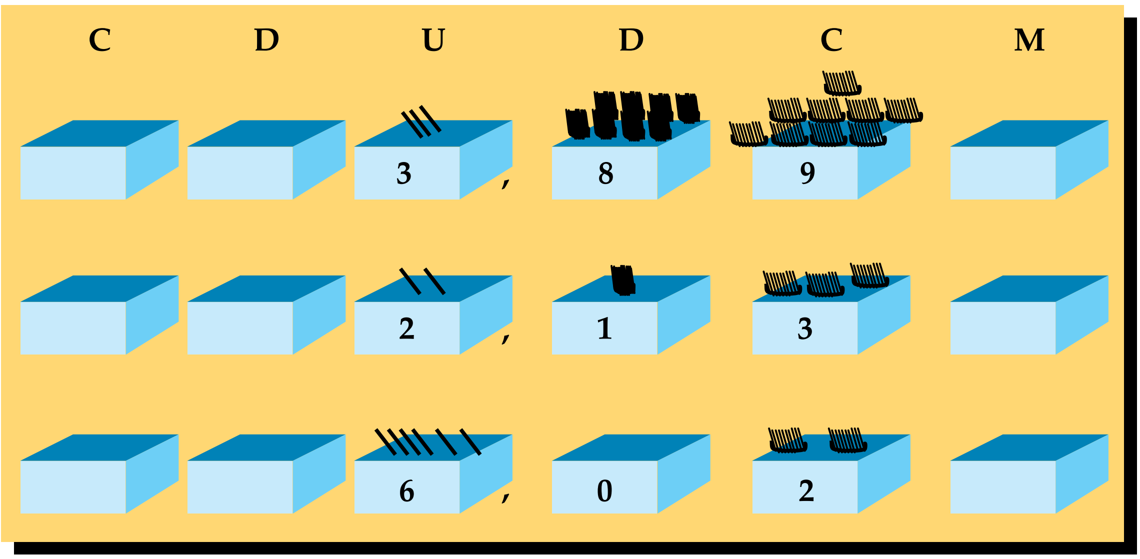
	U,	D	C	M
	1,	4	2	2
-	1,	2	1	0
	0,	2	1	2

Resposta. A diferença entre a gasolina aditivada e a gasolina comum é de R$ 0,212.

ATIVIDADE 2. Joaquim foi à feira com R$ 20,00. Ele comprou um quilo de batata em que pagou R$ 3,89 e um quilo de tomate a R$ 2,13. Qual foi o troco de Joaquim?

Vamos primeira saber quanto Joaquim gastou, somando o valor pago por um quilo de batata e o valor pago por um quilo de tomate.

Acrescentar os canudos correspondentes a cada e indicar o resultado da adição com e canudos. Vamos proceder como feito no Módulo I, para os números naturais.

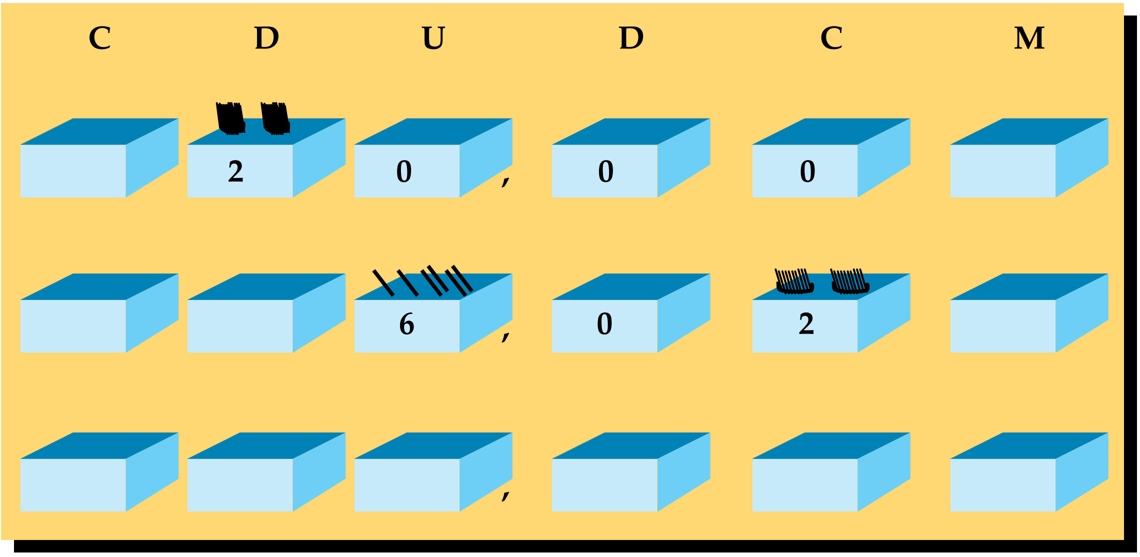


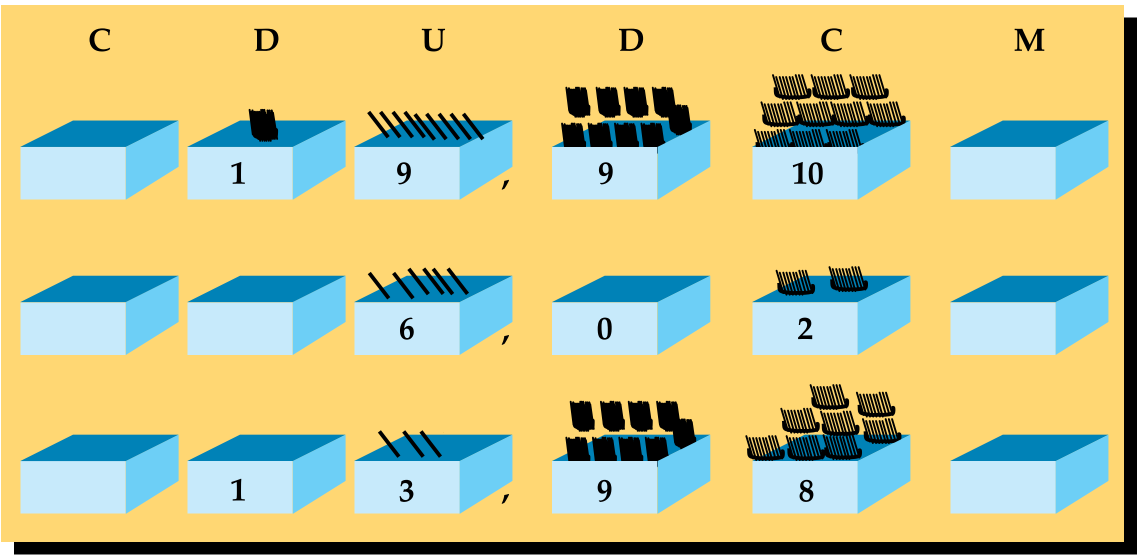
Joaquim gastou na feira R$ 6, 02.

Algoritmo: Quadro Valor Lugar.

	U,	D	C
	3,	8	9
+	2,	1	3
	6,	0	2

Vamos agora encontrar o troco recebido por Joaquim.





Subtraindo:

Vamos ter que emprestar. Temos 0 milésimos e temos que pagar 2 milésimos. Assim tomamos a dezena que nada mais é do que 10 unidades.

De 10 unidades tomamos uma unidade = (10 décimos) e o emprestamos para a casa dos décimos e deixamos 9 unidades na casa das unidades.

De 10 décimos emprestamos um décimo para a casa dos milésimos. Onde 1 décimo = 10 milésimos.

10 milésimos – 2 milésimos = 8 milésimos.
9 décimos – 0 décimo = 9 décimos.
9 unidades – 6 unidades = 3 unidades.

Ficamos de troco com R$ 13,98

Algoritmo: Quadro Valor Lugar.

	D	U,	D	C
	2	0,	0	0
-		6,	0	2
	1	3,	9	8

Resposta. O troco foi de R$ 13,98.

Lista de Atividades IV

ATIVIDADE 1. Efetuar as adições (décimos com décimos).

a) 0,4 + 0 ,2 b) 1,4 + 1 ,2 c) 5,8 + 2 ,2 d) 4,3 + 5,1
e) 5,4 + 0 ,1

ATIVIDADE 2. Efetuar as adições (centésimos com centésimos).

a) 10,41 + 0,25 b) 1,943 + 1 ,72 c) 5,81 + 2,29
d) 4,43 + 5,01

ATIVIDADE 3. Efetuar as operações (milésimos com milésimos).

a) 10,413 + 0,251 b) 1,943 - 1 ,721 c) 5,810 + 2,294
d) 9,343 - 5,201

ATIVIDADE 4. Efetuar as operações.

a) 9+ 0,251 b) 19,43 – 17,21 c) 5,8 + 2,294
d) 9,343 - 5,2 e) 3,7+ 8,07 f) 1,43 – 0,214
g) 5,148 + 2,234 h) 9 - 5,34

Situações-Problema

PROBLEMA 1. Marta comprou uma máquina O preço era de R$ 417,60, mas ela obteve um desconto de R$ 18,70. Quanto

PROBLEMA 2. Somando 12,76 com 35,78 quanto faltará para 72,4.

PROBLEMA 3. Uma camisa de manga curta custa R$ 12,99 e uma camisa de manga comprida custa R$ 21,35. Qual é a diferença de preço entre elas? Quanto gastarei para comprar as duas camisas?

PROBLEMA 4. Rosa comprou 8 pãezinhos a R$ 0,15 cada e pagou com uma nota de 5 reais. Quanto ela recebeu de troco?

PROBLEMA 5. Maura foi a uma livraria. Ela comprou um livro no valor de R$ 32,50 e outro no valor de R$ 15,40. Ela pagou com uma nota de R$ 50,00. Quanto ela gastou? Qual foi o troco recebido?

PROBLEMA 6. Uma lata de refrigerante custa R$ 2,16. Qual é o valor de uma embalagem com 12 unidades desse refrigerante.

b) Multiplicação de Números Decimais

Lembrando as "regras" das operações com números fracionários.

MULTIPLICAÇÃO: $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$

PRIMEIRO MODO

Multiplicação de um Número Inteiro por um Número Decimal e Multiplicação de um Número Decimal por um Número Inteiro.

Como essa multiplicação somar n vezes a mesma parcela, o algoritmo é o mesmo que o utilizado na adição de números inteiros.

Por exemplo, vamos multiplicar 3 x 2,892

Sabemos dos números naturais que 3 x 2,892 = 2,892 + 2,892 + 2,892 = 8,676

Algoritmo:

	2,	8	9	2
+	2,	8	9	2
	2,	8	9	2
	------	------	------	------
	8,	6	7	6

Por exemplo, vamos multiplicar 2,892 x 3

Algoritmo:

	2,	8	9	2	⟼	Multiplicando
x				3	⟼	Multiplicador
	------	------	------	------		
	8,	6	7	6	⟼	Resultado

Na multiplicação feita, o multiplicando tem três casas decimais e o multiplicador não tem nenhuma casa decimal. Somando as casas do multiplicando com as do multiplicador temos três casas decimais, logo a vírgula deve ser colocada três casas decimais, contando-se da esquerda para a direita. Isto é, sabemos que 3 x 2,892 = 2,892 + 2,892 + 2,892 = 8,676. Percebemos na resposta da multiplicação de 3 x 2,892, bem como na adição das três parcelas iguais a 2,892, que a vírgula posicionada três casas decimais, contando-se da esquerda para a direita. Faça outros exemplos e v a validade deste resultado. Portanto poderíamos multiplicar os números decimais (2,892 x 3) como se fossem inteiros e dar ao produto (resultado) tantas casas quantas forem às casas do multiplicando somadas às do multiplicador.

SEGUNDO MODO

Multiplicação de um Número Decimal por um Número Decimal.

Na multiplicação de um número decimal por um número decimal, podemos transformar cada um dos números decimais em frações decimais e em seguida realizar a multiplicação como feita nos números fracionários, isto é, multiplicamos numerador por numerador e denominador por denominador.
Por exemplo, vamos multiplicar: 1,2 x 0,34

a) Vamos inicialmente igualar as casas decimais dos dois números a serem multiplicados.

Como 0,34 tem 2 casas decimais e 1,2 tem apenas uma casa decimal, devemos transformar este último num número com 2 casas decimais. Logo, já sabemos que 1,2 é o mesmo que 1,20.

$$1{,}20 \times 0{,}34 = \frac{120}{100} \times \frac{34}{100} = \frac{120 \times 34}{100 \times 100} = \frac{4080}{1000} = 0{,}408$$

b) Não precisamos igualar as casas decimais dos dois números a serem multiplicados.

$$1{,}2 \times 0{,}34 = \frac{12}{10} \times \frac{34}{100} = \frac{12 \times 34}{10 \times 100} = \frac{408}{1000} = 0{,}408$$

Na multiplicação feita, o multiplicando tem uma casa decimal e o multiplicador tem duas casas decimais. Somando as casas do multiplicando com as do multiplicador, temos três casas decimais. Desta forma o resultado deverá ter 3 casas decimais.

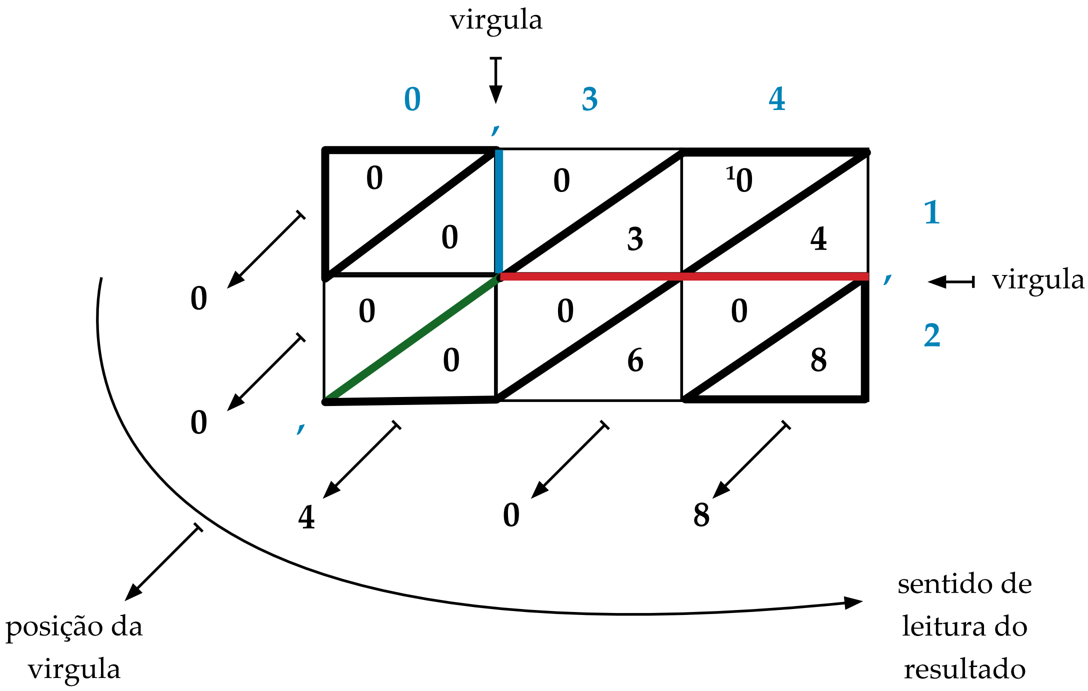
Percebemos que para fazer a multiplicação de números decimais precisamos fazer a multiplicação de inteiros e observar que: "décimos vezes décimos" é igual a centésimos; "décimos vezes centésimos" é igual a milésimos. E assim por diante.
Dessa forma percebe-se a "regra da quantidade de casas decimais do produto".

Algoritmo:

			1,	2	⟼ Multiplicando (1 casa decimal)
x		0,	3	4	⟼ Multiplicador (2 casas decimais)
	0,	4	0	8	⟼ Resultado (3 casas decimais)

Logo, 408 = 12 x 34 e o resultado deverá ter 3 casas decimais. Portanto, 1,2 x 0,34= 0,408.

Na gelósia:



Resposta: 1,2 x 0,34 = 0,34 x 1,2 = 0,408

Observação. Na gelósia, a posição da vírgula na multiplicação de dois números decimais determinada na reta suporte (reta em verde), obtida do encontro da reta vertical em azul (reta que parte da vírgula do multiplicando) com a reta horizontal em vermelho (reta que parte da virgula do multiplicador). Percebemos que a vírgula do resultado da multiplicação de dois números decimais bem determinada neste método e, conseqüentemente, o aluno tem menos chance de errar o resultado, uma vez que não é preciso contar o número de casas decimais do multiplicando e do multiplicador para localizar a posição da vírgula no resultado da multiplicação. Quando o aluno utiliza este método, tende-se a ter um número maior de acertos nas operações com decimais.

PROPRIEDADE DOS NÚMEROS DECIMAIS

a) Multiplicação de um número decimal por uma potência de 10.

Exemplo:

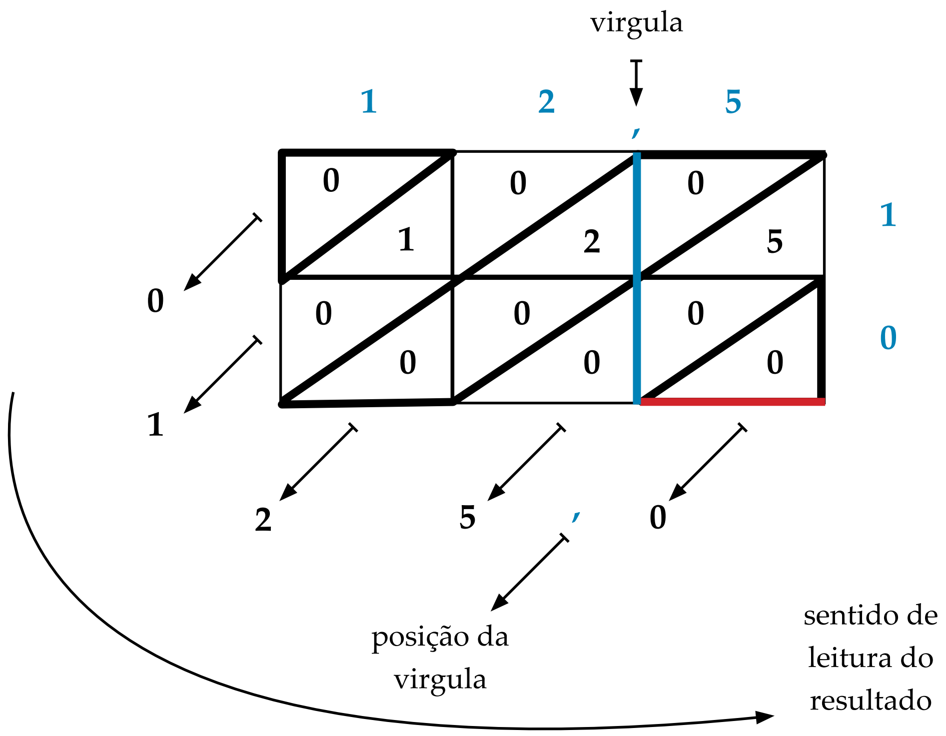
a) Multiplicar 12,5 x 10

$$12{,}5 \times 10 = \frac{125}{10} \times 10 = 125$$

Algoritmo:

		1	2,	5
x			1	0
	1	2	5,	0

Na gelósia:



Resposta. 12,5 x 10 = 125,0

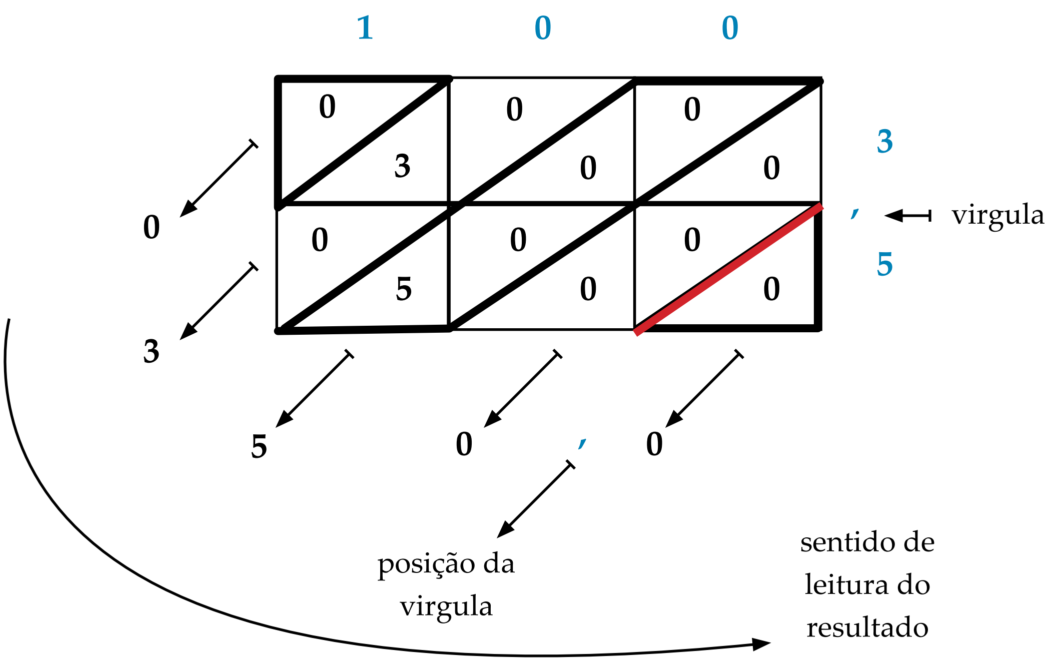
b) Multiplicar 3, 5 x 100

$$3{,}5 \times 100 = \frac{35}{10} \times 100 = 35 \times 10 = 350$$

Algoritmo:

			3,	5
x		1	0	0
	3	5	0,	0

Na gelósia:



Resposta. $3{,}5 \times 100 = 100 \times 3{,}5 = 350{,}0 = 350$

c) Multiplicar: 3,5 x 1000

$$3{,}5 \times 1000 = \frac{35}{10} \times 1000 = 35 \times 100 = 3500$$

Algoritmo:

			3,	5	
x	1	0	0	0	
	3	5	0	0,	0

Na gelósia deixamos esta tarefa para você.

Finalizando:

> Para multiplicar um número decimal por 10, por 100, por 1000, basta deslocar a vírgula para a direita de tantas "casas" decimais quantos forem os "zeros" do número pelo qual o decimal for multiplicado.

Lista de Atividades V

ATIVIDADE 1. Efetue as seguintes multiplicações.

a) 0,4 x 10 b) 1,4 x 1 00 c) 5,8 x 10 d) 4,3 x 1000
e) 5,4 x 100 f) 10,41 x 1000 g)1,943 x 10 h) 5,81 x 1000
i) 4,43 x 10 j) 9,23 x 100

ATIVIDADE 2. Efetue as seguintes multiplicações.

a) 0,4 x 0 ,2 b) 1,4 x 1 ,2 c) 5,8 x 2 ,2 d) 4,3 x 5,1
e) 5,4 x 0,1 f) 10,41 x 0,25 g)1,943 x 1,72 h) 5,81 x 2,29
i) 4,43 x 5,01 j) 9,23 x 4,50 k) 0,4 x 0,00025
l)1,9 x 0 ,002 m) 5,0001 x 2,0002

SITUAÇÕES-PROBLEMA

PROBLEMA 1. Marta comprou 3,25 m de tecido. Cada metro custava R$ 12,40, mas ela obteve um desconto e acabou pagando R$ 36,00. Quanto foi o desconto?

PROBLEMA 2. Uma camisa está custando R$ 45,99. Quanto custam 3 dessas camisas?

PROBLEMA 3. Preciso comprar 3 cadernos de Cada caderno de 100 folhas está sendo vendido por R$ 0,96. Quanto gastarei?

PROBLEMA 4. De quanto precisarei para comprar 2 cadernos de no valor de R$ 0,96 cada um e mais uma caixa de lápis preto de R$ 2,38?

PROBLEMA 5. Encomendei um vestido para a costureira e o feitio custa R$ 60,00. O metro de tecido custa R$ 28,60 e precisei comprar estido?

PROBLEMA 6. O senhor Ricardo tem 69 anos de idade. Todos os dias ele anda 3350 metros.

a) Quantos quilômetros ele anda todos os dias?
b) Quantos metros ele anda em sete dias?
c) Quantos quilômetros ele anda em sete dias?
d) Qual o produto resultante da multiplicação de 7 x 3,350?

PROBLEMA 7. Eu tenho no meu bolso 10 moedas de R$ 0,50 centavos.

a) Qual o resultado de 10 x 0,50?
b) Qual a quantia que tenho no bolso?
c) Se ganhar mais quatro destas moedas, qual a quantia que terei?

c) Divisão de Números Decimais

Lembrando as "regras" das operações com números fracionários.

DIVISÃO: $\dfrac{a}{b} \div \dfrac{c}{d} = \dfrac{a}{b} \times \dfrac{d}{c}$

PRIMEIRO MODO

A divisão é exata.

Por exemplo: Dividir 2,5 por 0,05

$$2{,}5 \div 0{,}05 = \frac{25}{10} \div \frac{5}{100} = \frac{25}{10} \times \frac{100}{5} = 25 \times \frac{10}{5} = 50$$

Algoritmo:

$$\begin{array}{rrr|rrr} \mathbf{2,} & \mathbf{5} & \mathbf{0} & \mathbf{0,} & \mathbf{0} & \mathbf{5} \\ \cline{4-6} -\ 2 & 5 & & 5 & 0 & \\ \cline{1-3} 0 & 0 & 0 & & & \end{array}$$

REGRA:

> Para dividirmos decimal por decimal:
> a) Igualamos o número de casas decimais, acrescentando zeros à direita da parte decimal;
> b) Suprimimos as vírgulas;
> c) Efetuamos a divisão.

Por exemplo: Dividir 5 por 0,005.

Primeiramente lembremos que para deduzir a "regra" de divisão de frações utilizamos o recurso de frações equivalentes. A regra também vale quando vamos dividir um número inteiro por um decimal e vice-versa.

Sabemos que $5 = \dfrac{5000}{1000}$ e $0{,}005 = \dfrac{5}{1000}$

Como queremos dividir 5 0,005, fazemos a troca pelas frações equivalentes de cada parcela.

Assim temos

$$5 \div 0{,}05 = \frac{5000}{1000} \div \frac{5}{1000} = \frac{5000}{1000} \text{ x } \frac{1000}{5} = \frac{5000}{5} = 1000$$

Percebemos que após a redução das frações ao mesmo denominador a divisão passa a ser dos numeradores das frações envolvidas. Dessa forma usaremos aqui o mesmo procedimento.

Algoritmo:

$$\begin{array}{crrrr|rrrr} & \mathbf{5,} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0,} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{5} \\ \cline{6-9} - & 5 & & & & 1 & 0 & 0 & 0 \\ \cline{2-5} & 0 & 0 & 0 & 0 & & & & \end{array}$$

SEGUNDO MODO

A divisão não exata.

Usaremos aqui também, a representação do número decimal na forma de fração decimal.

Por exemplo: Dividamos 6,35 por 5.

Como efetuar a divisão de 6,35 : 5?

Com o objetivo de percepção da "regra" usaremos aqui também, a representação do número decimal na forma de fração decimal. Primeiramente lembremos que para deduzir a "regra" de divisão de frações utilizamos o recurso de frações equivalentes.

$$6{,}35 \div 5 = \frac{635}{100} \div \frac{5}{1} = \frac{635}{100} \div \frac{500}{100} = \frac{635}{100} \times \frac{100}{500} = 635 \div 500$$

Regra:

Igualamos o número de casas decimais do dividendo e do divisor e fazemos a divisão de naturais cujo quociente é um número decimal.

Algoritmo:

$$\begin{array}{rccccc|ccc}
 & \mathbf{6} & \mathbf{3} & \mathbf{5} & & & \mathbf{5} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \cline{7-9}
- & 5 & 0 & 0 & & & 1, & 2 & 7 \\ \cline{2-4}
 & 1 & 3 & 5 & \color{red}{0} & & & & \\
- & 1 & 0 & 0 & 0 & & & & \\ \cline{2-5}
 & 0 & 3 & 5 & 0 & \color{red}{0} & & & \\
- & & 3 & 5 & 0 & 0 & & & \\ \cline{2-6}
 & & 0 & 0 & 0 & 0 & & &
\end{array}$$

Ou ainda, podemos fazer a divisão da seguinte forma, como mostrado a seguir.

$$635 : 500 = (600 + 30 + 5) : 500 = (500 + 130 + 5) : 500 = \frac{(500 + 130 + 5)}{500} = \frac{500}{500} + \frac{130}{500} + \frac{5}{500}$$

$$= 1 + \frac{26}{100} + \frac{1}{100} = 1 + 0{,}26 + 0{,}001 = 1{,}27$$

Percebemos que após a redução das frações ao mesmo denominador a divisão passa a ser dos numeradores das frações envolvidas. Dessa forma usaremos aqui o mesmo procedimento.

Observação: Apesar de termos utilizado um exemplo, o procedimento estende-se para casos gerais. O exemplo acima de divisão não exata serve também para o caso da **divisão de um número decimal por um número inteiro.**

ATIVIDADE. Como exercício, faça a divisão de 6,795 por 271,8.

TERCEIRO MODO

Divisão de um número inteiro por um número decimal.

Como efetuar a divisão de 6 : 27,8?

