



Serviço Público Federal
Ministério da Educação
Fundação Universidade Federal de Mato Grosso do Sul



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE MATO GROSSO DO SUL
INSTITUTO DE MATEMÁTICA**

MARIA GABRIELA DOS REIS YULE

**O ENSINO DAS EQUAÇÕES DE 1º GRAU EM UM ESTUDO DO LIVRO
DIDÁTICO**

Campo Grande – MS
Novembro – 2023



Serviço Público Federal
Ministério da Educação
Fundação Universidade Federal de Mato Grosso do Sul



MARIA GABRIELA DOS REIS YULE

**ENSINO DAS EQUAÇÕES DE 1º GRAU POR MEIO DO ESTUDO DO LIVRO
DIDÁTICO**

Trabalho de conclusão de curso apresentado como requisito parcial optativo no Curso de Matemática – Licenciatura da Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, sob orientação da Profª. Drª. Sonia Maria Monteiro da Silva Burigato.

Campo Grande – MS
Novembro – 2023



MARIA GABRIELA DOS REIS YULE

**ENSINO DAS EQUAÇÕES DE 1º GRAU POR MEIO DO ESTUDO DO LIVRO
DIDÁTICO**

MEMBROS COMPONENTES DA BANCA EXAMINADORA

Presidenta e Orientadora: Profª Drª Sonia Maria Monteiro da Silva Burigato.
Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, Campus de Campo Grande.

Membro Titular: Profª Drª Cintia Melo dos Santos.
Universidade Federal da Grande Dourados – UFGD

Membro Titular: Profa. Ma. Jéssica Serra Corrêa da Costa
Secretaria de Educação – SED/MS

Data da defesa: 04/12/2023

Campo Grande – MS, de novembro de 2023



Serviço Público Federal
Ministério da Educação
Fundação Universidade Federal de Mato Grosso do Sul



Dedico este trabalho aos meus pais, cujo apoio incansável e esforço constante foram fundamentais para que eu pudesse focar inteiramente nos meus estudos universitários.



AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar, expresso minha gratidão a Deus por tornar realidade este sonho e por permanecer ao meu lado em todos os momentos, proporcionando-me saúde, tranquilidade e sabedoria para enfrentar os desafios. Além disso, agradeço à Nossa Senhora pela sua intercessão ao longo de minha jornada acadêmica, tornando possível a realização deste tão almejado objetivo.

De maneira carinhosa, expresso minha profunda gratidão à minha mãe, Rosangela dos Reis Rodrigues Yule, por seu apoio incondicional nos estudos, fornecendo suporte nos momentos difíceis com sabedoria e gentileza. Agradeço também ao meu pai, Celso Lima Yule, que sempre dedicou suas preces a mim e me inspirou a trilhar meu caminho com discernimento, responsabilidade e ética.

Agradeço imensamente à minha irmã Hellen Caroline do Reis Yule e à minha namorada Natalia Gabrieli dos Santos Fagundes Euzébio, por estarem ao meu lado durante toda a trajetória e por servirem de inspiração em meu compromisso com os estudos, contribuindo para que eu me torne uma professora exemplar.

Aos meus familiares, em especial aos meus avós, que desde o início da jornada acadêmica até este momento de conclusão do curso, dedicaram suas preces e apoio constante, abençoando meus estudos e proporcionando momentos de paz e tranquilidade. Quero expressar meu agradecimento especial à minha Madrinha Rosemar dos Reis Rodrigues, que se tornou uma inspiração no meu percurso educacional, motivando-me a dedicar-me mais e a buscar incessantemente o conhecimento, e também por ensinar-me o valor inestimável da educação.

De forma especial, agradeço aos meus professores da graduação que foram essenciais na minha formação, me proporcionando um ensino de qualidade e me inspirando como uma futura educadora. Em particular, a minha professora orientadora Sonia Maria Monteiro da Silva Burigato, por me apoiar e incentivar nesse trabalho e em futuros projetos, além de me ensinar a educar com responsabilidade, sabedoria e gentileza.



Agradeço aos professores Ana Grealmann e Emerson Jarcem por serem fontes inspiradoras ao longo do ensino fundamental e médio, orientando-me na jornada rumo à formação como professora de matemática. Foi por meio das suas aulas que o sonho e a paixão pelo ensino se enraizaram em meu coração, cultivando, desde o sexto ano, o desejo fervoroso de compartilhar o conhecimento da matemática.

Em especial agradeço aos meus amigos e colegas de curso Michelle Ventura e Giovane Iop, por permanecerem ao meu lado ao longo da minha graduação, me incentivando e apoiando em cada desafio encontrado, além de serem fontes de amparo nos momentos difíceis, e também por zelarem pela minha saúde mental me ajudando a persistir nos meus sonhos e estudos.

Aos meus colegas Raphael Marques, Rafael Campos, João Paulo, Gabriel Sother e Maria Eduarda, por serem fontes de inspiração, pelos ensinamentos trocados, incentivo e apoio, me proporcionando momentos de risadas, descontrações e principalmente de estudos.

Agradeço aos meus amigos Larissa Freitas, Fabricio Salles, Vanderlete Oliveira e Juliane Oliveira por abrirem mão dos nossos encontros em prol da minha dedicação aos estudos. Além de compartilharmos momentos de descontração, risadas e apoio mútuo, eles foram fundamentais para o meu percurso acadêmico.

A todos que de alguma forma participaram deste percurso deixo aqui os agradecimentos que refletem minha sincera gratidão e carinho pelas memórias e aprendizados que foram construídos ao longo desses quatro anos de graduação.



Serviço Público Federal
Ministério da Educação
Fundação Universidade Federal de Mato Grosso do Sul



*Ensinar é poesia em ação, é acreditar na força do conhecimento
no ato de humanização.*

Maria Izaíra S. Gil



SUMÁRIO

INTRODUÇÃO.....	13
CAPÍTULO 1 - REFERENCIAL TEÓRICO METODOLÓGICO	15
1.1 Álgebra.....	15
1.2 Equação de 1º grau	18
1.3 A Equação do 1º grau na BNCC	19
1.4 Teoria Antropológica do Didático.....	20
CAPÍTULO 2 - METODOLOGIA.....	25
2.1 Material Escolhido	26
CAPÍTULO 3 - ANÁLISE DO LIVRO DIDÁTICO	27
3.1 Tipos de tarefas e técnicas identificadas.....	27
3.1.1 Tipos de Tarefas	27
3.1.2 Tipos de Técnicas	28
3.2 Organização Matemática da Parte Curso.....	29
3.3 Organização Matemática da Parte Atividades	31
3.4 Análise do livro didático perante a BNCC	35
CONSIDERAÇÕES FINAIS	38
REFERÊNCIAS.....	39



LISTA DE FIGURAS

Figura 1- Exemplo de tarefas recorrentes da parte curso	31
Figura 2- Exemplo 1 de exercícios da parte atividades	33
Figura 3- Exemplo 2 de exercícios da parte atividades	33
Figura 4 - Exemplo 3 de exercícios da parte atividades	34
Figura 5- Resolução do exemplo 3	34
Figura 6- Exemplo de tarefa de acordo com as habilidades da BNCC.....	35



LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - Explicação do exemplo da utilização da equação do 1º grau como técnica de resolução de uma possível situação no cotidiano dos estudantes.....	17
Quadro 2 – Tipos de tarefas	27
Quadro 3 – Tipos de técnicas principais.	29
Quadro 4 – Tipos de técnicas auxiliares	29
Quadro 5 - Relação de tarefas e técnicas da parte curso.....	30
Quadro 6 - Relação de tarefas e técnicas da parte curso.....	32
Quadro 7- Resolução do exemplo 1	33
Quadro 8- Resolução do exemplo 2.....	33



RESUMO

As equações de primeiro grau são sentenças matemáticas que estabelecem uma relação de igualdade entre termos conhecidos e desconhecidos, representados sobre a forma: $ax + b = c$. A partir dessa perspectiva, este estudo tem como objetivo investigar o ensino de equações do primeiro grau em um estudo livro didático do 7º ano do ensino fundamental. Para tanto será utilizado como fonte de estudo o livro didático Trilhas da Matemática 7º ano - Fausto Arnaud Sampaio (2018), capítulo referente a equação do 1º grau, com intuito de propor uma análise que explicita o ensino deste conteúdo. A investigação em questão situa-se no campo matemático da Álgebra. Para o desenvolvimento dos objetivos propostos busca-se apoio nas contribuições epistemológicas teórico-metodológicas postuladas por NOGUEIRA (2008), LEITE (2019) SILVA (2014), SANTOS e MENEZES (2015), BOSH E CHEVALLARD (1999), FERNANDES (2011), BAUMGART (1992), TATTO E SCAPIN (2004), GOUVEIA (2023) e FERREIRA (2013). De cunho qualitativo esta pesquisa possibilita a contribuição nos estudos do campo algébrico e no ensino nas equações do 1º grau. Mediante às análises realizadas, observa-se que o material didático aborda um ensino desafiador, convergindo com as habilidades da BNCC.

