ANTONIO SALES

O ENSINO DA MATEMÁTICA NO 1º GRAU: UM ESTUDO SOBRE O SIGNIFICADO DO CONHECIMENTO GEOMÉTRICO PARA ALUNOS DA 8ª SÉRIE

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MATOGROSSO DO SUL
CENTRO DE CIÊNCIAS HUMANAS E SOCIAIS
CURSO DE MESTRADO EM EDUCAÇÃO
CAMPO GRANDE-MS, NOV/1996

O ENSINO DE MATEMÁTICA NO 1º GRAU: UM ESTUDO SOBRE O SIGNIFICADO DO CONHECIMENTO GEOMÉTRICO PARA ALUNOS DA 8ª SÉRIE

Dissertação apresentada ao programa de Mestrado em Educação da Universidade Federal de Mato Grosso do Sul como exigência para a obtenção do título de Mestre em Educação, sob a orientação do Prof. Dr. Luis Carlos Pais.

ANTONIO SALES

BANCA EXAMINADORA:

Dr. Miguel Pedro Lorena de Moraes (UFMT):______________________________

Dr. José Luiz Magalhães de Freitas (UFMS):______________________________

Dr. Luis Carlos Pais (Orientador) (UFMS):______________________________

Drª Angela Maria Zanon (Suplente) (UFMS): ______________________________

Campo Grande, 06 de novembro de 1996.

AGRADECIMENTOS

A Deus, o soberano do universo, em quem encontro razão para continuar acreditando na vida.

Ao professor Luiz Carlos Pais pela orientação e apoio que foram fundamentais à elaboração deste trabalho.

Aos professores José Luiz Magalhães de Freitas, Miguel Pedro Lorena de Moraes e Angela Maria Zanon por terem aceitado participar da qualificação e pelas valiosas e oportunas críticas e sugestões.

Às professoras Maria Bernadete de Siqueira Loureiro e Eny da Glória Marques de Souza, diretoras do Departamento de Educação da Secretaria Municipal da Educação de Campo Grande, cujo apoio foi imprescindível para a realização deste trabalho.

À professora Neide Garcia Azambuja, chefe da Divisão de Programação Curricular, da Secretaria Municipal da Educação de Campo Grande, por permitir que eu continuasse fazendo parte da sua equipe de trabalho, mesmo tendo reduzido a produtividade, enquanto estudava.

Aos colegas da Divisão de Programação Curricular, que vibraram com o meu ingresso no mestrado e me apoiaram em todos os momentos.

Às colegas da equipe de matemática, professoras Maria Bertogna Aguiar, Maria Terezinha Mai Cassol e Eliane Felipini de Almeida, porque responderam por mim em muitos momentos e realizaram tarefas que competiam a mim realizá-las.

À professora Branca, diretora da EEPSG “Pe. José Scampini”, ao professor José Irio Olivier e aos alunos da 8ª série A, dessa escola, pela acolhida.

Às professoras Noemia Monteiro de Lacerda e Maria Cândida da Costa, pela primeira leitura dos originais.

HOMENAGEM ESPECIAL

À minha esposa Cenira e aos meus filhos Cibele e Zildomar Ubirajara, que também foram meus alunos que ainda continuam estudando, dedico este trabalho.

SUMÁRIO

RESUMO

O presente trabalho tem por finalidade desvelar o significado do conhecimento geométrico para alunos da 8ª série do primeiro grau. Trata-se do resultado de uma pesquisa qualitativa na qual se buscou, através de atividades previamente planejadas, conhecer a riqueza do pensamento do aluno, as suas concepções a respeito da geometria, os obstáculos inerentes à apreensão desse conhecimento e as relações que o aluno consegue estabelecer a partir dos conceitos geométricos. Para alcançar o objetivo elaborou-se questões, para investigação do pensamento, e desenvolveu-se uma seqüência didática, para acompanhar o processo de aprendizagem. A pesquisa foi desenvolvida numa escola pública de Campo Grande, numa única turma e com a participação efetiva de 25 alunos. A análise do resultado foi feita a partir do discurso dos alunos e agrupadas em 15 unidades, consideradas significativas à temática deste trabalho, levando-se em conta os pontos em comum, de acordo com a visão educacional norteadora da pesquisa, bem como das relações que os alunos conseguiram estabelecer entre os conceitos geométricos apresentados. Os resultados obtidos por esta pesquisa mostram que, para esses alunos, o processo de aprendizagem da geometria é fortemente determinado por uma dicotomia entre o saber geométrico escolar e o conhecimento vinculado ao seu mundo vivencial. Esse processo se desenvolve de uma forma não linear passando por avanços e retrocessos localizados onde o aluno vive necessariamente a busca constante de uma maior maturidade na apropriação do conhecimento. A análise mostrou também que no discurso desses alunos há uma tentativa muito evidente de valorização da geometria enquanto conteúdo escolar. Na busca de atribuição de significado aos conceitos geométricos os alunos têm grandes dificuldades na realização de uma leitura compreensiva das definições geométricas. Por outro lado, o uso das representações planas por um desenho, plano ou espacial, pode contribuir para uma melhor compreensão das definições, propriedades e teoremas. Esses desenhos são utilizados como um recurso ao desenvolvimento do raciocínio geométrico.

RÉSUMÉ

Ce travail a par finalité décrire le signfié de la connaissance géométrique pour des élèves au niveau de troisème du collège. Il s'agit du résultat d'une recherche qualitative dans laquelle on a cherché, par moyen d'activités planifiées, connaitre les démarches de la pensée de l'élève, leurs conceptions a propos de la géométrie, les obstacles concernants la acquisition de cette connaissance et les rapports établis par les élèves parmi les concepts géométriques et les objects de son monde réelle. Pour réussir les objetifs posés dans ce travail on a élaboré des questions sur la géométrie pour chercher las pensée des élèves, en suite on a réalisé une séquence didactique, pour suivre le processus de l'apprentissage. La recherche a été réalisée dans une école publique à Campo Grande, avec une classe de 25 élèves. L'analyse des résultats a été faite a partir des discours de ces élèves et les principales observations ont été résumées en 15 unités considérées significtives au thème de ce travail. Les résultats obtenus pour cette recherche montrent qui, pour ces élèves au niveau de troisième, le processsus de l'apprentissage de la géométrie est fortement déterminée par une dichotomie parmi le savoir géométrique écolier et la connaissance de son monde vécu en de hors de l'école. Ce processus développe d'une façon non linéaire oú il y a de réussites et des échecs vécus par les élèves il y a une tentative évidente de donner une valeur éducative à la géométrie. Dans la recherche d'un signifié des concepts de la géométrie les élèves ont une très grande difficulté em réaliser une lecture compréhensive des définitions géométriques. D'autre part, la usage des représentations par un dessin plan ou en perspective peu contribue pour une meilleur compréhension des définitions, propriétés et théorèmes. Ces dessins son utilisés comme un recours nécessaire au développement du raisonnement géométrique.

INTRODUÇÃO

Este estudo teve como objetivo compreender o significado do conhecimento geométrico para os alunos de uma classe de 8ª série. Iniciamos fazendo contato com a direção da escola e com o professor da disciplina na respectiva série. Já havíamos trabalhado nessa escola, por vários anos e, portanto, tivemos facilidade de acesso. É uma escola que goza de um bom conceito na região embora tenha enfrentado dificuldades relativas à lotação de professores de matemática e outras disciplinas tanto quanto às outras escolas estaduais desta cidade.

Apesar desses problemas inerentes à maioria das escolas estaduais, ela, por ter sido a primeira escola da região, conta com um bom percentual de professores efetivos, que se instalaram ali nos seus primórdios e, apegando-se a ela por laços de afetividade, tudo fizeram e fazem para que o seu nível disciplinar permaneça estável o que tem contribuído para que os novos professores, mesmo sem formação acadêmica completa se integrem de forma harmoniosa, procurando manter o *status quo* da instituição. O próprio bairro onde está instalada, um residencial financiado pelo Sistema Financeiro da Habitação, entregue à população nos últimos anos da década de 70, tem-se mantido estável com relação à emigração dos seus habitantes.

O professor da turma onde as atividades foram desenvolvidas, embora tenha se integrado ao corpo docente da escola após o nosso afastamento da mesma em l986, já possuía experiência anterior, é licenciado em matemática, professor efetivo da Rede Estadual de Ensino e residente no próprio bairro.

A dificuldade encontrada com relação ao desconhecimento do conteúdo por parte dos alunos não é objeto de análise neste trabalho tendo em vista que várias pesquisas já foram realizadas nesse sentido em outras instituições do país. A tese de doutorado de Geraldo Perez[*] , por exemplo, foi desenvolvida nessa perspectiva.

Este trabalho foi desenvolvido em vários momentos, sedo que a coleta de dados deu-se em duas etapas, com um intervalo de 6 meses entre elas.

Na primeira etapa foi feita a verificação do conhecimento geométrico dos alunos e na segunda etapa foi desenvolvida uma seqüência didática de 24 aulas, visando

[*] Geraldo PEREZ. Pressupostos e reflexões teóricas e metodológicas da pesquisa participante no ensino de geometria para as camadas populares.

levar aos alunos um conhecimento mínimo que lhes permitisse emitir juízo de valor tendo por base uma convivência com o conteúdo.

A análise qualitativa foi precedida de um levantamento quantitativo, cujo objetivo foi proporcionar uma visão geral dos dados obtidos. Desde o início a pesquisa foi norteada pelo método qualitativo.

Foram consumidos em torno de oito meses desde os primeiros contatos com a unidade escolar, elaboração do instrumento, etc., até a análise e início da redação deste trabalho que consta de quatro capítulos.

No primeiro capítulo procurou-se esboçar a visão de educação que vem norteando toda a nossa vivência profissional e a busca de um significado para o ensino da matemática e, em particular, da geometria, dentro dessa filosofia educacional.

O segundo capítulo descreve a trajetória da pesquisa no que diz respeito à elaboração dos instrumentos de pesquisa e coleta de dados, incluindo alguns resultados parciais que influenciaram, para uma ligeira mudança de rumo, tanto em relação aos objetivos quanto em relação à metodologia.

O terceiro capítulo contém a análise dos dados, e se compõe de unidades de significado dentro de uma visão fenomenológica de pesquisa.

No último há uma convergência das unidades de significado analisadas no capítulo anterior e também algumas conclusões.

Por fim, restou a consciência da inesgotabilidade do tema, da possibilidade de novas explorações sob outros aspectos e a esperança de ter contribuído para uma ampliação do conhecimento sobre a geometria enquanto componente curricular e do processo ensino-aprendizagem da mesma.

CAPÍTULO I - UMA VISÃO DE EDUCAÇÃO

1. A Longa Fase Pré-Reflexiva

Sabe-se que nenhuma pesquisa é sem história, porque dificilmente alguém se dedicaria a um trabalho dessa natureza se não possuísse uma razão especial para isso. As buscas sempre refletem a existência de uma questão a ser respondida ou a necessidade de uma justificativa para a existência profissional do pesquisador. Partiu-se do pressuposto de que é possível encontrar outras razões para uma existência profissional, além do fator econômico; que o ingresso e permanência de alguém no magistério pode estar subordinado a um ideal que transcende o simples "dar aulas" e receber o salário no final do mês.

Outras razões que motivaram esta investigação têm algo em comum com as demais pesquisas do gênero. A dificuldade dos alunos para aprender a matemática e o elevado número de reprovação que essa disciplina provocava sempre foram motivos de inquietação, chegando mesmo a produzir muita angústia. A frustração de alguns alunos no final de cada bimestre e o desespero que deles se apossava no final de cada ano letivo; a constante observação de que um número significativo de alunos detestavam a matemática e a passividade com que os pais e os colegas, professores de outras disciplinas, aceitavam esse estado de coisas, admitindo existir nessa disciplina um mistério de ser "necessária à sobrevivência", e incompreensível ao mesmo tempo produziam perguntas cada vez mais intrigantes. É o conhecimento matemático realmente necessário? É, a matemática, digna da credibilidade que lhe é conferida, de desenvolver o raciocínio lógico dos alunos? Seus valores são intrínsecos ou extrínsecos? Que sentido teria minha vida profissional se continuasse sendo professor de matemática? Valeria a pena o esforço despendido pelo aluno que no futuro não se dedicasse ao estudo das ciências exatas, para adquirir esse conhecimento? E para o aluno que mal chegava a concluir o primeiro grau?

Tornava-se cada dia mais difícil encarar a sala de aula com tais perguntas a borbulhar na mente. Foi esse contexto de uma busca de significados, de busca de auto-afirmação profissional, que se constituiu no início do período pré-reflexivo deste trabalho.

A trajetória foi longa. Seu início data de 1979, quando numa cálida tarde de fevereiro, necessitando fazer complementação de carga horária nas disciplinas de Ciências e Programa de Saúde, me apresentei no Patronato São Francisco, no bairro do mesmo nome nesta capital, para assumir quatro aulas de Programa de Saúde, nas quintas séries.

Estávamos, a supervisora escolar e eu, analisando as dificuldades para montar um horário que me permitisse atender duas escolas, situadas em bairros não muito próximos, quando ela encontrou a solução. Lembrou-se de que um dos professores de matemática havia posto, naquela manhã, suas aulas à disposição e sugeriu que eu as assumisse, uma vez que o curso de Ciências me conferia esse direito também, e assim resolveríamos os dois problemas a mesmo tempo: o meu e o da escola.

Foi uma decisão difícil. Que razões teria para ensinar matemática? Como estimularia os alunos a estudar algo que eu não estava convencido valer a pena dedicar tempo?

No entanto, completar a carga horária era necessário; atender as duas escolas no mesmo turno, impossível; ser professor de matemática, um desafio. Que fazer? As circunstâncias imperaram, aceitei a proposta. Saí da sala da supervisora com um problema resolvido, porém, havia criado outro - havia produzido um conflito interior, sentia-me frustrado diante da decisão.

Foi nesse clima de tensão e desafio que senti pela primeira vez a necessidade de estudar os valores da educação matemática.

São gratificantes as recordações que tenho desse primeiro ano como professor de matemática e desde então passei a aguardar uma oportunidade par cursar habilitação plena em matemática e posteriormente alguma especialização na área.

Enquanto aguardava a primeira oportunidade, que só apareceria dois anos depois, freqüentei cursos profissionalizantes, no SENAI, que envolviam conhecimentos matemáticos, e que ia aprendendo, de aplicação prática, procurava repassar aos alunos, num contexto apropriado.

Terminado o curso de habilitação plena participei de projetos, desenvolvidos pelo departamento de matemática da Universidade Federal de Mato Grosso do Sul (UFMS), sobre melhoria do ensino de matemática.

Em 1986, o departamento de matemática da UFMS oferecia o curso de Especialização em Educação Matemática, e ai dávamos início à formalização das interrogações e os primeiros passos para uma interrogação mais profunda.

O curso, por ser o primeiro e único, nesse nível, voltado para as questões educacionais, desenvolvido pelo departamento matemática, concentrou-se no conteúdo e nas questões da didática específica. Foi no entanto uma grande oportunidade e pudemos sob a orientação do Professor Luis Carlos Pais, então mestre em matemática pura e também preocupado com as questões educacionais, realizar a primeira investigação.

O embasamento teórico foi fundamentado num referencial empirista-analítico fortemente influenciado pelo conteúdo. Apesar disso contribuiu para uma formalização das perguntas anteriormente levantadas, passo fundamental para o início de uma investigação, organizada, sobre o significado do ensino da matemática para alunos do 1º grau.

As perguntas que nortearam essa primeira investigação foram: Qual a importância do raciocínio lógico desenvolvido pela matemática? Quais a razões que podem ser apresentadas para a inclusão da matemática como componente curricular?

Estas questões não só provocaram o início do período pré-reflexivo mas também conduziram ao estudo dos “Valores da Educação Matemática”, título da monografia apresentada por ocasião da minha conclusão do Curso de Especialização em Educação Matemática. Nesse trabalho foram focalizados os valores formativos, informativos e utilitários da matemática, tomando por base os trabalhos desenvolvidos por Fausto Toranzos[*] e Euclides Roxo[**] .

Por estar inserida no contexto da educação considerou-se mais apropriado ver essa ciência, objeto da pesquisa, sob o aspecto utilitário, tendo em vista a sua função como conteúdo escolar. Numa universidade pode ser oportuno dar o enfoque puramente formal, à matemática, em função do nível que se espera do educando e até mesmo dos objetivos do curso. Num contexto de primeiro e segundo graus pensamos que esse enfoque pode não corresponder aos objetivos educacionais. Nesse nível, uma disciplina, ou componente curricular, visa primariamente a formação humanística do educando, o preparo para o exercício da cidadania.

---

[*] Fausto I. TORANZOS. Enseñanza de la matemática.
[**] Euclides ROXO. A matemática na escola secundária.

2. Os Valores da Educação Matemática

Segundo os professores Marcelo Lellis e Luiz Márcio P. Imenes[1] "o exercício da cidadania consiste na vivência de certos direitos dentro de um estado democrático", e para que esse exercício se efetive "precisamos acrescentar pelo menos mais uma condição: a autonomia, a capacidade das pessoas pensarem com a própria cabeça, de tomarem decisões de acordo com os seus interesses, de não serem enganados pelas diversas formas de propaganda".

Os mesmos autores estabelecendo a relação entre o ensino de matemática e a cidadania argumentam que “nas sociedades modernas, uma boa parte da informação é veiculada em linguagem matemática. Vivemos num mundo de taxas percentuais, coeficientes multiplicativos, diagramas, gráficos e verdades estatísticas. Para decodificar esse tipo de informação, precisa-se de instrução matemática".

Evidentemente que não é apenas nisso que se resume a contribuição da matemática para o exercício da cidadania. O desenvolvimento do raciocínio ou a formação de um modo de pensar deveria ser a sua maior contribuição. Infelizmente o ensino tradicional que "atinge a esmagadora maioria dos alunos brasileiros"[1] não promove realmente o raciocínio e o pensar.

O modo como é vista a matemática tem levado os professores a um certo grau de autoritarismo que tem provocado um desencontro entre o aluno e a disciplina. O expediente utilizado não promove o "pensar com a própria cabeça" cerceando a autonomia e promovendo um certo clima de tensão, desgosto, frustração etc.

Lellis e Imenes, no seguinte parágrafo, em forma de parêntese, afirmam:

> Outras disciplinas também podem cercear a autonomia, mas elas têm menos força por vários motivos. O prestígio da matemática hoje em dia, e seu peso nos currículos de 1º e 2º graus acentuam qualquer defeito de seu ensino. As outras disciplinas não dispõe de controles tão estritos sobre a produção do aluno. Por exemplo, não se julga uma redação em termos de certo e errado, mas isso ocorre com a resolução de um problema, ignorando-se as idéias envolvidas com base na célebre 'exatidão da matemática'. Finalmente, a natureza abstrata dos fatos matemáticos pode conferir-lhes uma arbitrariedade só comparável àquela de certas regras gramaticais. Esse é o caso, por

---

[1]Marcelo LELLIS e L.M.P.IMENES. Temas e Debates nº 5, pp. 9-13
[1] Idem

> exemplo, de muitas definições matemáticas não motivadas convenientemente.[2]

O uso da terminologia matemática na comunicação, a sua contribuição nos estudos biológicos, físicos, químicos, econômicos, astronômicos e até mesmo para um adequado planejamento familiar tornam o seu estudo uma cultura indispensável.

> Seja na investigação das profundezas do espaço, no estudo do complexo e maravilhoso corpo humano, na análise do comportamento, no estabelecimento da justiça social ou na pesquisa do mundo microscópio, ali está a matemática calculando distâncias, determinando quantidades, analisando formas, estabelecendo padrões de comparação.[3]

A matemática apresenta, dessa forma, valores informativos e formativos. Estes últimos, de aplicação mais subjetiva e visando o "ser" mais do que o "ter", são fundamentais na justificativa para inclusão de uma disciplina no currículo escolar.

Euclides Roxo[4] enumera “modos de pensamento, hábitos e atitudes" que podem ser adquiridos com o estudo da matemática e que fundamentam, em parte, os valores educacionais do seu ensino.

Segundo o autor o estudo da matemática proporciona:

I) Precisão nos enunciados e na interpretação, que na matemática se apresenta de forma mais sensível do que nas outras disciplinas.

II) Devido aos seus conceitos gerais e abstratos tende a desenvolver uma atitude de generalização e abstração.

Há, no domínio dos conhecimentos humanos, a necessidade da formação de uma idéia geral e abstrata que, partindo de exemplos particulares, possa ampliar a sua aplicação por meio da generalização.

Com relação a essa contribuição, da matemática, Aleksandrov[5] afirmou que “na geometria consideram-se linhas retas e não fios grossos. Chega-se aos conceito de linha geométrica por abstração de todas as propriedades, exceto da extensão em uma direção.”

De forma geral, o conceito de figura geométrica é o resultado da abstração de todas as propriedades de um objeto exceto sua forma espacial e dimensões. Aliás, abstração e generalidade são características fundamentais do pensamento matemático.

---

[2]Marcelo Lellis e Luiz M.P. IMENES. op. cit.p.12.
[3] Antonio SALES. Os valores da educação matemática. p. 30.
[4]Euclides ROXO A Matemática na educação secundária. p. 97-129.
[5]A.D. ALEKSANDROV et al. La matemática: su contenido, métodos y significado. p. 18.

III) Proporciona a aquisição de uma linguagem simbólica, precisa e concisa; capaz de economizar tempo e esforço.

IV) O hábito de analisar todos os casos possíveis de ocorrência de um fenômeno.

V) Quando devidamente explorado pode estimular o amor ao conhecimento, ao saber pelo saber.

VI) Estimula a imaginação, cultiva a concentração e atenção e fortalece o hábito de autocrítica.

Constantemente, nossas ações, e também nossos pensamentos, são, influenciados pelas conclusões deduzidas, consciente ou inconscientemente, dos fatos que nos circundam. São conclusões de natureza complexa devido a estrutura que entrelaça os fatos e a numerosa quantidade deles.

Essa complexidade e importância das decisões em nossa vida exige uma constante atenção e o hábito da auto-avaliação.

De forma geral, por ser possível, nos domínios da matemática, encontrar uma resposta definida para um problema proposto, o ensino dessa ciência pode ser conduzido de forma a valorizar o procedimento de testar os resultados obtidos fortalecendo, dessa forma, o hábito da autocrítica. Além da possibilidade de se verificar esses resultados, as conseqüências imediatas de um erro justificam a exigência de uma constante atenção.

A geometria, por exigir a representação mental das figuras tridimensionais no plano, é o conteúdo matemático que melhor contribui para o desenvolvimento da imaginação.

VII) Estimula a apreciação do belo.

Em relação ao belo, H.E.Huntley[6], Y. Perelman[7] e Malba Tahan[8] descrevem padrões matemáticos encontrados na música, na flor do girassol, "nas manchas coloridas que o pavão ostenta em sua cauda", além da simetria das asas da borboleta, entre outros, que contribuem para despertar o senso estético.

Escreve Huntley:

> A ligação de um problema de mecânica com um fenômeno ótico e o estabelecimento de relação entre a solução idêntica de ambos e uma curva

---

[6]H.E. HUNTLEY. A divina proporção. pp. 161,162.
[7]Y. PERELMAN. Algebra recreativa.
[8]Malba TAHAN. As maravilhas da matemática. pp. 59,60.

> graciosa - a ciclóide, que deriva da geometria pura - exercem um apelo artístico que dificilmente pode ser desconsiderado. Como observa Polya, a este respeito, 'há uma verdadeira obra de arte diante de nós'. É a unidade na variedade. Há um prazer sensório que deve derivar da geometria. Uma das satisfações delicadas desfrutadas por nossos ancestrais e que deve ter deixado sua marca no inconsciente é o suave correr dos olhos ao longo das muitas curvas delicadas encontradas na Natureza. Associa-se a suavidade de seus contornos com a tranqüilidade e o conforto do esforço muscular do olho. Foi demonstrado pelos psicólogos que as linhas quebradas e sinuosas produzem um efeito mental oposto. As curvas que o olhar humano acompanharam durante "centenas de anos" incluem o horizonte do mar, a linha traçada no céu pelos objetos em queda, o arco íris, a trajetória do meteoro, a parábola da cachoeira, a pedra do estilingue e a flecha, os arcos traçados no céu pelo sol e pela lua crescente, o vôo dos pássaros e muitas outras.
> Tal prazer, puramente sensório, é um ingrediente do prazer estético encontrado na geometria do círculo, da elipse e de outras cônicas, bem como da ciclóide, da catenária, dos gráficos das funções trigonométricas, da cardióide, da espiral logarítmica ($\log_p = \alpha\varnothing$), da espiral de arquimedes ($\log_p = \alpha\varnothing$), da limaçon e de muitos outros formatos graciosos.[9]

Educadores como Toranzos[10] e Roxo[11] são enfáticos sobre o valor da matemática como disciplina educacional.

Educadores Matemáticos, da atualidade, continuam dando ênfase sobre a importância da Matemática como disciplina escolar, ao mesmo tempo em que denunciam a forma precária do seu ensino.

> A Matemática é uma conquista cultural da humanidade, como o são a Filosofia, a Poesia, a Música, etc. Se o princípio da Educação é ser o meio pelo qual a humanidade conserva e transmite sua peculiaridade espiritual, deve ser meta da Educação Matemática transmitir a matemática como patrimônio da cultura.[12]

Pelo menos na ocasião, a questão relativa ao porquê do ensino da matemática, parecia estar resolvida. Até mesmo porque na oportunidade a preocupação era com a matemática como um todo e não em suas particularidades. O objetivo principal nesse inicio, era apenas encontrar uma justificativa para a sua inclusão no currículo escolar.

Algum tempo depois novas questões foram sendo levantadas, especialmente com a leitura das publicações da Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM), que tem divulgado trabalhos sobre o ensino de geometria, despertando para o assunto ora apresentado. Não se pretende negar ou ignorar o valor educativo da álgebra ou da aritmética, apenas concentra a atenção num conteúdo específico, no como e no

---

[9]H.E. HUNTLEY. Op. Cit.. p.88.
[10]Fausto I. TORANZOS. Op. Cit. p.56.
[11]Euclides ROXO. A matemática na educação secundária. pp. 100-120.
[12]Irineu BICUDO. Temas e Debates nº 3. p.40.

porque do desaparecimento da geometria da sala de aula, embora conste do currículo. Mais do que isso, procura discutir os valores educativos da geometria.

3. O Valor Educativo da Geometria

Ao afirmar que a geometria estimula o raciocínio deve-se levar em conta que nas atividades intelectuais a palavra raciocínio tem dois significados: a atividade e o seu resultado. Segundo Pierre Olerón: "[...] O raciocínio pode ser considerado como objeto, uma realidade material nas palavras, nos escritos, que se transmite de um indivíduo ou de um grupo, de uma geração para outra [...]"[13]. Mas raciocínio também é o processo de produção desse conhecimento.

"Considerado como uma atividade psicológica, o raciocínio é um fenômeno natural. Ele se desenvolve segundo os procedimentos ou mecanismos de buscar experimentar e discernir." [14] Todos os seres humanos nascem destinados a raciocinar, a exercer o pensamento. A complexidade do pensamento ocorre de forma progressiva, de acordo com o contato da pessoa com os elementos sobre os quais deve raciocinar. Cada ciência com sua estrutura particular também exige um modo próprio de raciocínio, que necessita ser cultivado por seus estudantes.

Como uma ciência milenar, com suas regras construídas ainda nos tempos do apogeu do pensamento grego, a matemática e, em particular, a geometria tem contribuído para desenvolver um tipo especial de raciocínio. E aqui raciocínio tem duplo sentido,[15] como normalmente ocorre em toda atividade intelectual. Mas na geometria tanto o processo quanto o resultado tem características especiais. Como processo o raciocínio desenvolvido pela geometria se caracteriza pelo formalismo, pelo encadeamento linear. Nele os argumentos se apresentam de forma sucessiva e são examinados um após o outro. Esse tipo de raciocínio necessita ser aprendido tendo em vista não fazer parte do modo natural de pensar. Um médico, ao elaborar um diagnóstico leva em conta fatores que se apresentam nas mais variadas ordens, o mesmo ocorrendo com um físico ao elaborar uma teoria para explicar as suas observações. Na verdade, o

[13] Pierre OLERÓN. Le Raisonnement. p. 4.
[14] Pierre OLERÓN. Op. cit. p. 5.
[15] Raciocínio será considerado, indiferentemente, como processo ou como produto da atividade intelectual..

nosso mundo vivencial apresenta uma simultaneidade de eventos. Em geometria, porém, o encadeamento é imprescindível.

Em se tratando de resultados o raciocínio geométrico é exato, conciso e se manifesta por meio de um simbolismo especializado.

Do ponto de vista psicológico o raciocínio é explicado segundo três modelos básicos: associacionista, lógico e cognitivo.[16]:

Pelo modelo associacionista, desenvolvido por Binet a partir de 1886, o raciocínio se desenvolve a partir da associação de imagens, de modelos ou outras associações já estabelecidas.

O segundo modelo proposto para explicar ato de raciocinar é o que tem como referência a lógica. No entanto, Olerón ao estudar esse tipo de raciocínio diz que este modelo não tem uma estrutura natural. A lógica, segundo ele, não é uma ciência da natureza. Ela não descreve as leis dos seres vivos, pelo contrário, é uma ciência do ideal que estabelece as regras do discurso. A lógica formal moderna foi criada para definir os fundamentos da matemática.

No final do século passado e início deste, três correntes de pensamento, conhecidas por logicismo, formalismo e intuicionismo foram encabeçadas pelos matemáticos alemães, *Gottlob Frege* (1848-1925), *David Hilbert* (1861-1943) e pelo holandês *L. E. L. Brouwer* (1881-1966) respectivamente. Segundo Snapper[17] o logicismo tem por base o realismo platônico, segundo o qual “as entidades abstratas têm uma existência independente da mente humana. A matemática está, naturalmente, cheia de entidades abstratas tais como números, funções, conjuntos, etc, e segundo Platão todas essas entidades existem independentemente de nossa mente. A mente humana pode descobri-las, mas não as cria". O formalismo, segundo o mesmo autor, embora superficialmente não difira do logicismo, tem por objetivo "demonstrar que a matemática está livre de contradições", enquanto os logicistas desejavam mostrar que a matemática pertencia à lógica. Se na superfície não há diferença entre as duas escolas é porque ambas "formalizaram os vários ramos da matemática".

A tendência que predomina atualmente é a de se apoiar no formalismo/logicismo para defender o ensino da matemática nas instituições

---

[16] Ver P. OLERÓN.op. cit. p. 10,11.
[17] Ernest SNAPPER. Humanidades. pp.85 -93.

educacionais e prescrever uma metodologia para o ensino dessa ciência. Nesse caso, a matemática se constitui essencialmente num discurso formado por um encadeamento de símbolos abstratos combinados, tendo certos axiomas e definições como ponto de partida. Isso faz da matemática a ciência do abstrato, exigindo para a sua interpretação o trabalho de especialistas. O discurso matemático, centrado nessa visão formalista/logicista, tem sido carente de significado para os alunos de primeiro grau das nossas escolas, pois o seu ensino tem se dado, levando em conta apenas os fatores intelectuais e racionais. É a visão unilateral do ser humano que predomina nas propostas pedagógicas em vigor.

O intuicionismo parece não estar exercendo significativa influência em nossa prática docente.

O desvinculamento da geometria ensinada na sala de aula é um dos fatores de desmotivação, porque uma das funções da escola é dar ao aluno uma formação que os habilite a solucionar problemas da vida e do trabalho. Isso porém, não pode ser conseguido com a simples transmissão de conhecimento, sem um compromisso com os problemas que afligem o homem e a sociedade onde ele está inserido. O próprio teorema de Pitágoras que recebe destaque nos manuais didáticos da 8ª série tem o seu estudo vinculado a uma necessidade da física, para o estudo de vetores, mas quase nenhuma ligação é feita com o cotidiano do aluno ou mesmo alguma referência histórica.

D'Ambrósio afirma que “a educação matemática tradicional é, na verdade, obsoleta e ineficiente."[18] O ensino tradicional de que trata o autor é caracterizado pela passividade dos alunos e a autoridade do professor como representante da sociedade organizada segundo determinado modelo que prioriza a ordem estabelecida pela maioria em detrimento dos valores humanos, do ato mesmo de pensar, de ser e de sentir. É a chamada “educação bancária”, termo de freqüência relativamente comum nos discursos pedagógicos, em particular, naqueles que seguem a orientação pedagógica de Paulo Freire.

A tendência pedagógica cuja presença é muito forte na prática educacional da atualidade é a Tendência Pedagógica Liberal Tradicional. Essa tendência surgiu como justificação educacional do sistema capitalista na tentativa de defender a predominância

---

[18] Ubiratan D’AMBRÓSIO. Etnomatemática. p.28.

da liberdade e interesses particulares dos indivíduos sem necessariamente considerar as diferenças de condições de cada um.

Segundo Cipriano C. Luckesi[19], ao dar ênfase no aspecto cultural a pedagogia liberal tenta esconder os problemas resultantes das diferenças das classes sociais.

A característica dessa prática pedagógica foi descrita parágrafos acima e o ensino da matemática, nessa tendência tradicional se caracteriza pela ênfase exacerbada na memorização, pelo formalismo, pela generalidade do conteúdo e no uso de algoritmos sem a sua compreensão.

O terceiro modelo psicológico de raciocínio é o cognitivo. Segundo esse modelo, não há um quadro rígido de orientações a serem seguidas, pois o indivíduo que raciocina é considerado como um organismo ativo que busca sua própria saída diante de um problema. Dessa forma o indivíduo deve ser colocado frente a situações desafiadoras. O raciocínio se desenvolve segundo um ciclo geral a partir do desafio. Primeiro o indivíduo lista as informações que o problema oferece e, em seguida, interpreta o problema como um todo, estabelece um plano de ação, busca informações auxiliares contidas na memória, investiga outras fontes de informações relativas ao problema, aplica essas informações e por fim analisa o resultado obtido, verificando se há coerência ou incoerência na solução encontrada.

Nesse caso a presença do ensino de geometria em nossas escolas seria um fator importante no aprendizado da matemática, contribuindo para amenizar o problema da carência de significado, presente no ensino da mesma. Sua ausência acarreta a falta de um conjunto de associações devidamente estabelecidas privando o aluno da aquisição de uma linguagem apropriada e de laços que unam imagens e idéias. Laços que estabelecem uma relação entre o concreto, que nesse caso é o desenho e outros objetos, e o abstrato que são as idéias, o conceito e as figuras perfeitas do mundo real platônico.

Um problema de geometria pode associar o rigor à precisão e objetividade dispensando a busca de problemas fictícios que tendem a desestimular o aluno. Olerón, na página 15 da sua obra já citada, classifica os problemas fictícios, que normalmente são encontrados em nossos manuais didáticos tradicionais, de “cultura de laboratório". Isso nos leva a refletir acerca do significado, para o aluno, de uma série de problemas, valorizado freqüentemente no ensino da matemática.

---

[19]Cipriano Carlos LUCKESI. Filosofia da educação. pp. 54-62

Tão perigosa quanto a cultura de laboratório é a fragmentação do conhecimento e "a superposição de saberes limitados a modos de raciocinar estreitos ou específicos, eventualmente conservados pela comodidade de acesso ou as implicações econômicas de sua mecanização", afirma o autor.

Sendo o raciocínio um ato intencional não é algo passivo e nem quimérico ou simples resultado de associações; é fruto de desafios. É uma atividade e pode ser definido como "Um encadeamento, uma combinação ou uma confrontação de enunciados ou de representações, respeitando as restrições, suscetíveis de serem explicitados, e conduzidos em função de um objetivo"[20]

Não se trata necessariamente de um encadeamento linear mas de estabelecer elos de ligação entre os diversos fatores apresentados, uma espécie de confrontação entre esses dados e respectiva seleção.

O raciocínio é algo a ser aprendido ou apenas estimulado? O raciocínio utilizado na matemática e em particular na geometria, deve ser aprendido. O modelo de discurso utilizado na geometria consiste na apresentação de um argumento que se dá através de enunciados não apenas verbais mas também simbólicos.

É no entanto questionável a forma como se pretende desencadear esse processo em nossos programas de geometria. Ignora-se que o contato com grande parte das formas geométricas ocorreu através da natureza. "A lua cheia e em seu quarto crescente, a superfície lisa de um lago, a retidão de um raio de luz ou de uma árvore bem conformada existiram antes do homem mesmo", afirma Aleksandrov[21], "sendo desde o primeiro momento objeto de sua observação." No entanto, contemplando a natureza, só mui raramente se depara com formas perfeitas, com linhas retas, mas o homem não se contendo na observação passiva passou a conceber essas formas abstratas à medida em que para satisfazer as suas necessidades práticas iniciou o processo de manufatura buscando construir objetos cada vez mais regulares. Ao procurar dar forma aos seus materiais reconheceu que a forma é algo que se imprime à matéria e, portanto, passível de abstração e dessa forma as atividades práticas serviram de base para os conceitos abstratos da geometria. Muitas construções foram feitas antes que ele desse conta de que a linha reta era um elemento comum a quase todos os objetos construídos. Hoje o

---

[20] P. OLERÓN. Op. Cit. p. 7.
[21] A. D. ALEKSANDROV et alii.op. cit. P. 38.

processo é menos moroso tendo em vista que as crianças já convivem com um grande número de construções civis e didáticas podendo desenvolver esses conceitos em tempo reduzido. O mesmo se pode dizer dos conceitos de volume, área, distância, especialmente se lhe é colocado problemas de ordem prática mas desafiadores. Aleksandrov cita "do sábio grego Eudemo de Rodas" as seguintes palavras:

> A geometria foi descoberta pelos egípcios como resultado das medidas de suas terras, e estas medidas eram necessárias devido às inundações do Nilo, que constantemente apagavam as fronteiras. Não há nada notável no fato de que essa ciência, do mesmo modo que as outras, tenha surgido das necessidades práticas do homem. Todo conhecimento que surge de circunstâncias imperfeitas tende por si mesmo a aperfeiçoar-se. Surge das impressões dos sentidos, porém gradualmente se converte em objeto de nossa contemplação e finalmente entra no reino do intelecto. [22]

A conversão da geometria em uma teoria matemática foi gradual mas solidificou-se tanto que desde Euclides, no III séc. A.C, quando a matemática se tornou ciência independente, até *Lobachevski* (1792-1856) quase nenhuma alteração foi efetuada em seus fundamentos. Foi em 1826 que esse genial russo lançou os fundamentos da geometria não euclidiana.

A geometria é uma das raízes da matemática (a outra é a aritmética), havendo um inter-relacionamento mútuo entre ela e a aritmética. Para medir o comprimento de um objeto (ou uma distância), por exemplo, primeiro se aplica a geometria e em seguida a aritmética, para os cálculos. A geometria euclidiana no entanto se ocupa do estudo das relações entre os entes geométricos e figuras, a partir de sua grandeza e posição, sabendo-se que nesse estudo o geômetra abstrai todas as demais propriedades tais como cor, densidade, peso, etc.. Numa figura geométrica abstrai-se também as limitações impostas pelo meio, fazendo a análise do ponto de vista puramente abstrato. É exatamente ai, diz Aleksandrov, que jaz a diferença entre a geometria e a astronomia, cristalografia e geodésia. Estas ciências comparam entre si corpos reais, figuras concretas, enquanto a geometria por não poder fazer experimentos com entes abstratos estabelece as relações a partir de raciocínios lógicos. "É o nível de abstração que distingue a geometria das demais ciências" das formas.

Seu caráter geral fica bem caracterizado pelas fórmulas de volumes que produziu; as quais independem do tamanho e da função do objeto, mas apenas da forma.

---

[22] A.D. ALESSANDROV et alii. op. cit. p. 39 e 41.

O volume de uma esfera é 4/3 πr^3 para qualquer esfera, quer se trate de uma diminuta esfera de aço usada nos rolamentos de bicicleta, de uma bolinha de gude ou de uma esfera de raio infinitamente grande.

A necessidade de fracionar as unidades de medidas levou ao surgimento dos números racionais, sendo também a geometria a parte da matemática que melhor justifica a aparecimento das frações e dos irracionais.

Os valores educativos da geometria são abordados por Zalman Usiskin[23], na seguinte ordem, e denominados dimensão, mas que não precisam ser necessariamente ordenados no currículo escolar, devido a independência de aprendizado de cada dimensão:

a) "A geometria como estudo da visualização, do desenho e da construção de figuras."

Embora no racionalismo o conceito de espaço seja algo *a priori*, não dependendo portanto de aprendizado, o que pode ser confirmado no instinto dos animais que conseguem delimitar o seu território ou mesmo na aves migratórias que se orientam acertadamente pelos astros sem que tenham feito um curso de astronomia, mas que apresenta reservas no que se diz relativo ao ser humano. Sabe-se hoje que o ser humano é grandemente influenciado pelo meio social onde vive e pelas experiências por ele vivenciadas dependendo, portanto, de uma aprendizagem e de uma convivência com o espaço físico para situar-se adequadamente. Necessita também de uma aprendizagem eficiente onde o ensino de geometria auxiliará o aspecto de visualização dos alunos.

b) "A geometria como estudo do mundo real, físico".

Usiskin afirma que "Embora a geometria derive de um mundo físico, suas ligações com esse mundo são ignoradas na grande maioria dos textos escolares. E, mesmo quando encontradas nesses livros, as ligações da geometria com o mundo real parecem não ter uma direção muito precisa. Ordenar essas ligações é um problema curricular não resolvido".

c) "A geometria como veículo para apresentar conceitos matemáticos, ou outros, cuja origem não é visual ou física".

---

[23]Zalman USISKIN Apud LINDQUIST & SHULTE. Aprendendo e ensinando geometria. pp. 32-36.