Algoritmo:

	6	**0**	**0**				**2**	**7**	**8**	**0**
-	5	5	6				0,	2	1	5...
		4	4	0						
-		2	7	8						
		1	6	2	0					
-		1	3	9	0					
			2	3	0	0				

Esta divisão continua ...

QUARTO MODO

Divisão de um número decimal por um número decimal.

Como efetuar a divisão de 6,795 : 271,8?

Algoritmo:

	6	**7**	**9**	**5**	**0**	**0**	**2**	**7**	**1**	**8**	**0**	**0**
-	5	4	3	6	0	0	0,	2	1	5...		
	1	3	5	9	0	0						
-	1	3	5	9	0	0						
	0	0	0	0	0	0						

Finalizando:

Espero que este material tenha sido de grande importância para sua formação bem como tirar dúvidas que por ventura vinham carregando durante sua vida acadêmica, referente a este conceito.

Lista de Atividades VI

ATIVIDADE 1. Efetue as seguintes divisões.

a) 0,4 ÷ 10 b) 1,4 ÷ 100 c) 5,8 ÷ 10 d) 4,3 ÷ 1000
e) 5,4 ÷ 100 f) 10,41 ÷ 1000 g) 1,943 ÷ 10 h) 5,81 ÷ 1000
i) 4,43 ÷ 10 j) 9,23 ÷ 100

ATIVIDADE 2. Efetue as seguintes divisões.

a) 0,4 ÷ 0 ,2 b) 1,4 ÷ 1 ,2 c) 5,8 ÷ 2 ,2 d) 4,3 ÷ 5,1
e) 5,4 ÷ 0,1 f) 10,41 ÷ 0,25 g) 1,943 ÷ 1 ,72
h) 5,81 ÷ 2,29 i) 4,43 ÷ 5,01 j) 9,23 ÷ 4,5 k) 0,4 ÷ 0,00025
l) 1,9 ÷ 0 ,002 m) 5,0001 ÷ 2,0002

SITUAÇÕES-PROBLEMA

PROBLEMA 1. Um terreno tem de 1960,80 m² e foi dividido em 6 lotes de áreas iguais. Quanto metro quadrado tem cada lote?

PROBLEMA 2. Num açougue o preço do quilo da lingüiça toscana é de R$ 5,57. Com R$ 12, 79, quantos quilos dessa lingüiça podemos comprar?

PROBLEMA 3. Recortei um retângulo com 442,50 cm² de área e lembro que a largura deste retângulo era de 12,5 cm, mas não consigo lembrar a medida do comprimento desse retângulo. Como posso encontrá-la?

Referências Bibliográficas

BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros Curriculares Nacionais, Matemática (1o. e 2o. ciclos do Ensino Fundamental) - Brasília, MEC/SEF, 1997.

BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros Curriculares Nacionais, Matemática (3o. e 4o. ciclos do Ensino Fundamental) - Brasília, MEC/SEF, 1998.

BITTAR, M. & FREITAS J.L.M. Fundamentos e Metodologia de Matemática para os Ciclos Iniciais, publicação da EAD-UFMS, Campo Grande-MS.

CENTURIÓN, Marília. Conteúdo e Metodologia de Matemática. Números e Operações. São Paulo; Editora Scipione, 1994.

COSTA, Heloisa L. Q. G. da. Números Inteiros, Fracionários e Decimais – Módulo II, Apostila para o curso de Formação Continuada para Professores de Matemática do Ensino Fundamental da Rede Estadual de Ensino fundamental MS – 5ª a 8ª séries, Campo Grande-MS; SED – Fundação Candido Rondon – UFMS, 2003.

COSTA, Heloisa L. Q. G. da; MONGELLI, Magda C. J. G. Números Fracionários e Decimais. Apostila para o curso de Formação Continuada para Professores de Matemática do Ensino Fundamental da Rede Municipal de Ensino fundamental MS – 3ª a 4ª séries, Campo Grande-MS; SEMED – FAPEC - UFMS, 2004.

Educação Matemática em Revista, ano, nº 8. Publicação de Sociedade Brasileira de Educação Matemática – SBEM. São Paulo; Junho, 1987.

SANTOS, Vânia Maria Pereira dos Santos (org). Números Linguagem Universal. Rio de Janeiro: Editora de UFMS, 1997.

TOLEDO, Marília; TOLEDO, MAURO. Didática de Matemática; como dois e dois; a construção da Matemática (Conteúdos e metodologia). São Paulo; Editora FTD, 1997.

MATEMÁTICA

Disciplina

INSTRUMENTAÇÃO PARA A PESQUISA E PRÁTICA DE ENSINO DE MATEMÁTICA I

Módulo 4

GEOMETRIA

Magda Cristina Junqueira Godinho Mongelli
Heloísa Laura Queiroz Gonçalves da Costa

LICENCIATURA

APRESENTAÇÃO

Vamos começar nosso estudo com os sólidos geométricos tridimensionais, em corpos redondos ou poliedros e, no caso de poliedros, extraindo o número de faces, vértices e aresta de cada sólido estudado. Podemos, então, estudar uma propriedade dos poliedros que relaciona vértices, faces e arestas, que é a Relação de Euler, $V - A + F = 2$, mas não aprofundaremos com detalhes nesta etapa da escolaridade, apenas a proporemos num exercício, uma vez que esta relação é facilmente observável.

Desmontando um sólido, chegamos à sua e, observando as formas planas que o compõe, aproveitamos para dar início ao estudo das geométricas planas, estudando os polígonos. Na palavra polígono, o poli vários e o gonos ângulos, sendo assim, polígono é uma plana com muitos ângulos, apesar de que, muitos referem-se a ele pelo número de lados que têm. Dentre as planas, observaremos os triângulos, os quadriláteros, a circunferência e o círculo. Podemos, também, obter os polígonos por meio do contorno das faces dos sólidos geométricos. Com estas observações chegamos à seguinte qualquer fechada construída de segmentos de reta é chamada de polígono.

Pretendemos que os alunos sejam capazes de as geométricas (tridimensionais e bidimensionais) por meio de suas partes e propriedades. Por exemplo, um quadrado será reconhecido pela sua forma geral, por possuir quatro lados iguais, sendo dois a dois paralelos e quatro ângulos retos; um cubo será reconhecido pela sua forma geral, por possuir 6 faces quadrangulares, duas a duas paralelas e com arestas concorrentes formando ângulos retos entre si. É importante que o professor sempre solicite aos alunos que eles indiquem alguma característica da geométrica que está sendo estudada e que sempre o critério que usam

Dando continuidade aos estudos, levaremos os alunos a concluir que a área determinada por um número e por uma unidade de medida. Assim, a grandeza relacionada a uma superfície é chamada de área. Deduziremos as fórmulas de área de algumas geo-métricas planas.

Por proporemos algumas atividades de simetria e discutiremos alguns materiais concretos, como o Tangran e o Geoplano.

Profª MSc. Magda Cristina Junqueira Godinho Mongelli
DMT/EAD/UFMS

Capítulo I

INTRODUÇÃO

A Geometria estuda as formas presentes na natureza e suas dimensões. Ela começou a ser sistematizada pelos gregos entre 600 e 550 anos antes de Cristo e podemos citar Tales de Mileto, Pitágoras e Euclides. Euclides foi o grande organizador dos conhecimentos geométricos daquela época.

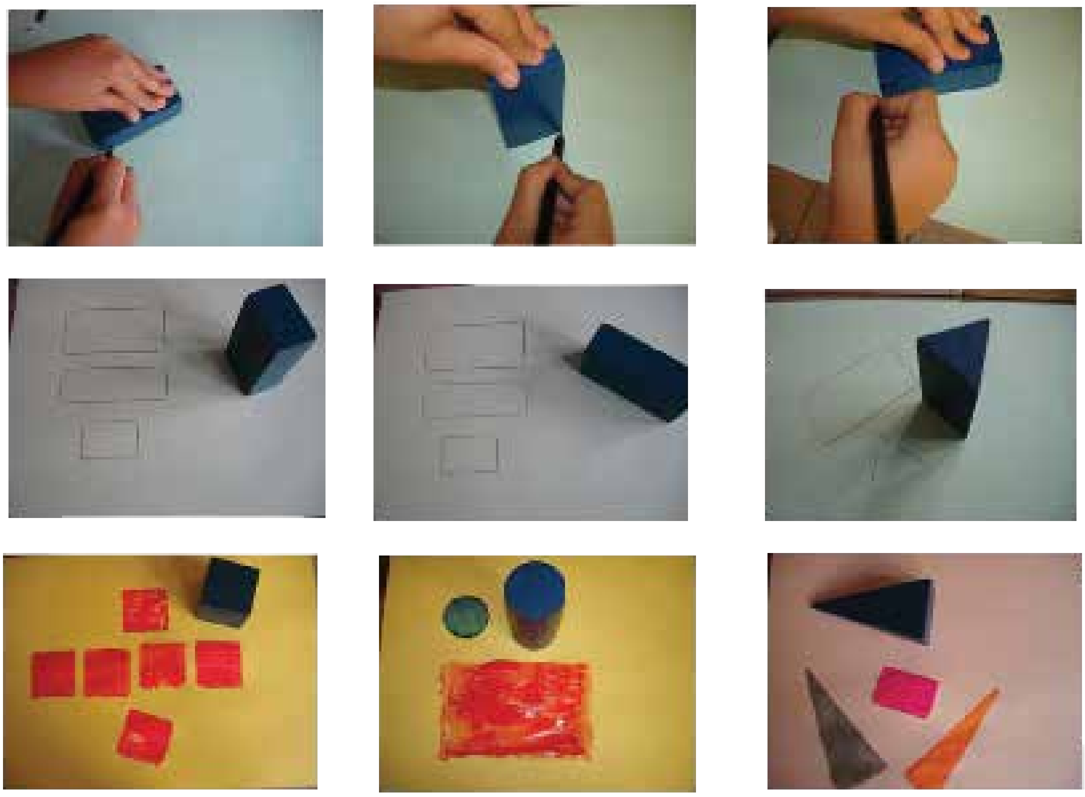
Faça a leitura do Capítulo 3 p. 93-98 – Medidas e Geometria do Livro: Fundamentos e Metodologia de Matemática Para os Ciclos Iniciais Do Ensino Fundamental. M. & Freitas J.L.M. p. 99 2004.

Vamos estudar os objetos bidimensionais partindo de objetos tridimensionais.

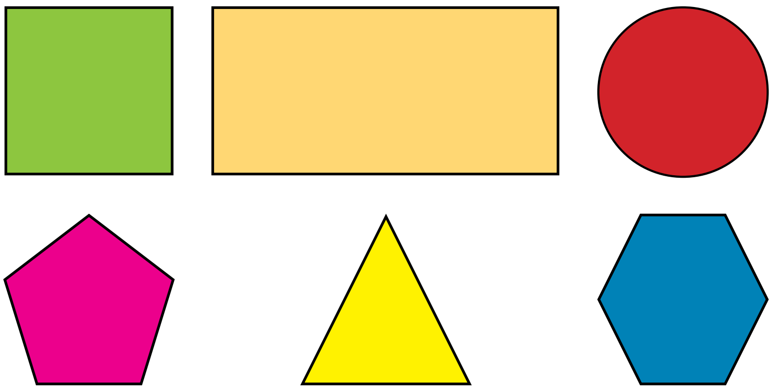
Linhas são caracterizadas como objetos unidimensionais, os objetos bidimensionais são chamados de superfícies, os objetos tridimensionais são denominados sólidos.

Os objetos como apagador, giz, mesa, cadeira, ventilador, caderno, lápis, entre outros presentes na sala de aula, são tridimensionais, isto é, todos têm comprimento, largura e altura. Vamos aproveitar esses materiais e os materiais recicláveis trazidos de casa como: caixas de tamanhos e formatos diferentes, caixa de leite, bolinha de gude, latas de tamanhos variados, como os representados na próxi-

Ao manipular as tridimensionais, os alunos podem - car os objetos segundo critérios que eles próprios vão determinar. As atividades como as que vamos trabalhar neste material, faz com que os alunos, na verdade, percebam, através da observação de suas faces, as bidimensionais. Isso claro quando ele apóia uma face da caixa de leite sobre um papel e o contorna com o lápis, ou carimba as diferentes faces do sólido num papel.



O desenho que se forma (retângulos, ou triângulos, entre outros), dependendo do material escolhido, é apenas uma das superfícies. Por isso, é possível trabalhar ao mesmo tempo a geometria plana, com suas bidimensionais (por exemplo, quadrados e círculos) e a espacial, com cubos e cilindros.

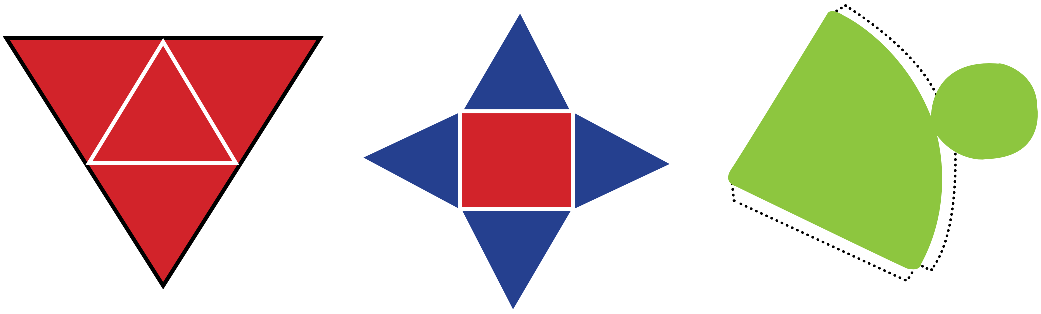


FIGURAS BIDIMENSIONAIS


FIGURAS TRIDIMENSIONAIS

Observação 1. Alguns dos materiais da acima, que são materiais feitos para comercialização e para a utilização em sala de aula, apresentam um pequeno problema do ponto de vista matemático: a pirâmide de base quadrangular, o cone e a pirâmide de base triangular tiveram os vértices opostos à base (as pontinhas- vértices dos sólidos) removidos com um corte paralelo à base. Estes sólidos, matematicamente, são considerados troncos dos respectivos sólidos. Isto foi feito para que o aluno não machucasse outro colega se a pontinha fosse deixada e não passaria por uma aprovação como material recomendado pelo INMETRO. Assim, na verdade, são chamados de tronco de pirâmide de base quadrangular, tronco de cone e tronco de pirâmide de base triangular, como podem ser vistos na

Caso o professor tenha este material didático em seu laboratório de Matemática e pretenda trabalhar com ele, é interessante construir esses sólidos citados com suas devidas pontinhas, usando a -cação abaixo ou através da impressão gerada pelo software Poly.



Observação 2. O Software Poly é um programa educacional, em versão shareware, desenvolvido pela Pedagoguery Software Inc. Através da página **www.peda.com/poly/Welcome.html,** ele pode ser acessado e copiado, porém a versão disponível para download tem apenas a de ser utilizado para avaliação. Este software é de grande auxílio na passagem da geometria tridimensional para a bidimensional e vice-versa, pois auxilia o aluno a visualizar, reconhecer e analisar vários poliedros: os sólidos de Platão, os sólidos de Arquimedes, os sólidos de Johnson, prismas e antiprismas, dipirâmides, duais dos sólidos de Arquimedes etc. e dispõe de diferentes maneiras para a manipulação das formas poliédricas: imagens tridimensionais; e outras. Estudaremos apenas alguns destes sólidos, em particular os sólidos de Platão, que são os sólidos geométricos tridimensionais regulares, que serão mais à frente.

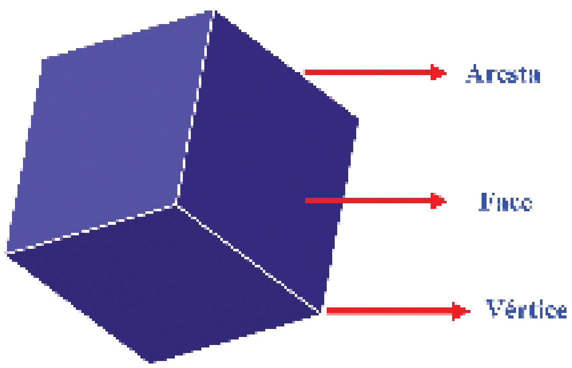
Acessem o Software Poly, através do site citado, façam o download e observem principalmente os sólidos de Platão e suas No deste material, faremos um breve comentário de como trabalhar com este software em sala de aula, conjuntamente com a teoria que vem sendo tratada. Discutam no FÓRUM possibilidades de atividades a serem desenvolvidas utilizando este recurso computacional em sala de aula.

Visualizar é formar ou conceber uma imagem visual de algo que não se tem ante os olhos no momento.

Nesta última década diversas pesquisas em educação matemática aponta para a importância de se incentivar nos meios educacionais o desenvolvimento pelo educando da habilidade de visualizar tanto objetos do mundo real, quanto, em nível mais avançado, conceitos, processos e fenômenos matemáticos. Para alguns pesquisadores, esta habilidade é tão ou mais importante do que a de calcular numericamente e a de simbolizar algebricamente. Além disso, os educadores matemáticos começaram a tomar consciência da importância assumida pelo entendimento das informações visuais em geral, tanto para a formação matemática do educando quanto para sua educação global.

Dentre os sólidos geométricos, podemos destacar dois grandes grupos: os poliedros (limitados por polígonos planos) e os corpos redondos (onde aparecem superfícies curvas).

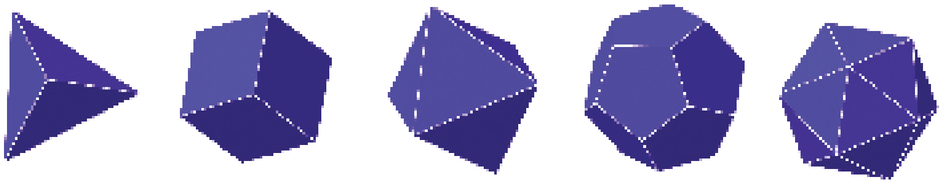
Poliedro é um sólido geométrico cuja superfície é composta por um número de faces, em que cada uma das faces é um polígono (ex. triângulos, quadriláteros, entre outros). Os seus elementos mais importantes são as faces, as arestas (são os lados de cada face) e os vértices (ponto de encontro de três ou mais arestas).



Face
Arestas são segmentos onde ocorre intersecção de **duas faces.**
Uma **aresta** sempre pertence a **duas faces.**
Vértices são pontos de intersecção de **três ou mais arestas.**

Poliedros podem ser regulares e não regulares. Diz-se que um poliedro é regular quando suas faces são polígonos regulares (um polígono é regular quando as medidas de seus lados e ângulos são todos iguais) e congruentes, e de todos os vértices parte um mesmo número de arestas. **Os cinco poliedros regulares (sólidos de Platão) que existem são:**

tetraedro, cubo ou hexaedro, octaedro, dodecaedro e icosaedro. São conhecidos desde a antiguidade clássica, e a prova que são os únicos poliedros regulares pode ser encontrada nos Elementos de Euclides **(site: http://www.mat.uc.pt/~jaimecs/euclid/1parte.html).**

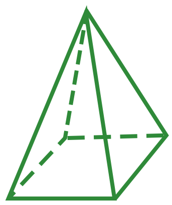


Poliedros de faces uniformes são aqueles cujas faces são todas

Os poliedros recebem denominações especiais conforme o número de faces que possuem. Assim temos, por exemplo, o tetraedro (tetra=quatro; edro=faces), o pentaedro (penta=cinco; edro=faces), o hexaedro (hexa=seis; edro=faces), heptaedro (hepta=sete; edro=faces), o octaedro (octa=oito; edro=faces), o eneaedro (enea=nove; edro=faces), o decaedro (deca=dez; edro=faces), o undeaedro (unde=onze; edro=faces), o dodecaedro (dode=doze; edro=faces), o icosaedro (ico=vinte; edro=faces), etc. Os mais conhecidos são estes:

Cubo ou hexaedro regular

Paralelepípedo



Pirâmide quadrangular

Observação: Faça a leitura do texto acessando o site http://pt.wikibooks.org/wiki/Imagem:Tetraeder-Animation.gif

Poliedros irregulares são aqueles que possuem as faces e os ângulos diedros (ângulo formado por dois planos que se interceptam) desiguais. É apresentar uma face diferente para o poliedro ser de irregular. Os poliedros irregulares recebem denominações especiais pela forma particular com que se apresentam. Podemos separar os poliedros irregulares em dois grandes grupos: os **prismas** e as **pirâmides**

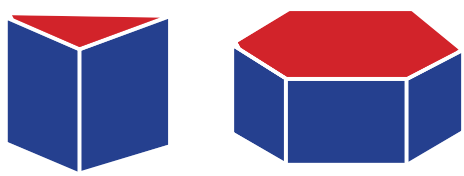
PRISMAS

Os paralelepípedos e o cubo são tipos particulares de espaciais, chamados prismas. Prismas são poliedros que possuem duas faces paralelas e congruentes que são chamadas de bases, e as faces laterais possuem a forma de paralelogramos. Paralelogramos são quadriláteros que têm os lados dois a dois paralelos, por exemplo, o retângulo, o losango, e o paralelogramo propriamente dito. Os prismas cujas bases forem triângulos, quadrados, pentágonos, etc., podem ser, respectivamente, denominados de prismas de bases triangulares, quadrangulares, pentagonais, etc.

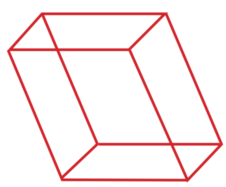
Classificação do Prisma

a) Os prismas podem ser quanto aos ângulos que as arestas laterais formam com a base, em **prisma reto** ou **prisma oblíquo**.

Reto: arestas laterais perpendiculares às bases. Exemplos:



Oblíquo: arestas laterais oblíquas às bases. Exemplo:



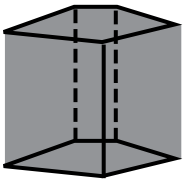
Prisma Retangular Oblíquo

b) Os prismas podem ser quanto à forma das bases em prisma regular ou prisma irregular.

Regular: Base poligonal regular. Exemplo:

Cubo ou hexaedro regular ou Prisma regular de base quadrangular

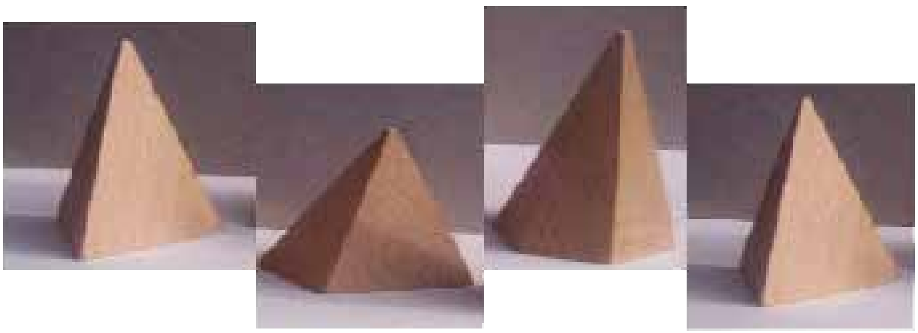
Irregular: Base poligonal irregular. Exemplo:



Prisma Pentagonal Irregular Reto

PIRÂMIDE

Pirâmide é um sólido geométrico cuja base é um polígono qualquer e cujas faces laterais são triângulos que concorrem num ponto que é um vértice da pirâmide. Como os prismas, as pirâmides cujas bases forem triângulos, quadrados, pentágonos, etc., podem ser, respectivamente, denominados de pirâmide de base triangular, quadrangular, pentagonal, etc.

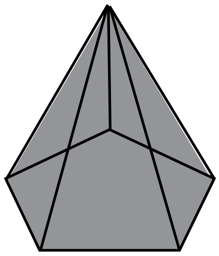


Pirâmides

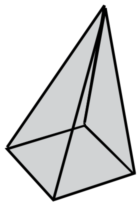
CLASSIFICAÇÃO DAS PIRÂMIDES

a) As pirâmides podem ser   quanto ao ângulo formado entre o eixo (segmento de reta que liga o vértice da pirâmide ao centro do plano da base) e a base, em reto ou oblíquo.

Reto: eixo perpendicular à base. Exemplo:



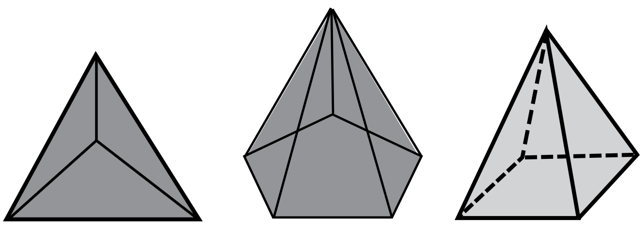
Oblíquos: eixo oblíquo à base. Exemplo:



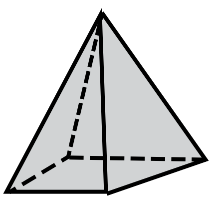
b) As pirâmides podem ser   quanto à forma da base, em regular ou irregular.

Regular: a base é um polígono regular. Podemos dizer que todas as arestas laterais são iguais e as faces são triângulos isósceles congruentes. Podemos dizer ainda que a pirâmide é regular quando o pé da altura (segmento perpendicular baixado do vértice ao plano da base) é o centro da base. A pirâmide mais simples é aquela limitada por triângulos eqüiláteros iguais e denomina-se tetraedro.

Exemplos de pirâmide regular:



Irregular: a base é um polígono irregular. Exemplo:



V

Cubo:
É um prisma no qual as faces têm a forma de quadrados e todas com as mesmas dimensões.

Paralelepípedo:
Todas as suas faces têm a forma de retângulos.

Prisma triangular:
Recebe este nome porque tem triângulos nas suas bases.

Prisma quadrangular:
Recebe este nome porque tem quadrados nas suas bases.

Prisma pentagonal:
Recebe este nome porque suas bases são pentágonos.

Pirâmide triangular:
A base da pirâmide triangular é um triângulo.

Pirâmide quadrangular:
A base da pirâmide quadrangular é um quadrado.

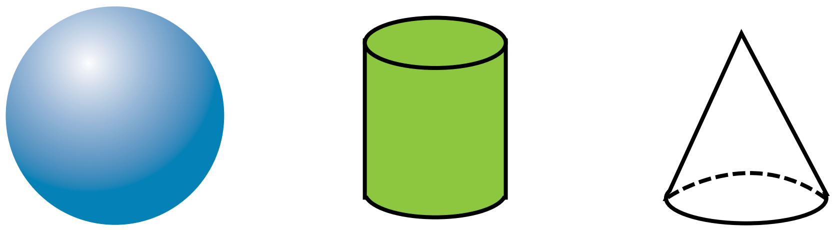
Pirâmide pentagonal:
A base da pirâmide pentagonal é um pentágono.

Esfera:
A esfera é um sólido geométrico limitado por uma superfície curva, com todos os pontos da superfície à mesma distância de um ponto interno (centro). Não tem bases, não tem vértices e não tem arestas.

Cilindro:
O cilindro encontra-se limitado por uma superfície curva e tem duas bases circulares.

Cone:
É um sólido geométrico formado por todos os segmentos de reta que têm uma extremidade em um ponto V (vértice) em comum e a outra extremidade em um ponto qualquer de uma mesma região plana R (delimitada por uma curva suave, a base).

Consideramos a esfera, o cilindro e o cone como corpos redondos, pois são sólidos geométricos que possuem pelo menos uma parte curva, arredondada.



A seguir podemos ver uma esquemática dos POLIEDROS.

- **POLIEDROS**
  - **Regulares**
    - Tetraedro regular
    - Cubo ou hexaedro regular
    - Octaedro regular
    - Dodecaedro regular
    - Icosaedro regular
  - **Irreegulares**
    - **Prismas**
      - Quanto às arestas
        - Reto
        - Oblíquo
      - Quanto à forma das bases
        - Regular
        - Irregular
    - **Pirâmides**
      - Quanto ao eixo
        - Reto
        - Oblíquo
      - Quanto à forma das bases
        - Regular
        - Irregular

No quadro a seguir, temos uma esquemática dos SÓLIDOS.

- **Sólidos Geométricos**
  - **Poliedros**
    - **Prismas**
      - Cubos ou hexaedros regulares
      - Paralelepípedos
      - Prisma de base triangular, quadrangular,...
    - **Pirâmides**
      - Poliedros de 4 faces (tetraedro)
      - Pirâmides de base triangular, quadrangular,...
    - **Outros Poliedros**
  - **Corpos Redondos**
    - Cilindro
    - Cone
    - Esfera
  - **Outros Sólidos**

A dos sólidos geométricos é um ponto importante e que deve ser explorado pelos professores. Podemos separar os alunos em grupos (de no máximo 3 alunos), cada grupo deve trazer seu próprio material, que no caso são sucatas, já citadas e em quantidade de para que todos os componentes do grupo possam trabalhar. Ainda devemos acrescentar outros tipos de sólidos geométricos que serão trazidos pelo professor. Estes podem vir montados ou desmontados de acordo com o objetivo traçado pelo professor ao iniciar a atividade e que se encontram no ANEXO.

Pediremos que separem todos os sólidos de sua coleção (o material reciclado que trouxeram de casa) segundo os seguintes critérios: os que rolam dos que não rolam; os que são pontudos dos que não são; por tamanhos; por formas. Inicialmente esta será feita de acordo com a característica que mais chama atenção no grupo de alunos.