Palavras-chave: Álgebra; Equações de 1º grau; Teoria Antropológica do Didático.



ABSTRACT

First-degree equations are mathematical sentences that establish an equal relationship between known and unknown terms, represented in the form: $ax+b=c$. From this perspective, this study aims to investigate the teaching of first degree equations in a textbook study of the 7th year of elementary school. To this end, the textbook *Trilhas da Matemática 7º ano* - Fausto Arnaud Sampaio (2018) will be used as a source of study, chapter referring to the 1st grade equation, with the aim of proposing an analysis that explains the teaching of this content. The research in question is located in the mathematical field of Algebra. For the development of the proposed objectives, support is sought in the theoretical-methodological epistemological contributions postulated by NOGUEIRA (2008), LEITE (2019) SILVA (2014), SANTOS and MENEZES (2015), BOSH AND CHEVALLARD (1999), FERNANDES (2011), BAUMGART (1992), TATTO AND SCAPIN (2004), GOUVEIA (2023) and FERREIRA (2013). With a qualitative nature, this research makes it possible to contribute to studies in the algebraic field and to the teaching of 1st degree equations. Through the analyzes carried out, it is observed that the teaching material addresses challenging teaching, converging with BNCC skills.

Keywords: Algebra; 1st degree equations; Anthropological Theory of Didactics.



INTRODUÇÃO

A Matemática é uma ciência exata que utiliza conceitos e técnicas para a formação de conhecimentos abstratos e concretos, formada por áreas do conhecimento, em particular, pelo ramo da álgebra. Considerada a “ciência das equações”, dentro dela se encontra o objeto de estudo desse trabalho, as equações do 1º grau com uma incógnita. Segundo Gouveia (2023), uma equação pode ser definida como uma sentença matemática que estabelece uma relação de igualdade entre termos conhecidos e desconhecidos, em particular a equação do 1º grau pode ser representada por $ax + b = c$.

A motivação desta pesquisa, se deu pela experiência obtida pela autora deste trabalho durante o período da Residência Pedagógica¹. Neste período, foi possível identificar a dificuldade dos alunos do 1º ano do ensino médio, na realização de um exercício envolvendo área de triângulos, em que a dificuldade não estava na tarefa principal, mas em utilizar a equação do 1º grau como técnica de resolução. Portanto, diante desta situação e de pesquisas bibliográficas sobre as equações do 1º grau, evidencia-se que o ensino da equação do primeiro grau é substancialmente fundamental, não só pela sua aplicação em outras temáticas da matemática e em outras áreas do conhecimento, mas também para que os alunos possam desenvolver habilidades de resolver problemas, cotidianos ou não, do tipo $ax + b = c$.

Diante das considerações, esta pesquisa tem como objetivo geral investigar o ensino de equações do primeiro grau em um livro didático do 7º ano do ensino fundamental. Concomitantemente, de maneira específica, este estudo pretende:

- Utilizar a TAD para subdividir as tarefas e técnicas identificadas no livro,
- Identificar como o livro didático introduz conceito e definições de equações do 1º grau por meio da OM;
- Analisar os exercícios propostos pelo livro didático por meio da OM;

¹ O Programa de Residência Pedagógica é uma das ações que integram a Política Nacional de Formação de Professores e tem por objetivo induzir o aperfeiçoamento da formação prática nos cursos de licenciatura, promovendo a imersão do licenciamento na escola de educação básica a partir da segunda metade de seu curso



- Analisar a OM do livro didático e comparar com a BNCC.

Para um melhor alcance dos objetivos este trabalho de conclusão de curso subdivide-se em três capítulos. No primeiro capítulo discorre-se sobre a álgebra, seu surgimento e necessidade de estudo. Posteriormente, se trata das equações do 1º grau, sua definição e importância de ensino, junto com as competências e habilidades da BNCC. Ademais, neste capítulo discorre-se sobre o referencial teórico metodológico utilizado nesta pesquisa, a Teoria Antropológica do Didático e suas características.

No segundo capítulo aborda-se da metodologia utilizada nesta pesquisa, sendo ela de maneira qualitativa, por meio do estudo detalhado do livro didático *Trilhas da Matemática 7º ano* - Fausto Arnaud Sampaio (2018), escolhido por meio de estudos do guia digital do PNLD. Assim, o estudo decorreu-se utilizando a TAD (Chevallard, 1999), subdividindo em tarefas e técnicas identificadas no livro, que posteriormente organizadas matematicamente e por fim analisadas perante a BNCC.

No terceiro capítulo realiza-se um estudo acerca do livro didático escolhido pela autora deste trabalho, em que foram identificados, tabelados e detalhados os tipos de tarefas e técnicas de resolução. Além de uma organização matemática na parte curso e na parte atividades do livro, o que proporcionou uma análise comparativa das duas partes e em relação as habilidades exigidas pela BNCC.

Por fim, além dos capítulos referenciados, este trabalho, apresenta, enquanto elementos pré e pós-textuais: resumo, palavras-chaves, lista de quadros e lista de figuras.



CAPÍTULO 1 - REFERENCIAL TEÓRICO METODOLÓGICO

Neste capítulo apresentam-se reflexões sobre a Teoria Antropológica do Didático e a Álgebra, de modo especial atenta-se ao conceito de Equação de 1º grau, o seu ensino, a importância e como se apresenta na BNCC, por meio dos pressupostos teóricos-metodológicos de NOGUEIRA (2008), LEITE (2019) SILVA (2014), SANTOS e MENEZES (2015), BOSH E CHEVALLARD (1999), FERNANDES (2011), BAUMGART (1992), TATTO E SCAPIN (2004), GOUVEIA (2023) e FERREIRA (2013).

1.1 Álgebra

A Matemática é uma ciência exata que utiliza conceitos e técnicas para a formação de conhecimentos abstratos e concretos. Caracteriza-se pelas principais áreas do conhecimento: Aritmética, Geometria, Estatística e Álgebra (Brasil Escola, 2023). Por conseguinte, este estudo é estritamente direcionado ao ramo algébrico. Assim, a palavra Álgebra deriva de uma variação latina da palavra árabe, al-jabr, postulada pelo escritor matemático árabe Mohammed ibn-Musa al Khowarizmi, no título do seu livro Hisab al-jabr w'al-muqabalah, escrito em Bagdá, por volta do ano 825. A melhor tradução da palavra, na visão do autor, é a “ciência das equações”. No entanto, mesmo que, antigamente, a “Álgebra” referia-se às equações, o termo foi ressignificado ao longo da história (BAUMGART, 1992).

O desdobramento da Álgebra aconteceu pela necessidade de resolver problemas com variáveis desconhecidas. Nesse sentido, a Álgebra é um campo que se destaca pela representação simbólica e a manipulação de quantidades desconhecidas. Sua linguagem permite que conceitos abstratos sejam expressos de maneira concisa e compreensível, por exemplo, as variáveis que normalmente são representadas por letras, podem assumir valores desconhecidos e as equações vem como um recurso para determinar esses valores e explorar relações matemáticas. Além disso, ao longo dos séculos, a álgebra tem sido uma ferramenta essencial em áreas como a Física, Engenharia, Economia e Ciências da Computação, contribuindo fortemente para o avanço das ciências exatas e biológicas.



