ROSANE CORSINI SILVA NOGUEIRA

A ÁLGEBRA NOS LIVROS DIDÁTICOS DO ENSINO FUNDAMENTAL: UMA ANÁLISE PRAXEOLÓGICA

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MATO GROSSO DO SUL
CENTRO DE CIÊNCIAS HUMANAS E SOCIAIS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO
CAMPO GRANDE / MS
2008

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
(Coordenadoria de Biblioteca Central – UFMS, Campo Grande, MS, Brasil)

N778a Nogueira, Rosane Corsini Silva.
A álgebra nos livros didáticos do ensino fundamental : uma análise praxeológica / Rosane Corsini Silva Nogueira. -- Campo Grande, MS, 2008.

125 f. ; 30 cm.

Orientador: Marilena Bittar.
Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Mato Grosso do Sul. Centro de Ciências Humanas e Sociais.

1. Álgebra – Estudo e ensino (Ensino fundamental). 2. Matemática – Estudo e ensino (Ensino fundamental). 3. Livros didáticos. I. Bittar, Marilena. II. Título.

CDD (22) 372.7

ROSANE CORSINI SILVA NOGUEIRA

A ÁLGEBRA NOS LIVROS DIDÁTICOS DO ENSINO FUNDAMENTAL: UMA ANÁLISE PRAXEOLÓGICA

Dissertação apresentada como exigência final para obtenção do grau de Mestre em Educação à Comissão Julgadora da Universidade Federal de Mato Grosso do Sul sob a orientação da Profª. Drª. Marilena Bittar.

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MATO GROSSO DO SUL
CENTRO DE CIÊNCIAS HUMANAS E SOCIAIS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO
CAMPO GRANDE / MS
2008

COMISSÃO JULGADORA:

____

Profª. Dr. ª Marilena Bittar

____

Prof. Dr. Marcelo Câmara dos Santos

____

Prof. Dr. Luiz Carlos Pais

DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho primeiramente a Deus, a quem sou infinitamente grata por ter me permitido conquistar dois grandes sonhos ao mesmo tempo: o de ser mãe, e o de cursar o mestrado. Por me dar forças e fé, para que nos momentos delicados, eu encontrasse meios para vencer as dificuldades. Também, por colocar em meu caminho as pessoas certas, que prontamente me apoiaram, aconselharam, se fizeram presentes em situações oportunas, não me permitindo esmorecer, nem tomar atitudes precipitadas.

Dedico também a duas pessoas muito especiais, que passaram pela minha vida, e em pouco tempo, me ensinaram muitas coisas que levarei pelo resto dos meus dias. Fiz um compromisso, de certa forma, com cada uma delas, a lutar para vencer e conquistar aquilo que elas não tiveram oportunidade, pois Deus achou oportuno levá-las para junto Dele. A você minha Amanda, sobrinha amada, com quem me comprometi a não desistir da minha vida e dos meus sonhos, quando passava por um momento muito difícil; e a você minha querida Inês, que tanto me aconselhou, me incentivou a seguir em frente, e compartilhou comigo a vontade de cursar um mestrado, a quem prometi que defenderia por nós duas, caso você não conseguisse realizar este desejo, eis o momento!

AGRADECIMENTOS

A professora Marilena Bittar, pela orientação, pela consideração, pelos conselhos e por se fazer sempre presente, desde a elaboração do anteprojeto.

A Luíza, filha amada, pelo carinho nos momentos em que eu estava estudando.

Aos meus pais, Maria Luíza e Algre, por terem me dado condições e apoio para chegar até aqui e por cuidarem tão bem da Luíza quando eu precisava me ausentar.

A minhas irmãs, Regina e Rejane, cunhados e sobrinhos, pela compreensão nos momentos de ausência.

A meu esposo Wanderlei, que mesmo nas adversidades, foi um ótimo pai para a nossa amada Luíza, e tanto me ajudou, principalmente no final desse trabalho.

A Capes, pela bolsa que possibilitou a conclusão desta pesquisa.

Aos colegas do grupo de estudos GEEMA-CNPq, pelas valiosas contribuições.

Ao professor Dr. Marcelo Câmara, por aceitar fazer parte da comissão julgadora, e pelas sugestões valiosas que forneceu no momento da qualificação.

Ao professor Dr. Luiz Carlos Pais, pelas contribuições na qualificação, e pelas discussões enriquecedoras, nos intervalos das reuniões.

Às queridas amigas Mônica e Sheila, pelo auxílio em momentos oportunos.

Ao prof. Dr. Hamid Chaachoua, pelas discussões e contribuições.

A Jacqueline, secretária do mestrado, pela dedicação, pela paciência, e principalmente pelas valiosíssimas aulas de francês que tanto me ajudaram.

Aos colegas de mestrado, que tanto me ajudaram antes e durante minha licença maternidade, em especial Rodrigo, Simone, Sônia, Danise e Lívia. E a todos os que direta ou indiretamente me ajudaram a concretizar este sonho.

RESUMO

O objetivo dessa pesquisa é caracterizar a introdução formal da Álgebra nos livros didáticos brasileiros do Ensino Fundamental. Para tanto, analisamos três coleções do 7º ano do Ensino Fundamental, tendo em vista que a introdução da Álgebra ocorre nesse momento. Como referencial teórico e metodológico utilizamos a Teoria Antropológica do Didático (TAD). Ao analisarmos os livros selecionados, realizamos o estudo das Organizações Matemática e Didática, e posteriormente confrontamos os dados obtidos nas organizações mencionadas. Dentre os resultados encontrados destacamos que todos os tipos de tarefas principais, que se referem à resolução de equações, figuram, de certo modo, nas três coleções analisadas, ou seja, mesmo que o enunciado não proponha a resolução da equação, elas aparecem com outros objetivos como encontrar expressões equivalentes ou verificar se certo valor torna verdadeiro ou não a sentença dada. Dentre as técnicas principais, a que faz a analogia com a balança em equilíbrio e oportuniza o desenvolvimento do raciocínio algébrico está presente nos três manuais analisados. Percebemos que a escolha por trabalhar a resolução de equações e apresentar as Equações do 1º grau por meio da resolução de situações problema é comum na introdução da Álgebra no Ensino Fundamental. Além disso, dentre os tipos de tarefas auxiliares a que demanda a transcrição da linguagem natural para a linguagem algébrica tem uma representatividade notável em todos os manuais, o que indica que este procedimento é bastante valorizado na educação algébrica.

Palavras-chave: Álgebra, livros didáticos, organização matemática, organização didática.

ABSTRACT

The objective of this research is to show the formal introduction of algebra textbooks in the Brazilian elementary schools. Three collections of the 7th grade school students were analyzed bearing in mind that the introduction of Algebra occurs at that time. As a theoretical and methodological reference Antropológica theory of the Didactic (TAD) was used. In reviewing the books selected, we conducted the study of mathematic and didactic organizations, and then confronted the data obtained in the organizations mentioned. Among the findings highlighted all major types of tasks, which refer to the resolution of equations are, to some extent, in the three collections analyzed, that is, even if the statement does not propose the resolution of the equation, they appear with other aims such as finding equivalent expressions or seeing if certain values make the given sentence true or not. Among the main techniques, the one which makes the analogy with the balance in equilibrium and takes advantage of the development of algebraic thinking is present in all three textbooks examined. We noticed that the choices to work the resolutions of equations and present the equations of 1st degree through the resolution of problem situations are common in the introduction of algebra in elementary school. Moreover, among the types of auxiliary tasks that demand an interpretation of natural language for algebraic language is a remarkable representation in all manuals, which indicates that this procedure is highly valued in algebraic education.

Key-Words: Algebra, textbooks, Mathematic Organizations, Didactic Organizations.

LISTA DE FIGURAS

Figura 01	Organizações Praxeológicas	39
Figura 02	Esquema metodológico	55
Figura 03	Descrição das categorias do Guia do PNLD-2008	59
Figura 04	Gráfico das categorias apresentadas no guia do PNLD 2008	59
Figura 05	Resolução Aritmética e Algébrica de uma	65
Figura 06	Exemplo de uma questão dispensada	67
Figura 07	Atividade que não envolve resolução de equações	80
Figura 08	Seqüência e generalização	84
Figura 09	Ilustração da balança X Resolução algébrica	85
Figura 10	Técnicas agregadas	86
Figura 11	Várias resoluções de uma mesma situação	88
Figura 12	Ilustração do 5º momento com a técnica aritmética τ_1	90
Figura 13	Ilustração do 5º momento com a técnica aritmética τ_2	91
Figura 14	Uma ilustração da balança	93
Figura 15	Exercício não-convencional	94

LISTA DE TABELAS

Tabela 01	Lista de tipos de tarefas identificadas	62
Tabela 02	Resolução de uma equação com o auxílio de $\tau1$, $\tau2$ e $\tau3$	64
Tabela 03	Lista de técnicas auxiliares	66
Tabela 04	Lista de técnicas principais	66
Tabela 05	Extrato-Exemplo das tabelas presentes nos anexos	68
Tabela 06	Exemplo de tabela	68
Tabela 07	Relação de tipos de tarefas e técnicas principais – C1 – parte curso	69
Tabela 08	Relação de tipos tarefas e técnicas auxiliares – C1 – parte curso	69
Tabela 09	Relação de tipos de tarefas e quantitativos – C1 –parte curso	69
Tabela 10	Relação de tipos de tarefas e técnicas principais – C2 – parte curso	71
Tabela 11	Relação de tipos de tarefas e técnicas auxiliares – C2 – parte curso	71
Tabela 12	Relação de tipos de tarefas e quantitativos – C2 –parte curso	71
Tabela 13	Relação de tipos de tarefas e técnicas principais – C3 – parte curso	72
Tabela 14	Relação de tipos de tarefas e técnicas auxiliares – C3 – parte curso	72
Tabela 15	Relação de tipos de tarefas e quantitativos – C3 –parte curso	73
Tabela 16	Relação de tipos de tarefas e técnicas principais – C1 parte exercício	74
Tabela 17	Relação de tipos de tarefas e técnicas auxiliares – C1 parte exercício	74
Tabela 18	Relação de tipos de tarefas e quantitativos – C1 – parte exercício	75

Tabela 19	Relação de tipos de tarefas e técnicas principais–C2 parte exercício	77
Tabela 20	Relação de tipos de tarefas e técnicas auxiliares – C2 parte exercício	77
Tabela 21	Relação de tipos de tarefas e quantitativos – C2 – parte exercício	77
Tabela 22	Relação de tipos de tarefas e técnicas principais – C3 parte exercício	79
Tabela 23	Relação de tipos de tarefas e técnicas auxiliares – C3 parte exercício	79
Tabela 24	Relação de tipos de tarefas e quantitativos – C3 – parte exercício	79
Tabela 25	Momentos Didáticos	83

LISTA DE ANEXOS

ANEXO 01	Organização matemática – parte curso – C1	111
ANEXO 02	Organização matemática – parte curso – C2	112
ANEXO 03	Organização matemática – parte curso – C3	113
ANEXO 04	Organização matemática – parte exercício – C1	114
ANEXO 05	Organização matemática – parte exercício – C2	117
ANEXO 06	Organização matemática – parte exercício – C3	120

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO 14

CAPÍTULO I 17

1.1 Considerações sobre a Álgebra 17

1.2 A passagem da Aritmética para a Álgebra 20

1.3 Algumas particularidades da Aritmética e da Álgebra 23

1.3.1 O papel da letra na Aritmética e na Álgebra 23

1.3.2 As expressões 25

1.4 Sobre a introdução da Álgebra no Ensino 25

1.5 Algumas pesquisas. 29

1.5.1 Pinto (1999) 29

1.5.2 Bittar (2004) 31

1.5.3 Cruz (2005) 32

1.5.4 Menezes (2006) 33

1.5.5 Quoc (2006) 35

1.5.6 Algumas observações sobre estas pesquisas 37

1.6 A Teoria Antropológica do Didático 38

1.7 Nossa pesquisa 40

CAPÍTULO II 41

2.1 O objeto e os objetivos de pesquisa 41

2.2 Referencial Teórico e metodológico 42

2.3 Materiais escolhidos 46

2.4 Foco das análises 47

2.5 A escolha dos manuais 48

2.6 Procedimentos de análise 49

2.6.1 organização didática 49

2.6.2 organização matemática 49

CAPÍTULO III 57

3.1 Escolha dos manuais a serem analisados 57

3.2 Relação dos tipos de tarefas e técnicas identificadas 61

3.2.1 Tipos de tarefas (T) 61

3.2.2 Técnicas (τ) 63

3.3 organização matemática da parte curso das coleções 67

3.4 organização matemática da parte exercício das coleções 74

3.5 organização didática dos manuais 82

3.6 Cruzamento dos dados obtidos na organização didática e na organização Matemática dos manuais 98

3.7 Cruzamento dos dados obtidos nas três coleções 102

CONSIDERAÇÕES FINAIS 104

ANEXOS 111

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS 122

INTRODUÇÃO

As dificuldades encontradas na dedicação ao trabalho docente, principalmente quando abordávamos conceitos e conteúdos algébricos nos enquietavam, visto que o aproveitamento dos alunos se mostravam insatisfatórios, colocando-nos em uma situação desconfortável frente aos resultados obtidos no processo de ensino e aprendizagem.

Por mais que buscássemos alternativas, seja por meio da utilização de material concreto, aulas expositivas, trabalhos em grupo, abordagens variadas de um mesmo conteúdo, o desfecho nem sempre era satisfatório. Isso nos causava uma certa angústia, visto que abraçamos esta profissão por amor, e queríamos alcançar melhores resultados.

Por este motivo, iniciamos uma busca por caminhos que pudessem nos conduzir a uma resposta, a uma alternativa capaz de nos auxiliar em nosso fazer pedagógico, e consequentemente, oferecer aos nossos alunos a oportunidade de vencer suas dificuldades e avançar em relação aos conhecimentos matemáticos, em particular, aos algébricos.

Nesta busca, procuramos a professora Marilena Bittar, com o intuito de conversar a respeito dos problemas que enfrentávamos. Ela então, nos convidou a participar como professora colaboradora de um projeto que estudava as dificuldades dos alunos no campo da Álgebra elementar, durante o segundo semestre de 2004, utilizando o software *Aplusix*[1], com duas turmas de 8º série com as quais atuavamos como docente.

A participação neste projeto veio ao encontro de nossas angústias, permitindo-nos vislumbrar alguns pontos de nossa prática docente que necessitavam ser revistos, como por exemplo, o fato de os alunos apresentarem dificuldades na resolução de equações do 1º grau na 8ª série (atual 9º ano), conteúdo abordado pela primeira vez na 6ª série (7º ano), demandava uma revisão cuidadosa do assunto no início do ano letivo, com o intuito de minimizar as dificuldades mais adiante.

Além disso, o uso do software nos deu suporte para trabalharmos de maneira diferenciada, possibilitando um trabalho, de certo modo, personalizado aos educandos, visto que aqueles alunos que não apresentavam maiores dificuldades,

[1] Este software foi desenvolvido pela equipe DID@TIC, do Laboratório de Leibniz, França. Informações sobre o software podem ser encontradas no site http://aplusix.imag.fr.

poderiam prosseguir nas atividades, enquanto atendíamos aqueles que necessitavam de uma atenção especial, o que seria inviável em uma aula convencional.