Lista de Atividades I

ATIVIDADE 1: Coloque sobre a mesa as sucatas que o grupo trouxe.

1. Façam uma manipulação livre dos objetos.
2. Peguem um objeto e o descrevam (pode ser colocada uma venda nos olhos dos alunos antes do primeiro contato para que descubram propriedades sobre o sólido escolhido).
3. Separem os objetos parecidos (grupo) e diga o que eles têm em comum.
4. Separem os objetos que rolam dos que não rolam.
5. Separem os objetos cujos lados são formados somente por retângulos.
6. Separem os objetos cujos lados são formados somente por quadrados.
7. Separem os objetos cujos lados são formados somente por triângulos.
8. Separem os objetos cujos lados são formados por retângulos de vários tamanhos.
9. Acrescentar ao material do grupo os sólidos trazidos pelo professor e refazer a Atividade 1.

De acordo com a faixa etária que estamos trabalhando, e à medida que o envolvimento dos alunos aumenta nessas explorações e começamos a introduzir a nomenclatura necessária como face, base, aresta e vértice, de forma que o próprio aluno perceba que uma caixa de leite é formada por seis faces, doze arestas e oito vértices e que este sólido recebe o nome de paralelepípedo, ou guardando o nome dos sólidos através de suas propriedades. Por exemplo, qual é o meu nome (sólido) sendo que:

- Tenho 8 vértices e 6 faces, sendo duas faces quadrados e 4 faces são retângulos.
- Tenho 8 vértices e 6 faces, onde estas são todas quadradas.
- Tenho 4 vértices e 4 faces, onde estas são todas triangulares.
- Tenho 5 vértices, 1 base quadrada e as faces são todas triangulares.
- Tenho 1 vértice, 1 base circular e uma superfície curva.
- Não tenho vértices, nem arestas e nem faces planas.

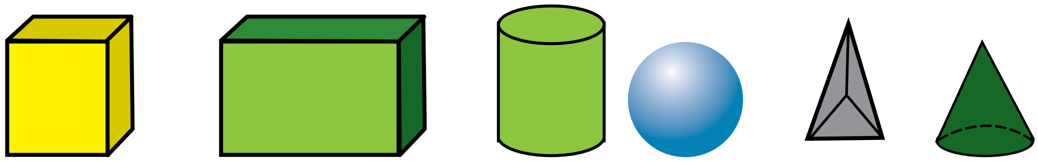
ATIVIDADE 2. Escolha um sólido do grupo dos que rolam e um do grupo dos que não rolam em nenhuma das posições.

- Observem estes dois grupos e digam a que conclusões o grupo chegou.
- Observem os sólidos do grupo dos que rolam. Eles rolam em todas as posições? Tem algum que rola em todas as posições, qual? Qual o nome dos sólidos que rolam em pelo menos uma posição?
- Peguem um sólido do conjunto dos que não rolam em nenhuma posição, trazidos pelo professor, e responda: Qual o nome deste sólido? Quantas faces, vértices e arestas este sólido tem?

ATIVIDADE 3. Encontre o sólido citado no material do seu grupo, analise-o através da manipulação do sólido e complete a tabela.

A superfície que se parece com a caixa de leite tem:	( ) partes planas ( ) partes não planas ( ) vértices ( ) arestas ( ) faces
A superfície do rolinho de papel higiênico tem:	( ) partes planas ( ) partes não planas ( ) vértices ( ) arestas ( ) faces
A superfície que se parece com a caixa de gelatina tem:	( ) partes planas ( ) partes não planas ( ) vértices ( ) arestas ( ) faces
A superfície que se parece com a bolinha de isopor tem:	( ) partes planas ( ) partes não planas ( ) vértices ( ) arestas ( ) faces
A superfície da esfera tem:	( ) partes planas ( ) partes não planas ( ) vértices ( ) arestas ( ) faces
A superfície do cubo tem:	( ) partes planas ( ) partes não planas ( ) vértices ( ) arestas ( ) faces
A superfície do prisma hexagonal tem:	( ) partes planas ( ) partes não planas ( ) vértices ( ) arestas ( ) faces
A superfície da pirâmide triangular tem:	( ) partes planas ( ) partes não planas ( ) vértices ( ) arestas ( ) faces

ATIVIDADE 4. Quais dos sólidos representados na rolam quando empurrados?



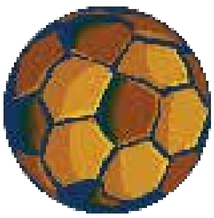
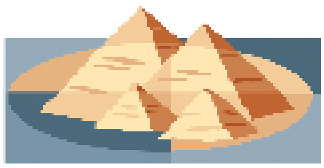
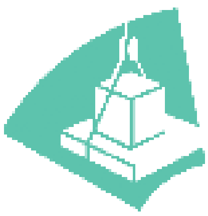
A B C D E F

a) Por que alguns destes sólidos rolam quando empurrados?

b) Dentre os sólidos representados na quais possuem superfícies arredondadas e também superfícies não-arredondadas (planas)?

c) Observando as percebemos que o cubo, a pirâmide e o paralelepípedo possuem algo em comum, o que possuem em comum?

ATIVIDADE 5. Que sólidos os objetos abaixo relacionados representam, isto é, escreva o nome do sólido que cada objeto lembra:

ATIVIDADE 6. Pegue uma caixa de presente e responda às seguintes questões:

a) Esta caixa sem tampa pode ser considerada o modelo de um sólido? Se responder não, o que precisaria então acontecer para ser considerado um sólido? Que sólido representa a caixa de presente com tampa?

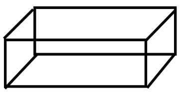
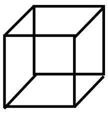
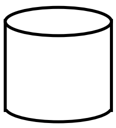
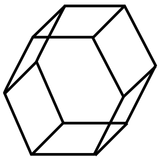
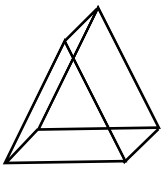
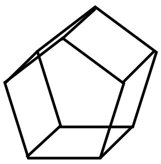
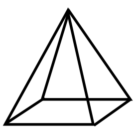
b) O rolinho de papel higiênico trazido de casa é modelo de um sólido? Porque?

c) A bola de futebol vazia pode ser considerada o modelo de um sólido? E a bola cheia pode?

d) O chapéu de aniversário pode ser considerado o modelo de um sólido? Se não, o que precisaria então acontecer para ser considerado um sólido?

ATIVIDADE 7. Complete o quadro utilizando a relação de Euler, isto é, o número de faces mais o número de vértices é sempre igual ao número de arestas mais dois.

RELAÇÃO DE EULER: (F + V = A + 2)

SÓLIDOS	N° de faces (F)	+	Nº de vértices (V)	=	Nº de arestas (A)	+	2
		+		=		+	
		+		=		+	
		+		=		+	
		+		=		+	
		+		=		+	
		+		=		+	
		+		=		+	

ATIVIDADE 8.

1. Monte uma seqüência de atividades utilizando as sucatas (trazidas pelos os alunos) e os sólidos geométricos (trazidos pelo professor) e as postem no MATERIAL DO ALUNO.

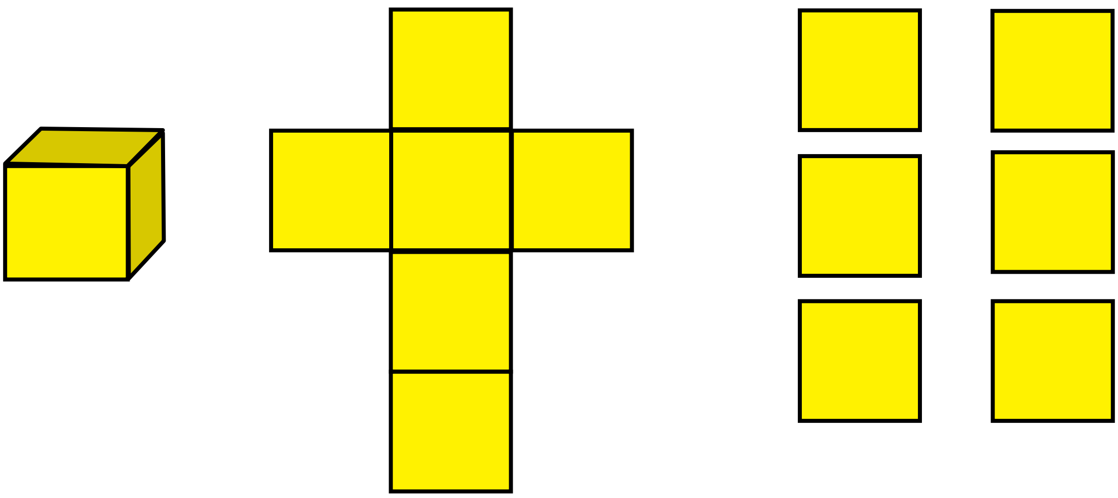
2. Monte uma seqüência de atividades utilizando o software Poly e postemnas no MATERIAL DO ALUNO.

PLANIFICAÇÂO

Cada aluno deve escolher um sólido geométrico do seu material, desmontá-lo e fazer uma cópia desta desmontagem numa folha do caderno. O que você tinha antes de desmontá-lo e agora?

Planificação é a região plana que se obtém desmontando a "casca" de um sólido geométrico. Em cada item, representamos um sólido

a)

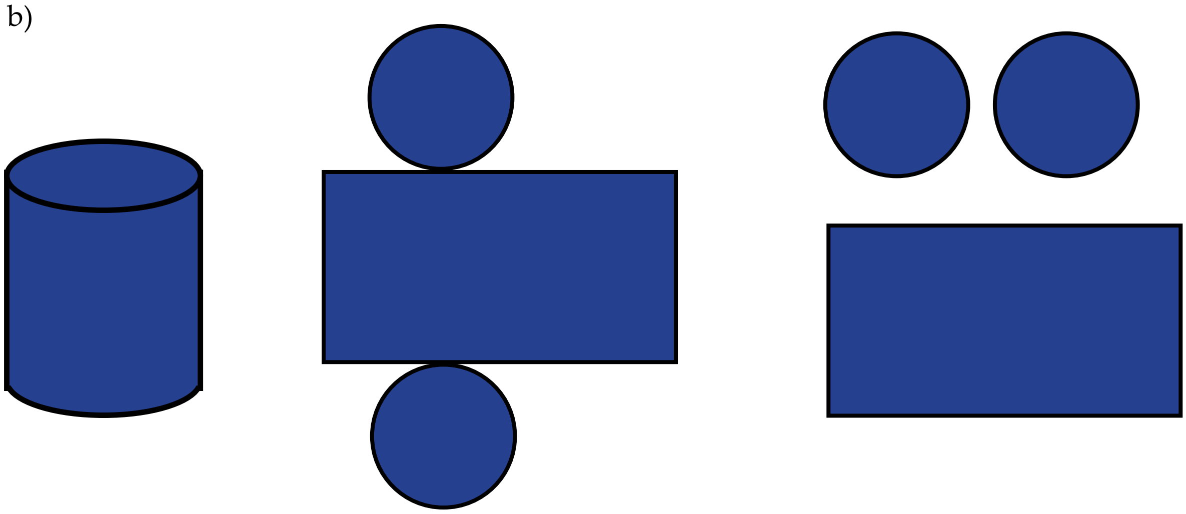


CUBO

PLANIFICAÇÃO DO CUBO

FORMAS PLANAS

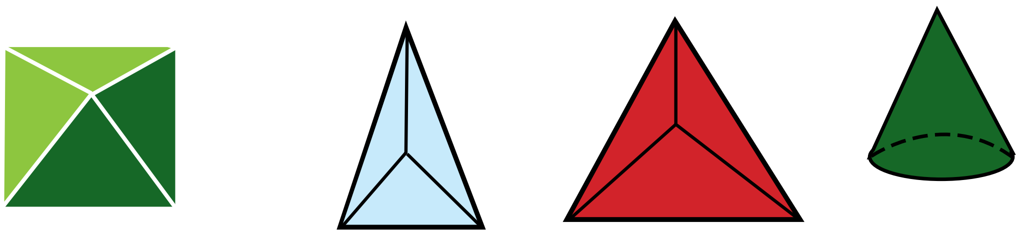
b)



CILINDRO PLANIFICAÇÃO DO CILINDRO FORMAS PLANAS

Observação. Existem 11 possibilidades de para o cubo. Descubra todas essas possibilidades e deposite no MATERIAL DO ALUNO.

Faça a de outros sólidos geométricos, por exemplo: pirâmide quadrangular, pirâmide triangular qualquer, tetraedro, cone e observe as partes planas que o compõe.



LISTA DE ATIVIDADES II

1. Como diferenciar Geometria Plana de Geometria Espacial?
2. No dia-a-dia, em que utilizamos a Geometria?

5. Quantas faces, vértices e arestas um paralelepípedo tem?
6. Comparando o cubo e o paralelepípedo, no que eles são diferentes?

7. Quantas faces, vértices e arestas um cilindro tem? E qual o nome das faces planas deste sólido?
8. Comparando o cone e o cilindro, no que eles são diferentes?
9. Qual o nome da face plana do cone? O cone tem vértices e arestas?
10. Quantas faces, vértices e arestas uma pirâmide de base quadrangular tem? Desenhe as faces diferentes desta pirâmide.
11. Quantas faces, vértices e arestas um prisma de base hexagonal tem? Desenhe as faces diferentes deste prisma.
12. Quantas faces um dodecaedro tem? Qual é o nome de cada face do dodecaedro?
13. Quais sólidos geométricos têm o circulo como face? E quais têm o triângulo como face?

Observação. Busque estas respostas neste texto ou em livros didáticos do Ensino Fundamental. Qualquer dúvida consulte seu tutor.

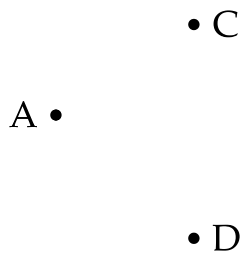
Antes de entrarmos nas geométricas planas (polígonos), precisamos de alguns conceitos básicos da geometria, como: ponto, reta, plano, semi-reta, ângulos e outros. Podemos começar esse trabalho utilizando novamente as sucatas. Deixaremos esta tarefa para você.

Monte uma seqüência de atividades para a introdução dos conceitos de ponto, reta, plano, semi-reta, ângulos e outros, utilizando sucatas. Deposite sua seqüência no MATERIAL DO ALUNO. Esta atividade pode ser realizada em grupo.

Capítulo II

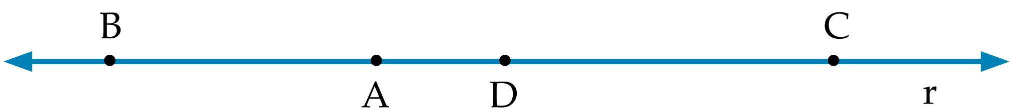
PONTO, RETA E PLANO

Vamos estudar os três conceitos primitivos da geometria que são: ponto, reta e plano. Estes são conceitos que aceitamos sem - ção. São conceitos intuitivos. Os vértices da caixa de leite ou da caixa de sapato são representações do ponto. O ponto não se mas temos uma idéia do que seja. O ponto é representado por uma letra maiúscula do alfabeto. Por exemplo: ponto A, ponto B, ou como na ilustração abaixo.



A reta, o segmento de reta e a semi-reta são conjuntos de pontos. Podemos dizer que a reta é uma formada por pontos, não tem começo, nem e nem espessura. A reta é representada por uma letra minúscula do alfabeto. Podemos ter uma idéia de reta quando imaginamos um barbante bem esticado sendo estendido nos dois sentidos. uma reta pode ser representada da seguinte forma:

Vamos tomar alguns pontos pertencentes a esta reta, sejam eles os pontos A, B, C e D. Neste caso, dizemos que esses pontos são **colineares.** V

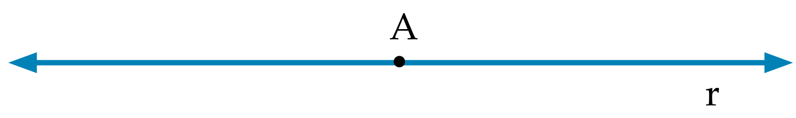


Três ou mais pontos são colineares quando pertencem a uma mesma reta. Dois pontos distintos, A e B, pertencentes à reta r, nomeiam esta reta.

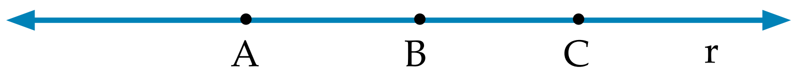
Reta r ou $\overline{AB}$

Podemos dizer que, na representação da reta $\overline{AB}$, a parte da reta limitada pelos pontos distintos A e B recebe o nome de **segmento de reta**. O segmento de reta AB contém todos os pontos da reta compreendidos entre A e B e mais os extremos A e B. Os pontos A e B pertencem ao segmento $\overline{AB}$ e são chamados de extremidades do segmento $\overline{AB}$.

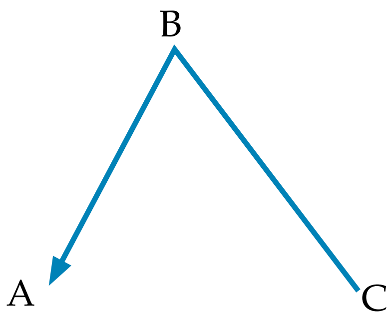
As arestas da caixa de leite ou da caixa de sapato são representações de segmentos de reta. Um ponto A de uma reta r divide-a em duas **semi-retas.** Podemos dizer que o ponto A é a origem de cada uma das semi-retas obtidas.

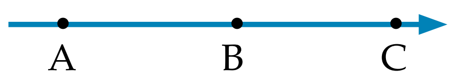


Vamos agora considerar a reta r e os pontos A, B e C da reta.



Os segmentos $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ e $\overline{AC}$ são colineares, pois estão sobre uma mesma reta. Vamos analisar as duas situações apresentadas nas -guras a seguir.





Podemos dizer que:

• Os segmentos $\overline{AB}$ e $\overline{BC}$ têm pelo menos um extremo comum e são ditos **segmentos consecutivos.**

• Os segmentos $\overline{AB}$ e $\overline{BC}$ têm apenas um extremo comum e são ditos **segmentos adjacentes.**

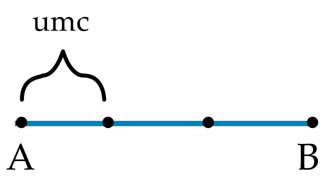
• Os segmentos consecutivos podem ter, além de um extremo comum, outros pontos comuns.

• Segmentos colineares podem ser consecutivos.

• Segmentos adjacentes podem ser consecutivos.

• Dois segmentos podem ser, ao mesmo tempo, colineares consecutivos e adjacentes.

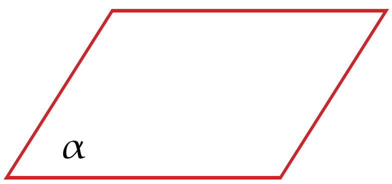
A **medida de um segmento de reta** é a distância entre os pontos A e B.



Med ($\overline{AB}$) = 3 umc

Observação. umc: unidade de medida de comprimento.

Dois segmentos são ditos congruentes quando possuem medidas iguais, utilizando uma mesma unidade de medida.
Um plano tem pontos e é indicado por letras minúsculas do alfabeto grego: α (alfa), β (beta), γ (gama), etc. Podemos ter uma idéia de plano quando imaginamos o tampo de uma mesa que estende-se em todas as direções. um plano pode ser representado da seguinte forma:



Num plano existem retas. Vamos tomar alguns pontos do plano e algumas retas do plano, conforme as Figuras 1 e 2, respectivamente.

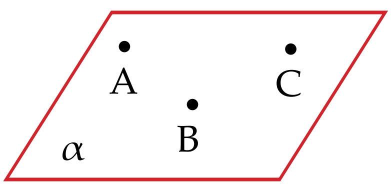


Fig. 1

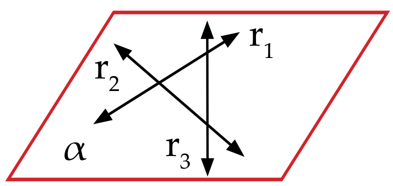


Fig. 2

Podemos dizer que

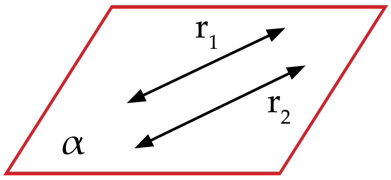
• Os pontos A, B e C pertencem ao plano α. Dizemos que eles são **coplanares.**

• As retas r_1, r_2 e r_3 estão contidas no plano α . São algumas retas desse plano. Dizemos que
essas retas são **coplanares.**

Posições Relativas de duas Retas num Plano

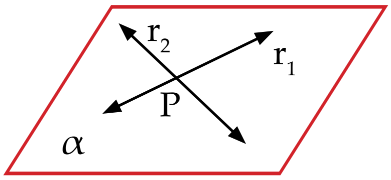
Retas Paralelas

Duas retas que estão contidas num mesmo plano são ditas paralelas quando não têm pontos em comum. Duas retas paralelas nunca se cortam. Normalmente, indica-se $r_1 // r_2$.



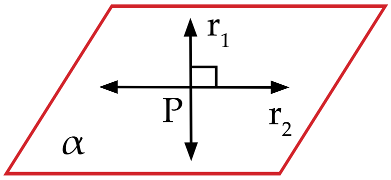
Retas Concorrentes

Duas retas que estão contidas num mesmo plano são ditas concorrentes (ou secantes) quando tem um único ponto em comum. Normalmente, indica-se $r_1 \times r_2$.



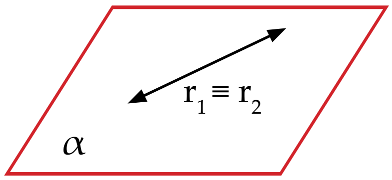
Retas Perpendiculares

Duas retas que estão contidas num mesmo plano são ditas perpendiculares quando são concorrentes e formam um ângulo de 90°. Normalmente, indica-se: $r_1 \perp r_2$.



Retas Coincidentes

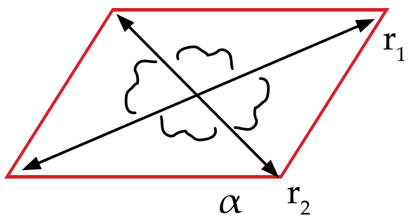
Duas retas que estão contidas num mesmo plano são ditas coincidentes quando tem todos os pontos em comum. Normalmente, indica-se $r_1 \equiv r_2$.



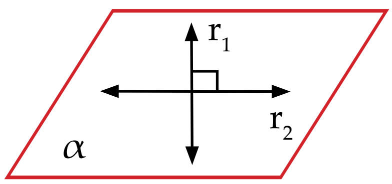
ÂNGULOS

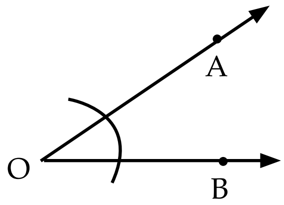
Ângulo é uma geométrica formada por duas semi-retas de mesma origem. Podemos ter uma idéia de ângulo observando um

Conforme as horas passam, esses ponteiros movimentam-se, formando uma abertura entre eles. Esta abertura nos dá a idéia de ângulo. Duas retas r_1 e r_2 que se cortam em um ponto A, dividem um plano em quatro regiões. Cada uma dessas regiões recebe o nome de ângulo. Indicamos um **ângulo** por AÔB .



Quando as quatro regiões do plano são iguais, dizemos que cada ângulo obtido é um ângulo reto.





Temos que:

• O ponto O é chamado de vértice do ângulo.

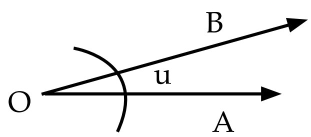
• As semi-retas $\overline{OA}$ e $\overline{OB}$ são chamadas de lados do ângulo.

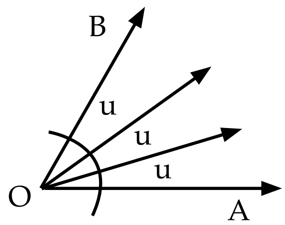
• Indicamos o ângulo O por $A\hat{O}B$. O símbolo indica a abertura do ângulo que estamos considerando.

• Um ângulo é medido pela sua abertura. Quanto maior for a abertura de um ângulo, maior será a sua medida.

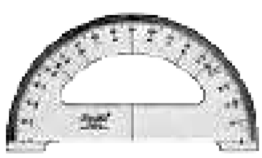
Medida de um Ângulo

Precisamos escolher uma unidade de medida padrão. Escolhemos então um ângulo cuja abertura será considerada a nossa unidade de medida e medimos um ângulo v "quantas vezes" essa unidade cabe na abertura do ângulo que se quer medir.





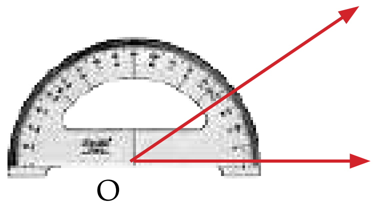
O transferidor é um instrumento que serve para medir ângulos. Existem vários tipos de transferidor. Ele pode ser divido em 180 ou 360 partes congruentes e em ambos cada divisão corresponde a 1° (1 grau). O grau é a unidade de medida dos ângulos. Veja estes dois



Transferidor de 180°

Transferidor de 360°

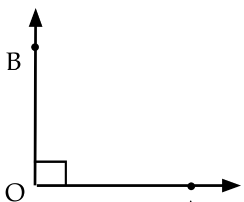
Para se usar o transferidor deve-se fazer a base do transferidor coincidir com um dos lados do ângulo e o centro deve estar sobre o vértice O do ângulo a ser medido. Já o outro lado do ângulo vai coincidir com uma das graduações do transferidor, que nos dará a medida do ângulo.



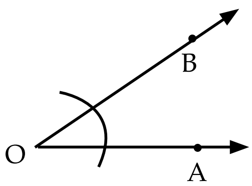
Classificação dos Ângulos

Os ângulos podem ser   de acordo com as suas medidas.

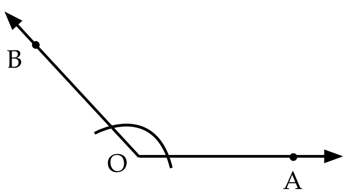
Ângulo reto é o ângulo cuja medida é igual a 90°.



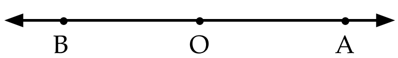
Ângulo agudo é o ângulo cuja medida é menor do que 90°.

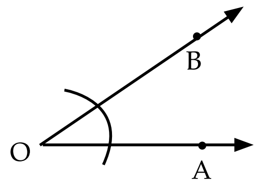


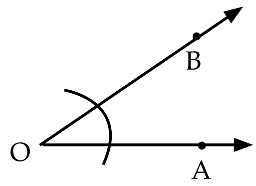
Ângulo obtuso é o ângulo cuja medida é maior do que 90°.



Ângulo raso é o ângulo cuja medida é igual a 180°.
Dois **ângulos** são **congruentes** quando possuem a mesma medida.







Medimos os ângulos em graus, mas existem os submúltiplos do grau.

1 grau = 60 **minutos** de grau (1° = 60′)

1 minuto de grau = 60 **segundos** de grau (1′= 60″)

Existem ângulos que medem, por exemplo, 15°30′17″.

Além de graus, um ângulo pode ser medido em radianos ou grado. Conforme as informações abaixo.

A medida em radiano de um ângulo é o comprimento do arco cortado pelo ângulo, dividido pelo raio do círculo. O SI (Sistema Internacional) utiliza o radiano como a unidade derivada para ângulos. Devido ao seu relacionamento com o comprimento do arco, radianos são uma unidade especial.
A medida em graus de um ângulo é o comprimento de um arco, dividido pela circunferência de um círculo e multiplicada por 360. O símbolo de graus é um pequeno círculo sobrescrito °. 2π radianos é igual a 360° (um círculo completo), então um radiano é aproximadamente 57° e um grau é $\pi/180$ radianos.
O círculo completo ou volta completa representa o número ou a fração de voltas completas. Por exemplo, $\pi/2$ radianos = 90° = 1/4 de um círculo completo.

LISTA DE ATIVIDADES III

ATIVIDADE 1. Construa os seguintes ângulos.

a) um ângulo de 35°
b) um ângulo de 72°
c) um ângulo de 125°
d) um ângulo de 45°
e) um ângulo de 90°
f) um ângulo de 180°
g) um ângulo de 150°
h) um ângulo de 225°
i) um ângulo de 315°

ATIVIDADE 2. Faça as transformações possíveis nas medidas dos ângulos.

a) 35°60′	b) 12°25′	c) 5°12′45′′
d) 45°20′	e) 90°15′20′′	f) 10°60′′
g) 15°20′30′′	h) 22°12′40′′	i) 15°5′8′′

ATIVIDADE 3. Faça a adição e subtração das seguintes medidas de ângulos, conforme o caso.

a) 35° + 20° =	b) 12° + 25° =	c) 12′ + 45′ =
d) 45′′ + 20′′=	e) 60°35′ - 16′=	f) 45° - 28°30′ =
g) 20° 34′ – 18°50′=	h) 22°12′40′′ -15°8′55″=	
i) 15°50′80′′ – 48°30′40′′=		

ATIVIDADE 4. Faça a multiplicação das seguintes medidas de ângulos por números inteiros.

a) 35° x 2 =	b) 12° 25′x 4 =	c) 12′ 45′2″ x 3 =
d) 45′′ x 5 =	e) 60°35′ x 10	f) 45°15′10″ x 7 =

ATIVIDADE 5. Faça a divisão das seguintes medidas de ângulos por números inteiros.

a) 36° : 2 =	b) 44′ : 2 =	c) 52′′ : 4 =
d) 90°40′ : 2 =	e) 65°42′4′ : 4 =	f) 37°7′30″ : 3 =

ATIVIDADE 6. Desenhe 5 ângulos quaisquer e meça-os com transferidor.