Informações numéricas podem ser representadas em gráficos. Os conjuntos numéricos são, usualmente, relacionados com a reta e o estudo da velocidade é feito utilizando-se de gráficos, retas, etc.

d) "A geometria como exemplo de um sistema matemático".

Este é, segundo o autor, um aspecto importante tendo em vista que "dentre todas as áreas da matemática, só a geometria tem como objetivos principais justificar, discutir lógica e dedução e escrever demonstrações".

> *A inteligência prática é desenvolvida na medida em que ela se apoia numa atitude que compreende a interpretação das relações geométricas ou das posições entre objetos simultaneamente compreendidos no campo da percepção.*[24]

Ana Maria Kaleff dá ênfase ao valor educativo da Geometria. Em seu artigo intitulado "Tomando o Ensino da GEOMETRIA em nossas Mãos...", tem este pensamento:

> O Homem faz, desde tempos pré-históricos, uso da imaginação para compor suas imagens visuais e mentais, traduzindo, em desenhos, não somente as imagens reais da natureza a sua volta, como também, as imagens mentais relacionadas com suas emoções e seus sentimentos, expressão de seu mundo interior. Foi da necessidade do homem em compreender e descrever o seu meio ambiente (físico e mental), que as imagens, representadas através de desenhos, foram lentamente conceitualizadas até adquirirem um significado matemático, na Geometria e uma forma, nas Artes.[25]

Sabe-se que o ensino da Geometria tem sido relegado ao olvido por diversas razões. Geraldo Perez[26] apresenta as duas mais comuns como sendo a falta de domínio desse conteúdo por parte do professor, e o fato do mesmo estar localizado sempre na parte final dos livros e o conteúdo da série nunca ser ministrado na íntegra por falta de tempo. Regina Pavanello[27] acrescenta que o fenômeno está ligado a questões de ordem educacional. Falta, segundo ela, unanimidade entre os matemáticos, com relação à contribuição da geometria para o conhecimento matemático. Há também razões históricas para o seu abandono: a questão econômica, a concorrência da indústria estrangeira e a incipiente indústria brasileira, com o país sendo essencialmente agrícola

---

[24] Henri WALLON Apd Lucilia Bechara SANCHEZ. O desenvolvimento da noção de semelhança na resolução de questões de ampliação e redução de figuras planas.
[25] Ana Maria KALEFF. A educação matemática em revista. p.19.
[26] Geraldo PEREZ. Pressupostos e reflexões teóricas e metodológicas da pesquisa participante no ensino de geometria para as camadas populares. pp. 126-131.
[27] Regina Maria PAVANELLO. Revista Zetetiké nº 1 pp.7-19.

e vivendo da comercialização, e a busca do saber jurídico, pelos filhos dos latifundiários, para ter acesso aos cargos burocráticos e políticos, em detrimento do saber científico; um ensino de caráter puramente utilitário na escola primária visando as atividades comerciais. O ensino secundário destinado às elites , por ser em geral pago, tem por objetivo preparar para o ingresso nos cursos superiores e trata a matemática (aritmética, álgebra e geometria) de forma abstrata e separadamente, sem qualquer relação entre eles.

Após a primeira guerra mundial ocorrem modificações no campo econômico com repercussão no campo educacional, mas ainda assim no que diz respeito ao ensino da matemática, pouco se faz para o seu aprimoramento, pois enquanto se tenta estabelecer a unidade entre os seus vários ramos, entregando a um só professor a responsabilidade pelo seu ensino, os livros didáticos continuam apresentando o conteúdo por série e sem integração entre si.

Com o movimento da Matemática Moderna, a partir da década de 60, opta-se por estudar as noções de figura geométrica, interseção de figuras como conjunto de pontos do plano, usando para a sua representação a linguagem da teoria dos conjuntos. Um enfoque incoerente com o movimento e por isso cedeu lugar à geometria das transformações. Ora, se a abordagem tradicional apresentava dificuldades no que diz respeito ao conhecimento do professor, esse novo enfoque (uma geometria algébrica) dificulta ainda mais e muitos professores preferem relegar o seu ensino a um segundo plano.

A Lei de Diretrizes e Bases nº 5692/71 vem reforçar esse abandono ao permitir que o professor monte o seu próprio programa " de acordo com a necessidade da clientela".

Pavanello, em sua síntese histórica, reflete uma profunda preocupação por esse abandono porque ele pode estar prejudicando a formação dos alunos ao privá-los da oportunidade de desenvolvimento do processo visual e sobrecarregando o processo seqüencial.

Pavanello conclui as suas ponderações citando um autor identificado por Not. Este afirma que o trabalho com álgebra,

> pode conduzir à execução mecânica de operações, pois as transformações algébricas são determinadas somente por uma síntese de leis formais que indicam o que se pode fazer em determinada situação . O realizado com a

> geometria, no entanto, pode favorecer a análise de fatos e de relações, o estabelecimento de ligações entre eles e a dedução a partir dai, de novos fatos e novas relações. Conseqüentemente, o trabalho com álgebra pode acostumar o indivíduo a operar sem questionamento sobre as regras preestabelecidas, a fazer isto ou aquilo, sem questionar o que faz. O efetuado com a Geometria, pode por sua vez, proporcionar o desenvolvimento de um pensamento crítico e autônomo.[28]

O ensino da Geometria, segundo Richard H. Balomenos, "propiciará a prontidão para o cálculo e desenvolverá a visualização espacial".[29]

Os pesquisadores do grupo MOMENTO[30] opinam que "Modos de representação tais como perspectiva, planificações, cortes, projeções e outros são fundamentais para a interpretação das mensagens" onde predomina a imagem (cinema, televisão, cartazes). E continua:

> A Geometria pode prevenir certas dificuldades de aprendizagem. Algumas dificuldades de percepção espacial prejudicam a aprendizagem, principalmente, na fase da alfabetização. É o que ocorre, por exemplo, quando se trata de distinguir q, p, b e d. Nossa experiência tem demonstrado que atividades geométricas, particularmente aquelas que envolvem simetrias, podem auxiliar as crianças nessa fase

Perez afirma que:

> O ensino de Geometria mostra-se de grande importância, se o professor, ao preparar o indivíduo para a vida, atentar para o fato de que a Geometria:
> -colabora com a capacidade de percepção espacial dos alunos,
> -auxilia com a representação geométrica, a visualização dos conceitos matemáticos,
> -apresenta-se como um campo profícuo para o desenvolvimento da capacidade de abstrair, generalizar, projetar, transcender o que é imediatamente sensível - que é dos objetivos do Ensino da Matemática - oferecendo condições para que níveis sucessivos de abstração possam ser alcançados. Todas estas considerações revelam que o trabalhar com o Ensino de Geometria pode colaborar de forma fundamental com a formação dos indivíduos e em particular, dos indivíduos pertencentes às camadas populares.

Em seguida Perez cita de R. Thom:

> [...] a Geometria é um intermediário natural e possivelmente insubstituível entre a língua e o formalismo matemático, no qual cada objeto é reduzido a um símbolo e o grupo de equivalência é reduzido à identidade do símbolo escrito consigo mesmo. Deste ponto de vista, o estágio do pensamento

---

[28] Regina M. PAVANELLO. Op.cit. p.16.
[29] R. H.BALOMENOS et alii. Apud LINDQUIST & SHULTE. Aprendendo e ensinando geometria. p.240.
[30]"MOMENTO é um grupo constituído por professores de 1º, 2º e 3º graus que se dedicam a desenvolver projetos de estudo e de intervenção em Educação Matemática". O artigo data de 1985/1986 e consta que a redação final é de responsabilidade de: ANTONIETA MOREIRA LEITE, ANNA FRANCHI, DULCE SATIKO ONAGA, RUTH DA CUNHA PIRES e DIONE LUCCHESI DE CARVALHO.Reprografado

> geométrico pode ser um estágio impossível de omitir um desenvolvimento normal da atividade racional do homem. [31]

Enquanto ciência, a geometria descreve o desenvolvimento do raciocínio humano. Conhecida a sua história e estrutura, conhece-se a história das idéias e estruturação formal das mesmas. Sua organização revela as fases do processo do pensamento científico: 1) Contemplação da natureza, tomada de consciência da sua existência; 2) O desejo ou necessidade de conhecê-la e dominá-la; 3) A interrogação e o mergulho na busca de conhecer, de apoderar-se dela; 4) A formalização do conhecimento e, por fim, 5) A extrapolação do concreto, a especulação racional, as novas perguntas e novas buscas, dessa vez não mais na natureza bruta mas no campo teórico.

A geometria, como técnica, é um instrumento que contribui para transformação do mundo por capacitar para o trabalho e instrumentalizar o educando para a competição. Contribui, dessa forma, para a consolidação da democracia por estender a todos o direito à ascensão profissional; como ciência se constitui numa nova visão de mundo ou contribui para isso na medida em que discute as formas puras e abstratas, se constituindo num paradigma de interpretação.

Os elaboradores da Proposta Curricular, do Governo Federal, para o Ensino de Matemática revelam a preocupação com o papel desempenhado pela matemática, no programa escolar. Ela tem estado a serviço de uma classe que deseja a manutenção de um filtro social, que seleciona os que concluirão ou não o ensino fundamental.

Ao propor uma mudança metodológica na apresentação desse conteúdo, utilizando os raciocínios dedutivo e o indutivo simultaneamente, posicionam-se dentro de uma concepção humanista da educação. Essa equipe é de parecer que:

> A Geometria é parte importante no currículo de Matemática das séries iniciais porque, através dela a criança desenvolve um tipo especial de pensamento que lhe permite compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive.[32]

---

[31]Geraldo PEREZ. op.cit. pp.35-37
[32]Geraldo PEREZ. op.cit. pp.35-37
[32]Célia M. Carolino PIRES et alii. Parâmetros curriculares nacionais: matemática pp. 8,9 e 55.,

4. Uma Síntese Interrogatória

A época atual, marcada pelas repentinas mudanças, requer também mudanças no ensino de matemática. Que matemática seria adequada para esta época?

Embora seja uma tarefa difícil, senão impossível, prescrever uma fórmula para o ensino na atual conjuntura, pode ser oportuno uma reflexão sobre as condições de ensino da matemática nas escolas de 1º grau, as condições de aprendizagem dos alunos que as freqüentam e as condições relativas à formação dos professores e exercício da profissão.

Por mais paradoxal que possa parecer, esta é uma época de grandes perspectivas e poucas esperanças. No limiar do século XXI, com toda a expectativa da aproximação de uma "nova era", da globalização da economia e da informatização, produzindo o sonho de um mundo melhor, mais humano, cheio de compreensão, onde a moeda universal seria o saber, e que teríamos em breve uma nova álgebra; a álgebra onde as regras operatórias seriam a compreensão mútua, a tolerância, o respeito aos direitos individuais e que operaria com a permuta do saber. Uma álgebra que desconhece a subtração e que a divisão não é o oposto da multiplicação. Por outro lado sente-se em cada olhar a frustração de uma política ineficiente para resolver os problemas das classes menos favorecidas, uma competição cada vez mais acirrada para se obter "um lugar ao sol", uma onda cada vez maior e mais avassaladora de violência, uma tecnologia que ao mesmo tempo em que traz esperanças de solução para alguns problemas parece agravar outros e relegar o homem trabalhador a um plano subalterno. Uma tecnologia que ameaça "substituir esse homem", e por isso mesmo cria angústia e torna o mercado cada vez mais competitivo.

Num momento como este, mais que qualquer outro na história, faz sentido a pergunta: Que geometria ensinar aos alunos do 1º grau?

Outras perguntas evidentemente a antecedem, como por exemplo: Por que ensinar geometria?

Teria a sociedade necessidade desse conhecimento, tendo em vista o avanço da informática?

Estaria a sociedade interessada no conhecimento geométrico?

Que concepções teria a sociedade a respeito da geometria?

Qual o significado do conhecimento geométrico para os alunos do primeiro grau?

Esta última questão norteia o trabalho; porém, ela também se faz anteceder e suceder por outras tantas de igual peso.

Quando se interroga a respeito da necessidade do conhecimento geométrico por parte da sociedade atual, informatizada, considera-se o tipo de raciocínio a ser desenvolvido pelo estudo da geometria.

O raciocínio dedutivo, seqüencial; o exercício da generalização e abstração, o rigor nos enunciados contribuindo para o aperfeiçoamento do uso do idioma pátrio, o hábito de precisão e clareza nos enunciados e o exercício da imaginação são ainda valores para esta sociedade?

Considerando que a geometria é uma ciência milenar, estruturada de forma particular e que se constitui numa forma também particular de pensar e interpretar pode-se perguntar se ela teria ainda algum atrativo para os adolescentes deste final de século, vivendo como estão numa sociedade massificada, em constante mudança e que parece ter rompido suas ligações com o passado.

Os teoremas geométricos, descobertos e provados há tanto tempo, constituir-se-iam ainda em situações de conflito para os nossos alunos? Teriam ainda esses teoremas elementos capazes de despertar nos alunos a curiosidade e o gosto pela sua aprendizagem?

Numa época em que se fala de uma nova ética, propondo nova ordem de valores, seja pela extinção de alguns dos já existentes seja pela criação de outros, todos passando por uma reorganização, pergunta-se: É o conhecimento geométrico ainda um valor para os nossos alunos? Em que ordem é colocada?

Teriam os alunos uma motivação intrínseca, espontânea, para o estudo da geometria ou o seu ensino exigiria uma metodologia adequada e capaz de romper alguma barreira socialmente construída, para que o aluno pudesse dedicar tempo ao seu estudo e fazê-lo de forma a sentir-se realizado? Em que se constituiria essa barreira, caso ela exista?

Uma das justificativas para a inclusão do estudo de uma ciência no currículo escolar é a sua propriedade de estimular a abstração e exercitar o poder de generalização. Em virtude da natureza abstrata do seu objeto a geometria tem sido apresentada como uma das que mais contribuiria para o desenvolvimento dessa faculdade. Mas, pergunta-se: estaria o aluno interessado em extrapolar o mundo sensível e explorar o imaginário, o abstrato?

A passagem do mundo não categorial, dos sentidos, para o mundo categorial, para o real platônico, seria algo desejado e atingível por esses aluno?

As definições geométricas apresentadas em forma de um texto, sem se fazer acompanhar pelo desenho correspondente, seria de fácil compreensão para os alunos da 8ª série? Teria o seu significado tão evidente que restaria pouco ou nenhum trabalho para o professor exemplificar?

Uma vez de posse dos conceitos elementares da geometria, tais como paralelogramo, retângulo e quadrado, acrescido de algumas das suas propriedades, teria o aluno condições intelectuais de deduzir outras propriedades delas decorrentes, inclusive admitir a inclusão de classe?

5. A Educação Centrada no Aluno

Em parágrafos anteriores falou-se de uma educação voltada para o aluno, cuja preocupação central não é o conteúdo ou a ciência mas o ser humano que necessita ser educado para fazer frente às mudanças de paradigmas, se auto-afirmar, e ter uma postura crítica diante do sistema de valores impostos pelo conhecimento e pela sociedade.

A educação centrada no aluno tem suas raízes nos pressupostos da Psicologia Humanística, cujos conceitos correspondem aos da fenomenologia.

Segundo Joel Martins:

> Qualquer concepção de educação deveria estar voltada para uma preservação da pessoa, para a auto-afirmação do ser, especialmente num momento histórico no qual a visão de ser está sendo cada vez mais ameaçada.[33]

Maria A. V. Bicudo respalda essa posição ao afirmar que

> A Educação Centrada no Aluno propõe formar a pessoa psicologicamente saudável, possuidora de um Eu que seja aberto às experiências de modo realista. Para tanto procura, principalmente, levar o estudante a: (a) descobrir sua identidade; (b) descobrir a sua vocação; (c) satisfazer as suas necessidades psicológicas fundamentais; (d) manter a consciência aberta e viva de maneira que possa estar continuamente consciente da beleza e da vontade de viver; (e) transcender os pseudo-problemas e apreender os problemas existenciais sérios; e (f) aprender a ser um bom escolhedor.

---

[33] Joel MARTINS & M.A.V.BICUDO.Estudos sobre o existencialismo, fenomenologia e educação. p.42

> Procura dar oportunidade para que o estudante venha saber crescer e perceba a direção que esse seu crescimento aponta, que aprenda o que é bom e o que é ruim, o que é desejável e o que é indesejável, o que escolher e o que não escolher. Essa aprendizagem é fundamental para a educação intrínseca, ou seja, para aquela educação que possui significado para a vida do homem. [34] (grifo da autora)

Outras características da educação centrada no aluno podem ser resumidas como segue: procura ver o ser humano como um todo e concebe a aprendizagem como "um meio pelo qual o organismo mantém a sua unidade, pois ela fornece esquemas que poderão ser acionadas numa situação nova".[35]

O que se tem hoje é um ensino bem adaptado a uma escola criada nos moldes do pensamento burguês. Uma escola que existe para selecionar, para classificar os alunos em aptos e inaptos para a ascensão social e para o exercício da liderança. Os destinados a dirigir os destinos da sociedade devem ser instrumentalizados com um saber estritamente teórico e os operários com um saber prático. Uma variante nesse modelo é que em nossa escola nada é prático e, portanto, deduz-se que todos são candidatos a "cidadãos do mundo", possuem uma estrutura econômica que lhes permite viver apenas para escola até que a maioridade seja atingida. Nesse período, presume-se, podem dedicar-se exclusivamente à aquisição do conhecimento por puro prazer intelectual. Vão à escola "buscar uma cultura aparatosa e brilhante, como própria de homens que devem dirigir muito acima os negócios desta terra, e aos quais não interessa, portanto, as minúcias e as mesquinharias desse trabalho", conforme preconizavam os jesuítas.[36]

Em nossos dias, tem-se uma escola pública para todos, mas teríamos, nessa escola, uma geometria para todos? A geometria que é ensinada, quando isso ocorre, reforça mais a divisão social ou oportuniza uma ascensão dentro dessas classes, por contribuir para a instrumentalização do indivíduo?

Na prática pedagógica das nossas escolas o ensino tem sido influenciado pelo que se espera objetivamente: as notas e a aprovação. O que se espera subjetivamente - o conhecimento, a instrumentalização, a formação e a informação quase não tem sido levado em conta. O sistema querendo manter a divisão social, instituiu e organizou o

---

[34]Joel MARTINS e M.A.V.BICUDO. Op.cit. p.71
[35]Idem.p.57
[36]Aníbal PONCE.Educação e luta de classes.p.147

ensino da matemática e a nossa prática pedagógica tem se desenvolvido no sentido da consolidação dessa divisão.

O ensino da matemática está voltado quase que exclusivamente para o conhecimento, deixando para um plano secundário as questões relativas à aprendizagem. O treinamento, a natureza dos exercícios utilizados contribuem para o aprendizado, porém para um aprendizado que não percebe as questões ideológicas sub-reptícias, um tipo de "domesticação".

Também não deve ser um ensino voltado apenas para os aspectos práticos utilitários, sob a égide da continuidade da escola na vida e visando apenas contemplar os reclamos de uma sociedade que prima pelos resultados mais imediatos, pois pode não contribuir para desenvolver a capacidade de ultrapassar o senso comum e chega mesmo a reforçar a manutenção do "status" social.

Tendo em vista a alta competitividade e a visão imediatista que predomina na sociedade atual (este é outro paradoxo de uma sociedade que se diz estar de olhos voltados para o próximo milênio), é necessário que o ensino da matemática e mais especificamente o da geometria tenha como centro o aluno, o atendimento das suas necessidades, o seu desenvolvimento integral. Deve abranger o intelecto, a afetividade, e a religiosidade, respeitando os limites impostos naturalmente e promovendo a compreensão, a autonomia e a cooperação.

Hoje, o que se tem é um ensino cujo foco é a ciência. Há uma preocupação exagerada com o conteúdo, que por mais repleto que esteja de conhecimento das ciências ou de humanidades não tem como objetivo o aluno e não leva em conta o processo, "todas as formas humanas de conhecer: a cognitiva, a sensorial e a emotiva", como afirmou Maria A. V. Bicudo,[37] enfim, não vê a pessoa.

A educação escolar deve salientar sua função humanizante e estar voltada para a realização pessoal do ser estudante, preocupada com o entendimento da realidade das coisas, das pessoas, e das divergências de visão de mundo que as diferentes pessoas têm.

"Uma educação centrada no aluno, se apresenta como uma atitude assumida para com o aluno e para com a educação".[38] É um modo de ser que se expressa pelo

---

[37]Joel MARTINS & M.A.V.BICUDO. op. cit.. p.45

[38]Idem p.46

observar, perceber e revelar interesse. Que se revela no relacionamento empático entre educando e educadores e numa avaliação do processo.

Os textos de matemática são apresentados, em sua maioria, como uma sucessão de definições, teoremas, fórmulas, equações, ordenados rigorosamente, onde um fato novo sempre é deduzido de outro anterior, numa lógica própria que não acompanha a lógica dos alunos, não havendo discussões sobre conceitos, pois os mesmos já vêm apresentados prontos e definitivamente acabados.

De acordo com essa concepção a matemática é vista como uma ciência que subsiste por si mesma, sem relação alguma com a vida, com as pessoas, com as coisas, não tem história, como se não fosse construção humana. Está, a matemática, cheia de entidades abstratas tais como números, funções, conjuntos, etc. que a mente humana não pode criá-las, apenas descobri-las. Não há preocupação com o processo de aprendizagem, com a compreensão, cabendo ao estudante apenas a tarefa de aceitar as suas definições. Enfim, a matemática é uma ciência neutra, não sofre nenhuma influência do meio social ou filosófico onde está sendo trabalhada, ensinada.

É essa visão platônica, logicista, da matemática, de que ela se desenvolve atendendo as suas próprias necessidades, que impregna os currículos tradicionais, onde se enfatiza a memória em detrimento da compreensão e da criatividade.

A geometria, quando ensinada, não foge a essa regra. Inicia-se pelos entes primitivos e, por admitir ser de pleno domínio dos alunos a ausência de determinadas dimensões nesses entes, não há a preocupação em iniciar a partir de objetos do mundo físico onde o educando possa, a partir da interação com o objeto, estruturar o seu conhecimento.

Há uma carência de ênfase no conhecimento, na instrumentalização e formação do educando pois o ensino tem sido influenciado pelo que se espera objetivamente: as notas e a aprovação; pelo resultado imediato.

Em parágrafos anteriores já se discutiu a necessidade de um ensino voltado para o conhecimento e não apenas para a aprendizagem.

O ensino de geometria calcado exclusivamente na memorização de fórmulas, entes geométricos, axiomas e teoremas sem se preocupar com a devida compreensão, sem exemplos de aplicabilidade contribui muito pouco para o processo educativo. Dessa forma, esse ensino tem se tornado opressivo, desinteressante, desestimulante, sem significado; não informa e não forma por não estimular o raciocínio. Por outro lado, se o objetivo fosse a utilidade imediata bastaria, para a maioria dos alunos o conhecimento das medidas de comprimento, área do retângulo e do quadrado e algumas noções de volume. É o que ele vai utilizar para a sobrevivência. Porém essa visão é acanhada demais e exclui a geometria do rol das disciplinas formativas e informativas. Geometria é cultura, tanto quanto História, Literatura, Biologia, etc. E é como tal que ela está inserida no contexto escolar. Torná-la significativa para o aluno é trabalhar o seu conteúdo de tal forma que contribua para a compreensão da atualidade e dos fenômenos naturais.

Não se espera que todos esses alunos se tornem agrimensores, astrônomos, cartógrafos, artistas, etc. Objetiva-se, no entanto, que tenham uma cultura, no mínimo, suficiente a lhes permitir saber qual a contribuição da geometria para esses e outros profissionais e para o progresso de todas as ciências. Sabe-se que é possível determinar a largura de um rio usando semelhança de triângulos e que túneis são projetados e construídos com a ajuda da geometria. Como poderá o estudante contemplar a beleza dessas façanhas sem a mínima noção da ciência que as torna possível? O estudo da geometria mostrará aos alunos como é possível saber o diâmetro da terra ou a distância da terra à lua, contribuindo dessa forma para que estejam devidamente situados no contexto cultural.

Que conteúdo geométrico a atual sociedade necessita? Não é um conteúdo que tenha caráter formativo e informativo?

Se a sociedade atual desconhece a geometria como poderá optar pelo seu estudo? Se o professor tem pouca familiaridade com ela como poderá opinar sobre o método que deve ser usado no seu ensino? Não se pode, no entanto, subtrair da sociedade o seu direito de ter os seus filhos informados, pela escola, sobre os progressos do saber humano, permitindo-lhes escolher o caminho a seguir, tornando-se desse modo cidadãos críticos e autônomos.

Há um procedimento de raciocínio que, se devidamente explorado, daria uma grande contribuição na consecução dos objetivos educacionais acima expostos - a demonstração geométrica. Esse processo de verificação da validade ou não de um conhecimento chamado demonstração é o questionamento que pode ser usado como uma forma de fecundar o espírito humano.

5.1. A demonstração geométrica e o seu valor educativo

Enquanto os problemas de ordem sócio-econômica provocam a busca do saber, a necessidade de legitimar as soluções encontradas têm se constituído num desafio à produção teórica. A matemática, enquanto ciência pura, é fruto da produção teórica e o seu desenvolvimento se deu pelo processo lógico-dedutivo, sendo a demonstração o elemento fundamental para a validação desse conhecimento. A natureza abstrata do objeto matemático exige esse tipo particular de raciocínio. O estudo da geometria necessita, nessa passagem do mundo visível, manipulável, para o mundo real, abstrato, da mediação da demonstração.

Pesquisadores da história das idéias, embora não conseguissem precisar a data de nascimento da demonstração, e até admitem o seu uso de forma esparsa em épocas anteriores, estão de acordo de que o seu florescimento ocorreu no século V a.C., na Grécia[39]. Esse século marcou o início da época áurea dos sofistas, os polêmicos divulgadores da cultura. Foi a época da democracia, da liberdade de expressão.

Demonstrar é argumentar, provar, convencer, esclarecer. Só num regime democrático, onde as dúvidas podem ser expressas é que as explicações se fazem necessárias. Apenas num ambiente onde se tem uma visão geral do contexto e as idéias têm livre curso, se justificam os debates. De modo semelhante as demonstrações em matemática, só fazem sentido numa condição de compreensão do conteúdo que envolve o problema e num ambiente onde o debate é possível e desejado. A demonstração é um argumento compreensível e justificável onde há uma dúvida provocada.

A demonstração, em matemática, tem por característica o rigor e parte de enunciados aceitos como verdadeiros - os axiomas - deduzindo os demais de acordo com um conjunto de regras da lógica. Para o matemático um conhecimento deixa de ser processo e se torna solidificado quando, reunido os axiomas e teoremas pertinentes, se puder concluir ser aquele o único resultado possível. "A demonstração", segundo A. Fetissov[40], "é exigida por uma das leis fundamentais do nosso pensamento - o princípio da razão suficiente, que aponta para a necessidade de fundamentar rigorosamente as nossas afirmações". Nessa atividade a inteligência é desafiada à medida que se põe a

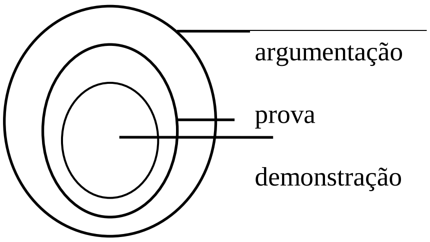
[39] Ver Gilbert ARSAC. Recherches en didactique des mathématiques. pp. 267-312.
D. BERGUE et al. "Petit x" pp. 5-39.

[40] A. FETISSOV. A demonstração em geometria. pp 1,37 e 40

procurar a sucessão de silogismos que "permitirá ligar a afirmação a demonstrar às verdades anteriormente reconhecidas e às condições do teorema." Essa é a fase analítica do processo e a exposição final do resultado é a síntese.

O conceito de demonstração aqui exposto toma por base os trabalhos coordenados por Gilbert Arsac[41] que coloca a demonstração como prova rigorosa e específica. A rigor, a sua classificação considera a demonstração como um caso particular de prova e esta como um caso particular de explicação ou argumentação.

Esquematicamente:



Argumentação é a tentativa da pessoa ou grupo de pessoas de conseguir adesão ao seu modo de encarar os fatos. Não há, necessariamente, a preocupação com a verdade, há apenas a defesa de um ponto de vista. Pode ser válida ou não. É válida se convencer, se os recursos didáticos utilizados forem suficientes para esclarecer e obter a adesão pretendida.

Não tendo a preocupação com a validade da tese, a argumentação, não se prende a deduções lógicas e nem se compromete com a verdade do que afirma. Pode basear-se em premissas equivocadas e se conduzir pela lógica natural[42] tendo como endereço um determinado grupo. Pode ser forte ou fraca e nunca é mais forte do que o seu ponto mais fraco.

Segundo Mário M. Ramires, o sofista Protágoras já distinguia o discurso fraco do discurso forte pela quantidade de indivíduos que o aceitavam.

> A passagem do discurso fraco para o discurso forte se daria a partir dos pontos em comum que o discurso individual encontraria no discurso/opinião dos outros indivíduos. Como a verdade do indivíduo se manifesta através do

[41]Gilbert ARSAC et alii. Initiation au raisonnement dductif au collège, Chapitre 1.
[42]Lógica Natural é o discurso do cotidiano. Constitui-se numa mescla de argumentos sem rigor, onde tese e hipótese são confundidas e as passagens de uma etapa para outra são feitas sem as devidas justificativas.

> discurso, enquanto for um discurso individual é um discurso fraco, uma verdade fraca.[43]

As explicações que são aceitas por um grupo, num determinado momento, adquirem o status de prova. A prova tem valor relativo, serve apenas para o grupo que a aceita, que sentiu-se convencido pelo argumento.

Prova "é um processo que tem por objetivo assegurar a validade de uma asserção ou uma decisão"[44] Tem por base a razão e, portanto, seus argumentos conduzem a uma conclusão de validade. A prova se faz necessária sempre que se verifica uma incerteza quanto a validade da proposição.

Um exemplo de prova, comumente usado em nossas escolas, consiste em verificar, através de dobraduras, a validade do teorema que afirma que a soma dos ângulos internos de um triângulo é igual a 180$^{o.}$

Demonstração, conforme já foi visto é um caso particular de prova. É uma prova aceita pela comunidade de matemáticos e possui características próprias. Possui formalidade e tem caráter científico e técnico.

Enquanto uma explicação, ou argumentação, pode ser considerada boa, fraca ou forte, sobre a demonstração não se emite juízo de valor. Ela é correta ou incorreta; não há meio termo. É atemporal e impessoal, porque a sua validade não depende de quem a apresenta ou o tempo em que foi apresentada. É verdade sempre.

Enquanto a prova tem valor relativo, por estar restrita ao tempo e à comunidade a que foi apresentada, a demonstração independe desses fatores. A demonstração é um procedimento de raciocínio essencialmente teórico; é o tipo de raciocínio realizado no discurso matemático.

As principais características de uma demonstração são:

-Destina-se a um grupo que tem uma cultura específica e uma linguagem comum. Esta é a sua característica social.

-Apoia em enunciados considerados verdadeiros (os axiomas). Os outros argumentos são deduzidos dos precedentes a partir de um conjunto de regras da lógica. Ela é formal.

-Ela é teórica. Opera com objetos que não pertencem ao mundo sensível. O concreto serve apenas como ponto de referência.

---

[43]Mário M. RAMIRES. O Sofista, a Comunicação e a Cultura. pp. 16,17.

De acordo com Bergue[45], a obra os “Elementos” de Euclides fornece o primeiro ritual de uma demonstração. Esse ritual compõe-se dos seguintes itens:

- a proposição: é o enunciado geral que necessita ser demonstrado. É a afirmação cuja evidência depende da demonstração;

- a exposição, ou construção do desenho;

- a determinação: é a explicação do enunciado sobre o desenho com eventuais construções auxiliares;

- a demonstração propriamente dita;

- a conclusão, que consiste na formulação da proposição como resultado geral.

> As demonstrações preenchem simultaneamente vários fins. Ao serem expostas ao exame e julgamento de uma nova audiência, as demonstrações estão sujeitas a um processo constante de criticismo e revalidação. Erros, ambigüidades e incompreensões são dissipadas devido à exposição constante. Uma demonstração significa respeitabilidade. Uma demonstração é o sinete da autoridade.
> Uma demonstração, no melhor dos casos, aumenta o entendimento, mostrando o que é essencial no assunto. As demonstrações sugerem matemática nova. Uma demonstração é potência matemática, a voltagem elétrica do assunto.
> Finalmente, as demonstrações são um ritual, e uma celebração do poder da razão, que vitaliza as afirmativas dos teoremas. Um tal exercício de reafirmação pode ser muito necessário, levando em conta todas as confusões em que o pensamento claro claramente nos mente. [46]

O seguinte problema mostra que a intuição não é suficiente, fazendo-se necessário recorrer a uma verificação e até mesmo a uma demonstração.

> Tome um pedaço de corda, com, 1,5 metros de comprimento, aproximadamente, e coloque-o no chão formando um laço com as pontas livres; então puxe as extremidades da corda, fazendo um laço gradualmente menor e pare quando achar que o laço tem o tamanho de sua cintura. Marque a corda no ponto onde ela se cruza e verifique sua previsão, pondo a corda ao redor de cintura[47].

Os autores do problema comentam que “Quase todo mundo faz um laço duas vezes maior do que deve ser”.

Não haverá desafio para a inteligência do educando se tudo for apresentado como estando inquestionavelmente pronto. Dificilmente haverá progresso se o conteúdo

---

[44]Gilbert ARSAC, et alii. Op. cit. p.8.
[45]D.BERGUE et alii. “Petit x” nº 27, pp.5-39
[46]P. DAVIS & R.HERSH. A experiência matemática. pp.178-182
[47]Edwin MOISE & Floyd L. DOWNS,Jr. Geometria moderna. p.3

for limitado à resolução de problemas do cotidiano ou aos exercícios padronizados encontráveis nos manuais didáticos.

Segundo os estudos feitos pelos Van Hiele, a demonstração, com todo o seu rigor característico, é indício de plena maturidade no conhecimento geométrico. Há, sem dúvida, um grau muito elevado de abstração em cada demonstração geométrica, pois o desenho ali aparece apenas como um coadjuvante à linguagem.

De certo modo a demonstração pode, num ambiente ditatorial, ser um instrumento de repressão, por outro lado, porém, pelas suas características próprias, é capaz de fecundar o espírito humano, tanto para manifestações do espírito científico, inquiridor como do espírito de livre expressão, democrático.

CAPÍTULO II - O MÉTODO, A METODOLOGIA E A PESQUISA

1. O Método e a Metodologia

Antonio Muniz de Rezende, ao discutir a educação do ponto de vista da fenomenologia, afirma que se "trata de uma experiência profundamente humana" e que " é mesmo uma experiência universal e exclusivamente humana"[48] donde se conclui que a proposta pedagógica fenomenológica é de uma aprendizagem humana e humanizante.

A educação é uma experiência exclusivamente humana e envolve indivíduos ou grupos; é o fenômeno da aprendizagem da cultura. "Assim como o homem não é só animal e nem só razão ele não é, tampouco, nem só individual nem só social".[49] Nesse caso fica evidente que a Psicologia Humanística deve se opor à Psicanálise, pois essa reduz o homem a um "joguete entre as forças psíquicas inconscientes e as pressões sociais externas; e ao behaviorismo que preconiza a passividade humana e propõe o comportamento animal como paradigma humano".[50] As teorias comportamentalistas falham na compreensão da estrutura do comportamento humano,

Neste trabalho optou-se por essa visão da educação por ser ampla ao ponto de extrapolar os limites da escolarização, chegando até à família e ao trabalho. Por se admitir também que fatores externos ao indivíduo interferem no seu comportamento. A concepção é de uma educação centrada no aluno, mas que não prescinde do conteúdo, por entender que do seu esvaziamento só poderá resultar um aluno não instrumentalizado para as mudanças necessárias.

Preconiza-se que os conteúdos devem ser selecionados tendo em vista a sua relevância social procurando evitar a dicotomia entre quantidade e qualidade. Nesse contexto o ensino deve ser desenvolvido em consonância com os princípios da Psicologia Cognitiva partindo de uma visão do conjunto para então buscar as suas partes, mantendo a conexão entre elas. Partindo do geral para o particular busca fazer retomadas sucessivas para que as partes permaneçam situadas no todo. Procura levar à

[48]A. M. REZENDE. Concepção fenomenológica da educação. p.46
[49]A. M. REZENDE. Op. cit. p.49
[50]J. MARTINS & M. A. V. BICUDO. OP.cit. p.48

objetividade sem a perda da subjetividade, sendo esta o meio para se chegar ao objetivo. A apresentação se dá de tal forma que não inibe a criatividade. Desse modo o ensino da geometria ocorre de tal modo que deixa espaço para a imaginação, a criatividade, a poesia e a arte; apresenta o preestabelecido sem submeter o educando a um enclausuramento prévio e sem contrapor o novo ao velho. Um ensino que busca desvelar o mundo-vivido e o mundo das formas através da geometria.

Surgido no momento que as ciências sofriam a crise dos fundamentos por não responderem mais às grandes questões da humanidade, o método fenomenológico, conhecido como redução fenomenológica recorre ao discurso para que haja uma aproximação maior possível da densidade do fenômeno humano.

Para a fenomenologia o professor desempenha papel importante porque o fazer pedagógico deve ser uma experiência de encontro entre o educando e o educador. Dai justificar um investimento no profissional, tanto em termos de educação continuada como em termos de valorização profissional. Por outro lado é necessário investir na conscientização do educando sobre o valor do saber, da busca pelo saber fazer, saber ser e da necessidade de um investimento na direção do conhecimento tendo em vista o aprimoramento da cidadania.

> Para a fenomenologia, não há aprendizagem humana enquanto esta é reduzida em função do paradigma proposto: animal, mecânico, sociológico, econômico, ideológico. E se falarmos de reducionismo é exatamente para dizer que, embora todas essas abordagens possam ter uma importante contribuição a dar, esta última é modificada de modo profundo quando se integra na estrutura global do fenômeno humano.[51]

Apresentar uma definição completa e formal de fenomenologia talvez não seja possível pela própria concepção fenomenológica. Mas a essência da Fenomenologia está na postura crítica do conhecimento.

Husserl esclarece que: “O método da crítica do conhecimento é o fenomenológico; a fenomenologia é a doutrina universal das essências em que se integra a ciência da essência do conhecimento”.[52]

A crítica do conhecimento é uma questão central ao longo da fenomenologia.

---

[51]A.M.REZENDE. op.cit.p.50
[52]E. HUSSERL.A Idéia da Fenomenologia. p.22

A tentativa de esclarecer esta crítica do conhecimento era tão forte para Husserl que ele próprio afirmou que sem resolver essa questão ele não poderia "verdadeira e sinceramente viver".

Segundo Marly E. Dalmazo A. André:

> A fenomenologia enfatiza os aspectos subjetivos do comportamento humano e preconiza que é preciso penetrar no universo conceptual dos sujeitos para poder entender como e que tipo de sentido eles dão aos acontecimentos e às interações sociais que ocorrem em sua vida diária. O mundo do sujeito, suas experiências cotidianas e os significados atribuídos às mesmas são, portanto, os núcleos de atenção na fenomenologia. Na visão dos fenomenólogos é o sentido dado a essas experiências que constituem a realidade, ou seja, a realidade é 'socialmente construída'[53].

Um fator importante dessa linha de pensamento é que leva em consideração a visão que o indivíduo tem do objeto. Uma visão que é criada na interação do indivíduo com o meio onde vive, no convívio com professores e colegas, no contato com o próprio conteúdo.

Dentre as nuanças da pesquisa qualitativa, está a pesquisa etnográfica que, segundo Marly André, consiste numa "tentativa de descrição da cultura",[54] procurando compreender o significado que as ações praticadas por um grupo tem para os seus integrantes. O etnógrafo busca compreender o senso comum, e os variados significados que os participantes atribuem a sua experiência.

Como se vê "a etnografia é um esquema de pesquisa desenvolvido pelos antropólogos para estudar a cultura e a sociedade". Enquanto "o foco de interesse dos etnógrafos é a cultura de um grupo social"[55] os estudiosos da educação concentram sua atenção na atividades educativas; por essa razão em educação o que se faz é pesquisa do **tipo etnográfico.** Essa foi a técnica utilizada neste trabalho. Fica evidente uma diferença no enfoque dessas duas áreas e portanto os pesquisadores em educação não necessitam cumprir todos os requisitos da etnografia. Esses requisitos são: "uma longa permanência do pesquisador no campo, o contato com outras culturas e o uso de amplas categorias sociais na análise dos dados".

Uma pesquisa do tipo etnográfico apresenta algumas características próprias da etnografia:

---

[53]M.E.D.A.ANDRÉ. Contribuição do estudo de caso etnográfico para reconstrução da didática. p.11
[54]Idem. p. 14
[55]Idem. pp.21,22

A primeira delas é a observação participativa, onde o observador tem um "certo grau de interação com a situação estudada".

Uma segunda característica, decorrente da primeira, é "que o pesquisador é o instrumento principal na coleta e análise dos dados". Essa posição lhe permite uma adequação nas técnicas de coleta, durante o processo, "localizando novos sujeitos, revendo toda a metodologia ainda durante o desenrolar do trabalho".

As outras características podem ser resumidas em: ênfase no processo, buscando caracterizar o fenômeno no momento em que ocorre; preocupação com o significado que as pessoas atribuem às suas próprias ações; trabalho de campo, onde o pesquisador se aproxima das pessoas e de várias situações; descrição e indução e a formulação de "conceitos, abstrações, teorias e não a sua testagem".