Em relação ao âmbito escolar, a Matemática tem uma grande dificuldade de ser ensinada, pois além de haver um pré-conceito estabelecido, em relação ao componente curricular, entre os alunos, como afirma “No convívio com os alunos, percebe-se, empiricamente, o fenômeno da rejeição que ocorre quando se deparam com a disciplina de Matemática. Em todos os níveis de ensino, desde o aluno que ingressa nos primeiros anos, até o ensino superior, encontramos esta rejeição na afirmação de que a Matemática é difícil.” (TATTO E SCAPIN, 2004 p 2). Além disso, os conteúdos propostos na grade estudantil geram os questionamentos: “Para que serve?”, “Onde iremos usar?”, entre outros exemplos, demonstrando o pertencimento desses estudantes em um espaço de dúvida e inconsistência em relação aos conceitos, desenvolvimento e aplicabilidade dos conteúdos propostos. Dessa forma,

[...]. Talvez, por não conseguirem fazer uma conexão entre a Matemática da escola com a do mundo exterior a ela, sejam frequentes os questionamentos por parte dos alunos acerca da importância e da utilidade de se aprender este ou aquele conteúdo, já que na rua não são cobrados a efetuarem cálculos desprovidos de sentido, como multiplicar números inteiros negativos, por exemplo. Estes questionamentos surgem principalmente em turmas do Ensino Fundamental, quando são apresentados a conteúdos mais abstratos, em particular os algébricos, que não estão presentes no mundo da rua, por assim dizer. (NOGUEIRA, 2008, p. 18),

Assim, o aluno tende a querer aprender aqueles conteúdos que serão “utilizados” no dia a dia, o que no caso da álgebra não é vista de maneira “concreta” no cotidiano. Todavia, é possível relacionar a presença dos cálculos algébricos a situações rotineira, como por exemplo, em uma compra no supermercado.

No mercado, na prateleira de sabão em pó, da mesma marca, tem-se que o sabão em pó de 1kg que custa R\$9,50, enquanto o de 1,6 kg custa R\$15,00. Para ter o melhor custo-benefício, é preciso analisar qual compensa ser levado, analisando a relação entre o valor e a quantidade de produto presente na embalagem, ou seja, dentre as opções, qual será de maior benefício para o consumidor, tanto por ser mais barato, quanto pela quantidade e rendimento do produto. Para compreender essa relação, descobrir o resultado, é simples, basta saber quanto está saindo o valor da grama do produto em questão, como explicado no quadro a seguir.



Quadro 1 - Explicação do exemplo da utilização da equação do 1º grau como técnica de resolução de uma possível situação no cotidiano dos estudantes

<p>Sabão em pó de 1kg</p>	<p>Primeiro montamos o seguinte sistema:</p> $\begin{array}{r} 1000\text{g} - \text{R}\$9,50 \\ 1\text{g} - x \end{array}$ <p>Então resolvemos a equação do 1º grau:</p> $1000x = 9,50.1$ $1000 \cdot x \cdot \frac{1}{1000} = 9,50 \cdot \frac{1}{1000}$ $x = \frac{9,5}{1000} = 0,0095$
<p>Sabão em pó de 1,6kg</p>	<p>Primeiro montamos o seguinte sistema:</p> $\begin{array}{r} 1600\text{g} - \text{R}\$15,00 \\ 1\text{g} - x \end{array}$ <p>Então resolvemos a equação do 1º grau:</p> $1600x = 15.1$ $1600 \cdot x \cdot \frac{1}{1600} = 15 \cdot \frac{1}{1600}$ $x = \frac{15}{1600} = 0,009375$

Fonte: Elaborado pela autora.

Assim, mesmo que os alunos tenham dificuldade de aprendizagem no ramo da álgebra, especialmente por não conseguir ver um significado e uma aplicação em seus conteúdos, é possível verificar, por meio do exemplo acima, uma representação algébrica no dia a dia, podendo, dessa forma, seguir como argumento para o amadurecimento do conceito e interesse dos estudantes no conteúdo proposto, tendendo, assim, a mudar a visão do aluno para o ensino da Álgebra e da Matemática



1.2 Equação de 1º grau

Segundo Gouveia (2023), uma equação pode ser definida como uma sentença matemática que estabelece uma relação de igualdade entre termos conhecidos e desconhecidos. Os termos conhecidos são os números, já os desconhecidos são representados por letras que se denominam incógnita. A equação do primeiro grau em particular, pode ser escrita como: $ax + b = c$, e é intitulada dessa forma, pois a incógnita ou letra está sendo elevada pelo expoente 1, ou seja, ela tem grau 1.

O estudo da equação do 1º grau, cumpre-se no 7º ano do Ensino Fundamental, segundo a Base Nacional Comum Curricular². O objetivo do conteúdo é identificar e determinar o valor de uma incógnita, ou seja, descobrir o valor desconhecido. Sua aplicação no conteúdo se dá em situações problemas do dia a dia, além de outras áreas do conhecimento.

O aluno que transita dos Anos Iniciais para os Anos Finais do Ensino fundamental, carrega consigo uma bagagem matemática, por meio dela é possível estabelecer um conhecimento base, ou seja, conhecimento de pré-requisitos para o aprendizado de novos conteúdos. Nesse sentido, por exemplo, é nesse período que se inicia a passagem da aritmética para a álgebra, a qual usufrui inteiramente das quatro operações matemáticas (adição, subtração, multiplicação e divisão).

Como muitos alunos apresentam dificuldades nas operações básicas, como afirma Ferreira (2013), muitas vezes os alunos não dominam as sequências numéricas, as quatro operações básicas e outros conceitos essenciais para o aprendizado nas séries subsequentes. Assim, ao se depararem com conteúdo mais complexos da segunda etapa do Ensino Fundamental, o ciclo de dificuldade aumenta, podendo gerar um ciclo vicioso de incompreensão e/ou uma falsa crença de que o estudo da Álgebra não é relevante e/ou não pode ser aplicado no seu cotidiano, pois, tratando-se da equação do primeiro grau, é preciso entender uma relação de igualdade em uma sentença, constituída por letra, operações e números, para determinar o valor de uma incógnita.

² <http://basenacionalcomum.mec.gov.br>



Ademais, o ensino da Equação do 1º grau deve ser oferecido com uma metodologia ativa, utilizando de materiais didáticos e de ampla compreensão, pois, segundo Silva (2014) para

O ensino das equações do 1º grau é de fundamental importância, pois possibilita que o aprendiz seja capaz de solucionar situações problemas do cotidiano, onde as várias situações matemáticas se fazem presentes. E no mais, podemos observar que nossos alunos apresentam dificuldades na compreensão do referido assunto na ênfase das letras, membros, mudanças de sinais se no caso houver a mudança de membro e desenvolvimento resolutivo. (SILVA, 2014, p. 15).

Assim, é fundamental que o aluno possa ter um ensino e aprendizagem com metodologias eficácias em relação as equações do primeiro grau, tanto para resolver situações problemas do dia a dia, assim também, por exemplo, como as operações são pré-requisitos para o estudo de equações, este conteúdo também será a base ou técnica auxiliar em conteúdos matemáticos conseguintes.

1.3 A Equação do 1º grau na BNCC

A Base Nacional Comum Curricular (Brasil 2018), BNCC é um documento normativo que teve sua primeira versão elaborada em 2015 e passou por alterações e atualizações ao longo dos anos. Ele se caracteriza como um conjunto de aprendizagens fundamentais que todos os estudantes devem adquirir ao longo das etapas de ensino da Educação Básica. Um de seus principais objetivos é servir como referência para a avaliação da qualidade da educação no país, estabelecendo um padrão de aprendizagem e desenvolvimento ao qual todos os alunos têm direito.