Toda essa situação vivenciada nos instigou a procurar cada vez mais informações acerca deste trabalho. Ao participarmos do GEEMA-CNPq, Grupo de Estudos em Educação Matemática, tivemos a possibilidade de ter uma maior interação com os objetivos de uma pesquisa que foi realizada em cooperação entre o Brasil e a França (CAPES/COFECUB)[2], cuja temática central era o estudo de concepções de alunos em Álgebra. Dentre os objetivos dessa pesquisa, encontrava-se um que pretendia caracterizar e comparar o ensino da Álgebra no Brasil e na França, no qual inserimos nossa pesquisa.

Além do mais, nossa experiência em sala de aula nos mostrou**,** e diversas pesquisas indicam (CASTRO FILHO, LEITE, FREIRE E PASCHOAL, 2003; CASTRO FILHO ET AL, 2004; CASTRO FILHO, MACEDO, LEITE E FREIRE, 2005) que, em relação aos conteúdos que envolvem cálculos algébricos, os alunos costumam apresentar dificuldades. Isso coaduna com nossas angústias. Possivelmente esse fato contribui com o baixo rendimento dos educandos na Matemática como um todo, colocando o trabalho de seus educadores em xeque e, ao mesmo tempo, ávidos por respostas capazes de conduzi-los a um desfecho satisfatório no processo de ensino e aprendizagem.

Certamente, muitos outros fatores também podem refletir negativamente na aprendizagem dos educandos. Por esse motivo, no início dessa pesquisa, nossas indagações referiam-se às dificuldades de aprendizagem dos alunos em Álgebra. Após realizarmos algumas leituras, começamos a nos questionar se uma das fontes dessas dificuldades não poderia estar ligada à forma como a Álgebra normalmente é apresentada aos educandos, ou seja, nos sentimos instigadas a buscar algumas respostas ligadas à forma de apresentação da Álgebra aos alunos.

Propomos assim, um estudo mais apurado de como se dá o ensino da Álgebra na Educação brasileira. Delimitamos nosso objeto de pesquisa à caracterização do ensino da Álgebra nos livros didáticos do 7º ano do Ensino Fundamental brasileiro, mais precisamente o capítulo referente à Equação do 1º grau, que representa a introdução formal desse bloco do saber matemático. Nele verificamos como se dá sua apresentação e como o assunto é conduzido. Em nossas

---
[2] Ver: http://www.ufms.br/geema/projetos/p001.htm, pesquisado aos 19/10/07 às 11:49h

análises identificamos a forma como as Organizações Didáticas e Matemáticas acontecem nos materiais selecionados.

Em relação à apresentação do trabalho:

No primeiro capítulo delineamos algumas considerações sobre a Álgebra e explanamos, com base nos estudos da área (CHEVALLARD, 1998), nosso entendimento sobre a passagem da Aritmética para a Álgebra. Além disso, apontamos algumas particularidades desses blocos de conteúdos matemáticos, onde falamos um pouco sobre o papel da letra na Aritmética e na Álgebra, sobre as expressões aritméticas, e sobre expressões algébricas. Descrevemos alguns aspectos de pesquisas que se relacionam de alguma forma com a nossa. Fazemos uma apresentação do referencial teórico e metodológico que adotamos e relatamos em que consiste nosso trabalho.

No segundo capítulo apresentamos nosso objeto de estudo, os objetivos de nossa pesquisa e mostramos como a desenvolvemos. Descrevemos aspectos como: os materiais escolhidos para realizar nosso trabalho, o foco das análises, como realizaram a escolha dos manuais a serem analisados, os procedimentos adotados no desenvolvimento dos estudos, e em que consiste a organização didática e a organização matemática[3].

No terceiro capítulo, descrevemos e analisamos os dados coletados. Nele detalhamos a relação dos tipos de tarefas e técnicas identificadas; o estudo da organização matemática da parte curso e da parte exercício, bem como a organização didática das coleções; o cruzamento dos dados das organizações didáticas e das organizações matemáticas dos manuais e o cruzamento dos dados obtidos nas três coleções.

Nas considerações finais, apresentamos, dentre os resultados encontrados, os mais significativos.

---

[3] Ver p.54, Capítulo II.

CAPÍTULO I

1.1 Considerações sobre a Álgebra

Durante o período que fizemos parte do corpo docente nos Ensinos Médio e Fundamental da rede pública de Campo Grande, nos deparamos com dificuldades em manter, e até mesmo melhorar, o nível de aproveitamento dos educandos a nós confiados, principalmente naqueles conteúdos que envolvem os entes algébricos, tais como as variáveis, as incógnitas e as equações.

A partir do momento em que a Álgebra é apresentada formalmente aos educandos, as técnicas e conceitos algébricos passam a ser de suma importância na resolução de problemas, bem como na colaboração para o desenvolvimento cognitivo dos alunos. A Álgebra certamente representa um momento de ruptura na educação matemática escolar, pois, segundo Lins e Gimenez:

> [...] Por ser de domínio exclusivo da escola, o fracasso na Álgebra escolar significa um fracasso absoluto. Se você fracassa no Português escolar, isso não o impede de falar; se você fracassa na Educação Física escolar, isso não o impede de jogar bola na rua. Mas se você fracassa na Álgebra escolar... (LINS e GIMENEZ, 1997, p.164)

De fato, entendemos que a Álgebra não está presente no dia-a-dia, então seu fracasso não afeta esse quotidiano, mas certamente dificultará a compreensão de conceitos posteriores da Matemática, ou de áreas afins que utilizam a Álgebra como ferramenta para se desenvolver, tais como a Física e a Química.

O baixo rendimento obtido pelos alunos na Matemática, em particular na Álgebra, tem se mostrado um problema que não se faz presente somente nesta ou naquela região do país, mas que possivelmente compromete quase a totalidade da população. Este fato é comprovado entre os estudantes que são frequentemente submetidos a avaliações, inclusive em âmbito nacional (ENEM, PROVA BRASIL, por exemplo).

Um outro problema, é que quando se enfatiza que o aprendizado deve ser para a vida, conforme é divulgado em alguns informes publicitários, pode-se induzir o educando a acreditar que deva aprender somente conteúdos que possam ser aplicados em situações do cotidiano. Por isso, precisa-se deixar claro que a

Matemática não é somente uma ferramenta para resolver problemas do dia a dia. O professor necessita introduzir em seu plano de ensino situações abstratas, que são fundamentais para a formação intelectual dos alunos, e que estão presentes exclusivamente no mundo da escola (BRASIL, 1997).

Segundo Chandler e Edwards,

> Para os matemáticos, um perene problema é explicar ao grande público que a importância da Matemática vai além de sua aplicabilidade. É como explicar a alguém que nunca ouviu música a beleza da melodia...Que se aprenda a Matemática que resolve problemas da vida, mas que não se pense que esta é sua qualidade essencial. (apud GRAVINA E SANTAROSA, 1998, p.4)

Talvez, por não conseguirem fazer uma conexão entre a Matemática da escola com a do mundo exterior a ela, sejam frequentes os questionamentos por parte dos alunos acerca da importância e da utilidade de se aprender este ou aquele conteúdo, já que na rua não são cobrados a efetuarem cálculos desprovidos de sentido, como multiplicar números inteiros negativos, por exemplo. Estes questionamentos surgem principalmente em turmas do Ensino Fundamental, quando são apresentados a conteúdos mais abstratos, em particular os algébricos, que não estão presentes no mundo da rua, por assim dizer.

Isso nos leva a crer que os educandos, assim como boa parte da sociedade, atribuem à Matemática, somente o papel de auxiliar a resolução de problemas práticos do cotidiano, outorgando a esta ciência apenas valores de natureza prática e utilitária.

Entretanto, os valores da Matemática transcendem aqueles ligados às aplicações práticas das atividades humanas, tais como medir e contar. Segundo Freitas e Bittar (2004. pp. 30-31) "As especulações puras, a observação de regularidades, ordem e coerência interna, são características dessa ciência que lhe dão valor formativo", e permitem ao educando a possibilidade da criação de sistemas abstratos ideais. Os autores exemplificam este fato descrevendo algumas situações práticas que poderiam ser vivenciadas pelo educando, através das quais ele poderia identificar regularidades nas operações (propriedades). Destacamos aquela em que o aluno, a partir da contagem do número de quadradinhos de malhas retangulares, pode descobrir fórmulas para calculár as áreas desses retângulos, uma vez que as fórmulas também representam entes algébricos.

Entendemos que a Álgebra constitui uma área da Matemática que permite trabalhar seus valores formativos, pois viabiliza por meio de sua linguagem e de suas técnicas, respectivamente, a transcrição e a resolução de situações algébricas mais complexas e abstratas, cujas resoluções são inviáveis por meio de procedimentos e operações aritméticas.

Trata-se de dar um tratamento novo a objetos já conhecidos dos alunos, em assuntos que antecedem a Álgebra no currículo e nas práticas docentes, tais como a própria escrita e a Aritmética. Acreditamos que as escolhas, no que cerne à apresentação da Álgebra ao educando, devem ser muito bem pensadas, caso contrário corre-se o risco de gerar confusão no momento da compreensão desse bloco de conteúdos por parte do aluno. De fato, a esse respeito, Lins e Gimenez observam que:

> Em relação a uma criança que aprendeu a ler e a ver as letras como 'notação para palavras' – só para sugerir um paralelo... -, e que aprendeu a usar números e sinais para operações com números, não deveríamos esperar, num primeiro momento, que lhe parecesse razoável misturar letras com sinais para operações e com números, *ainda que uma vez isso feito o resultado parecesse absolutamente claro*. (LINS e GIMENEZ, 1997, p.169, grifo do autor)

Essa observação oportuniza descortinar nossas visões para a complexidade de se conceber algo que já se conhece de outra forma, sem abandonar a anterior. Um exemplo é a utilização do sinal de igual, que na Aritmética é colocado para anunciar um resultado, proveniente da manipulação de procedimentos para a realização de cálculos numéricos, e na Álgebra, pode ser utilizado para anunciar o resultado a se obter, como em $3x + 1 = 10$, em que o valor a se obter é o 10, ou para indicar a equivalência entre duas expressões, como em $2x + 3 = x + 4$.

Contudo, mesmo depois da introdução dos conteúdos algébricos, e de conhecer estas outras funções atribuídas a um único sinal, a Aritmética não perde sua aplicabilidade, nem a função previamente conhecida, ou seja, uma função não substitui a outra, mas agrega significados ao sinal em questão, de acordo com a situação que se apresenta.

A linguagem algébrica não se utiliza somente de símbolos próprios, mas compartilha aqueles já existentes e conhecidos previamente, e estes ganham, após a apresentação da Álgebra, novos significados e funções, como o caso das letras, que na Aritmética podem simbolizar uma unidade de medida, e na Álgebra pode representar um valor desconhecido.

Assim sendo, o momento da apresentação da Álgebra no ensino, além de ser muito importante, pelo fato de trazer consigo uma linguagem diferenciada e sofisticada, possibilita o desenvolvimento de procedimentos capazes de resolver problemas que não são factíveis por meio da mobilização de raciocínios e operações aritméticas. Dessa feita, a Álgebra oportuniza o avanço nos estudos, inclusive de outras ciências como a Física e a Química, e vem acompanhada de dificuldades geradas pela sua complexidade, tais como a dificuldade no entendimento de sua linguagem, de suas notações e procedimentos.

Concluímos, assim, da importância de apresentar a Álgebra, tecendo o texto de maneira que oportunize o entendimento por parte do educando de todas estas diferenças entre a Álgebra e a Aritmética, bem como na proposição de atividades e exercícios resolvidos, visando administrar a passagem da Aritmética para a Álgebra de maneira clara e objetiva, na tentativa de minimizar as dificuldades geradas no aprendizado deste bloco do saber matemático, atribuindo maior significado aos conceitos. Essa passagem tem sido fruto de muitas pesquisas e representa um ponto importante para quem se dedica a investigar questões relativas à introdução da Álgebra no Ensino Fundamental, por isso dedicamos o próximo item a essa temática.

1.2 A passagem da Aritmética para a Álgebra

Lins e Gimenez (1997), ao discutirem até que ponto a caracterização das atividades algébricas e aritméticas são passíveis de serem explicitadas, remetem à seguinte situação que parece causar problemas às duas vertentes: se diante da conta $\frac{5+5+5}{3}$ alguém diz que o resultado é 5, esta atividade é ou não algébrica? Por vários motivos a resposta deve ser não; um deles é o fato de não ter variáveis, outro pode ser pelo conteúdo ser aritmético e não algébrico.

Mas, se continuarmos discutindo esse problema e modificarmos a questão posta, como: com quatro cincos, dividindo por quatro, a pessoa provavelmente responderia que o resultado continua sendo 5. E ainda, se continuássemos o raciocínio de modo que uma coisa compensasse a outra, até colocarmos diversas contas do tipo $\dfrac{\overbrace{a+a+...+a}^{nvezes}}{n}$, a pessoa forneceria a resposta, com base na mesma idéia, mesmo que não lhe ocorresse escrever a notação algébrica ora apresentada.

Mesmo que a pessoa tivesse a idéia da generalidade do que está afirmando, surgiria uma dúvida: tratava-se de uma atividade algébrica quando ela fazia a conta utilizando a idéia geral, ou somente quando a idéia é explicitada?

Segundo Lins e Gimenez:

> Se a pessoa for um aluno de 4ª série [atual 5º ano], certamente iremos querer que ela explicite sua consciência do fato de que a idéia é geral, mas se for um matemático, é provável que basta falar dos quatro cincos para que nos convençamos que ali sempre esteve em jogo o algébrico (por mais elementar que seja).(LINS e GIMENEZ, 1997, p.99)

Podemos perceber que, ao tentar identificar conteúdos legítimos da atividade algébrica, dependemos de mais informações sobre como a pessoa pensou, ou quem ela é, para que possamos conferir o *status* de atividade algébrica de um episódio como o descrito anteriormente. De fato, entendemos que algumas atividades algébricas também podem ser resolvidas exclusivamente com o auxílio de procedimentos e operações aritméticas, não demandando a mobilização de procedimentos e raciocínios algébricos. Um exemplo é a proposição da situação "Pensei em um número, multipliquei-o por 3, ao resultado adicionei 5, obtive 17. Que número é esse?". Em uma situação como esta, um aluno do 4º ou 5º ano, que não conhece as técnicas algébricas, resolveria aplicando as operações inversas[4] das operações propostas no enunciado do seguinte modo:

- ✓ O número obtido ao final das operações foi 17, e a ele foi adicionado 5, então subtrai-se 5 do 17;

$$\boxed{\begin{array}{c}17\\-5\\\hline 12\end{array}}$$

[4] Este procedimento é denominado nessa pesquisa, de técnica Aritmética (τ_1), definida no capítulo 3 p.51.

- ✓ Para chegar ao 12, multiplicou-se o número pensado por 3, então divide-se 12 por 3:

$$\begin{array}{r|l} 12 & 3 \\ \cline{2-2} 0 & 4 \end{array}$$

Logo, o valor desconhecido é 4.

Ou seja, nesse raciocínio, além de terem sido aplicadas operações inversas, o problema foi resolvido de traz para frente, começando do final, indo até o início para obter o número procurado.

Essa forma de apresentar a solução do problema nos parece claramente aritmética, ou seja, com raciocínio aritmético e linguagem aritmética. Entretanto, mesmo se, aparentemente, fosse utilizada a linguagem algébrica não poderíamos afirmar que o raciocínio utilizado na solução teria sido algébrico. Queremos dizer com isso que a Álgebra não se reduz a uma linguagem.