ATIVIDADE 7. Dois ângulos são complementares quando a soma de suas medidas é 90°. Calcule a medida do complemento dos seguintes ângulos.

a) 36° =	b) 44° =	c) 52° =	d) 87°

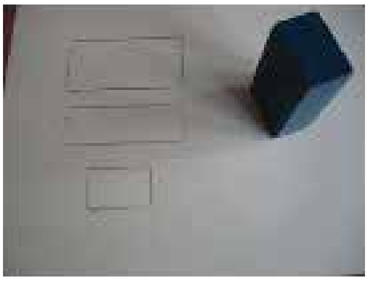
ATIVIDADE 8. Dois ângulos são suplementares quando a soma de suas medidas é 180°. Calcule a medida do suplemento dos seguintes ângulos.

a) 86° =	b) 54° =	c) 152° =	d) 84°

Depois de algumas básicas podemos voltar ao **estudo dos polígonos.**

Capítulo III

FIGURAS PLANAS



Separe os sólidos diferentes da sua coleção (sucata) e faça uma cópia de cada face diferente que encontrar e responda às seguintes ês

lados, quatro lados ou mais de quatro lados? Sobraram que não se encaixam nas condições anteriores? Você pode basear-se nesta atividade, para responder estas questões.

Assim, chamamos de **polígonos** as que apresentam três lados, quatro lados ou mais de quatro lados e cada lado do polígono é chamado de segmento de reta. Os polígonos de **três lados** são chamados de **triângulos**, os de **quatro lados** são chamados de **quadriláteros**, os de **cinco lados** são chamados de **pentágonos**, os de s**eis lados** são chamados de **hexágonos**, os de **sete lados** são chamados de **heptágonos**, os de **oito lados** são chamados de **octógonos**, os de **dez lados** são chamados de **decágonos**. As que sobraram são chamadas de **círculos.**

Os **polígonos** são geométricas planas, isto é, todos os pontos da estão sobre o mesmo plano. Uma **figura é plana** quando é limitada por uma porção do plano.

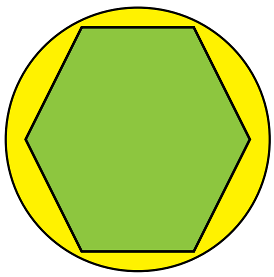
Classificação dos Polígonos

Os polígonos e quanto à forma dos lados e quanto à dimensão dos lados.

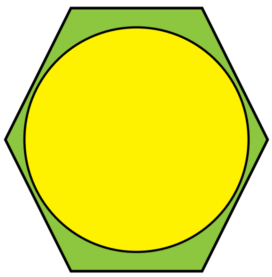
POLÍGONOS

- **à forma dos lados**
  - Polígonos retilíneos – linhas retas
  - Polígonos curvilíneos – linhas curvas
  - Polígonos retilíneos – linhas retas
- **à dimensão dos lados**
  - Polígonos Regulares
    lados e ângulos iguais
  - Polígonos Irregulares
    lados e ângulos desiguais

Observação. Os polígonos ainda podem ser quanto à posição em relação à circunferência em polígonos inscritos (quando o polígono tem todos os vértices sobre a circunferência, dizemos que a circunferência é circunscrita ao polígono) ou em polígonos circunscritos (quando o polígono tem os lados tangentes à circunferência, dizemos que a circunferência é inscrita no polígono).



Polígono inscrito

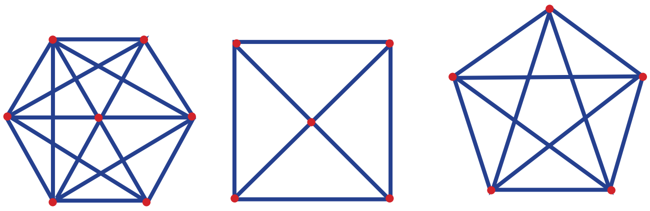


Polígono circunscrito

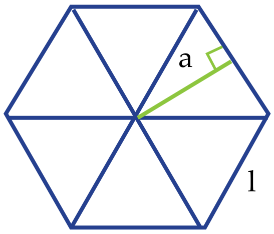
Observação. Temos dois tipos de polígonos: côncavos e convexos. Discuta no FÓRUM quando um polígono é dito côncavo e quando é dito convexo.

Diagonal e Apótema de um Polígono

Diagonal de polígono é o segmento de reta que liga dois vértices não-consecutivos. Qualquer polígono, com exceção do triângulo, admitem diagonais.



Apótema do polígono regular é à distância do centro (da circunferência que o descreve) do polígono a um de seus lados, ou melhor dizendo, é o segmento que parte do centro do polígono regular, e é



a = medida do apótema   l = medida do lado

Dois tipos particulares de polígonos são importantes e iremos destacá-los: os triângulos e os quadriláteros

Triângulos

Triângulo é um polígono formado por três lados e três ângulos internos. É o mais simples dos polígonos, no sentido de ter o menor número de lados.

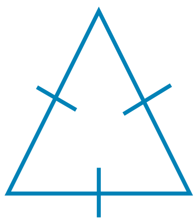
V

TRIÂNGULOS

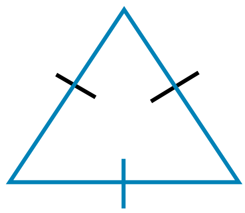
- **Quanto aos lados**
  - Eqüiláteros
  - Isósceles
  - Escaleno
- **Quanto aos ângulos**
  - Acutângulo
  - Retângulo
  - Obtusângulo

DEFININDO

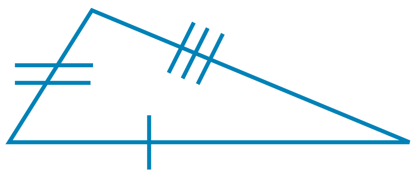
Triângulo Eqüilátero. É o triângulo que tem os três lados de mesma medida (congruentes).



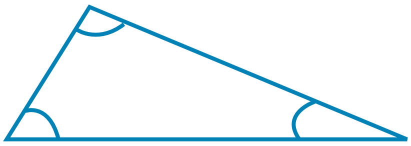
Triângulo Isósceles. É o triângulo que tem dois lados de mesma medida (congruentes).



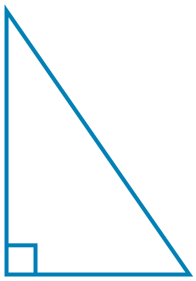
Triângulo Escaleno. É o triângulo que tem os três lados com medidas diferentes.



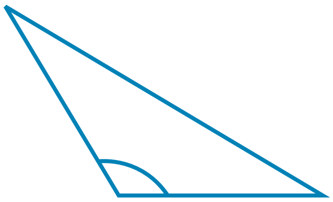
Triângulo Acutângulo. É o triângulo que tem os três ângulos agudos.



Triângulo Retângulo. É o triângulo que tem um ângulo reto.



Triângulo Obtusângulo. É o triângulo que tem um ângulo obtuso.



Uma propriedade importante dos triângulos é a seguinte: **"A soma dos ângulos internos de um triângulo é 180°".**

V esta propriedade. Desenhe em uma folha qualquer um triângulo, marque os três ângulos com caneta colorida, um de cada cor, numerando-os por 1, 2 e 3, e em seguida separe-os e coloqueos um do lado do outro, formando um ângulo constituído por 1, 2 e 3, este ângulo mede 180°.

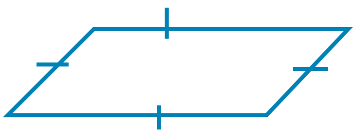
Quadrilátero

Quadrilátero é um polígono de quatro lados e quatro ângulos internos. Os quadriláteros podem ser quanto ao paralelismo dos lados em quadriláteros que tem 0, 1 ou 2 pares de lados opostos paralelos. Vejamos a dos quadriláteros no esquema a seguir.

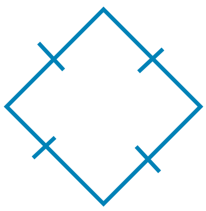
QUADRILÁTERO
- **Paralelegramo**
  - Retângulo
  - Losango
  - Paralelogramo
  - Quadrado
- **Trapézio**
  - Trapézio
  - Trapézio Isósceles
  - Trapézio retângulo

DEFINIÇÕES

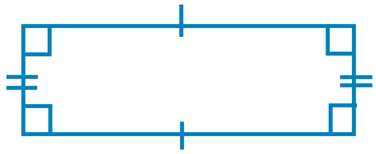
PARALELOGRAMO. É o quadrilátero cujos lados opostos são dois a dois paralelos.



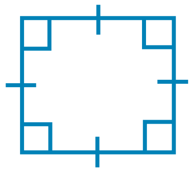
LOSANGO. É o paralelogramo que possui os quatro lados congruentes



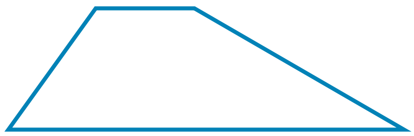
RETÂNGULO. É o paralelogramo que tem todos os seus ângulos retos.



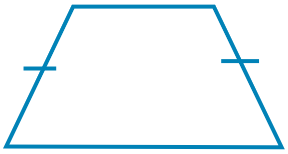
QUADRADO. É um retângulo que possui os quatro lados congruentes.



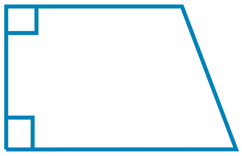
TRAPÉZIO. É o quadrilátero que possui somente um par de lados opostos paralelos.



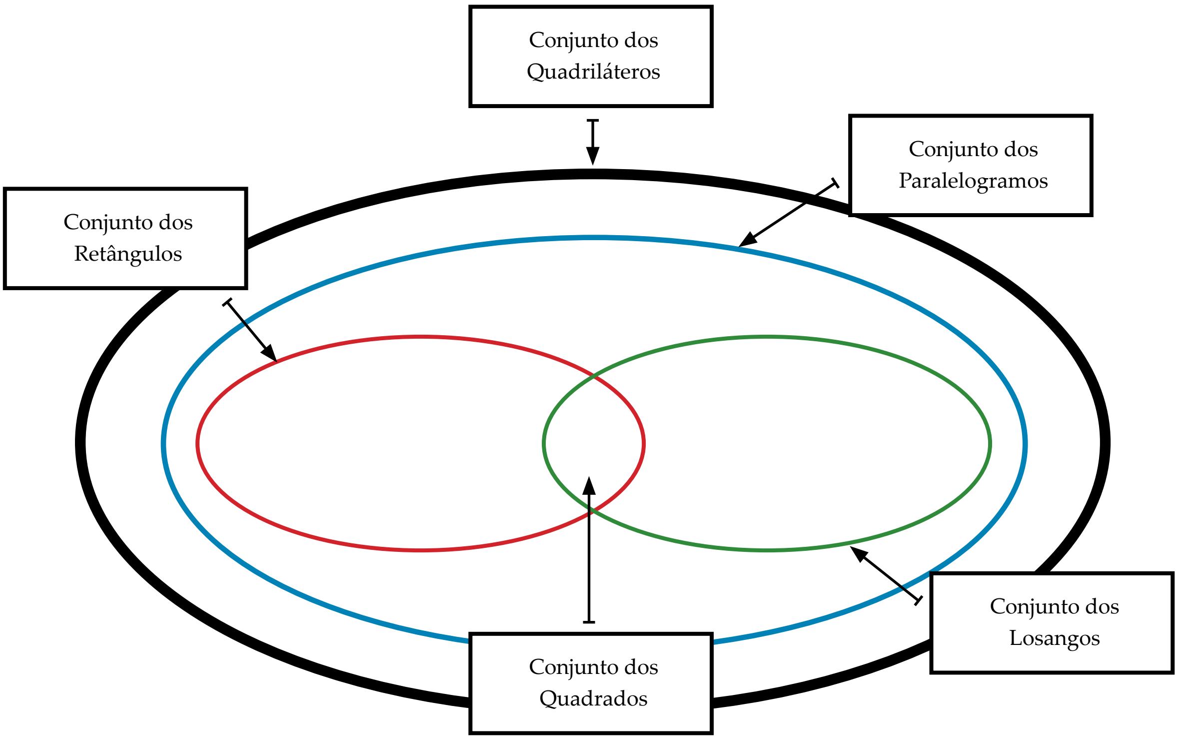
TRAPÉZIO ISÓSCELES. É o trapézio que possui os lados não paralelos congruente.



TRAPÉZIO RETÂNGULO. É o trapézio que possui dois ângulos retos.



Observe o diagrama a seguir.



Uma propriedade importante dos quadriláteros é a seguinte: **"A soma dos ângulos internos de um quadrilátero é 360°".**

V esta propriedade. Para isto, desenhe em uma folha qualquer um quadrilátero e marque os quatro ângulos com lápis colorido, um de cada cor, em seguida separe esses quatro ângulos e os coloque um ao lado do outro.

OBSERVAÇÕES IMPORTANTES:

• Em todo paralelogramo:

a) Os lados opostos são congruentes.
b) Os ângulos opostos são congruentes.
c) As diagonais interceptam-se mutuamente ao meio.

• Um quadrilátero em que os lados opostos são congruentes e os ângulos opostos são congruentes é um paralelogramo.

• Todo quadrilátero que tem dois lados opostos paralelos e congruentes é um paralelogramo.

- Em todo losango:

  a) As diagonais são perpendiculares entre si.

  b) As diagonais estão contidas nas bissetrizes dos ângulos cujos vértices elas unem.

- Em todo retângulo as diagonais têm a mesma medida.

- As propriedades dos quadrados são as mesmas dos retângulos e losangos.

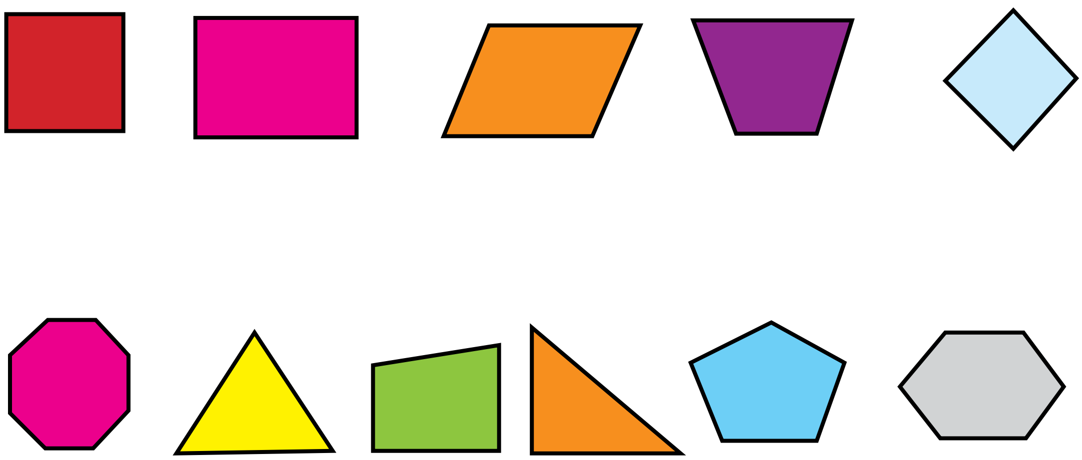
- Em todo trapézio os ângulos adjacentes a um lado são suplementares.

- O segmento determinado pelos pontos médios de dois lados de um triângulo é paralelo ao terceiro lado. Este segmento tem comprimento igual à metade do lado ao qual ele é paralelo.

- Em todo trapézio isósceles os ângulos adjacentes a uma mesma base são congruentes.

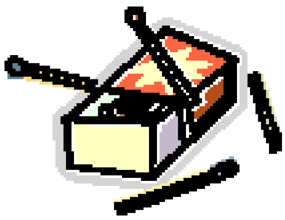
Lista de Atividades IV

ATIVIDADE 1.



ATIVIDADE 2. Palitos de Fósforos

As atividades de construção de geométricas planas, desenvolvidas com palitos de fósforos, permitem aos alunos descobrir novas características das Percebe-se, por exemplo, que qualquer triângulo tem três lados, que losangos e quadrados têm quatro lados iguais.



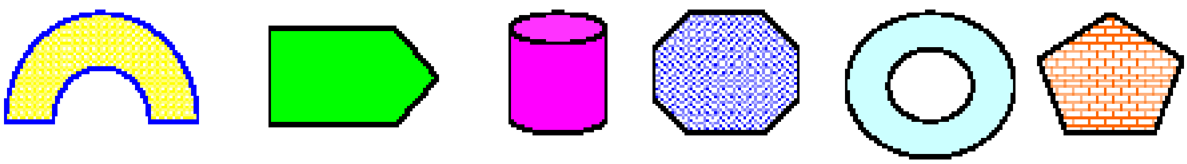
1. Um quadrado com 4 palitos e depois um quadrado com 8 palitos.
2. Um retângulo com 6 palitos e depois um triângulo com 6 palitos.
3. Um triângulo retângulo, com um número mínimo de palitos.
4. Um retângulo com 10 palitos e depois outro retângulo com 10 palitos.

6. Um pentágono, utilizando um número mínimo de palitos.
7. Um hexágono, utilizando um número mínimo de palitos.
8. Um decágono, utilizando um número mínimo de palitos.
9. Um undecágono, utilizando um número mínimo de palitos.

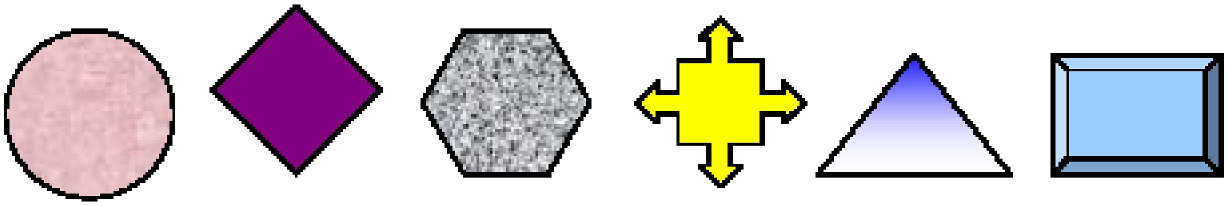
ATIVIDADE 3. Observe a dos quadriláteros e responda às questões a seguir.

a. Os quadriláteros são subdivididos em:_________________.
b. Os paralelogramos são subdivididos em:_________________.
c. Os trapézios são subdivididos em:_________________.
d. Quais são os quadriláteros que têm os pares de lados opostos paralelos?
e. Quais são os paralelogramos que têm os quatro lados congruentes?
f. Quais são os paralelogramos que têm os quatro ângulos congruentes?
g. Qual o paralelogramo que tem quatro ângulos congruentes e quatro lados congruentes?
h. Qual é o trapézio que tem um ângulo reto?
i. Qual é o trapézio que tem dois lados congruentes?

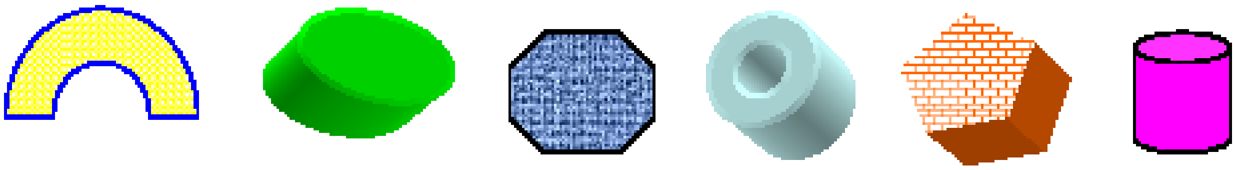
ATIVIDADE 4. Observe as e respondam quais são polígo-



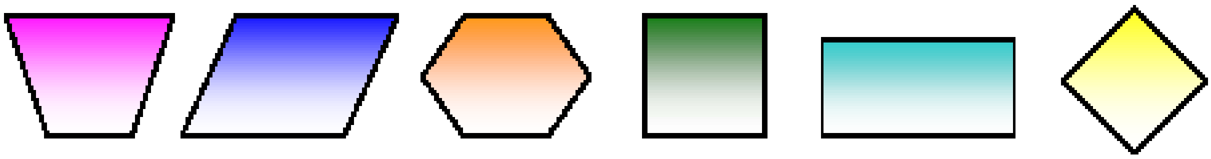
ATIVIDADE 5. Observe as e responda quais delas são po-



ATIVIDADE 6. Observe as e responda quais não são polígo-

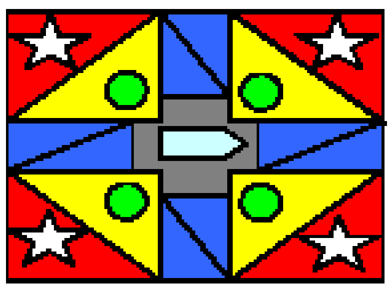


ATIVIDADE 7. Observe as e responda às questões a seguir.



a) Quais são os quadriláteros com apenas um par de lados paralelos?
b) Quais são os quadriláteros com dois pares de lados paralelos?
c) Existe algum quadrilátero na que não tem nenhum par de lados paralelo?

ATIVIDADE 8. Observe a e escreva o nome dos polígonos que aparecem no mosaico.

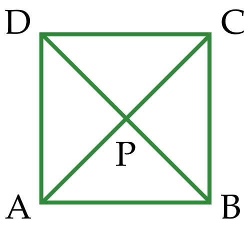


ATIVIDADE 9. Num polígono, qual a relação que você observa entre o número de vértices e o número de lados?

ATIVIDADE 10.

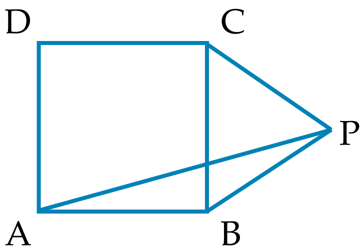
ATIVIDADE 11. Nas pinte com a mesma cor os segmentos congruentes e responda o que se pede em cada item.

a)



ABCD é um quadrado.
Destaque oito triângulos retângulos isósceles.

b)



ABCD é um quadrado e m $(\overline{PC}) = m(\overline{BC})$.
Destaque um triângulo isósceles, um triângulo eqüilátero e um triângulo obtusângulo.

ATIVIDADE 12. Escreva V, se a sentença for verdadeira, ou F se a sentença for falsa.

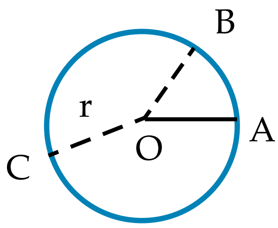
V ou F	Sentença
	Todo quadrado é um losango.
	Todo retângulo é um losango.
	Todo losango é um paralelogramo.
	Existe retângulo que é quadrado.
	Existem paralelogramos que são losangos
	O quadrado é retângulo e losango.
	Todo retângulo é um paralelogramo.
	Se o quadrilátero é um losango então ele é um paralelogramo.
	Em todo paralelogramo os ângulos opostos são congruentes.
	Todo quadrado é um retângulo.

	Existem losangos que são quadrados.
	Existem losangos que são retângulos.
	Todo paralelogramo é um quadrilátero.
	Não existem quadrados que sejam losangos.
	Não existem losangos que sejam quadrados.
	Todo losango é retângulo e quadrado.
	Todo quadrado é losango ou retângulo.
	Todo quadrado é losango e retângulo.
	Quadrado é um losango de ângulos retos.
	Quadrado é um retângulo com os lados de medidas iguais.
	Um paralelogramo é sempre um retângulo.
	Os lados opostos de um paralelogramo são paralelos.
	Os lados opostos de um quadrado são perpendiculares.
	Existem paralelogramos que são trapézios.
	Um paralelogramo que tem lados congruentes é um losango.
	Os lados consecutivos de um quadrado são perpendiculares.
	Todo triângulo eqüilátero é isósceles.
	O triângulo escaleno tem os três lados com medidas diferentes.
	O triângulo acutângulo tem sempre os três ângulos internos medindo 90°.

Capítulo IV

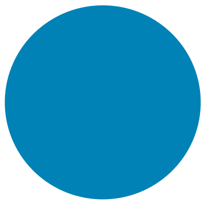
CIRCUNFERÊNCIA E CÍRCULO

Circunferência é a formada pelos pontos de um plano que



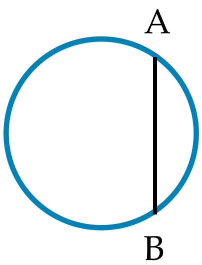
O ponto O é o centro da circunferência. A distância do centro aos pontos da circunferência é chamada de raio (r). Os raios de uma circunferência são todas iguais.

Círculo é quando consideramos a circunferência e sua região interna.



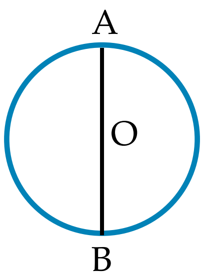
Observação. Dois círculos são congruentes quando têm raios iguais.

Corda é o segmento que liga dois pontos quaisquer A e B da circunferência, como podemos v



O segmento $\overline{AB}$ é chamado de corda da circunferência.

Quando esta corda é aquela que passa pelo centro da circunferência, chamamos-na de **diâmetro.**



Observações.

• Em uma circunferência, qualquer diâmetro é maior que uma corda que não contenha o centro.

• Em uma circunferência, um diâmetro perpendicular a uma corda, divide-a ao meio.
• Se um triângulo divide uma corda ao meio, ela é perpendicular a essa corda.

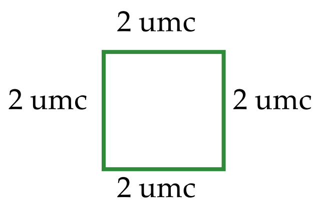
• O diâmetro divide a circunferência em duas partes iguais, denominadas semi-circunferências.

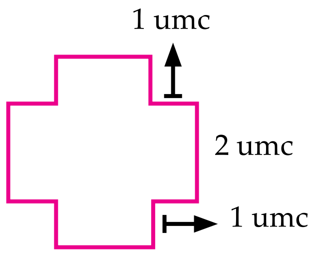
Perímetro

Perímetro é a medida do comprimento de um contorno. Para medir comprimentos, precisamos de uma unidade de medida, trataremos deste assunto mais à frente. Neste momento, utilizaremos uma unidade genérica que denominaremos umc: unidade de medida de comprimento.

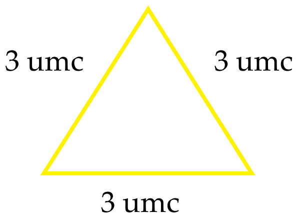
Observ

Perímetro do quadrado
2umc + 2umc + 2umc + 2umc = 8umc

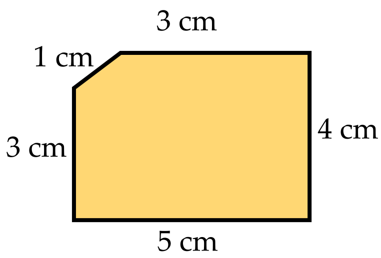


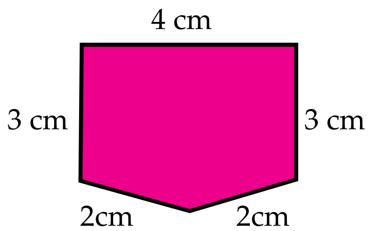


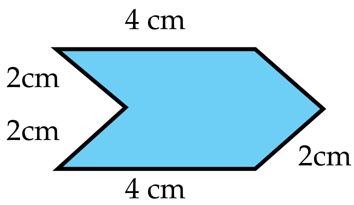
P
(4 x 2umc + 8 x 1umc) = 16umc



Perímetro do triângulo
3umc + 3umc + 3umc = 9umc







ÁREA DE UMA FIGURA PLANA

Introdução

O interesse e a necessidade de calcular a área de uma geométrica plana são muito antigos. O estudo de áreas, pela sua grande aplicabilidade em questões reais, por si só é a motivação para os alunos e cabe ao professor aproveitar esta oportunidade. Em nossos dias, o calculo da área de uma superfície faz parte de nossas atividades: quando se quer comprar um terreno, procura-se saber a área do terreno e o preço por metro quadrado da região; ou quando se quer colocar o piso numa casa, procura-se calcular a área das superfícies a serem revestidas; ou saber qual a área do terreno que é destinado a uma piscina em m2.