A BNCC deverá guiar os sistemas e as redes escolares do Brasil na formulação dos currículos, indicando as competências e habilidades, no qual o esperado, é que devem ser desenvolvidas pelos estudantes durante seu período escolar. Dessa forma, o documento é estruturado pelos seguintes tópicos: Textos introdutórios (geral, por etapa e por área); Competências gerais que os alunos devem desenvolver ao longo de todas as etapas da Educação Básica; Competências específicas de cada área do conhecimento e dos componentes curriculares; Direitos de Aprendizagem ou habilidades relativas a



diversos objetos de conhecimento (conteúdos, conceitos e processos) que os alunos devem desenvolver em cada etapa da Educação Básica — que vai da Educação Infantil ao Ensino Médio.

Assim, de acordo com a organização da BNCC, o conteúdo de Equações do 1º grau compõe o currículo do 7º ano do Ensino Fundamental e está estabelecido na unidade temática “Álgebra”, na qual seu objeto de conhecimento denomina-se como “Equações polinomiais do 1º grau”, ademais, a BNCC orienta que a habilidade que deve ser desenvolvida nessa temática indica

(EF07MA18). Resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais de 1º grau, redutíveis à forma $ax + b = c$, fazendo uso das propriedades da igualdade.

Portanto, essas são as orientações nacionais que o professor tem como base, para formular seu plano de ensino e elaborar seu plano de aula sobre a temática Equação do 1º grau. Em virtude disso, de acordo com a proposta da BNCC, por meio da padronização das habilidades, o intuito é que os alunos possam ter uma aprendizagem e desenvolvimento eficaz e igualitário.

1.4 Teoria Antropológica do Didático

A Teoria Antropológica do Didático (TAD) concebida a princípio por Yves Chevallard bem como, desenvolvida, por pesquisadores e estudiosos de diversas nações, tal teoria surgiu em resposta à necessidade de expandir a Teoria da Transposição Didática, também desenvolvida por Chevallard nos anos 80, na França.

Dessa forma, a TAD se insere em um contexto que entrelaça duas teorias fundamentais elaboradas pelo mesmo autor: a Teoria da Transposição Didática, que se dedica ao estudo das transformações que o *saber* sofre ao ser ensinado e a Ecologia dos Saberes, que se concentra na análise das *condições* de existência do conhecimento em uma determinada *instituição* que, conforme Chevallard, pode ser representada por um país, uma escola, um livro didático, ou qualquer outro espaço, instrumento ou ferramenta



passível de gerar aprendizado. Nesse sentido, está diretamente ligada à análise de situações de ensino e aprendizagem matemática escolar.

De acordo com a TAD, toda atividade humana pode ser descrita por meio de uma praxeologia. Por exemplo, lavar uma panela de aço inox e lavar uma panela antiaderente constituem-se como **tarefas**, contudo semelhantes, dessa forma, pode-se dizer que são tipos que advêm de uma tarefa geral – lavar panela. Assim, é possível dizer que são tipos de uma tarefa geral: Lavar panela. No entanto, é necessário e possível notar-se que serão necessárias **técnicas** diferentes para executar tais tarefas, haja vista que uma panela antiaderente não pode ser lavada com produtos abrasivos (como palha de aço, a parte áspera da esponja, etc.), enquanto a panela de aço inox não exige tais restrições. Assim, as diferentes **técnicas** usadas são executadas por meio de uma **tecnologia** que as justifiquem, no qual se baseiam em **teorias**, ou seja, o que leva uma pessoa a lavar uma panela antiaderente sem usar produtos de limpeza abrasivos é o conhecimento de que essa ação irá danificar a panela.

Pautando-se no exemplo acima, é possível esclarecer o modelo praxeológico da TAD, que pela terminologia da palavra, compreendemos que essa palavra é formada por dois radicais, os quais incluem: “praxis” que significa prática e “logos” que significa “estudo”. Podemos entender que a teoria permite estudar a prática, que, no campo educacional, possibilita entender as práticas que permeiam o âmbito escolar, seja a prática do professor, com acompanhamento in loco, ou ainda o ensino proposto em livros didáticos. Este modelo tem por viés descrever atividades, sejam elas de natureza matemática ou não. Em essência, uma tarefa "t" é caracterizada por um verbo e insere-se em uma tarefa geral "T" de mesmo gênero. A execução das tarefas é realizada através de técnicas " τ " que são justificadas pela tecnologia " θ ", a qual é fundamentada pela teoria " Θ ". Nesse viés, segundo Chevallard:

(...) a ecologia das tarefas e técnicas são as condições e necessidades que permitem a produção e utilização destas nas instituições e a gente supõe que, para poder existir em uma instituição, uma técnica deve ser compreensível, legível e justificada (...) essa necessidade ecológica implica na existência de um discurso descritivo e justificado das tarefas e técnicas que a gente chama de tecnologia da técnica. O postulado anunciado implica também que toda tecnologia tem necessidade de uma



justificativa que a gente chama teoria da técnica e que constitui o fundamento último. (BOSCH; CHEVALLARD, 1999, p. 85-86).

Em resumo, o modelo praxeológico é composto por quatro elementos: 1) os tipos de tarefas (T); 2) as técnicas utilizadas para resolver as tarefas (τ); 3) a tecnologia que justifica essas técnicas (θ); e 4) a teoria que sustenta essa tecnologia (Θ). Estes quatro componentes são denominados como o "quarteto praxeológico" e são representados como [T, τ , θ , Θ]. Ele pode ser dividido em bloco [T, τ] denominado prático-técnico ou bloco do saber-fazer; e o bloco tecnológico- teórico ou bloco do saber o bloco [θ , Θ].

Uma atividade matemática descrita no modelo de estudo da TAD, em particular modelada pelo quarteto praxeológico, não será analisada apenas nos aspectos de natureza matemática, mas também nos didáticos. Assim, a praxeologia se ramifica em: 1) matemática ou organização matemática (OM); e, 2) didática ou organização didática (OD).

Nessa perspectiva, a OM volta-se para as noções matemáticas, inerentes ao contexto matemático, como pontuado por Santos e Menezes (2015):

Chamaremos de praxeologia matemática ou organização matemática, toda realidade matemática que está envolvida na resolução de um tipo de tarefa T. Para isso, serão exigidas técnicas t, amparadas por um conjunto teórico-tecnológico [.; T]. A organização matemática tem sua origem nas análises efetuadas pelos professores, dos documentos oficiais existentes (tais como programas e manuais escolares, além do livro didático), dos quais saem os *saberes matemáticos escolhidos a serem ensinados*. (SANTOS, MENEZES, 2015, p 661.).

Dessa maneira, a organização matemática é o que leva o professor a escolher o saber matemático a ser ensinado e, na visão do aluno, dado uma tarefa T, na qual, ele poderá se utilizar das técnicas ensinadas pelo professor, tendo como base os estudos tecnológicos-teóricos.

Por conseguinte, temos a praxeologia didática ou (OD), que visa colocar em prática a OM, assim, como qualquer outra praxeologia ela é formada por uma tarefa que necessita de técnicas que se justificam por tecnologias que se baseiam em teorias matemáticas.



Por organização didática podemos entender, a priori, o conjunto dos tipos de tarefas, de técnicas, de tecnologias, etc., mobilizadas para o estudo concreto em uma instituição concreta. O enfoque clássico em didática da matemática tem ignorado em geral os aspectos mais genéricos de uma organização de estudo de um tipo dado de sistemas didáticos. (CHEVALLARD, 1999, p 238).

Assim, quando se pensa na OD ela vem para efetuar a OM, ou seja, a OD é a resposta que se dá para a seguinte questão “Como ensinar esse conteúdo?”, podendo ser conduzida por dois modos: o quarteto praxeológico didático e via momentos de estudos ou momentos didáticos. Destarte, o método de estudos para a realização de uma OD, não poderia ser feito de uma maneira única, sabendo que sua (re) construção é influenciada por vários fatores, como a sala de aula, os materiais, os alunos, dentre outros.

Entretanto, faz-se necessário considerar, que para Chevallard (1999) qualquer que seja o caminho de estudo, determinadas situações estarão presentes, sejam elas de maneira muito variável, podendo ser tanto quantitativamente como qualitativamente. Essas situações são nomeadas pelos momentos didáticos.