Assim, esse mesmo exemplo poderia vestir uma "roupagem" algébrica, porém, com uma resolução aritmética.

Tradução simbólica de "o triplo de um número somado com 5 é igual a 17";

$$3n + 5 = 17$$

Então o triplo desse número deve ser igual a 17 – 5; ou seja o triplo do número que eu estou procurando é 12.

$$3n = 17 - 5$$
$$3n = 12$$

Se o triplo do número é 12, então o número é 4.

$$n = 4$$

Assim, os procedimentos utilizados são aparentemente algébricos, mas como dissemos, conserva o raciocínio aritmético, partindo do valor conhecido, no caso o 17, desfazendo-se as operações propostas no primeiro membro da equação, de modo a obter o resultado 4.

Cabe ressaltar que a diferença entre a primeira e a segunda escrita é importante, pois essa última começa a preparar para a entrada na Álgebra, uma vez que inicia o aluno ao uso da letra na resolução das situações propostas.

Acreditamos que não podemos esperar um raciocínio algébrico de um sujeito que está sendo apresentado à Álgebra. Assim sendo, se considerarmos algumas atividades presentes nos livros didáticos, no início do capítulo destinado à equação do 1º grau, que demandam a solução das equações, fazemos a hipótese que isso será feito com o auxílio de procedimentos tais como tentativa e erro, cálculo mental, operações inversas, dentre outros, como sendo resolvidos aritmeticamente. De fato, essas atividades são propostas para serem resolvidas antes que estejam disponibilizados procedimentos e raciocínios algébricos para o desenvolvimento do exercício em questão.

Deste modo, entendemos que a passagem da Aritmética para a Álgebra é contemplada quando se trabalha exercícios algébricos que podem ser resolvidos mobilizando, na resolução destes exercícios, apenas raciocínios e operações aritméticas antes que sejam apresentados procedimentos da Álgebra (como a técnica que denominamos algébrica, τ_2[5], que faz a analogia com a balança em equilíbrio, ou a da transposição, τ_3[6], que usa o raciocínio "passa para o outro lado, muda de sinal"). Essa escolha possibilita a apresentação da notação algébrica, traçando um paralelo entre as duas resoluções, com o intuito de fazer com que o aluno atribua significados para a notação algébrica e compreenda o processo de resolução da situação proposta.

1.3 Algumas particularidades da Aritmética e da Álgebra

A Aritmética e a Álgebra apresentam em suas notações e procedimentos algumas diferenças e similitudes que, a nosso ver, merecem atenção e tratamento especial no estudo de cada uma delas, visando oportunizar a atribuição de significados por parte do educando às particularidades desses dois blocos do saber. Assim sendo, dedicamos o próximo ítem à discussão de alguns pontos que consideramos importantes para expandir os horizontes na tentativa de possibilitar a aprendizagem por parte dos educandos.

1.3.1 O papel da letra na Aritmética e na Álgebra

Tanto a Aritmética quanto a Álgebra utilizam-se das letras para simbolizar algo. Na Aritmética a letra tem a função de indicar uma unidade de medida ou outros objetos, por exemplo, 2m significa "uma medida de dois metros"; na Álgebra, a mesma notação pode significar 2 . m (duas vezes m), onde m representa um valor numérico desconhecido, ou seja, a letra pode representar uma incógnita.

[5] Ver p. 51
[6] Ver p. 51

De fato, a linguagem algébrica, passou por três fases distintas: a **retórica** ou verbal, que se estende desde os babilônios (1700 a.C) até o matemático grego Diofanto (250 d.C); nessa fase todos os passos relativos aos esquemas operatórios sobre números e equações eram descritos em linguagem corrente. A fase **sincopada** do pensamento algébrico teria surgido com Diofanto de Alexandria, que introduziu pela primeira vez um símbolo para a incógnita - a letra *sigma* do alfabeto grego – e utilizou uma forma mais abreviada para expressar suas equações. Este período se estendeu até o início do século XVI. E, finalmente, surge a fase **simbólica** que corresponde ao momento em que as idéias passam a ser expressas somente por meio de símbolos, sem a utilização de palavras. François Viète (1540 – 1603) teve uma grande importância nesta fase, pois embora utilizasse um estilo sincopado, foi responsável pela introdução de novos símbolos na Álgebra. Além de utilizar os sinais "+" e "-", introduziu as vogais para representar quantidades constantes e as consoantes para incógnitas. Nossa notação atual se deve a René Descartes (1596 – 1650), que consolidou o uso da linguagem simbólica, em 1637, com a publicação de La Géomètrie (a Geometria), um dos apêndices de sua obra filosófica Discours de la Méthode (Discurso do Método), em que utiliza as últimas letras do alfabeto (x, y, z,...) como incógnitas (e, implicitamente, como variáveis) e as primeiras letras do alfabeto (a, b, c, d, ...) como quantidades fixas.

As letras foram utilizadas inicialmente para designar um valor desconhecido, visando resolver problemas de ordem prática dos povos antigos, posteriormente sua utilização teve a função de representar um conjunto de valores. Aparentemente, esta ordem continua sendo adotada no contexto educacional, pois a Álgebra é apresentada nos livros didáticos em capítulos destinados às Equações do 1º grau. Em alguns casos, o autor opta por iniciar o capítulo trabalhando expressões e cálculos algébricos para posteriormente abordar a resolução de equações, em que se concebe a letra como uma incógnita. Já a letra representando um conjunto de valores é deixada para ser trabalhada em outro momento, muitas vezes nas séries subseqüentes.

De fato, alguns autores propõem no capítulo destinado às equações do primeiro grau, atividades em que o aluno deve atribuir valores para a letra. Entretanto são poucos os casos em que isso ocorre, ficando para as séries posteriores, mais especificamente para a 8ª série, atual 9º ano, com o estudo de relações e funções o momento em que a letra passa a representar um conjunto de valores, sendo vista como uma variável.

1.3.2 As expressões

A Álgebra utiliza em suas expressões elementos como letras, números e operações que também são utilizadas nas expressões aritméticas. Contudo as expressões aritméticas são consideradas unicamente como procedimentos que visam produzir uma resposta. Na Álgebra, segundo Pressiat:

> [...] ao contrário, os símbolos escritos (expressões, equações, funções) têm sentido por si mesmas, independentemente dos procedimentos que representam na resolução de problemas. [...] o procedimento faz parte do objeto. Assim a + b indica ao mesmo tempo um procedimento (adicionar a em b) e um resultado (soma a e b)[7]. (PRESSIAT,1996, p.10, tradução nossa)

Sfard (1991) propõe duas concepções principais atribuídas a uma expressão algébrica: a concepção estrutural, em que a expressão é vista como um objeto, independente dos procedimentos que representa; a concepção operacional, em que ela é vista como um processo, visando produzir uma resposta. Sfard (1991) defende que, em uma atividade Matemática, articulam-se estas duas concepções de acordo com as necessidades.

1.4 Sobre a Introdução da Álgebra no ensino

Chegou-se a pensar que a dificuldade do aprendizado da Álgebra estaria relacionada com o momento escolhido para introduzi-la no ensino. Acreditava-se que os alunos não teriam alcançado a maturidade e o nível de abstração adequado para compreendê-la. Contudo, se considerássemos que sua introdução formal no 7º ou 8º ano é prematura, poderíamos concluir que o problema seria facilmente resolvido adiando este acontecimento, porém esta experiência foi vivenciada em países como a Inglaterra, não alcançando o êxito esperado (LINS e GIMENEZ, 1997).

---

[7] [...] au contraire, les symboles écrits (expressions, équations, fonctions) ont du sens par eux-mêmes, indépendamment des procédures qu'ils représentent dans la résolution de problèmes. [...] la procédure fait partie de l'objet. Ainsi a + b indique à la fois une procédure (additioner a à b) et un résultat (somme de a et b).

Isso nos leva a supor que a grande questão não é quando, mas sim como iniciá-la. Alguns autores defendem uma introdução antecipada dos entes algébricos, nas Séries Iniciais do Ensino Fundamental, sem institucionalizá-los, é claro, mas explorando generalizações e modelizações possíveis, tais como, um inteiro *par*, pode ser escrito da forma 2k, já um inteiro *impar,* da forma 2k + 1, um quadrado sobre a forma k^2 (CHEVALLARD, 1989, p.22).

Esta opção permitiria que os educandos se familiarizassem gradativamente com as notações utilizadas pela linguagem algébrica, oportunizando melhor entendimento no momento adequado. Porém, esta prática parece ser de certo modo, rejeitada pelos professores responsáveis pelas Séries Iniciais do Ensino Fundamental (BRASIL, 1997), que aparentemente, optam por atribuir aos colegas das Séries Finais a missão de apresentar e institucionalizar os conceitos e técnicas algébricas.

Não estamos defendendo a introdução da Álgebra nas séries iniciais, pois acreditamos que os conceitos formais devem ser apresentados mais tarde, mas concordamos com as orientações dos PCNs no sentido que se deve preparar o educando por meio de questões que possam levá-lo ao desenvolvimento do raciocínio algébrico, o que favoreceria a compreensão dos conceitos e conteúdos deste bloco do saber matemático.

Podemos observar que, além de pesquisas no campo educacional (LINS E GIMENEZ, 1997, CHEVALLARD, 1985, 1989, 1990), os Parâmetros Curriculares Nacionais (1997) fazem menção à possibilidade de desenvolver nas Séries Iniciais alguns aspectos da Álgebra, mas também afirmam que "[...] especialmente nas Séries Finais do Ensino Fundamental as atividades algébricas são ampliadas" (BRASIL, 1997, p.50), e continuam:

> [...] Pela exploração de situações-problema, o aluno reconhecerá diferentes funções da Álgebra (generalizar padrões aritméticos, estabelecer relação entre duas grandezas, modelizar, resolver problemas aritmeticamente difíceis), representará problemas por meio de equações e inequações (diferenciando parâmetros, variáveis, incógnitas, tomando contato com fórmulas), compreenderá a "sintaxe" (regras para resolução) de uma equação (BRASIL, 1997, p.50).

Todavia, Chevallard (1989) alerta para o risco de se produzir uma organização didática[8] patológica, pautada na resolução de problemas. Uma situação-problema, segundo ele, constitui-se de uma série de dificuldades a serem vencidas, e, da forma como é usualmente trabalhada, os alunos parecem, a cada êxito, esquecer-se dos meios e das técnicas utilizadas no caminho percorrido em busca de tal conquista. Talvez por este motivo, Chevallard considere a resolução de problemas um espaço de intensa amnésia didática, justamente pelo fato de que, na maioria das vezes, as estratégias que permitiram chegar à conclusão da situação proposta caem no esquecimento por parte dos educandos, impossibilitando a reutilização de tais procedimentos em situações similares, e, consequentemente, não permitindo a apropriação de tais estratégias, impedindo a composição do conhecimento que deveria ser adquirido na ocasião. Segundo o autor, um problema é algo a se fazer, não a se aprender.

Percebemos claramente que Chevallard (1989) não coloca-se contrário à idéia de se contemplar a qualquer tempo na organização didática, a resolução de problemas, mas atenta para a importância de não centrar as atenções na solução da situação proposta, e sim nos meios que permitiram chegar à resposta esperada. De fato, os procedimentos adotados na execução da atividade em questão, devem ser aprendidos, de modo que o educando possa mobilizá-las em outras situações. Isso nos leva a crer que, desde que o foco seja centrado no estudo dos procedimentos que oportunizam a resolução das situações propostas, as considerações postas por Chevallard (1989) e as orientações colocadas pelos PCN's se complementam.

As opiniões acerca da introdução da Álgebra, tanto dos autores mencionados, como dos PCN's, convergem para orientação de que, além de perfeitamente possível, seria salutar iniciar a utilização da linguagem algébrica o mais cedo possível, como por exemplo, por meio de generalizações possíveis tais como a de três números consecutivos que poderiam ser representados por n, n+1 e n+2, mesmo que de modo informal, porém com o intuito de possibilitar que os alunos se acostumem gradativamente com a linguagem algébrica. Essas generalizações poderiam servir para resolver problemas em Matemática, o que coaduna com a preparação do educando para o momento da passagem da Aritmética

[8] Por Organização Didática entendemos como sendo a resposta (a rigor) à questões do tipo "Como estudar certo tema", o conjunto de tipos de tarefas, de técnicas, de tecnologias, etc., exigidas pelo estudo concreto de um tema. (CHEVALLARD, 1998). Discutiremos melhor este conceito no capítulo 02.

para a Álgebra. Esta passagem visa fazer com que o aluno consiga dar sentido a uma expressão algébrica, que ele veja a letra como representante de um valor numérico, atribuindo significado concreto a ela. Além disso, oportuniza que o aluno consiga passar informações da Linguagem Natural para a Linguagem Matemática ou Algébrica, e compreenda também a mudança de significados dos símbolos de = e + na Aritmética e na Álgebra, etc.

Documentos dirigidos aos professores, como os PCNs, trazem observações acompanhadas de sugestões acerca do momento em que se inicia a utilização dos entes algébricos: a notação, os conceitos, dentre outros. O objetivo é viabilizar práticas como a observação de regularidades em seqüências numéricas, seguida de sua generalização, modelizações, e até mesmo por meio da resolução de problemas algébricos cujas resoluções são inviáveis por meio de raciocínios e procedimentos aritméticos. Entretanto estas sugestões parecem não surtir muito efeito no auxílio ao docente, em suas reflexões e decisões de como proceder para obter um resultado satisfatório no processo de aprendizagem da Álgebra. De fato, levando-se em consideração os resultados de avaliações aplicadas em âmbito nacional como a do SAEB (Sistema de Avaliação da Educação Básica), que revelam que, principalmente em questões que envolvem a Álgebra, o aproveitamento não supera a casa dos 30% (BRASIL, 1997), percebemos a dificuldade em se conquistar um melhor resultado nos conteúdos que compõem este bloco do saber.

Assim sendo, podemos afirmar que o disfuncionamento no processo de ensino e aprendizagem da Álgebra é um fato comprovado, porém suas causas continuam suscitando discussões que visam não somente apontar os porquês, mas também colaborar para que sejam sanadas as dificuldades presentes neste processo, que influencia negativamente no desenvolvimento e no avanço do indivíduo nos estudos desse bloco do saber, bem como das disciplinas afins.

Interessamos-nos assim, nessa pesquisa, pelo momento da introdução da Álgebra, como é feita essa introdução? Por meio da resolução de equações do 1º grau diretamente, ou passando pela apresentação de expressões algébricas e operações envolvendo-as? Enfim, queremos investigar as escolhas feitas e a ênfase dada aos entes algébricos quando se inicia o estudo da Álgebra. Dedicaremos o próximo tópico ao estudo de algumas pesquisas relacionadas a esses temas, com o intuito de obter um pequeno panorama do que tem sido estudado nesse campo, bem como buscar informações que possam contribuir com a nossa pesquisa.

1.5 Algumas pesquisas

O disfuncionamento do desenvolvimento do processo de ensino e aprendizagem da Matemática, em particular no tocante à Álgebra elementar, tem levado vários pesquisadores (PINTO, 2001; BITTAR, 2004; LINS E GIMENEZ, 1997; MENEZES, 2006; QUOC, 2006, dentre outros) a realizar estudos minuciosos no tocante ao ensino, à aprendizagem, às dificuldades no aprendizado, e às concepções de alunos sobre conteúdos algébricos, visando compreender e até mesmo contribuir para a resolução deste problema.