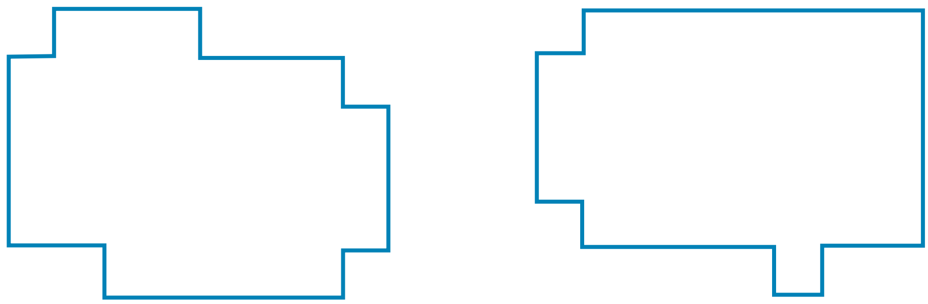
Uma forma bastante simples de começar o trabalho com áreas é o de dar aos alunos um cartão retangular (ou quadrangular, ou triangular) e peças para recobrir a superfície dada. Neste caso, os alunos estarão comparando superfícies em termos do número de peças utilizadas para recobrir a superfície dada. Depois são dadas atividades de calcular a área e o perímetro de já inseridas em papel quadriculado e ir aumentando o grau de das dadas como, por exemplo, utilizar, em alguns dos lados, metade do quadradinho (medida-padrão) e só então iniciarmos com as fórmulas com os alunos deduzindo-as.

Não vamos aqui apresentar nada diferente do que temos observado em muitos livros didáticos na introdução das fórmulas de área, por isso, neste módulo, estudaremos o conceito de área e as fórmulas que facilitam esse cálculo. Vamos explorar essencialmente a compreensão do conceito de área. O uso do quadriculado para a representação de um $\square$ como unidade-padrão de área, permite-nos discutir a noção de área como comparação entre a unidade escolhida para medir e a superfície a ser medida. Ampliaremos o trabalho com as unidades de medida usuais, sem aprofundamento das estruturas que as compõem, dando destaque às medidas de comprimento, de massa, de capacidade, de área ou superfície e de volume.

Os conceitos de área e perímetro serão abordados neste ciclo sem o uso de fórmulas. Os cálculos serão feitos de formas não convencionais, de modo que o aluno aproxime-se e compreenda os conceitos.

Medindo uma Superfície

Situação-problema 1. Pedro quer construir sua própria padaria e pretende no mesmo bairro, onde já é conhecido. Nesse bairro existem dois terrenos à venda. Pedro resolveu conhecê-los, pois o anúncio de jornal não tem a metragem dos terrenos à venda. Ele deseja comprar o maior deles. Quando Pedro chegou ao local deparou-se com os seguintes terrenos, conforme mostrado na Figura 1. O que Pedro precisa fazer para descobrir qual é o maior terreno?



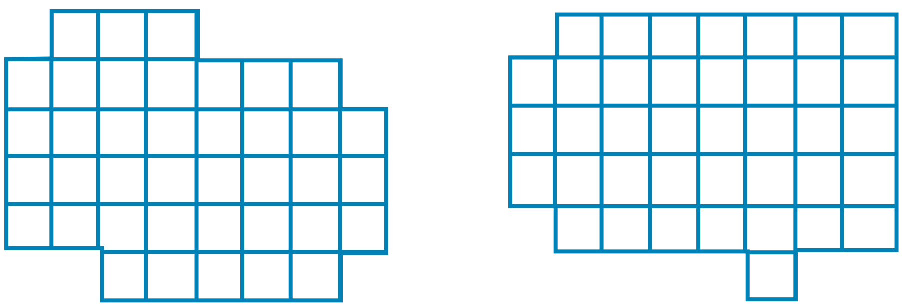
TERRENO 1 TERRENO 2

Figura 1

Pedro levou um susto ao ver os terrenos, pois esperava encontrar terrenos retangulares. Para resolvermos o problema de Pedro, primeiramente precisamos escolher uma unidade de medida padrão, pois da mesma forma que as medidas de comprimento, a medida de uma superfície plana é o resultado da comparação dessa superfície com outra, escolhida como unidade de medida. Escolhendo, então, uma unidade do tipo □, Pedro deve fazer a seguinte pergunta:

"Quantas unidades do tipo □ ele precisa para compor ou recobrir os terrenos?"

Vejamos.



TERRENO 1 TERRENO 2

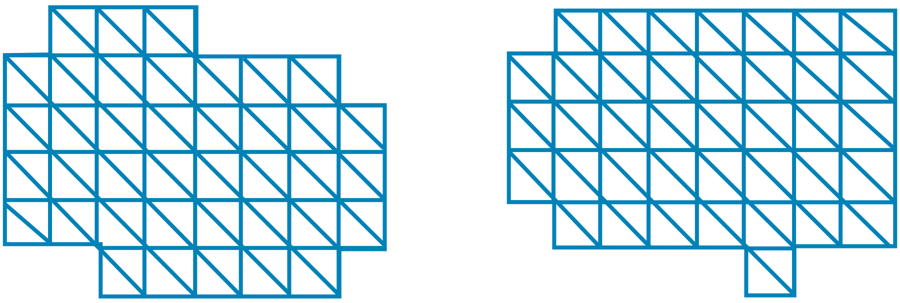
Figura 2

O primeiro terreno precisa de 39 unidades do tipo □ para ser totalmente coberto.

O segundo terreno também precisa de 39 unidades do tipo para ser totalmente coberto.

Para o espanto de Pedro, os dois terrenos têm a mesma metragem. Pedro pode comprar qualquer um dos dois. Fica a critério de Pedro decidir qual dos dois mais lhe convém.

Quando Pedro procurou o corretor para comprar um dos dois terrenos, ele disse que os terrenos foram medidos utilizando a unidade do tipo , conforme pode-se ver na Figura 3. E agora? Pedro em dúvida novamente e resolveu utilizar a unidade de medida do corretor.



TERRENO 1 TERRENO 2

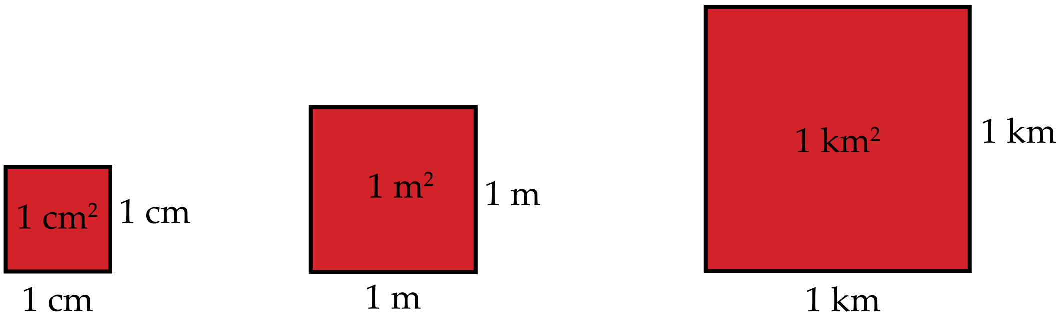
Figura 3

Pedro percebeu que a unidade do corretor cabe o dobro das vezes em relação à sua unidade, isto é, a unidade em questão está contida 78 vezes dentro dos terrenos e os terrenos continuam tendo a mesma medida. Portanto, Pedro escolheu o segundo terreno por mais próximo à sua casa e aprendeu que a área de uma superfície depende da unidade escolhida para a comparação. Pedro percebeu que para medir a área de uma superfície plana, usamos outra superfície plana, a qual chamamos de medida padrão e, geralmente, a unidade de área é um quadrado e a área é um número que indica quantas vezes o quadrado-unidade "cabe" na superfície a ser medida.

Assim, chamamos de área à grandeza relacionada a uma superfície. A área fica determinada por um número e por uma unidade de medida.

Unidades de Medida de uma Superfície

Trataremos detalhadamente este tópico mais à frente, no qual discutiremos a unidade de medida padrão, seus múltiplos, submúltiplos e como fazer as devidas conversões de uma unidade de medida para outra. Como a área de uma plana determinada por um número e por uma unidade de medida, vamos apenas destacar que no nosso dia-a-dia, uma das unidades mais usadas para se medir superfícies é o centímetro quadrado (símbolo: cm2), mas temos também o metro quadrado (símbolo:m2) e o quilômetro quadrado (símbolo: km2). O **centímetro quadrado** é a superfície de um quadrado de lados medindo 1 cm, já o **metro quadrado** é a superfície de um quadrado de lados medindo 1m e o **quilômetro quadrado** é superfície de um quadrado de lados medindo 1km.

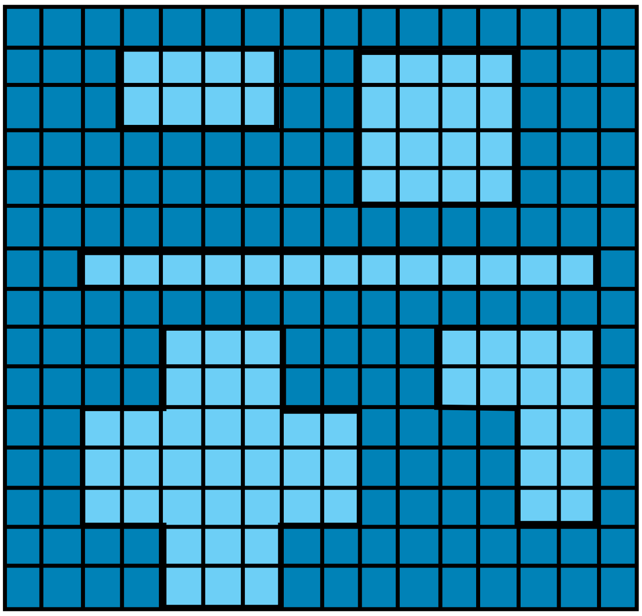


Observações. Em sala de aula é interessante construir o centímetro quadrado e o metro quadrado, para os alunos realmente terem a noção do que são. O professor deve sugerir atividades de medidas com estas duas unidades, como por exemplo: medir a quadra da escola, medir o assento do banco, etc.

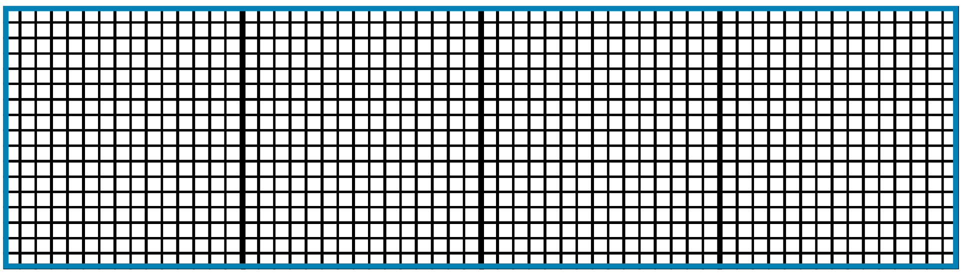
É interessante que façamos questionamentos aos alunos como, por exemplo: para medir a área de sua varanda você usaria o metro quadrado ou o quilômetro quadrado? E para medir a extensão territorial de um país, qual dos dois você utilizaria para medir? E para medir o comprimento de sua régua ou de seu apontador, o que você utilizaria para medir? Estas questões são importantes para que o aluno sinta a importância de estudar o tema e as vantagens de se utilizar uma ou outra unidade de medida.

Lista de Atividades V

ATIVIDADE 1. Considerando um "quadradinho" como unidade



ATIVIDADE 2. Considerando-se um retângulo de comprimento a e largura b, sua área é dada pela seguinte fórmula: A = a x b.



b

a

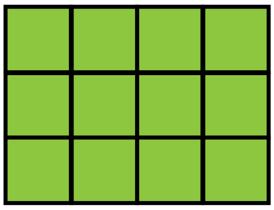
Como encontrar a fórmula da área de um paralelogramo, de um triângulo e de um trapézio conhecendo apenas a área de um retângulo?

Trabalho. Faça uma análise dos livros didáticos de 2º ao 5º anos, v como o cálculo de área de uma plana é apresentado. Por exemplo: estão trabalhando o cálculo de área somente apresentando fórmulas prontas, do tipo siga a regra? Estão trabalhando o cálculo de área com materiais concretos de manipulação? Como são os exercícios sugeridos? Eles têm coerência? Encontraram algum erro no livro didático em relação a este assunto? Entre outras questões que serão observadas por vocês.

ÁREA DAS PRINCIPAIS FIGURAS PLANAS

Área do Retângulo e do Quadrado

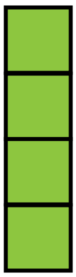
Consideremos o retângulo de lados medindo 4 cm e 3 cm.



3 cm

4 cm

Observemos que o pedaço  contém 4 quadrados de 1cm de lado. Assim este pedaço vale 4cm² e cabe 3 vezes no retângulo de lados 4 cm por 3 cm. Portanto, a área do retângulo de lados medindo 4 cm e 3 cm é 4 x 3 = 12 cm².

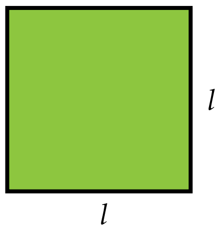
Ou, analogamente, o pedaço  contém 3 quadrados de 1cm de lado. Assim este pedaço vale 3cm² e cabe 4 vezes no retângulo de lados 4 cm por 3 cm. Portanto, a área do retângulo de lados medindo 4 cm e 3 cm é 4 x 3 = 12 cm².

h

b

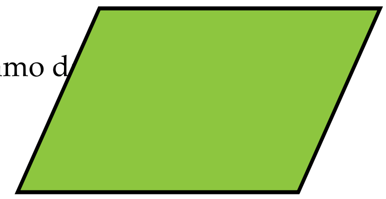
Ao professor cabe repetir o processo com outros retângulos, de forma que através da observação de outros retângulos, os alunos cheguem à generalização da fórmula da área do retângulo que é
A = b. h.

Como o quadrado é um caso particular de retângulo, em que a base e a altura têm a mesma medida (l). A área é dada por $A = l \cdot l = l^2$.



Área do Paralelogramo

Observemos o paralelogramo d



Cortando-se o paralelogramo na linha pontilhada, como mostra a Figura 1 abaixo, podemos transportá-lo para o outro lado do paralelogramo, como mostra a Figura 2, formando um retângulo.

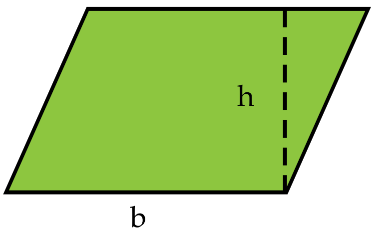


Figura 1

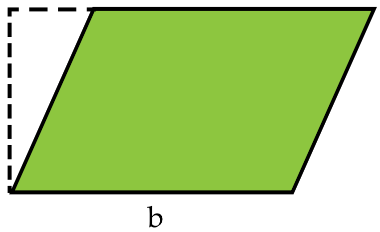


Figura 2

A área do paralelogramo é igual à área desse retângulo. Nesse transporte (remontagem), a altura e a base dessas são as mesmas. É importante deixar claro para os alunos que o que mudou foi a forma da e não a sua área, ela continua inalterada. A área do paralelogramo também é $A = b.h$.

Área do Triângulo

Consideremos um triângulo qualquer. Com dois deles compomos um paralelogramo, conforme podemos observar na Figura 2.

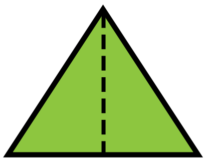


Figura 1

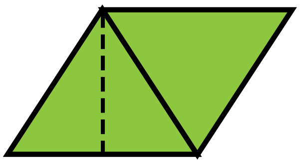


Figura 2

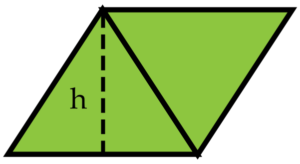


Figura 3

A área do triângulo é a metade da área desse paralelogramo. Nessa composição, a altura e a base do paralelogramo e do triângulo são as mesmas. Assim, a área do triângulo é

$$A = \frac{b \times h}{2}$$

Área do Trapézio

Considerando-se um trapézio qualquer, com dois deles compomos um paralelogramo, conforme podemos observar na Figura 2.

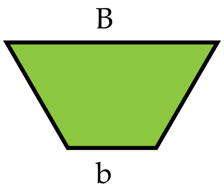


Figura 1

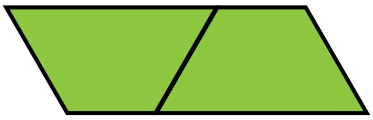


Figura 2

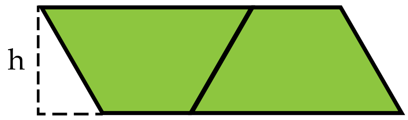
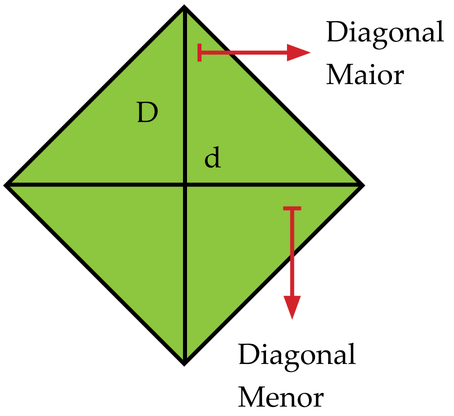


Figura 3

Nesse paralelogramo, a base é igual à soma da base maior do trapézio com a base menor do trapézio e a altura é a mesma deste trapézio. A área de um trapézio é:

$$A = \frac{(B \times b)}{2} \, . \, h$$

Área do Losango

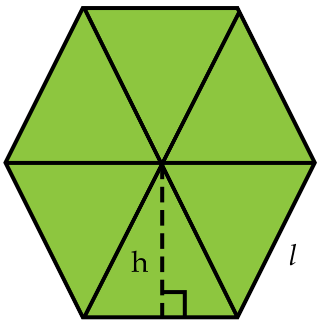


Sabemos que área de um losango é $A = \dfrac{d \cdot D}{2}$, em que d é o comprimento da diagonal menor e D é o comprimento da diagonal maior. Deduza a fórmula de área do losango e a deposite no **MATERIAL DO ALUNO.**

Muitos livros didáticos trazem a dedução da área do losango, mas antes de procurar uma resposta pronta, tentem demonstrá-la sozinhos. Vocês são capazes, então mãos à obra.

Área de um Polígono Regular

Podemos decompor um polígono regular em n triângulos de base l e altura a de forma que a área do polígono será:



$$A_p = nA_t \text{ ou } \frac{A_p}{n} = A_t$$

$$A_t = \frac{l\,a}{2}\ .$$

Então, $A_p = \dfrac{n\,l\,a}{2}$, e podemos concuir que

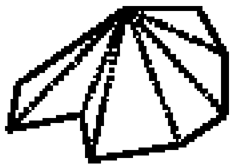
$$A_p = \frac{2\,p\,a}{2} = pa\ .$$

Assim, a área de um polígono regular convexo é dada multiplicando-se o semiperímetro pelo apótema.

Área de um Polígono Qualquer

A área de um polígono qualquer pode ser obtida através da triangularização da   considerada. A soma das áreas de todos esses triângulos nos dá a área do polígono.

$$A_p = A\Delta_1 + A\Delta_2 + A\Delta_3 + \ldots + A\Delta_7$$



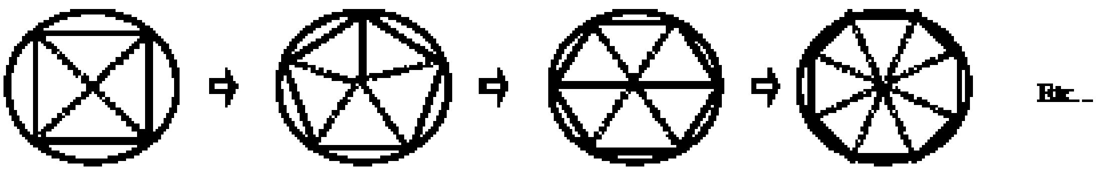
ATIVIDADES

1. Desenhe polígonos regulares inscritos em circunferências de mesmo raio r e discuta um meio de calcular a área de cada um deles.

2. Desenhe polígonos regulares inscritos em circunferências de mesmo raio r e faça a decomposição dos polígonos em triângulos isósceles, com um vértice no centro da circunferência.

Área do Círculo

A área do círculo é dada por $A = \pi \cdot r^2$. Podemos chegar a ela fazendo a aproximação da área de um polígono com n lados quando n



Repare que, quanto maior o número de lados do polígono inserido na circunferência, o polígono regular tende a confundir-se com a região limitada pela circunferência, ou seja, o círculo.

Observações.

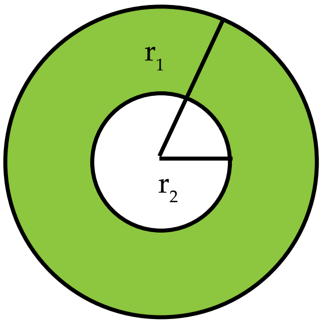
- O perímetro do polígono regular tende a confundir-se com o comprimento $C = 2\pi r$.

- O semiperímetro e o apótema do polígono tendem ao valor πr e r, respectivamente.

- $A = \pi \cdot r^2$.

Área da Coroa Circular

Consideremos duas circunferências concêntricas de raios r_1 e r_2. A

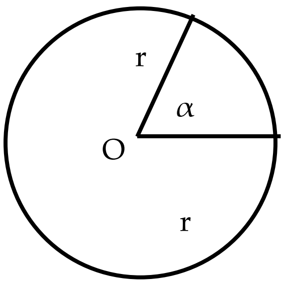


$$A = \pi \cdot r_1^2 - \pi \cdot r_2^2$$

$$A = \pi (r_1^2 - r_2^2)$$

Área do Setor Circular

Na a região do círculo que está colorida é denominada de **setor circular**. A área do setor circular é obtida aplicando-se a seguinte regra de três simples e direta.



$360°$ _____________ $\pi \cdot r^2$

$\alpha°$ ______________ S

α é o ângulo central do setor circular

S é a área do setor circular

Lista de Atividades VI

ATIVIDADE 1. Um terreno retangular tem 200 m^2 de área e 25 m de comprimento. Qual é a sua largura?

ATIVIDADADE 2. Quanto Maria gastará para carpetar uma sala quadrada de 3 m de lado, sabendo-se que o preço do metro quadrado do carpete é R$ 56,00?

ATIVIDADADE 3. O perímetro de uma circunferência é 314 m e ela tem raio 2. Calcule a área do círculo cujo contorno é essa circunferência.

ATIVIDADADE 4. Calcular a área do retângulo cuja base vale 1,25 m e cuja altura é 1/5 da base.

ATIVIDADADE 5. A soma entre a base e a altura de um retângulo é 7,2 m e a base é o triplo da altura. Calcular a altura.

ATIVIDADADE 6. O perímetro de um quadrado é 60 cm. Calcular a área do retângulo cuja base é o lado desse quadrado e cuja altura é metade desse lado.

ATIVIDADADE 7. Calcular a área do círculo, sabendo-se que o comprimento é 18,84 dm.

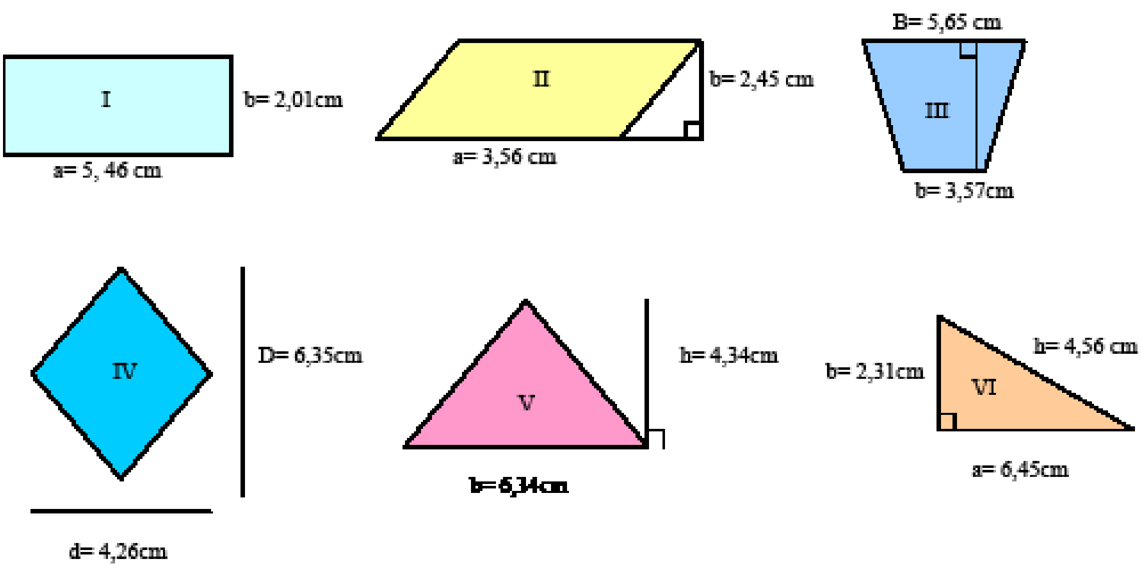
ATIVIDADADE 8. Calcular a área do losango, sabendo-se que a soma das diagonais é 108 dm e uma delas vale o triplo da outra.

ATIVIDADADE 9. A soma entre a base e a altura de um triângulo é 72 cm, sendo a base o dobro da altura. Calcular a área do triângulo.

ATIVIDADADE 10. A soma entre a base e a altura de um retângulo é 36 cm, sendo a base o dobro da altura. Calcular a área do retângulo.

ATIVIDADADE 11. Calcular a área do losango cujas diagonais medem 6 dm e 54 cm, respectivamente.

ATIVIDADADE 12. Calcule a área das geométricas planas a seguir.

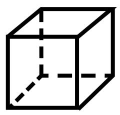


Capítulo V

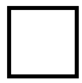
ÁREA DOS POLIEDROS

Área de um **poliedro** é a soma das áreas das faces.

Por exemplo, o poliedro com 6 faces quadradas, de lados medindo 2 cm, tem área 24 cm^2, como podemos ver a seguir.



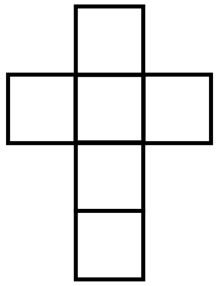
Poliedro



2 cm

2 cm

Área da Face: 4 cm^2



P

6 faces iguais

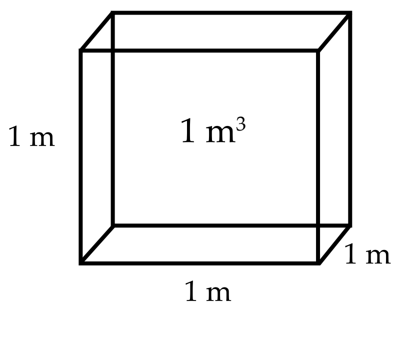
Portanto, A = 6 x área da face

$A = 6 \times 4\ cm^2 = 24\ cm^2$

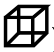
Volume dos Poliedros

Podemos introduzir as fórmulas de volume dos sólidos geométricos como foi feito para as superfícies planas, isto é, medimos área usando uma superfície padrão e medimos volume de um sólido usando uma medida padrão. O volume é um número que indica "quantas vezes" o padrão está contido no sólido do qual se quer calcular o volume, ou seja, volume de um objeto é a medida do espaço que ele ocupa.

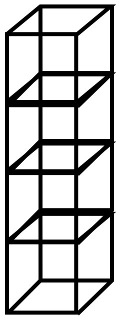
Neste caso, devemos considerar como unidade-padrão um cubo que possua por aresta a unidade de comprimento. No sistema métrico decimal a unidade de volume é o metro cúbico e corresponde a um cubo com um metro de aresta.



Exemplo.

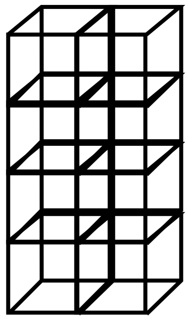
1. Calcular o volume de cada bloco, usando o cubinho de arestas 1cm () como unidade de medida.

a)



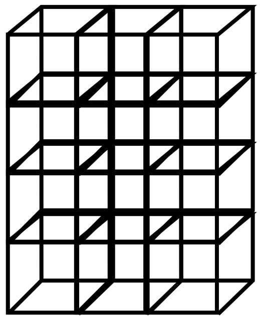
$V = 4\ cm^3$

b)



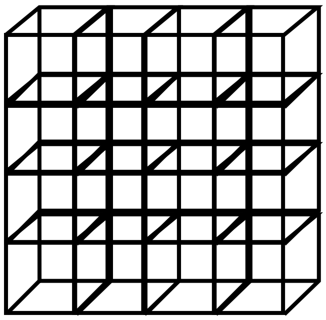
$V = 8\ cm^3$

c)



$V = 12\ cm^3$

d)



$V = 16\ cm^3$

Em a):

$V = 4$ x volume do cubinho $= 4 \times 1\ cm^3 = 4\ cm^3$.

As dimensões deste bloco são 1cm x 1cm x 4 cm.

Em b):

$V = 8$ x volume do cubinho $= 8 \times 1\ cm^3 = 8\ cm^3$.

As dimensões deste bloco são 2cm x 1cm x 4 cm.

Em c):

$V = 12$ x volume do cubinho $= 12 \times 1\ cm^3 = 12\ cm^3$.

As dimensões deste bloco são 3cm x 1cm x 4 cm.

Em d):

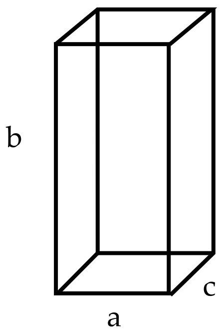
$V = 16$ x volume do cubinho $= 16 \times 1\ cm^3 = 16\ cm^3$.

As dimensões deste bloco são 4cm x 1cm x 4 cm.