Os momentos didáticos descrito por Chevallard, são: 1º) o primeiro encontro com a organização que está sendo ensinada; 2º) a exploração de um tipo de tarefa e a elaboração das técnicas que resolvem esse tipo de tarefa; 3º) a constituição do entorno tecnológico-teórico relativo a técnica; 4º) o trabalho com a técnica, visando torna-la melhor, mais confiável o que também irá exigir aperfeiçoar a tecnologia até então elaborada; 5º) a institucionalização dos saberes; Faz-se um adendo, para pontuar que é neste momento que por meio da OM será decidido quais serão os saberes dispensáveis e indispensáveis; por fim, 6º) é a avaliação da praxeologia usada.

Ademais, a TAD propõe um modelo epistemológico que determina uma distinção por meio de dois elementos teóricos fundamentais presentes em uma atividade matemática (praxeologia), dos tipos de tarefas, técnicas, tecnologias e teóricas. Esses elementos são constituídos de objetos ostensivos e não-ostensivos:

Nós falaremos de objeto ostensivo [...] para nos referirmos a todo objeto tendo uma natureza sensível, uma certa materialidade, e que, por isso, adquire para o ser humano uma realidade perceptível. Esse é o caso de um objeto material qualquer e, notadamente, e de objetos materiais



particulares que são os sons [...], os grafismos [...] e os gestos. Os objetos não ostensivos são então todos os “objetos” que, como as ideias, as intuições ou os conceitos, existem institucionalmente – no sentido em que lhe atribuímos uma existência – sem, entretanto, poderem ser vistos, ditos, escutados, percebidos ou mostrados por si mesmos: eles só podem ser evocados ou invocados pela manipulação adequada de certos objetos ostensivos associados (uma palavra, uma frase, um grafismo, uma escrita, um gesto ou um longo discurso). (Bosch e Chevallard, 1999, p.10).

Dessa forma, por exemplo, em relação e álgebra, tem-se que a linguagem algébrica e as notações são objetos ostensivos, pois podem ser registrados e manipulados de acordo com as regras do campo algébrico. Por outro lado, os objetos não-ostensivos não podem ser manipulados, pois são aqueles que ficam no pensamento, como as ideias, as teorias que fornecem o suporte para os ostensivos, é importante ressaltar que ambos os conceitos estão entrelaçados, não existe objetos ostensivos sem os não-ostensivos.



CAPÍTULO 2 - METODOLOGIA

Essa pesquisa é de abordagem qualitativa e como pontua Garnica (2004) tem por finalidade alguns aspectos, como:

“.../ a transitoriedade dos resultados, a impossibilidade de uma se obter uma hipótese a priori, cujo objetivo da pesquisa será comprovar ou refutar, a não neutralidade do pesquisador /.../ e a impossibilidade de estabelecer regulamentações, em procedimentos sistemáticos, prévios, estáticos e generalistas” (GARNICA, 2004, p. 86).

Para a construção dessa pesquisa serão utilizados recursos bibliográficos e estudo de dados do livro didático. Os dados a serem analisados dizem respeito ao ensino de equações do primeiro grau que serão retirados do livro didático do 7º ano dos Anos Finais do Ensino Fundamental aprovado pelo Programa Nacional do Livro e do Material Didático (PNLD) de 2020, juntamente com as habilidades desenvolvidas pela BNCC.

Retomando nosso objetivo de pesquisa, a análise do livro será feita utilizando a Teoria Antropológica do Didático (TAD), assim, para identificar como o livro didático introduz o conceito e definições de equações do 1º grau, será por meio da análise da Parte *Curso* (definições, propriedades, resultados e exercícios resolvidos) e para analisar os exercícios propostos pelo livro didático, observaremos a *Parte Atividade* (atividades propostas). Dessa maneira, primordialmente será analisado e estabelecido o quarteto praxeológico da Parte *Curso*. Em seguida, será possível estabelecer o início do quarteto praxeológico da Parte *Atividades*. É, importante salientar, que tal metodologia será realizada sobre a OM.



2.1 Material Escolhido

A motivação da escolha do livro didático, advém da pesquisa entre os livros aprovados pelo Programa Nacional do Livro e do Material Didático de 2020. O PNLD é responsável pela distribuição de obras didáticas, pedagógicas e literárias, e diferentes materiais de apoio à prática educativa, para as professoras e alunos das escolas públicas da rede básica de ensino de todo o Brasil. Sua mais recente aprovação de livros didáticos do Ensino Fundamental II foi no ano de 2020.

Dessa forma, após a análise detalhada do guia Digital do PNLD de 2020, o material escolhido foi Trilhas da Matemática 7º ano - Fausto Arnaud Sampaio (2018). Assim, o próprio Programa apresenta uma análise das coleções, e para um olhar geral da coleção, a seguir um pequeno trecho da análise:

A metodologia de ensino e de aprendizagem baseia-se no trabalho com a resolução de problemas, de investigação, de desenvolvimento de projetos e da modelagem, o que pode ser verificado na análise das atividades propostas, tanto aos alunos, no Livro do Estudante, quanto aos docentes, no Manual do Professor. No entanto, observa-se que há muito mais atividades de natureza calcule, determine, resolva, do que atividades de resolução de problemas. No início de cada unidade, o autor apresenta uma situação referente a um tema do cotidiano relacionado aos objetos de conhecimento que serão estudados, a fim de instigar o interesse dos alunos pelos assuntos que serão tratados, e de dar condições ao professor de verificar os conhecimentos prévios dos alunos. (Guia Digital do PNLD, 2020, p.156)

Dessa forma, os fatores que convergiram para a escolha deste autor, foram os usos de ilustrações, situações problemas nos exemplos e exercícios. Adiante, no próximo capítulo será feita a análise mais detalhada do livro, em particular do Ensino das equações do 1º grau, se apropriando do referencial metodológico apresentado anteriormente e a análise da autora desse trabalho.



CAPÍTULO 3 - ANÁLISE DO LIVRO DIDÁTICO

Neste capítulo apresentam-se reflexões sobre o ensino da equação do 1º grau, que se decorre por meio do livro didático *Trilhas da Matemática 7º ano - Fausto Arnaud Sampaio (2018)*, no capítulo de Equação do 1º grau com uma incógnita, por meio dos pressupostos teóricos-metodológicos da TAD, com uma análise comparativas das habilidades propostas pela BNCC.

3.1 Tipos de tarefas e técnicas identificadas

No próximo tópico, será apresentado listas que foram compostas pela análise detalhada feita na *Parte Curso e Parte Atividades*. Nestas listas, está identificado os tipos de tarefas propostas pelo autor, junto com uma lista de técnicas de resolução das tarefas. Desta forma, foi possível identificar nove tipos de tarefas e treze tipos de técnicas presentes no livro. Posteriormente, os quadros apresentados serão utilizados para elaborar a OM e as reflexões dadas pelo estudo da BNCC e suas competências e habilidades.

3.1.1 Tipos de Tarefas

A seguir apresentaremos o quadro com os tipos de tarefas identificadas e nomeadas de acordo com a análise feita da parte curso e parte atividades do livro didático escolhido. Dessa forma, no próximo momento, será feita a análise da OM de acordo com a metodologia adotada neste trabalho, e para o melhor desenvolvimento da pesquisa foi unificado a linguagem da produção de dados. Assim, de acordo com o Quadro 2, é possível visualizar nove tipos de tarefas, divididas em dois subgrupos: T_1 a T_3 como tarefas de resolução propriamente dita de equação do 1º grau e T_4 a T_9 como tarefas secundárias, no qual não envolve o objetivo principal da tarefa analisada. A seguir, o quadro informa os tipos de tarefa de acordo com a metodologia evidenciada pela TAD e uma descrição, nomeada e detalhada pela autora deste trabalho.

Quadro 2 – Tipos de tarefas

Tipos de tarefas	Descrição
T_1	Resolver equações do tipo: $\begin{cases} ax + bx + c = d \\ ax + b = x + c \\ ax + b = c \end{cases}$ dadas em Linguagem Algébrica.