Descreveremos, neste momento, alguns estudos que envolvem livros didáticos, Álgebra, Dificuldades em Álgebra e a Teoria Antropológica do Didático, que abordam assuntos relacionados com a nossa pesquisa, seja separadamente ou agrupados em um mesmo trabalho. Contemplaremos algumas pesquisas existentes nesta área como Pinto (1999), Bittar (2004), Cruz (2005), Menezes (2006), Quoc (2006). Essas escolhas se devem ao fato dessas pesquisas estarem, de alguma forma relacionada ao tema de nossa pesquisa. Além disso, como mostraremos, a Teoria Antropológica do Didático se apresentará como um referencial teórico adotado em algumas pesquisas e que consideramos poder ajudar a responder nossas questões de pesquisa.

1.5.1 Pinto (1999)

Pinto (1999) teve como objetivo em sua pesquisa investigar as concepções de Álgebra e de educação algébrica que se mostravam dominantes entre professores de Matemática. Procurou investigar em seus estudos se havia alguma relação entre a forma como o professor percebia a Álgebra e seu fazer pedagógico em relação a este bloco de conteúdos matemáticos.

Ao desenvolver o estudo das concepções da Álgebra, adotou a proposta de Usiskin (1995), mas também se pautou nas idéias de Lins e Gimenez (1997) no tocante ao estudo acerca das concepções de Educação algébrica. Usiskin (1995) defende que as diferentes formas de utilização das variáveis determinam quatro concepções da Álgebra: Álgebra como Aritmética generalizada, Álgebra como um estudo de procedimentos para resolver certos tipos de problemas, a Álgebra como estudo de relações entre grandezas e a Álgebra como estudo das estruturas matemáticas.

A autora relata que Lins e Gimenez (1997) sugerem que as atividades algébricas podem ser classificadas segundo três concepções de educação algébrica, que são: a *letrista*, relacionada à atividade algébrica como manipulação de letras na resolução de situações-problema; a concepção *letrista-facilitadora* em que a Álgebra é percebida com um alto grau de abstração, necessitando para torná-la mais concreta, do auxílio de situações que visam facilitar sua compreensão por parte dos educandos; a concepção de modelagem Matemática que propõe um trabalho que parta de situações relacionadas à realidade dos alunos para construir o conhecimento algébrico.

Na investigação das concepções da Álgebra e da educação algébrica dominantes entre os professores de Matemática sujeitos da pesquisa, Pinto optou por uma abordagem qualitativa, mas também considerou aspectos quantitativos dos dados coletados na análise dos instrumentos que utilizou, que foram questionários e entrevistas.

A aplicação destes instrumentos foi dividida em dois momentos. No primeiro, a aplicação do questionário, com o intuito de sondar as concepções de trinta e seis professores de Matemática. No segundo momento, a realização das entrevistas, mas desta vez com um grupo reduzido a sete professores que participaram do primeiro momento, visando explorar mais algumas questões que foram aplicadas no questionário supracitado.

A autora verificou que os professores investigados concebem a Álgebra como um estudo de procedimentos para resolver certos tipos de problemas matemáticos. Dentre estes professores foram estabelecidos dois grupos: o primeiro com aqueles que fazem a opção pela concepção da Educação algébrica letrista-facilitadora, que segundo o autor torna o ensino pouco significativo para o aluno; o segundo dos professores que têm uma ampla concepção do conhecimento algébrico, que preferem desenvolver atividades centradas no aprendizado da linguagem algébrica articulada ao desenvolvimento do pensamento algébrico, porém atividades que não refletem a realidade vivenciada pelo aluno.

1.5.2 Bittar (2004)

A autora realizou uma experiência, durante o segundo semestre de 2004, com um software de Álgebra (Aplusix[9]), em uma escola municipal de Campo Grande, com duas ou três sessões mensais, nos moldes de uma Engenharia Didática (Artigue,1990), com duas classes de 8ª série (atual 9º ano). A escolha do software se deu pelo fato deste dispor de listas de exercícios gerados automaticamente (e randomicamente), que tratavam do tipo de exercícios ligados aos interesses da experiência em questão.

O desenvolvimento das sessões era acompanhado por meio de entrevistas e relatórios elaborados pela professora regente. O objetivo da experiência, no tocante à aprendizagem dos alunos no campo da Álgebra, mais especificamente da resolução de equações do 1º grau, era dar aos educandos autonomia tornando-os mais responsáveis pela sua aquisição de conhecimentos.

No desenvolvimento das sessões os alunos poderiam optar por resolver listas de exercícios, neste momento dispunham da ajuda do software, validando ou não os procedimentos realizados por eles na resolução dos exercícios, obtendo assim o *feedback* de suas ações instantaneamente. Poderiam também resolver testes, onde não dispunham das retroações por parte do software no momento que desenvolviam os exercícios propostos, mas poderiam verificar o resultado de seu desempenho tão logo concluíssem as atividades; teriam inclusive a oportunidade de realizar a correção dos exercícios que não obtiveram êxito, desta vez com a ajuda oferecida pelo software, como nas listas de exercícios.

As análises mostraram que o nível de autonomia dos alunos cresceu a cada sessão, e que eles evoluíram de acordo com suas capacidades, não dependendo do grupo para permanecerem no mesmo nível de dificuldade dos exercícios, nem para avançar, ficando a critério de cada indivíduo decidir o que fazer, e em que momento deveria realizar listas ou testes.

Os alunos passaram a trabalhar de modo mais autônomo, pois com a ajuda oferecida pelo software, eles conseguiam verificar a validade ou não dos procedimentos realizados, vislumbrando a possibilidade de sanar suas dúvidas por

[9] Esse software foi desenvolvido pela equipe Did@TIC, do Laboratório Leibiniz, França. Exemplos de atividades e maiores informações sobre o software podem ser encontradas no site http://aplusix.imag.fr.

tentativas, deixando para solicitar a ajuda da professora regente em casos de extrema necessidade.

Traçando um paralelo entre o teste diagnóstico, realizado no início do processo, e o teste realizado ao término da experimentação, Bittar (2004) verificou que houve uma evolução significativa individual dos estudantes. Entretanto, algumas dificuldades permaneceram, o que, segundo ela, mostra que o número de sessões pode ter sido insuficiente para que fosse possível o avanço significativo de todos os educandos em todas as famílias de exercícios sobre equações.

1.5.3 Cruz (2005)

A autora realizou uma pesquisa tendo como objetivo investigar como a noção de variável é tratada em livros didáticos nas Séries Finais do Ensino Fundamental (3º e 4º ciclos). Para tanto, analisou quatro coleções de livros didáticos sob três aspectos: 1º - a relação entre os PCNs e as coleções escolhidas para análise; 2º - as abordagens utilizadas para introduzir e desenvolver a Álgebra nos livros didáticos; 3º - os diferentes usos das letras de acordo com o estudo realizado por Usiskin (1995). As análises dos livros didáticos se deram sob a ótica da organização praxeológica, dentro do quadro teórico da Teoria Antropológica do Didático (CHEVALLARD, 1998).

A autora relata que, embora todas as coleções afirmem estar em consonância com as orientações propostas nos PCNs, apenas uma delas utiliza-se de situações-problema para introduzir o pensamento algébrico. Duas coleções apresentam a organização dos conteúdos de modo linear, aparentemente desconsiderando as orientações dos PCNs, que defendem uma organização que favoreça as interligações entre os diferentes campos da Matemática.

As diferentes formas da utilização das letras são contempladas em todas as coleções, iniciando com as funções de generalizar e traduzir. Na 6ªsérie (7º ano) a letra é utilizada como incógnita, em que representa um valor desconhecido, utilizada na resolução de equações, visando simplificar e resolver.

Na 7ª série (8º ano), a autora verificou que são explorados os procedimentos algébricos, realizando um trabalho abstrato, em que as letras são percebidas simplesmente como símbolos, sinais no papel, sem qualquer significado ou referência numérica. Na 8ª série (9º ano) são apresentados procedimentos para a resolução de equações do 2º grau, a variável pode assumir mais de um valor numérico.

A letra percebida como parâmetro, ou seja, representando um valor do qual dependem vários outros, é contemplada por apenas uma das coleções analisadas. Outro ponto observado nas análises, é que as diferentes formas de utilização das letras são trabalhadas separadamente, ou seja, ora os manuais utilizam a letra como generalizadora de modelos, ora como incógnita, em outro momento como variável, enfim, sem a preocupação de estabelecer qualquer relação entre as diferentes formas de utilização das letras.

1.5.4 Menezes (2006)

Em sua pesquisa, a autora teve como objetivo analisar as inter-relações entre os fenômenos didáticos do Contrato Didático (BROUSSEAU, 1986, 1990, 1998) e da Transposição Didática (CHEVALLARD, 1991) na relação didática estabelecida entre professor e alunos da 6º série (atual 7º ano), tendo como saber em foco a Álgebra, mais precisamente na introdução da Álgebra elementar. Teve como participantes do estudo um professor e seus alunos da 6ª série do Ensino Fundamental, de uma escola particular da cidade de Recife.

A investigação foi realizada em três etapas. A primeira, denominada pela autora de videografia; neste momento foram filmadas todas as atividades relacionadas às atividades algébricas, desde o momento da introdução até o tratamento de equações do primeiro grau. As filmagens eram direcionadas ora ao professor, quando dava explicações mais teóricas, ou relacionadas às atividades, às negociações do contrato, ora aos alunos, quando trabalhavam, com o intuito de detectar suas ações, suas falas, a interação com seus pares.

A segunda etapa da pesquisa consistiu em uma entrevista aberta com o professor, composta de uma única pergunta: Para você, o que é Álgebra e, em particular, o que é Álgebra escolar? Esta pergunta foi colocada para que fosse possível investigar a concepção de Álgebra do professor, a sua relação com o saber algébrico, de modo que permitisse delinear essa relação com a gestão dos fenômenos didáticos e com suas escolhas no trabalho com esse conteúdo do saber com os alunos.

A terceira etapa foi a que a autora denomina de análise de situações pelo professor. Nessa etapa foram apresentados três episódios curtos, retirados das filmagens das aulas para que o professor comentasse o que se passou naquele momento. Esta etapa objetivou investigar como o professor compreendia e analisava alguns fenômenos que ocorreram naquela situação de ensino, e como justificava suas escolhas naqueles momentos de intervenção pedagógica.

A análise dos dados coletados centrou-se fundamentalmente no material das aulas, sendo que as etapas subseqüentes – entrevista e análise de situações – serviram como complemento na elucidação da própria dinâmica das negociações na sala de aula.

A autora observou que o professor tentava exaustivamente manter uma das cláusulas do contrato didático: que a equação fosse entendida como uma igualdade entre quantidades, que deve ser manipulada por meio da realização da mesma operação em ambos os membros, na resolução de uma situação problema. Porém, para os alunos, a resolução da equação deveria ser realizada mobilizando o procedimento de transpor para um membro da igualdade (preferencialmente o primeiro) os números acompanhados das letras – e para o outro membro os demais números, realizando todo um procedimento que envolveria as operações inversas, e que conduziria à descoberta do valor desconhecido.

Segundo a autora, nesse momento houve claramente uma ruptura de contrato, pois a maioria dos alunos preferiu resolver a equação mobilizando o procedimento da transposição supracitado, em detrimento do que era negociado insistentemente pelo professor.

Situações como essas oportunizaram a produção de certos efeitos, que a literatura trata como sendo de contrato. Dois destes efeitos pareceram à autora bastante evidente: 1) o conflito em relação à proposta de tratamento do saber, ensejada pelo professor, e a expectativa dos alunos em relação a como tratá-lo; 2) o uso da balança como metáfora na idéia de equação, quando do tratamento de equações que envolviam quantidades negativas, nestes casos a metáfora da balança não se adequava, a autora denomina este efeito de ‘uso inadequado da metáfora’ (ou da ferramenta didática).

1.5.5 QUOC (2006)

O autor desenvolveu uma pesquisa com o objetivo de estudar as escolhas do ensino da Álgebra, identificar certas condições institucionais e os efeitos destas condições sobre os conhecimentos dos alunos em relação a um objeto do saber "as equações do segundo grau". O autor divide sua pesquisa em quatro partes, denominadas de A, B, C e D, respectivamente.

Nas partes A e B, se coloca no âmbito da Teoria Antropológica do Didático para estudar a relação institucional dos alunos com o objeto "equações do segundo grau", fazendo uma análise dos textos oficiais e dos livros didáticos, nas duas instituições, Viet-Nam e França. Na parte C, apresenta os resultados de uma experimentação, comum às duas instituições, relativa a certo tipo de tarefas T, que descreve como "resolver algebricamente uma equação do segundo grau com uma incógnita".

Na parte D, pautando-se nos resultados obtidos nas três primeiras partes, realiza uma análise comparativa das relações pessoais dos alunos com as tarefas do tipo T, referentes às duas instituições – Viet-Nam e França – o que possibilitou determinar o impacto das diferentes escolhas institucionais nos procedimentos mobilizados por estes alunos.

O estudo das partes A e B permitiu reconstruir a organização do currículo dos dois países, colocando em evidência ligações entre os termos matemáticos que a compõe, suas articulações com os setores (organização matemática regional) no domínio (organização matemática global) que são introduzidos. Isso o levou a sentir a necessidade de estudar assuntos como a fatoração e o desenvolvimento, dentre outros, que se unem na constituição do tema em questão. Permitiu também caracterizar as praxeologias presentes nos manuais das duas instituições.

Na parte C, utilizou o software Aplusix para a aplicação de uma seqüência preparada pelo autor nas duas instituições, visando recolher as produções dos alunos no tratamento dos tipos de tarefas propostos. O trabalho foi realizado no modo teste, sem contar com as retroações dos procedimentos realizados. Os alunos poderiam optar por informar que o exercício foi "Resolvido", "Pular a resolução", "Todo número é solução", ou "Deixo o exercício assim". Na análise à posteriori, utilizou a função videocassete para observar o trabalho dos alunos. Analisa cada exercício com o intuito de verificar com detalhe suas ações para determinar as técnicas e os erros produzidos em cada exercício executado.

Na última parte (parte D), produz os elementos de respostas às questões que se colocam, à partir de uma confrontação do conjunto de resultados obtidos nas partes B e C.

Quoc observou que a Álgebra é privilegiada no currículo vietnamita, e é ensinada essencialmente sob o estatuto de objeto de estudo. A noção de equação é definida inicialmente como a igualdade de dois polinômios, e, posteriormente, como igualdade entre duas funções. Na França, a introdução da Álgebra se faz em um período mais longo, os objetos de estudo da Álgebra surgem sucessivamente nos trabalhos numéricos, no cálculo e funções, e posteriormente na análise. O aspecto objeto da Álgebra não é priorizado, mas sim a dimensão ferramenta.

A noção de equação na França, é definida como uma igualdade de duas expressões literais (algébricas) no ensino correspondente ao Ensino Fundamental, e posteriormente como igualdade de duas funções no correspondente ao Ensino Médio.

No Viet-Nam as técnicas de resolução algébrica dominam sobre as de resolução gráfica. A técnica do discriminante é comprovadamente enfatizada pela proposição de um grande número de exercícios dados na forma canônica $ax^2 + bx + c = 0$ e pela importância dada a esta técnica por parte dos manuais desta instituição.

Na França, a técnica gráfica tem um papel importante na resolução de equações do segundo grau. A dimensão ferramenta das equações do segundo grau na modelagem de problemas são mais presentes que no Viet-Nam. A resolução algébrica é organizada em torno da equação produto $P(x).\ Q(x) = 0$. A técnica do discriminante é introduzida para resolver equações canônicas, ou seja, as que são apresentadas da forma $ax^2+bx+c=0$.