Através da observação dos itens a), b), c) e d), podemos levar os alunos a concluir que o volume de cada bloco nada mais é do que o produto de suas dimensões **V= a x b x c**, na qual a é a medida do comprimento, b é a medida da largura e c é medida da altura.

Volume do Paralelepípedo Retângulo

O volume de um paralelepípedo retângulo é dado pelo produto de suas três dimensões.



V = a x b x c

Podemos reescrever a fórmula da seguinte maneira: **V= (a x b) x c**, na qual a x b indica a área da base. Então, o volume de um paralelepípedo retângulo é igual ao produto da área da base pela altura

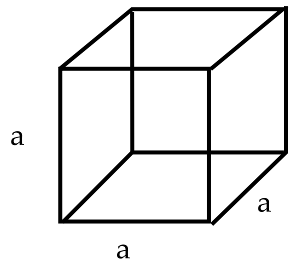
V= área da base x c.

Das observações anteriores, podemos tirar um **princípio geral** para os paralelepípedos: **O volume de um paralelepípedo pode ser calculado pelo produto da área da base pela altura.**

Mesmo já tendo a fórmula do volume de um sólido qualquer, vamos destacar o volume para alguns paralelepípedos particulares.

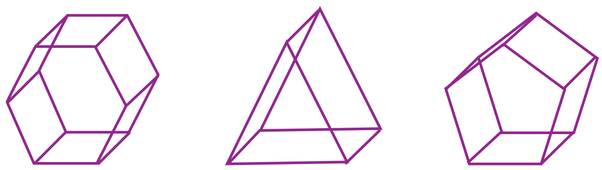
Volume do Cubo

O cubo nada mais é do que um paralelepípedo retângulo de arestas iguais, portanto o volume de um cubo é dado pelo cubo de suas aresta.



Volume dos Prismas Retos

Para qualquer prisma segue a fórmula anterior para o cálculo do volume. Por exemplo, consideremos um prisma reto cuja base é um polígono qualquer e cuja altura é dada. O volume deste **prisma** é igual ao produto da área da base pela altura **(V = área da base x c)**, na qual c é a altura do prisma em questão. Na temos representado alguns prismas.

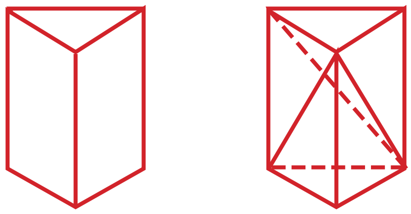


O primeiro é um prisma reto de base hexagonal, o segundo é um prisma reto de base triangular e o terceiro é um prisma reto de base pentagonal.

Volume das Pirâmides Retas

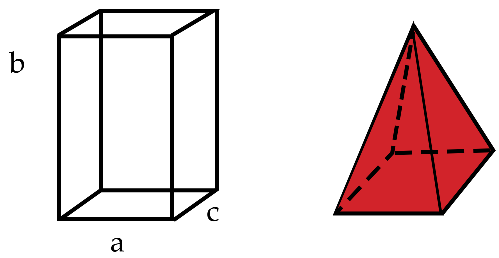
O volume da **pirâmide** é a terça parte do volume de um prisma de mesma base e mesma altura. Ou ainda, o volume da **pirâmide** é a terça parte do produto da área da base pela altura, **V = 1/3 (área da base x c)**.

De fato, vamos supor que a pirâmide em questão seja de base triangular. Consideremos também um prisma cuja base seja congruente à base da pirâmide dada e com mesma altura c. O prisma pode ser decomposto em três pirâmides triangulares, ou seja, as três pirâmides triangulares compõem o prisma.



Essas três pirâmides têm o mesmo volume. Como o volume do prisma é **(área da base x c)**, segue que o volume da **pirâmide** é a terça parte do produto da área da base pela altura, **V = 1/3 (área da base x c).**

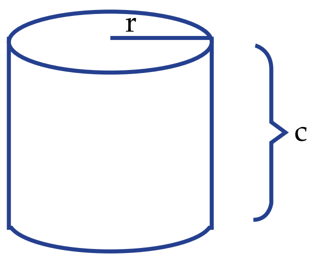
De fato, consideremos um prisma reto e uma pirâmide reta de mesma base e mesma altura, se a enchermos de areia, precisaremos de 3 pirâmides para preencher todo o prisma.



V = 1/3 (área da base x c)

Volume do Cilindro

O volume do **cilindro** é o produto da área da base pela altura, **V = (área da base x c)**. Mas a base do cilindro é um círculo de raio r e sua área é π r^2, portanto o volume do cilindro é **V = (π r^2) x c.**

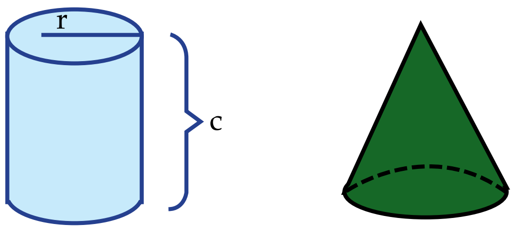


V = (π r^2) x c

Volume do Cone

O volume do **cone** é a terça parte do volume de um cilindro de mesma base e mesma altura. Ou ainda, o volume do **cone** é a terça parte do produto da área da base pela altura, **V = 1/3 (área da base x c).**

De fato, consideremos um cone e um cilindro de mesma altura e cujas bases possuem o mesmo raio r, se enchermos o cone de areia, precisaremos de 3 cones para preencher todo o cilindro.



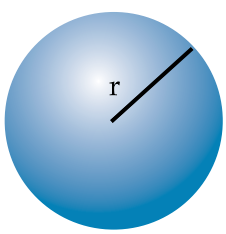
V = 1/3 (área da base x c)

V = (π r^2) x c

Volume da Esfera

Arquimedes, utilizando o método da exaustão, demonstrou que o volume de uma semi-esfera é igual ao dobro do volume do cone, cuja base tem raio igual ao raio da semi-esfera e a altura é também igual ao raio. Temos que o volume da semi-esfera é 2/3 π r^3, pois o volume do cubo é 1/3 π r^2 x r.

Assim, o volume da **esfera** é o dobro do volume da semi-esfera e é dado por 4/3 π r^3.



4/3 (π r^3)

Lista de Atividades VII

ATIVIDADE 1. Calcular o volume do paralelelpípedo retângulo que apresenta as seguintes dimensões: 4 cm x 3 cm x 2 cm .

ATIVIDADE 2. Um açude tem a forma de um paralelelpípedo retângulo que apresenta as seguintes dimensões: 25 m de comprimento, 18 m de largura e 10 m de altura. Qual o volume de água que o açude pode receber?

ATIVIDADE 3. As arestas de uma caixa dágua em forma de paralelelpípedo são 0,60 m x 0,40 m x 1m . Calcular a capacidade em litros dessa caixa dágua.

ATIVIDADE 4. Um prisma reto tem 12 cm de altura e a base é um retângulo cujo perímetro é 36 cm e um dos lados tem o dobro da medida do outro lado. Calcular o volume do prisma.

ATIVIDADE 5. Calcular o volume de uma pirâmide de base triangular, cujos catetos do triângulo medem 5 dm e 8 dm, e a altura da pirâmide é 6/5 do cateto menor.

ATIVIDADE 6. Quantos litros de água contém um cubo de 0,80 m de aresta.

ATIVIDADE 7. Quantos litros de água contém um cubo de 0,80 m de aresta, sabendo-se que está cheio de água até ¾ de sua altura?

ATIVIDADE 8. Calcular o volume de um cone de 0,70 dm de altura, sabendo-se que o raio da base é 3/5 dessa altura.

ATIVIDADE 9. Um silo de forma cilíndrica tem 10 m de altura e raio da base valendo 3 m. Calcular o seu volume.

ATIVIDADE 10. Calcular o volume de uma esfera de altura 3 m e raio da base 2,5 m.

ATIVIDADE 12. Calcular o volume do cone, sabendo-se que a soma entre o raio da base e a altura é 36 cm e que a altura é o dobro do raio.

Capítulo VI

UNIDADES DE MEDIDA

As medições tiveram seu início há milhares de anos e devem ter sua origem nas atividades comerciais, nas atividades de construções, nos problemas de medições de terra, entre outras. Com o aumento do intercâmbio entre várias nações, surge a necessidade de padronizar essas grandezas e medidas. Foi o corpo humano quem forneceu os primeiros padrões para medidas, de modo particular, para as de comprimento, como a polegada, o palmo, o pé, o passo, a jarda, a braça, pois os homens se valiam dos recursos naturais de que dispunham na época.

> Para um melhor entendimento faça a leitura do Capítulo III, item 3.7, páginas 124-131 do livro: Fundamentos e Metodologia de Matemática para os Ciclos Iniciais do Ensino Fundamental.

Hoje em dia, freqüentemente temos necessidade de falar sobre pesos, tempos, tamanhos e volumes, em situações corriqueiras como: quando vou ao supermercado e peço 200 g de presunto; quanto tempo falta para as dez horas; quando as dimensões (comprimento e largura) da mesa a ser construída; o volume de leite a ser colocado numa mamadeira.

Vamos discutir brevemente sobre as unidades de comprimento, massa, capacidade, área ou superfície e volume e, em seguida, vamos apresentar tabelas de conversões, transformando medidas apresentadas em outras unidades maiores ou menores.

> **Medir um comprimento** nada mais é do que responder quantas vezes um outro comprimento (geralmente padrão) "cabe" no primeiro.

Unidade de Comprimento

O Sistema Métrico Decimal o metro (m) como unidade básica de comprimento. Para saber o comprimento da mesa de casa esta unidade de medida serve, mas para medir a distância de Campo Grande a Corumbá, torna-se um pouco difícil utilizá-lo, por isso precisamos de uma unidade de medida maior e assim temos o quilômetro. O quilômetro é um múltiplo do metro e 1 km corresponde a 1.000 m. O problema ainda continua, pois queremos medir o tamanho do meu lápis escolar e essas duas medidas não servem, precisamos de um submúltiplo do metro, isto é, uma unidade menor do que o metro e, assim, temos o centímetro. O centímetro é um submúltiplo do metro e cada centímetro corresponde à centésima parte de um metro.

Como múltiplos do metro, temos: quilômetro (1000m), hectômetro (100m) e o decâmetro (10m). Como submúltiplos, temos: decímetro (0,1m), centímetro (0,01m) e o milímetro (0,001m).

Unidade de Massa

O Sistema Métrico Decimal o grama (g) como unidade básica de massa.

Na prática, a unidade mais usada é o quilograma (kg). O grama corresponde à milésima parte do quilograma.

Muitas vezes ouvimos: estou pesando 50 quilos; comprei 5 quilos de mussarela para fazer pizza; ganhei um quilo de feijão do Tonico. Em todas essas situações, estamos nos referindo à massa de um corpo e deveriam ser referenciadas da seguinte maneira: a massa do meu corpo é de 50 quilos; comprei mussarela correspondente a 5 quilos de massa; a quantidade de feijão que ganhei de Tonico é correspondente a 1 quilo de massa. Muitas vezes há confusão entre MASSA e PESO, a massa é constante não varia, já a força gravitacional varia de um lugar para outro (ex. na Lua é seis vezes menor que na Terra), logo o peso varia conforme o lugar.

> **Peso de um corpo** à força gravitacional exercida pela Terra sobre ele. **Massa de um corpo** à quantidade de matéria que esse corpo contém.

Nas medidas de massa temos como múltiplos do grama: o quilograma (1000g), o hectograma (100g), o decagrama (10g), e como submúltiplos: o decigrama (0,1 g), o centigrama (0,01g), o miligrama (0,001g).

O **quilograma** corresponde à massa de 1dm3 de água destilada a uma temperatura de 4º centígrados.

Outras unidades de medidas foram criadas conforme a necessidade: para cereais, para carnes temos a arroba que corresponde a 15 kg; para grandes massas temos a tonelada que corresponde a 1000 kg e ainda o **megaton** que corresponde a 1000 t ou 1 000 000 kg; para metais e pedras preciosas temos o quilate que corresponde a 200 mg.

Unidades de Capacidade

O Sistema Métrico Decimal o litro (l) como unidade básica de capacidade.

Em situações corriqueiras, muitas vezes temos que medir a quantidade de água que um tanque contém; ou a quantidade de oxigênio de um tubo. Usamos o litro para medir líquidos e gases: leite, água, óleo, gasolina, álcool, oxigênio, etc.

Litro é o volume de um cubo de 1 dm de aresta, assim, 1 l = 1 dm^3 = 1000 cm^3 e 1 ml = 1 cm^3.

Nas medidas de capacidade, temos como múltiplos do litro: o quilolitro (1000 l), o hectolitro (100 l), o decalitro (10 l). Como submúltiplos, temos: decilitro (0,1 l), o centilitro (0,01 l) e o mililitro (0,001 l).

Unidade de Área

O Sistema Métrico Decimal o metro quadrado (m^2) como unidade básica de superfície. Um metro quadrado é um quadrado com um metro de lado.

Área é o número que mede uma superfície plana numa determinada unidade de medida.

Para medir a área de uma superfície, usamos outra superfície que chamamos de padrão. A unidade padrão utilizada está representada pelo quadradinho-unidade que tem 1 cm de lado e desta forma para calcular a área, basta v quantas vezes o quadradinho-unidade "cabe" na superfície a ser medida.

Nas medidas de área ou superfície, temos como múltiplos do metro quadrado: o quilômetro quadrado (100 000 m^2), o hectômetro quadrado (10 000 m^2), o decâmetro quadrado (100 m^2). Como submúltiplos, temos: o decímetro quadrado (0,01 m^2), o centímetro quadrado (0,000 1 m^2) e o milímetro quadrado (0,000 001 m^2).

Unidade de Volume

O Sistema Métrico Decimal o metro cúbico (m^3) como unidade básica de volume. Um metro cúbico é o volume de um cubo com um metro de comprimento.

Volume é o espaço ocupado por um corpo.

Para medir o volume de um sólido, usamos outro sólido que chamamos de padrão. A unidade padrão utilizada está representada pelo cubo-unidade que tem 1 m de lado e desta forma para calcular o volume, basta v quantas vezes o cubo-unidade "cabe" no sólido do qual pretende-se calcular o volume.

Nas medidas de volume, temos como múltiplos do metro cúbico: o quilômetro cúbico (100 000 000 m^3), o hectômetro cúbico (100 000 m^3), o decâmetro cúbico (1000 m^3). Como submúltiplos, temos: o decímetro cúbico (0,001 m^3), o centímetro cúbico (0,000 0001 m^3), o milímetro cúbico (0,000 000 001 m^3).

Passaremos agora às transformações de medidas, isto é, a transformação das medidas apresentadas em outras unidades maiores ou menores.

Medidas de Comprimento

Nas medidas de comprimento temos: o quilômetro, o hectômetro, o decâmetro, o metro, o decímetro, o centímetro, o milímetro.

Quilometro (km)	Hectômetro (hm)	Decâmetro (dam)	Metro (m)	Decímetro (dm)	Centímetro (cm)	Milímetro (mm)
			1			
			1	0		
			1	0	0	
			1	0	0	0

Temos representado na tabela: **1 m= 10 dm = 100 cm= 1000 mm.**

Quilometro (km)	Hectômetro (hm)	Decâmetro (dam)	Metro (m)	Decímetro (dm)	Centímetro (cm)	Milímetro (mm)
			1			
		0,	1			
	0,	0	1			
0,	0	0	1			

Temos representado na tabela: **1 m= 0,1 dam = 0,01 hm = 0,001 km.**

Observação. A vírgula deve ser colocada na casa em que queremos ler a unidade de medida. Por exemplo, na tabela temos representado 1m e queremos converter para hectômetro. Devemos proceder da seguinte maneira: escrevemos o 1 na casa do metro completamos com zeros até chegarmos à casa do hectômetro e nela colocamos a vírgula. Logo, 1m = 0,01 hm.

Quilometro (km)	Hectômetro (hm)	Decâmetro (dam)	Metro (m)	Decímetro (dm)	Centímetro (cm)	Milímetro (mm)
1						
1	0					
1	0	0				
1	0	0	0			
1	0	0	0	0		
1	0	0	0	0	0	
1	0	0	0	0	0	0

Temos representado na tabela:
1 km = 10 hm = 100 dam = 1000 m = 10 000 dm = 100 000 cm = 1 000 000 mm.

Leitura

É importante saber ler um número representado na tabela.

Quilometro (km)	Hectômetro (hm)	Decâmetro (dam)	Metro (m)	Decímetro (dm)	Centímetro (cm)	Milímetro (mm)
			3	5		

Da maneira como está representado na tabela, podemos ler: 3 metros e 5 decímetros ou 35 decímetros. Ler um ou outro depende da unidade de medida que se deseja usar: metro ou decímetro.

Se a vírgula tivesse sido usada (situação 1 e 2), a unidade de medida

Situação 1.

km	hm	dam	m	dm	cm	mm	Escrita
			3,	5			3,5 m

Lemos “3 metros e 5 decímetros.”

Situação 2.

km	hm	dam	m	dm	cm	mm	Escrita
			3	5,			35 dm

Lemos “35 decímetros.”

Exemplos:

1. Faça a leitura dos números representados na tabela.

km	hm	dam	m	dm	cm	mm	Escrita
		1	3,	5	1		13,51 m
2,	1	2	7				2,127 km
				3	2,	6	32,6 cm
			1,	2			1,2 m
		0,	0	3			0,03 dam

Lemos:

Treze metros e cinqüenta e um centímetros.
Dois quilômetros e cento e vinte e sete metros.
Trinta e dois centímetros e seis milímetros.
Um metro e dois decímetros.
Zero decâmetro e três decímetros.

Observação. As maneiras de ler e escrever são as mesmas para as outras medidas.

Medidade de Massa

Nas medidas de massa temos: o quilograma, o hectograma, o decagrama, o grama, o decigrama, o centigrama, o miligrama.

Quilograma (kg)	Hectograma (hg)	Decagrama (dag)	Grama (g)	Decigrama (dg)	Centigrama (cg)	Miligrama (mg)
			1			
			1	0		
			1	0	0	
			1	0	0	0

Temos representado na tabela: **1 g = 10 dg = 100 cg = 1000 mg.**

Quilograma (kg)	Hectograma (hg)	Decagrama (dag)	Grama (g)	Decigrama (dg)	Centigrama (cg)	Miligrama (mg)
			1			
		0,	1			
	0,	0	1			
0,	0	0	1			

Temos representado na tabela: **1 g = 0,1 dag = 0,01 hg = 0,001 Kg.**

Observação. A vírgula deve ser colocada na casa em que queremos ler a unidade de medida. Por exemplo, temos representado, na tabela, 1g e queremos converter para hectograma. Devemos proceder da seguinte maneira: escrevemos o 1 na casa do grama, completamos com zeros até chegarmos na casa do hectograma e nela colocamos a vírgula. Logo, 1g = 0,01 hg.

Quilograma (kg)	Hectograma (hg)	Decagrama (dag)	Grama (g)	Decigrama (dg)	Centigrama (cg)	Miligrama (mg)
1						
1	0					
1	0	0				
1	0	0	0			
1	0	0	0	0		
1	0	0	0	0	0	
1	0	0	0	0	0	0

Temos representado na tabela: **1 kg = 10 hg = 100 dag = 1000 g = 10000 dg = 100000 cg = 1000000 mg.**

Medidas de Capacidade

Nas medidas de capacidade temos: o quilolitro, o hectolitro, o decalitro, o litro, o decilitro, o centilitro, o mililitro.

Quilolitro (kl)	Hectolitro (hl)	Decalitro (dal)	Litro (l)	Decilitro (dl)	Centilitro (cl)	Mililitro (ml)
			1			
			1	0		
			1	0	0	
			1	0	0	0

Temos representado na tabela: **1l = 10 dl = 100 cl = 1 000 m.**

Quilolitro (kl)	Hectolitro (hl)	Decalitro (dal)	Litro (l)	Decilitro (dl)	Centilitro (cl)	Mililitro (ml)
			1			
		0,	1			
	0,	0	1			
0,	0	0	1			

Temos representado na tabela: **1l = 0,1 dal = 0,01 hl = 0,001 kl.**

Observação. A vírgula deve ser colocada na casa em que queremos ler a unidade de medida. Por exemplo, na tabela temos representado 1l e queremos converter para quilolitro. Devemos proceder da seguinte maneira: escrevemos o 1 na casa do litro, completamos com zeros até chegarmos na casa do quilolitro e nela colocamos a vírgula. Logo, 1l = 0,001 kl.

Quilolitro (kl)	Hectolitro (hl)	Decalitro (dal)	Litro (l)	Decilitro (dl)	Centilitro (cl)	Mililitro (ml)
1						
1	0					
1	0	0				
1	0	0	0			
1	0	0	0	0		
1	0	0	0	0	0	
1	0	0	0	0	0	0

Temos representado na tabela: **1 kl = 10 hl = 100 dal = 1 000 l = 10 000 dl = 100 000 cl = 1 000 000 ml.**

Medidas de Área

Nas medidas de área ou superfície temos: o quilômetro quadrado, o hectômetro quadrado, o decâmetro quadrado, o metro quadrado, o decímetro quadrado, o centímetro quadrado, o milímetro quadrado.

Quilometro (km^2)	Hectometro (hm^2)	Decametro (dam^2)	Metro (m^2)	Decimetro (dm^2)	Centimetro (cm^2)	Milimetro (mm^2)
			1			
			1	00		
			1	00	00	
			1	00	00	00

Temos representado na tabela: **1 m^2= 100 dm^2 = 10 000 cm^2 = 1 000 000 mm^2.**

Quilometro (km^2)	Hectometro (hm^2)	Decametro (dam^2)	Metro (m^2)	Decimetro (dm^2)	Centimetro (cm^2)	Milimetro (mm^2)
			1			
		0,	01			
	0,	00	01			
0,	00	00	01			

Temos representado na tabela: **1 m^2= 0,01 dam^2 = 0,0001 hm^2 = 0,000 001 Km^2.**

Observação. A vírgula deve ser colocada na casa em que queremos ler a unidade de medida. Por exemplo, na tabela temos representado 1m^2 e queremos converter para hectômetro quadrado. Devemos proceder da seguinte maneira: escrevemos o 1 na casa do metro quadrado, completamos com dois zeros, em cada casa, até chegarmos na casa do hectômetro quadrado e nela colocamos a vírgula. Logo, 1m^2 = 0,0001 hm^2.

Quilometro (km^2)	Hectometro (hm^2)	Decametro (dam^2)	Metro (m^2)	Decimetro (dm^2)	Centimetro (cm^2)	Milimetro (mm^2)
1						
1	00					
1	00	00				
1	00	00	00			
1	00	00	00	00		
1	00	00	00	00	00	
1	00	00	00	00	00	00

Temos representado na tabela:
1 km^2 = 100 hm^2 = 10 000 dam^2 = 1 000 000 m^2 = 100 000 000 dm^2 = 10 000 000 000 cm^2 = 1000 000 000 000 mm^2.

Medidas de Volume

Nas medidas de volume temos: o quilômetro cúbico, o hectômetro cúbico, o decâmetro cúbico, o metro cúbico, o decímetro cúbico, o centímetro cúbico, o milímetro cúbico.

Quilometro (km^3)	Hectometro (hm^3)	Decametro (dam^3)	Metro (m^3)	Decimetro (dm^3)	Centimetro (cm^3)	Milimetro (mm^3)
			1			
			1	000		
			1	000	000	
			1	000	000	000

Temos representado na tabela:
1 m^3 = 1 000 dm^3 = 1000 000 cm^3 = 1 000 000 000 mm^3.

Quilometro (km^3)	Hectometro (hm^3)	Decametro (dam^3)	Metro (m^3)	Decimetro (dm^3)	Centimetro (cm^3)	Milimetro (mm^3)
			1			
		0,	001			
	0,	000	001			
0,	000	000	001			

Temos representado na tabela:
1m^3 = 0,001dam^3= 0,000 001hm^3 = 0, 000 000 001km^3.

Observação. A vírgula deve ser colocada na casa em que queremos ler a unidade de medida. Por exemplo, na tabela temos representado 1m^3 e queremos converter para hectômetro cúbico. Devemos proceder da seguinte maneira: escrevemos o 1 na casa do metro cúbico, completamos com três zeros até chegarmos casa do hectômetro cúbico e nela colocamos a vírgula. Logo, 1m^3 = 0,000 001 hm^3.

Quilometro (km^3)	Hectometro (hm^3)	Decametro (dam^3)	Metro (m^3)	Decimetro (dm^3)	Centimetro (cm^3)	Milimetro (mm^3)
1						
1	000					
1	000	000				
1	000	000	000			
1	000	000	000	000		
1	000	000	000	000	000	
1	000	000	000	000	000	000

Temos representado na tabela:
1 km^3 = 1 000 hm^3 = 1 000 000 dam^3 = 1 000 000 000 m^3 = 1 000 000 000 000 dm^3 = 1 000 000 000 000 000 cm^3 = 1 000 000 000 000 000 000 mm^3.

Lista de Atividades VIII

ATIVIDADE 1. Expresse nas medidas pedidas.

a) 70 hm= m	b) 4 m = dam	c) 9 m= km
d) 1,9 km= m	e) 50,1 dam= km	f) 648 mm= m
g) 986 000 m = km	h) 3,58 hm = km	i) 58 cm= km
j) 51 000 mm= km	k) 0,08 m= cm	l) 12,3 m= cm
m) 2,3 l = cl	n) 0,3 l = ml	o) 6,3 k l = dl
p) 20 l = kl	q) 4,20 hm = l	r) 83,2 cl = dl
s) 200 g = kg	t) 2123 g = dg	u) 2,005 hg = cg

ATIVIDADE 2. Quantos gramas há em:

a) 1kg =	b) 2,5 kg =	c) 3,5 kg =
d) 0,75 kg =	e) 13,3 kg =	f) 0,5 kg =
g) 5000 mg =	h) ½ kg =	i) 0,250 kg =
j) ¼ de quilograma =	k) 5,5 kg =	l) 3 hg =
m) 4,20 hg =	n) 21,23 mg =	o) 2,005 hg =

ATIVIDADE 3. Faça as conversões pedidas.

a) 1kg = hg	b) 2,05 kg = mg	c) 3,5 kg = dg
d) 0,75 kg = cg	e) 34,3 kg = cg	f) 0,5 kg = mg
m) 4,20 hg = kg	n) 201,7 mg = kg	o) 0,005 hg = g

ATIVIDADE 4. Quantos quilogramas há em:

a) 7 t =	b) 1,5 t =	c) 3,5 t =
d) 500 g =	e) 5000 g =	f) 750 g =

ATIVIDADE 5. Que fração de quilograma corresponde a:

a) 250 g =	b) 1 hg =	c) 3,5 dag =
d) 500 g =	e) 1 dag =	f) 750 g =

ATIVIDADE 6. O perímetro de um triângulo é a soma das medidas dos seus três lados. Sabendo que um determinado triângulo tem 26,5 cm e que um dos lados tem 8,4 cm de comprimento e o outro lado tem 120 mm de comprimento. Quanto mede, em centímetros, o terceiro lado?

ATIVIDADE 7. Quantos decímetros, centímetros e milímetros equivalem a 1 decâmetro? E a 1 hectômetro? E a 1 quilômetro?

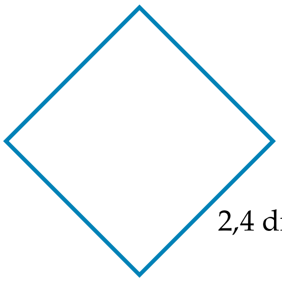
ATIVIDADE 8. O retângulo abaixo tem 8,6 cm de comprimento e o outro lado é 4 mm menor. Calcule o perímetro e a área do retângulo em centímetros.

8,6 cm

ATIVIDADE 9. Minha sala de aula é retangular e tem 3,56 m de comprimento e sua largura é 44 cm maior do que o comprimento. Calcule o perímetro, em metros, e a área do retângulo, em metros quadrados.

ATIVIDADE 10. Uma peça de tecido tem 12m. Vendeu-se três vezes de 2,50 m e duas vezes de 2,40 m. Quantos metros de tecido sobraram na peça?

ATIVIDADE 11. O lado do quadrado representado na tem 2,4 dm de comprimento. Qual é o perímetro desse quadrado? E sua área?



ATIVIDADE 12. Qual é o maior comprimento: 18 Km ou 18000 dm?

ATIVIDADE 13. Qual é o menor comprimento: 5000 cm ou 500 m?

ATIVIDADE 14. Qual é o maior comprimento: 12 dam ou 1200 mm?

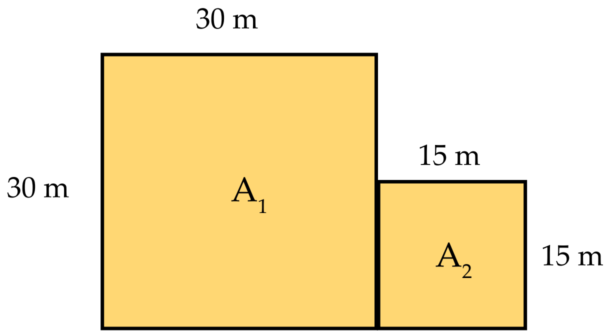
ATIVIDADE 15. Qual é o menor comprimento 3 hm ou 20 dam?

ATIVIDADE 16. Se 3,5 Kg de uma certa mercadoria custaram R$ 245,00, quanto custariam 500 g dessa mercadoria?