T_2	Resolver equações do tipo: $\begin{cases} ax + bx + c = d \\ ax + b = x + c \\ ax + b = c \end{cases}$ dadas em Linguagem Natural e/ou Ostensivo gráfico
T_3	Resolver equações do tipo: $\begin{cases} ax + bx + c = d \\ ax + b = x + c \\ ax + b = c \end{cases}$ de acordo com o conjunto universo ($U = N, Z$ e Q) dadas em Linguagem Algébrica.
T_4	Transcrever sentenças em Linguagem Natural ou Ostensivo gráfico para Linguagem Algébrica.
T_5	Transcrever sentenças em Linguagem Algébrica para Linguagem Natural.
T_6	Verificar se a resolução da equação do 1º grau está correta.
T_7	Dado o valor da incógnita, encontrar o valor numérico de uma expressão algébrica
T_8	Escrever o termo geral de uma sequência.
T_9	Verificar se um valor é a raiz de uma equação.

Fonte: Elaborado pela autora.

Dessa forma, é preciso fazer uma observação:

- As tarefas T_2 e T_4 se referem a Linguagem Natural e Ostensivo gráfico, nesta situações, o objetivo da tarefa, é visualizar os enunciados que são escritos em palavras ou em ilustrações, e posteriormente escrevê-los em Linguagem Algébrica, ou seja, em equações do 1º grau como: $ax + b = c$, $ax + b = x + c$, $ax + bx + c = d$, para que após isso, sejam resolvidas.

3.1.2 Tipos de Técnicas

Para o estudo das técnicas utilizadas nas resoluções de equação do 1º grau, a análise foi feita sob os exercícios propostos pelo livro. Dessa forma, foi possível identificar 13 tipos de técnicas, podendo-as classificar em dois tipos de grupos: as técnicas principais, as quais são utilizadas para resolver as equações, que denominamos de τ_1 e τ_2 e em técnicas auxiliares de τ_3 a τ_{13} , que são responsáveis em auxiliar as técnicas principais. A seguir é possível observar no quadro os tipos de tarefas de acordo com a metodologia da TAD e ao lado as a descrição de cada técnica identificada, denomina e detalhada pela autora deste trabalho.



Quadro 3 – Tipos de técnicas principais.

Técnica	Descrição
τ_1	Operações inversas
τ_2	Propriedade da igualdade

Fonte: Elaborado pela autora.

Quadro 4 – Tipos de técnicas auxiliares

Técnica	Descrição
τ_3	Isolar a incógnita no 1º membro
τ_4	Elaborar uma equação
τ_5	Substituir um valor numérico em uma incógnita.
τ_6	Utilizar números, letras e símbolos matemáticos para escrever uma sentença algébrica dada uma Linguagem Natural e/ou Ostensiva.
τ_7	Utilizar palavras para traduzir uma sequência dada em Linguagem Algébrica.
τ_8	Substituir um valor numérico em uma incógnita para verificar se a sentença é verdadeira.
τ_9	Identificar se um número pertence ao conjunto universo do tipo: N, Z e Q
τ_{10}	Aplicar o conceito de perímetro para obter uma equação algébrica.
τ_{11}	Aplicar a propriedade distributiva.
τ_{12}	Observar os termos de uma sequência e elaborar uma relação algébrica entre eles.
τ_{13}	Reduzir os termos semelhantes.

Fonte: Elaborado pela autora.

3.2 Organização Matemática da Parte Curso

Neste instante, o foco da análise será na parte curso do livro, onde serão observados os exercícios resolvidos, os comentários, as atividades incluídas na parte da dissertação das definições e propriedades do conteúdo de Equações do 1º grau. Dessa forma, fazendo uma associação dos tipos de tarefas e técnicas utilizadas para resolvê-las, pontuadas anteriormente.

O quadro a seguir, apontará a associação dos tipos de tarefas e técnicas necessárias para solucioná-las referente a parte curso analisada. Dessa forma, na primeira linha terá



todas as tarefas encontradas na parte curso e na primeira coluna todas as técnicas de resolução, assim, será possível observar a quantidade de vezes que se apresenta cada tipo de tarefa e quais foram as técnicas utilizada pelo autor para resolver.

Quadro 5 - Relação de tarefas e técnicas da parte curso

-	T_1	T_2	T_3	T_4	T_5	T_6	T_7	T_8	T_9
τ_1	1	1	-	-	-	-	-	-	-
τ_2	-	3	-	-	-	-	-	-	-
τ_3	-	3	-	-	-	-	-	-	-
τ_4	-	4	-	-	-	-	-	-	-
τ_5	-	-	-	-	-	-	-	-	-
τ_6	-	-	-	4	-	-	-	-	-
τ_7	-	-	-	-	-	-	-	-	-
τ_8	-	-	-	-	-	-	-	-	-
τ_9	-	-	-	-	-	-	-	-	-
τ_{10}	-	-	-	-	-	-	-	-	-
τ_{11}	-	-	-	-	-	-	-	-	-
τ_{12}	-	-	-	-	-	-	-	-	-
τ_{13}	-	1	-	-	-	-	-	-	-

Fonte: Elaborado pela autora.

De acordo com o quadro anterior, é possível observar, como o autor introduz o conceito e as propriedades da equação do 1º grau com uma incógnita, por meio dos exemplos analisados e classificados por um tipo de tarefa, como no Quadro 5.

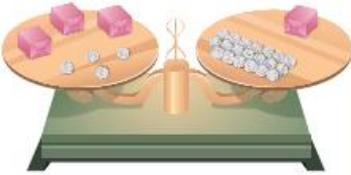
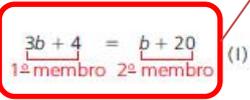
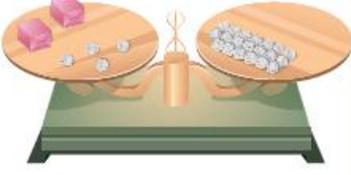
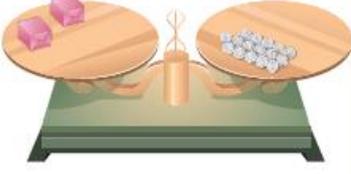
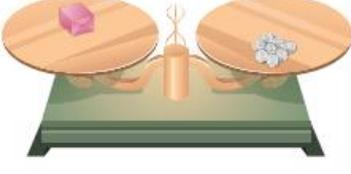
O primeiro exemplo, foi o único a ser classificado como uma tarefa T_1 , em que é preciso resolver uma equação do tipo, $ax + b = c$ dada em uma linguagem algébrica. Na qual a técnica a ser utilizada é a das Operações inversas.

Ademais, é nítido que a tarefa do tipo T_2 é a mais utilizada em exemplos, nela classificamos situações problemas e imagens, que levam ao aluno a usar as técnicas de elaboração da equação (τ_4). Além disso, após a definição de equações equivalentes, o



uso do princípio aditivo e multiplicativo, foram os mais usados, a partir desse momento. Dessa forma, as tarefas do tipo T_2 , utilizou das técnicas $\tau_1, \tau_2, \tau_3, \tau_4$ e τ_{13} , tendo como tarefa secundária T_4 que usa a técnica τ_6 . A seguir, um exemplo desses tipos de tarefas e técnicas recorrentes na parte curso:

Figura 1- Exemplo de tarefas recorrentes da parte curso

	Balança	Equação	
T_2 e T_4			τ_4 e τ_6
Situação inicial	A partir da observação da balança equilibrada, Fernanda viu que a massa de "3 caixas mais 4 bolas" é igual à massa de "1 caixa mais 20 bolas".	$3b + 4 = b + 20$ (I) <small>1º membro 2º membro</small>	
1ª etapa		$3b - b + 4 = b - b + 20$ $2b + 4 = 20$ (II) <small>princípio aditivo</small>	τ_2
2ª etapa		$2b + 4 - 4 = 20 - 4$ $2b = 16$ (III) <small>princípio aditivo</small>	
3ª etapa		$2b \cdot \frac{1}{2} = 16 \cdot \frac{1}{2}$ $b = 8$ <small>princípio multiplicativo</small>	τ_3

Fonte: Trilhas da Matemática 7º ano - Fausto Arnaud Sampaio (2018, p. 119).

Desse modo, o objetivo do exemplo é descobrir quanto pesa a bola de golfe e, conforme destacado e nomeado é possível visualizar os conceitos matemáticos utilizados de acordo com as tarefas e técnicas classificados.