Esta instituição privilegia a importância da capacidade de avaliar a forma da equação dada e de escolher a técnica mais apropriada para resolver tal exercício. Esta capacidade é desenvolvida pela proposição de exercícios em que os alunos são de certa forma, mobilizados a escolher a melhor técnica para aplicar à equação dada.

Em suma, o autor observou que a maior parte dos erros cometidos pelos alunos vietnamitas é de origem conceitual; já entre os estudantes franceses, os erros predominantes são originados por problemas ao efetuarem os cálculos.

1.5.6 Algumas observações sobre essas pesquisas

Das pesquisas que contemplamos na revisão bibliográfica ora apresentada, observamos que Pinto (1999) interessou-se em estudar as concepções dos professores acerca da Álgebra e da Educação algébrica, questionando-se se existe alguma relação entre a concepção do professor e seu fazer pedagógico em relação a este bloco de conteúdos. De certo modo, Menezes (2006) em algum momento de sua pesquisa também se preocupou com tal assunto, mas seu foco foi centrado na introdução da Álgebra no Ensino Fundamental, olhando ora para o professor, ora para o aluno em suas observações e análises. Bittar (2004) também se interessou no trabalho dos alunos. Estudou as dificuldades no processo de ensino e aprendizagem da Álgebra, aplicando uma Engenharia Didática (ARTIGUE, 1990) com o intuito de observar se, no decorrer das sessões, os alunos se tornariam mais autônomos e mais responsáveis pela aquisição dos próprios conhecimentos.

Cruz (2005) investigou o tratamento dado à letra nos livros didáticos, apoiando-se na Teoria Antropológica do Didático, sob a ótica da organização praxeológica, questionando-se acerca de como a variável é tratada nos manuais das Séries Finais do Ensino Fundamental. Quoc (2006), apoiou-se no mesmo referencial teórico e também dedicou-se à análise de manuais aplicando a noção de organização praxeológica, mas realizou uma análise comparativa entre duas instituições – Viet-Nam e França- sobre a resolução de equações do segundo grau a uma incógnita questionando-se: Como é ensinada a resolução de equações do segundo grau nestes dois países?

Em resumo percebemos que todos os autores supracitados olham para a Álgebra centrando seus estudos em diferentes pontos: nas concepções dos professores acerca deste bloco do saber matemático, o tratamento dado às variáveis, nas equações do primeiro grau, dentre outros, e utiliza-se de diversos meios para desenvolver seus estudos: a observação de aulas, a aplicação de seqüências didáticas, a análise de livros didáticos, etc.

Os autores que discutem algumas dificuldades em Álgebra, o fazem focando a origem destas. Quoc (2006), por exemplo, aponta que a origem das dificuldades em Álgebra no Viet-Nam é de ordem conceitual, na França é originada no cálculo. Na verdade, Quoc mostra que nesses dois países as dificuldades têm origens diferentes.

Entretanto, a causa deste disfuncionamento na educação algébrica não é estudada em nenhuma das pesquisas encontradas.

No entanto, Cruz (2005) é a que mais se aproxima de nossa proposta, tanto pela escolha de analisar livros didáticos, pelo momento estudado, a introdução da Álgebra no Ensino Fundamental como pelo referencial teórico adotado, a Teoria Antropológica do Didático (TAD). Porém difere no enfoque, visto que olha o trabalho com as variáveis, enquanto que nos interessamos pela introdução da Álgebra no Ensino Fundamental, buscando verificar se as fontes das dificuldades poderiam estar ligadas ao momento da apresentação da Álgebra aos educandos.

Podemos perceber que a TAD e, em particular, a noção de organização praxeológica tem sido utilizada com sucesso em pesquisas que tratam da Álgebra, que analisam livros didáticos, e que se propõem a caracterizar algo relacionado a um tema ligado à Álgebra. Faremos no próximo parágrafo uma rápida apresentação de alguns objetos desta teoria que será retomada no capítulo 2.

1.6 Teoria Antropológica do Didático

A Teoria Antropológica do Didático (CHEVALLARD, 1990) está entrelaçada a duas outras teorias desenvolvidas por Chevallard: A transposição didática, que estuda as transformações que um saber sofre para que possa ser ensinado, e a ecologia dos saberes, que se interessa pelas condições sob as quais um determinado saber vive em uma instituição, que segundo Chevallard pode ser um país, uma escola, um livro didático, etc. Por sua vez, a TAD oferece instrumentos para investigar e modelar a atividade matemática.

Essa teoria considera que toda atividade humana consiste em realizar uma tarefa t, que se exprime por um verbo, pertencente a um conjunto de tarefas do mesmo tipo T, através de uma técnica τ, justificada por uma tecnologia θ, que por sua vez, é justificada por uma teoria Θ. Parte do postulado que qualquer atividade humana põe em prática uma organização, denominada por Chevallard (1998), de praxeologia, ou organização praxeológica, simbolizada pela notação $[T, \tau, \theta, \Theta]$.

Chevallard (1990) considera ainda que o par $[T, \tau]$ é relacionado à prática, e pode ser compreendido como um saber-fazer, e o par $[\theta,\Theta]$ é relacionado à razão, e é compreendido como o saber. Chevallard define assim a organização praxeológica $[t, \tau, \theta, \Theta]$, em que temos um bloco prático $[T, \tau]$, composto dos tipos de tarefas e técnicas, o chamado saber fazer, e um bloco teórico [θ, Θ], composto pelas tecnologias e teorias, o bloco do saber.

Este modelo de praxeologia [T, τ, θ, Θ] representa uma peça elementar, denominada praxeologia pontual, porém este tipo de praxeologia raramente aparece de forma isolada. Ocorre que estas peças elementares virão a se unir para formar as praxeologias locais [T_i, τ_i, θ, Θ], que são centradas em uma mesma tecnologia, ou seja, vários *saber-fazer*, justificados pelo mesmo *saber*.

As praxeologias locais, por sua vez, se unirão formando as praxeologias regionais [T_{ij}, τ_{ij}, θ, Θ], que são apoiadas em uma mesma teoria. Além das praxeologias supracitadas, Chevallard (1998) nomeia as praxeologias globais, o complexo praxeológico [T_{ijk}, τ_{ijk}, θ_{ij}, Θ_k], formadas pela agregação de várias teorias Θ_k. Apresentamos a seguir a ilustração da formação destas praxeologias.

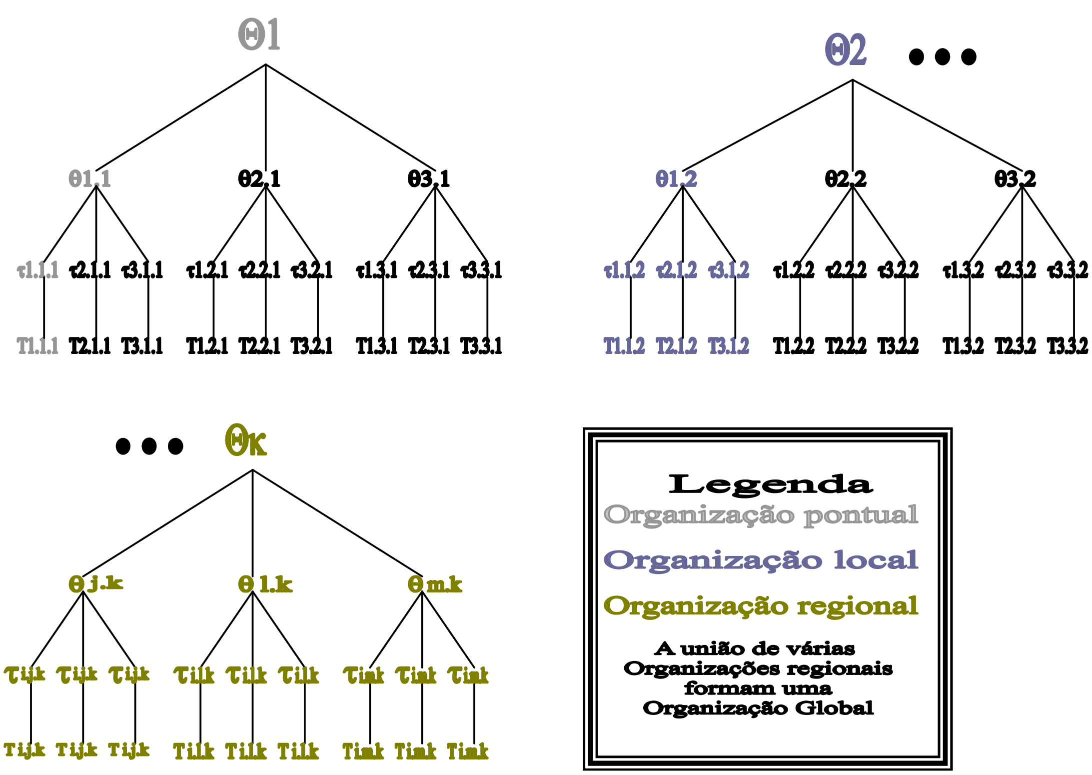


Fig.01-Organizações Praxeológicas

Chevallard (1990) define, ainda dentro do quadro teórico da TAD, outros objetos tais como organização didática, organização matemática, objetos ostensivos, objetos não-ostensivos, a noção de momentos didáticos, bem como a noção de valência instrumental de um objeto que serão apresentados e descritos no decorrer do próximo capítulo.

1.7 Nossa pesquisa

Nossas indagações iniciais eram referentes às dificuldades de aprendizagem dos alunos em Álgebra. Após realizarmos algumas leituras relacionadas a esse tema, começamos a nos questionar se uma das fontes dessas dificuldades não poderia estar ligada à forma como a álgebra é apresentada aos alunos, ou seja, nosso questionamento foi na direção de buscar algumas respostas ligadas à forma de apresentação da álgebra aos alunos.

Decidimos nos dedicar, então, principalmente ao momento da apresentação formal da Álgebra aos alunos. Propomos assim, um estudo mais apurado de como se dá o ensino da Álgebra na Educação brasileira. Delimitamos nosso objeto de pesquisa à Caracterização do ensino da Álgebra nos livros didáticos do Ensino Fundamental brasileiro.

Interessamos-nos em analisar quais conceitos e conteúdos são abordados inicialmente, bem como o que é privilegiado nas escolhas didáticas feitas neste momento, visando encontrar elementos de respostas a diversas questões que apresentaremos no decorrer do próximo capítulo, quando definiremos melhor nosso objeto de pesquisa e outros aspectos importantes de nosso trabalho.

CAPÍTULO II

2.1 O Objeto e os objetivos da pesquisa

Os estudos preliminares que fizemos, permitiram constatar que a introdução da Álgebra no Ensino representa um momento carregado de significados e importâncias, muitas vezes desconhecidas dos docentes encarregados desta missão. De fato, a apresentação desse bloco de conteúdos do saber matemático aos alunos, marca a fronteira entre dois momentos da Educação Matemática: aquele em que os raciocínios são basicamente pautados em situações concretas, que tratam de objetos palpáveis e existentes no mundo real; e o momento em que serão introduzidos raciocínios abstratos, que exigirão do aluno a capacidade de raciocinar em cima de situações hipotéticas e manipular objetos abstratos.

Além disso, o fato de a Álgebra fazer parte somente do mundo da escola, e se tratar de uma poderosíssima ferramenta para resolver problemas não somente da Matemática, mas também de outras ciências tais como a Física e a Química, o baixo aproveitamento em situações que envolvem o raciocínio algébrico, pode comprometer o desempenho do aluno nestas disciplinas, podendo levá-lo a se desmotivar, e até mesmo a desistir dos estudos. Mesmo alunos da 8ª série do Ensino Fundamental, atual 9º ano, apresentam dificuldades na resolução de exercícios inerentes a conteúdos que são tratados desde a introdução da Álgebra, em particular na resolução de equações do 1º grau. (RIBEIRO, 2001).

Como dissemos anteriormente, foi com a intenção de compreender essas dificuldades que delimitamos nosso objeto de pesquisa como sendo a Introdução da Álgebra no Ensino Fundamental.

Conforme observamos na revisão bibliográfica apresentada no capítulo anterior, existem diversas pesquisas que estudam a dificuldade dos educandos no aprendizado da Álgebra. Em nosso trabalho, direcionamos nosso olhar para o ponto de vista da Álgebra que é proposta para ser apresentada aos alunos. Dos diversos meios para se ter acesso ao saber a ser ensinado, temos os documentos oficiais, as diretrizes curriculares, os planos de aulas dos professores e os livros didáticos, dentre outros. Porém, em toda pesquisa é necessário fazer recortes para que a mesma seja realizada com o rigor que se faz necessário. Optamos assim por caracterizar a introdução formal da Álgebra presente nos livros didáticos, não de uma escola específica, mas da instituição livro didático no Brasil na época atual. A escolha dos livros didáticos a serem analisados será detalhada no item 2.5.

A decisão de ter acesso ao saber a ser ensinado por meio dos livros didáticos se apóia na afirmação de Assude (1996): segundo essa autora, no caso de não se realizar a observação efetiva do funcionamento da sala de aula, a análise dos manuais é fundamental e complementa a análise dos programas. Além disso, a análise dos livros didáticos é necessária para que tenhamos maior acessibilidade ao saber a ensinar presente nos manuais, o que poderá nos possibilitar a compreensão do que se pretende fazer no tocante à educação algébrica.

Para tanto, definimos nossos objetivos como sendo:

Objetivo geral:

- Caracterizar a introdução formal da Álgebra nos livros didáticos brasileiros do Ensino Fundamental.

Objetivos específicos:

- Realizar uma análise praxeológica matemática do capítulo introdutório de Álgebra de livros didáticos brasileiros do 7º ano do Ensino Fundamental.
- Realizar uma análise praxeológica didática do capítulo introdutório de Álgebra de livros didáticos brasileiros do 7º ano do Ensino Fundamental.

2.2 Referencial teórico e metodológico

Em nossas análises dos livros didáticos, olhamos a forma que o autor propõe o texto do saber, visando identificar que tipo de proposta é feita, como organiza e apresenta os conceitos e conteúdos algébricos, com o intuito de encontrar elementos de respostas às nossas questões, permitindo-nos caracterizar a Álgebra presente no Ensino Fundamental brasileiro. Nesse sentido, a Teoria Antropológica do Didático parece responder com mais eficácia nossas questões de pesquisa.

Ao realizar o estudo praxeológico da introdução da Álgebra nos livros didáticos, verificamos quais tipos de tarefas são propostas, e quais técnicas são associadas a elas. O bloco teórico/tecnológico não é explicitado pelos autores nos livros didáticos do Ensino Fundamental. Neste nível não se apresenta a teoria, talvez por influência do Movimento da Matemática Moderna, quando houve uma supervalorização da técnica em detrimento da explicação do funcionamento desta, que ainda influencia o trabalho da Álgebra atualmente. É importante esclarecer que a tecnologia pode não aparecer explicitamente nos livros didáticos, mas deve haver algum discurso sobre as técnicas propostas, e é isso que se faz necessário extrair dos manuais para, a partir daí, conseguir observar as organizações matemáticas propostas por cada autor.

Adotamos a Teoria Antropológica do Didático para estudar, tanto a abordagem do conteúdo do ponto de vista matemático, quanto do ponto de vista das escolhas didáticas. Acreditamos que a observação realizada através da delimitação da praxeologia didática – ou organização didática – e da praxeologia matemática – ou organização matemática – nos fornecerá elementos de respostas às nossas questões de pesquisa. Assim, discutimos a seguir mais alguns aspectos da TAD que julgamos importantes para o desenvolvimento de nossa pesquisa.