"O que esse tipo de pesquisa visa é a descoberta de novos conceitos, novas relações, novas formas de entendimento da realidade".[56]

Este trabalho, como o próprio título indica, buscou descobrir as concepções dos alunos sobre o conhecimento geométrico; que valores lhe são atribuídos por eles e, conseqüentemente, como se relacionam com esse conhecimento.

2. Realizando a Pesquisa

A pesquisa foi desenvolvida em duas etapas. A primeira delas consistiu em uma espécie de sondagem do "ambiente", procurando investigar com que profundidade o assunto poderia ser abordado. Houve um intervalo de tempo de aproximadamente 6 meses entre a primeira e a segunda etapa.

A seguir, as descrições das duas etapas.

2.1 Primeira etapa

A primeira etapa desta pesquisa consistiu numa série de três atividades de geometria cujo objetivo foi detectar o nível de conhecimento dos 39 alunos da 8ª série, da Escola Estadual "Pe. José Scampini".

A preocupação principal dessa primeira atividade foi saber quantos alunos teriam atingido o nível mais elementar da aprendizagem geométrica, o qual foi denominado por van Hiele de nível zero.

---

[56]M..E. D. A. ANDRÉ. op. cit. p.24

O casal Dina van Hiele-Geldof e Pierre Marie van Hiele, educadores holandeses, observando as dificuldades apresentadas pelos alunos no desenvolvimento do pensamento geométrico, propuseram em 1984a e 1984b[57], respectivamente, na universidade de Utrecht um modelo para a análise do nível de maturidade geométrica do aluno. O modelo consiste em cinco níveis, denominados "visualização", "análise", "dedução informal", "dedução formal" e "rigor", que descrevem as características do processo de pensamento[58]. Esse níveis foram enumerados de zero a quatro e, nesse modelo, estão no nível **zero**[59] os alunos que conseguem distinguir uma figura entre outras tendo por base apenas o aspecto visual da figura representada. Nesse nível o aluno não se detém nas características ou propriedades básicas da figura, tais como existência ou não de paralelismo dos lados, o número de lados, a quantidade de ângulos internos ou outras características quaisquer.

Para a elaboração de uma atividade, que permitisse detectar o nível do conhecimento geométrico do aluno, foi levado em conta que a verificação do reconhecimento de uma figura só pode ser constatada quando estão satisfeitas três condições, a saber:

1- dada a figura o aluno faz o desenho correspondente;

2- dado o desenho o aluno escreve o nome correspondente, matematicamente correto;

3- dados os nomes e os desenhos, o aluno consegue estabelecer uma correspondência entre eles.

Para essa verificação foram apresentados aos alunos três atividades enumeradas de 1 a 3. A primeira consistiu em uma folha contendo as palavras: paralelogramo, losango, retângulo e quadrado, nesta ordem, e foi pedido para fazer os desenhos correspondentes. Na segunda atividade foram dadas as figuras para que fossem escritos os respectivos nomes, e na terceira atividade foram dados os nomes e as figuras para que fosse feita a correspondência entre eles. Exemplares dessas atividades estão em anexo.

---

[57]Datas das teses de doutoramento, segundo LINDQUIST & SHULTE. O trabalho dos autores, porém, antecedem muito a essas datas. A teoria, já era conhecida desde a década de 60, na União Soviética, onde inclusive influenciou a remodelação do currículo de geometria e, a partir da década de 70 passou a ser conhecida nos Estados Unidos da América.

[58]LINDQUIST & SHULTE. op.cit. pp.1-3

[59]Alguns divulgadores da teoria preferem falar em níveis de um a cinco ao invés de níveis de zero a quatro

Na atividade de número dois algumas figuras foram repetidas, variando-as no tamanho e posição, e não se esperava que o aluno fizesse inclusão de classe[60]. De modo análogo procedeu-se na terceira atividade. Foram fornecidos os nomes dos quatros quadriláteros apresentados na atividade número 1 e mais de um exemplar de cada figura, variando-as no tamanho e posição, como na atividade 2.

Em contato prévio com os alunos foram explicitados os objetivos das atividades e neste dia foram reiterados tais objetivos, salientando que não se tratava de uma prova e que nenhuma nota seria atribuída, procurando evitar algum clima de tensão que pudesse prejudicar o trabalho.

Preliminarmente foram anotados pelos próprios alunos a idade e sexo de cada um, bem como profissão e escolaridade dos pais. Essas informações foram coletadas visando uma posterior análise da condição sócio-econômica dessa clientela, caso isso fosse julgado necessário.

2.1.1 Atividade 1

Os quadriláteros apresentados na primeira atividade estão indicados, nesta análise por P, L, R e Q, respectivamente e a ordenação foi aleatória. Exemplares dessas atividades estão nos anexos A (folhas I a IV) e os símbolos P, L, R e Q, F_1 ,...,F_n não constaram nas folhas apresentadas aos alunos.

Consideramos P_1 se o aluno desenhou, inequivocamente, uma figura da família dos paralelogramos, P_2, se o desenho foi feito à mão mas ainda mantendo, mesmo precariamente, a forma de um paralelogramo e P_3, se desenhou outra figura qualquer, mesmo casualmente tenha dois lados paralelos, como o hexágono irregular ou duas retas paralelas. "N", indica que nenhum desenho foi feito.

As respostas P_1 e P_2 foram classificadas como certas e indicativas de que o aluno reconhece a figura, embora somente após as análises das atividades 2 e 3 será possível alguma conclusão.

Para a análise do losango, retângulo e quadrado foram adotados os mesmo critérios e L_1, R_1, Q_1, indicam que os alunos desenharam, inequivocamente, cada figura indicada sem levar em conta a posição. L_2, R_2, Q_2, se o desenho foi feito à mão livre

[60]O quadrado pode ser um retângulo ou losango, dependendo da propriedade considerada, e estes podem

mas ainda permitindo que qualquer pessoa que tenha um conhecimento mínimo de geometria pudesse admitir que o desenho se aproxima da referida figura. L_3, R_3, Q_3, se o desenho não apresentou qualquer semelhança com a figura indicada e N se deixou de fazer o desenho.

O quadro seguinte apresenta os resultados obtidos nessa primeira atividade, tanto em valore absolutos como em percentuais (tomando por base 39 alunos)

Figuras								
Paralelogramo (P)	0	5,6	0	0,0	5	4,1	4	0,2
Losango (L)	4	0,2	8	1,7	7	7,9	0	0,0
Retângulo (R)	0	1,2	6	1,0	2	5,1	0	0,0
Quadrado (Q)	2	6,4	4	5,9	3	7,7	0	0,0

Quadro I - Resultados relativos a atividade nº 1

A coluna 1 contém o número de alunos que desenharam de forma inequívoca cada figura solicitada.

A coluna 2, o número dos que fizeram o desenho à mão livre mas ainda permitindo saber do que se tratava.

A coluna 3, o número daqueles cujo desenho não apresentou qualquer semelhança com a figura nomeada.

A coluna N, o número dos que não fizeram desenho.

Os alunos apresentaram maiores dificuldades para desenhar o paralelogramo, que apesar de ter caráter genérico aqui foi tratado como uma categoria particular. Três alunos (7,7% dos 39) desenharam um octógono irregular, sete alunos (17,9%) desenharam retas ou segmentos de retas paralelas, sendo que um deles além das retas acrescentou os desenhos de dois hexágonos. Dez alunos (25,6%) desenharam o hexágono irregular e foi constatado ainda dois (5,1%) desenhos de trapézio, um (2,5%) de triângulo e um (2,5%) heptágono. Um aluno desenhou um paralelogramo após ter

---

ser tratados como paralelogramos. A classe dos quadrados está contida na classe dos retângulos, etc.

superado uma dúvida inicial, constatada pela anulação do desenho de um pentágono, convexo, irregular. Alguns desses desenhos fazem parte dos anexos.

Com relação ao losango constatou-se um número menor de erros, mesmo aparecendo três desenhos de triângulo, um de octógono, um de paralelogramo e dois de trapezóides, um deles desenhado à mão livre e outro com régua, após duas tentativas frustradas.

As figuras mais conhecidas são o retângulo e o quadrado. Os dois alunos (5,1%) que erraram ao desenhar o retângulo confundiram-no com o triângulo. Dos três alunos (7,7%) que não conseguiram desenhar o quadrado, dois desenharam um trapézio e um (2,5%) desenhou um retângulo.

Os dados mostram uma maior familiaridade dos alunos com o retângulo cujo lado maior esteja na horizontal talvez por ser a posição do quadro-negro bem como a forma mais comumente encontrada nos manuais didáticos. O quadrado, a outra figura mais familiar, é objeto de estudo quando se trata do cálculo de área em séries anteriores. O aluno não identifica uma porta, na posição vertical, como um exemplo concreto de retângulo.

2.1.2 Atividade 2

A atividade 2, composta de 11 figuras, distribuídas aleatoriamente numa folha de papel sulfite dividida em 12 partes (1 parte ficou em branco), com todas as figuras pertencendo à classe dos paralelogramos, sendo dois quadrados, três retângulos e três paralelogramos.[61] As figuras que no anexo A (segunda folha), estão indicadas por F_4, F_6, F_7, são paralelogramos. Foi classificado como P_1 o aluno que identificou corretamente as três. Tendo identificado apenas uma delas como paralelogramo foi classificado como P_2. P_3 indica que o aluno, mesmo tendo identificado corretamente o paralelogramo, excluiu uma das três ou, se tendo identificado corretamente uma delas, deu outros nomes às outras duas. Essa atitude do aluno indica dúvida no reconhecimento dessa categoria. Se o aluno identificou apenas como quadrilátero mas indicou o nome correto de uma delas foi classificado como P_2.

[61]Quadrado, retângulo, losango e paralelogramo, neste contexto têm o sentido estrito do termo e por figura está-se entendo o desenho.

As figuras F_2, F_9 e F_{10}, são losangos, estritamente falando, por se assemelharem, a menos da posição e tamanho, com uma parte da Bandeira Nacional. L_1 indica que o aluno identificou as três, L_2 indica que identificou uma ou duas delas e L_3, que não identificou nenhuma delas como losango ou, que mesmo tendo identificado o quadrado como losango, omitiu uma das três. Na avaliação consideramos L_1 e L_2 como indícios de reconhecimento da figura enquanto P_3 revela desconhecimento ou dúvida muito acentuada.

Foi classificado como R_1, isto é, bom nível de reconhecimento, se o aluno identificou F_3, F_5 e F_{11}, como retângulos, R_2 indica nível regular de reconhecimento, se o aluno identificou uma delas e R_3 indica desconhecimento total, se nenhuma delas foi identificada como retângulo, ou mesmo tendo identificado um ou mais dessas três, tenha também incluído outras figuras na categoria.

O quadrado, dada a sua peculiaridade, não ofereceu dificuldade de análise.

Q_1 indica que o aluno identificou F_1 e F_8. Q_2, que apenas uma delas foi reconhecida e Q_3, que nenhuma foi identificada ou que o aluno denominou de quadrado qualquer outra figura, mesmo tendo identificado corretamente F_1 e F_8.

O quadro apresentado a seguir fornece uma visão geral do resultado da análise desta atividade.

Figuras						
Paralelogra						
Losango (L)						
Retângulo						
Quadrado						

Quadro II - Resultados relativos a atividade nº 2

A coluna 1 contém o número dos alunos que identificaram todos os paralelogramos, losangos, retângulos ou quadrados contidos na atividade.

A coluna 2, o número dos que identificaram apenas 1 delas, normalmente as que foram apresentadas dentro dos padrões constantes dos manuais didáticos.

A coluna 3, o número dos não conseguiram identificar nenhum exemplar dado como representante da categoria.

Esta atividade 2 confirmou o resultado obtido na precedente. A figura que os alunos apresentam mais dificuldade para reconhecer é o paralelogramo. Mesmo que considerássemos todas as figuras como paralelogramo, como de fato o são, não obteríamos resultado diferente deste. Parece-nos que o termo paralelogramo não é conhecido pelos alunos, ou é um termo impreciso. Talvez essa imprecisão se dê devido ao fato de que numa sala de aula apenas o retângulo e, casualmente, o quadrado sejam figuras observáveis. O quadro-negro é o exemplo concreto de um objeto material que pode ser associado ao conceito de retângulo sempre presente e o quadrado é usado para cálculo de área, por exemplo. Por outro lado, se devidamente explorado, o termo paralelogramo deveria ser mesmo impreciso, por representar uma classe muito ampla de figuras geométricas (o quadrado, o retângulo e o losango são casos particulares de paralelogramo), no entanto, parece não ter sido este o motivo da imprecisão do termo, neste caso.

2.1.3 Atividade 3

No anexo IV está um exemplo dos exercícios que compuseram a atividade 3. São dez figuras para serem ligadas a quatro palavras, que identificam o reconhecimento do :paralelogramo, retângulo, losango e quadrado. Entre as 10 figuras, 3 são quadrados, 2 são losangos, 3 são retângulos e 2 são paralelogramos.

Nesse caso também os nomes de F_1,...,F_{10} é uma identificação que aparece apenas neste anexo mas não fez parte da atividade proposta ao aluno.

Se o aluno ligou F_4 e F_8 à palavra paralelogramo, ele foi identificado por P_1, isto é, há indícios de que reconheceu a figura. P_2 indica que o aluno identificou apenas uma das duas e foi classificado como P_3 se, tendo relacionado a palavra com outras figuras além de F_3(pois todo retângulo é também paralelogramo) , omitiu F_8.

Da mesma forma L_1 indica que F_7 e F_9 foram ligadas à palavra losango. L_2 indica que apenas uma dela foi relacionada à palavra e L_3 que omitiu as duas ou, tendo ligado as duas figuras à palavra losango também relacionam outras figuras além dos quadrados. R_1 indica que o aluno relacionou F_1, F_2 e F_{10} com a palavra retângulo, R_2 se omitiu uma ou duas delas e R_3 se, embora tenha relacionado corretamente uma ou todas elas, também relacionou outra figura, além do quadrado, como retângulo.

Classificamos como Q_1 se o aluno relacionou F_2, F_5 e F_6 com a palavra quadrado, Q_2 se ligou apenas uma delas e Q_3 se não relacionou nenhuma das três ou mesmo tendo relacionado as três também considerou outras figuras como quadrado.

O quadro abaixo fornece o resultado dessa atividade:

Figuras						
Paralelogra						
Losango (L)						
Retângulo						
Quadrado						

Quadro III- Resultados relativos à atividade nº 3

A coluna 1 contém o número de alunos, dentre os 39, que fizeram todas as ligações corretamente.

A coluna 2 contém o número daqueles que acertaram parcialmente, isto é, não ligaram todas as figuras da mesma classe mas também não incluíram figuras de outras classes.

Na coluna 3 estão relacionados os alunos que erraram todas ou que fizeram confusão ligando ao mesmo nome figuras de classes diferentes

Nessa atividade 3 percebe-se um maior grau de incerteza. Além do elevado índice de erros há muitos casos de ligações incorretas e inutilizadas pelos próprios alunos.

Essa análise permitiu reestruturar a segunda etapa pesquisa. A rigor pode-se dizer que esta foi a parte exploratória da pesquisa. A pesquisa propriamente dita, de onde foram tiradas a conclusões iniciou-se na etapa seguinte, a segunda etapa.

2.2. Segunda Etapa

Quando foi dado início a esta segunda etapa a classe já não contava com os mesmos 39 alunos. Alguns haviam sido transferidos para outra escola e outros dentro da mesma escola haviam mudado de turno e havia aqueles que tinham vindo transferido de outros turnos ou outras escolas e, dessa forma não participaram de todas as atividades. No decorrer do processo, como é normal acontecer, vez ou outra um aluno faltava. Se a sua falta coincidia com o dia em era aplicado o instrumento de pesquisa, as atividades desenvolvidas por esse aluno, no final, foram excluídas da análise restando, dessa forma, apenas 25 alunos que participaram de todas as atividades.

Esta segunda etapa consistiu em uma seqüência didática, cujo objetivo foi investigar o procedimento dos alunos durante o processo ensino-aprendizagem, permitir uma aproximação maior entre eles pesquisador visando uma maior descontração ao opinar e ao mesmo tempo elevar o nível desses alunos na escala proposta por van Hiele, para que eles pudessem opinar, de modo mais consciente, sobre o significado do conhecimento geométrico para eles. Durante a seqüência foram feitas as investigações que forneceram os elementos para a análise, cujo resultado é este trabalho. Aqui iniciou a pesquisa propriamente dita. A etapa anterior, foi na realidade, a parte exploratória da mesma.

2.2.1. Planejamento das atividades para a seqüência didática

Apresentação, aos alunos, de sólidos com as formas geométricas mais comuns tais como:

Objetos cilíndricos: lata de óleo comestível, cano d'água, etc.

Paralelepípedos: tijolo, caixa de fósforo, etc.

Prismas: confeccionados em cartolinas e montados, caixas de remédios, etc.

Cubo: dado.

Cones: casca de sorvetes, chapéu de palhaço, etc.

Os alunos deverão manusear esses objetos e desenhá-los. Deverão também medir os ângulos nos objetos e no desenho.

Durante a seqüência serão usadas transparências com figuras planas e espaciais e os alunos deverão que descobrir quais representam sólidos geométricos.

Usar material de rigidez (mecano), para que os alunos manuseiem e percebam que um quadrado pode ser um losango, etc.

Desenvolver atividades que levem os alunos a identificar as figuras planas que compõem as figuras espaciais.

Os alunos deverão recortar e classificar quadriláteros.

Durante a seqüência serão desenvolvidas ainda as atividades VH1 a VH3[62] (ver anexo), em duplas.

Cada aluno deverá construir um tetraedro com canudinhos de refresco e linha e desenvolver a seguinte atividade:

1- Um tetraedro tem __vértices, __arestas e __ faces.

2- Quantas arestas incidem em cada vértice?

3- Cada aresta é paralela a quais arestas?

4- Cada aresta está em quantas faces?

5- Cada face é paralela a quantas faces?

6- Cada face intercepta o plano de quantas faces?

7- Há algum triângulo equilátero? Que figura plana as faces representam?

Os alunos deverão construir um cubo com doze canudos e responder as perguntas do item anterior.

Será pedido aos alunos para medir as peças da sua casa e desenhar cada uma delas.

O tangram[63] será também utilizado.

2.2.2 Desenvolvimento das atividades da seqüência didática

O início deu-se na terça-feira, dia 17 de outubro de 1995, nos dois primeiros tempos de aula. Era um dia chuvoso, muitos alunos faltaram e outros chegaram atrasados. Por essa razão a aplicação do primeiro teste foi adiada para o segundo tempo, na expectativa de que outros alunos pudessem ainda chegar. Nessa primeira aula o tempo foi aproveitado para uma conversa informal sobre vários assuntos relacionados com a Matemática: um dos assuntos tratados foi a função do 1º grau e suas aplicações na vida, como ela pode nos ajudar a entender o que se passa no mundo econômico; algumas aplicações da equação do 2º grau, como cálculo de área, por exemplo. A opção por esse assunto deu-se ao fato de os alunos já o estarem estudando. Foram construídas várias tabelas com a participação dos alunos, em forma de brincadeira onde um aluno se

---

[62]Atividades elaboradas pela Equipe da Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ) para o Projeto Fundão. Essas atividades são elaboradas visando elevar o nível dos alunos na escala de van Hiele, vindo daí o símbolo VH.

[63]Tangram é um jogo de origem chinesa, composto de 7 peças: 5 triângulos, um quadrado e um paralelogramo. O tangram pode ser usado para explorar determinadas propriedades geométricas. As atividades desenvolvidas estão em

postava no quadro enquanto os colegas ditavam números a serem escritos. Ato seguinte, ele colocava outro número conforme uma regra secreta por ele estabelecida. No segundo tempo já havia 28 alunos presentes e a primeira atividade foi desenvolvida. Essa foi denominada de atividade I (em anexo). Antes que os alunos iniciassem a resolução das atividades propostas foi esclarecido o significado de alguns termos como: quadrilátero, lados opostos e lados paralelos. Houve silêncio total na sala durante o processo.

No dia seguinte, quarta-feira, 18 de outubro, as atividades se deram no segundo e quarto tempos de aula. No segundo tempo foi desenvolvida a atividade II (em anexo), permitindo que os alunos que haviam faltado às aulas do dia anterior desenvolvessem a atividade I, uma vez que o tempo permitiu. Havia 40 alunos em sala e foi feito o esclarecimento de que era importante que eles deixassem registrado tudo o que fizessem, mesmo que o anulassem. Houve boa colaboração da classe como um todo. Um aluno terminou em 5 minutos. Aos que terminaram e que não tinham feito a atividade anterior (I) foi dada a oportunidade de fazê-la enquanto os outros continuavam com a atividade II. Na aula seguinte desse mesmo dia desenvolveu-se a terceira atividade; uma atividade desenvolvida em grupo e que durou pouco tempo. Terminada essa atividade, com os alunos ainda formados em grupo[64] foi distribuído uma folha de sulfite previamente pontilhada, aleatoriamente, para cada aluno e vários objetos (caixas de remédios, frascos de xampu, octaedro regular, cubos, tetraedro regular e prisma triangular) para que os alunos os representassem no plano, unindo pontos da folha que haviam recebido. Percebeu-se que eram poucos os grupos onde havia alunos que tinham noção de perspectiva e se preocuparam em representar os objetos em sua forma tridimensional. Na maioria dos casos foi preciso sugerir e ainda assim, orientar como fazer ou mesmo solicitar que os alunos que já haviam desenvolvido a atividade em seu grupo se deslocassem para outro afim de ajudá-lo. Enquanto faziam a última parte da atividade, a inspetora abriu a porta bruscamente e procurou por um aluno, citando o nome errado provocando uma gargalhada na classe.

Na segunda-feira, dia 23, era o último tempo que estava reservado para o professor de matemática. A atividade prevista era semelhante a anterior, mas agora

---

anexo. Maiores informações sobre tangram ver Revista do Ensino de Ciências nº 18 de 08/1987-FUNBEC São Paulo pp.42-49

[64]Em alguns momentos desta seqüência didática o trabalho foi desenvolvido em duplas. Mesmo quando o trabalho se desenvolvia em grupos estes nunca excediam a 4 elementos, havendo alguns alunos que preferiam trabalhar em duplas.

usando papel quadriculado. Os objetos foram os mesmos da aula anterior mas redistribuídos de modo que cada grupo trabalhasse com um objeto diferente do que havia trabalhado no dia anterior. Nessa atividade os alunos deveriam ainda medir os ângulos no objeto e no desenho. Foram distribuídos transferidores para cada grupo, mas os alunos não sabiam utilizá-los. Até mesmo o conceito de ângulo estava confuso pois muitos tentavam medir o comprimento dos lados pensando que fossem os ângulos e quando esclarecidos do que era um ângulo tentaram medir o afastamento dos lados em linha reta e percebendo que teriam "muitas" medidas ficaram confusos.

Terça-feira, dia 24, com o auxílio de um retroprojetor, foram expostas 3 transparências com sólidos geométricos e objetos usuais que possuem as referidas formas (lata de óleo comestível, caixa de fósforo, caixa de leite longa-vida, caixa de doces, etc), sendo solicitado que os alunos relacionassem outros objetos que viam ou possuíam em casa que apresentassem aquelas formas. Foram lembrados: discos, geladeiras, caixa de sabão em pó, cano de água, a sala de aula, o armário contido na sala, as lâmpadas fluorescentes, entre outros. Nesse dia estavam disponíveis, para as atividades, os dois primeiros tempos de aula.Ver anexos.

Quarta-feira, dia 25. Como em todas as quartas-feiras, os horários disponíveis eram o segundo e quarto tempos de aula, trabalhou-se com medida de ângulos. Primeiramente fazendo exposição no quadro-de-giz sobre como tomar a medida. Alunos foram chamados ao quadro para exercitar e em seguida fizeram atividades de construção e medidas de ângulos no caderno. Após essa atividade foram definidos ângulo agudo, ângulo reto e ângulo obtuso, incluindo o ângulo raso entre os obtusos com o objetivo de reforçar a idéia de inclusão de classe. Ao retornar o estudo dos quadriláteros como componentes de figuras espaciais e comparar o objeto com o desenho obtido por eles mesmos percebeu-se uma total dependência do aluno ao professor. Ficaram aguardando ordens para tomar as medidas dos ângulos dos desenhos. Apenas uma dupla teve a iniciativa de comparar através das medidas dos ângulos.

Segunda-feira, 30/10/95, quinto tempo de aula. As atividades foram desenvolvidas sem muita reflexão, pelos alunos, sendo visível o seu interesse em terminar para ir embora, alguns até fizeram a proposta. Mas neste dia foi desenvolvida uma atividade elaborada pelos professores da Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ) para o Projeto Fundão. A atividade que seus elaboradores identificam pela sigla de VH1, consiste em uma folha contendo doze pares de figuras planas e espaciais e uma folha de registros onde cada dupla deve registrar as diferenças e semelhanças entre os elementos do par. O objetivo dessa atividade é levar o aluno a diferenciar figura geométrica plana de sólido geométrico e observar semelhanças e diferenças entre os pares de figuras.

Terça-feira, 31/10/95, dois primeiros tempos de aula, foi discutida a atividade executada na aula anterior e tudo o que poderia ter sido considerado. Em seguida, com o uso de linha, agulhas e canudos de refresco, foram construídos tetraedros e cubos. Os alunos mostravam-se agitados porque teriam prova de Português no terceiro tempo e por isso não foi sólidos. Nota-se aqui também a dependência dos alunos em esperar sugestões do professor sobre o que se deve levar em conta. possível terminar a atividade prevista. A conclusão ficou para a aula do dia seguinte, mas ainda nessa aula os alunos não sabiam como medir ângulos.

Na quarta-feira, dia primeiro de novembro, a classe trabalhou com o cubo construído na aula anterior definindo e contando faces, arestas, vértices e diagonais; faces paralelas, arestas paralelas e transversais, interseção entre retas e planos. O mesmo trabalho foi desenvolvido com o tetraedro. No quarto tempo iniciou-se uma atividade com o tangram A cada dupla foi entregue um tangram construído em cartolina e uma folha com atividades para serem desenvolvidas. A atividade proposta só pode ser concluída na aula seguinte, na segunda-feira, dia 06/11.

Nessa segunda-feira enquanto era desenvolvida a atividade iniciada na aula anterior, apesar da participação de todos, foi possível observar que uma aluna ainda não conhecia o triângulo e que a maioria ainda considerava a atividade como uma brincadeira e não se sentiam desafiados e nem faziam reinvestimentos dos conhecimentos obtidos nas aulas anteriores. Parece que se tornou parte da cultura do aluno o descartar qualquer conhecimento obtido na escola ou considerá-lo como algo estanque, que não tem conexão com nenhum outro e nem será mais utilizado. Tem-se a impressão de que os alunos "aprendem" para a prova e que quando não há prova também não há compromisso com a aprendizagem

No dia 07/11, terça-feira, foi desenvolvida a atividade VH2, composta de 4 figuras para que os alunos anotassem todas as propriedades de cada uma delas. A essas alturas os alunos ainda desconheciam o termo “ponto médio”, confundindo-o com interior da figura, têm dificuldades para medir. Alguns não sabem o que é vértice e estão ainda presos à aparência da figura, não lhes ocorre de forma natural que os ângulos podem ser medidos. Não estão habituados a trabalhar em grupo, dispersam muito a discussão e requerem uma constante ajuda do professor.

Tendo concluído as atividades propostas, para aquela aula, alguns minutos antes do tempo previsto, esse tempo foi utilizado para um diálogo com os alunos sobre o assunto em pauta.

Quando interrogados sobre a validade ou não das aulas de geometria, levando em conta o conteúdo, metodologia usada e etc. um aluno diz haver gostado do tangram por se constituir numa espécie de quebra-cabeças, desafiador, enquanto as demais atividades se mostraram pouco estimuladoras do raciocínio, ao mesmo tempo em que outro opinava haver aprendido *o necessário* e esclareceu que por necessário queria dizer o que necessitava ter aprendido, que o ensino havia contribuído para o seu conhecimento.

Interrogados se preferiam trabalhar com conteúdos abstratos ou concretos, dois alunos disseram preferir conteúdos abstratos, poucos mostraram preferência por trabalhar com material concreto e a maioria não opinou. Tendo em vista que a princípio ninguém conseguia responder a pergunta, e que o termo “abstrato” parecia ser a causa da dificuldade, ousou-se ilustrar comparando com duas fotografias, uma de um lugar conhecido e outra de um lugar desconhecido. Só após essa ilustração os alunos começaram a opinar. Os que optaram pelo abstrato, desconhecido, alegaram que ele estimula mais o raciocínio por forçar a construção imaginaria de como será na realidade aquele local. Os demais alegaram que o conhecido permite a reconstrução mental do local e através da comparação dimensionar os detalhes, observar alterações, etc.

Quando interrogados sobre o que mudou em sua maneira de pensar ou ver os objetos após o estudo da geometria, da forma como foi ensinada, não souberam avaliar, com exceção de uma aluna, que afirmou agora ser capaz de ver o quadro-negro não mais como um simples quadro mas também como um retângulo.

Nesse mesmo dia foi desenvolvida a atividade denominada VH3, do Projeto Fundão da UFRJ. Essa atividade tem por objetivo levar o aluno a classificar os quadriláteros e é composta de uma folha com 24 quadriláteros, sendo 4 quadrados, 4 retângulos, 4 paralelogramos, 4 losangos, 4 trapézios e 4 quadriláteros quaisquer. A atividade requer que os alunos formem grupos de figuras identificando as que pertencem a um determinando grupo por um mesmo número.

Em seguida foi solicitado que cada aluno dissesse quais os critérios usados para a classificação e foi desenvolvida uma discussão sobre o assunto. O passo seguinte foi recortar, dessa mesma folha, o retângulo que está no canto inferior direito e dobrá-lo no sentido da diagonal menor. Terminada a dobradura foi proposta a pergunta: **os dois triângulos resultantes são iguais ou diferentes?**

Primeiramente os alunos usaram o argumento de que os triângulos eram iguais porque representavam a metade da figura, o que era realmente verdadeiro, especialmente naquele caso, porque o paralelogramo é um quadrilátero de lados opostos paralelos, e isso lhes foi devidamente esclarecido mas em seguida foi lhes perguntado se achavam que esse argumento teria validade sempre. Foi evocado o caso do trapézio onde a mesma conclusão já não seria válida, numa tentativa de despertar a atenção deles para a necessidade de uma verificação mais acurada. Finalmente foi provada[65] a igualdade dos triângulos usando o argumento de que um feixe de retas paralelas, quando transversais a outro feixe de paralelas determinam, sobre estas segmentos congruentes, e que o terceiro lado era comum aos dois triângulos. A aula foi encerrada com um desafio: os alunos deveriam dobrar o paralelogramo sobre a diagonal maior resultando dai 4 triângulos e, em seguida, provar que eram congruentes.

No dia 13/11, segunda-feira, foi retomada a atividade iniciada na aula anterior. Discutiu-se a inclusão de classe e as propriedades das diagonais de um retângulo e de um paralelogramo utilizando o mecano.

Como se sabe, o mecano não é fixo e facilmente se transforma um paralelogramo qualquer em um retângulo e vice-versa, permitindo uma análise das diagonais. Discutiu-se também sobre as diagonais da sala de aula, procurando ver a mesma como um prisma de base retangular, procurando estimular o surgimento da idéia e da necessidade de demonstração.

Na terça-feira, dia 14/11, concluiu-se a análise das diagonais de um paralelogramo e dos triângulos por elas formados. Foram transcritas no quadro-negro e submetidas à análise e discussão dos alunos algumas definições de figuras geométricas.

Definições:

---

[65] O termo prova aqui está sendo usado com o significado que lhe foi atribuído no item 5.1 do 1º capítulo.

"*Um losango* é um paralelogramo cujos lados são todos congruentes".

"*Um quadrado* é um retângulo cujos lados são todos congruentes".

O objetivo foi levá-los a perceber semelhanças e diferenças entre duas figuras a partir da definição.

Na aula seguinte foram aplicadas as atividades I e II do instrumento de pesquisa tendo os alunos gastado em torno de 30 minutos para responderem as duas atividades. No tempo restante (10 minutos) foi-lhes perguntado: você acha que valeu a pena estudar esses assuntos?

As respostas foram confissões interessantes: Para um aluno não fez nenhuma diferença enquanto outros opinaram que foi bom porque ajudou "definir objetos, tamanho, espaço", "conhecer ângulos e ver as coisas como são", "ter um raciocínio melhor, força o raciocínio, entendendo geometria entende outras coisas da matemática", "não sabia que existia ângulo e agora sabe que tudo que está ao nosso redor está baseado na geometria, a estrutura de uma casa", por exemplo, "conhecemos os nomes das figuras, losango, paralelogramo".

Dia 21/11, terça-feira, foram aplicadas as atividades iniciais, da primeira etapa da pesquisa, com o objetivo de verificar se havia ocorrido aprendizagem de conceitos e se aquilo que diziam tinha algum fundamento ou se tratava de uma forma de querer ajudar ou agradar o pesquisador. Faltou régua nessa primeira atividade e, embora os alunos se mostrassem calmos, houve tentativa de conseguir a ajuda dos colegas (em torno de 15 alunos) foi esclarecido o objetivo e tudo voltou ao normal. A devolução começou ocorrer a partir de 3 minutos e o tempo máximo gasto foi de 10 minutos com exceção de um aluno que necessitou de 15 minutos. Às 7h 27 min foi iniciada a entrega da segunda atividade e novamente a aluna que entregou a atividade anterior em 3 minutos entregou esta em 2 minutos (7:32).

Tendo encerrado todas as atividades previstas no instrumento de pesquisas antes do término das duas aulas foi distribuída uma caixa de fósforos para cada grupo de 4 alunos e propostas as seguintes atividades:

Construir com palitos:

a) Um quadrado com 4 palitos

b) Um retângulo com 6 palitos

c) Um triângulo com 6 palitos

d) Um quadrado com 8 palitos

e) Um quadrilátero não quadrado com 4 palitos

f) Dois retângulos diferentes com 10 palitos cada um

g) Três retângulos diferentes com 12 palitos cada um

h) Provar o teorema de Pitágoras usando palitos

Observação: Foi curioso notar que muitos grupos, após ter sido sugerido iniciar construindo um triângulo retângulo (pois ninguém teve essa idéia o que mostra que o teorema de Pitágoras não está associado a nenhuma figura conhecida o que significa dizer que os alunos não saberão quando aplicar pois não o relacionam com nada) imediatamente quebraram palitos para indicar o quadradinho símbolo do ângulo reto.

Se não tiver o símbolo não é reto? Ser reto não é uma propriedade do ângulo? Qualquer ângulo que contenha aquele símbolo é reto? São perguntas para as quais não se buscou resposta nessa oportunidade.

Após algum tempo de espera foi sendo sugerido o que fazer, uma vez que nenhum grupo sabia por onde começar. Depois de feito um lado muitos deles ainda não sabiam continuar sozinhos, mas a mesma aluna que entregou rapidamente as atividades anteriores concluiu imediatamente.

Ao que parece, o losango e o paralelogramo são figuras quase sem representação no mundo físico; as paredes, por exemplo, em sua maioria, têm faces retangulares, as colunas usadas na construção civil, quando não cilíndricas, também são retangulares, as janelas, e respectivos vidros, raramente fogem a essa regra, e etc. Mesmo o quadrado, dada a sua particularidade, somente é encontrado em azulejos e nas faces dos dados, dificultando a formação do conceito dessa figura. O retângulo é mais conhecido porque está representado pelo quadro-negro, pela porta, pelos vidros das janelas, portanto mais fácil de ser reportado sempre que o professor quer citar um exemplo geométrico.

CAPÍTULO III - A BUSCA DO ESSENCIAL

Este capítulo contém a descrição analítica do fenômeno que os instrumentos de pesquisa permitiram detectar durante o processo.

Nesta análise o objeto da busca é o significado dos conceitos geométricos para o aluno, partindo do pressuposto de que os atos intencionais da consciência não podem determinar a essência e o significado das coisas, ou seja, não é a consciência que dá o significado. Os atos da consciência visam a significação que se esconde no fenômeno, e sua respectiva essência, sem, no entanto determiná-la.

> A significação reside precisamente em algo comum que cada um dos múltiplos atos de percepção relativos a um mesmo objeto traz em si.[66]
> As significações não são pessoais, psicológicas, sociais, mas universais e necessárias. Elas são essenciais, isto é, o sentido impessoal, intemporal, universal e necessário de toda a realidade, que só existe para a consciência e pela consciência. [67]

Espera-se que toda a terminologia usada neste trabalho esteja devidamente esclarecida pelo contexto onde está inserida. Dois termos porém, pela sua importância no estudo da geometria, merecem que sejam definidos preliminarmente. São eles: figura e desenho.

Etmologicamente, desenho é desígnio, projeto, e tem o sentido de externalizar algo que está no interior. No entanto, o seu significado atual varia sensivelmente conforme a área de conhecimento onde o termo esteja inserido. O significado matemático de desenho difere, pelo menos superficialmente, do seu significado nas artes, na comunicação, na arquitetura, etc.

José A. Penteado, por exemplo, admite "nem sempre ser possível, no domínio das artes plásticas, uma definição que satisfaça plenamente" e em seguida define desenho como a " arte de representar, com simplicidade e sem cores, os contornos dos objetos reais ou imaginados"[68]. Na geometria dedutiva, porém, desenho é qualquer esboço gráfico usado para representar uma idéia, mesmo não obedecendo nenhuma norma técnica, ou proporcionalidade, e é com esse sentido que o termo está sendo usado neste trabalho.

---

[66]E, HUSSERL.Investigações lógicas: sexta investigação. p.18
[67] Marilena CHAUÍ. Convite à filosofia. p. 82
[68] José A. PENTEADO. Curso de desenho. p.74

Figura, em termos geométricos, é um ente abstrato tendo em vista ser definida como "um conjunto de pontos, uma linha, uma superfície, um volume e mais geralmente toda reunião desses elementos"[69] que são entes abstratos. Gilbert Arsac define figura como "o objeto abstrato sobre o qual se apoia o raciocínio do geômetra"[70]. "[...] a figura geométrica é um objeto geométrico descrito pelo texto que a define, uma idéia, uma criação do espírito. O desenho, é a representação desta idéia". [71]

Para efeito deste trabalho, no entanto, figura é representação gráfica, é algo concreto, é o desenho.

Análise Ideográfica

Feita a pesquisa e procedida a leitura da descrição espontânea do aluno, também chamada de descrição ingênua por ter sido produzida a partir de uma pergunta orientadora, procedeu-se a busca das unidades de significado e a transformação das mesmas para o discurso educacional. Mais de 50 unidades foram detectadas e reduzidas para 15 levando-se em conta os conceitos geométricos envolvidos ou abrangidos por elas. Com esse procedimento buscou-se evitar redundâncias tendo em vista que as 15 resultantes contém a essência do fenômeno que se buscava, dentro do campo perceptual do pesquisador.

O objetivo dessa leitura e respectiva redução foi buscar acesso ao mundo do sujeito, procurando trazer à luz as expressões reveladoras da estrutura do fenômeno.

Essas unidades, por sua vez foram agrupadas conforme a sua proximidade com um dos cinco campos seguintes: representação do conhecimento geométrico por um desenho, a questão da linguagem e da lógica na aprendizagem, as dicotomias existentes no processo ensino-aprendizagem da geometria, o conhecimento geométrico formal, e a questão dos valores.

Um dos elementos importante detectados é que, apesar de não explorado, é possível verificar entre os alunos uma intuitiva

[69] H. COMMISSAIRE. Géométrie.p.1
[70] Gilbert ARSAC et alii. Initiation au raisonnement déductif au collège. p.169
[71] Débora Pinto NIQUINI. Informática na Educação. p.70

1. Noção de Perspectiva

Quando foi solicitado aos alunos que fornecessem exemplos de objetos com a forma de um losango, um número significativo deles não apresentou nenhuma resposta Por outro lado um número reduzido de alunos citou o "balão de festa junina" que, na linguagem da geometria, pode ser associado a um octaedro. Um apontou o "gol inclinado" e outro disse que "olhando uma carteira meio de lado" vê-se um losango. Estas constatações permitem destacar que:

Alguns alunos apresentaram possuir noções elementares de perspectiva.

Supõe-se que esses exemplos citados pelos alunos denotam uma noção rudimentar de perspectiva tendo em vista que, como vemos abaixo, o gol, embora represente um retângulo, da mesma forma que a carteira ou uma mesa, é um paralelogramo quando vistos em perspectiva, por outro lado, as bordas laterais do octaedro, quando desenhado em perspectiva, representam um losango.

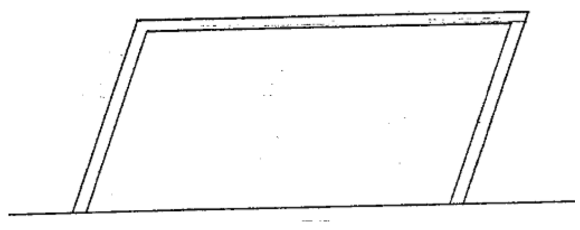


Figura 1. Gol inclinado

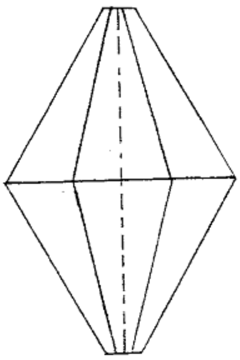


Figura 2."Balão de festa junina"

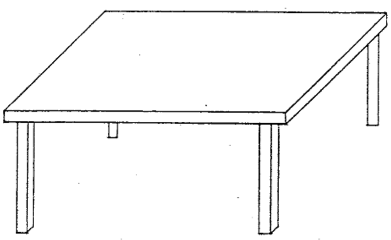


Figura 3. Carteira ou mesa "meio de lado"

É possível que eles nunca tivessem um contato formal com esse conceito, embora possam ter trabalhado com planificação de sólidos nas séries iniciais e, nas atividades desenvolvidas durante a seqüência didática, tenham desenhado sólidos geométricos.