3.3 Organização Matemática da Parte Atividades

Nesse tópico, a análise será feita na parte atividade do livro didático, no qual serão observados todos os exercícios do conteúdo de Equações do 1º grau. Dessa forma, fazendo uma associação dos tipos de tarefas e técnicas utilizadas para resolvê-las, pontuadas nos Quadros 2, 3 e 4. Ademais, assim como na parte curso, será feito um



quadro de associação de tarefas e técnicas identificadas na parte atividade. Em virtude disso, seguindo o mesmo exemplo do Quadro 5, a seguir teremos a análise dos exercícios.

Quadro 6 - Relação de tarefas e técnicas da parte curso

-	T_1	T_2	T_3	T_4	T_5	T_6	T_7	T_8	T_9
τ_1	-	3	-	-	-	-	-	-	-
τ_2	3	24	7	-	-	-	-	-	-
τ_3	2	24	7	-	-	-	-	-	-
τ_4	-	27	-	-	-	-	-	-	-
τ_5	-	-	-	-	-	-	1	-	2
τ_6	-	-	-	27	-	-	-	-	-
τ_7	-	-	-	-	1	-	-	-	-
τ_8	-	-	-	-	-	2	-	-	-
τ_9	-	-	7	-	-	-	-	-	-
τ_{10}	-	1	-	-	-	-	-	-	-
τ_{11}	1	2	4	-	-	-	-	-	-
τ_{12}	-	-	-	-	-	-	-	1	-
τ_{13}	2	17	7	-	-	-	-	-	-

Fonte: Elaborado pela autora.

Desta maneira, de acordo com o quadro anterior é possível identificar e analisar a quais são os tipos de tarefas mais presentes nos exercícios propostos pelo autor do livro, além, de proporcionar uma análise do que é apresentado na parte curso.

Em virtude disso, é possível observar que a tarefa mais recorrente da parte atividades é a T_2 , que muitas vezes tem como tarefa secundária a T_4 , que são tarefas classificadas em situações problemas e imagens, que levam ao aluno a usar as técnicas de elaboração da equação (τ_4). Ademais, a técnica de princípio de equivalência τ_2 é a mais usada em tarefas desse tipo, por isso as técnicas auxiliares mais presentes são τ_3 , τ_4 , e τ_{13} . A seguir veja o exemplo 1 de exercício:



Figura 2- Exemplo 1 de exercícios da parte atividades

T_2 e T_4 → **24.** A soma das idades de Vítor e de Carlos é 26 anos. Determine a idade de cada um deles, sabendo que Vítor é 8 anos mais novo do que Carlos. Vítor: 9 anos; Carlos: 17 anos

Fonte: Trilhas da Matemática 7º ano - Fausto Arnaud Sampaio (2018, p. 125).

Quadro 7- Resolução do exemplo 1

τ_2 → $x + (x - 8) = 26$ → τ_4 e τ_6

$x + x - 8 + 8 = 26 + 8$

$2x = 34$

$\frac{1}{2} \cdot 2x = 34 \cdot \frac{1}{2}$

$x = 17$ → τ_3

Portanto, Carlos tem 17 anos e Vítor tem $17 - 8 = 9$ anos.

Fonte: Elaborado pela autora.

Ademais, outra tarefa mais recorrente é a T_3 , onde se classifica em resolver equações do tipo $ax + b = c$ de determinado conjunto universo ($U = N, Z$ e Q), dadas em linguagem algébrica. Essa tarefa, requer técnicas do tipo $\tau_2, \tau_3, \tau_9, \tau_{11}$ e τ_{13} . A seguir veja o exemplo 2:

T_3 → **11.** Resolva as equações a seguir, sendo $U = Z$.

a) $2x + 3 = 9$ $x = 3$ c) $6x = -x + 16$

Não existe solução

Fonte: Trilhas da Matemática 7º ano - Fausto Arnaud Sampaio (2018, p. 122).

Quadro 8- Resolução do exemplo 2

τ_3 e τ_9 → $2x + 3 = 9$

$2x + 3 - 3 = 9 - 3$

$\frac{1}{2} \cdot 2x = 6 \cdot \frac{1}{2}$ → τ_2

$x = 3 \in Z$

Fonte: Elaborado pela autora

Por fim, a atividade de tipo T_1 é a menos recorrente nos exercícios propostos, ela é similar a tarefa vista anteriormente, pois, ela se classifica como em resolver equações do tipo $ax + b = c$ dadas em linguagem algébrica. Suas técnicas são $\tau_2, \tau_3, \tau_{11}$ e τ_{13} .



Ademais, tarefas do tipo T_5, T_6, T_7, T_8 e T_9 , são tarefas secundárias presentes em tarefas do tipo T_1 , suas técnicas são $\tau_7, \tau_8, \tau_5, \tau_{12}$ e τ_5 , respectivamente. Essas técnicas em sua maioria, são usadas especificamente para o esse tipo de tarefa associada. A seguir é possível visualizar um exemplo 3 desse tipo de exercício:

Figura 4 - Exemplo 3 de exercícios da parte atividades

8. Veja como Rebeca aplicou os princípios de equivalência na resolução da equação a seguir, em que a solução deve ser um número racional.

Banco de imagens/arquivo da editora

Verifique se a solução obtida por Rebeca está correta. Caso não esteja, resolva corretamente essa equação.

Fonte: Trilhas da Matemática 7º ano - Fausto Arnaud Sampaio (2018, p. 121).

Figura 5- Resolução do exemplo 3

Resolução

Para verificar se a raiz obtida por Rebeca está correta, substituímos x por 8 na equação e observamos se a igualdade obtida é verdadeira:

$$3 \cdot (8) - 6 = -(8) + 10$$

$$24 - 6 = -8 + 10$$

$$18 = 2 \text{ (sentença falsa)}$$

Portanto, a solução de Rebeca está errada. O erro cometido por Rebeca foi ter dividido apenas o termo $3x$ por 3; o correto seria fazer:

$$\frac{3x - 6}{3} = \frac{-x + 10}{3}$$

Entretanto, observe que, apesar de o termo $3x - 6$ se transformar em uma expressão mais simples ($x - 2$), o segundo membro da equação se transformou em $\frac{-x + 10}{3}$.

Nesse caso, o mais fácil é resolver a equação usando o princípio aditivo de equivalência. Adicionando 6 a ambos os membros da equação, temos:

$$3x - 6 + 6 = -x + 10 + 6$$

$$3x = -x + 16$$

Adicionando x a ambos os membros da equação, obtemos:

$$3x + x = -x + x + 16$$

$$4x = 16$$

$$x = 4$$

Fonte: Trilhas da Matemática 7º ano - Fausto Arnaud Sampaio (2018, p.121).

Portanto, após essa organização Matemática, é possível visualizar quais τ_2, τ_3 , e τ_{13} de tarefas e técnicas que o autor desenvolve durante a parte curso e a parte atividades.



3.4 Análise do livro didático perante a BNCC

De acordo com os dados coletados e apontados anteriormente, foi possível identificar como o autor introduz o conceito e definições de equações do 1º grau. Por meio das tarefas identificadas na parte curso, o autor propõe duas situações definidas de técnica de resolução das equações, primeiro a aritmética e posteriormente a algébrica. Em ambas as situações, ele faz o uso de situações problemas para resolver equações do tipo $ax + b = c$, e no segundo caso utiliza das propriedades da igualdade, o princípio aditivo e multiplicativo, de acordo com as habilidades da BNCC.

Ademais, de acordo com as pesquisas abordadas no Capítulo 1, o professor em sala de aula tem um grande desafio no ensino da matemática, devido ao questionamento do aluno em relação a aplicação do conteúdo no dia a dia. O desafio em particular no ramo da álgebra, é o fato dela não ser vista de maneira “concreta”. Assim o ensino de qualidade é fundamental e de suma importância, pois o aluno será capaz de resolver situações problemas do cotidiano. Dessa forma, foi possível ver que o autor do livro usufrui dessa mesma teoria, pois tanto na parte curso como na parte atividades, ele utiliza muitas situações problemas, proporcionando ao aluno uma visualização da equação do 1º grau no cotidiano.