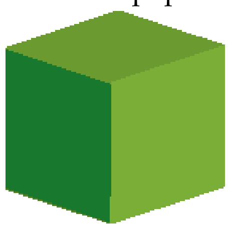
ATIVIDADE 17. Um balde cheio de água pesa 10 Kg e a água contida nele pesa 6,75 Kg. Qual o peso do balde vazio?

ATIVIDADE 18. Uma certa garrafa de refrigerante comporta 1,5 l. Pedrinho quer saber a quantas garrafas de 250 ml ela corresponde.

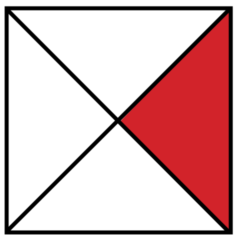
ATIVIDADE 19. Um terreno tem a forma representada na Suas medidas estão indicadas na Qual é a área desse terreno?



ATIVIDADE 20. A a seguir é uma caixa cúbica de papelão com 20 cm de aresta. Sabendo-se que cada face do cubo é uma região quadrada, quantos cm^2 de papelão foram usados para fazer essa caixa?



ATIVIDADE 21. Calcule a área da região colorida no quadrado de lados 3 cm.



ATIVIDADE 22. A é uma caixa de papelão com a forma de um bloco retangular. Este bloco tem 30 cm de comprimento, 20 cm de largura e 15 de altura. Quantos cm^2 de papelão foram usados para fazer essa caixa?

ATIVIDADE 23. Expresse nas medidas pedidas.

a) 7 hm^2= m^2	b) 4 m^2 = dam^2	c) 9 m^2= km^2
d) 1,9 km^2= m^2	e) 5 dam^2= km^2	f) 648 mm^2= m^2
g) 9 0 m^2= km^2	h) 3,58 hm^2 = km^2	i) 58 cm^2= km^2
j) 5,1 mm^2= km^2	k) 0,08 m^2= cm^2	l) 12,3 m^2= cm^2

ATIVIDADE 24. Expresse nas medidas pedidas.

a) 27 hm^3= m^3	b) 4 m^3 = dam^3	c) 4 m^3= km^3
d) 2,3912 km^3= m^3	e) 1,5 dam^3= km^3	f) 648 mm^3 = m^3
g) 9 0 m^3= km^3	h) 6,58 hm^3 = km^3	i) 55 cm^3= km^3
j) 56,1 mm^3= km^3	k) 0,07 m^3= cm^3	l) 102,3 m^3 = cm^3
m) 1 hm^3= m^3	n) 4,23 m^3 = dam^3	o) 0,9 m^3= km^3

ATIVIDADE 25. Um retângulo tem 1,25 m de base e 48 cm de altura. Expresse sua área, dm2, e seu perímetro, em dm.

ATIVIDADE 26. Seu João deseja gramar um terreno retangular de 8m por 15 m, usando placas quadradas de grama de 40 cm de lado. Quantas placas serão necessárias?

ATIVIDADE 27. Uma sala mede 6m de comprimento, 3 m de largura e 3 m de altura. Sabendo que a janela mede 5m por 1 m e a porta 1,10m por 2,10m, qual a quantidade de papel de parede para revesti-la. Qual a área do piso?

ATIVIDADE 28. Calcule a área do trapézio cujas bases medem 6m e 2m, com 2m de altura.

ATIVIDADE 29. Quantos lotes de 250 m^2 conseguimos, loteando uma chácara de 5 km de frente para a estrada e 1 km de fundo?

ATIVIDADE 25. Qual o volume de um cubo de 5 cm de altura?

ATIVIDADE 31. Calcule o volume do dado ao lado sabendo-se que ele tem 2 cm de aresta.

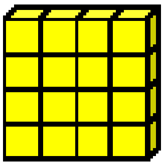
ATIVIDADE 32. Calcule o volume, em m^3, de um cubo de 25 cm de aresta.

ATIVIDADE 33. Calcule o volume, em dm3, de um cubo de 25,5 cm de aresta.

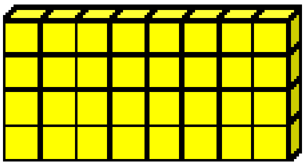
ATIVIDADE 34. Determine o volume de um reservatório, com a forma de paralelepípedo de medidas 14 dm, 8 dm e 10 dm.

ATIVIDADE 35. Quantos tijolos há em cada pilha?

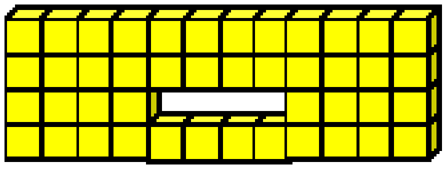
a)



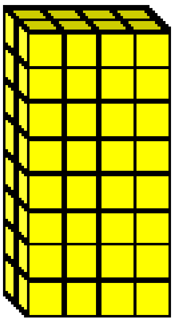
b)



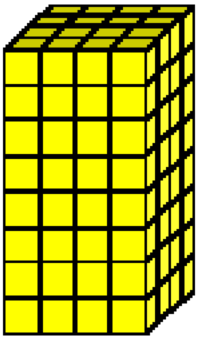
c)



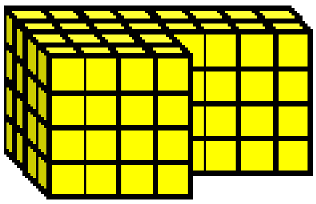
d)



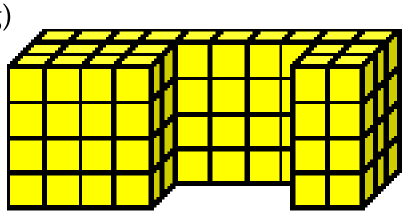
e)



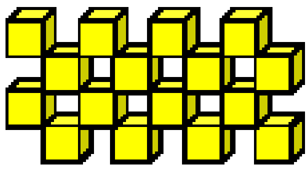
f)



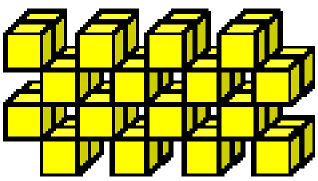
g)



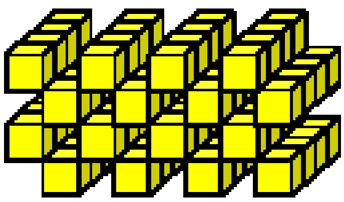
h)



i)



j)

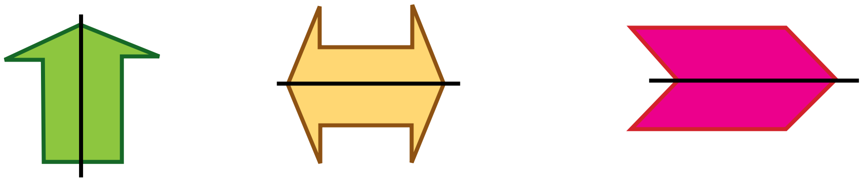


Capítulo VII

SIMETRIA

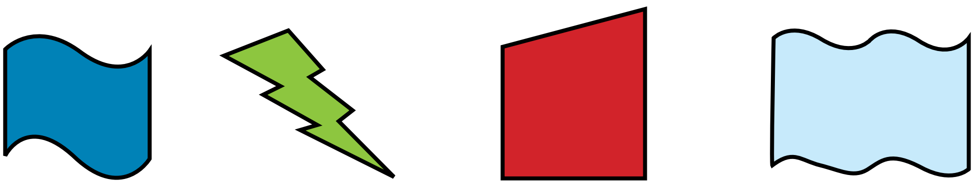
A Simetria está presente em diversas situações que nos rodeiam, em folhas de árvores, em vasos, etc. Ela serve como mecanismo de motivação e facilitação na aprendizagem de conceitos geométricos e na aquisição de uma visão espacial necessária a todo indivíduo. Também é um meio de se explorar a interdisciplinaridade na montagem de sua estrutura, colaborando e utilizando outras áreas. Procure responder às seguintes questões, antes de darmos continuidade ao texto.

3. Veja as abaixo e responda, qual a característica comum a todas elas?



4. V

5. V



6. Você já pode responder o que precisa acontecer para

7. O que é eixo de simetria?

8 Como construir uma simétrica com 1 eixo de simetria, utilizando-se de dobraduras?

9. Como construir uma com 2, 4, 6 e 8 eixos de simetria?

10. Como construir um triângulo eqüilátero? Qual o ângulo que precisamos formar? Você sabe como conseguí-lo com dobraduras?

11. Como construir uma com n eixos de simetria?

Inúmeras são as razões para se estudar simetria: a ampliação da percepção geométrica; sua presença na natureza; sua importância na natureza; seu uso na Matemática, possibilitando descobrir e demonstrar propriedades geométricas. O conceito de simetria permite explorar vários conceitos importantes da geometria, tais como: ponto, reta, paralelismo e perpendicularismo entre retas, alguns axiomas da Geometria Euclidiana[1], congruências, polígonos, movimentos de translação, rotação e desenvolve a criatividade, o espírito investigativo e o senso estético.
Segundo Milani (2001),

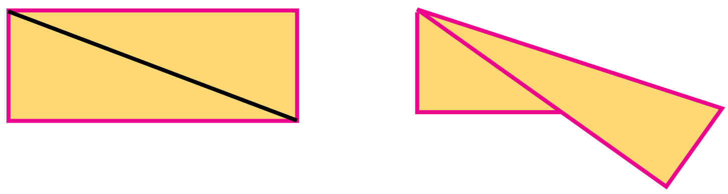
> O estudo de simetria em matemática pela possibilidade de tratar as propriedades geométricas de sob o ponto de vista do movimento com relação a um eixo ou ponto. As simétricas mantêm entre si forma e medidas de comprimento e de ângulos, ou seja, são iguais ou, mais precisamente, são congruentes apesar de ocuparem diferentes posições no espaço (pp. 186-187).

Como conseqüência dos novos direcionamentos do ensino de geometria, apontados pelos Parâmetros Curriculares Nacionais - PCN, os livros didáticos destinados ao Ensino Fundamental já começam a introduzir o conceito de simetria desde as séries iniciais. Os Parâ-

1 A geometria euclidiana caracteriza-se por tomar como axioma que por um ponto exterior a uma reta existe uma e somente uma reta paralela a reta dada.

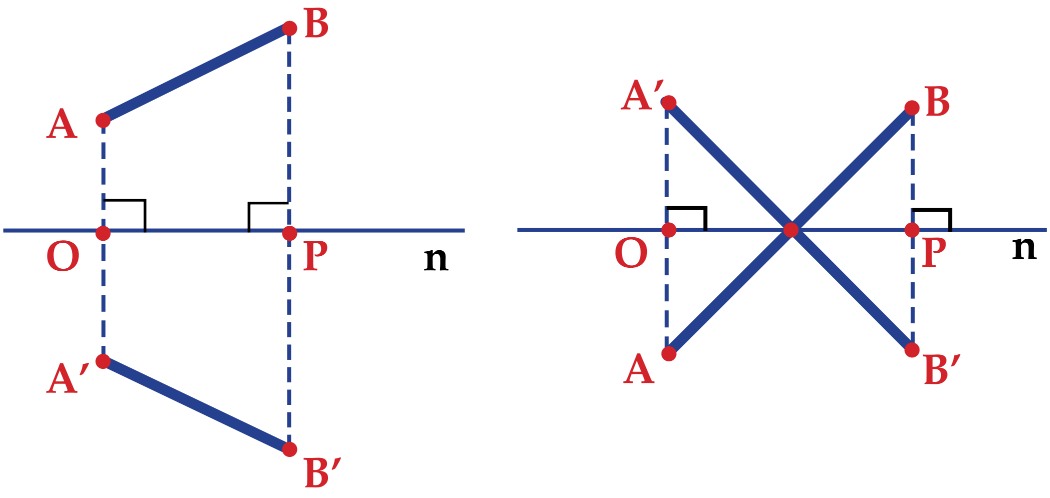
metros Curriculares Nacionais de Matemática sugerem que, do 2º ao 5º anos, a simetria seja abordada através de observação, percepção e conceituação de simétricas na natureza, em objetos, em obras de arte, entre outros.

Nos livros didáticos de Matemática (Séries Iniciais), o conceito de **simetria** é introduzido como característica de uma única cujo eixo divide-a exatamente ao meio, originando duas partes congruentes. Muitas vezes é apresentado da seguinte forma: “O borrão que apareceu no lado direito da folha tem a mesma forma e o mesmo tamanho do primeiro, porém um e outro estão em posições opostas. (...) os dois borrões são simétricos em relação à dobra de papel” (Bianchini e Miani, 2000, p. 201). O conceito de assimetria pode ser encontrado assim: “(...) pode-se notar que a diagonal do retângulo não é eixo de simetria, apesar de dividi-lo em duas partes congruentes” (Centurión et. al., 2003, p. 225).



Os livros didáticos abordam a simetria em letras, números e polígonos e sugerem atividades com diferentes materiais didáticos. Estas atividades são propostas com o objetivo de: observar e traçar eixos de simetria de completar a parte que falta de inseridas em papel quadriculado; recortar que apresentem um ou mais de um eixo de simetria.

Simetria axial: Na o segmento $\overline{AB}$ é simétrico do segmento $\overline{A'B'}$ em relação a reta n.



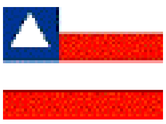
Em ambos os casos,

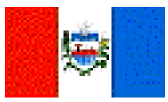
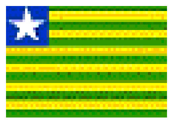
$$n \perp \overline{AA'} \text{ e } n \perp \overline{BB'}$$
$$\overline{AO} = \overline{OA'} \quad \overline{BP} = \overline{PB'}$$
$$Q \equiv Q'$$

Abordaremos o conceito de simetria com diversos materiais didáticos como, por exemplo: dobraduras e recortes, espelho, papel quadriculado, papel transparente, régua, esquadro e transferidor. O objetivo principal é colocá-los diante de diversas situações problema para a conceituação de simetria e eixo de simetria sendo abordados em diferentes contextos, em bandeiras, em placas, nas letras do alfa-

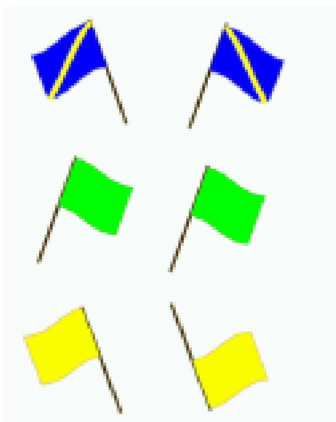
Bandeiras

As bandeiras são ótimos recursos para trabalharmos questões de simetria e operações de translação e rotação. Na verdade poderíamos trabalhar com bandeiras de diversos países ou de diversos estados brasileiros, pois muitas delas são simétricas e outras assimétricas.



Se estivermos trabalhando com as bandeiras dos estados brasileiros, além da simetria, os alunos teriam uma ótima oportunidade de conhecerem essas bandeiras, saberem um pouco a respeito dos costumes e tradições dessas regiões, bem como fazer sua localização no mapa do Brasil e calcular a distância de Campo Grande à capital deste Estado. Isto tudo vai depender dos eixos que vão sendo traçados no decorrer das atividades. Os alunos podem criar suas próprias bandeiras. A atividade a seguir, foi feita com bandeirinhas feitas pelos próprios alunos.



em qual dos casos temos uma translação ou uma rotação.

Placas de Sinalização

As placas de sinalização, amente, têm que ganhar um espaço na sala de aula, principalmente pela sua importância no nosso dia a dia. Saber interpretar o que cada uma delas quer dizer e saber respeitá-las, são pontos fundamentais e necessários, temos, por exemplo: placas de trânsito, placas indicando silêncio, hospital, não fume, proibido pisar na grama, entre outras. Estas placas também podem ser utilizadas para trabalharmos simetria, translações e rotações. Veja alguns exemplos de placas:

Na atividade abaixo, essas placas foram feitas utilizando o TuxPaint, recurso que possibilita a inversão, translação, e rotação de algumas Decida se as foram transladadas ou - xiona

Letras do Alfabeto

Muitas letras do alfabeto têm eixo de simetria. Use o espelho para encontrar o eixo de simetria, se for o caso.

A B C D E F

G H I J K L

M N O P Q R

S T U V X Z W

Algumas letras do alfabeto, observadas no espelho, conforme mostra a aparecem inalteradas, enquanto outras não. Um exem-

As que têm um eixo de simetria horizontal são as que aparecem inalteradas quando vistas num espelho colocado verticalmente sobre a mesa. No alfabeto há 9 letras com essa propriedade. Quais são elas?

Números

Assim como as letras, alguns números são simétricos outros não. Colocando o espelho em pé, sobre cada um dos números abaixo, procure eixos de simetria e risque-os com lápis.

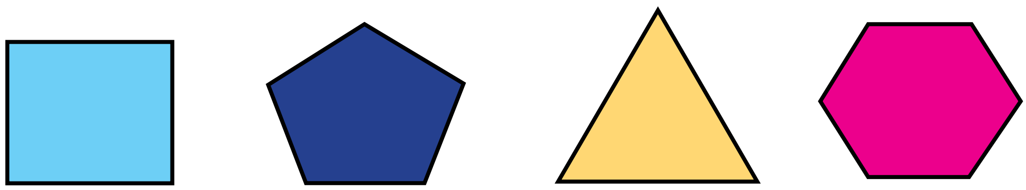
1 2 3 4 5

6 7 8 9 0

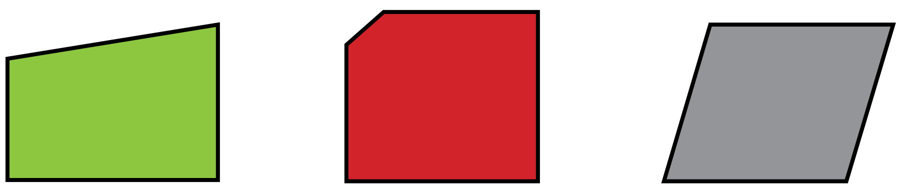
Dos dez algarismos do nosso sistema de numeração, quais têm eixo de simetria? Trace seus eixos de simetria.

Polígonos

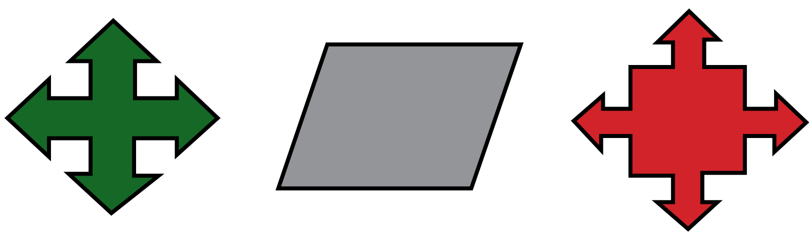
1. Também existe simetria nos polígonos. Observe a simetria dos seguintes polígonos.



2. Observe a assimetria dos seguintes polígonos.

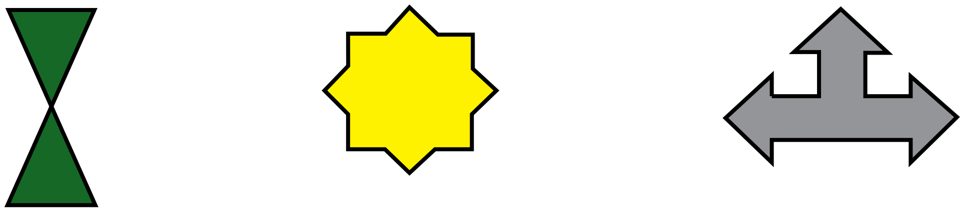


3. Observe e diga qual dos polígonos abaixo não têm eixo de simetria?

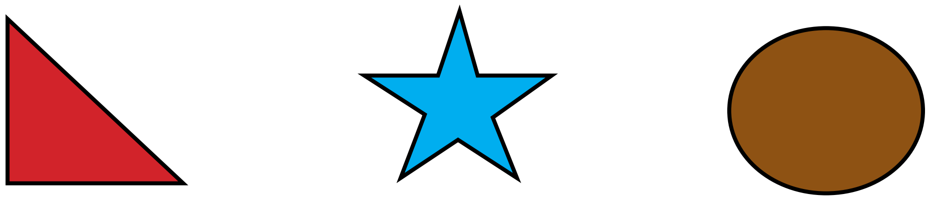


4. Desenhe polígonos que não têm eixo de simetria?

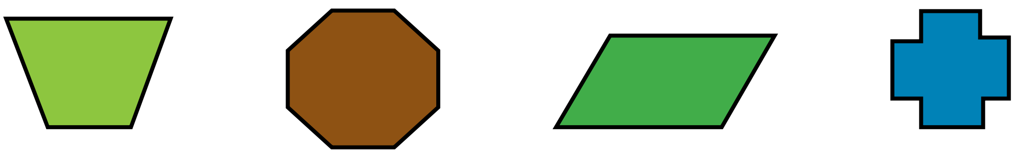
6. Qual dos polígonos abaixo tem apenas um eixo de simetria?



7. Qual dos polígonos abaixo tem mais de um eixo de simetria?



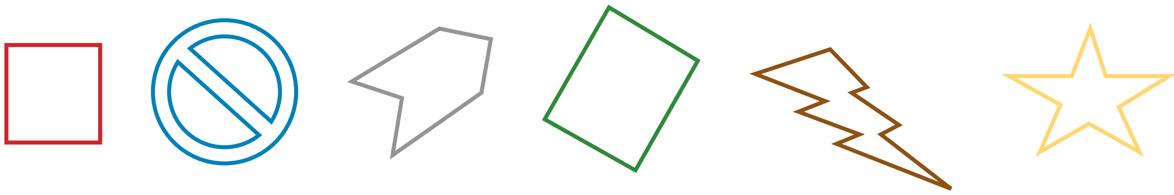
8. Qual dos polígonos abaixo não tem eixo de simetria?



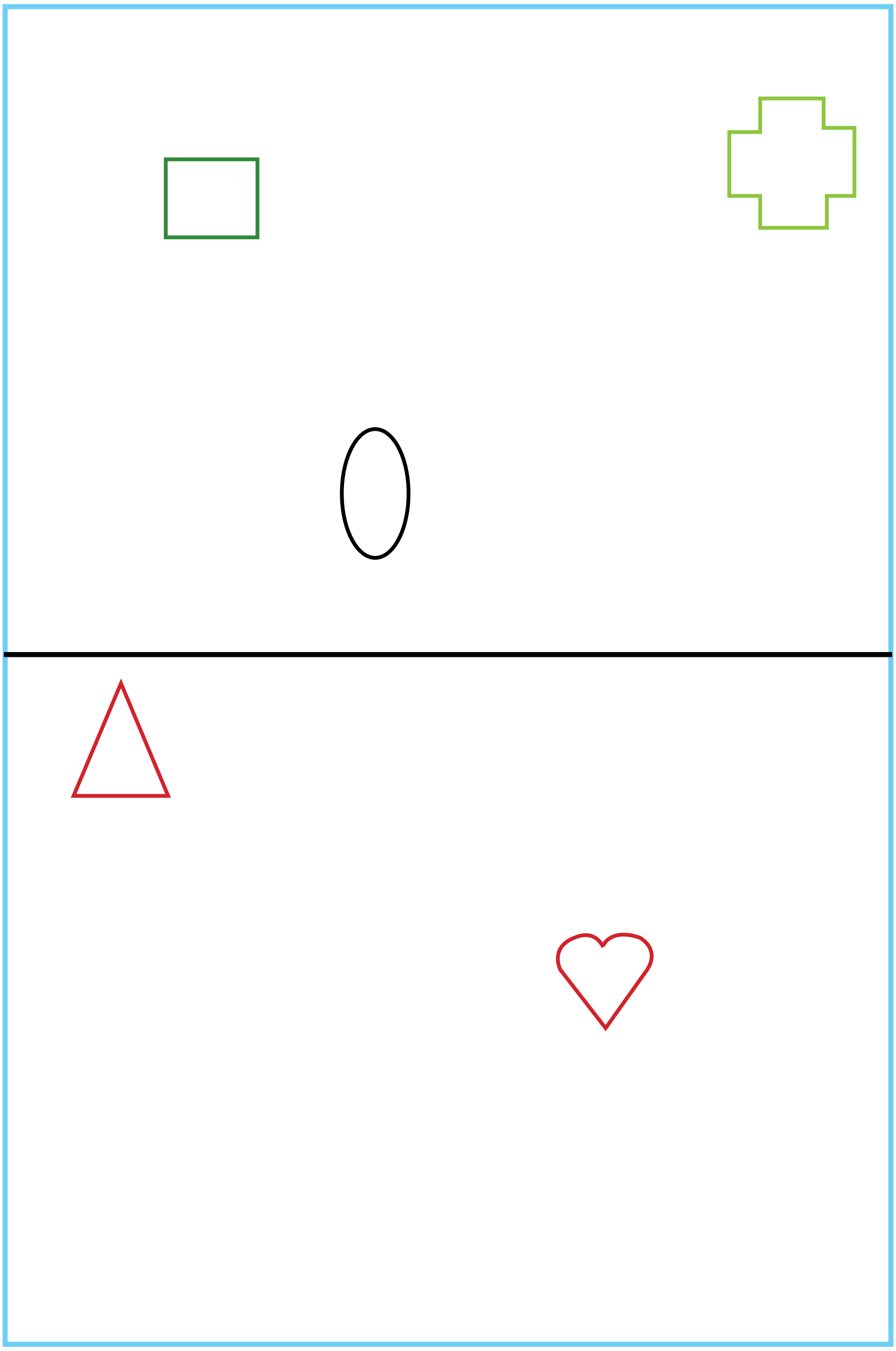
9. Responda as atividades, utilizando dobraduras e da folha I (Anexo).

POLÍGONO	NÚMERO DE EIXOS DE SIMETRIA
QUADRADO	
RETÂNGULO	
LOSANGO	
PARALELOGRAMO	
TRAPÉZIO ISÓSCELE	
HEXÁGONO REGULAR	
TRIÂNGULO EQUILÁTERO	
TRIÂNGULO ISÓSCELE	
TRIÂNGULO ESCALENO	
CÍRCULO	

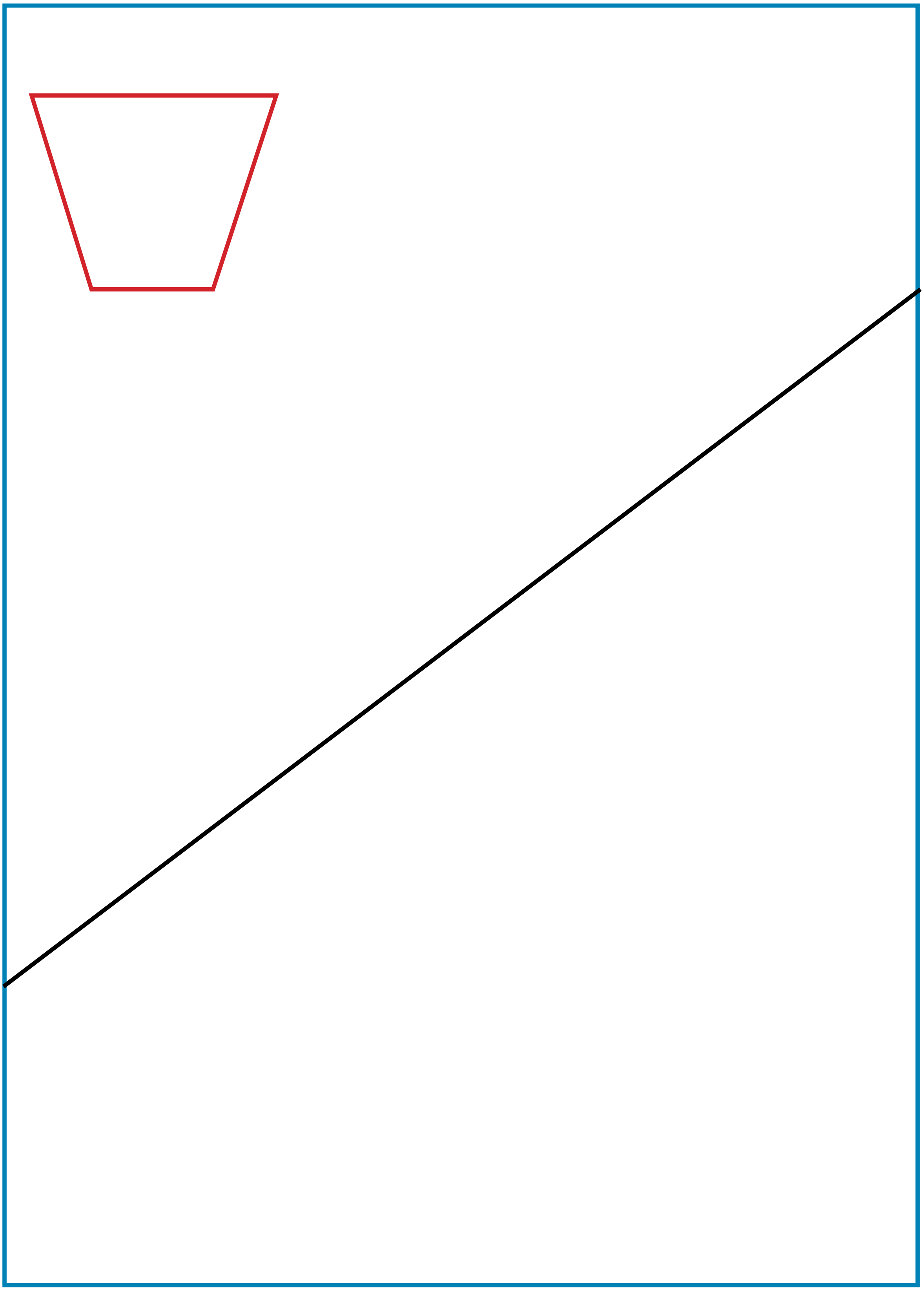
10. Observe as abaixo. Sem dobrá-las ou recortá-las, risque com caneta e régua os eixos de simetria das dadas, caso elas possuam.