Mário e Alcy Costa falam da "quase total ausência da inteligência espacial em uma boa parte do corpo discente, que deveria mesmo orientá-los para outras áreas de atividade humana, por deixá-los incapazes para cursos técnicos ou artísticos que necessitam da visão tridimensional, é uma problema que tentamos inutilmente contornar dentro da universidade." [72]

Para Luis Carlos Pais "A representação do espaço é atualmente uma questão central no ensino de geometria euclidiana a três dimensões". E em seu estudo sobre o papel do desenho em perspectiva no ensino de geometria, onde analisa a problemática da leitura e da construção da representação , nos dá um resumo da história da perspectiva, informa que na Idade Média os quadros de arte eram repletos de "personagens ou outros elementos", isto é, " ausência de espaço vazio nos quadros de arte é uma características da pintura da Idade Média"[73]. A partir do século XVI começam aparecer os estudos sobre a perspectiva e toda a problemática da representação toma novos rumos.

É possível também que o aluno ao citar a coluna de sua casa como exemplo de paralelogramo tenha pensado na vista da base retangular de um pilar, em perspectiva, conforme figura 4.

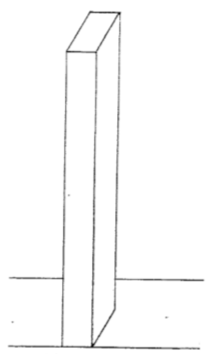


Figura 4. Coluna ou pilar da casa

[72]M. D. COSTA & A .P .A. V. COSTA. Geometria gráfica tridimensional vol 1. p.11
[73]Luis Carlos PAIS. Representation plane des corps ronds dans l'enseignement de la geometria au collége: pratique d'élèves, analyse de lívres, pp.11-14

Se houvesse uma integração entre os professores e os conteúdos das várias disciplinas de uma mesma escola, a Educação Artística poderia contribuir no sentido de amenizar essa deficiência.

O reduzido número de alunos que apresenta um conhecimento de perspectiva é preocupante para a aprendizagem geométrica. Ora, se para aprender geometria é necessário ter um relativo domínio da perspectiva, como pode esse aluno da 8ª série se apropriar do conhecimento geométrico?

Muito contribuiria também para a aprendizagem da geometria um conhecimento pelo menos elementar, por parte do educador matemático, sobre

2. A Influência das Configurações Geométricas

Para alguns alunos o retângulo e o quadrado "são praticamente iguais mas de tamanhos diferentes". Para outros o quadrado não tem nada a ver com o retângulo ou o quadrado e o retângulo são casos particulares de paralelogramo "pelo seu formato". Isso revela que

A maioria dos alunos procura compreender e reconhecer alguns dos conteúdos geométricos elementares concentrando sua atenção na forma gráfica da figura representada.

Na tentativa de compreensão e reconhecimento dos conceitos geométricos elementares os alunos normalmente fixam a atenção prioritariamente na forma da figura representada por um desenho.

O estudo da geometria, de forma geral, tem se limitado ao estudo das formas gráficas do retângulo, quadrado, segmento de retas, ângulos e etc. A origem do material de estudo, quando este ocorre, é o que está contido nos manuais, sem nenhuma discussão que pudesse extrapolar o simples grafismo e tornar-se, a geometria, num elemento "estimulante, motivadora, gratificante, instigadora do raciocínio e, às vezes, desafiante"[74]. Evidencia, esse comportamento do aluno, não só a falta de um relacionamento com a geometria em sua forma mais pura, abstrata, platônica, mas também uma falta de espontaneidade e de hábitos de pensamento. Segundo Arsac[75], o trabalho de interpretar uma definição geométrica consiste num constante ir e vir da

[74] Marcia E.DANA Apud LINDQUIST & SHULTE. Aprendendo e ensinando geometria.p.141
[75]Gilbert ARSAC et alii. op.cit. p.169

figura ao texto, exigindo, de certa forma, uma disciplina mental e a capacidade de selecionar entre as informações que já se possui sobre o objeto aquelas que contribuem para alcançar o objetivo proposto. É importante ainda observar que o instrumento de pesquisa não trazia nenhum desenho e nesse caso os alunos tomaram por base o seu conhecimento prévio sobre as figuras, o seu conceito preestabelecido.

Segundo Zalman Usiskin " ensinamos muito pouca geometria e o que ensinamos é feito de maneira equivocada".[76]

Talvez seja oportuno inserir neste contexto, e a propósito de esclarecimento de um termo pouco usado, algumas notas sobre configurações. Trabalhos sobre configurações foram desenvolvidos por Gérard Audibert e, em nosso meio, por Ana. Cecília. Q. Gardiman e Luis Carlos Pais.

Segundo Luis Carlos Pais,

> Uma configuração geométrica ou figura fundamental é um desenho que apresenta as seguintes características: ilustra um conceito ou uma propriedade importante; possui fortes condicionantes de equilíbrio e trata-se de um desenho que aparece freqüentemente num certo contexto científico.[77]

"De modo geral" diz Gardiman, "os livros apresentam inicialmente a definição de quadrados, acompanhada pelo desenho,[...]"[78]

Sendo, porém, esse desenho padronizado, pouco há para ser explorado pelo aluno, restando-lhe a alternativa de memorizar as formas que lhe são apresentadas, sem, no entanto, relacioná-la com nada do que vivencia.

A quantidade enorme de figuras padronizadas existentes nos manuais didáticos poderia sugerir que o problema do ensino da geometria esteja solucionado. No entanto, a ausência do estudo desse conteúdo cujo resultado é a falta de contato com as formas geométricas; associando isso à falta de integração entre os componentes curriculares que poderiam suprir possíveis falhas no ensino da geometria, como a Educação Artística por exemplo, obtém-se um aluno privado de um importante elemento para o estudo da geometria, que é

[76]Apud LINDQUIST & SHULTE. op.cit. p.27
[77]Luis C. PAIS. A noção didática de configuração geométrica, p. 1.
[78]Ana Cecília Q. GARDIMAN. Uma análise das configurações geométricas intervenientes no processo ensino -aprendizagem da geometria a nível de primeiro grau. p.81

3. O Uso do Desenho

Os instrumentos de pesquisa revelaram que, na tentativa de compreender as definições, apenas três alunos, recorreram ao uso de um desenho. Um deles desenhou um quadrado e um retângulo para analisar a possibilidade de inclusão de classe. O segundo não deixou claro porque estava desenhando. Ele desenhou um paralelogramo e duas retas concorrentes com ponto de interseção no interior do paralelogramo. Seu desenho estava ao lado das afirmações:

"Todo quadrado é retângulo.

Há retângulos que não são quadrados.

Todo quadrado é um losango.

Há losangos que não são quadrados.

Todo losango é um paralelogramo."

Após essas afirmações pedia-se que os alunos assinalassem se:

( ) todas são corretas

( ) tem algumas que são absurdas

Justifique a resposta.

O objetivo do aparecimento dessas afirmações, no início da atividade II, era servir de introdução a uma série de questionamentos que visavam verificar a concepção do aluno sobre a importância de se dedicar tempo a esse tipo de discussão em sala de aula. O aluno em questão acertou em sua resposta e demonstrou ser favorável ao estudo desse assunto em sala de aula.

Um terceiro aluno que recorreu ao desenho fê-lo por ocasião do discurso livre, da redação sobre o que pensava da geometria. Ele utilizou-se do desenho para ilustrar o seu pensamento, para dizer o que havia aprendido em geometria (ver anexos C). Dessa forma pode-se deduzir que

O uso do desenho pode ser um recurso utilizado pelo aluno como suporte para o seu raciocínio geométrico.

Poucos alunos, como se pode ver, recorreram ao uso de desenhos para apoiar o seu raciocínio geométrico, ora numa tentativa de esclarecer o que pretendiam afirmar ora numa tentativa de entender a definição.

A relação entre a definição e a imagem mental associada a ela foi estudada por Luis Carlos Pais, em um dos seus artigos não publicados. Segundo ele “O desenho é na realidade uma passagem obrigatória no processo de conceitualização geométrica. É por essa razão que ele está presente, normalmente, em quase todas as páginas dos livros didáticos que tratam da Geometria". No entanto, a condição em que se encontram os alunos no que diz respeito ao conhecimento geométrico, talvez tenha dificultado essa relação por parte deles. Embora tenham, em sua maioria, afirmado que a "geometria está em tudo", "sem percebermos pela sala de aula podemos ver alguns desenhos de geometria", "tudo que vemos ou fazemos está relacionado com a geometria" ficou evidente a dificuldade em associar uma definição a um desenho.

Numa das questões era fornecido a definição de diagonais e solicitado que respondessem algumas perguntas relativas ao assunto. Por exemplo:

Definição: A diagonal de um paralelogramo é o segmento de reta que une os vértices opostos.

Pergunta: Quantas diagonais tem um paralelogramo?

Afirmações:

1) As diagonais de um paralelogramo cortam-se ao meio.

2) As diagonais de um retângulo são iguais.

Perguntas:

1) O que mais se pode dizer das diagonais do retângulo?

2) O que se pode afirmar das diagonais do quadrado?

3) Se as diagonais de um certo quadrilátero não se cortam ao meio, o que se pode concluir desse quadrilátero?

Raros foram os casos de alunos que responderam corretamente a essas questões e apenas um aluno respondeu corretamente a pergunta número 3. Um desenho talvez pudesse dirimir as dúvidas e facilitar a interpretação da definição. Buscar as causas dessa falta de iniciativa nos conduziria a uma racionalização e foge ao escopo deste trabalho. Pode-se, no entanto, continuar interrogando esse fenômeno.

Qual o significado atribuído pelo aluno que marcou apenas uma diagonal e afirmou que “são iguais e paralelas"?

Qual o sentido da afirmação de que "nada tenho a dizer" embora tenha desenhado as duas diagonais?

Que os alunos encontravam-se num estágio de sincretismo em relação ao conteúdo geométrico não é difícil de verificar e será tratado com mais detalhes parágrafos adiante.

Presente no ensino da geometria encontra-se, com muita freqüência, uma outra dificuldade. É de natureza diferente das anteriores e está relacionada com a linguagem e as interpretações.

4. Leitura das Definições Geométricas

No transcurso das indagações alguns alunos admitiram abertamente não ter entendido as definições de paralelogramo, retângulo e quadrado que tinham o propósito de servir como suporte para as investigações, outros simplesmente as ignoraram. Como já era conhecido o nível da classe em relação ao conteúdo da geometria, muitas perguntas foram direcionadas esperando, dessa forma, evitar a dispersão do assunto.

Quando perguntado se, com base nas definições, o quadrado era também um retângulo, o aluno respondeu: "Acho que não tem nada a ver". Outro, quando questionado se concordava com a afirmação de que o retângulo e o quadrado são casos particulares do paralelogramo, respondeu que sim porque "São praticamente iguais mas de tamanhos diferentes".

O retângulo, segundo outro, é um paralelogramo porque seus "ângulos são de mesma medida", enquanto o quadrado não é um retângulo "porque todos os seus lados são iguais". No entanto, para esse mesmo aluno, ambos são casos particulares de paralelogramo " porque eles têm ângulos retos".

A dificuldade se manifesta com maior intensidade quando a definição trata de elementos anteriormente desconhecidos. Um exemplo é a definição de diagonal, onde um número elevado de alunos confundem-na com os lados.

Há os que disseram que o paralelogramo tem duas diagonais e que os trilhos de trem são paralelogramos. Outros afirmaram que o paralelogramo tem 4 diagonais e que as diagonais do quadrado são menores do que as do retângulo. Houve também quem afirmasse que as diagonais do quadrado "são paralelas". Para outro aluno essas diagonais "são opostas" e no quadrado "são opostas e tem mesma medida" e, para outro ainda, "são ângulos retos e de mesma medida".

Um aluno afirmou que o retângulo é um paralelogramo "porque o retângulo é um quadrilátero (4 lados) e tem os lados opostos paralelos". O quadrado também é retângulo "Porque quadrado também é formado por ângulos retos". Esse mesmo aluno admitiu ter encontrado dificuldade para entender a pergunta onde se procurava saber se ele concordava com a afirmação de que o retângulo e o quadrado são casos particulares de paralelogramos. Na segunda oportunidade essa dificuldade havia sido superada e as respostas dadas por ele foram plenamente coerentes.

Outro problema detectado foi a dificuldade para distinguir ângulo reto de ângulo raso e diagonais de lados.

A maior dificuldade esteve relacionada com a questão cujo enunciado era:

“Se as diagonais de um certo quadrilátero não se cortam ao meio, o que se pode concluir desse quadrilátero?"

As respostas fornecidas foram, em sua maior parte, deixadas em branco. Dos que responderam obtivemos as seguintes respostas: "Que é um segmento de reta que une os vértices opostos", "que ele não deverá ter os seus lados de mesma medida", "é que devem terem cortado errado", "é que ele não é quadrilátero perfeito", "que é um trapézio e as retas não são paralelas", "é um quadrado", "que não é uma figura igual a um quadrado, retângulo,...", "que elas são paralelas", "que o quadrilátero tem algum erro", "que as diagonais estão erradas", "que esse quadrilátero é incompleto", "não é quadrilátero", "que o quadrilátero é uma reta", "não sei definir", "que é um quadrilátero paralelogramo", "que ele não tem diagonais".

Levando em conta a falta de relacionamento do aluno com o conhecimento geométrico e a conseqüente carência de termos adequados, considerou-se como corretas respostas como: "trapézio", "não é quadrado e nem retângulo", " os lados têm medidas diferentes". A preocupação principal era saber se o aluno conseguia estabelecer ligação entre uma questão e as definições fornecidas no início. A ausência de um desenho dificultou a interpretação do enunciado. Percebe-se então que

Mesmo que a realização de uma leitura compreensiva das definições geométricas não seja uma atividade evidente para o aluno de oitava série do primeiro grau, há evidência da possibilidade de que esse aluno proceda pequenas deduções no encadeamento lógico do discurso geométrico.

Mesmo em se tratando das definições mais simples, tais como dos polígonos mais elementares, esse aluno, ainda que tendo a definição sob os seus olhos e perguntas norteadoras encontra grande dificuldade em compreender e aplicar tais definições.

Observações suplementares em outras turmas de séries diferentes e mesmo em alunos do curso superior revelam que esse é um caso generalizado. A simples apresentação de uma definição geral não é suficiente para que ocorra a compreensão ou para que a comunicação entre professor e aluno esteja completa. Também não é suficiente para que o aluno se aproprie do conhecimento geométrico.

Gérard Audibert[79]mencionou que, no caso particular do trabalho com a resolução de problemas na sala de aula, o principal problema do trabalho pedagógico com os problemas em matemática é o enunciado. Melhor dizendo, a compreensão do enunciado pelo aluno não é nada evidente. Experiências neste sentido foram realizadas, apresentando aos alunos o enunciado de um problema aparentemente claro e objetivo. Percebeu-se que eles interpretam o enunciado segundo procedimentos diferentes daqueles esperados. Há aqui um problema envolvendo aspectos da comunicação.

Esta constatação deixa transparecer a ausência do que Gilbert Arsac[80] considera como uma atividade de aspecto psicológico, importante no estudo da geometria: ler, imaginar, esboçar graficamente o que foi imaginado, comparar esse esboço com a definição e, por fim, abstrair do desenho o objeto da definição.

Verifica-se aqui também a contribuição da linguagem na aprendizagem de um conteúdo desconhecido.

Enquanto o animal interpreta o meio onde vive pelo seu corpo, pelas sensações de dor e prazer, o homem, como um ser social, o faz por meio de símbolos criados por ele mesmo - a linguagem, encerrando as informações na memória de significados. É a linguagem que "provê as categorias fundamentais para que um certo grupo social *interprete* o mundo, ou seja, para que diga *como ele é*"[81] (itálicos do texto)]. Nossa concepção é, em grande parte, influenciada pela linguagem e pensar significa relacionar conceitos que nos foram dados por ela. A palavra que nos é desconhecida não produz uma correta imagem mental relativa ao objeto que ela identifica. A imagem mental é um

---

[79]Gérard AUDIBERT. Démarches de penseé et concepts utilisés par les élèves de l’enseignement secondaire en géométrie euclidiene plane.
[80]G. ARSAC et alii. Initiation au raisonnement déductif au collége. pp 168,169.
[81]João Francisco DUARTE JR. Fundamentos estéticos da educação.pp.27-42

dos cinco elementos, identificados por Luis Carlos Pais, que interferem fortemente no processo ensino-aprendizagem. Sendo a natureza abstrata e a subjetividade as suas principais características, a imagem mental forma "atualmente o eixo principal das noções centrais nesta área de conhecimento educacional".

"Dizemos que o indivíduo tem uma imagem mental quando ele é capaz de enunciar, de uma forma descritiva, propriedades de um objeto ou de um desenho na ausência desses recursos", explica Luis Carlos Pais. Não havendo um relacionamento com o objeto de estudo a palavra é um recurso insuficiente para identificá-lo, podendo produzir imagens mentais inadequadas. Na aprendizagem da geometria, por trabalhar com noções essencialmente abstrata, a necessidade do uso dos recursos da imagem mental, fica ainda mais evidente.

Para João Francisco Duarte Jr

> Aprender significa armazenar uma experiência, comprovada como eficaz, para sua utilização futura... A nível humano, porém, a armazenagem se dá em termos de significação. Uma dada experiência é transformada em símbolos - extrai-se dela o significado - que são guardados e incorporados àqueles já existentes, provenientes de situações passadas. Frente a uma nova situação, a interpretação do homem se dará, então, a partir daqueles significados preexistentes. 'O ato de conhecer é portanto, um ato de reconhecer: a constatação da concordância entre dados sensórios novos e as formas memorizadas. Conheço o novo, dou-lhe nome, somente depois de reconhecê-lo por compará-lo com um modelo preexistente em minha mente e que organiza o processo pelo qual estruturo minha experiência'.[16]

Nessa categoria de dificuldade incluem-se os alunos para os quais o termo "paralelogramo" sugere apenas duas retas paralelas e por isso citam os "trilhos do trem" como exemplo de paralelogramo. Também estão incluídos aqueles que afirmam que um retângulo não pode ser um paralelogramo porque neste "os 4 lados opostos não se encontram e no retângulo e o quadrado se encontram". Inclui-se ainda os que têm dificuldade com a definição de ângulo reto por confundi-lo com o ângulo raso. A associação de ângulo reto com uma reta é evidente.

A dificuldade, porém, não se limita à interpretação do texto, ao desconhecimento do significado dos termos técnicos relacionados ou à ausência de modelos mentais preexistentes. O problema se estende a outros fatores, como se verá parágrafos adiante. Um deles está relacionado tanto com concepção que o educando tem

[16] Idem pp 27,28.

da geometria quanto com a sua concepção de mundo. As duas próximas unidades estão relacionadas com esse fator.

5. Uma Visão Geométrica do Mundo

Um aluno afirmou que "é legal e desse tempo para cá eu comecei a enxergar as coisas de uma maneira diferente".

Num diálogo durante as aulas um aluno explicou que antes um quadro-negro era apenas um quadro-negro enquanto hoje via nele algo mais, via-o como representante de uma figura geométrica conhecida por retângulo. Segundo ele, os armários, as mesas, os vidros das janelas, etc., adquiriram um novo significado. Outros alunos confirmaram essa mudança, essa nova visão de mundo, essa aquisição de um olhar de geômetra para os objetos que os cercam.

Alguns alunos admitem explicitamente que o conhecimento geométrico contribuiu para uma tomada de consciência do seu mundo físico.

"Ajuda enxergar melhor as figuras no nosso meio de vida", escreveu outro aluno. Há a possibilidade de que o aluno esteja fazendo referência aos desenhos, mas há também a possibilidade de estar referindo-se aos objetos dos quais consegue abstrair as figuras geométricas e algumas das suas propriedades. As duas expressões seguintes nos colocam nessa encruzilhada: “Agora é mais fácil você entender algumas coisas ou ter uma idéia do que você está vendo e pode ver as coisas que você não via antes e saber porque aquele objeto é daquele jeito ou forma"; "Eu acho legal estudar geometria nós aprendemos a distinguir melhor os desenhos que sempre vemos em nossa frente". Percebe-se que

O conhecimento geométrico influencia na leitura do mundo-vida do aluno, ampliando o significado das relações existentes e contribuindo para melhorar as relações entre o Homem e o mundo físico

Há, no entanto, uma fala obtida num dos diálogos em sala de aula, e já citada em parágrafo anterior, onde o aluno dizia que agora podia ver que o quadro-negro não era apenas um quadro-negro mas também um "retângulo" e citou outros exemplos de objetos que agora lhe despertavam a atenção de uma forma diferente do que ocorria anteriormente.

Esse é um dos objetivos do ensino da geometria: permitir uma leitura diferenciada do mundo. Nessa capacidade de uma leitura diferenciada está o germe da autonomia intelectual, porque a geometria não está no mundo e nem está no homem, ela está na interpretação que a humanidade faz do mundo.

Dessa forma a geometria quando formalizada serve de instrumento à erudição e tende também a contribuir para uma apreciação estética dos fenômenos naturais; para a contemplação significativa da natureza e para a interpretação dos signos arquitetônicos.

Há no mundo um belo que não é a beleza física, das aparências, que encanta os olhos. Há ali a beleza intelectual, resultante da compreensão da "anatomia" e "fisiologia" dos objetos. Uma beleza que o intelecto distingue na interpretação que faz das relações intrínsecas às coisas, visão que pode ser aprimorada pelo estudo da geometria tendo em vista conduzir o estudante à compreensão do espaço, à análise das formas e das inter-relações das propriedades das figuras.

Pode o seu estudo tornar-se uma fonte de prazer, tendo em vista o que afirma H.E.Huntley, que as pessoas têm fome de beleza e se essa fome não for satisfeita "os efeitos manifestam- se através de perda de saúde física e mental, tão profunda é a carência".[82]

Nem todos os juízos de valor atribuídos pelos alunos à geometria foram positivos. Houve os que apresentaram possuir uma

6. Concepção Negativa a Respeito da Geometria

No dos instrumentos utilizados na pesquisa, havia uma questão em que se pedia ao aluno que assinalasse o item que melhor expressasse o seu pensamento sobre o conteúdo da geometria. Uma questão, em todos os aspectos, direcionada para evitar que uma possível indisposição, para a redação, por parte dos alunos, pudesse deixar de fornecer alguns elementos considerados preliminarmente importantes para o que se queria pesquisar.

Alguns alunos assinalaram que a geometria é difícil de estudar e outros classificaram como médio esse grau de dificuldade. Houve os que classificaram com ruim estudar geometria e quem afirmasse ser médio grau de dificuldade para estudá-la.

---

[82]H.E. HUNTLEY. op. cit. p.32

Durante a seqüência didática observou-se muita dificuldade, por parte dos alunos, para representar, no plano, um objeto qualquer, mesmo os prismas de base retangular. Da mesma forma, medir ângulos foi uma atividade nova para eles. Muitos não conheciam o transferidor e tentavam, numa atividade em grupo, medir ângulos com a régua, enquanto o grupo todo aguardava perplexo o desenrolar do processo .

Foi observado igualmente que por desconhecerem os instrumentos de medida, e, conseqüentemente, por falta do exercício de medir não lhes ocorria a idéia de comparar, de manipular, mudar de posição, verificar ângulos, sobrepor, etc.

Alguns admitiram explicitamente nunca ter estudado geometria e outros que conheciam quadrado e retângulo e que estavam "terminando o primeiro grau e não sei nada de geometria mas espero não me complicar no futuro".

“É a primeira vez que estudo essa matéria", diz um deles. Verifica-se, por esses exemplos, que há alunos que

Não gostam, não sabem e acham difícil. Uma atitude revela uma concepção negativa por parte de uns, e um preconceito por parte de outros, a respeito da geometria.

As concepções são um

> *processo e produto de uma atividade de construção mental do real por um aparelho psíquico humano. Esta construção do real se efetua a partir das informações que o sujeito recebe dos seus sentidos, daquilo que recolheu ao longo da sua história e que fica na sua memória e do que vem das relações com outros indivíduos ou grupos [...].*[83]

É de se esperar que um conteúdo praticamente desconhecido pela maioria, e que é mal apresentado a uma minoria, deve contribuir para a formação de uma concepção negativa a seu respeito, ou produzir um preconceito. Este último pode ocorrer por duas razões: a primeira delas é que o aluno pode supor que se não lhe é ensinado pela escola é porque talvez não lhe seja conveniente saber, seja algo proibido. A segunda possível razão está desenvolvida no parágrafo seguinte.

As concepções ou representações e os preconceitos dos alunos a respeito da geometria podem ter sua origem em outros conteúdos da matemática "impresso" na própria história de vida de cada indivíduo ou grupo social. A ausência histórica do

---

[83] Jomária M. L. ALLOUFA et alii. Pesquisa em educação, p.72

ensino de geometria e a forma abstrata, estanque, como tem sido feito o ensino de matemática contribuíram para que os alunos tivessem concepções negativas. É possível que tais concepções revelam mais sobre o ensino de matemática em geral do que sobre o conteúdo de geometria propriamente dito, uma vez que esse é praticamente desconhecido. Muitos dos nossos alunos chegam ao curso superior de matemática sem nunca terem passado por uma experiência com a geometria, exceto com o teorema de Pitágoras, que na maioria das vezes é apresentado como um fim em si mesmo. Quando se procura estabelecer alguma correlação com outros conteúdos faz-se por força das circunstâncias, como no caso dos problemas de física que começam ser trabalhados na 8ª série do 1º grau como parte do componente curricular denominado ciências, e exigem conhecimentos, pelo menos elementares, desse teorema.

Há que se destacar que dois alunos questionaram a presença da geometria no currículo escolar, considerando-a desnecessária e um deles tenta adiar o seu contato com ela propondo que o seu estudo ocorra apenas no segundo grau. Mas por que no segundo grau se não há utilidade no seu estudo? É a pergunta que ocorre naturalmente, diante da justificativa dada para esse adiamento. Parece que essa proposta revela uma tentativa de fuga, onde o aluno sem esperança de livrar-se dela tenta, pelo menos, adiar o contato. Não se sabe se foi a sua formação que o impediu de dizer que a detesta ou se foi o desconhecimento quase total do seu conteúdo e importância que o deixou temeroso de rejeitá-la por completo. O que parece claro é que ele sente-se frágil para decidir o destino que deve ser dado à esse componente curricular.

Talvez a informação de que naquela escola o aluno tinha oportunidade de optar pelo curso Técnico em Contabilidade, ao nível de segundo grau, onde a geometria não faz parte do programa de matemática, possa contribuir para elucidar essa proposta do aluno.

Mas poderíamos esperar que o aluno apreciasse a geometria ou destacasse a sua importância se o pouco que lhe é apresentado é feito de forma a servir de instrumento para entender somente alguns poucos conteúdos da física e nada mais? Como pode alguém gostar de memorizar algo cujo significado quase desconhece e que parece ter um conteúdo ilimitado para ser estudado?

Outro problema presente no ensino de geometria está relacionado com o distanciamento entre a teoria apresentada em sala de aula e o mundo-vida de cada um. Essa dicotomia é o objeto de análise dos próximos parágrafos.

7. A Relação Entre a Geometria e o Mundo Vivencial do Aluno

Os alunos não vêem quase nenhuma relação entre a geometria estudada na escola e a sua vivência. "No dia a dia a teoria e a prática e completamente diferente" afirma um deles. "Por enquanto a geometria é pouco usada por nós mas para um pedreiro ela tem muita influência", são palavras de outro. "Não me ajuda em nada" e "não tem quase relação nenhuma no dia a dia", disse um terceiro. Esse aluno vai mais longe ao afirmar que "talvez ajude em certos empregos como: Arquitetura e alguns que eu não lembro" e " esse conteúdo não ajudou em quase nada no dia a dia da gente e só serviu para atrapalhar os estudos e que deveria ser dado como uma matéria separada da matemática e só ensinado no 2º grau".

A aprendizagem geométrica pode ser dificultada por uma concepção do aluno de que não há nenhuma relação entre a geometria estudada na escola e a sua vivência.

Para alguns alunos há uma forte dicotomia entre a teoria e a prática.

Olhando por uma determinada perspectiva pode-se admitir que o aluno, ao conceber a geometria dessa forma, está com certo grau de razão uma vez que o conhecimento geométrico é essencialmente diferente da natureza das coisas materiais, do mundo onde o aluno vive. A geometria trata de entes abstratos, elementos do mundo real platônico, em alguns aspectos não mensuráveis, adimensionais. Segundo Paulus Gerdes "na natureza nunca existem círculos, retas ou triângulos exatos"[84]. No entanto, pode-se supor que não seja esse o caso dos alunos em pauta. Tendo em vista que a forma como o ensino de geometria tem sido conduzido, e a impressão deixada de que essa ciência trata das figuras usadas nos manuais didáticos para ilustrar os objetos reais de que trata a geometria, é possível que o aluno esteja fazendo referência à carência de significado que permeia todo o ensino desse conteúdo.

---

[84]Paulus GERDES. Sobre o despertar do conhecimento geométrico. p.18

De uma forma geral esta separação normalmente faz parte do método tradicional de ensino. Essa é forma como o saber é apresentado em sala de aula.

A declaração do aluno traz um elemento importante para a análise, tendo em vista que essa concepção de que a geometria e a teoria são desvinculadas do mundo real, vivido, manifesta-se mesmo nos alunos que mudaram de nível na escala de Van Hiele, que tomaram contato com a definição de paralelogramo, tiveram exemplos de figuras com a forma de um paralelogramo e até mesmo manusearam objetos construído com essa forma e insistem em citar os trilhos (da estrada de ferro) como exemplo de paralelogramo.

Parece que para esses alunos a definição apresentada na sala de aula serve apenas para aquela geometria dos livros, para os objetos construídos com finalidades didáticas. No seu dia-a-dia apenas as "contas" e as medidas são conhecimentos aplicáveis. Ele não vive no mundo das formas geométricas, embora possa até repetir que a geometria está em tudo ou que tudo é geometria. As formas que ele conhece são objetos do mundo real e não do mundo teórico, da escola. Essa tem sido a vivência desse aluno desde as séries iniciais.

Lellis e Imenes fazendo uma análise do currículo de matemática na escola brasileira afirma que, em alguns aspectos, ele se assemelha a uma "torre de marfim" onde se isolam "os poetas e os loucos". Em suas palavras:

> Quando lembramos o quanto, em sua essência, ele é desligado das aplicações práticas da matemática, das outras áreas do conhecimento, das profissões, das artes, dos jogos e quebra-cabeças lúdicos (que acompanham todo desenvolvimento histórico da matemática da mesma forma que os teoremas!), vêm-nos outra imagem à cabeça: a de uma torre de marfim, aquela que simboliza o isolamento dos poetas e loucos.[85]

Depara-se nesse momento com um obstáculo à aprendizagem: os obstáculos pedagógicos. Trata-se de uma categoria de obstáculos, proposta por Gilson R. de M. Pereira[86], numa extensão da categoria criada por Gaston Bachelard[87] e conhecida por obstáculos epistemológicos.

O obstáculo pedagógico é algo inerente ao processo de aprendizagem. Uma cultura voltada para a solução dos problemas imediatos se constitui num obstáculo ao pensamento abstrato e, de igual modo é um obstáculo, o excesso de formalismo.

---

[85] M.LELLIS & L.M.P.IMENES A educação matemática em revista, nº 2. p.9
[86]Gilson R. de M. PEREIRA. 16ª Reunião anual da ANPED
[87] Gaston BACHELARD. La formation de l’esprit scientifique. pp. 13-22

Tanto as generalizações apressadas quanto o simplismo exagerado são exemplos de obstáculos pedagógicos encontrados no ensino da geometria.

Segundo o mesmo autor a escola não produz conhecimento científico. Este é produzido em outras instâncias e à escola cabe o papel de legitimar esse conhecimento, torná-lo legível aos "não-produtores", tornar "os códigos intelectuais" acessíveis a todos. Para realizar a sua tarefa a escola necessita superar, desorganizar mesmo, os obstáculos pedagógicos. "Não há autêntica aprendizagem, portanto, sem a derrubada dos obstáculos amontoados pelo senso comum e sem, de início, a crítica e a desorganização da imediateidade."[33] As generalizações apressadas precisam ceder espaço à construção de esquemas de pensamento que permitam ao educando estabelecer relações entre o aprendido e o vivido.

Mas o obstáculo aqui detectado é o da dicotomização entre o saber escolar e a experiência do cotidiano de cada um, dicotomia entre o saber e a prática, entre as lições escolares e mundo-vida do aluno.

Mas essa dicotomia tem raízes na história.

Segundo Bernard Vitrac[88], as propostas pedagógicas de Platão e Isócrates (séc. IV a.C.) a matemática seria o "instrumento indispensável ao desenvolvimento intelectual" para aqueles que se dedicariam à vida política. Devia ela também servir de introdução ao estudo da filosofia. Para Aristóteles, somente a matemática que estudava as formas abstratas e que não estava ligada ao utilitarismo era digna de uma "educação liberal"; "ser livre era um fim em si mesmo". "A arte recreativa tem então primazia sobre as técnicas; a ciência desinteressada, que tem nela própria seu fim, é a atividade suprema". Platão considerava a matemática utilitária produzida pelos bárbaros, que estavam ligadas à "opressão da necessidade" como simples arte, portanto indigna de um cidadão livre que devia ser talhado para o mando, para a política.

Idéia semelhante foi mantida pela burguesia do século XIX, que reservava para os seus filhos um saber "livresco e bastante divorciado da vida real" como forma de os distinguir do operário que tinha uma educação voltada para o trabalho material. Podendo "esperar até os 22 anos para ganhar a vida" eles (os filhos dos burgueses)

---

[33] Idem p.11
[88]Bernard VITRAC. O correio da UNESCO.pp.29-35.

podiam se dedicar ao estudo teórico. Weiss explica a preferência pelo ensino clássico nas seguintes palavras:

> Nós apreciamos tanto quanto qualquer outro tudo o que corresponde ao domínio da inteligência e da técnica, ciências naturais e históricas, Matemática, Economia, Estatística, Filosofia, Arqueologia etc., mas os números e as abstrações, a Geometria e as suas deduções, as ciência naturais e as suas classificações a História e os seus fenômenos, a Lógica e as suas leis não são mais do que partes do homem e do entendimento humano. As humanidades e as letras, por outro lado, são o próprio homem; eliminá-las da educação é como que eliminar o homem do próprio homem.[89] (grifo do autor)

Eles eram preparados para "guiar a vontade nacional".

Hoje a escola é aberta a todas as classes econômico-sociais e se faz necessário uma mudança nesse quadro. Sobre isso Perez escreveu:

> Já não se trata mais de formar uma elite pensante, mas, sim de formar cidadãos capazes de participar ativa e inteligentemente de um mundo realmente permeado pela ciência e pela tecnologia. Deparamos assim, como educadores matemáticos, com um grande desafio: como fazer que, em uma sociedade que cada dia mais repousa sobre a Matemática, mas que tem profundas e injustas divisões sociais, todos, sejam bem dotados ou não para a Matemática, tenham um bom ensino desta ciência, para serem capazes de atuar como cidadãos críticos e conscientes em uma sociedade complexa? Neste caminho, pesquisa-se e experimenta-se como adaptar o Ensino da Matemática a estudantes de culturas diferentes (através da Etnomatemática); procuram-se formas de ensinar, mais adaptadas ao dia-a-dia das crianças; investigam-se fundamentos psicológicos do desenvolvimento cognitivo, como pré-condição para uma compreensão mais clara da aprendizagem; tenta-se compreender como a mente capta e resolve um problema matemático; procuram-se formas de como melhorar a formação dos Professores de Matemática; investigam-se novos currículos; tenta-se formular novas teorias de como o estudante aprende certos campos específicos da Matemática, como, por exemplo a Geometria.[90]

Numa sociedade profundamente marcada pelo imediatismo e pela falta de expectativa, onde tem-se a impressão de que o aluno vai à escola em busca de uma solução para os seus problemas do dia seguinte, um ensino que se mostra totalmente desvinculado de uma experiência de vida; um conhecimento para o qual não se vislumbra nenhuma possibilidade de aplicação, tende a ser um elemento profundamente desmotivador.

Um grande desafio com o qual se depara todo educador consiste em encontrar um ponto de equilíbrio entre a formação do indivíduo, investimento esse a longo prazo,

---

[89] Apud Aníbal PONCE op. cit..pp.146-148
[90] Geraldo PEREZ.op. cit. p.17

e uma aplicação, pelo menos quase imediata, que crie uma expectativa e satisfaça parte da necessidade de segurança que o aluno revela possuir.

A próxima unidade é mais um exemplo dessa dicotomia. Uma visão dicotômica está relacionada com temporalidade de uma definição.

8. A Validade Temporária de Uma Definição Geométrica

Um caso típico de uma concepção sobre a validade de uma definição foi experienciada numa entrevista com um aluno que havia participado ativamente de todas as aulas, da seqüência didática, sempre demonstrando muito interesse. Nas duas vezes em que lhe foi solicitado exemplos de objetos conhecidos com a forma de um paralelogramo, ele citou os trilhos do trem. Ao ser entrevistado, esse aluno revelou reconhecer um paralelogramo pela definição mas quando interrogado sobre a causa da repetição do exemplo dado para identificar o paralelogramo replicou ter pensado que a definição só tinha validade naquele dia e naquelas circunstâncias em que foi apresentado.

Durante a entrevista o aluno fez pouco uso das palavras, recorrendo quase sempre ao recurso da mímica. Esclareceu ter entendido a definição de paralelogramo. Inclusive estava claro para ele que os ângulos retos do retângulo determinam o paralelismo dos lados opostos. Apesar de toda essa clareza pensou, disse ele, em citar "uma rua porque seus lados são paralelos". Preferiu citar os trilhos porque exemplificava melhor.

O pesquisador não havia dito, explicitamente, no enunciado da questão, que queria um exemplo que satisfizesse a definição do início da página. Pedia-se um exemplo do seu mundo-vida e não da escola. "Não falou que tinha que ser igual ao da escola". Esse exemplo revela que

Há aluno com a concepção de que uma definição geométrica tem validade temporária e localizada.

A concepção desse aluno, de que as definições apresentadas na escola são definições relativas aos desenhos apresentados pelo professor ou presentes nos manuais didáticos e aplicáveis apenas às resoluções dos exercícios padronizados, não é um caso isolado. De alguma forma está relacionada com a concepção anterior, que dicotomiza ensino-padrão e mundo vivido. Ambas relacionam-se na medida em que são indicadoras de um descompasso existente em nosso currículo, de um distanciamento entre o ensino escolar, acadêmico, e a vida. Para esse aluno os objetos manipuláveis do empirismo do seu mundo-vida não foram abordados pelo conhecimento teórico existente na escola. Percebe-se aqui quão complexo é para o aluno de uma oitava série o conceito de um paralelogramo. Que objeto utilitário tem a forma de um paralelogramo, do tipo padrão apresentado nos manuais didáticos? Pergunta semelhante poderia ser feita em relação ao losango. Que mais, além da parte amarela da Bandeira Nacional (e alguns logotipos), é encontrável na forma de um losango? Que sentido tem para um aluno aprender calcular a área de um paralelogramo ou losango antes de entender a inclusão de classe?

Essa concepção de que o aprendido na escola é apenas um código para a interpretação da cultura formal, do conhecimento produzido em outras instâncias, tem se constituído num dos obstáculos ao crescimento do indivíduo como pessoa integrada no seu mundo-vida, apreciadora e beneficiária dos valores da cultura legitimada pela escola.

Embora todos este trabalho esteja inserido no contexto do processo de ensino-aprendizagem, e todas as unidades analisadas até aqui revelam isso, mas a abordagem foi feita de forma bem ampla, focalizando os diversos aspectos do ensino da geometria.

As unidades seguintes, no entanto, estão diretamente relacionadas com o **processo de aprendizagem** da geometria.

9. A Aprendizagem como Processo

Quatro alunos ao responderem a questão, onde se perguntava se o quadrado é também um retângulo e pedia-se que justificasse a resposta, acertaram na primeira vez que foram indagados mas erraram pela segunda vez, após terem passado pela seqüência didática.

O assunto foi introduzido com as seguintes definições:

O retângulo é um quadrilátero cujos ângulos são retos.

O quadrado é um quadrilátero que tem os lados de mesma medida e os quatro ângulos retos.

As repostas desses quatro, no primeiro e no segundo momentos, respectivamente, foram:

a_1) Sim, porque, "Todo quadrado é um retângulo mas nem todo retângulo pode ser um quadrado por causa das medidas".

Embora o aluno não esclareça de que medidas está falando a sua resposta pode ser considerada correta. Ele parece dominar a inclusão da classe de quadrado na classe dos retângulos. Mas esse mesmo aluno, num segundo momento, dá a seguinte resposta, contrariando o que havia afirmado no primeiro momento:

a_2) Não, "porque o quadrado tem todos os ângulos na medida igual e o retângulo não tem todos iguais".

b_1) Sim, porque "O quadrado tem lados da mesma medida e quatro ângulos retos".

A resposta desse segundo aluno, deixa transparecer, nesse primeiro momento, que ele tem clareza total da inclusão de classe. No segundo momento, o aspecto visual das duas figuras o confunde. A sua resposta foi:

b_2) Não, "Porque todos os seus lados são iguais".

c_1) Sim, "porque o quadrilátero é um quadrado".