As técnicas desenvolvidas se davam por meio de situações problemas e a maioria utilizando a propriedade da igualdade, ou seja, tarefa do tipo T_2 utilizando como técnica principal τ_2 , além disso, a explicação se dá por meio de imagens, comentários detalhados de cada passo da resolução. Dito isso, a maioria dos exercícios propostos são compostos por esse tipo de tarefa e técnica. Assim, permanece de acordo com a habilidade exigida pela BNCC. A seguir um exemplo de comparação:

Figura 6- Exemplo de tarefa de acordo com as habilidades da BNCC



Problema 1

Lorena comprou uma camiseta por R\$ 24,00 após ter obtido um desconto de $\frac{1}{5}$ no preço marcado na etiqueta. Qual era o preço dessa camiseta sem o desconto?

Situação problema

Se Lorena recebeu $\frac{1}{5}$ de desconto no preço da camiseta, significa que $\frac{4}{5}$ do preço dela correspondem a R\$ 24,00. Vamos representar a incógnita, que é o preço da camiseta, pela letra y e traduzir a informação " $\frac{4}{5}$ do preço dela correspondem a R\$ 24,00" para a linguagem algébrica.

Como $\frac{4}{5}$ do preço y são obtidos calculando $\frac{4}{5} \cdot y$, obtemos:

$$\frac{4}{5} \cdot y = 24$$

Multiplicando ambos os membros da equação por 5, obtemos:

$$5 \cdot \frac{4}{5} \cdot y = 24 \cdot 5$$
$$4 \cdot y = 120$$

Dividindo ambos os membros da equação por 4, obtemos:

$$\frac{4}{4} \cdot y = \frac{120}{4}$$
$$y = 30$$

Assim, o preço da camiseta era R\$ 30,00.



Resolver problemas do tipo $ax + b = c$, usando as propriedades da igualdade. (BNCC)

Fonte: Trilhas da Matemática 7º ano - Fausto Arnaud Sampaio (2018, p.123).

Além disso, o restante das tarefas são secundárias as tarefas do tipo T_1, T_2 e T_3 , que são tarefas de resolução de equações dos tipos $ax + b = c$, dadas em linguagem algébrica, natural e ostensiva gráfica. Assim, as tarefas T_4, T_5, T_6, T_7, T_8 e T_9 , são caracterizadas por propor atividades relacionada a equação do 1º grau que levaram as tarefas principais, além disso, diversificam em questão de junção de outros conteúdos, como a ideia de perímetro, como a questão a seguir:

“Em um retângulo, o comprimento do lado maior mede 5 unidades a mais do que o comprimento do lado menor. Quanto medem os comprimentos dos lados do retângulo, sabendo-se que seu perímetro mede 82 cm?” (Trilhas da Matemática 7º ano - Fausto Arnaud Sampaio 2018, p.122)



Serviço Público Federal
Ministério da Educação
Fundação Universidade Federal de Mato Grosso do Sul



Portanto, o autor investe em um ensino em que desafia o aluno, por meio de situações problemas, focando em desenvolver as habilidades exigidas pela BNCC, além de mesclar com conteúdo anteriores e de outra área da matemática, como por exemplo a questão sobre perímetro.



CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste trabalho, foi realizado uma pesquisa qualitativa por meio da análise bibliográfica de teorias de artigos, dissertações, monografias, entre outros, para embasar a análise do livro didático *Trilhas da Matemática 7º ano* - Fausto Arnaud Sampaio (2018), aprovado pelo PNLD. Dessa forma, o objetivo geral da pesquisa foi investigar o ensino de equações do primeiro grau em um livro didático do 7º ano do ensino fundamental.

Deste modo, de acordo com os estudos anteriores a álgebra é um ramo da matemática que surgiu como uma necessidade ao longo dos tempos. Atualmente, ela é muito utilizada em outras áreas dos conhecimentos, como Engenharias, Física, Química, entre outros. Dentro dela se encontram as equações do 1º grau com uma incógnita, o qual foi o objeto de pesquisa desse trabalho. Seu ensino é substancialmente fundamental, principalmente que por meio da aprendizagem desse conteúdo, os alunos desenvolveram a habilidade de resolver e identificar situações problemas encontrada no cotidiano.

Ademais, a análise do livro didático decorreu do referencial metodológico teórico, a TAD. De acordo com essa teoria, é possível representar uma atividade matemática por meio de uma praxeologia. Ou seja, foi possível identificar os tipos de tarefas e as técnicas necessárias para solucioná-las. A partir de uma análise detalhada de todo tópico referente as equações do 1º grau.

Além disso, a partir dos resultados obtidos, foi possível observar que o autor do livro foca em um ensino desafiador, ou seja, desde as definições e técnicas trabalhadas, verifica-se que o método de ensino é por meio de situações problemas, auxiliadas por ilustrações do problema. Dessa forma, as tarefas identificadas se reduzem as resoluções de equações do tipo $ax + b = c$, dadas em linguagem Natural e Ostensivo gráfico, o que está de acordo com as habilidades exigidas pela BNCC.



REFERÊNCIAS

BAUMGART, J. K. Álgebra. Série Tópicos de História da Matemática para uso em sala de aula. São Paulo – SP: Atual Editora, 1992.

BOSCH, Marianna; CHEVALLARD, Yves. La sensibilité de l'activité mathématique aux ostensifs: objet d'étude et problématique. Recherches en didactique des mathématiques (Revue), v. 19, n. 1, p. 77-123, 1999.

BRASIL. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular. Brasília, 2018.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. Guia de livros didáticos: PNLD 2020: Matemática: Ensino Fundamental: Anos Finais.

https://pnld.nees.ufal.br/pnld_2020/componente-curricular/pnld2020-matematica
Disponível em Acesso em 1 nov. 2023.

FERNANDES, Carlos F. Equações de 1.º grau: estratégias e erros na resolução e simplificação de equações de 1.º grau. 2011. Tese de Doutorado.

FERREIRA, Camila Vieira. Um estudo sobre as dificuldades dos alunos de 7º ano para compreender as quatro operações. 2013.

LEITE, José Suélio Lourenço. Equações de 1º grau: a importância de práticas interligadas ao cotidiano do aluno. 2019.

GARNICA, A. V. M. História oral e educação matemática. In: BORBA, M. C.; ARAUJO, J. L. (Org.). Pesquisa qualitativa em educação matemática. Belo Horizonte: Autêntica, 2004. p. 77-98.

GOUVEIA, Rosimar. Equação do Primeiro Grau. **Toda Matéria**, [s.d.]. Disponível em: <https://www.todamateria.com.br/equacao-do-primeiro-grau/>. Acesso em: 26 nov. 2023

NOGUEIRA, Rosane Corsini Silva. A álgebra nos livros didáticos do ensino fundamental: uma análise praxeológica. 2008.

PACHECO, EDIR ASSUNÇÃO. Reflexões sobre as dificuldades no processo ensino e aprendizagem de Álgebra: equação do 1º grau.

RIZZO, Maria Luiza Alves. "Matemática"; Brasil Escola. Disponível em: <https://brasilescola.uol.com.br/matematica>. Acesso em 07 de dezembro de 2023.

SAMPAIO, Fausto Arnaud. Trilhas da matemática, 7º ano: ensino fundamental, anos finais/ Fausto Arnaud Sampaio. -- 1. ed. -- São Paulo: Saraiva, 2018.

SANTOS, Marcelo Câmara; MENEZES, Marcus Bessa. A teoria antropológica do didático: uma releitura sobre a teoria. Perspectivas da Educação Matemática, v. 8, n. 18, 2015.



Serviço Público Federal
Ministério da Educação
Fundação Universidade Federal de Mato Grosso do Sul



SILVA, José Pereira da. As dificuldades dos estudantes na transposição de informações dos enunciados de problemas envolvendo equações do 1º grau para linguagem algébrica. 2013.

SILVA, J. A. O ensino das equações do 1º grau no ensino fundamental com o uso de balanças. 2014. 38 p. Monografia (Licenciatura em Matemática) – Universidade Federal da Paraíba, Araruna, 2014.