11. Faça a das dadas em relação ao eixo de simetria (reta preta). Você pode utilizar o artifício de dobrar na linha preta.

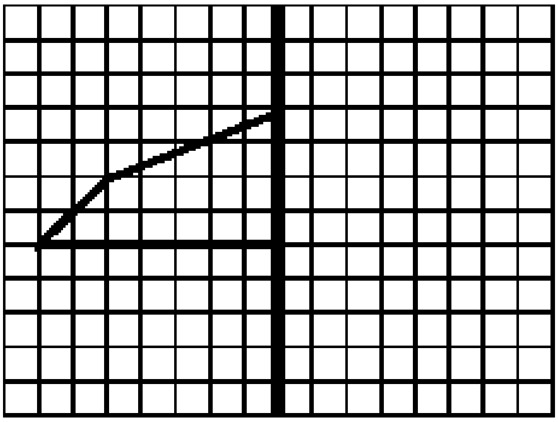


12. Desenhe o simétrico do quadrilátero dado em relação ao eixo de simetria (reta preta Inclinada).

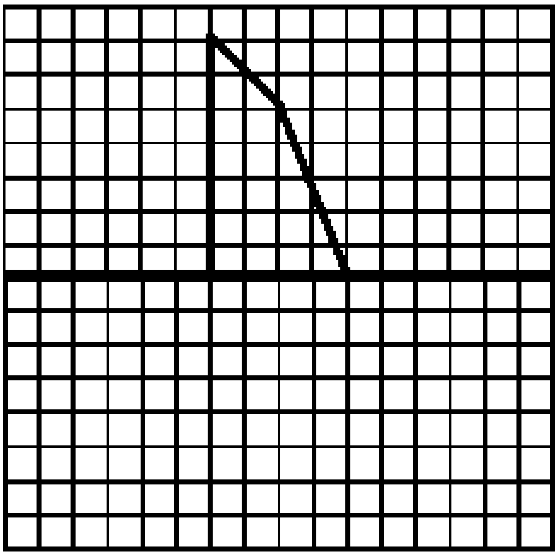


13. As   dadas são simétricas em relação à reta preta (eixo de simetria). Desenhe a outra parte.

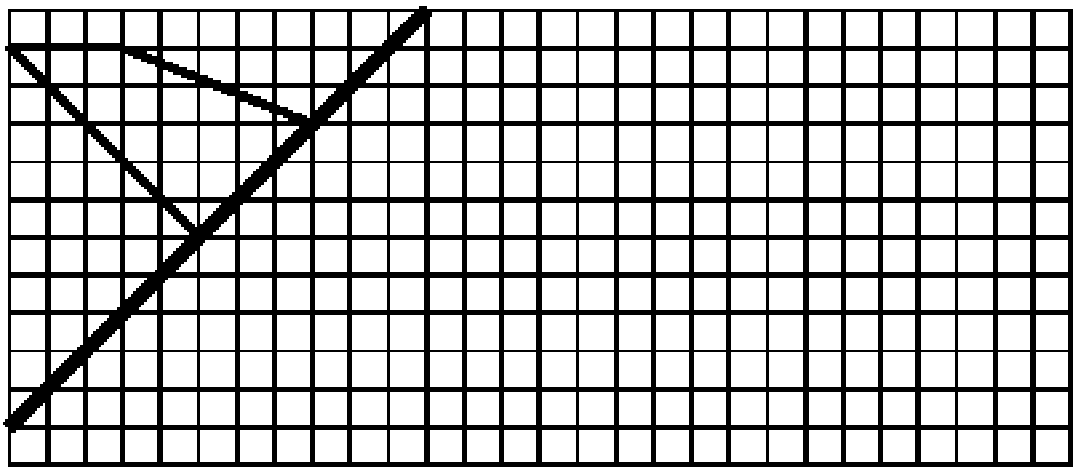
a)



b)



c)



As atividades 10, 11, 12 e 13 fazem parte da dissertação de Mestrado: **"Um estudo sobre procedimentos e invariantes operatórios utilizados por alunos do IV Ciclo do Ensino Fundamental na resolução de problemas de simetria axial"** – Magda Cristina J. G. Mongelli - 2005

MATERIAIS DIDÁTICOS

No estudo da geometria temos uma grande variedade de materiais didáticos que podem auxiliar-nos no ensino e aprendizagem da geometria plana e alguns softwares, como o Poly. Os materiais didáticos, além de possibilitar a compreensão e construção de conceitos, podem também ajudar na capacidade de generalização. São muitas vezes materiais simples e que podem ser construídos pelo professor ou pelos próprios alunos para serem utilizados em sala de aula. Vamos estudar o Tangram e o Geoplano, mas não vamos fugir dos conteúdos das Séries Iniciais, uma vez que esses têm muita aplicabilidade e varrem um grande número de conteúdos matemáticos.

Geoplano - Geometria ponto-a-ponto

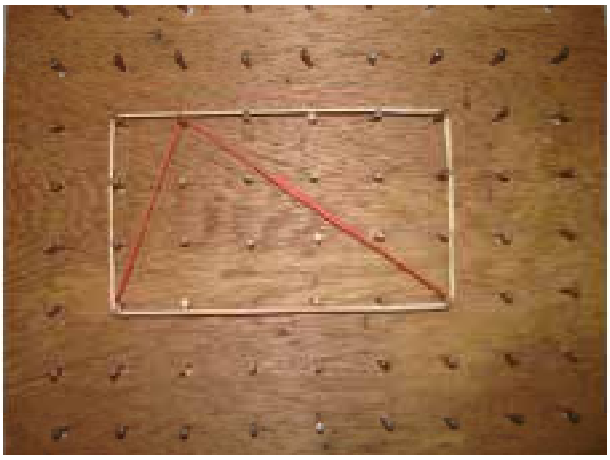
Geoplano é um material feito a partir de uma tábua quadrada ou retangular e pregos dispostos horizontal e verticalmente, respeitando-se uma mesma distância entre esses pregos (na horizontal e vertical). Veja a foto do geoplano quadrangular (a disposição dos pregos forma uma rede de quadrados) e do triangular (a disposição dos pregos forma uma rede de triângulos). O primeiro é o mais utilizado em sala de aula.

Geoplano Quadrangular

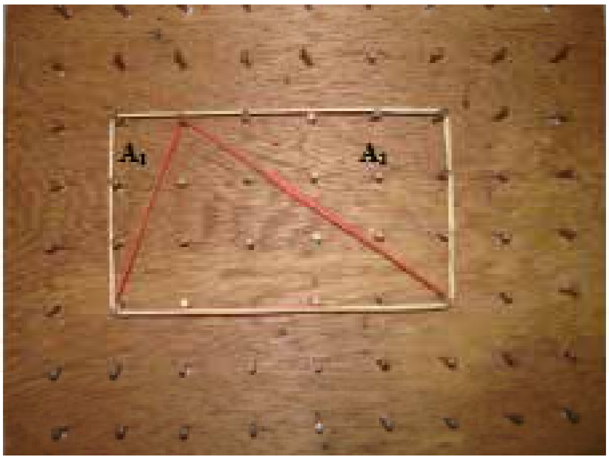
Geoplano Triangular

O geoplano pode ser usado, com a utilização de elásticos, para a construção de geométricas (polígonos), assim como no cálculo de seus ângulos, seus perímetros e suas áreas. Se tomarmos o menor quadrado formado por 4 (quatro) pregos e o como sendo uma unidade de área, conseqüentemente seu lado medirá 1 (uma) unidade de comprimento. A partir desse quadrado poderemos determinar a área e o perímetro de diversas geométricas. Apresentamos alguns exemplos a seguir.

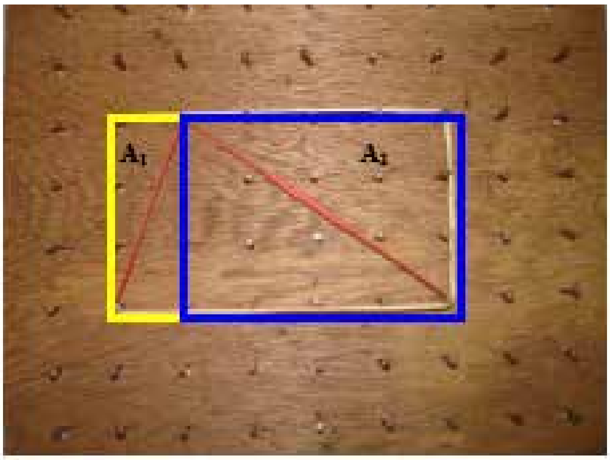
1. Encontrar a área do triângulo vermelho.



Resolução. Queremos encontrar a área do triângulo vermelho, então com elástico montamos o retângulo que o contém, e sua área é igual a 15 ua. A área do triângulo vermelho nada mais é do que a área do retângulo branco menos as áreas A_1 e A2 , como podemos observ

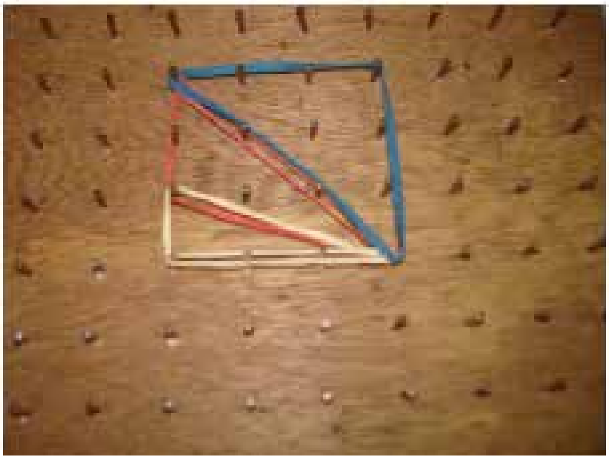


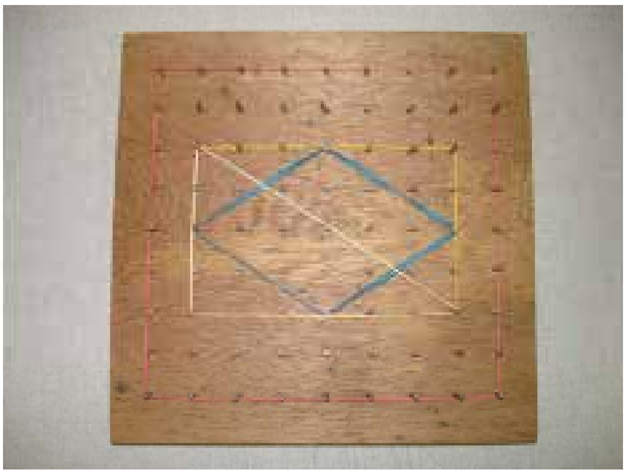
A área do retângulo (na em amarelo) que contém A_1 é igual a 3 ua e portanto a área do triângulo A_1 é a metade de 3 ua, que é 1,5 ua. Da mesma maneira, a área do retângulo (na em azul) que contém A_2 é igual a 12 ua e a área do triângulo A_2 é 6ua.



Logo, a área do triângulo vermelho é igual a 7,5 (15 – 1,5 – 6).

2. Encontrar a área do triângulo vermelho.

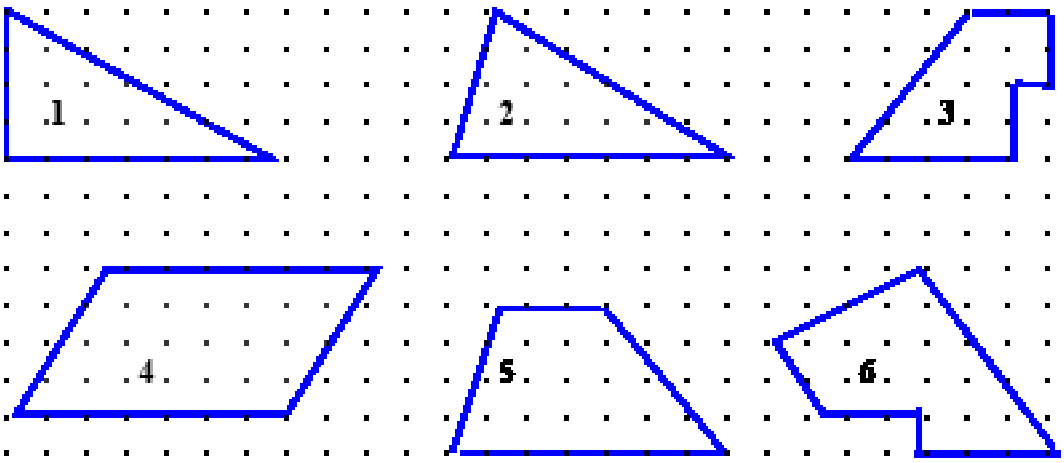




Resolva os dois exercícios propostos anteriormente.

Lista de Atividades IX

3. Observe as construídas no geoplano, calcule as suas áreas e perímetros (sem usar as conhecidas fórmulas de áreas).



4. Construa o menor e o maior quadrado possíveis.

5. Construa um quadrado no geoplano, calcule a sua área e seu perímetro.

6. Construa um retângulo no geoplano, calcule a sua área e seu perímetro.

7. Construa diferentes triângulos no geoplano e dê suas características.

8. Construa diferentes trapézios no geoplano e dê suas características.

9. Construa no geoplano geométricas quaisquer e dê, para cada uma delas, seu nome e suas características.

10. Construa no geoplano geométricas quaisquer, com formas diferentes, de mesma área e perímetros diferentes, outras com mesmo perímetro e áreas diferentes e ainda algumas com formas diferentes e áreas e perímetros iguais.

11. Construa um losango e um trapézio no geoplano de modo que ambos possuam 6 unidades de área.

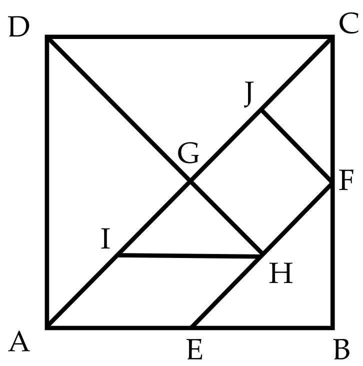
12. Usando o geoplano, deduza as fórmulas de áreas do triângulo, do paralelogramo, do trapézio e do losango.

TANGRAM - As sete tábuas da Sabedoria

O Tangram nada mais é do que um quebra-cabeça formado por sete peças. Na sua composição existem cinco triângulos isósceles retângulos: dois grandes, um médio e dois pequenos, um quadrado e um paralelogramo. As sete peças são obtidas pela divisão de um quadrado, como veremos a seguir. Para muitos, o Tangram é um grande desenvolve a criatividade, exercita a paciência, ao mesmo tempo em que exercita a imaginação, e também exige alguns conceitos da geometria elementar. Como material didático para o ensino e aprendizagem de geometria, é de grande utilidade

Como construir o Tangram e suas regras

O Tangram pode ser construído com um pedaço de cartolina, ou papelão ou outro material resistente, riscando a anterior e recortando-a em seguida, observando o fato que os pontos E, F, G, H, I e J são os pontos médios, respectivamente, dos lados AB, $\overline{BC}$, $\overline{AC}$, $\overline{EF}$, $\overline{AG}$ e $\overline{GC}$. Sua construção poderá ser feita pelos próprios alunos.



Observe que o Tangram pode ser facilmente obtido através de dobradura (sempre dobrando no ponto médio) e recorte.

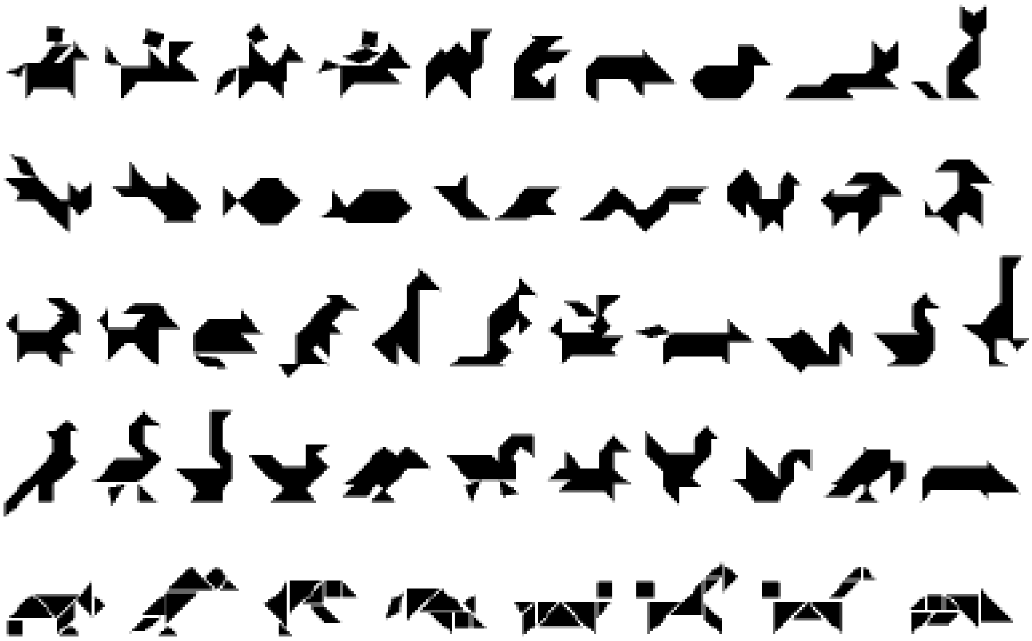
O é formar com estas sete peças, obedecendo a certas regras, são elas:

- É necessário, em cada usar sempre sete peças

- As formadas são planas, isto é, as sete peças devem repousar sobre uma superfície plana. Não é permitido sobrepor peças.

podem ser formadas com a combinação destas sete peças. Para formar uma determinada é necessária uma dose de habilidade, concentração e é importante conhecer bem as sete formas geométricas, analisar bem a e perceber certas relações entre as formas do Tangram e a que se deseja formar.

Figuras que podem ser feitas utilizando as sete peças do Tangram.



Como utilizar o quebra-cabeça em sala de aula: num primeiro momento as sendo dadas como na última acima, em que os alunos apenas devem sobrepor as peças, ou copiá-las ao lado; num segundo momento, como nas demais em que o desa- é bem maior, a visualização ou movimentação (giro) das peças é importante, trabalhando com a coordenação motora.

A Matemática no Tangram

Para lidarmos com o Tangram é necessário que tenhamos conhecimento de conceitos de geometria. A idéia mais explorada é o princípio de conservação de área: "se uma é decomposta em n -ras F_1, F_2, F_3,..., F_n , então a área da é a soma das áreas de F_1, F_2, F_3,..., F_n.". Devemos levar os alunos a perceber que o fracionamento ação de um atributo.

Dê um exemplo concreto para mostrar aos alunos que o fracionamento de uma nem sempre garante a conservação de um atributo. Deposite sua contribuição no **MATERIAL DO ALUNO.**

O Tangram na sala de aula

Nas Séries Iniciais, o Tangram pode ser introduzido para reconhecimento das (gato, pato, coelho) e formas (triângulo, quadrado, paralelogramo, e outras geométricas). Os conteúdos que podem ser trabalhados são: de relações entre semelhança de triângulos; perímetro; sistemas de equações; frações e equivalência de frações; equivalência de áreas; congruências; teorema de Pitágoras.

Lista de Atividades X

a) Decomposição de figuras e relações entre áreas

1. Recobrir o triângulo médio com dois triângulos.

2. Recobrir o quadrado com os dois triângulos pequenos.

3. Recobrir o paralelogramo com os dois triângulos pequenos.

4. Recobrir o triângulo grande com três triângulos.

5. Recobrir o triângulo grande com dois triângulos pequenos e o quadrado.

6. Recobrir o triângulo grande com dois triângulos pequenos e o paralelogramo.

b) Decomposição de figuras e reorganização

1. Construir um quadrado com os dois triângulos pequenos.

2. Construir um quadrado com um paralelogramo, dois triângulos

pequenos e um triângulo grande.

3. Construir um quadrado com um triângulo grande, um triângulo médio e com dois triângulos pequenos.

4. Construir um quadrado com um triângulo grande, um quadrado e com dois triângulos pequenos.

5. Construir um quadrado com os três triângulos (um médio e dois pequenos).

6. Construir um quadrado com 5 peças.

7. Construir um quadrado com 6 peças.

8. Construir um quadrado com todas as peças.

9. Construir um trapézio com um quadrado e dois triângulos pequenos.

10. Construir um trapézio com dois triângulos grandes, dois triângulos pequenos e o quadrado.

11. Construir um trapézio com 5 triângulos.

12. Construir um trapézio com todas as peças.

13. Construir um retângulo (não quadrado) com dois triângulos pequenos e o quadrado.

14. Construir um retângulo (não quadrado) com dois triângulos pequenos e o paralelogramo.

15. Construir um retângulo (não quadrado) com dois triângulos pequenos, dois triângulos grandes e o paralelogramo.

16. Construir um retângulo (não quadrado) com os cinco triângulos.

17. Construir um retângulo (não quadrado) com todas as peças.

18. Construir um paralelogramo (não retangular) com dois triângulos grandes.

19. Construir um paralelogramo (não retangular) com dois triângulos pequenos e o quadrado.

20. Construir um paralelogramo (não retangular) com dois triângulos pequenos e o paralelogramo.

21. Construir um paralelogramo (não retangular) com todas as peças.

22. Construir um pentágono com todas as peças.

23. Construir um hexágono com todas as peças.

c) Noção de áreas e perímetros e relação entre elas

1. Considerando o quadrinho do Tangram como tendo área igual a 1, complete a tabela a seguir.

FIGURA	PERÍMETRO	ÁREA
Quadrado		
Triângulo Pequeno		
Triângulo Médio		
Triângulo grande		
Paralelogramo		
Quadrado com duas peças		
Quadrado com quatro peças		
Quadrado com cinco peças		
Quadrado com todas as peças		

2. Formar um quadrilátero de área 2 e perímetro máximo.
3. Formar um quadrilátero de área 5 e perímetro máximo.
4. Construa um polígono de área 5 e perímetro máximo.
5. Construir um triângulo de área igual a 4,5.
6. Construir paralelogramos de áreas 1 e 6.
7. Construir retângulos de áreas 2 e 4.
8. Construir um trapézio de área 3.
9. Construir um retângulo de área 8.

Entre no site **http://rachacuca.com.br/tangram/** e divirta-se resolvendo quebra-cabeças com o Tangram. Todas as atividades anteriores podem ser resolvidas utilizando este site.

Sugestões para o Trabalho da Disciplina: Seminário de Pesquisa

• Monte uma seqüência didática utilizando o software Poly, aplique-a um grupo de alunos e escreva um material contando sua experiência, acrescentando sua seqüência de atividades e as conclusões a que chegou.

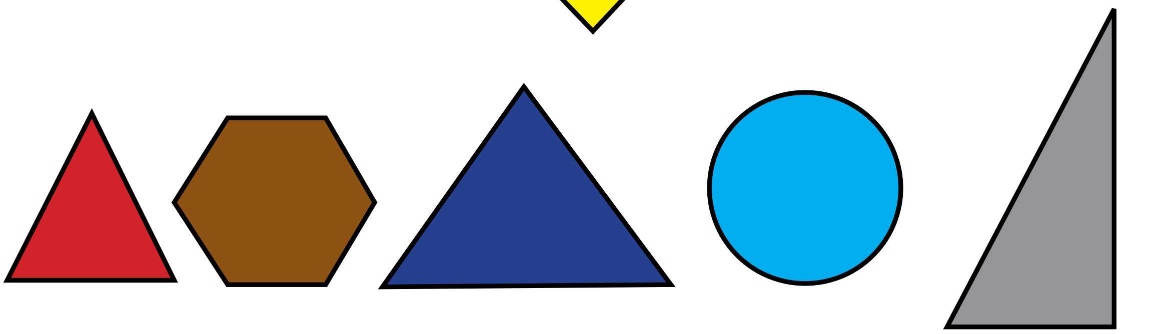
• Monte uma seqüência didática utilizando um material concreto de manipulação, aplique-a a um grupo de alunos e escreva um material contando sua experiência, acrescentando sua seqüência de atividades e as conclusões a que chegou.

• Monte uma seqüência didática utilizando os sólidos geométricos tridimensionais, aplique-a a um grupo de alunos e escreva um material contando sua experiência, acrescentando sua seqüência de atividades e as conclusões a que chegou.

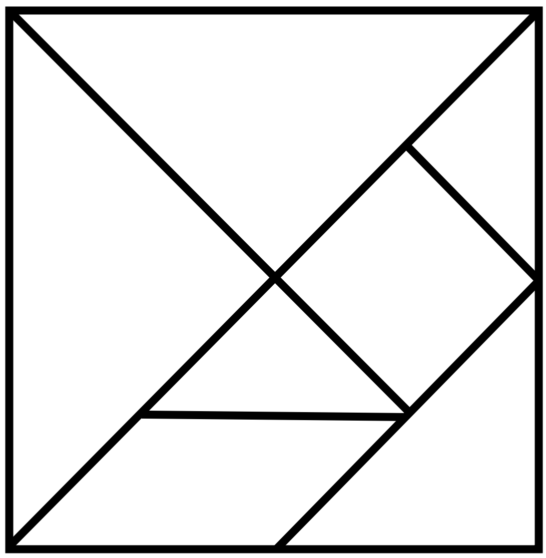
• Monte uma seqüência didática utilizando os sólidos geométricos bidimensionais, aplique-a a um grupo de alunos e escreva um material contando sua experiência, acrescentando sua seqüência de atividades e as conclusões a que chegou.

Anexo I

FOLHA I (RECORTE)



Anexo II



REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros Curriculares Nacionais, Matemática (1o. e 2o. ciclos do Ensino Fundamental) - Brasília, MEC/SEF, 1997.

BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros Curriculares Nacionais, Matemática (3o. e 4o. ciclos do Ensino Fundamental) - Brasília, MEC/SEF, 1998.

BITTAR, M. & FREITAS J.L.M. Fundamentos e metodologia de matemática para os ciclos iniciais, publicação da EAD-UFMS, Campo Grande-MS, a aparecer.

CANDIDO, Suzana Laino. Formas num mundo de formas. São Paulo, Editora Moderna, 2000.

CARRAHER, Terezinha Nunes. Aprender Pensando. São Paulo, Vozes, 1994.*

CENTURIÓN, Marília. Conteúdo e Metodologia de Matemática. Números e Operações. São Paulo: Editora Scipione, 1994.

DANTE, Luiz Roberto. Didática da resolução de problemas de matemática. 3.ed., São Paulo: Ática, 1991.

DANTZIG, TOBIAS, Número – A linguagem da Ciência, Zahar Editores, Rio de Janeiro, 1970 – Tradução de Sérgio Goes de Paula, pág. 17.

FIORENTINI, Dario e MIORIM, Maria Ângela (organizadores). Por trás da porta, que matemática acontece? Editora Graf. FE/Unicamp-CEMPEM, Campinas, SP, 2001.

KALEFF, A.M.M.R. Vendo e Entendendo Poliedros. Niterói: EdUFF, 1998.

KISHIMOTO, Tizuko M. Jogos, brinquedos, brincadeiras e a educação. 2a. ed. São Paulo: Cortez, 1998.

Revista do Professor de Matemática. Publicação da Sociedade Brasileira de Matemática.

REZENDE, J. F. de ; SANTOS, V.M.P. dos (org). Números Linguagem Universal. Rio de Janeiro: Editora de UFMS, 1997.

SANTOS, Vania Maria Pereira dos Santos (org). Avaliação de Aprendizagem e Raciocínio em Matemática. Rio de Janeiro; Editora da UFMS, 1997.

SOUZA, Júlio César de Mello e. Matemática Divertida e Curiosa. Rio de Janeiro: Editora Record, 2002.

TOLEDO, Marília; TOLEDO, Mauro. Didática de Matemática; como dois e dois; a construção da Matemática (Conteúdos e metodologia). São Paulo; Editora FTD, 1997.

VALENTE, J.A. "Diferentes Usos do Computador na Educação". Em Aberto. N° 57. Ano 12. pp.3 a 16, 1993.

REFERÊNCIAS ELETRÔNICAS

Neste volume são abordados os números decimais utilizando material concreto sapateira estendida para os décimos. Trabalhamos as medidas e para finalizar abordados tópicos da geometria plana.

No desenvolvimento dos temas, buscou-se estar de acordo com as tendências pedagógicas atuais, dentre elas o recurso a História da Matemática, ao uso de novas tecnologias da comunicação, ao uso de materiais concretos e à resolução de problemas.

UFMS
Universidade Federal de Mato Grosso do Sul

ead
Coordenadoria de Educação Aberta e a Distância

UAB
UNIVERSIDADE ABERTA DO BRASIL

ISBN 978-85-7613-181-6
9 788576 131816