Este terceiro aluno não é muito claro em sua resposta em nenhum dos dois momentos exceto ao dizer sim ou não.

c_2) Não, "O quadrado e aquele que tem os lados da mesma medida, e retângulo tem dois lados de uma medida e outros dois outra medida".

d_1) Sim, "Por que os dois tem quatro lados".

A primeira resposta desse quarto aluno está apenas parcialmente correta, pois se as duas figuras são quadriláteros pertencem, sem dúvida alguma, à mesma classe, sem que isso implique que a classe de uma esteja contida na classe da outra. Por exemplo: O retângulo e o losango pertencem, ambos, à classe dos paralelogramos mas, nenhum deles pertence à classe do outro.

d_2) Não, "Por que o retângulo é mais comprido que o quadrado e tem medidas diferentes"

Novamente aqui o aspecto visual da figura influenciou a resposta do aluno, levando-o a negar o que havia afirmado no momento anterior.

Essas constatações permitem a seguinte hipótese de interesse essencialmente didático.

Uma afirmação, feita por um aluno, relativa ao conhecimento dos objetos de estudo da geometria, mesmo quando correta, não significa que o seu conhecimento, naquele momento esteja totalmente consolidado.

É perceptível que esses alunos, no primeiro momento, pela falta de um contato mais sólido com a geometria, como muitos admitiram explicitamente, procuraram responder a pergunta com base nas definições, por serem essas as únicas informações de que dispunham sobre o assunto. Num segundo momento, tendo em vista o contato com os novos conhecimentos, as incertezas apareceram. Ocorreu o desequilíbrio, também conhecido por síncrese, período esse que se caracteriza pelo baixo nível de assimilação. Segundo Braz e Azambuja[91], a síncrese

> É o contato do sujeito com a totalidade do objeto de conhecimento. O educando terá aqui uma visão superficial que guiará todo o trabalho posterior de construção do conhecimento pela análise e síntese. Este momento também é responsável pela motivação, pelo despertar da ânsia de destrinchar o objeto do conhecimento. Trata-se de um momento não tanto de conceitos claros e precisos, mas de explorar a riqueza de estímulos motivadores e de significações. É um momento confuso, o aluno não consegue obter compreensão do objeto de conhecimento.

Admitir que ato de conhecer é um processo, passando por diversos estágios, é criar uma categoria que fornece elementos para debates tanto no campo da metodologia de ensino quanto no da avaliação da aprendizagem.

No que diz respeito à avaliação fica evidente que uma prova aplicada a um aluno que se encontra no estágio sincrético da aquisição do conhecimento poderá considerá-lo como estando em pleno domínio desse conhecimento, quando na realidade suas respostas corretas estarão refletindo apenas uma casualidade que a inadequação do instrumento não detectou.

Tem-se ai uma aparência que esconde a essência e pode ser mais um foco de discussões sobre o problema da avaliação.

Avaliar coerentemente é, diante desse fato, mais um grande desafio que se impõe a todo educador, mesmo porque não se pode supor que um número maior de avaliações formais possa evitar que se cometa injustiças tais como promover um aluno

---

[91]Terezinha P. BBRAZ & Neide G. AZAMBUJA. Alternativa curricular de matemática para o 1º grau. pp.17,18

cujo conhecimento ainda não esteja consolidado e ao mesmo tempo reprovar outro pelo mesmo motivo.

Várias discussões têm sido levantadas em torno da avaliação. Uma vertente leva em conta, principalmente, o seu papel político de classificar os educandos em "aptos" e "inaptos" a tomarem os seus lugares na sociedade. Desse ponto de vista o, debate tem como objeto o papel da avaliação em manter o *status quo* da classe dominante convencendo os que permaneceram dominados de que a oportunidade foi dada a todos. A outra vertente, ao levar em conta a aquisição do conhecimento como um processo contínuo, passando pelos estágios da síncrese, análise e síntese, propõe uma avaliação também contínua, feita no processo. Nessa perspectiva, a constatação de que o conhecimento não está, necessariamente, consolidado no momento da avaliação, pode ser um elemento de reforço aos debates.

A avaliação visa descobrir se o conhecimento do sujeito é verdadeiro, se concorda com o objeto. Nesse sentido ela é uma pesquisa e, como toda pesquisa, parte de pressupostos filosóficos a respeito do conhecimento e da verdade.

Reconhecer que a aprendizagem se realiza através de um processo lento e evolutivo provoca a necessidade de admitir os chamados níveis de conceituação.

Um conceito, do ponto de vista científico, é algo abstrato, geral e objetivo mas a sua construção pedagógica se realiza através desses níveis diversificados. Esta é uma concepção de aprendizagem que vê o homem como sujeito do seu conhecimento e propõe uma metodologia diferenciada e uma preocupação com a organização do conteúdo.

A pesquisa realizada permitiu detectar que esse processo de aprendizagem não ocorre de forma linear. Ao mesmo tempo que o aluno faz afirmações dedutivamente corretas, do ponto de vista da geometria, algum tempo depois ele pode fazer afirmações incorretas, que as contrariem, negando, dessa forma, o conceito inicial.

Quando a aprendizagem é concebida como uma construção linear, como o sobrepor de tijolos numa construção, esses pequenos retrocessos ficam inexplicados. Além disso, tal concepção, não leva à preocupação com as etapas cognitivas e o conceitos ainda não totalmente incorporadas ao conhecimento do aluno deixam de ser reforçados e o aluno permanecerá no estágio sincrético em relação esse conhecimento.

A próxima unidade reforça essa constatação da aprendizagem geométrica como um processo.

10. A Inclusão de Classe de Figuras Geométricas

Os alunos apresentaram dificuldade para conseguir a inclusão de classe[92]. Percebe-se a dificuldade nas seguintes expressões, extraídas do discurso deles:

Para um aluno, o quadrado "não tem nada a ver" com o retângulo. O quadrado, tendo em vista "que todos os seus são iguais", não pode ser um paralelogramo, afirma outro. Nem o quadrado e nem o retângulo são paralelogramos "porque são tão comuns", conclui um terceiro. O retângulo por ter ângulos retos não é paralelogramo e porque "não tem de mesma medida" não tem nenhuma relação com o quadrado, é a conclusão de outro aluno. O retângulo não é um paralelogramo "porque um retângulo tem lados opostos paralelos" e "porque o quadrado possui ângulos retos e iguais e o retângulo não são ângulos retos + diferentes" o quadrado não é retângulo. Há também evidências de um sincretismo pois o retângulo é um paralelogramo porque "retângulo tem as diagonais opostas e paralelas". "... eu não acho que o retângulo e o quadrado são casos particulares" do paralelogramo. Não pode o quadrado ser um paralelogramo porque "as retas se encontram uma com a outra" e "porque o quadrado é um quadrilátero e o retângulo não" o quadrado não está incluído na classe dos retângulos. O retângulo não é um paralelogramo porque " acho que não". Estas observações levam à conclusão de que

A inclusão de classes das figuras geométricas é conseguido pelo aluno num processo lento e gradual.

Pesquisadores da teoria de Van Hiele situam a inclusão de classe no nível 2, o nível da dedução informal. Como a teoria inicia a classificação a partir do nível zero, o nível 2 representa o terceiro estágio do desenvolvimento e da apreensão do conhecimento geométrico.

Algumas práticas educacionais partem do pressuposto de que o conhecimento pode ser transmitido diretamente do professor ao aluno ou mesmo entre alunos. Supõe-se, nesses casos, que a linguagem oral ou escrita seja suficiente para transferir a informação da fonte (professor e livro) para o aluno. Se o objetivo não é alcançado

[92]Na teoria dos conjuntos a relação entre um conjunto e os seus subconjuntos é conhecida como relação de inclusão. Na geometria também se trabalha com conjuntos de figuras, denominados de classes de figuras. O conjunto dos quadrados é um subconjunto do conjunto dos retângulos e este é subconjunto do conjunto dos paralelogramos, etc.

formula-se de imediato a hipótese de que há algum problema relacionado com o aluno (motivação, audição, visão, etc.), ou seja, problemas de fundo emocional ou relacionado com algum componente do processo de comunicação.

Trabalhos recentes, desenvolvidos dentro dos pressupostos piagetianos[93], mostram que o conhecimento é construído a partir das ações do educando sobre o objeto. No caso do conhecimento lógico-matemático, ele é construído a partir do pensar sobre experiências e eventos que propiciem, ao aluno, a possibilidade estabelecer relações e "inventar" o conhecimento lógico-matemático. Esse pressuposto traz uma implicação metodológica na prática profissional. A motivação agora é provocada por um conflito cognitivo gerado pelo professor e o conseqüente restabelecimento do equilíbrio pela solução do problema com a participação do educando. Essas teorias preconizam igualmente as interações sociais ou o processo sócio-cognitivo na aprendizagem significativa dos conceitos. A comparação do seu pensamento com o pensamento de um colega é uma fonte de conflito e o debate entre ambos, com a mediação do professor, produz o necessário equilíbrio e a geração de uma estrutura que resulta na aprendizagem significativa.

Na pesquisa realizada para efeito deste trabalho verificou-se a existência de alunos em pelo menos três estágios.

1) Alunos, que a princípio, não dominavam e inclusão de classe e continuaram não dominando após a seqüência didática;

2) Alunos que não dominavam a inclusão de classes e passaram para um estágio intermediário, um domínio parcial. Por exemplo: admitir que o quadrado é um retângulo por ter ângulos retos mas não admitir que o retângulo seja um paralelogramo por "não ter nada a ver".

3) Alunos que não dominavam a inclusão e passaram a dominá-la integralmente.

No segundo grupo pode-se ainda incluir os que tendo, após a seqüência didática, admitido a inclusão do quadrado na classe do retângulo e deste na classe do paralelogramo mas não admitir haver nenhuma relação entre as diagonais de um e as diagonais do outro.

---

[93]Ver B. J. WADSWORTH. A inteligência e a afetividade da criança na teoria de Piaget. pp. 11-15

Esse processo lento na aquisição de domínio de um conteúdo, nesse caso particular a inclusão de classes, tem também suas implicações metodológicas, envolvendo fatores qualitativos, quantitativos e temporais.

O sincretismo se faz presente não apenas em relação a alguns conceitos particulares mas também num contexto mais amplo como, por exemplo,

11 Na Identificação da Geometria com o Mundo Material

Alguns exemplos de expressões usadas pelos alunos informam que, no seu modo de ver, há uma identificação da geometria com o mundo material.

"Basta a gente olhar tudo o que está em nossa volta e veremos que tudo está relacionado à geometria". "várias coisas, objetos etc. quase tudo se relaciona com a geometria". " As coisas tem formas geométrica tudo praticamente que você, você está estudando a geometria". "Tem tudo a ver com tudo o que vamos fazer hoje, hoje tudo é geometria" e "Que tudo é geometria ex. Televisão, rádio, geladeira, casa, roda de bicicleta... tudo esta convivendo com agente". "A paisagem que ruas com árvores todas em fileiras as casas que vemos é uma base da geometria". Isso nos leva à constatação de que

O aluno em nível de 8ª série normalmente apresenta um conhecimento das noções geométricas num nível essencialmente não categorial.

"Tudo se relaciona com a geometria" é a expressão que resume as respostas dadas pelos alunos. No entanto, seria essa a geometria dos programas escolares ou uma geometria imaginada por ele? Seria a geometria dos objetos concretos manipulados nas séries iniciais ou dos desenhos que ilustram as capas e as páginas iniciais do capítulo sobre geometria em alguns livros de matemática? Estaria apenas indicando uma visão superficial da totalidade do objeto de conhecimento? Percebe-se de alguma forma não apenas uma contradição, mas acima de tudo um sincretismo, na fala desses alunos, conforme pode ser visto em parágrafos anteriores.

Os conceitos da geometria, suas "abstrações categoriais", são obtidos a partir das operações, das relações estabelecidas entre o concreto e o abstrato. Começa-se por traços grossos e objetos palpáveis para chegar ao conceito de reta, por abstração de todas as propriedades, exceto a sua extensão em uma única direção. São necessários objetos geometrizáveis e a "capacidade de, na percepção destes objetos, abstrair de todas as demais propriedades, para além da sua figura"[94]. Noutras palavras, é necessário uma observação ativa.

Essa fase pré-categorial, de repetição de técnicas, memorização de termos, de busca de exemplos no mundo concreto, antecede as etapas do conhecimento matemático descritas por A.D. Aleksandrov, no parágrafo seguinte:

> As abstrações da matemática se distinguem por três etapas. Em primeiro lugar vêm as relações quantitativas e as formas espaciais, abstraindo-as de todas as propriedades dos objetos. Em segundo lugar, aparecem em uma sucessão de graus de abstração crescente, chegando mais longe nessa direção que a abstração nas demais ciências... Finalmente, e isto é óbvio, a matemática como tal se move quase por completo no campo dos conceitos abstratos e suas interrelações. [95]

O movimento do ato de conhecer inicia-se pelo momento da síncrese. Esse momento de desequilíbrio e de baixo nível de assimilação é o contato do sujeito com a totalidade do objeto de conhecimento. É caracterizado pela visão superficial do educando.

O estágio seguinte, a fase pré-categorial, vem normalmente precedida dessa fase de sincretismo e se constitui num momento de análise, onde de fato ocorre a construção do conhecimento. É o momento de atividade do aluno, e é o momento de se lançar os desafios cognitivos; de colocar em ação maneiras do indivíduo pensar.

O conhecimento geométrico dos alunos da 8ª série pesquisada também não lhe permitia estabelecer corretamente

12. A Relação Entre o Plano e o Espaço

Uma coluna, dessas freqüentemente utilizadas na construção civil, que matematicamente pode ser associada à forma do prisma de base retangular, é vista pelo aluno como um paralelogramo; do mesmo modo um televisor é citado como exemplo de quadrado e o balão de festa junina, que na linguagem da geometria pode ser associado a um octaedro, é visto em sua representação no plano e identificado como um losango.

Objetos citados pelos alunos com forma de:

a) Paralelogramo: "as colunas da minha casa", borracha, geladeira, viga, carteira, mesa, dado, janela, porta-retrato, a porta, trilho de trem, " as grades da cama",

---

[94]Paulus GERDES. op. cit. p.15
[95]A.D. ALEKSANDROV. op. cit. p.18

régua, "uma rua e outra", quadro-negro, " a quadra da escola". Alguns disseram “não conheço” e outros deixam de citar exemplos.

b) Retângulo: os exemplos citados foram praticamente os mesmos, não havendo nenhuma resposta em branco, mas com um significativo acréscimo de exemplos como borracha, geladeira, etc. Objetos, onde a terceira dimensão é mais evidente, ao contrário do que ocorre com o quadro-negro e régua, por exemplo. O número de exemplos dessa natureza chegou quase ao quádruplo.

C) Quadrado: o exemplo predominante foi o dado, mas também foram citados objetos de faces retangulares, como televisor e caixa.

d) Losango: verificou-se neste item o maior número e respostas em branco. Os objetos citados como exemplo foram: o "gol inclinado", "gol de futebol caído de lado" "olhando a mesa meio de lado", "o azul da bandeira", trilhos, pirâmide, "balão de festa junina", e alguns afirmaram que "não tem" losango no mundo material. Um número reduzido de alunos citou exemplos de objetos que, eventualmente, podem ser encontrados com a superfície em forma de um losango. Por exemplo, as "pedras de brilhante", vidro, e o papagaio (também conhecido por pandorga ou pipa). O clássico exemplo, conhecido de todos, "o amarelo da bandeira", foi citado por apenas 3 alunos. total.

Há literalmente uma confusão entre objetos com formas espaciais e figuras planas.

O dado é um quadrado e o televisor um retângulo. A "caixa de linha" é um retângulo, a caixa (?) é um quadrado. O "balão de festa junina" é um losango tanto quanto " uma pirâmide, uma torre de T.". Até o sofá e o ventilador foram citados como exemplo de losango.

A compreensão geométrica dos alunos se resume num sincretismo entre o plano e o espaço.

Uma situação que se afigura paradoxal, uma vez que são os conceitos da geometria espacial que estão mais ao nível da percepção. A maioria dos objetos que fazem parte do nosso mundo físico é tridimensional.

A forma geométrica mais conhecida pelos alunos é o retângulo, em seguida vem o quadrado com o qual se observa uma certa familiaridade.

Há realmente algumas borrachas escolares cujas faces têm a forma de paralelogramo e ventiladores em que a marca do produto aparece na parte frontal e no interior de um losango.

Alguns dos objetos citados, tais como dados e caixa de linha foram utilizados nas aulas ministradas durante a seqüência didática para ilustrar alguns conceitos tais como ângulos, faces, arestas e vértices.

Isso é indício de um estágio sincrético do conhecimento da geometria por parte dos educandos, o que pode ser esperado de um ensino conduzido aos saltos, deixando lacunas por não fornecer todos os elementos necessários à análise e, conseqüentemente, incapacitando o estudante para a síntese que lhe daria subsídios necessários para expressar de forma adequada o seu pensamento.

Durante a seqüência didática houve utilização de material concreto onde procurou-se explorar os conceitos da geometria plana a partir desses objetos. No entanto, ao serem repetidas as perguntas iniciais percebeu-se que não houve significativo avanço nas respostas dadas pelos alunos. Os exemplos citados permaneceram os mesmos. Esta unidade está intimamente ligada à próxima unidade de significado e permite, neste mesmo contexto, uma outra redução fenomenológica.

Há uma confusão entre objetos espaciais e figuras planas mesmo para os alunos que fazem aplicação correta das definições.

Há alunos que interpretam corretamente as definições de paralelogramo, retângulo e quadrado, mas quando solicitados a dar exemplos de objetos do seu mundo-vida que representam as figuras acima citam o dado como exemplo de paralelogramo ou quadrado. Verifica-se aqui não apenas uma possível confusão, resultante do sincretismo geométrico já referido, mas também uma possível dificuldade de expressão por falta de uma experiência em redigir ou discursar usando uma terminologia matemática ou geométrica.

Alguns, após as atividades desenvolvidas durante a seqüência didática, mostram-se mais cuidadosos com a linguagem. Citam "a base de um dado" como exemplo de quadrado e a "tampa da mesa" como exemplo de paralelogramo. Não é difícil encontrar alunos com dificuldade na redação por lhes faltar uma terminologia adequada e o hábito de escrever sobre o assunto. Em condições normais uma aula de matemática ou geometria se desenvolve à base de cálculos. São raras as reflexões em torno de uma definição ou mesmo um debate, entre os pares, sobre a interpretação de um problema.

Há, em alguns alunos, uma consciência dessa deficiência na comunicação das idéias usando termos adequados. Um deles se expressou: "a gente não tem palavras para expressar um objeto". Outro escreveu: "É gostoso aprender geometria, pelo pouco que aprendi já mudou bastante a minha maneira de viver. Porque se alguém pergunta alguma coisa você sabe responder explicando o que aprendeu em geometria".

Essa opinião de que as aulas de matemática ou de geometria se desenvolvem sem discussões é corroborada por Marcelo Lellis e Luiz Márcio P. Imenes. Sobre isso eles escreveram:

> Enfatiza-se o domínio de técnicas de cálculo e o que se considera como raciocinar identifica-se com a capacidade de memorizar uma seqüência de instruções e executá-la. trata-se, portanto, de um processo que não promove o pensar com a própria cabeça, o pensar com autonomia. Seguindo ditames do ensino tradicional, nós, professores, participamos de uma farsa; defendemos o ensino de matemática dizendo que ele forma o pensamento quando, na verdade, ele promove a dependência e o automatismo.
> Os recursos didáticos que viabilizam a produção ou reinvenção da matemática não são essencialmente novos. Incluem especulação (lançar idéias), experimentação (testar hipóteses) e diálogo (para trocar idéias, contestar ou corroborar a validade das hipóteses). A filosofia e a ciência vêm progredindo com base nesses recursos desde a antiga Grécia. A novidade consiste em aproveitá-los na aprendizagem da matemática, o que eventualmente transforma sala de aula num foro de debates, num exercício de democracia. Essa vivência e as descobertas matemáticas compartilhadas geram, em cada aluno, confiança em seu próprio raciocínio e conduzem à autonomia intelectual.[96]

A próxima unidade é uma extensão desta e o título bem poderia ser o mesmo, porém, para permitir novas explorações teóricas, está sendo tratada como uma unidade à parte.

[96]M. LELLIS & L. M. P. IMENES. Temas e Debates nº 5. p.11

13. Identificação de Elementos da Geometria Plana com Elementos da Geometria Espacial

Há dificuldades para distinguir elementos da geometria plana dos elementos da geometria espacial. É reduzido o número de alunos que , na segunda oportunidade, após o desenvolvimento da seqüência didática, indicaram a "face do dado" como exemplo de quadrado. Há até mesmo os que afirmaram ter aprendido, durante a seqüência, que "um quadrado no dia a dia pode ser uma televisão".

A passagem da geometria plana para geometria espacial pode ser dificultada por certos obstáculos que se estruturam com uma certa persistência.

Nenhuma aprendizagem ocorre de forma passiva, espontânea.

Segundo Gaston Bachelard[97], todo conhecimento científico se dá contra um conhecimento anterior, destruindo inclusive partes do mesmo. Se a aquisição do conhecimento científico se constituísse de acréscimos aos anteriores não haveria nenhum obstáculo a ser superado, pois ocorreria uma simples justaposição. No entanto, para esse epistemólogo, cada novo conhecimento requer que se desaloje da mente falsos conceitos adquiridos no processo de aquisição do conhecimento anterior, produzindo dessa forma um conflito que leva à uma resistência à aceitação do novo. O conhecimento científico, segundo esse pensador não é pura e simplesmente progressivo; é, antes de tudo, desafiador e demolidor.

Esse obstáculo pode ser reforçado se o conhecimento anterior foi apresentado como um produto pronto, inquestionável. "Um obstáculo epistemológico se incrusta sobre o conhecimento não questionado" diz ele.

Mesmo porque o conhecimento do real não é imediato e pleno, pelo contrário, há sempre sombras sobre ele.

"Nada vem por si. Nada é dado. Tudo é construído", diz Bachelard.

Bachelard, ao criar essa categoria denominada de obstáculos espistemológicos, referia-se ao conhecimento das ciências naturais, cujos conceitos necessitam ser revistos a cada nova descoberta. Na matemática os conceitos estão consolidados. Ela é a única ciência em que uma geração não contradiz o que foi construído pela geração anterior.

---

[97]Gaston BACHELARD. La formation de l’esprit scientifique. pp.13-18

No entanto, essa categoria epistemológica pode estar relacionada com o conhecimento geométrico em alguns aspectos.

Embora a geometria, enquanto ciência, esteja definitivamente estruturada a apreensão desse conhecimento pelos alunos enfrenta todos os obstáculos possíveis, talvez até com mais intensidade, devido a forma com que o mesmo se apresenta, em cada etapa. A imutabilidade dos conceitos geométrico, numa época de constantes mudanças com esta em que vivemos, pode se constituir num obstáculo epistemológico.

Conforme foi visto, em parágrafos anteriores, o conhecimento não se desenvolve de forma linear mas num processo de avanços e recuos. O conhecimento geométrico tem uma estrutura linear, seqüencial, o que pode também ser um obstáculo epistemológico para o aluno, pois ele necessita romper com sua forma de pensar.

Luis Carlos Pais admite que o desenho, em algumas situações, pode servir como obstáculo à aprendizagem da geometria. Ele escreve que

> Quando se trata de geometria espacial, o ensino e a aprendizagem quase sempre, faz intervir a representação do espaço tridimensional por uma perspectiva. A leitura dessa perspectiva não é uma habilidade evidente de ser realizada, principalmente pelo aluno do primeiro grau. As dificuldades de leitura de um desenho em perspectiva pode induzir o leitor a certas limitações como aquela de identificar as particularidades vistas nos traços à real situação geométrica representada.[98]

A redação estrutural com que o conhecimento geométrico é apresentado, escondendo intencionalmente a história do pensamento, é outro obstáculo, embora mais pedagógico do que epistemológico.

Nessa categoria de obstáculos pedagógicos pode-se incluir ainda o modo de se apresentar alguns conceitos matemáticos. Um plano, por exemplo, é representado, normalmente, por um paralelogramo.

A próxima unidade está relacionada com duas questões levantadas na síntese interrogatória. Questões relacionadas com a filosofia dos valores. Valores para uma época de transição, para uma sociedade que rompe com o passado, para um aluno que se vê “mergulhado” em uma imensidão de informações onde cada informante defende seus valores subjetivos, que em muitos momentos se contrapõem aos valores tradicionais, ou mesmo atuais mas objetivos.

---

[98] Texto reprografado

A aquisição de conhecimento geométrico é um valor para os alunos da 8ª série, desses dias, em que vivemos? O tipo de raciocínio desenvolvido pelo estudo da geometria ainda tem o seu lugar?

O que os alunos dizem sobre os valores do conhecimento geométrico?

14. Os Valores da Geometria

Conforme Johannes Hessen[99], valor é um ente que pertence à classe dos objetos não sensíveis e ao mundo da consciência.

Os valores são criados, e hierarquizados, à medida que se indaga sobre o significado das coisas e dos atos, estando dessa forma, relacionados com as necessidades do sujeito.

O referido autor afirma que:

> [...] No conceito de valor está incluído o da sua referência a um sujeito. Valor é sempre valor para alguém. Valor - pode dizer-se - é a qualidade de uma coisa, que só pode pertencer- lhe em função de um sujeito dotado com uma certa consciência capaz de a registrar (grifos do autor).

No entanto não é o indivíduo que deve valorar, pois ai o valor seria algo subjetivo e o sujeito seria a medida dos valores. Algo deve valer não somente para um julgador mas para todos os possíveis julgadores. O sujeito do valor é um sujeito abstrato, genérico. Um valor é o que há de comum em todos os seres humanos.

O ato de atribuir valor reflete um comportamento social, que D'Ambrósio[100] classifica no grupo dos "mentefatos", em oposição aos artefatos; estes relacionados com o fazer enquanto aqueles se relacionam com o ato criador. Juntos, mentefatos e artefatos, constituem-se na matéria prima da tecnologia, porque incorporam-se à realidade e modificam-na.

O valor educacional de um componente curricular é produzido pelo imaginário social, pelo que é esperado da escola e da educação.

A aquisição de conhecimentos, o processo de aprendizagem, é um processo intrincado, no qual interagem o indivíduo e o grupo social e onde o grupo social estabelece a hierarquia de valores, prescreve os ideais, define as crenças e estimula as

---

[99]Johannes HESSEN. Filosofia dos valores. pp 45-50
[100]Ubiratan D'AMBRÓSIO. Da realidade à ação: reflexões sobre ducação e matemática. pp 47-50

fantasias e o indivíduo como criador de fatos artesanais e mentais, como pensador, adiciona artes, coisas, objetos, idéias, teorias, valores e interpretações, modificando a realidade conforme ela melhor se ajuste a certas formas de ação que lhe são próprias.

Os alunos pesquisados são de opinião de que a geometria possui os seguintes valores: instrumental, utilitário e formativo, como se verá a seguir.

Abrindo um parêntese:

Os valores atribuídos à geometria são relativos ao seu papel na educação, na formação do indivíduo, pois para a geometria enquanto estudo das formas não se emite juízo de valor, tendo em vista que para o geômetra uma figura não vale mais do que outra. Também não possui valor estético intrínseco uma vez que, no mundo real, da geometria, todas as figuras são perfeitas.

14.1. Valor Instrumental

A geometria é vista como um instrumento para a resolução de outros problemas da matemática. Um aluno afirmou que "Ela serve para resolver problemas matemáticos que acontece no dia a dia ex: economia". Por essa afirmação do aluno percebe-se que

O aluno atribui um relativo valor instrumental ao conhecimento geométrico afirmando que ele contribui na resolução de outros problemas da matemática.

Em geral, a medida de qualquer grandeza combina o cálculo com alguma operação específica dessa grandeza. A medida de um líquido através de um recipiente graduado é um exemplo do que acaba de ser dito. Um gráfico contribui para a compreensão e resolução de problemas não específicos da geometria. O cálculo de áreas, volumes e perímetros tem a sua aplicação na resolução de problemas de ordem econômica.

Sabe-se, enfim, que há muitos problemas, em diversas áreas do conhecimento, que são resolvidos com a ajuda da geometria mas, normalmente, esse conhecimento não está ao alcance de um aluno da 8ª série do 1º Grau. Talvez esse aluno estivesse buscando uma justificativa para o conteúdo que lhe é ensinado na escola. Por outro lado é tão difícil afirmar isso quanto precisar até que ponto esse aluno tem consciência da aplicabilidade do conhecimento geométrico. É difícil até mesmo precisar se está claro para esse aluno que a relação da geometria com a matemática ultrapassa o fato de ambas serem ensinadas pelo mesmo professor.

14.2. Valor Utilitário

"A geometria é usada não só na escola como também em centro de recuperação ou deficiência mental,[...]". "Ajuda-nos a resolver problemas do nosso dia-dia, como medir a área de um terreno e tenta-lo dividi-lo em certas partes". "Pretendo ser arquiteto acho que a geometria me ajudara muito a progredir". "Para saber se tenho um lote e se ele é retângulo". "Para construir uma casa" e saber "se as paredes estão ângulo reto".

"Como medir um terreno que tem forma de um retângulo, a área de um quintal só". "Eu utilizo para medir terrenos, para dizer como são os objetos em casa na forma geométrica". Essas sentenças extraídas do discurso dos alunos indicam que

O aluno atribui um relativo valor utilitário ao conhecimento geométrico.

De forma geral a concepção que o aluno tem é que a geometria é útil da mesma forma que outros conteúdos da matemática e sua aplicação se estende aos mais variados ramos profissionais.

Outra afirmação interessante é: "Por enquanto a geometria é pouco usada por nós mas para um pedreiro ela tem muita influência";

Em alguns casos essa relação da geometria com as medidas já estava presente, em outros, porém, ela só foi estabelecida após a seqüência didática.

Para alguns alunos o significado maior da matemática está nas "contas" que os introduz no mundo do comércio e a geometria se reduz às medidas que seus pais utilizam no desempenho da profissão. Por essa razão afirmam que já aprenderam o suficiente de geometria e chegam mesmo a propor a sua exclusão do programa das séries seguintes. Esses alunos não estão sozinhos ao conceber a geometria como um instrumento de trabalho, nesse estágio inicial de conhecimento. Podem estar sozinhos ao propor a interrupção dos seu estudo dando-se por satisfeitos com o que já sabem.

Sabe-se que em algumas regiões, o Egito é um exemplo no mundo ocidental, a matemática surgiu com fins utilitários. Foi a necessidade de enumerar mercadorias e animais, de contabilizar os impostos e lucros, de medir terras, de programar defesa contra numerosos inimigos e de situar, no tempo, determinados fatos, que levou o Homem a se interessar pelo estudo dessa ciência.

A produção teórica surge num segundo momento. Uma vez despertado para a solução dos problemas, começa o Homem a teorizar ora pela necessidade de justificar respostas obtidas, ora pela necessidade de generalizar resultados, ora por puro lazer por parte daqueles que, não necessitando diretamente preocupar-se com os fatores acima expostos, embora tendo mantido contato com eles, podiam dar-se ao direito de se ocuparem com problemas abstratos.

Paulus Gerdes, apoiado em Engels, afirma que a inteligência humana cresceu à medida em que o Homem aprendeu a transformar a natureza. "A geometria nasceu como uma ciência empírica ou experimental". Foi nessa luta para dominar a natureza que o homem chegou aos primeiros conhecimentos geométricos.

> Por isso é claro que a razão principal para que os homens, gradualmente, tivessem elaborado estes conceitos resida no fato da observação da natureza não ser uma observação passiva, mas sim ativa: para poderem satisfazer as suas necessidades diárias, os homens produziam objetos com formas cada vez mais regulares. Quando construíam os seus abrigos, cercavam parcelas de terreno, esticavam arcos, moldavam panelas de barro, etc., descobriam que uma panela é curva, mas a corda do arco é reta [...][101] (grifo do autor)

Na china, "sob a dinastia Han (206 a.C. - 220 d.C.)" a matemática desenvolvida foi aquela voltada para a vida sócio - econômica. Não havia matemáticos mas "funcionários - matemáticos" que cuidavam da burocracia imperial. Os registros tratam da cobrança de impostos, de pesos e medidas, da moeda, transportes terrestres e fluviais, construção de canais e diques e até mesmo a gestão de mão-de-obra.

Se para Euclides era um escândalo recorrer aos cálculos, para os chineses podia-se usar não somente o cálculo mas qualquer outro método que pudesse ser útil. Não significa isso que os chineses excluíam o princípio axiomático, significa, isto sim, que suas figuras não eram "objetos ideais abstratos, e sim peças de um quebra-cabeças, perfeitamente tangíveis e distinguíveis graças à cor e manipuláveis à vontade". Apesar disso a sua matemática produziu "resultados complexos". Evoluiu a tamanho grau de abstração que "muitos problemas chineses ocultavam, sob sua aparência concreta, situações puramente fictícias: valores impossíveis na realidade".[102]

Heródoto situa o nascimento da geometria no problema de medidas de terra no Egito antigo[103].

Para os gregos, como veremos oportunamente, a geometria fazia parte da “ginástica mental” que aos homens livres era dado o privilégio de exercitar. Inventaram

[101]Paulus GERDES op. cit. pp.17,18
[102]Jean-Claude MARTZLOFF. O correio da UNESCO. pp.22-28
[103]Bendo de Jesus CARAÇA.Conceitos fundamentais da matemática.p.32

o método dedutivo e tinham verdadeira paixão por esse tipo de raciocínio “nobre”. É que nessa época eles faziam parte daqueles que não necessitavam de um envolvimento direto com os problemas relativos à sobrevivência.

Mas os alunos atribuíram ainda um terceiro valor à geometria, o

14.3. Valor Formativo

As expressões abaixo foram extraídas do discurso livre dos alunos:

"Bem nas aulas que eu tive aprendi que ela é fundamental p/ o desenvolvimento humano";

"Eu acho que a geometria ajuda no desenvolvimento do aluno, ajuda a entender mais as coisas. Eu acho que depois disso eu vou ver as coisas diferentes, me ajudou.";

" ajuda a desenvolver a capacidade de raciocinar";

" A geometria contribui para o desenvolvimento do nosso raciocínio";

"Eu sinto que a geometria estimula bastante a minha cabeça";

" É gostoso aprender geometria, pelo pouco que aprendi já mudou bastante a minha maneira de viver. Porque se alguém pergunta alguma coisa você sabe responder explicando o que aprendeu em geometria";

"[...] É muito importante o que a gente aprende porque sempre vai precisar disso. Por exemplo, a gente não tem palavras para expressar um objeto e falamos: Aquele que tem a forma cilíndrica. E assim por diante.";

"[...] estudar Geometria é bom para o raciocino e p/ definir imagens que vemos".

Há alunos que atribuem valor formativo à geometria.

Em tudo isso, no entanto, houve uma nota discordante. Um aluno, que permaneceu numa postura de rejeição do começo ao fim das atividades, afirmou: "Bom esse conteúdo não ajudou em quase nada no dia a dia da gente e só serve para atrapalhar os estudos e que deveria ser dado como uma matéria separada da matemática e só ensinada no 2º grau."

É difícil fazer uma análise da posição tomada por esse aluno tendo em vista que não se sabe qual era o seu comportamento diante dos outros componentes curriculares. Essa opinião não foi partilhada por nenhum outro, ainda mais , quando disseram que ela " ajuda você a pensar mais", ou que " a geometria ajuda o aluno a usar o seu raciocínio", é profundamente significativo tendo em vista com a freqüência com que apareceu. Talvez as expressões que mais esclareçam o sentido que o aluno pretendia dar ao afirmar que a geometria ajuda desenvolver o raciocínio e o leva a pensar mais, sejam as seguintes: "Estes quadrados e retângulos é fácil, mas a geometria é muito difícil por que tem que mexer com muita coisa"; "precisa raciocinar e quebrar a cabeça"; "difícil entender porque figuras que tem nomes diferentes e são quase igual e confundem a cabeça da gente".

As expressões acima sugerem que o aluno vê a geometria como um quebra-cabeças cujas peças parecem que podem ser encaixadas de uma forma, mas na realidade se a encaixarmos assim impedirá o encaixe de uma outra peça. De alguma forma esse aluno tem razão pois na inclusão de classe isso realmente ocorre, por vezes. Um quadrado, por exemplo, ora pode ser visto como retângulo, ora como um losango. O "mexer com muita coisa" parece indicar que o aluno está procurando organizar os conceitos abstratos de ponto, reta e plano que possivelmente lhe foram apresentados em séries anteriores, os desenhos, que são concretos, e os objetos tridimensionais com os quais mantém contato constante. Parece lhes ser difícil harmonizar tudo isso e definir o que é geometria. No entanto, nessa tentativa de organizar esse conhecimento, há algo de positivo, a geometria ajuda a pensar. Evidentemente que esse pensar poderia ser menos fastidioso e mais produtivo.

A concepção de que o conhecimento é um continuum em espiral e uma compreensão do modelo proposto pelos Van Hiele, poderia sugerir uma metodologia de trabalho que se adequasse ao processo de compreensão da geometria de forma mais prazerosa e produtiva.

Os Van Hiele propõem uma teoria desenvolvimentista para o ensino da geometria. Segundo eles os níveis de maturidade geométrica ocorrem seqüencialmente, iniciando pela visualização. O progresso de um nível para o outro não está condicionado à idade biológica mas à metodologia utilizada, que prioriza a compreensão. A memorização de fórmulas e das relações não são indícios de compreensão. É fundamental o cuidado com os símbolos linguísticos apropriados a cada nível. O mesmo deve ocorrer com os exercícios, material didático e etc. A proposta metodológica de

Van Hiele obedece a seguinte ordem: "interrogação, orientação dirigida, explicação, orientação livre e integração".[104]

Esse valor formativo de uma disciplina é, na verdade, a razão máxima de sua inclusão como componente curricular. Nos vários discursos transcritos nas unidades anteriores, percebe-se a presença marcante de um discurso valorativo e permite uma outra redução fenomenológica.

Há, no discurso do aluno, um tentativa explícita de valorização do ensino da geometria como sendo um conteúdo educacional importante para a sua formação intelectual.

Esse discurso valorativo permeou quase todo o trabalho.

Chegam mesmo a admitir que o conteúdo geométrico pode contribuir mais para o desenvolvimento do raciocínio do que outros conteúdos da matemática. Segundo eles, a contribuição da geometria não se limita ao desenvolvimento do raciocínio, esse atributo se estende ao ser humano como um todo, incluindo a comunicação, o modo de interpretar o cotidiano, possibilitando "enxergar as coisas de modo diferente". Essa tentativa de valorização é constante, aparece em quase todos os discursos, mesmo naqueles cujo conhecimento do conteúdo ficou aquém do desejado.

Também foi citada a sua utilização no exercício de algumas profissões, "em centro" de atendimento a portadores de "deficiência mental", na computação e sua importância para quem deseja cursar arquitetura, etc.

Embora haja uma certa consistência em muitos casos, especialmente quando são citados exemplos de aplicação e quando se trata de poder comunicar melhor o seu pensamento expressando corretamente que o objeto tem "forma de um cilindro" ou outra coisa, quando dizem da contribuição para poder distinguir os objetos quanto à sua forma e visualizar exemplos materiais de retângulo, quadrado, e outros, no quadro-negro, nos vidros das janelas, etc., e quando se leva em conta que as atividades desenvolvidas foram de molde a desafiar o aluno, há também uma certa inconsistência nesse discurso tendo em vista que alguns deles admitiram não gostar da geometria e, pelas respostas às questões propostas, têm sérias dificuldades conteudísticas.

Essa contradição pode ser reflexo de uma pressão exercida pela sociedade para que o conteúdo escolar tenha significado e uma tentativa de justificar a permanência

---

[104]Apud LINDQUIST & SHULTE. op. cit. p.5

desse componente no currículo. A idéia de estar perdendo o seu tempo com algo que não tem importância, ou de estar sendo forçado a isso, parece repugnante a todos e provoca um esforço para atribuir um significado aos conteúdos escolares mesmo na ausência da percepção de um significado objetivo.

Percebe-se, como afirmaram Luis Carlos Pais e José Luiz Magalhães de Freitas[105], "a existência de problemas nada evidentes e imediatos, que apresentam uma multiplicidade de aspectos de ordem matemática, científica, educacional e portanto social e política".

Mas os valores da geometria, na concepção dos alunos, não terminam com esses três exemplos. Ela também contribui, segundo já foi visto, para que se tenha uma visão diferente do mundo físico.

A próxima unidade pode, a princípio, soar como uma nota dissonante nessa orquestra cujo objetivo foi averiguar a estrutura do fenômeno ensino-aprendizagem da geometria no primeiro grau. Olhando, porém, por esse ângulo só o título não pertence ao conjunto dos títulos das demais unidades.

É que aqui é analisado um aspecto do processo que, embora seja assunto de discussão corrente nas reuniões pedagógicas, com professores desta capital, parece estar ainda necessitando de ênfase por parte das áreas especificas do saber para que possa se tornar objeto de significativa reflexão por parte dos profissionais.

Esta unidade estaria mais bem situada como um sub-item da unidade que trata dos valores do ensino da geometria para o aluno. Trata esta unidade, de uma situação vivenciada, e relacionada com

15. O Rompimento do Contrato Pedagógico

Contrato pedagógico e contrato didático são termos praticamente desconhecidos, no meio educacional onde este trabalho foi desenvolvido.

Contrato didático é, segundo os autores Astolfi e Develay[106], o conjunto de “regras implícitas que regem - no sistema constituído pelo docente, o aluno e o objeto de aprendizagem - a partilha das responsabilidades de cada um dos parceiros que são relevantes para o outro”

[105]Texto reprografado.
[106]Jean-Pierre ASTOLFI & Michel DEVELAY. A Didática das ciências. p.72

Guy Brousseau[107] amplia o conceito de contrato didático ao afirmar que o professor tem a obrigação social de manter o aluno informado do que dele é esperado. Ele afirma ainda que o contrato didático “não é um contrato pedagógico geral” mas depende das circunstâncias, ou melhor, do que se quer ensinar ou do conhecimento que está em jogo.