2.2.1 Teoria Antropológica do Didático - TAD

Uma praxeologia matemática ou organização matemática é elaborada em torno de uma noção, ou conceito inerente à própria Matemática. Segundo Bosch:

> [...] o objetivo de um processo de ensino [e] aprendizagem pode formular-se nas perspectivas dos componentes das organizações matemáticas que se desejam reconstruir: que tipos de problemas devem ser capazes de resolver, com quais tipos de técnicas, com base em quais elementos descritivos e justificativos, com qual referencial teórico, etc. (BOSCH, 2000, p.3, tradução nossa).

Ou seja, refere-se à realidade Matemática que se pode construir em uma aula desta disciplina onde se estuda um determinado tema; ela deve permitir que os alunos atuem com eficácia para resolver problemas e, ao mesmo tempo, entender o que fazem de maneira racional. (BOSCH ET CHEVALLARD, 2001).

As praxeologias didáticas ou Organizações Didáticas são as respostas (a rigor) a questões do tipo “Como realizar o estudo de determinado assunto”. Referem-se ao modo que possibilita a realização do estudo de um determinado tema, o conjunto de tipos de tarefas, de técnicas, de tecnologias, etc., mobilizadas para o estudo de um tema. Também se referem às escolhas realizadas no tocante à abordagem, à estrutura e ao desenvolvimento do trabalho de certo conceito ou conteúdo. (CHEVALLARD, 1998)

Não poderíamos esperar que o processo de estudo de certa organização matemática fosse realizado de maneira única, visto que sua (re) construção depende de vários fatores que norteiam e indicam as escolhas didáticas adequadas àquela situação, tais como a realidade vivenciada, os materiais disponíveis, enfim, tudo aquilo que possibilita e oportuniza a condução do estudo da organização matemática em questão. Entretanto, percebemos que quaisquer que sejam as escolhas adotadas no curso, dos trabalhos de estudos, de dada organização matemática, algumas situações são necessariamente presentes, mesmo que estas se apresentem de formas variadas, tanto quantitativamente como qualitativamente. Estas situações serão denominadas de momentos de estudos ou **momentos didáticos**, porque podemos dizer que qualquer que seja o caminho escolhido, ele conduzirá inevitavelmente a um momento de fixação, ou de institucionalização, ou em um momento que demandará o questionamento do que é válido acerca do que foi construído, que caracteriza o momento de avaliação, dentre outros.

A noção de momento não está relacionada a um caráter temporário do processo de estudo, mas sim a uma dimensão dentro de um espaço multidimensional, que compõe o processo de estudo. Uma gestão de estudo salutar exige que os momentos didáticos aconteçam em ocasiões oportunas, porque estes se realizam geralmente várias vezes no decorrer do processo de estudo, sob uma multiplicidade de episódios reveladores no tempo. A questão que se coloca então é de se ter clareza da importância desses diversos momentos e de como é realizado o trabalho didático colocando em prática ida e vinda desses momentos.

Os momentos didáticos representam assim, uma realidade funcional, antes de ser uma realidade cronológica. Qualquer tentativa de ordenar seus acontecimentos adquire um caráter extremamente arbitrário, visto que um momento pode acontecer por várias vezes, isoladamente, ou em conjunto com outros simultaneamente, e voltar a ser vivido, por exemplo, no momento da retomada do assunto trabalhado. Segundo Chevallard (2001) pode-se analisar como uma determinada organização didática coloca em prática certa organização matemática, investigando a maneira como são realizados os diferentes momentos de estudo. Assim, uma dada organização matemática pode ter sido posta em prática por diferentes organizações didáticas o que, certamente, implicará em diferentes resultados de aprendizagem; daí a importância de investigar a organização didática vinculada a uma organização matemática, o que é possível por meio do estudo dos momentos didáticos.

O primeiro momento descrito por Chevallard (2001) é o *primeiro encontro* com a organização que está sendo estudada; o segundo momento é o da *exploração* do tipo de tarefas T_i e de *elaboração de uma técnica* τ_i relativo a este tipo de tarefas; o terceiro momento é o da *constituição do ambiente tecnológico-teórico relativo à técnica*; o quarto momento é o do *trabalho da técnica*, que visa melhorá-la, torná-la mais confiável, o que geralmente exige aprimorar a tecnologia até então elaborada, e aumentar o controle que se tem sobre a técnica; o quinto momento é o da *institucionalização*, que mostra o que realmente é a organização matemática constituída, apontando os elementos que permanecerão definitivamente na organização matemática e os que serão dispensados. Finalmente o sexto momento, o da *avaliação*, que se articula com o momento da *institucionalização* e permite relançar o estudo, demanda a retomada de alguns dos momentos, e eventualmente do conjunto do trajeto didático.

Entretanto, nem sempre em uma organização didática ocorrerão, ou serão encontrados, todos esses momentos. Se considerarmos, por exemplo, uma opção por uma abordagem axiomática da matemática, possivelmente o que Chevallard chama de 1º encontro não ocorre e deve-se entrar diretamente no momento da exploração da tarefa e da elaboração de uma técnica.

Por isso na análise de livros didáticos, a identificação e estudo desses momentos, de como eles ocorrem é fundamental para a identificação da organização didática proposta pelo autor.

Ainda dentro do quadro teórico da Teoria Antropológica do Didático, Bosch e Chevallard (1999) definem Objetos Ostensivos e não-Ostensivos. Ostensivos são os objetos materiais, ou dotados de certa materialidade, que podem ser manipulados, e também percebidos pelos órgãos dos sentidos. Os gestos, a fala, a escrita, os gráficos, a borracha, são ostensivos. O que os caracteriza é o fato de ser possível manipulá-los, entendendo a manipulação no sentido amplo da palavra, podendo a própria palavra ser manipulada.

Sendo assim, entendemos que a linguagem algébrica e suas notações são consideradas Objetos Ostensivos, pois estas podem ser registradas, e manipuladas de acordo com o que se pretende realizar no campo da Álgebra. Em nosso trabalho, denominamos tais notações como Ostensivos Algébricos. Também utilizamos em nosso trabalho o termo Ostensivo Gráfico, neste caso, nos reportamos às ilustrações tais como, os gráficos, as tabelas e os desenhos.

Já os não-ostensivos são aqueles objetos, que ao contrário, não podem ser manipulados, e cujo acesso somente é possível pelo pensamento, são eles os conceitos, as idéias, que podem ser evocados com a ajuda dos ostensivos. A resolução de um problema supõe a utilização articulada de certo número de ostensivos e não-ostensivos.

Bosch e Chevallard (1999) definem, então, a valência instrumental de um ostensivo e a valência semiótica. A valência instrumental permite manipular o objeto, ou seja, trabalhar com a escrita, as palavras, etc. A valência semiótica permite observar o trabalho que se está realizando. Podemos ter uma idéia de como ocorre esta articulação por meio de um exemplo que colocaremos a seguir:

- ✓ Quando precisamos resolver uma equação, dada em linguagem algébrica, ou seja, em ostensivo algébrico, manipulamos esse ostensivo e observamos o que obtivemos; se o resultado não é o esperado, voltamos a manipulá-la.
- ✓ Esse processo é realizado em um trabalho dialético entre ostensivos e não-ostensivos, pois o que nos permite avaliar o trabalho realizado são os conceitos, as idéias que dispomos acerca do assunto. Até mesmo as manipulações são possíveis devido aos conhecimentos que temos.

Uma vez que os objetivos da pesquisa foram definidos, bem como o referencial teórico-metodológico que consideramos pertinente para atingir esses objetivos, passamos à discussão da escolha dos materiais a serem analisados.

2.3 Materiais escolhidos

Com o intuito de estudar nosso objeto de pesquisa, nos pautamos nos programas, tais como o PNLD (Programa Nacional do Livro Didático) e os PCNs (Parâmetros Curriculares Nacionais) e nos livros didáticos. Recorremos aos programas, pois neles são definidos os objetos a ensinar, as expectativas em relação às recomendações e exigências, bem como as finalidades do ensino. Também recorremos aos livros didáticos, pois eles apresentam os objetos a ensinar, de acordo com as orientações dos programas e parâmetros da educação brasileira, e com o nível adequado a cada ano/série a ser trabalhado.

Em relação aos livros didáticos, os escolhemos, em meio a uma gama de materiais possíveis, pois, segundo Bittar (2007)

> A origem do ensino da Matemática no Brasil está fortemente associada à própria história dos livros didáticos. Esta é uma das conclusões dos estudos empreendidos por Valente (2003 a), ao mostrar também a existência de uma relação de dependência entre o enfoque dado a um curso de Matemática e as características do livro adotado. Assim, consideramos ser um pressuposto plausível admitir que o livro didático exerça uma importância considerável nas atuais tendências da Educação Matemática. (BITTAR et al., 2007, p.5)

Com efeito, acreditamos que ao optar pela adoção de determinada coleção, o educador o faça escolhendo aquela que mais se aproxime de suas crenças ou de sua prática pedagógica. Desta forma, entendemos que ao analisar este material, cuidadosamente selecionado, é possível identificar qual o "saber a ensinar"[10]que está proposto em cada manual, referente ao 7º ano do Ensino Fundamental, consequentemente teremos uma visão privilegiada da Álgebra presente na educação escolar.

Para realizar nossa investigação, utilizamos três coleções, aprovadas pelo Programa Nacional do Livro Didático (BRASIL, 2008), que adotam posturas diferentes em relação ao ensino, visando alcançar uma maior abrangência e eficácia dos elementos de respostas obtidos em nossas análises. O motivo pelo qual cada coleção foi escolhida será detalhado do tópico 2.5.

2.4 Foco das análises

Para as análises dos programas e as dos manuais didáticos, centramos nossa atenção no início da educação algébrica, ou seja, na introdução formal da Álgebra, que acontece no 7º ano do Ensino Fundamental. Na análise dos programas, buscamos informações que nos levem a delimitar até que ponto devem ser aprofundado os conhecimentos algébricos na série em questão.

Nos manuais, o objetivo é analisar de que modo o pensamento algébrico é constituído pelo autor, por meio do discurso presente no livro didático, e compreender o que se deseja ensinar, realizando o estudo das Organizações

[10] Trata-se de um saber ligado a uma forma didática que serve para apresentar o saber ao aluno (Chevallard, 1991)

Matemática e Didática e identificando que tipo de tarefas, técnicas e momentos didáticos são contemplados na constituição do capítulo estudado.

Nosso interesse é observar a forma que o livro didático apresenta e organiza o capítulo destinado à apresentação da Álgebra, geralmente referente a equações do 1º grau, e se a organização da parte teórica, que chamamos parte curso, se mantém na parte destinada ao desenvolvimento de atividades propostas aos alunos, que chamamos parte exercício, dando suporte ao desenvolvimento das atividades propostas.

Porém, antes de proceder as referidas análises, fez-se necessária a escolha das coleções, visto que no Brasil, são inúmeras as possibilidades.

2.5 A escolha dos manuais

Preferimos escolher os manuais entre aqueles aprovados pelo PNLD (2008), pelo fato de ser uma instituição que faz parte da noosfera. Acreditamos que se os órgãos competentes aprovam e indicam a adoção de certa coleção, deve-se ao fato de esta apresentar-se em consonância total ou parcial, com os padrões e exigências colocadas pelos programas que regem, de certa forma, o ensino.

Também achamos oportuno realizar uma espécie de levantamento que nos apontasse algumas coleções utilizadas em nossa região, por ser mais viável a obtenção destes dados nesta localidade, visto que nossa intenção foi trabalhar com manuais que estão efetivamente em uso, representando melhor a realidade vivenciada no ensino da Álgebra.

Das coleções apontadas no levantamento supracitado, selecionamos as que íamos analisar. Nossa seleção visou contemplar manuais que tomem posturas diferenciadas no contexto educacional, seja ela tecnicista, construtivista, ou outra, desde que fosse diferente das demais escolhidas, com o intuito de obter uma maior abrangência de material para ter melhores elementos de resposta às nossas questões.

Como nos interessamos em estudar as intenções do autor em relação à educação algébrica, o que ele propõe, como apresenta e conduz o assunto, utilizamos o manual do professor. Esse manual, além de trazer todo o conteúdo presente no livro do aluno, vem complementado com instruções para a abordagem e para o trabalho com o educando, e contém ainda as respostas, e em alguns casos as resoluções das questões colocadas aos alunos, fornecendo assim informações mais consistentes, que explicitam as expectativas do autor em relação à resolução dos exercícios propostos. Ou seja, não foi objetivo desta pesquisa discutir as possibilidades de resolução dos alunos, mas sim o que os autores pretendem que seja feito segundo a apresentação feita por eles.

2.6 Procedimentos de análise

Neste parágrafo vamos explicitar como nossas análises foram realizadas. Para isso, em diversos momentos optamos por fazê-lo com o uso de exemplos extraídos de nossos protocolos.

2.6.1 Organização didática

Analisamos o capítulo dedicado às equações do 1º grau presentes nos manuais do atual 7º ano das três coleções, com o intuito de detectar e estudar os momentos didáticos que estão presentes na parte do livro didático que marca a introdução formal da Álgebra no Ensino Fundamental. Também visamos observar o que é privilegiado, como são feitas as escolhas, e verificar a forma como é apresentada no capítulo em relação aos entes algébricos, nos exercícios resolvidos e propostos.

As escolhas dos autores face à apresentação e o desenvolvimento do assunto são retratados pela análise da organização didática presente naquele capítulo do manual analisado. Esta organização é apresentada no capítulo 3 dessa dissertação.

2.6.2 Organização matemática

Ao analisarmos os livros didáticos à luz da organização praxeológica, procedemos do seguinte modo:

- ✓ Identificação dos tipos de tarefas: observamos inicialmente todas as atividades presentes no capítulo a ser analisado, em todas as coleções, tanto nas partes destinadas à teoria, quanto nas partes dos exercícios propostos. As atividades e exemplos presentes na parte curso[11]permitem identificar os tipos de tarefas julgadas importantes naquela instituição, no caso o livro didático. A parte exercício[12] permite identificar o conjunto de tarefas que reagrupamos as tarefas em tipos de tarefas. Como ressalta Artaud (2005) a noção de tipo de tarefas tem como principal função na análise, de permitir o agrupamento de tarefas julgadas suficientemente próximas, a importância dos grupos de tarefas dependem ao mesmo tempo da realidade modelizada, e da instituição em que se emprega o trabalho conduzido. No momento em que elaboramos a lista de tipos de tarefas e as nomeamos, colocamos todos os tipos de tarefas que identificamos nas três coleções por nós escolhidas.

✓ Identificação das técnicas: Após a identificação dos tipos de tarefas, nos apoiamos nos exercícios resolvidos, nos exemplos e nas observações dos autores das três coleções, para caracterizar as técnicas. Em resumo, essas representam a maneira de cumprir determinada tarefa, de acordo com o momento e as condições que é proposta. Vale ressaltar que ocorre na lista de técnicas o mesmo que na de tipos de tarefas, ou seja, nesta lista são colocadas todas as técnicas identificadas e nomeadas, para posteriormente procedermos a análise propriamente dita. Fazemos esta escolha com o intuito de unificar as notações utilizadas no estudo, independente da coleção ora em pauta.