No entanto, parece que há uma regra geral, estabelecida socialmente, que o conteúdo que não for objeto de prova ou de mensuração não é digno de que se dedique tempo ao seu estudo. E ai, ao que parece, tem-se um exemplo de contrato pedagógico.

Durante a seqüência didática viveu-se uma experiência que forneceu elementos para que essa unidade de significado pudesse ser produzida.

A experiência vivenciada deveu-se a uma pequena falha no planejamento da pesquisa, conforme pode ser observado nos parágrafos seguintes:

No início da seqüência didática informou-se aos alunos que nenhuma nota seria atribuída às "avaliações" a que seriam submetidos durante o processo e que essas “avaliações” não seriam repassadas ao professor., no entanto, ele seria informado sobre o conteúdo ministrado

Pensou-se que esses esclarecimentos fossem necessários por algumas razões:

1) para evitar o clima de tensão que normalmente se instala por ocasião das provas;

2) por não ter sido discutido antecipadamente com o professor sobre a possibilidade dele não incluir esse conteúdo em prova;

3) a seqüência didática estava inserida no período normal de aulas e isso impedia que se negasse ao professor o relatório das atividades desenvolvidas, tendo em vista a sua necessidade de registrar o conteúdo em seu diário de classe.

4) a referida seqüência ocuparia, aproximadamente, um mês de aulas, dividindo o bimestre em três períodos irregulares, e o professor poderia encontrar dificuldades para atribuir nota aos alunos no final do bimestre.

Alguns dias após o início das atividades foi detectado, pelo professor da sala e pela coordenação pedagógica (não foi feito nenhum controle formal de presença), a fuga de alguns alunos, especialmente quando as atividades ocorriam após o intervalo do recreio.

---

[107]Guy BROUSSEAU. Recherches en didactique des mathématiques, pp 51,52

A preocupação com um possível esvaziamento da classe levou o professor ameaçar os alunos com a cobrança do conteúdo em prova* . Diante disso alguns alunos questionaram, desejando saber, se o conteúdo seria cobrado em prova ou não. A resposta às perguntas esteve limitada à informação de que cabia ao professor da classe e respectiva disciplina decidir sobre o caso, e que ele (pelas razões acima expostas) seria informado do conteúdo ministrado e que nada mais havia sido combinado sobre isso. Esta falha no planejamento levou a observar que

A avaliação didática realizada pelo professor de matemática exerce considerável influência na valoração das atividades, por parte dos alunos, estabelecendo uma relação diferenciada entre os diversos momentos em que um conteúdo é ministrado.

Há alunos que não valorizam conteúdos que não serão objetos de avaliação. Sabe-se que há um certo condicionamento da classe estudantil com relação a esse fenômeno.

De forma implícita, cada vez que é efetuada a matrícula de um aluno num estabelecimento de ensino, efetua-se também a sua inscrição na prova, no exame. Quando a prova deixa de acontecer o educando sente-se como que lesado nos seus direitos estudantis. A sua reação a esse rompimento das regras do jogo manifesta-se através da cobrança por parte de uns e da apatia por parte de outros. De forma geral ocorre uma desvalorização ao trabalho desenvolvido.

Celso dos S. Vasconcelos, ao discutir o problema da avaliação no contexto escolar, fala da escola como não tendo valor em si mesma, exigindo que se crie um ritual de seleção à ascensão social denominado prova, que funciona como uma forma de recompensa para os alunos.

Esse condicionamento pavloviano não é fruto deste século e conta com o respaldo de uma sociedade historicamente condicionada a esse sistema, vítima desse processo alienante. Segundo o autor citado "tem-se notícias de exames há 2.205 anos a.C. quando o imperador chinês Shum " examinava seus oficiais a cada três anos, com o fim de promover ou demitir"[108].

---

* O pesquisador tomou conhecimento dessa intervenção, informalmente por meio de um aluno, próximo ao final da seqüência da didática.

[108]César S. VASCONCELOS. Avaliação: concepção dialética-libertadora do processo de avaliação escolar. p.27

Na História Sagrada há o relato de que o caldeu Nabucodonosor, rei da Babilônia, teria examinado os seus súditos oriundos do cativeiro judaico, bolsistas da Universidade do Império e candidatos à carreira política, por volta de 600 anos antes da era cristã.

Vasconcelos continua afirmando que a família

> sente toda orgulhosa de ver seu filho já passando por esses rituais. A própria criança quer fazer prova para se igualar ao irmão ou colega mais adiantado, sentindo-se toda importante. Os aluninhos, por curiosidade, passam a perguntar aos coleguinhas quanto tiraram. E assim vai... Tudo começa tão inocentemente, que mais tarde os professores, perplexos, não conseguem entender o que foi que houve, pois, dessa pequena brincadeira, chega-se à grande distorção do ensino: <u>estudar para tirar nota e não para a aprender</u> [109](grifo do autor).

Carecendo dessa "motivação" as aulas ministradas, durante a seqüência didática, não chegaram a provocar um debate entre os pares ou ser motivo de preocupação extra-classe, permanecendo dentro da sala de aula quase todo o conhecimento que foi apresentado. As técnicas, os recursos audiovisuais, os desafios apresentados, as aplicações práticas, etc., careciam de uma finalidade maior, a "prova".

A superação dessa concepção de educação, dessa função seletiva da escola, da necessidade desse ritual drástico para estudar, está longe de ser alcançada, devido a múltiplos fatores intrínsecos e extrínsecos do processo educacional. É possível supor que quando houver uma generalizada consciência de que o objetivo da educação é o tornar-se pessoa, terá sido dado um grande passo para essa superação.

[109]Idem. p.31

CAPÍTULO IV - CONSTRUINDO RESULTADOS

1.Análise Nomotética

Sendo a investigação de um fenômeno, tanto quanto a interpretação dos dados, um ato voluntário e intencional, a normatização também refletirá, pelo menos em certo grau, a intencionalidade dos participantes. Pode-se dizer que a significação que se esconde nos fenômenos e sua essência são visados através dos atos da consciência.

Nesta síntese busca-se indicar as regularidades encontradas durante a pesquisa, as quais deixam transparecer uma tendência, pelo menos localizada, para determinados comportamentos relativos ao complexo escola-conteúdo-professor-aluno-aprendizagem.

Os alunos pesquisados apresentaram uma tendência generalizada para valorizar o conteúdo que está sendo objeto de ensino. Essa tendência pode não indicar uma apreciação pelo mesmo ou reconhecimento da sua importância, pode estar ligada a uma tradição de se valorizar a escola e tudo o que ela oferece. Nesse caso as razões para tal comportamento teriam que ser buscadas na história. As raízes dessa tendência são tão profundas que nem mesmo toda uma campanha implícita e explícita para desvalorizar a escola, para negar a sua contribuição para o progresso individual e coletivo, para contradizer os valores defendidos por ela, têm conseguido eliminá-la.

Uma digressão histórica revelará a profundidade dessas raízes. No século XVII, João Amós Comênio, ao propor a sua “Didática Magna”, preconizava que a escola devia ensinar apenas o que é útil. Que a escola deveria fugir da futilidade daquilo que é cômico e supérfluo e ater-se à sua finalidade máxima de dar aos jovens os fundamentos da sabedoria. Sempre tem sido atribuído à escola o papel de habilitar os homens a pensar e torná-los aptos para a vida em todos os seus estágios, a dar-lhes acesso ao poder através do conhecimento.

Numa época em que a competição pelo poder despontava-se com força nunca dantes presenciada, foi a escola que permitiu à burguesia desfrutar muitas das vantagens que antes só era acessível apenas ao clero e à nobreza. Essa tradição está fortemente arraigada.

Não se pretende discutir nesta oportunidade a eficiência da instituição escola, se tem ou não correspondido o que dela tem sido esperado, destaca-se apenas a permanência dessa tendência secular de valorizá-la. Mais do que uma tendência de valorização esse comportamento pode refletir uma cobrança ou um anseio inconsciente.

Poder-se-ia, na verdade, perguntar se essa valoração não refletiria uma vontade incontida de ser respeitado, de ser considerado capaz, de ser visto como alguém que sabe o que quer e de parecer ter escolhido livre e conscientemente o que faz. Sabe-se que causa horror ao ser humano o fato de sentir-se obrigado a fazer algo que não gosta, ter que admitir que o seu tempo está sendo controlado por outrem ou, pior ainda, que esse tempo está sendo malbaratado sem o seu consentimento. Pode-se supor que essa necessidade inerente de valorizar o que faz para justificar o ato de fazer explique a emergência local ou individual de valoração mas, por certo, não explicará, o esforço despendido por uma sociedade inteira para manter uma instituição em funcionamento, contra a qual pesam acusações de ineficiência.

De uma coisa pode-se estar certo: há alunos que aceitam passivamente, conscientes ou não, as regras da escola no que tange ao conteúdo de ensino. O que está na escola é bom, útil e repleto de sentido, embora nada se conheça sobre o mesmo. É o imaginário estabelecido nas relações sociais de que a escola se continua existindo é porque satisfaz plenamente as condições dela esperadas. O que faltar é culpa do aluno que não alcançou o nível cultural necessário à compreensão do conteúdo.

Um fato curioso que pode reforçar esse conceito de docilidade é que dos 25 alunos que participaram de todas as atividades e, portanto, responderam as perguntas do instrumento de pesquisa duas vezes, apenas um aluno registrou a observação de que estava respondendo a mesma pergunta pela segunda vez. Os outros podem não ter percebido mas é mais provável que tenham silenciado num gesto de passividade e colaboração.

É possível mesmo supor que para muitos alunos esse não tenha sido um período de aprendizado, mas de colaboração.

Uma preocupação que se revelou freqüente no discurso do aluno diz respeito ao saber para a continuidade dos estudos. Vários deles revelaram estar preocupados em como acompanhar o 2º grau sem o conhecimento do conteúdo da geometria. Parece estar fora de cogitação a interrupção dos estudos, um verdadeiro condicionamento aos valores impostos pela sociedade. Esse caso evidencia não uma preocupação com a mudança das estruturas sociais mas a necessidade de uma adaptação a elas Parece não refletir um anseio pela cultura pois são raros os casos de alunos que revelam o desejo de aprender, que estão movidos pelo anseio de conhecer pela busca da amplidão cultural. É mais comum os que buscam saber para a continuidade escolar. A cultura da prova como fonte de estímulo para o estudo tem motivado a busca do saber para permanecer na escola, tem levado à preocupação em saber para aprender o próximo conteúdo, o conteúdo subseqüente àquele. Também não há discussão entre os alunos sobre o conteúdo tratado enquanto não é marcada uma prova. Não há razões culturais para o estudo mas apenas razões escolares e a necessidade de um certificado ou um atestado de freqüência às aulas. É uma forma de satisfazer certos requisitos, verdadeiros "caprichos" sociais, que exigem escolaridade e não conhecimento para a ascensão funcional. “Caprichos” de uma sociedade que não prima pela qualidade, mas pela marca e pelo preço, cujo reflexo na escola é a exigência da presença e da nota, mas não de compreensão.

Foi possível observar um desconhecimento quase total com relação ao conteúdo geométrico formal. Em que pese o óbvio da afirmação, tendo em vista pesquisas já realizadas nesse sentido e referidas em capítulos anteriores deste trabalho, pode-se aprofundar a discussão pois a escola no que diz respeito ao saber tem se limitado à transmissão das habilidades básicas de ler contar e escrever. O conhecimento já não é mais a atividade prioritária da escola. A ciência e a cultura já não encontram ali um lugar de destaque.

Um exemplo desse desconhecimento está retratado na visão que o aluno tem das posições das figuras representadas por um desenho. Por vê-las sempre em determinadas posições passam a admitir a sua fixidez ficando impedido de conceber a possibilidade da inclusão de classe e é induzindo a pensar numa mudança de classe somente pela mudança de posição de uma figura. A dificuldade argumentativa para opinar sobre a validade desse conhecimento bem como a incoerência no discurso de alguns alunos quando tentam emitir um parecer valorativo são exemplos de comportamento intelectual que reflete a ausência de conhecimento. Uma falta de conhecimento que impede a tomada de iniciativas mais elementares.

Por desconhecerem os instrumentos de medida, obviamente, lhes falta o hábito de medir, manipular, etc. não lhes ocorrendo, conseqüentemente, a idéia de comparar, mudar de posição, verificar ângulos, sobrepor objetos, contar o número de lados, etc.

Se o assunto foi interessante para os alunos, o que se deduz pelo discurso de alguns, o tempo e as circunstâncias parecem não ter sido favoráveis ou suficientes para um aprendizado significativo. O rompimento do contrato pedagógico, que não ocorreu apenas por conta da falta de prova, mas também pela interrupção das aulas sobre funções de 1º grau para introduzir o estudo da geometria euclidiana; um estudo que (e o aluno tinha consciência disso), não teria continuidade, pensa-se tenha sido um fator que contribuiu fortemente para dificultar esse aprendizado. Fica evidente que o problema do ensino da geometria não se resolve apenas com a sua inclusão na proposta curricular. É necessário uma mudança de postura do professor, um compromisso com o desenvolvimento do educando, uma preocupação com a formação de um cidadão crítico e consciente. Mudança que traz em seu bojo a competência técnica e um compromisso com a realidade.

Mas essa mudança tão necessária dificilmente será conseguida com investimentos não seqüenciais na formação do educador. Existem regras inconscientemente definidas, que norteiam o trabalho do profissional da educação, e quando essas regras são transgredidas os resultados esperados não virão.

Investimentos dessa natureza podem produzir bons resultados quando se tratar de atualização de conhecimentos que não é o caso do conhecimento da geometria.

A dicotomia entre o conteúdo geométrico de ensino e o mundo-vivencial é um outro fator que foi detectado porém, de forma geral, o distanciamento do conteúdo escolar dos aspectos práticos da vida tem merecido destaque nos debates relativos aos processos pedagógicos. Se a escola não prima pela cultura clássica e não atribui valor à ciência, poder-se-ia supor que estivesse voltada para o aluno, mas também não o faz. Quando um conteúdo deixa de ser apresentado a cultura é prejudicada, se na sua apresentação o rigor é desconsiderado a ciência é desvalorizada e, se nenhuma ligação é feita com o cotidiano, o aluno, que está na escola para ser instrumentalizado em todos os sentido, não está sendo objeto de preocupação.

A dicotomia, vivida pelo aluno, entre a geometria estudada na escola e o seu mundo vivencial, faz parte de um contexto bem amplo. Parece haver uma geral falta de clareza quanto ao valor educativo da geometria, ficando sem resposta as perguntas do aluno sobre porque aprende-la ou porque ocupar o tempo da álgebra, dos cálculos, das equações, com esse conteúdo cujo significado educativo desconhece.

A geometria não se presta para uma aplicação imediata, pura e simplesmente; se assim fosse bastaria, para muitos alunos, um conhecimento de medidas lineares e o cálculo de áreas e volumes; mas normalmente nem esses conteúdos estão sendo oferecidos. O valor formativo da geometria, enquanto disciplina educacional, repousa sobre a sua estrutura seqüencial e caráter rigoroso; na forma de pensamento desenvolvido pelo do seu estudo

Quando é feito o repasse do teorema de Pitágoras sem uma discussão prévia de outras propriedades relativas ao triângulo retângulo - aliás a própria inserção da definição dessa categoria de triângulo num contexto onde outras classes de triângulos são desconhecidas - esse ato reflete por si só o descompromisso da escola com a ciência e seu aprendizado

Fica evidente a tentativa de impor uma conduta moral a partir do exterior, atitude que reflete a ausência de objetividade na elaboração do currículo de uma disciplina escolar e, principalmente, na forma da sua apresentação. Tem-se desenvolvido um trabalho que não leva à consciência, que não desperta no educando o senso da necessidade de uma ordem interior.

No caso específico da geometria, essa situação fica evidente na sua apresentação, quando ocorre, de forma isolada do mundo vivencial; na carência de significado, por não trabalhar a compreensão da atualidade e, acima de tudo, pela descontextualização histórica e ausência de encadeamento das suas proposições. O que há a ser superado não é a presença da prova mas o objetivo da mesma. A avaliação faz-se necessária sempre que se quiser diagnosticar a quantidade que foi assimilada de um determinado conteúdo e a capacidade de manuseá-lo numa situação-problema, de prestar contas do tempo gasto ao seu estudo ou satisfazer as exigências do sistema educacional que classifica o indivíduo por um número atribuído às respostas dadas por ele. O uso que tem sido feito dela é que necessita ser superado.

Uma avaliação não poderia ser o elemento motivador, este deveria ser o conteúdo, a metodologia, a aplicação, a cultura, a relação professor-aluno. No entanto, parece que a coerção é o único elemento motivador que a sociedade conhece e que tem sido capaz de levar o indivíduo ao estudo, ao trabalho. A escola tem sido incapaz de interferir nos conceitos sociais e de modificar hábitos individuais. Ela tem se limitado a copiar o modelo e reproduzi-lo na íntegra. A capacidade de pensar não tem tocada pelo conteúdo escolar. A reflexão, a capacidade de criar, criticar, discutir intuir, não têm sido estimuladas.

Com relação à prova observa-se que está longe o pensamento de uma superação. Pode-se dizer que há uma tendência de manutenção por conferir ela autoridade ao professor, ser uma arma de repressão da indisciplina escolar.

Sabe-se que não basta o fator cognitivo para que ocorra uma aprendizagem, é necessário a presença do componente afetivo. O homem não é apenas um ser racional, ele não aprende apenas com o cérebro; seu ser todo deve estar envolvido no processo.

Para uma sociedade sem perspectiva, para a qual somente a coerção consegue persuadir, o ensino de geometria, mais que qualquer outro conteúdo matemático, poderia contribuir para despertar a afetividade necessária pela sua relação inicial com o mundo vivencial e com a arte.

À álgebra justifica menos as suas proposições, portanto é mais coercitiva. Os axiomas da geometria embora relacionados com entes abstratos são mais perceptíveis que os entes da álgebra. Por ser menos coercitiva, a geometria, presta-se mais a um ensino humanizante.

Enfim, para que a geometria como conteúdo escolar tenha um significado maior para o aluno faz-se necessário uma tomada de consciência da existência de um conhecimento geométrico intuitivo, experimental e um outro teórico. Conhecimentos esses que mesmo sendo essencialmente diferentes entre si, são coextensivos produzindo conseqüências pedagógicas fundamentais, dignas de uma análise. Mais do que retas, pontos, ângulos, triângulos e etc., há uma ciência a ser divulgada, uma história a ser transmitida e analisada, um conhecimento a ser reestruturado pelo professor e reelaborado pelo aluno, um raciocínio a ser desenvolvido, uma paixão pelo saber a ser desencadeada, uma cultura a ser transmitida e um aluno a ser politizado.

2. Conclusões

As unidades de significado de números 1 a 3 permitem concluir que enquanto alguns alunos apresentaram possuir noções elementares de perspectiva, a maioria deles procura compreender e reconhecer alguns dos conteúdos geométricos elementares concentrando sua atenção na forma gráfica da figura representada. O desenho que poderia ser como suporte para o raciocínio geométrico, é pouco usado pelos alunos.

A aprendizagem de algumas noções de perspectiva não acontece de forma espontânea. É necessário um conhecimento mínimo de regras de desenho. Não se aprende desenho sem desenhar e é difícil imaginar que o aluno possa associar um desenho a uma definição se não foi habituado a isso, se a correspondente imagem mental não está consolidada. O retorno do desenho ao currículo de geometria poderia representar uma solução, ou pelo menos uma contribuição para a solução desse problema.

Como resultado dessa constatação surge a necessidade de uma reflexão a propósito da valorização do ensino da técnica do desenho em perspectiva na aprendizagem da geometria.

Da unidade número quatro conclui-se que as definições geométricas, apresentadas em forma de um texto, sem se fazer acompanhar pelo desenho correspondente, não é de fácil compreensão para os alunos da 8ª série. O seu significado não é evidente ao ponto de restar pouco ou nenhum trabalho para o professor exemplificar. Uma definição não possui significado intrínseco, e se algo é desprovido de significado dificilmente despertará interesse. Aqui reside um problema importante, que é a questão da comunicação, um elemento a ser incluído nos cursos de atualização profissional ou discutido nos planejamentos assistidos pelas equipes técnicas das secretarias de educação.

Quando se depara com um aluno respondendo que o quadrado "não tem nada a ver" com o retângulo, como se viu na unidade 10, depara-se com um elemento que merece uma análise mais detalhada.

Em primeiro lugar esse fato mostra o quanto é importante olhar para a questão do significado para o aluno e, em seguida, essa constatação reforça a problemática da leitura compreensiva das definições. Não é suficiente apresentar o texto de uma definição.

Apesar da dificuldade constatada, com relação ao significado de uma definição, há evidências da possibilidade de que o aluno proceda pequenas deduções no encadeamento lógico do discurso geométrico. Tendo em vista que, o trabalho com deduções, não é uma prática escolar freqüente e acrescentando o fato de que a lógica formal, necessária a essas deduções, estar distante da lógica natural, as deduções feitas pelo aluno, apesar de incipientes e inconsistentes, se constituem num importante elemento detectado por este trabalho.

O ensino da geometria tem se dado, em todo o seu longo percurso cronológico, através do processo lógico-dedutivo. A própria geometria, como a conhecemos e ensinamos, é resultado direto desse processo. Esse tipo de raciocínio é fundamental para se processar uma demonstração geométrica e a demonstração, conforme já visto neste trabalho, tem um forte poder educativo. Sua função não se limita a validar o conhecimento construído ou apenas convencer o leitor da veracidade de uma afirmação, ela visa também esclarecer os por quês, estimular a indagação e contribuir para desenvolver uma argumentação consistente. Enfim, o processo de prova, que culmina na demonstração, se incluído no currículo escolar, pode contribuir para preparar o aluno para o exercício da cidadania. A metodologia do uso desse recurso deve ser objeto de reflexão por parte dos educadores e técnicos antes da implantação.

Não gostam, não sabem e acham difícil; essa atitude revela uma concepção negativa, por parte de uns, e um preconceito, por parte de outros, a respeito da geometria.

As unidades de número 6 a 8 revelaram que a aprendizagem geométrica pode ser dificultada por uma concepção do aluno de que não há nenhuma relação entre a geometria estudada na escola e a sua vivência.

Essa dicotomia entre o saber escolar e as atividades exercidas pelo aluno no seu mundo-vida, tem produzido a concepção de que uma definição geométrica tem validade temporária e localizada. Essa é uma problemática que necessita extrapolar o campo das discussões teóricas e chegar até à sala e aula, através de um assessoramento direto ao professor, com exemplos práticos, de acordo com a vivência de cada um.

A inclusão de classes das figuras geométricas é conseguido pelo aluno num processo lento e gradual. Essa é a conclusão a que se chega da unidade de número 10. Essa constatação tem como implicação pedagógica a necessidade de se admitir a existência de níveis conceituais no processo de aprendizagem e de uma fundamentação teórica sobre o assunto para trabalhar adequadamente a formação do professor.

Nas unidades de números 9 a 13 transparece a aprendizagem como processo. Nelas fica evidente que uma afirmação, feita por um aluno, relativa ao conhecimento dos objetos de estudo da geometria, mesmo quando correta, não significa que o seu conhecimento, naquele momento esteja totalmente consolidado. Evidenciam ainda que o aluno em nível de 8ª série, normalmente, apresenta um conhecimento das noções geométricas num nível essencialmente não categorial.

Na realidade, a compreensão geométrica dos alunos se resume num sincretismo entre o plano e o espaço. Podendo ser percebido ainda que a passagem da geometria plana para geometria espacial pode ser dificultada por certos obstáculos que se estruturam com alguma persistência.

Obstáculos esses que requerem uma ruptura para que se efetive o conhecimento da geometria. Do ponto de vista metodológico, isso significa que há uma necessidade de romper a dicotomização, entre o saber escolar e o mundo-vida de cada um, e romper com o excesso de teorização e formalismo no ensino dessa ciência.

É necessário ainda que o professor admita que a aprendizagem geométrica é um processo e que o aluno, mesmo tendo feito deduções teoricamente corretas, pode na seqüência das atividades contradizer aquilo que aparentemente ele dominava.

As unidades de número 14 e 15 nos colocam as seguintes respostas:

O raciocínio dedutivo, seqüencial; o exercício da generalização e abstração, o rigor nos enunciados contribuindo para o aperfeiçoamento do uso do idioma pátrio, o hábito de precisão e clareza nos enunciados e o exercício da imaginação são ainda valores para os alunos atuais

A geometria apesar de ser uma ciência milenar, estruturada de forma particular e se constituindo numa forma também particular de pensar e interpretar tem ainda atrativos para os adolescentes deste final de século.

Os teoremas geométricos, descobertos e provados há tanto tempo, ainda se constituem em situações de conflito para os nossos alunos, ainda são capazes de despertar nos alunos a curiosidade e o gosto pela sua aprendizagem.

No entanto, a motivação dos alunos para o estudo da geometria, não é intrínseca ou espontânea. Para estimular o seu estudo faz-se necessário uma metodologia adequada e capaz de romper uma barreira socialmente construída. Essa barreira é a concepção de que um conteúdo escolar só é digno de estudo se for instrumento de classificação para a ascensão social.

O aluno atribui um relativo valor instrumental ao conhecimento geométrico afirmando que ele contribui na resolução de outros problemas da matemática. De igual modo atribui valor utilitário e formativo a esse conhecimento. O que implica dizer que a quase total ausência do ensino de geometria, ou o seu ensino de forma a não estimular o aprendizado, significa um prejuízo cultural e social para o aluno. O professor, ao permitir que esse conteúdo seja relegado a um plano subalterno, em relação aos demais conteúdos matemáticos, está se constituindo num devedor social.

O conhecimento geométrico influencia na leitura do mundo-vida do aluno, ampliando o significado das relações existentes e contribuindo para melhorar as relações entre o Homem e o mundo físico.

Essa tentativa explícita de valorização do ensino da geometria, presente no discurso do aluno, apontando-a como um conteúdo educacional importante para a sua formação intelectual, pode fornecer o motivo que faltava para que a geometria seja implantada de fato, no currículo.

Pode estar aí a oportunidade para a sua operacionalização, criando-se dessa forma, um espaço para o desenvolvimento do raciocínio lógico-dedutivo, associado tanto à estética, através da arte da perspectiva, quanto à filosofia dos valores, por intermédio da sua contribuição para uma visão de mundo.

E o aluno revelou-se interessado em extrapolar o mundo sensível e explorar o imaginário, o abstrato.

3.Conclusão Geral

A educação tem a função de inserir o homem na cultura formal instrumentalizando-o para viver, conscientemente. O conhecimento geométrico contribui de uma forma decisiva na evolução do processo de leitura pelo aluno, das relações geométricas existentes no seu mundo vivencial.

Está portanto colocada uma das justificativas para a inclusão do estudo de uma ciência, nesse caso a geometria, no currículo escolar. A sua propriedade de estimular a abstração e exercitar o poder de generalização, de promover a compreensão, fornecendo um paradigma para a interpretação do mundo ainda é, pelo menos objetivamente, valorizada pelo aluno.

Referências Bibliográficas

AABOE, Asger. **Episódios da História Antiga da Matemática.** Rio de Janeiro, Sociedade Brasileira de Matemática, 1984. (Coleção Fundamentos da Matemática Elementar).

ALEKSANDROV,A.D. et alii. **La matemática: su contenido, métodos y significado**. vol.1, Alianza Universidad,1985.(traduzido do Russo por Manuel López Rodríguez)

ALLOUFA, Jomária Mata de L. et alii. **Pesquisa em Educação: abordagens teórico-metodológicas.** Natal, Cooperativa Cultural-UFRN, 1991.

ANDRÉ, Marli Eliza D. A. **A Contribuição do Estudo de Caso Etnográfico para a Reconstrução da Didática.** São Paulo, Faculdade de Educação da USP, 1992. (Tese de Livre-Docente).

ANDRÉ, M.E.D.A. & LÜDKE, Menga. **Pesquisa em Educação: abordagens qualitativas.** São Paulo, E.P.U.- Editora Pedagógica e Universitária, 1986.

ARSAC, Gilbert. **L'Origine de la Démonstration: essai d'épistémologie didactique.** Recherches en Didactique des Mathématiques, vol. 8, nº 3, pp. 267-312, 1987.

ARSAC, Gilbert et alii. **Initiation au Raisonnement Déductif ao Collège.** Presses Universitaires de Lion, 1992.

ASTOLFI, J-P. & DEVELAY, M**. A Didática das Ciências** 2.ed., Campinas, Papirus, 1991.

AUDIBERT Gérard. **Démarches de penseé et concepts utilisés par les élèves de l'enseignement secondaire en géométrie euclidiene plane.** Université de Montpellier, França, 1982. (Tese de doutorado)

BACHELARD, Gastón. **La Formation de L'esprit Scientifique.** 14.ed., Paris, Libraire VRIN, 1989.

BECKER, Fernando. **A Epistemologia do Professor; o cotidiano da escola.** Petrópolis, Vozes, 1993.

BERGUE, D. et alii. **De la figure vers la demonstration.** "Petit x", IREM de Grenoble, nº 27, p.5 - 27, 1991.

BICUDO, Irineu. **O que é Educação Matemática.** Temas & Debates. Rio de Janeiro, Ano 4, nº 3 1991.

BICUDO, M. A. V. & CHAMIE, L, M, S. **Compreendendo e Interpretando Dificuldades Sentidas pelos Alunos ao Estarem com a Matemática.** Revista Zetetiké, Campinas, Faculdade de Educação da UNICAMP Ano 2, nº 2, p.61-69,1994.

BICUDO, Maria A. Viggiani & ESPOSITO, Vitoria H. C. **Pesquisa Qualitativa em Educação.** Piracicaba, Editora UNIMEP, 1994.

BORGES, Carloman Carlos. **O Ensino da Matemática.** Folhetim de Educação Matemática, Feira de Santana, Departamento de Ciências Exatas da UEFS, Ano 3, nº 45, dez/1995.

BRANDÃO, C R.(org.) **Repensando a Pesquisa Participante.** 2.ed., São Paulo, Brasiliense, 1985.

CARAÇA, Bento de Jesus. **Conceitos Fundamentais da Matemática**. 4. ed.,Lisboa, 1963.

CARVALHO, João Bosco de Pitombeira de. **O que é Educação Matemática.**Temas & Debates. R.J., Ano 4, nº 3, 1991.

CHAUÍ, Marilena. **Convite à filosofia.** São Paulo, Ática, 1995.

COMÊNIO, João Amós. **Didática Magna.** 3. ed., Lisboa Fundação Calouste Gulbenkian, 1957.

COMMISSAIRE, H. **Géométrie**. Masson et c^{ie} Éditours 120, Boulevard Saint-Germain, Paris (VIº), 1932.

COSTA, M.D. & COSTA, A. P. de A. Vieira. **Geometria Gráfica Tridimensional.**vol 1**.** 2. ed. Recife, Editora Universitária da UFPE, 1992.

D'AMBRÓSIO, Ubiratan. **Etnomatemática.** São Paulo, Ática, 1993.

______________________.**Da realidade à ação: reflexões sobre educação e matemática.** São Paulo, Summus; Campinas, Editora da Universidade de Campinas, 1986.

DAVIS, P.J. & HERSH, R. **A Experiência Matemática: a história de uma ciência em tudo por tudo fascinante**.São Paulo,Francisco Alves, 1985.

DOUADY, Régine. **A Universidade e a Didática da Matemática: os IREM na França** Caderno da RPM, São Paulo, vol.1, nº 1, 1990. (Sociedade Brasileira de Matemática).

DUARTE JR, João F. **Fundamentos Estéticos da Educação.** 3.ed**.** Campinas, Papirus, 1994.

FAZENDA, Ivani A.(org.) **Metodologia da pesquisa Educacional**. São Paulo, Cortez Editora, 1989.

FETISSOV, A. **A Demonstração em Geometria.** Moscou, Editora Mir, 1985.

GAMBOA, Silvio Sanches (org.). **Pesquisa Educacional: quantidade-qualidade.** São Paulo, Cortez, 1995. (Questões da nossa época)

GERDES, Paulus. **Sobre o Despertar do Pensamento Geométrico.** Curitiba,Edditora da UFPR, 1992.

GUDSDORF, Georges. **Professores para Quê?** São Paulo, Martins Fontes, 1987.

GARDIMAN, Ana Cecília Q. **Uma Análise de Configurações Geométricas Intervenientes no Processo Ensino-Aprendizagem da Geometria a Nível de Primeiro Grau**. Campo Grande, Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, 1994. (Dissertação de Mestrado), 1994.

HESSEN, Johannes. **Teoria do Conhecimento**. 7.ed.,Coimbra, Arménio Amado, Editor, Sucessor, 1978.(trad. Dr. António Correia)

------------------------ **Filosofia dos Valores**. 5.ed, Coimbra, Arménio Amado, Editor, Sucessor, 1980 (trad. e prefácio do Prof. L. Cabral de Moncada)

HOGBEN, Lancelot. **Maravilhas da Matemática; influência e função da Matemática nos conhecimentos humanos.** Porto Alegre, Editora Globo, 1970.

HUNTLEY, H. E. **A Divina Proporção: um ensaio sobre a beleza na matemática.** Brasília, Editora da Universidade de Brasília, 1985.

HUSSERL, Edmund. **Investigações Lógicas: sexta investigação**. São Paulo. Abril Cultural, 1980 (Col. Os Pensadores)

KALEFF, A. M. **Tomando o Ensino de Geometria em Nossas Mãos ...** A Educação Matemática em Revista, Blumenau, Ano I, nº 2, p. 19-25, 1994.

LELLIS, Marcelo & IMENES, L.M.P.**O Ensino da Matemática e a formação do cidadão.** Temas & Debates, SBEM, ano VII, nº 5,1994,

____________________________________.**O Curriculo Tradicional e a Educação Matemática.** A Educação Matemática em Revista, Blumenau, Ano I, nº 2, p. 5-12, 1994

LINDQUIST, M. M & SHULTE P. A. (org.) **Aprendendo e Ensinando Geometria.** São Paulo, Atual, 1994..H

LORENZATO, S. & VILA, M. do Carmo. **Século XXI: qual Matemática é recomendável?; a proposição do "the National Council of Supvervisors of Mathematics."** Revista Zetetiké, Campinas, Faculdade de Educação da UNICAMP, Ano I, nº 1, 1993.

LUCKESI, Cipriano Carlos. **Filosofia da Educação**. São Paulo, Cortez Editora.

MARTINS, Joel. **Um enfoque fenomenológico do currículo:educação como *poíesis.*** *São Paulo,* Cortez Editora, 1992.

MARTINS, J. & BICUDO, M. A. V. **Estudos Sobre Existencialismo, Fenomenologia e Educação.** São Paulo, Ed. Moraes,

MARTINS, J. & DICHTCHEKENIAN, M F S F B. (org.) **Temas Fundamentais da Fenomenologia.** São Paulo, Ed. Moraes, 1984.

MARTZOLOFF, Jean-Claude. **As chaves do cálculo.** O Correio da UNESCO, Rio de Janeiro, Ano 18, nº 1, p.22-28 jan. 1990.

MOISE, E. E. & DOWNS, F. L. **Geometria Moderna.** Parte I. São Paulo, Edgard Blücher LTDA & Editora da UnB, 1971.

MOREIRA, Antonio F. B. (Org.). **Conhecimento Educacional e Formação do Professor.** Campinas, Papirus, 1994.

MORI, Iracema & ONAGA Dulce Satiko. **Para Aprender Matemática** São Paulo, Saraiva, 1989

OLERÓN, Pierre. **L'Argumentation.** 12. ed. Presses Universitaires de France, 1983.

______________ **Le Raisonnement**. 3. ed. Presses Universitaires de France, 1977.

OTTE, Michael. **O formal, o social e o sujetivo; Uma introdução à Filosofia e `a Didática da Matemática.** São Paulo, Editora da Universidade Estadual Paulista, 1993.

PAIS, Luis Carlos. **Representation Plane des Corps Ronds dans L' enseignement de la Geométrie au Collége: Pratiques d' eléves, analyse de lívres**. Montpellier, França, 1991. (Tese de Doutorado)

______________.**Intuição, Experiência e Teoria Geométrica.** Inédito, reprografado.

______________**. A Noção de Configuração Geométrica**. Inédito, reprografado.

PARENTE, Letícia P. S. **Bachelard e a Química.** Fortaleza, Edições Universidade Federal do Ceará, 1990.

PASTOR, J. Rey & ADAM, P. Puig. **Metodologia de la Matemática Elemental**. 2.ed.,Buenos Aires, Editorial Ibero-Americana, 1948.

PAVANELLO, Regina Maria. **O abandono do ensino da geometria no Brasil: causas e conseqüências.** Revista Zetetiké, Campinas, Faculdade de Educação da UNICAMP, Ano I, nº 1, 1993.

PENHA, João da. **O Que é Existencialismo.** 3.ed., São Paulo, Brasiliense, 1983. (Col. Primeiros Passos, nº 61) .

PENTEADO, José de Arruda. **Curso de desenho para os cursos de 1º e 2º graus.** São Paulo, Compnhia Editora Nacional, 1973.

PERERIRA, Gilson R. de M. **Obstáculos pedagógicos como problema didático.** Caxambu, 16ª Reunião Anual da ANPED, 1993.

PEREZ, Geraldo. **Pressupostos e Reflexões Teóricas e Metodológicas da Pesquisa Participante no Ensino de Geometria para as Camadas Populares.** Campinas, Universidade Estadual de Campinas , Faculdade de Educação, 1991. (Tese de Doutorado).

PIAGET, J. & INHELDER, B. **A Representação do Espaço na Criança.** Porto Alegre, Artes Médicas, 1993.

PIRES, Célia M. Carolino et alii. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática.** Outubro de 1995. (Versão preliminar)

POINCARÉ, Jules-Henri. **A Ciência e a Hipótese.** Brasilia, Editora Universidade de Brasília, 1985.(Col. Pensamento Científico).

PONCE, Aníbal. **Educação e Luta de Classes.** 11.ed**.,** São Paulo, Cortez Editora/Autores Associados, 1991. (Trad. José S. C. Pereira)

RAMIRES, Mario Marques. **O sofista, a comunicação e a cultura.** Campo Grande, 1993. (Monografia não publicada)

REZENDE, A. Muniz. **Concepção fenomenológica da Educação.** São Paulo, Cortez; Autores Associados, 1990.

RÍBNIKOV, K. **Historia de las Matemáticas.** Moscú, Editorial Mir, 1987.

ROSA, Maria da Glória. **A História da Educação Através de Textos.** São Paulo, Cultrix, 1980.

ROXO, Euclides **A Matemática na Escola Secundária.** São Paulo, Companhia Editora Nacional, 1937.

SALES, Antonio. **Os Valores da Educação Matemática.** Campo Grande, UFMS, 1988,. (Monografia)

SANCHEZ, Lucilia Bechara. **O Desenvolvimento da Noção de Semelhança na Resolução de Questões de Ampliação e Redução de Figuras Planas.** São Paulo**,** USP, Faculdade de Educação, 1991.(Dissertação de Mestrado)

Secretaria Municipal da Educação de Campo Grande, MS**. Alternativa Curricular de Matemática.**1992.

SNAPPER, Ernest. **As três crises da matemática: o logicismo, o intuicionismo e o formalismo.** Humanidades, Brasília, 2(8), Jul/set. 1984.

TAHAN, Malba **As Maravilhas da Matemática.**2.ed., Rio de Janeiro, Edições Bloch, 1973.

TORANZOS, Fausto I**. Enseñanza de la Matemática**. Buenos Aires, Editorial Kapelusz, 1963.

VASCONCELLOS, Celso dos Santos. **Avaliação:concepção dialética-libertadora do processo de avaliação escolar.** São Paulo, Libertad, 1994.(Cadernos pedagógicos do Libertad; v.3)

VITRAC, Bernard. **A Odisséia da Razão.** O Correio da UNESCO, Rio de Janeiro, Ano 18, nº 1, p.29-35, jan. 1990.

WADSWORTH, Barry J. **Inteligência e Afetividade da Criança na Teoria de Piaget.** São Paulo, Pioneira, 1993.

ANEXOS

ANEXO A

Esta seção é composta pelos formulários utilizados na primeira parte da pesquisa e alguns exemplos de respostas fornecidas pelos alunos

Escola:____

Nome:____Data:___/___/___

Atividade 1:

Faça desenhos para ilustrar as palavras abaixo.