✓ Identificação das tecnologias: As tecnologias podem estar presentes nos discursos colocados pelos autores no decorrer do capítulo, seja em uma observação, ou em notas informativas, ou mesmo em comentários posicionados estrategicamente com o objetivo de justificar a técnica ora apresentada. Contudo, acerca da identificação das tecnologias, observamos que os livros didáticos do Ensino Fundamental, de um modo geral, centram seu foco no bloco referente ao saber fazer [T, τ], preocupando-se sobremaneira com a apresentação, o desenvolvimento e a aplicação de técnicas, sem justificativas acerca de sua validade ou funcionamento. Talvez isso ocorra pelo nível do tratamento do assunto, ou mesmo pela influência do

---

[11] Vamos nomear, neste trabalho, Parte Curso, aquela em que o autor apresenta os conceitos e conteúdos, fornece informações, sugestões, dados teóricos e resolve exercícios.

[12] Nomearemos, Parte Exercício, aquela destinada à proposição de exercícios a serem resolvidos pelos educandos.

tecnicismo que ainda incide sobre a Educação Matemática. Os manuais por nós escolhidos não são diferentes, o que nos leva à necessidade de fazer algumas inferências no momento de elencar as tecnologias e teorias, visto que o discurso encontrado nos manuais não oferece subsídios para extraí-las do próprio texto.

Outra observação importante, é que toda tarefa deve ser resolvida por meio de uma ou de várias técnicas, que a torna executável; cada técnica é ligada a uma tecnologia que a justifica, e por fim, esta tecnologia é justificada por uma teoria. Porém, nem sempre um tipo de tarefa é resolvido com a utilização da mesma, ou das mesmas técnicas. (BOSCH e CHEVALLARD, 2001).

Apresentaremos a seguir, dois exemplos presentes em uma das coleções por nós analisada, visando ilustrar este fato. Os exercícios em questão pertencem ao conjunto de tarefas T_4 – Resolver equações do tipo $\begin{cases} ax+bx+cx=d \\ ou \\ P(x)=Q(x) \end{cases}$, dadas em Linguagem Natural e/ou apresentadas em Ostensivos Gráficos, que entendemos como figuras, gráficos, ou ilustrações diversas.

Exemplo de uma tarefa[13]

Um terreno retangular tem 18 m a menos de largura do que de comprimento. O perímetro do terreno é de 84 m. Qual é o comprimento do terreno? E a largura?

A seguir apresentamos a resolução do exercício efetuada com base nas sugestões do autor.

Equação e resposta fornecidas no livro do mestre.

$$x + x + (x - 18) + (x - 18) = 84$$
$$4x - 36 = 84$$
$$4x = 84 + 36$$
$$x = \frac{120}{4}$$
$$x = 30$$

Resposta: O comprimento do terreno é 30m (x), e a largura é 12m.

O autor sugere na parte curso do tópico, que na resolução deste exercício proposto se utilize as Operações Inversas para "desfazer" as operações realizadas na construção da equação. Analisando essa resolução, concluímos que, para executar esta tarefa, o aluno necessitaria mobilizar as seguintes técnicas: Aplicar o conceito de

[13] Exercício nº 44, página 216 – C2 – Tópico "Resolução de equações com o uso das operações inversas".

perímetro para obter uma equação; Reduzir os termos semelhantes; aplicar o conceito de Operações Inversas (resolver aritmeticamente).

Exemplo de uma tarefa[14]

> A diferença entre certo número e 10 é igual à terça parte deste número. Que número é esse?

Resolução do exercício:

Equação e resposta fornecidas no livro do mestre.

$$x - 10 = \frac{x}{3}$$

$$3\,(x - 10) = 3\,\frac{x}{3}$$

$$3x - 30 = \frac{3x}{3}$$

$$3x - 30 = x$$

$$3x - 30 + 30 = x + 30$$

$$3x = x + 30$$

$$3x - x = x + 30 - x$$

$$2x = 30$$

$$\frac{2x}{2} = \frac{30}{2}$$

$$x = 15$$

Resposta: Esse número é 15.

Nos exercícios resolvidos o autor inicia a resolução de um exercício semelhante a este sugerindo que se multipliquem ambos os membros pelo valor do denominador da fração. Percebemos claramente que tal sugestão tem a finalidade de eliminar o denominador, mantendo a equivalência entre os membros. Neste caso, o aluno teria que mobilizar as técnicas:

* Utilizar números, letras e símbolos matemáticos para decodificar uma sentença dada em Linguagem Natural e/ou Ostensivo Gráfico.

*Algébrica (que faz a analogia com a balança em equilíbrio).

*Aplicar a propriedade distributiva da multiplicação.

*Reduzir os termos semelhantes.

Percebemos que a primeira tarefa apresentada envolve o conceito de perímetro, e a segunda a noção de fração, no caso "terça parte". Estas tarefas pertencem a um mesmo tipo de tarefas, porém, localizadas no manual, em relação ao desenvolvimento e à apresentação dos procedimentos pelo autor, em ocasiões diferenciadas. Isto significa que as técnicas sugeridas nas orientações que antecedem

[14] Exercício nº 53, página 219 – C2 – Tópico "Explorando a idéia de equilíbrio e resolvendo equações".

sua proposição são diferenciadas: no caso da primeira tarefa apresentada utiliza a técnica que denominamos aritmética, das operações inversas, e a segunda mobiliza a técnica algébrica, que faz a analogia com a balança em equilíbrio.

Para definir as técnicas a serem mobilizadas para resolver uma tarefa, devemos levar em consideração inicialmente o enunciado da atividade, as solicitações que este traz consigo, bem como o momento que é proposto, no que se refere às técnicas apresentadas e às sugestões e comentários feitos pelo autor, presentes no tópico em que se propõe o exercício, de modo a tornar possível sua execução completa e eficaz. Isso significa que, em nossa análise, consideramos somente a solução esperada pelo autor do livro didático, o que é feito a partir da análise dos exercícios resolvidos e das explicações teóricas.

O autor da coleção C2 tende a aumentar gradativamente o nível de dificuldade das tarefas no decorrer do capítulo. As tarefas pertencentes a um mesmo tipo podem figurar em vários momentos distintos, demandando assim a mobilização de mais técnicas, ou até mesmo técnicas diferenciadas. Deste modo, podemos perceber que os tipos de tarefas e técnicas não se apresentam atreladas umas as outras, podendo uma tarefa t, pertencente a certo tipo de tarefas T, ser resolvida ora com o auxílio de uma técnica ou mesmo um conjunto de técnicas, ora mobilizar outras além das utilizadas anteriormente, dependendo das técnicas até então apresentadas, bem como do desenvolvimento do capítulo na ocasião da proposição da tarefa em questão.

Ao realizarmos nossas análises, construímos planilhas referentes a cada coleção, com o intuito de dispor os tipos de tarefas e as técnicas que se relacionam em cada situação, pretendendo conhecer a organização matemática presente em cada um dos manuais, de acordo com as análises dos exercícios resolvidos, no caso denominada por nós de parte curso, e a parte dos exercícios propostos aos alunos, que denominamos parte exercício.

Julgamos conveniente também, separar as planilhas referentes à parte curso e à parte exercícios, visando obter uma visão mais pontual de cada uma destas partes, pois na parte curso o autor propõe e resolve exercícios explicitando, de certo modo, as técnicas e a forma que espera que os exercícios colocados na parte exercícios sejam executados. Já na parte exercício, propõe situações diversas, que são executáveis, na maioria das vezes mobilizando as técnicas ora apresentadas, com algumas exceções. Estas exceções podem ser representadas por exercícios não-convencionais, ou seja, exercícios que se apresentam na forma de adivinhas, jogos, situações que necessitam somente de um raciocínio lógico, ou que demandam a criação do enunciado de uma equação dada, enfim, aqueles que fogem de um determinado padrão adotado no ensino. A divisão das tabelas deve-se ao fato de desejarmos analisar se a organização matemática da parte curso se mantém na parte exercício, ou seja, se o autor propõe aos alunos exercícios com os mesmos critérios adotados na parte curso, destinados aos exemplos e exercícios resolvidos, ou se muda de estratégia em relação às proposições das situações. Dessa forma, conseguimos ter uma melhor compreensão da proposta desse autor na educação algébrica.

As tabulações das informações supracitadas têm como objetivo verificar a ênfase que é dada aos tipos de tarefas e às técnicas nos livros didáticos, além disso, após confrontar os dados obtidos na parte curso e na parte exercício separadamente em cada um dos três manuais, procedemos ao cruzamento dos dados extraídos, visando verificar se o autor mantém a mesma organização matemática nestas duas partes do capítulo. Coletados os dados provenientes desta ação, confrontamos as informações obtidas nos manuais das três coleções, desta vez com o objetivo de obter o que ocorre no tratamento da Álgebra nos livros didáticos.

Olhamos a parte curso do capítulo destinado às equações do 1º grau de cada coleção, com o intuito de compreender como o autor conduz a apresentação do conteúdo. As escolhas do autor no que cerne à apresentação e à proposição de atividades, bem como seus comentários e exercícios resolvidos, nos permitem conhecer a organização didática presente em sua obra.

O cruzamento de dados se dará então, em dois momentos, um interno, considerando as organizações didáticas e matemática da parte curso e a organização matemática da parte exercício de cada uma das coleções, e um externo, em que confrontamos os dados obtidos no estudo do conjunto das três coleções. Deste modo, esperamos caracterizar o ensino da Álgebra no Ensino Fundamental.

Metodologicamente, a Teoria Antropológica do Didático nos auxilia na organização dos dados e na obtenção de elementos de respostas às nossas questões. Realizamos assim, o estudo da organização didática, da organização matemática da parte curso e da organização matemática da parte exercício da coleção C_1. De posse dos resultados, procedemos ao cruzamento dos dados obtidos, produzindo um resultado individualizado desse manual. O mesmo procedimento foi adotado em relação às outras duas coleções, C_2 e C_3. Além disso, confrontamos os dados obtidos no estudo dos três manuais analisados, possibilitando assim o conhecimento das diferenças e similitudes nelas presentes. O cruzamento dessas informações nos fornece os resultados que permitem chegar à conclusão de nossos estudos.

De uma forma esquemática podemos simbolizar estas ações do seguinte modo:

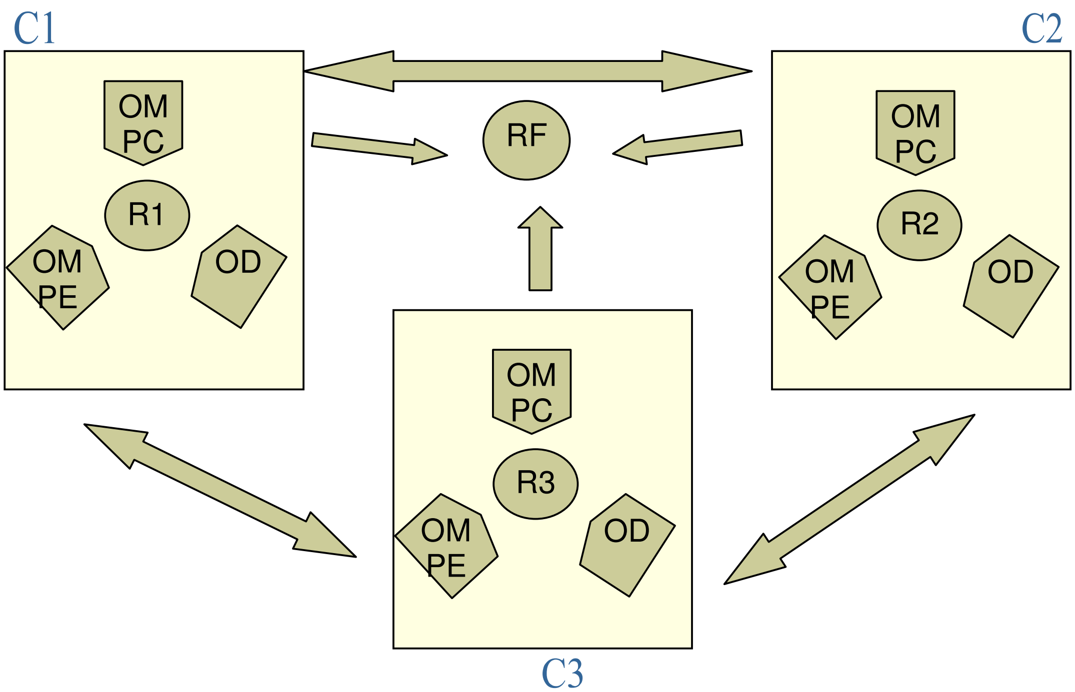


Figura 02 – Esquema metodológico

No momento do cruzamento dos dados das análises realizadas, procedemos, de maneira sucinta, uma análise ecológica dos objetos do saber presentes nos manuais. Esta análise organiza-se em torno de duas noções: o habitat que designa os lugares que este saber pode sobreviver e o ambiente conceitual deste objeto, e o nicho, que se refere à função deste objeto no sistema de objetos com os quais interage. (CHAACHOUA, 2007)

Consideramos para a análise ecológica, aqueles tipos de tarefas ou técnicas que são contempladas em determinada coleção, e não pelas demais analisadas, ou seja, quando um desses objetos figurar com certa freqüência em uma coleção, e por ventura, não figurar nas outras duas. Neste caso, olhamos com mais cuidado, visando compreender o motivo pelo qual o autor considera determinada tarefa relevante, e os outros não a apresenta em seus manuais. Em suma, visamos compreender porque este objeto do saber sobrevive em certo manual, com qual função e com quais situações interage, bem como em que ambiente sobrevive e qual ambiente conceitual propicia seu aparecimento.

CAPÍTULO III

Neste capítulo, explicitamos os motivos que nos levaram à escolha de cada um dos manuais que analisamos em nossa pesquisa, e as razões que nos levaram a restringir nossa amostra. Em seguida fazemos o estudo da organização didática presente no capítulo destinado a Equações do 1º grau, nos manuais do 7º ano do Ensino Fundamental, quando a Álgebra é apresentada formalmente no ensino brasileiro, olhando a parte curso, ou seja, a parte destinada à apresentação do tema, aos exercícios resolvidos, bem como aos exemplos e comentários feitos pelo autor. Nessa parte é estabelecido um diálogo do autor com o leitor. Esta análise possibilita compreender e identificar as escolhas do autor no tratamento do tema em questão.

Após esse estudo, apresentamos, respectivamente, as relações de tipos de tarefas e técnicas identificadas nos manuais, acompanhadas de explicações sobre o funcionamento de alguns tipos de tarefas e técnicas importantes para a compreensão de nosso trabalho. Em seguida é realizado o estudo da organização matemática presente em cada Coleção analisada, com o propósito de identificar os tipos de tarefas e técnicas contempladas e privilegiadas na obra analisada.

3.1 Escolha dos manuais a serem analisados

Concordamos com o Guia de Livros Didáticos do PNLD (2008, p. 9), ao afirmar em seu discurso de apresentação que "[o] professor sabe qual o livro didático é o mais indicado à sua prática pedagógica e pode identificar aquele que é o mais adequado ao trabalho com seus alunos e, também, ao projeto político-pedagógico de sua escola". Por esse motivo a análise dos livros didáticos é uma ferramenta potente para se ter acesso a uma importante parte do saber, a ser ensinado como dissemos anteriormente.