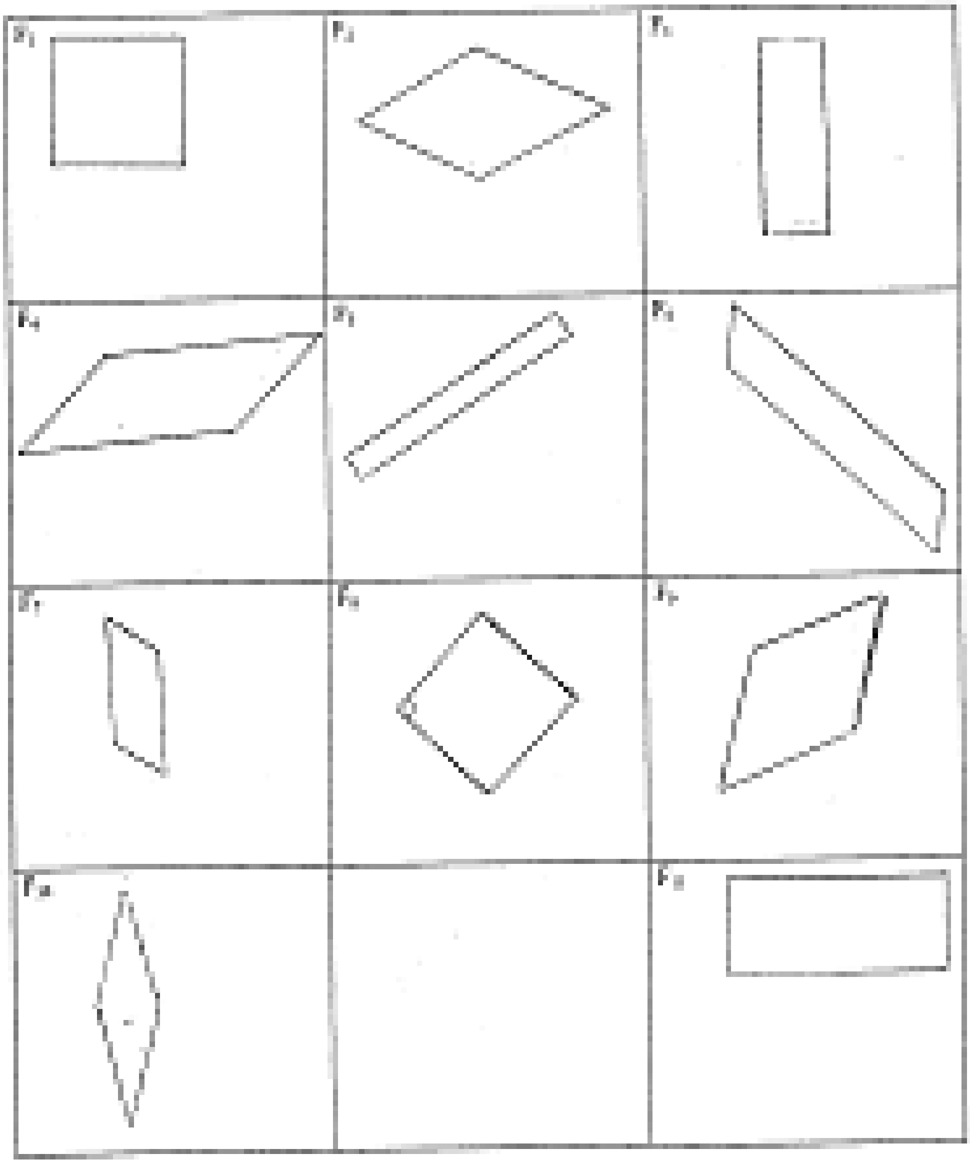
Paralelogramo	Losango
Retângulo	Quadrado

Escola: ____

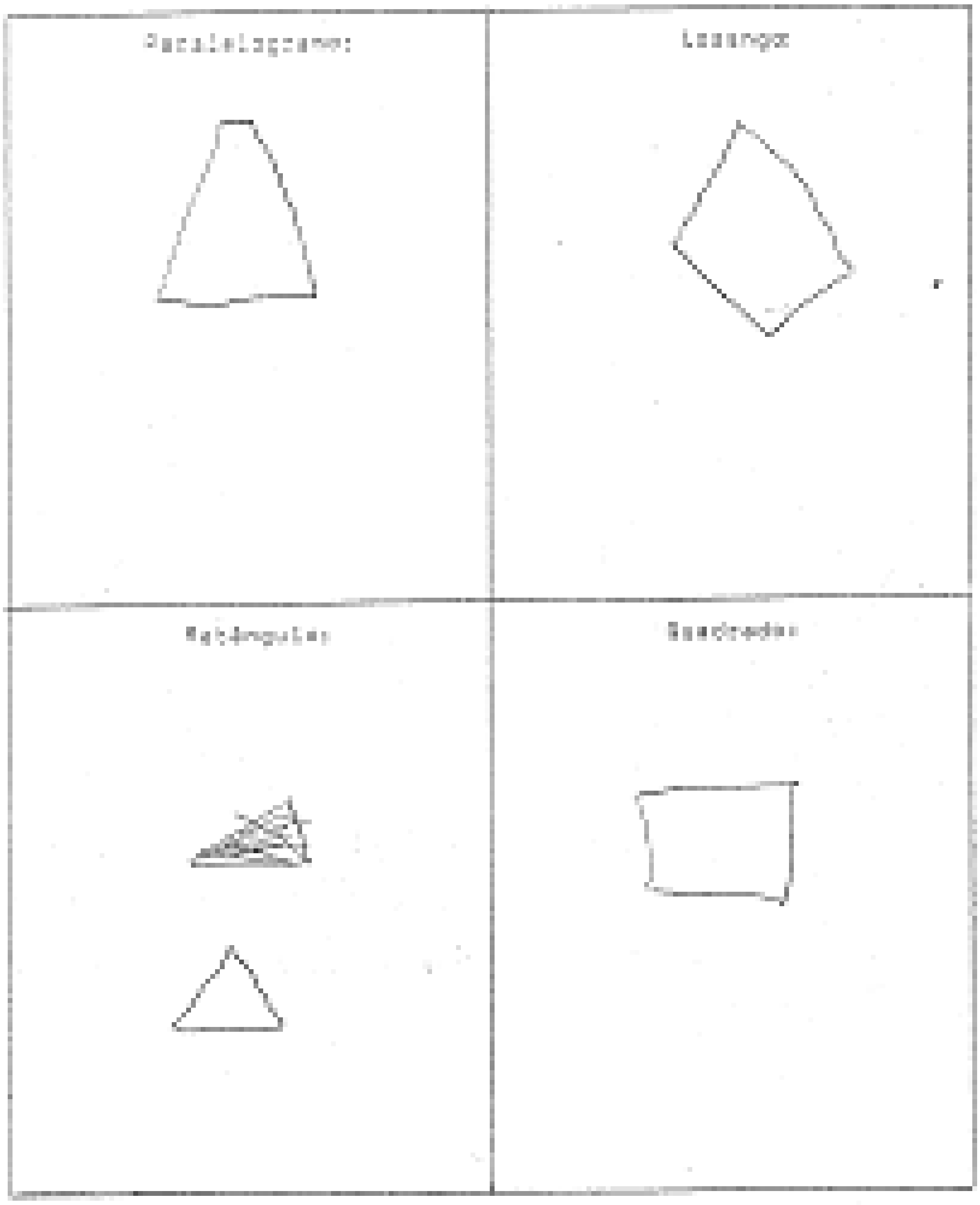
Nome: ________________________________ Data: __/__/__

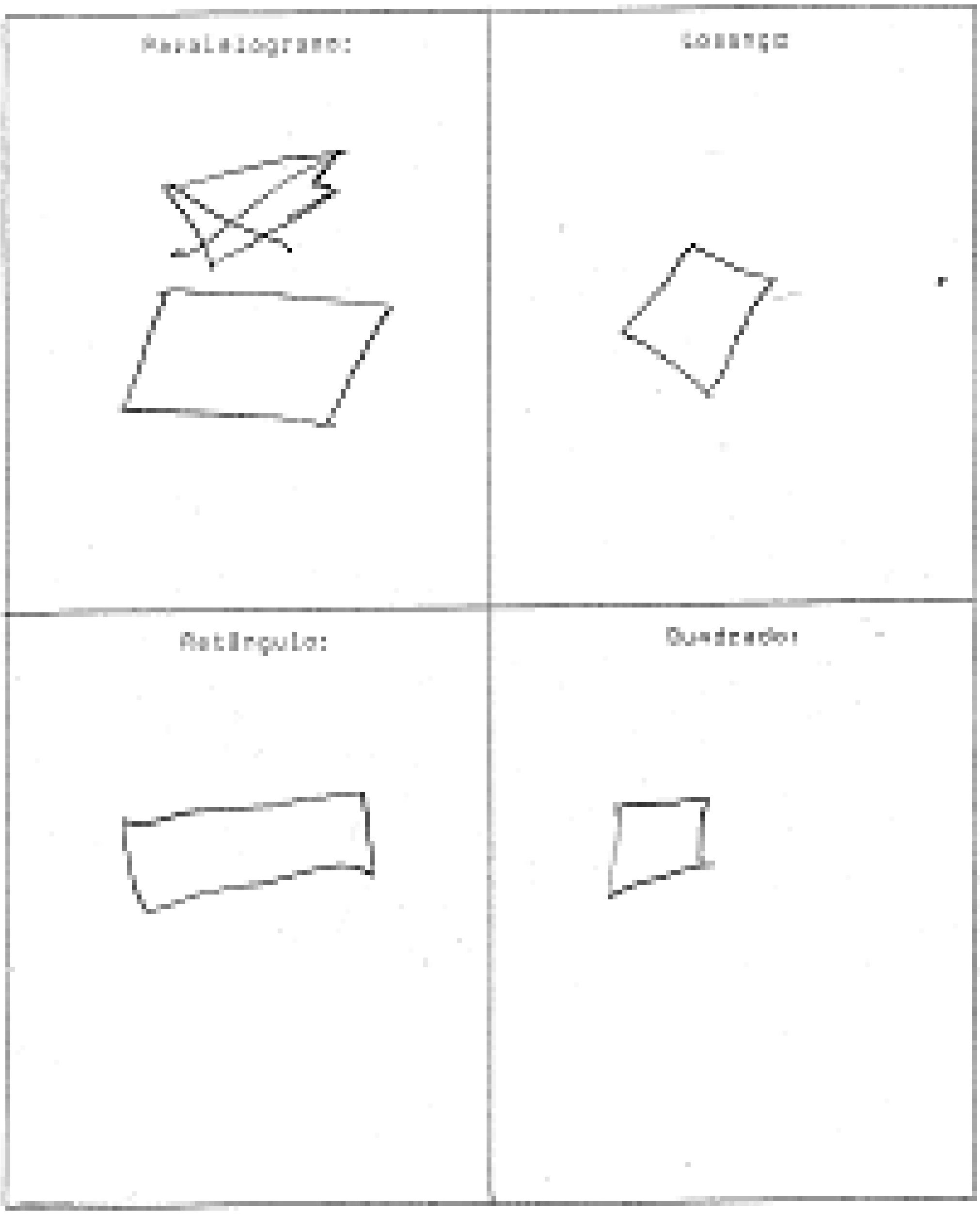
Atividade 2:

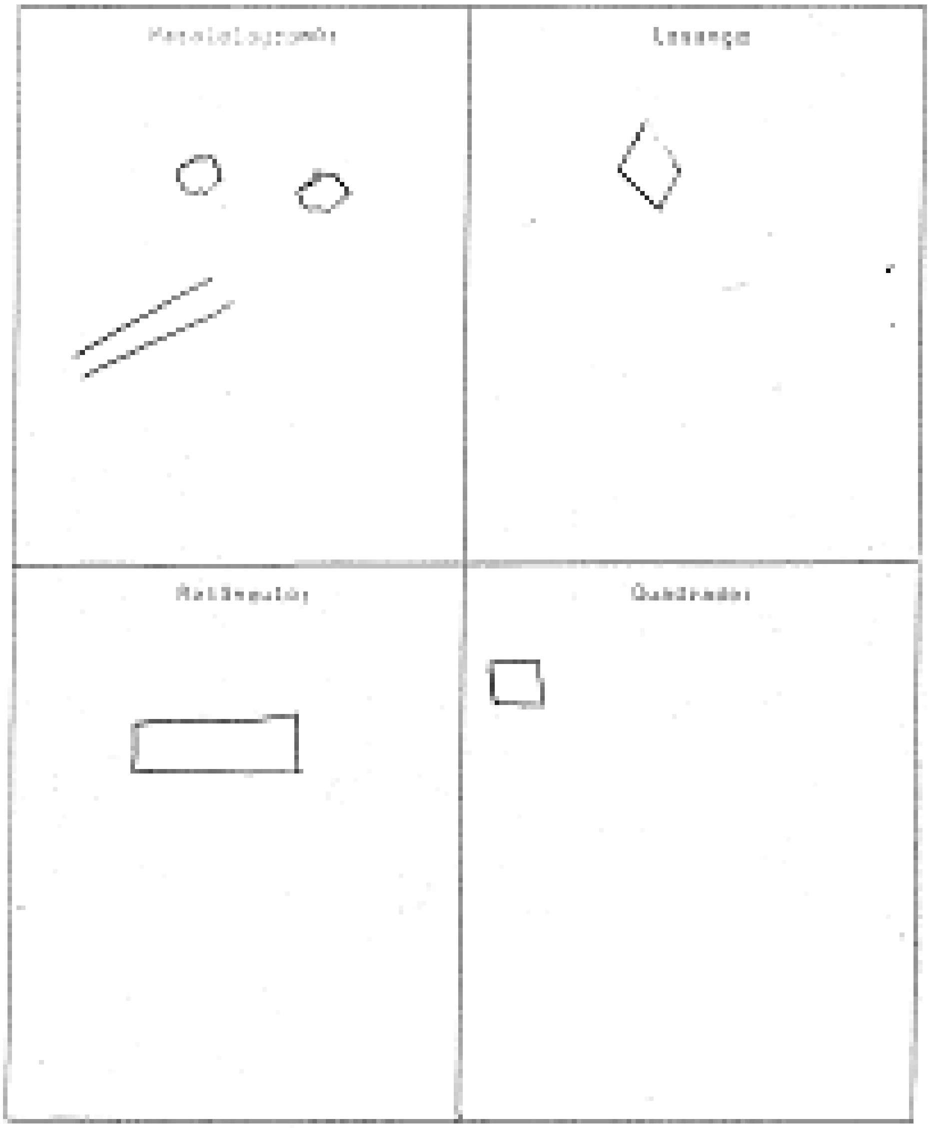
Coloque o nome correto embaixo de cada uma das seguintes figuras:

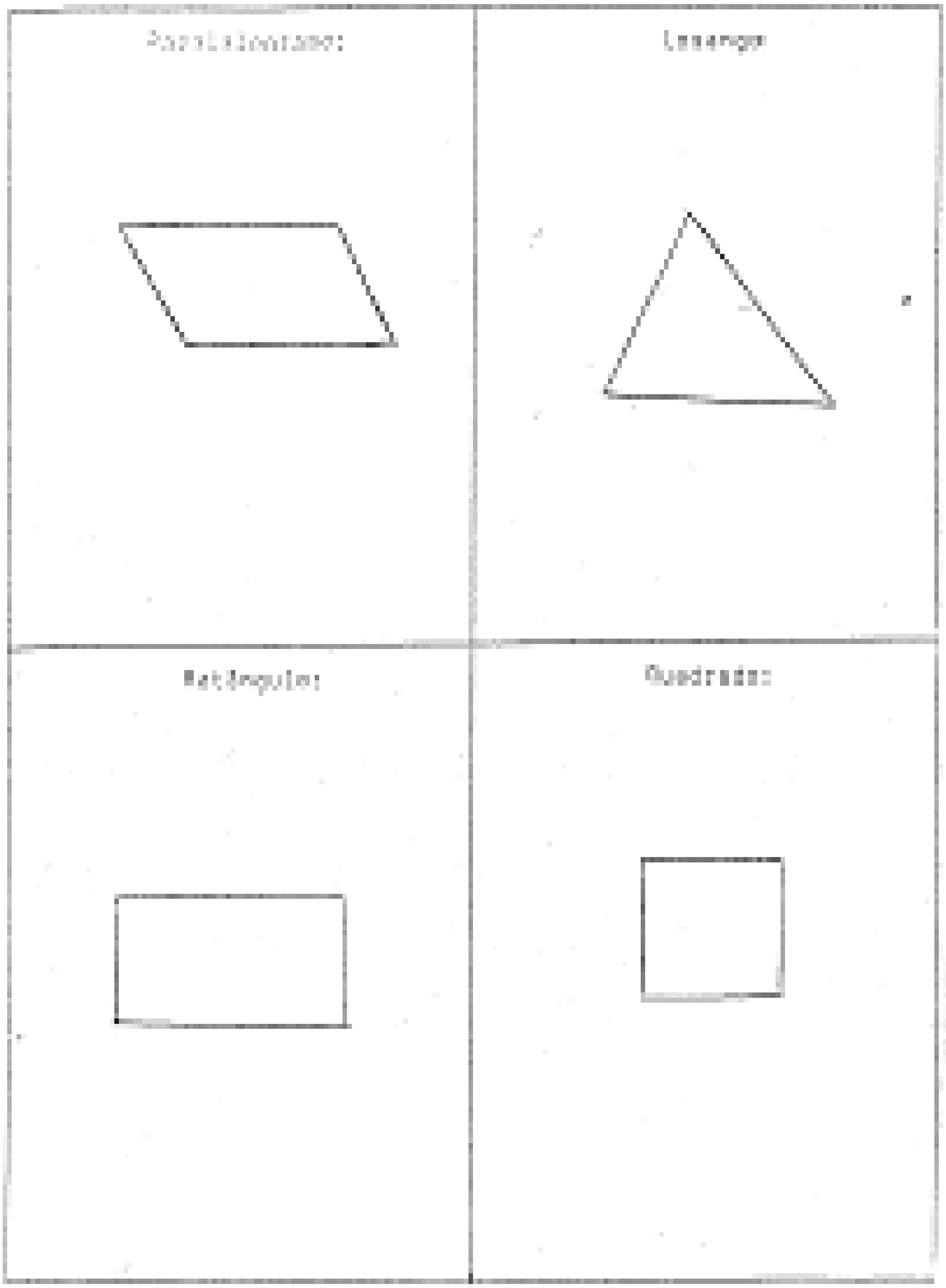


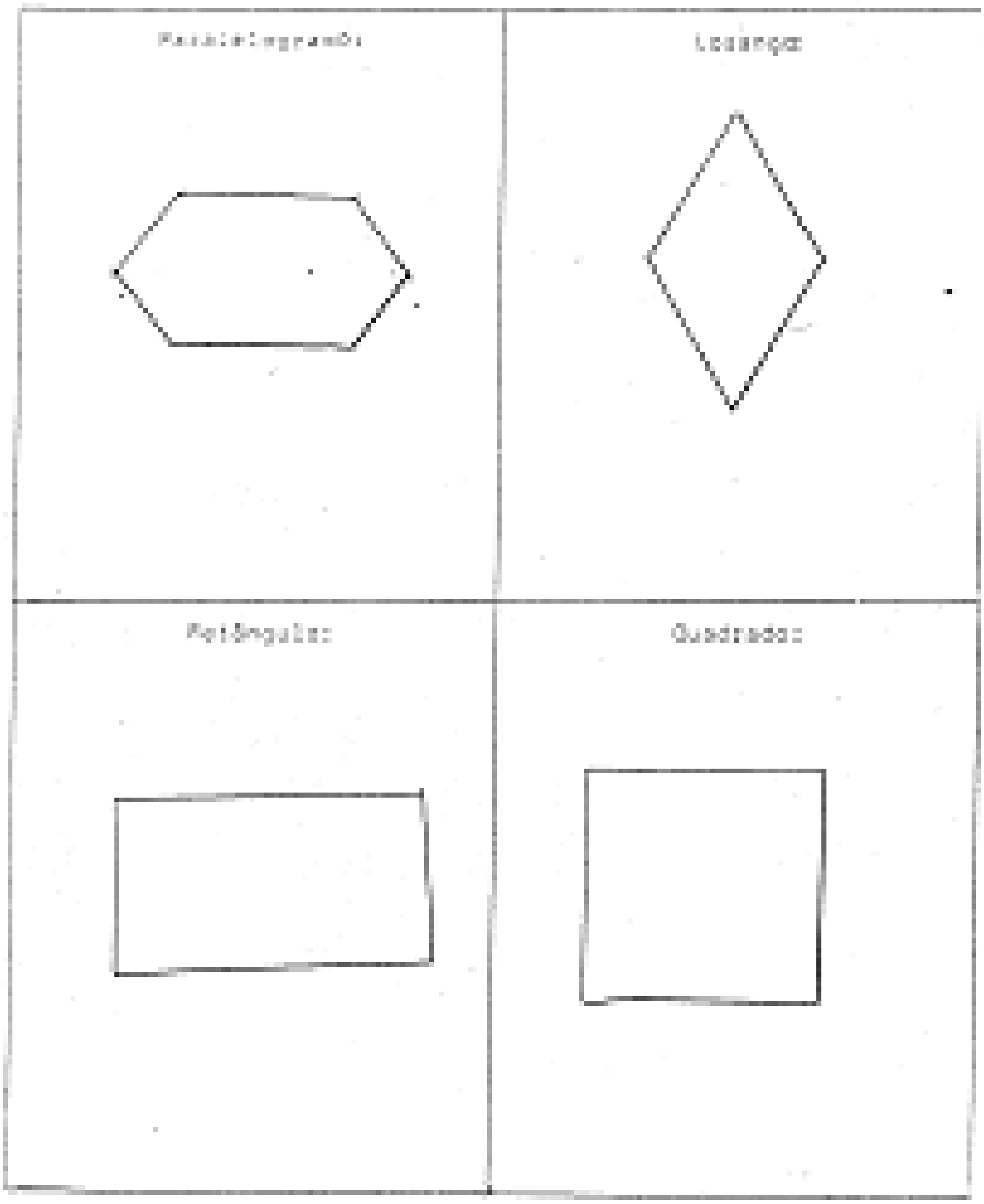
Respostas formuladas pelos alunos

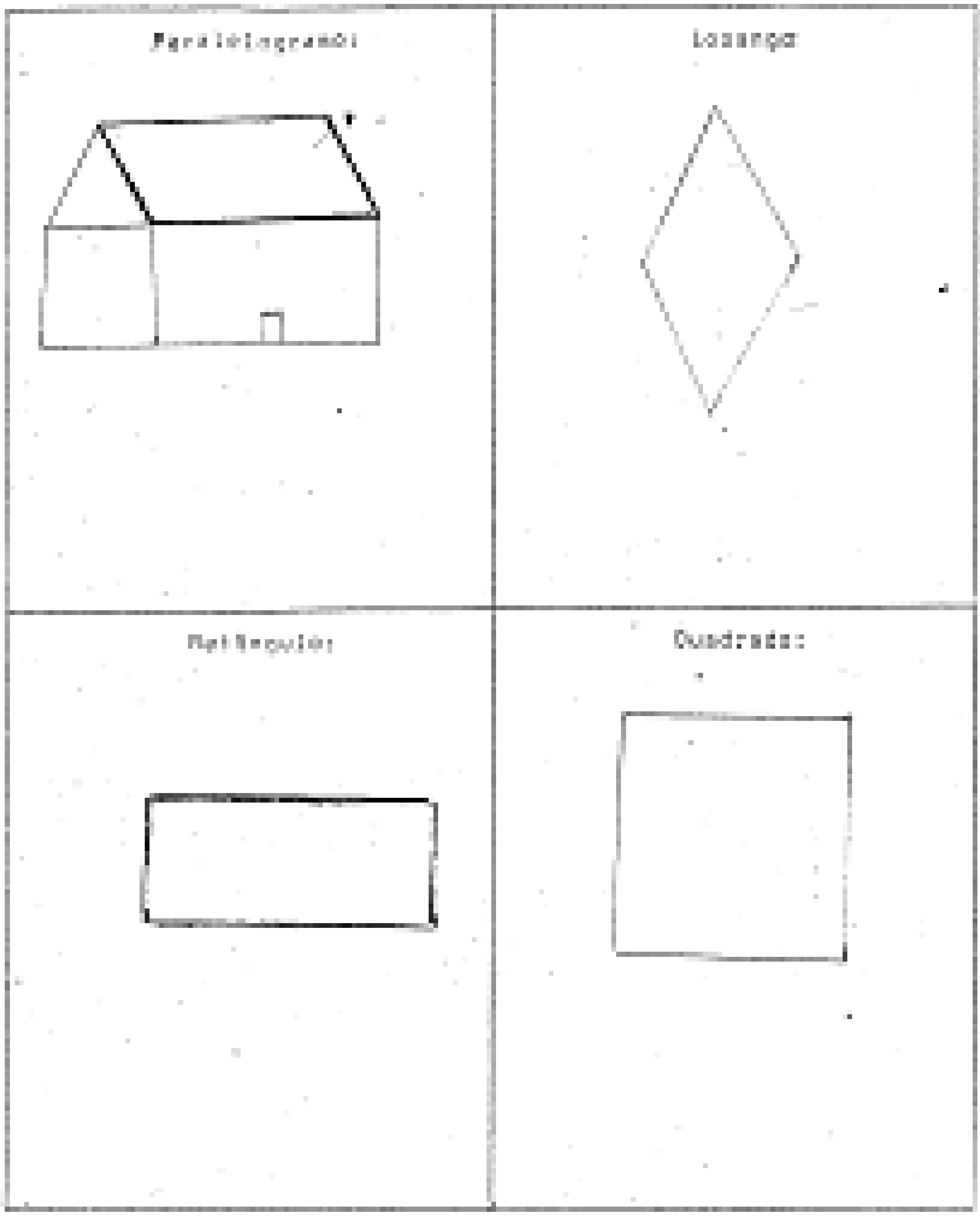


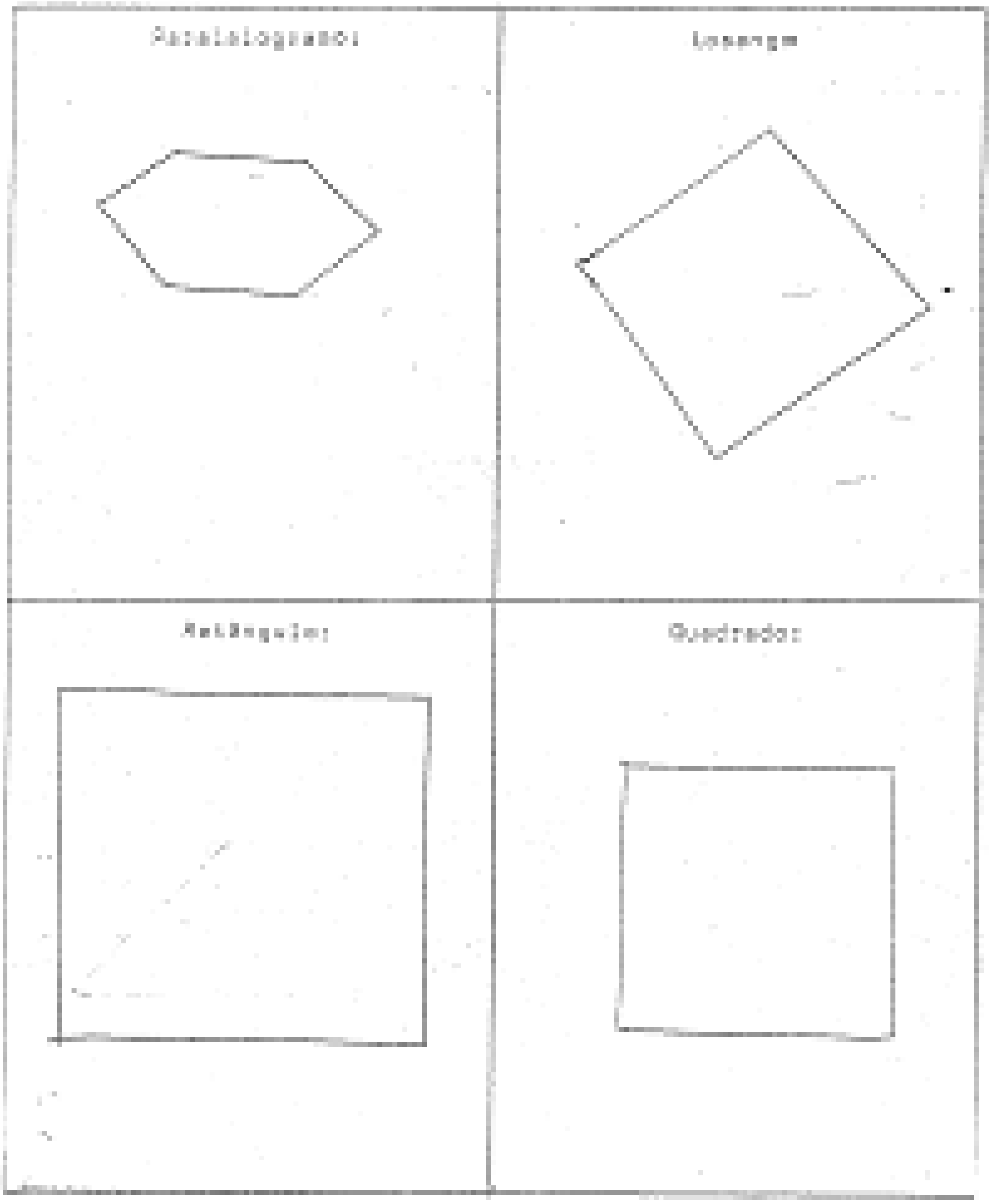

Paralelogramo:
Losango
Retângulo:
Quadrado:

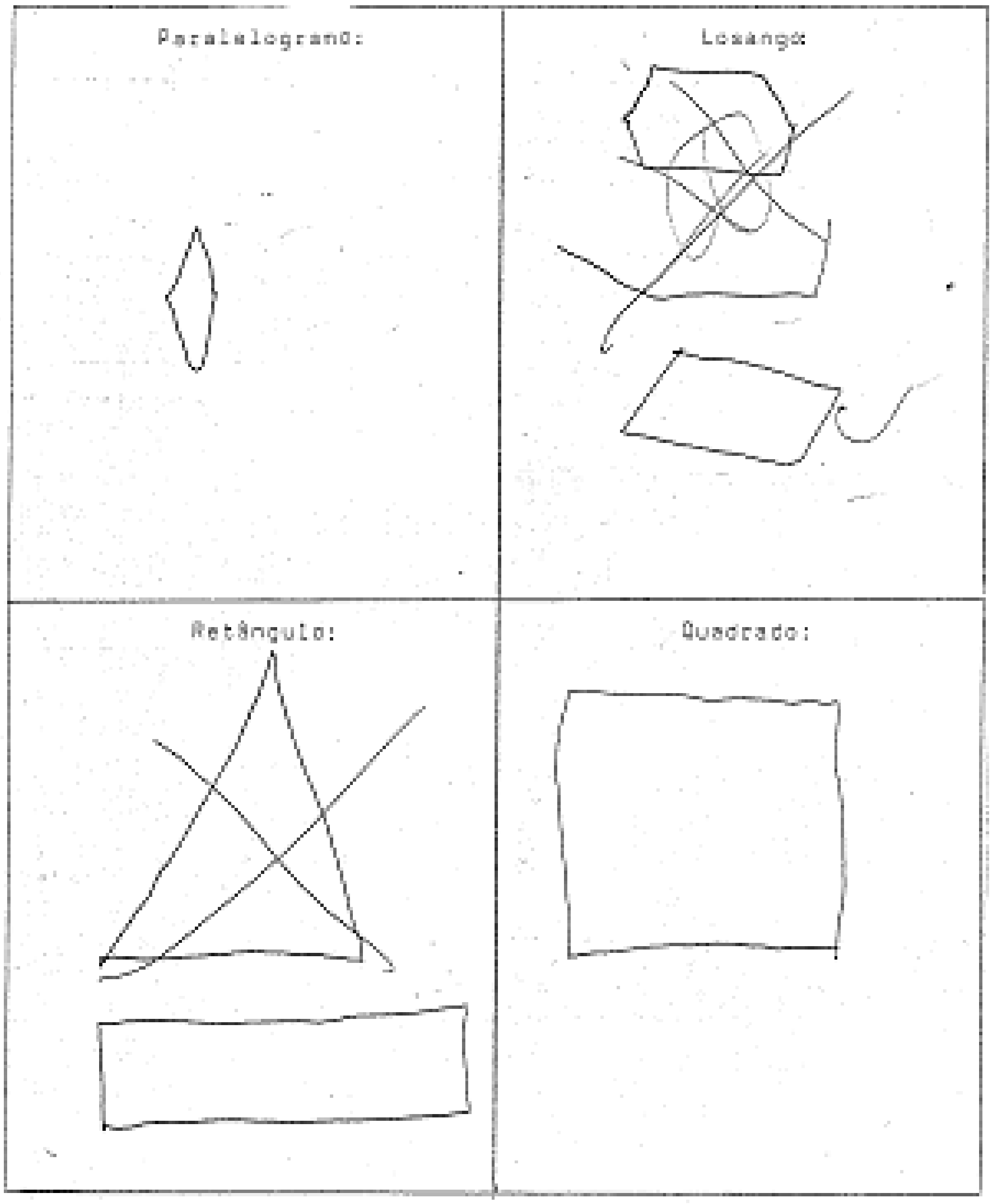


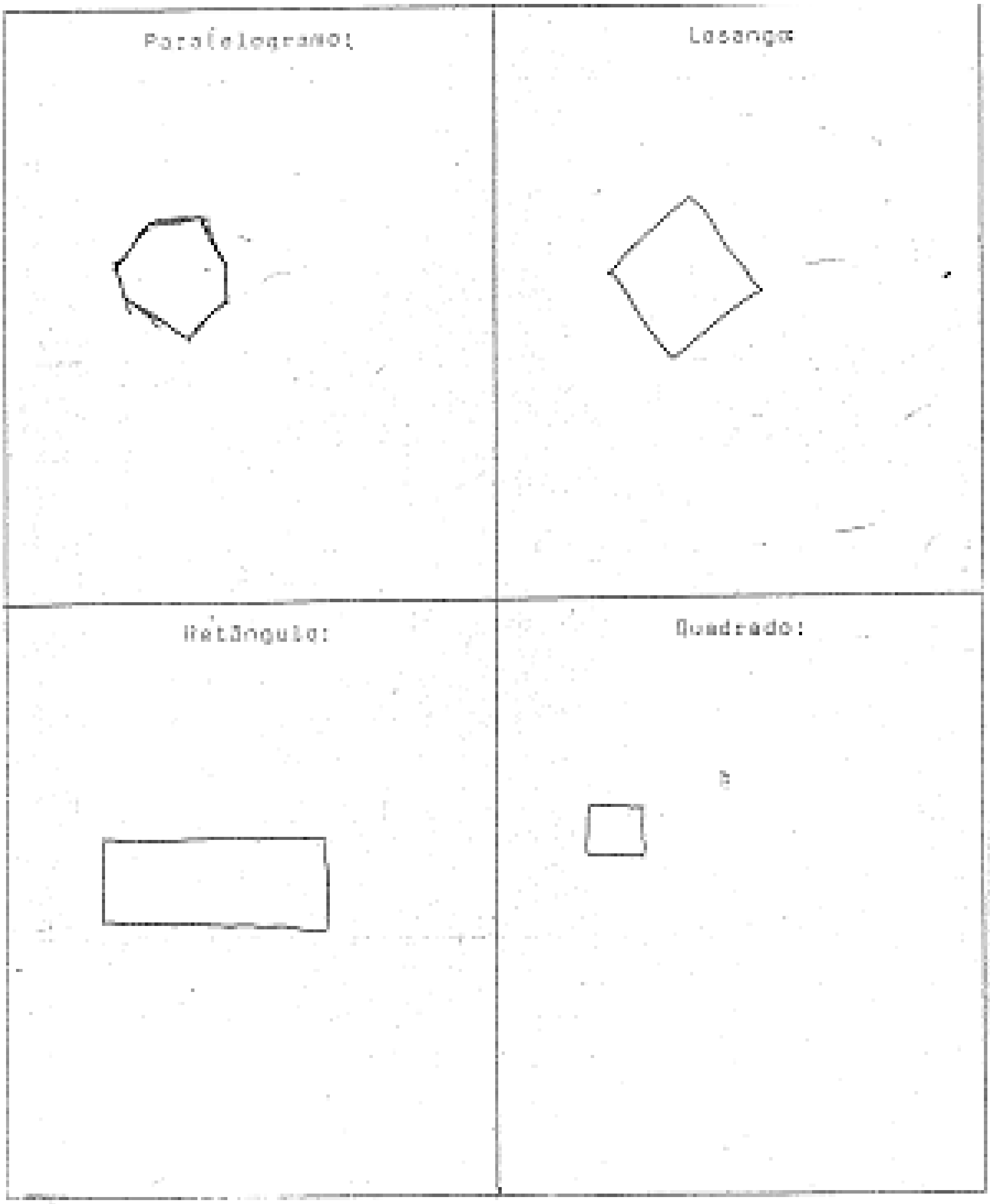

Losango
Quadrado:

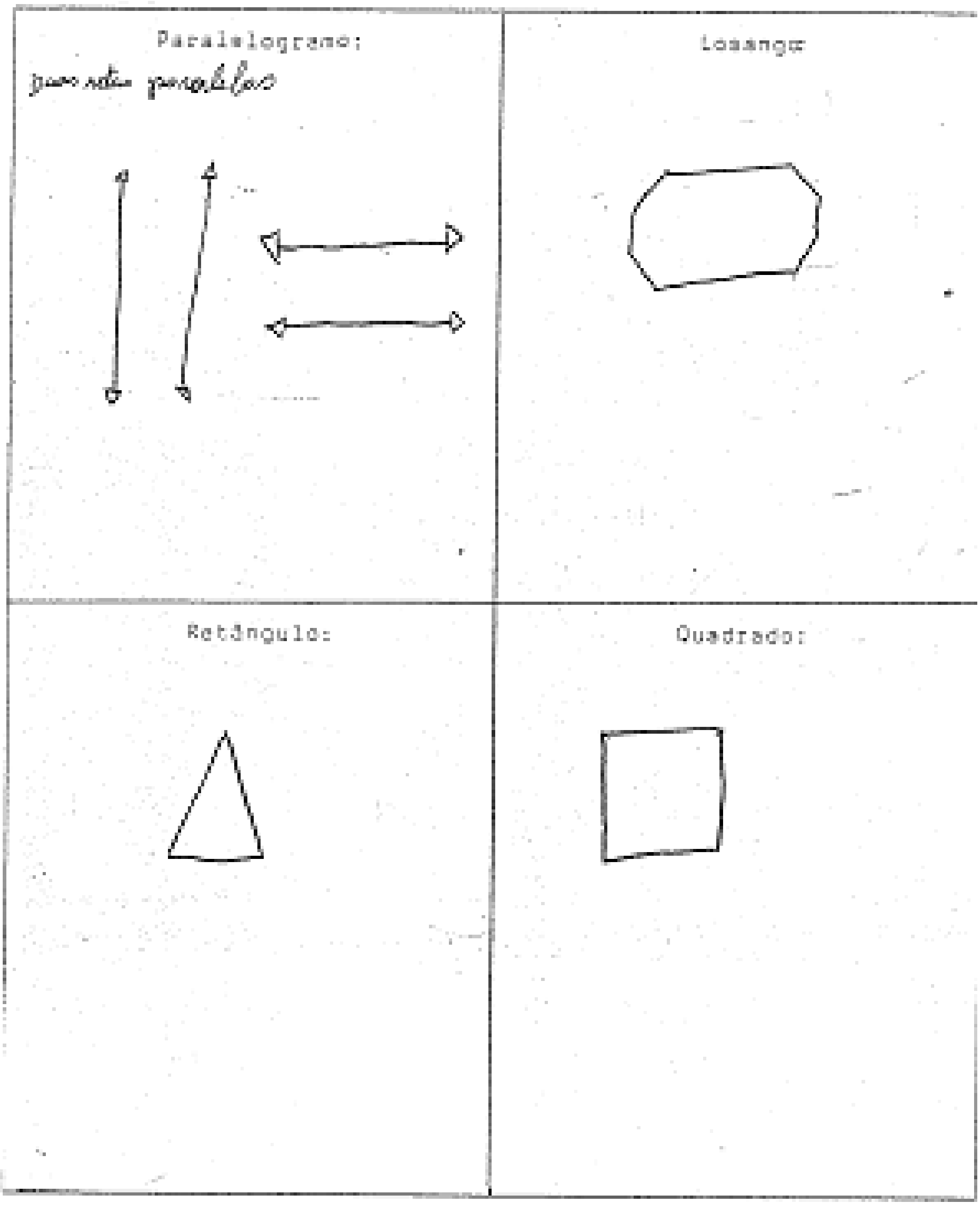

Paralelogramo:
Losango:
Retângulo:
Quadrado:

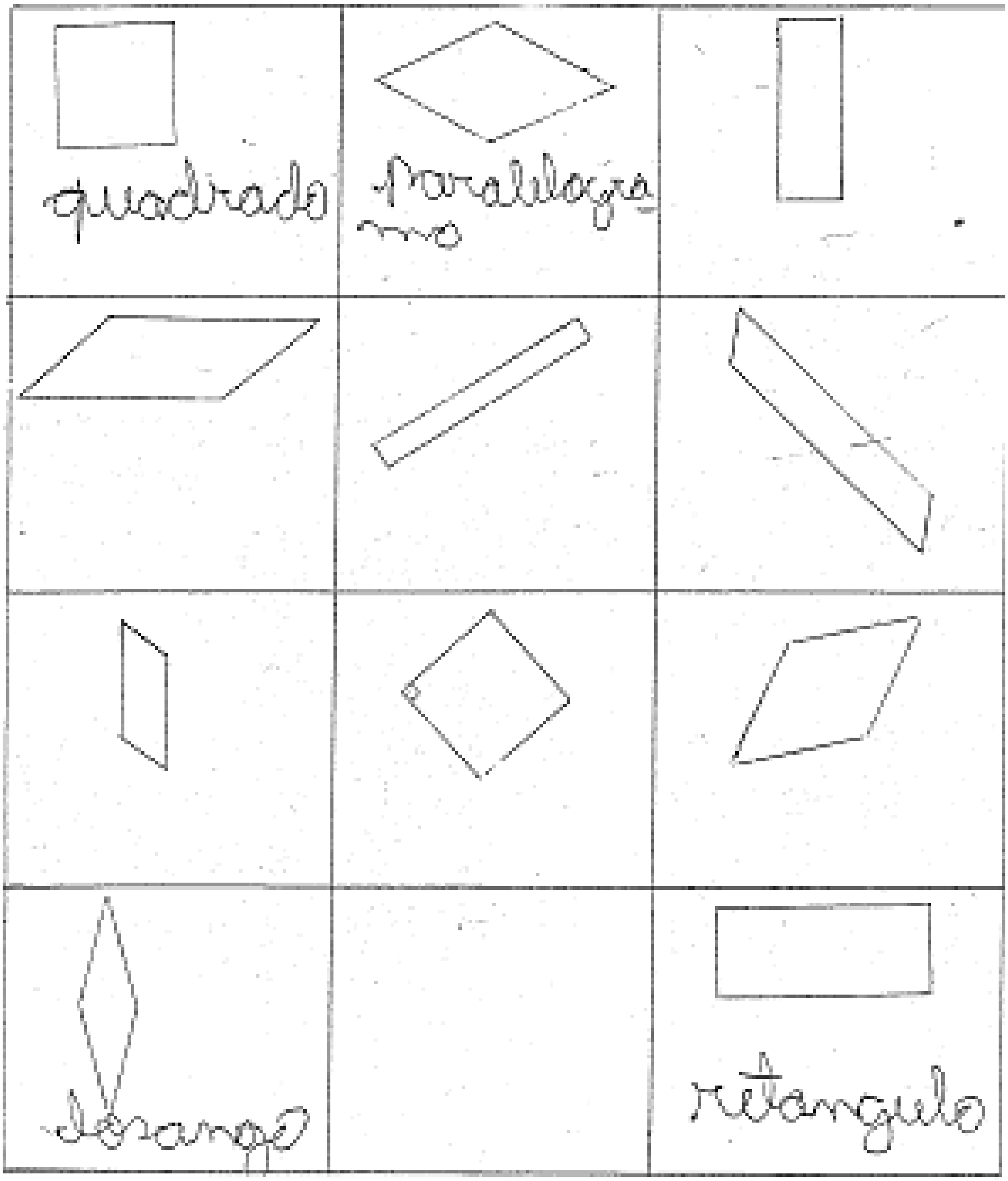

Paralelogramo:
Losango:
Quadrado:

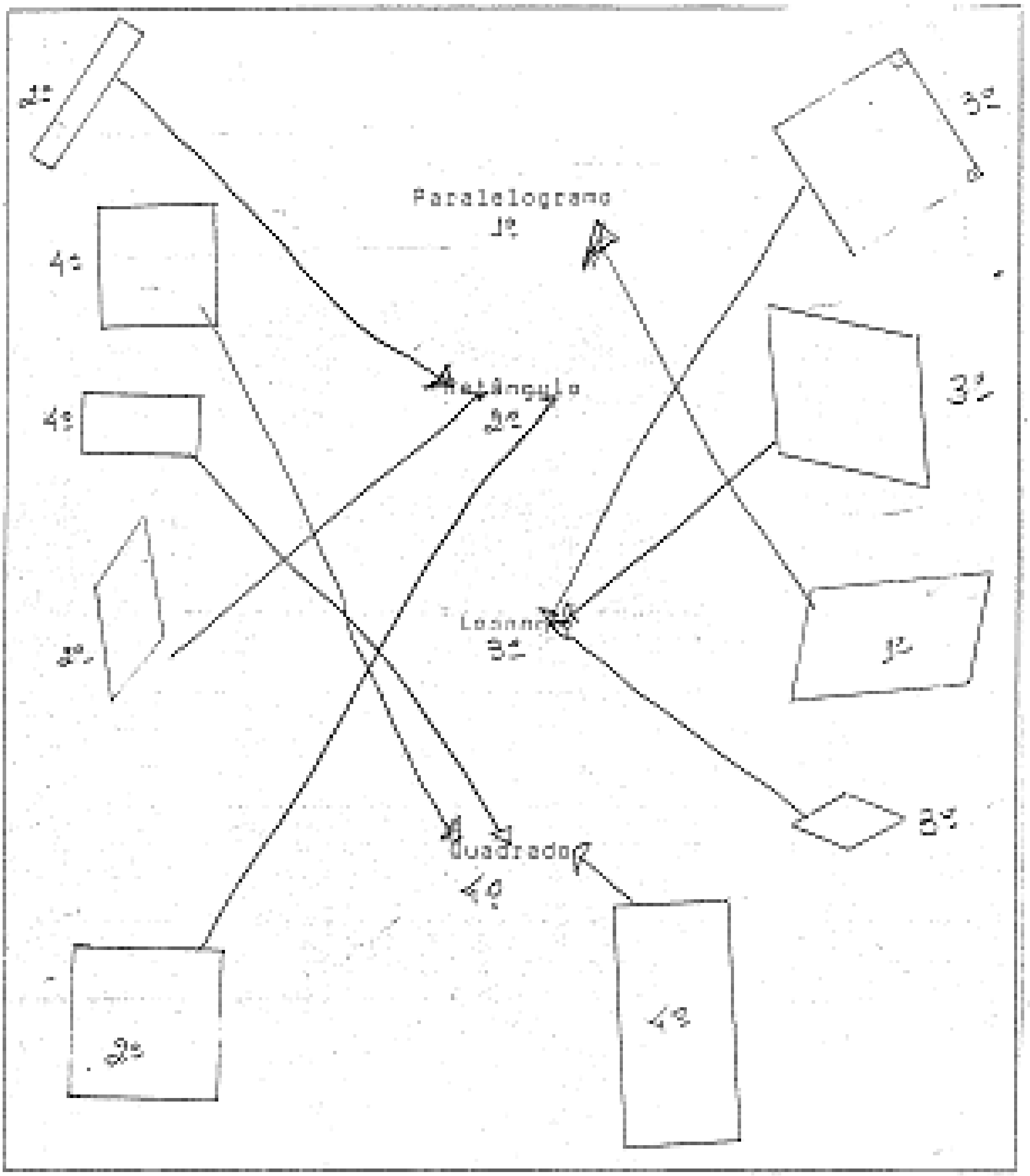

Paralelogramo:
Losango
Retângulo:
Quadrado:

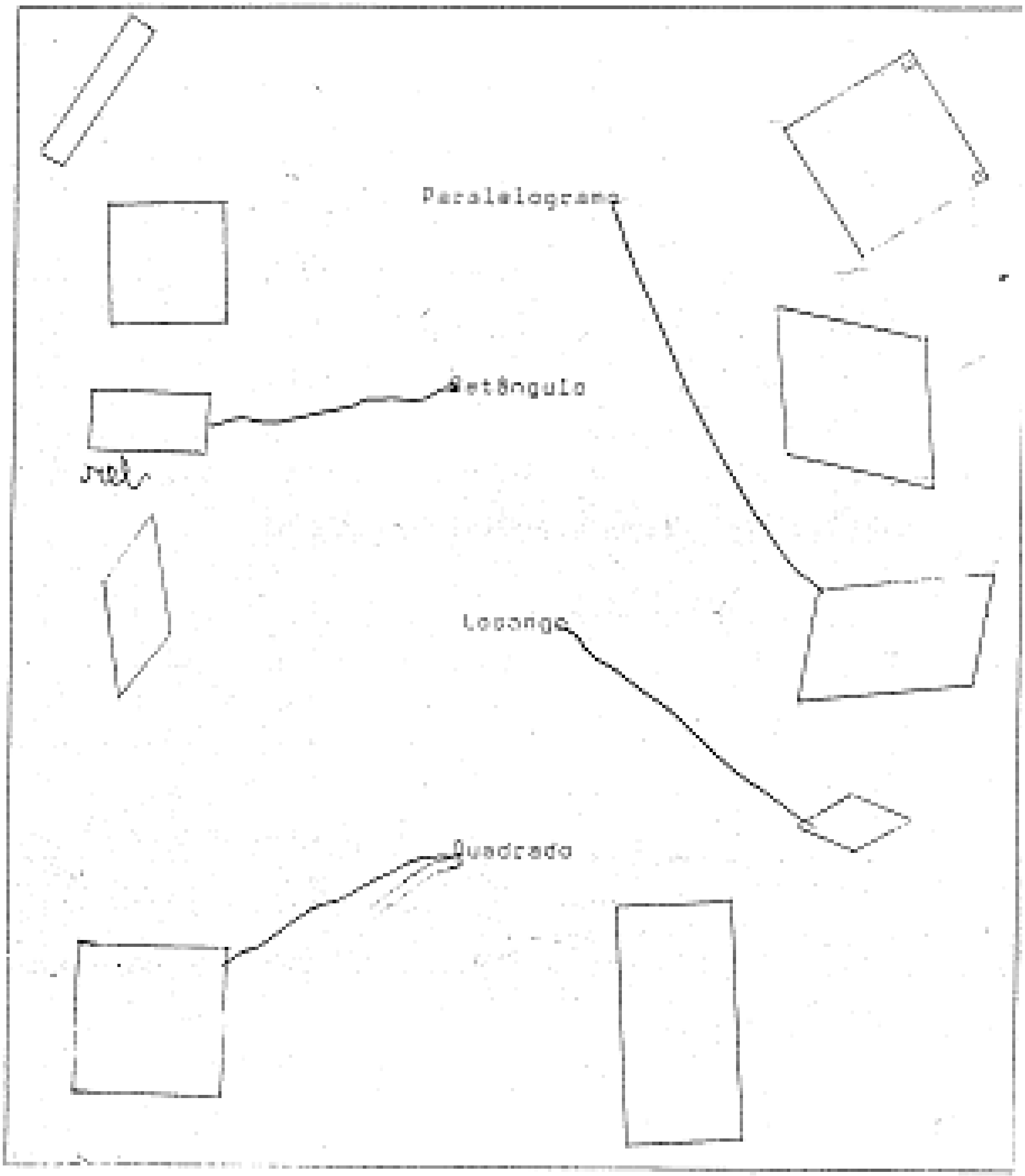

Paralelogramo:
Losango:
Retângulo:
Quadrado:

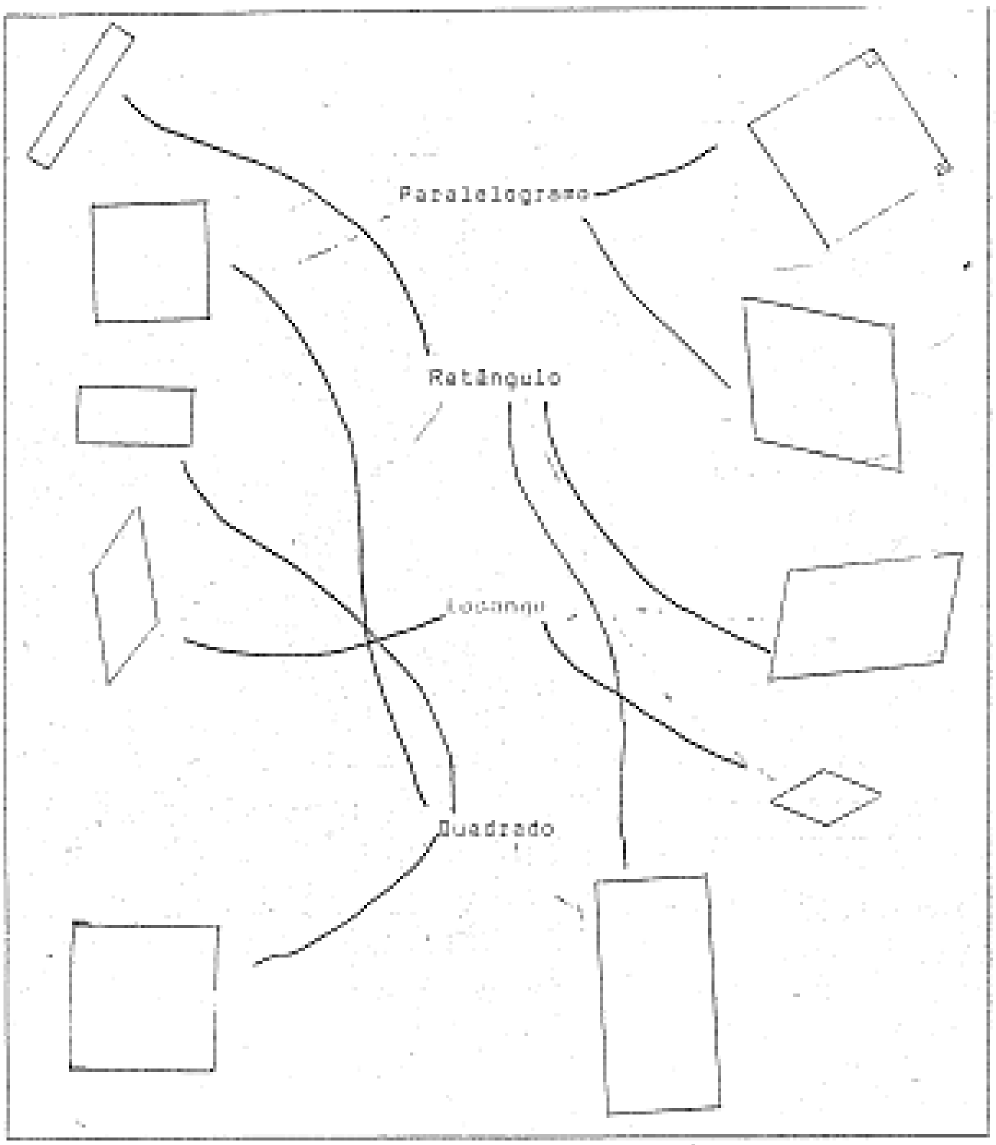

Paralelogramo:
Losango:
Retângulo:
Quadrado:


Paralelogramo:
Losango:
Retângulo:
Quadrado:


quadrado
Paralelogra
mo
losango
retângulo


Paralelogramo
1º
Retângulo
2º
Losango
3º
Quadrado
4º
2º
4º
4º
2º
2º
3º
3º
1º
3º
4º


Paralelogramo
Retângulo
Losango
Quadrado


Paralelogramo
Retângulo
Losango
Quadrado

ANEXO B

Esta seção é composta por exemplares das atividades desenvolvidas durante a seqüência didática

ATIVIDADE SOBRE QUADRILÁTEROS

ATIVIDADE VH1

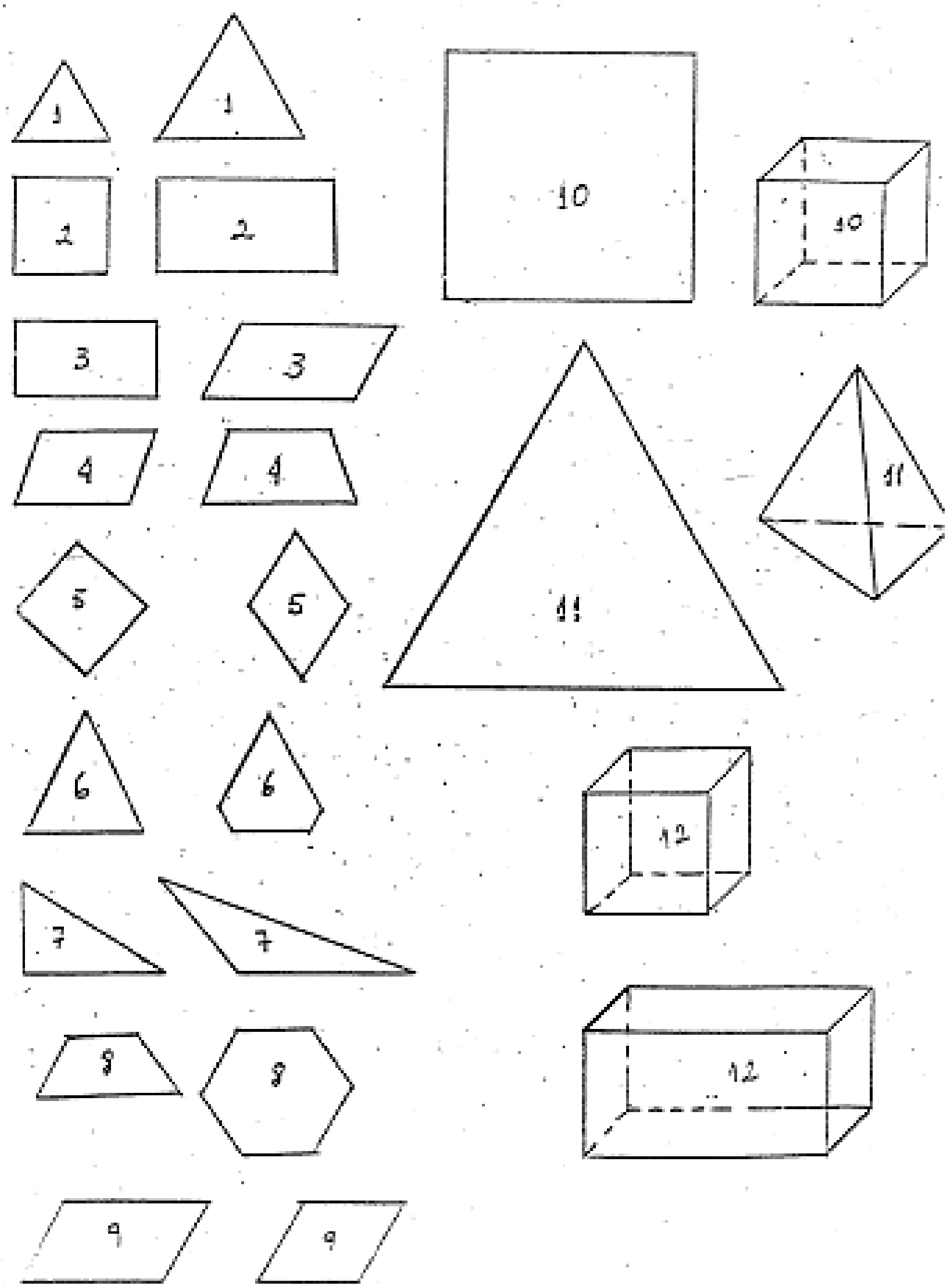
Objetivos:

1. O aluno deverá diferenciar figura geométrica plana de sólido geométrico

2. O aluno deverá observar as semelhanças e diferenças entre os pares de figuras e de sólidos.

Forma de aplicação

Cópias da folhas VH1a VH1b foram entregues aos alunos para que recortassem VH1a, manuseassem e, em seguida, discutissem em duplas, e cada aluno fizesse as anotações da folha VH1b.


1
1
2
2
10
10
3
3
4
4
11
11
5
5
6
6
12
7
7
12
8
8
9
9

ATIVIDADE VH1b

Folha de registro

Nomes: ________________________________e___________________________________

Pares de figuras	**Elementos em Comum**	**Diferenças**
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		
11		
12		

ATIVIDADE VH2

Objetivos:

1.O aluno deverá diferenciar figura geométrica plana de sólido geométrico.

2.O aluno deverá observar as semelhanças e diferenças entre os pares de figuras planas e de sólidos

Observação: Embora os objetivos das atividades VH1 e VH2 sejam os mesmos, podemos notar que na atividade VH1 o aluno manuseia as figuras e os sólidos, enquanto na atividade VH2 o aluno trabalha com representações das figuras e dos sólidos.

Modo de aplicação:`

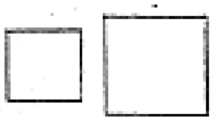
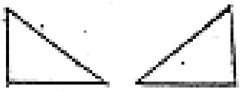
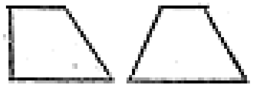
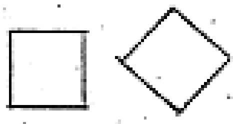
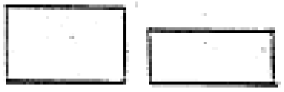
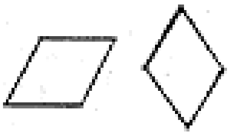
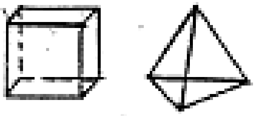
1.Foi distribuída uma folha com pares de figuras para que cada aluno anotasse, ao lado de cada par, sem recortar nem manusear.

a) uma ou mais características comuns às figuras;

b) uma ou mais diferenças entre as figuras.

2.O fechamento foi feito no quadro-negro, completando com os elementos que não tinham sido mencionados pelos alunos.

3.Procurou-se nesse fechamento dar ênfase aos termos comumente usados para os elementos e propriedades das figuras geométricas.

	Figuras Geométricas	Pontos em Comum	Diferenças
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			
8			

ATIVIDADE VH3

Objetivo:

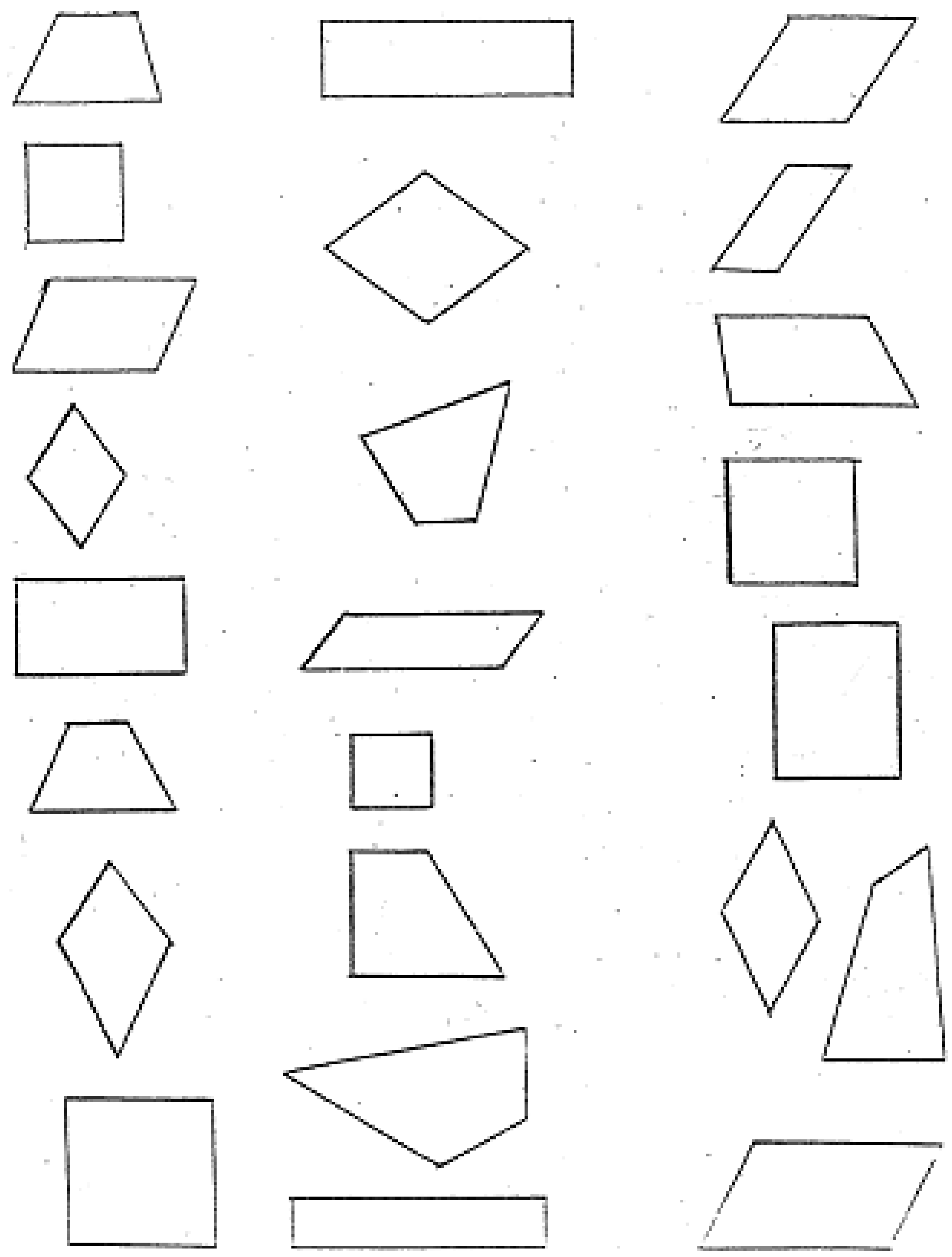
O aluno, deverá classificar os quadriláteros.

Forma de aplicação:

1.Foram distribuídas aos alunos a ficha de atividades VH3 contendo 24 quadriláteros para que eles recortassem. Os quadriláteros eram:

4 quadrados	4 paralelogramos	4 trapézios
4 retângulos	4 losangos	4 quadriláteros quaisquer

2.Os alunos trabalharam em duplas, separando os quadriláteros em grupo, procurando descobrir os grupos mencionados acima, primeiro espontaneamente. Às duplas que não conseguiram foram dadas algumas sugestões para auxiliá-las.



Esta atividade foi desenvolvida em duplas e a cada dupla foi entregue jogo de tangram, confeccionado em cartolina.

Atividades propostas:

1) Recobrir o triângulo médio com dois triângulos;

2) Recobrir o quadrado com dois triângulos;

3) Recobrir o paralelogramo com dois triângulos;

4) Recobrir o triângulo grande com dois triângulos pequenos;

5) Recobrir o triângulo grande com dois triângulos pequenos e o quadrado;

6) Construir um quadrado com dois triângulos grandes;

7) Construir um quadrado com dois triângulos pequenos e, em seguida responder:

a) quantos graus tem cada ângulo do quadrado?

b) quantos graus tem cada ângulo do triângulo pequeno do tangram?

8) Com os dois triângulos pequenos construir um paralelogramo;

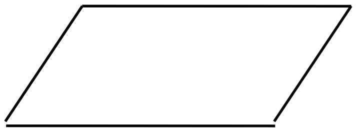
-quantos graus tem cada ângulo do paralelogramo do tangram?

9) Quantos graus tem os ângulos das outras peças do tangram? Desenhe as peças e, em cada canto, escreva quanto mede o ângulo.

10) Com o quadrado e dois triângulos pequenos do tangram, monte um trapézio com esta forma:

Quantos graus tem cada ângulo desse trapézio?

11) Com o triângulo médio e os dois triângulos pequenos, monte um,paralelogramo como este.



Quantos graus tem cada ângulo desse paralelogramo?

12) Construir retângulos não quadrados:

a) com dois triângulos pequenos e o quadrado;

b) com dois triângulos pequenos e o paralelogramo;

c) com dois triângulos grandes, dois triângulos pequenos e o paralelogramo;

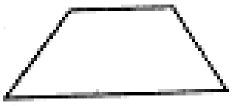
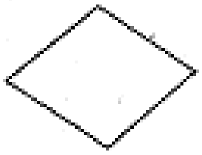
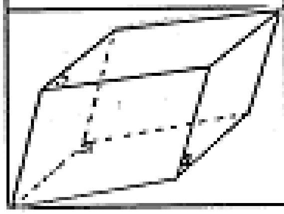
d) com cinco triângulos (pode recortar em papel sulfite ou pedir emprestado)

e) com seis peças;

f) com todas as peças;

Nesta atividade vocês irão anotar todas as propriedades de cada figura que na coluna da esquerda. Tomemos como exemplo o quadrado. Ele tem: 4 vértices, 4 lados de mesma medida

(congruentes), 4 ângulos retos, os lados são paralelos dois a dois, tem duas diagonais,...

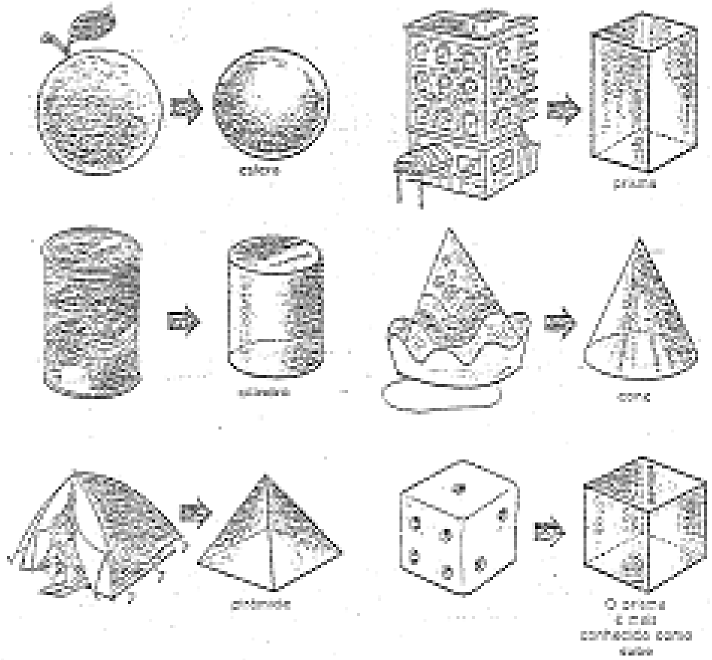
	
	
	
	

Material usado em transparência[1]

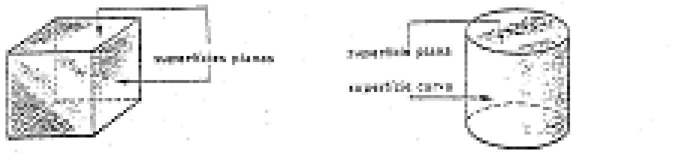
FIGURAS DO ESPAÇO E DO PLANO

Sólidos

As figuras geométricas do espaço são sugeridas pelos objetos que observamos no mundo à nossa volta. Chamamos essas figuras de **sólidos**.



O que vemos e o que sentimos quando passamos a mão num sólido é a superfície desse sólido. As superfícies dos sólidos podem ser planas (achatadas) ou curvas (arredondadas).

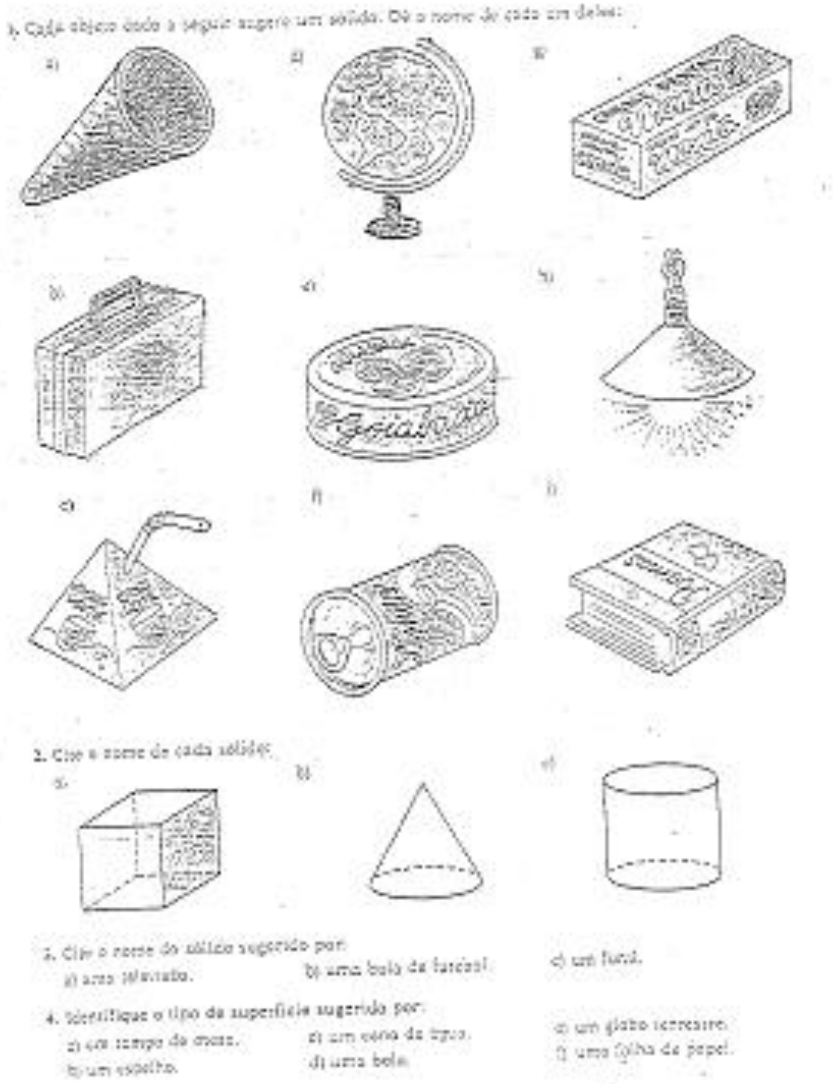


O cubo tem apenas superfícies planas.

O cilindro tem superfícies planas e superfície curva.

[1] Iracema MORI & Dulce Satiko ONAGA. Para Aprender Matemática, 5ª série.

Material usado em transparência[1]


1. Cada objeto dado a seguir sugere um sólido. Dê o nome de cada um deles:

a) b) c) d) e) f) g) h) i)

2. Cite o nome de cada sólido:

a) b) c)

3. Cite o nome do sólido sugerido por:

a) [illegible] b) uma bola de futebol. c) um funil.

4. Identifique o tipo de superfície sugerido por:

a) um tampo de mesa. b) um espelho. c) um [illegible] d) uma bola. e) um globo terrestre. f) uma folha de papel.

[1] Idem

ANEXO C

Esta seção é composta pelos instrumentos e pesquisa e de algumas das respostas fornecidas pelos alunos

NOME:______________________________________DATA: / /

Atividade I

Leia com atenção as seguintes definições:

O paralelogramo é um quadrilátero que tem os lados opostos paralelos.

O retângulo é um quadrilátero cujos ângulos são retos.

O quadrado é um quadrilátero que tem os lados de mesma medida e os quatro ângulos retos.

1.Com base nas definições acima responda as seguintes perguntas:

a)O retângulo é um paralelogramo? ( ) sim ( )não

Por que?

b)O quadrado é também um retângulo? ( )sim ( )não

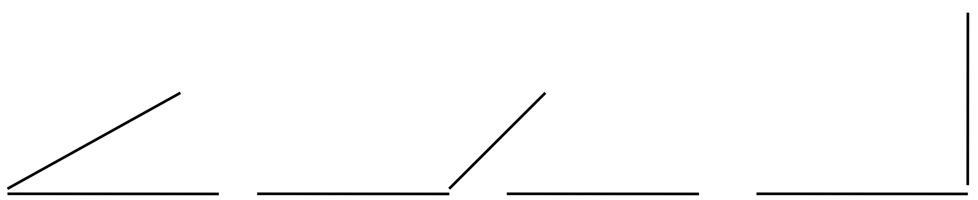
Justifique a sua resposta.

c)Você concorda com a afirmação de que o retângulo e o quadrado são casos particulares de paralelogramos? ( )sim ( )não

Por quê?

d)Se você teve dificuldades para entender a definições ou as perguntas escreva o que você achou difícil.

2)As figuras abaixo representam ângulos. Marque com a letra R o ângulo reto, com A o agudo e com O o ângulo obtuso.



Atividade I (2ªparte)

Definição: **A diagonal de um paralelogramo é o segmento de reta que une os vértices opostos.**

3) Quantas diagonais tem um paralelogramo?

Atenção para estas afirmações:

As diagonais de um paralelogramo cortam-se ao meio.

As diagonais de um retângulo são iguais.

4) Com base nessas afirmações responda as perguntas abaixo:

a) O que mais se pode dizer das diagonais do retângulo?

____

b) O que se pode afirmar das diagonais do quadrado?

____

c) Se as diagonais de um certo quadrilátero não se cortam ao meio, o que se pode concluir desse quadrilátero?

____

5)Descreva a relação que você encontra entre a geometria que você está estudando ou já estudou com a sua vida no dia a dia.

____

6)Cite alguns objetos que você conhece e que tem a forma de um:

a)paralelogramo:____

b)retângulo:____

c)quadrado:____

d)losango:____

NOME ___________________________________ DATA:__/_ /__

Atividade II

Observe as afirmações abaixo e depois responda as perguntas de 1 a 3.

Todo quadrado é um retângulo.

Há retângulos que não são quadrados.

Todo quadrado é um losango.

Há losangos que não são quadrados.

Todo losango é um paralelogramo.

1) Das afirmações acima pode-se dizer que:

( )todas são corretas

( )tem algumas que são absurdas

Justifique a sua resposta:

____ __

2) Você acha que é importante discutir esses assuntos em sala de aula?

( ) sim ( )não Por quê?

____

3) Você é a favor ou contra a obrigação de estudar matemática no 1º Grau?

( ) sim ( )não Justifique a sua resposta:

____

4) Você acha que o conteúdo de geometria deve continuar sendo ensinado no 1º Grau? ( ) sim ( ) não

Justifique a sua resposta.

____

5)Se desejar emitir alguma opinião sobre o assunto desta página pode escrevê-la neste espaço.

____

Atividade II (2ª parte)

6)Nas afirmações abaixo marque com a letra V as que você acha que são verdadeiras, com a letra F as que são falsas e com a letra D as que você tiver dúvida se são falsas ou verdadeiras.

a)( ) O estudo da geometria contribui para desenvolver o nosso raciocínio.

b)( ) Existem outros conteúdos da matemática que contribuem mais do que a geometria para o desenvolvimento do nosso raciocínio.

7) Nas questões abaixo marque com um x os ítens que você acha que estão corretos(marque quantos achar necessário)

a) **O conteúdo matemático ensinado na escola é importante:**

( )só para quem quer passar no vestibular

( )porque ajuda a progredir no emprego

( )porque facilita a gente entender as notícias,a política, e outras coisas.

b) **O conteúdo da geometria ensinado na escola é importante:**

( )só para quem quer passar no vestibular

( )para quem tem uma profissão e quer desempenhá-la melhor .

( )porque facilita entender as coisas que vemos

8)Assinale com um x apenas o ítem que melhor expressa o seu pensamento sobre o conteúdo da **geometria.**

( )é um assunto difícil mas gostoso de estudar

( )é um assunto difícil e ruim de estudar

( )é um assunto fácil e gostoso de estudar

( )é um assunto fácil e ruim de estudar

( )é um assunto nem fácil e nem difícil (médio em tudo)

9)Faça uma redação expressando o que você sente e acha do conteúdo de geometria que você já estudou.

Algumas das redações dos alunos:

a)

Eu acho que a geometria nos ajuda a entender melhor a notícias, ajuda a nós passarmos no vestibular e desempenharmos melhor nossa profissão

Eu aprendi em geometria que existe

E que nem todo retângulo é um quadrado mas todo quadrado é um retângulo.
Há losango que não é quadrado.
Todo quadrado é um losango.

b)

Até agora vejo que a geometria não ajudou em nada, talvez ajude em muitos empregos como: Arquitetura, alguns que eu não lembro, já no outro alguns ajudaram outros não mas assim mesmo eu acho que a geometria só serviu um dado no 2º grau.

c)

Estes ~~negócio~~ quadrados e Retângulos é facil, mas a geometria
é muito dificil para min porque você tem que mexer com muita coisa
E também você tem que deixar as medidos tudo certo e se
você errar ~~esta~~ você tem que começar tudo de novo.

d)

Bom, acho que ainda n estudei
o suficiente p/ poder saber tudo sobre
a geometria. Na minha opinião,
tudo que vimos ou fazemos está
relacionado a geometria;

e)

Eu acho muito interessante o assunto por
causa dos ângulos das figuras e os lados, mas
o melhor mesmo é que eu conteúdo desenvolve
o raciocinio, e ajuda a enchergar melhor as
figuras no nosso espaço de vida.

f)

Eu acho que a geometria deve ser uma nada como a matematica pois a geometria ajuda o aluno a usar o seu raciocínio devemos discutir muito sobre esse assunto de geometria.

g)

Eu acho que é um conteúdo fácil mais difícil entender porque a figuras que tem o nomes diferente e são quase iguais. E confundem a cabeça da gente!

h)

A geometria é usada não só na escola como também em muitos [illegible] dificuldade social, que ajuda a [illegible] a capacidade de raciocinar, [illegible] mesmo resolvidos [illegible] assim? Nós precisamos da geometria.

i)

a geometria é uma matéria meio complicada para alguns
alunos, porque precisa raciocinar e quebrar a cabeça, mas
eu acho a geometria uma matéria fundamental tal
como o português e matemática.

j)

Bom esse conteúdo mais parecem apenas mais matéria da gente
e só serve para atrapalhar os estudos e que deveria ser dado como uma
matéria separada da matemática e só ensinado no 2º grau.

l)

Eu acho que a geometria ajuda no desenvolvimento
mento do aluno, ajuda a entender mais as
coisas. Eu acho que depois disso eu vou
ver as coisas diferentes, me ajudou

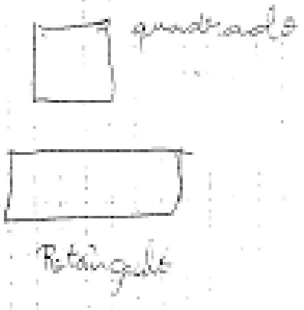
m

a geometria e uma máteria muito dificil
ela é muito importante para nos porque nos podem usar ela no Vestibular na localização de um terreno para uma construção;
Por exemplo se você esta construindo uma casa você tem que ver que figura geometrica se encontra o terreno e a casa
Em fim a geometria se usa muito em quase todos ramos de ensino

n)

Eu acho que a geometria e uma coisa muito boa que a matemática tem, pois ela ajuda (a) você pensar mais.
Eu também acho que inquianto todos estão na escola devem estudar a matemática e a geometria.
Pois (ela) ajuda o crescimento das pessoas mais [illegible] na faculdade.

o)



p)

Todo quadrado é um retângulo.

Há retângulos que não são quadrados.

Todo quadrado é um losango.

Há losangos que não são quadrados.

Todo losango é um paralelogramo.

1) Das afirmações acima pode-se dizer que:

(x) todas são corretas

( ) tem algumas que são absurdas

Justifique a sua resposta:

[illegible] todos [illegible] etc.

2) Você acha que é importante discutir esses assuntos em sala de aula? (x) sim ( ) não