No Guia do PNLD 2008 são apresentadas, 16 coleções aprovadas e disponibilizadas ao docente, para que proceda a escolha daquela que deseja utilizar em sua prática pedagógica. Apesar de esta ser a proposta do Guia do PNLD 2008, sabemos que nem sempre é o que acontece nas escolas, visto que em alguns casos, os docentes dispõem somente do Guia para realizar suas escolhas.

Entendemos que todas as coleções seriam extremamente úteis à nossa análise, e consequentemente nos forneceriam elementos de respostas enriquecedores às questões propostas pelo nosso trabalho. Porém, nossa intenção é realizar uma análise mais refinada acerca da introdução formal da Álgebra no Ensino Fundamental, ou seja, nosso objetivo é fazer uma análise qualitativa de algumas coleções do Ensino Fundamental e essa análise, como dito no capítulo anterior, deve ser feita dentro do quadro teórico da Teoria Antropológica do Didático, o que demanda não uma grande quantidade de dados, mas dados que sejam representativos da instituição[15] que queremos investigar, no caso livros didáticos.

Assim, sentimos a necessidade de restringir o número de coleções, com a preocupação de respeitar alguns aspectos que consideramos importantes em nossas escolhas. Manusear várias coleções de livros didáticos, observar os conteúdos dispostos e os exercícios propostos em cada volume, verificar até que ponto os autores aprofundam o tratamento dos conteúdos, e também analisar as resenhas apresentadas no Guia do PNLD 2008, nos permitiu chegar a um conjunto de manuais capaz de fornecer elementos para compreendermos e caracterizarmos a introdução da Álgebra no Ensino Fundamental.

Com o intuito de melhor justificar nossas escolhas, utilizamos o levantamento apresentado no Guia do PNLD 2008, que salienta seis *propostas metodológicas* identificadas nas coleções aprovadas no programa, denominadas respectivamente de A, B, C, D, E e F. Destas, o resultado do levantamento das opções encontradas mostram que a recorrência de tais propostas se organizam em ordem decrescente do seguinte modo: E, B, C, D, A, F.

[15] Ver capítulo I, p.41, tópico 1.6.

Quadro 1 – Propostas metodológicas identificadas nas coleções aprovadas no PNLD 2008

A.	Introduz o conteúdo com explanação teórica, seguida de exemplos e atividades de aplicação propostas aos alunos.
B.	Inicia pela apresentação de um ou poucos exemplos, seguidos da sistematização dos conteúdos e depois de atividades de aplicação para o aluno.
C.	Principia com atividades propostas, seguidas de sistematização, mas não dá oportunidade ao aluno para tirar suas próprias conclusões.
D.	Parte de atividades propostas ao aluno. Após o envolvimento dele com estas experiências, os conteúdos são sistematizados.
E.	Introduz os conteúdos em textos que dialogam com o aluno por meio de questões e atividades que são entremeadas pela sistematização gradual dos conteúdos.
F.	Propõe atividades ao aluno que incentivam a discussão dos conteúdos, mas a sistematização fica a cargo do professor.

Figura 03 – Descrição das categorias do Guia do PNLD 2008

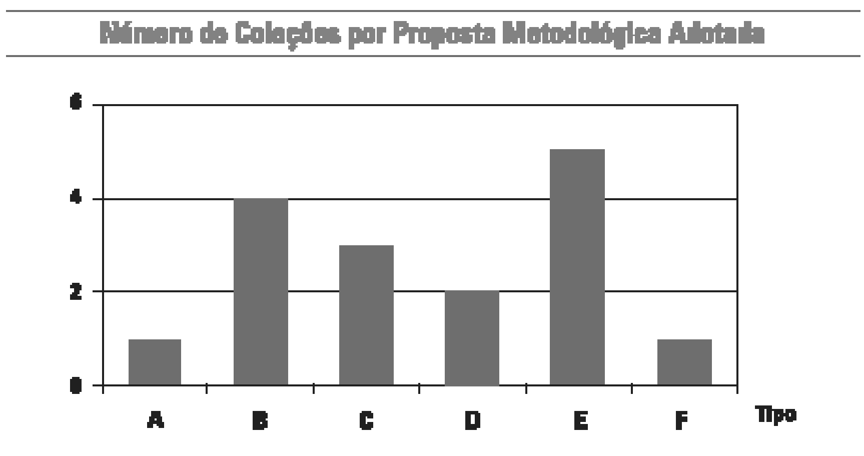


Figura 04 – Gráfico das categorias apresentado no Guia do PNLD2008

O levantamento em questão não aponta as coleções que representam cada uma das propostas metodológicas, assim sendo, tentamos identificar os manuais pertencentes a cada categoria descrita no Guia do PNLD 2008 observando quais se enquadram nas características descritas no referido documento.

Para obter uma maior abrangência nas informações coletadas na análise dos manuais, escolhemos uma coleção que, a nosso ver, se enquadra na proposta E, e outra referente à proposta B, por serem as propostas de maior representatividade de acordo com o levantamento mencionado no Guia do PNLD 2008. Finalmente, escolhemos uma coleção que acreditamos representar a categoria F, que conta com apenas uma coleção, pelo fato de esta se destacar no meio educacional, principalmente por apresentar uma proposta diferente da usualmente encontrada nos demais manuais, e por ser elaborada por um autor estudioso da área da Educação Matemática.

Dessa forma, temos três representantes distinto da Instituição livro didático que nos permite, compreender como se dá a introdução da Álgebra no Ensino Fundamental.

As coleções escolhidas são elencadas a seguir, acompanhadas dos motivos pelos quais optamos por elas, de acordo com os aspectos supracitados:

C1: Novo praticando Matemática - Antônio José Lopes Bigode– 6ª série, capítulo 09 – Embora a resenha apresentada no Guia do PNLD 2008 contenha uma série de restrições, a coleção vem sendo adotada com grande freqüência pelos docentes da disciplina. Segundo a Editora responsável pela distribuição de livros em 8 Estados do Brasil, dentre eles o Mato Grosso do Sul, os exemplares da coleção apresentam maior tiragem dentre os manuais de Matemática por ela disponibilizados. Além disso, de acordo com o Guia do PNLD, a coleção representa a proposta metodológica B[16], que apresenta os conteúdos por meio de alguns exemplos, seguidos da sistematização e da proposição de exercícios similares a serem resolvidos pelos alunos.

C2: Tudo é Matemática – Luiz Roberto Dante – 6ª série, capítulo 07 – Coleção escolhida por mostrar certa consonância com grande parte dos manuais dispostos e aprovados pelo Guia do PNLD 2008. A escolha desta coleção, em particular, se concretizou por entendermos que representa a proposta metodológica E, que apresenta textos que dialogam com os alunos por meio de situações que permeiam uma sistematização gradual dos conteúdos. Esta coleção representa a categoria de maior representatividade no levantamento disposto no Guia do PNLD 2008.

C3: Matemática hoje é feita assim – Antônio José Lopes Bigode – 6º série, capítulo 09 – Coleção escolhida por ser uma coleção bastante elogiada no meio dos estudiosos da Educação Matemática, e por adotar uma postura diferenciada das demais. A nosso ver representa a proposta metodológica F, pois propicia com a proposição dos conteúdos a discussão em seu entorno, mas deixa a sistematização destes, a critério do professor. Verificamos na disposição dos conteúdos nos exemplares da coleção, que o autor não segue um padrão, como os outros. Ou seja, um conteúdo que nos outros manuais, figura no exemplar da 6º série, nesta coleção

[16] Enquadramento feito por nós durante os estudos.

pode figurar em outra série. O aprofundamento e a forma de abordar os conteúdos também se diferem dos demais. Pelos motivos supracitados, achamos oportuno incluir essa coleção em nossas análises.

3.2 Relação de tipos de tarefas e técnicas identificadas

As listas que apresentaremos a seguir foram compostas a partir de uma análise da parte curso das três coleções, com o intuito de identificar os tipos de tarefas presentes, bem como as técnicas utilizadas nas resoluções dos exemplos e exercícios resolvidos pelo autor. Encontramos também algumas informações importantes, principalmente no que concerne às técnicas nas observações colocadas no decorrer do capítulo. Conseguimos, então, identificar e nomear onze tipos de tarefas e quinze técnicas que utilizaremos posteriormente para descrever a organização matemática presente em cada manual. Teremos, portanto, uma única lista de tipos de tarefas e uma de técnicas que contemplam todas as coleções.

3.2.1 Tipos de tarefas (T)

Apresentamos a seguir, a lista de tipos de tarefas identificadas e nomeadas, na análise realizada anteriormente ao estudo das Organizações Didática e Matemática das coleções, com o intuito de unificar a linguagem adotada na coleta de dados desta pesquisa. Ainda sobre a verificação dos tipos de tarefas e técnicas contempladas, procedemos separando-as em dois subgrupos: os tipos de tarefas de T_1 a T_4 referem-se diretamente à resolução de equações: T_5 a T_{11} são consideradas por nós como tipos de tarefas secundárias, por não ser o objeto principal da atividade proposta.

Tabela 01 – Lista de tipos de tarefas identificadas

Tipo de Tarefa	Descrição
T_1	Resolver equações do tipo $\begin{cases} ax+b=c \\ ax=c \\ x+c=b \end{cases}$ dadas em Linguagem Algébrica.
T_2	Resolver equações do tipo $\begin{cases} ax+b=c \\ ax=c \\ x+c=b \end{cases}$ dadas em Linguagem Natural e/ou Ostensivo Gráfico.
T_3	Resolver equações do tipo $\begin{cases} ax+bx+cx=d \\ ou \\ P(x)=Q(x) \end{cases}$ dadas em Linguagem Algébrica.
T_4	Resolver equações do tipo $\begin{cases} ax+bx+cx=d \\ ou \\ P(x)=Q(x) \end{cases}$ dadas em Linguagem Natural e/ou Ostensivo Gráfico.
T_5	Escrever o termo geral de uma seqüência.
T_6	Encontrar uma equação ou expressão equivalente a outra dada.
T_7	Encontrar o valor numérico de uma expressão algébrica, dado um valor para a incógnita.
T_8	Transcrever uma sentença dada em Linguagem Natural ou Ostensivo Gráfico para Linguagem Algébrica.
T_9	Transcrever para Linguagem Natural uma sentença dada em Linguagem Algébrica.
T_{10}	Desenvolver expressões algébricas.
T_{11}	Verificar se certo valor é raiz de uma equação.

Algumas observações acerca desses tipos de tarefas se fazem necessário:

- T_2 e T_4 - Consideramos para estes dois tipos de tarefa tanto as atividades dadas em Linguagem Natural, como aquelas que apresentam ao aluno ilustrações (Ostensivos[17] Gráficos) que devem ser interpretadas, e que uma vez traduzidas para a linguagem algébrica assumem uma das formas ax + b = c, ax = c, ou x + c = b.
- T_8 – Nesta atividade entendemos que os Ostensivos Gráficos devem, em dados momentos ser interpretados e descritos em Linguagem Algébrica, para que a situação proposta possa ser resolvida.

[17] Relembramos que são considerados Ostensivos os objetos materiais, ou dotados de certa materialidade como as escrituras, os grafismos, os sons, os gestos,etc. São os objetos perceptíveis aos órgãos dos sentidos. (BOSCH e CHEVALLARD, p.5, 1999)

3.2.2 Técnicas (τ)

Para o estudo das técnicas relativas à resolução de equações do 1º Grau procedemos da seguinte forma: analisamos as atividades resolvidas e separamos as técnicas em duas categorias, as principais e as auxiliares. As principais são τ_1, τ_2 e τ_3, e estão diretamente ligadas à resolução de equações propriamente dita; as auxiliares vêm ao encontro das técnicas principais, dando subsídios para resolver por completo a atividade, atendendo a todas as solicitações do enunciado, e são: τ_4, τ_5, τ_6, τ_7, τ_8, τ_9, τ_{10}, τ_{11}, τ_{12}, τ_{13}, τ_{14}, τ_{15}, τ_{16} e τ_{17}.

Antes de apresentarmos as duas tabelas com essas técnicas, vamos discutir as técnicas denominadas principais por serem determinantes para a compreensão das escolhas da organização matemática de cada coleção.

τ_1- Operações Inversas – Esta técnica consiste em resolver a atividade aritmeticamente, podendo ser mentalmente, ou não, partindo do valor que se conhece, de certo modo desfazendo as operações efetuadas, para chegar ao resultado procurado.

τ_2 – Algébrica – Esta técnica respeita a propriedade das igualdades entre dois números, fazendo a analogia entre a equação e uma balança em equilíbrio, onde se pode realizar operações matemáticas nos dois membros simultaneamente, desde que se mantenha o equilíbrio inicial, para que se encontre equações equivalentes, cada vez mais simples, visando encontrar o valor desconhecido. Nesta, partimos do que não conhecemos para encontrar seu valor.

τ_3 – Transposição – Nomeamos desta forma a técnica que consiste na retórica da técnica algébrica, τ_2, ou seja, quando se suprime as passagens que utilizam a realização de operações em ambos os membros da equação simultaneamente, conservando o equilíbrio inicial. Ostensivamente, se confunde com a técnica aritmética,$\tau 1$, mas o discurso se distingue quando se pronuncia: "Se está somando, *passa para o outro lado* subtraindo".

Por meio do exemplo, a seguir, tentamos esclarecer algumas diferenças e similitudes entre as técnicas τ_1, τ_2 e τ_3.

Consideremos a seguinte tarefa:

"O triplo de um número, adicionado de 5, resulta em 17. Qual é esse número?"

Na tabela 02 são apresentadas três resoluções para esta situação em que são mobilizadas, a cada vez, uma das técnicas principais, τ_1, τ_2 e τ_3.

Tabela 02 – Resolução de uma equação com o auxílio de τ_1, τ_2 e τ_3.

Técnica utilizada	Resolução da equação 3x + 5 = 17		Observações
τ_1 Aritmética (Operações Inversas).	$3x + 5 = 17$ $3x = 17 - 5$ $3x = 12$ $x = \frac{12}{3}$ $x = 4$	Mentalmente o aluno procederia do seguinte modo: do 17 tiro 5, que resulta em 12. O número cujo triplo é 12 é o 4, logo x = 4	Utilizando esta técnica, o aluno parte do valor que conhece, no caso o 17, e vai *desfazendo* as operações efetuadas no processo de montagem da equação até obter o valor desconhecido.
τ_2 Algébrica (Estabelece a analogia com a balança de dois pratos em equilíbrio).	$3x + 5 = 17$ $3x + 5 - 5 = 17 - 5$ $3x = 12$ $\frac{3x}{3} = \frac{12}{3}$ $x = 4$	Subtrai 5 de ambos os membros, reduz os termos semelhantes, em seguida divide por 3 os dois membros, chegando-se assim, ao resultado.	Neste caso, o aluno vai efetuando as mesmas operações em ambos os membros, visando obter expressões cada vez mais simplificadas, até que se consiga isolar a variável, conhecendo assim seu valor.
τ_3 Transposição (Envolve o raciocínio muda de membro, troca o sinal).	$3x + 5 = 17$ $3x = 17 - 5$ $3x = 12$ $x = \frac{12}{3}$ $x = 4$	O 5 está somando, passa para o outro membro subtraindo. O 3 está multiplicando, passa dividindo...	Esta técnica assemelha-se ostensivamente à técnica τ1, mas distingue-se no discurso. Contudo é formada pela retórica de τ2, suprimindo as passagens em que se efetua a mesma operação em ambos os membros da equação.

Conforme ressalta Usiskin (1995), muitos alunos ao resolverem uma equação do tipo $ax + b = c$, apresentam dificuldades na passagem da Aritmética para a Álgebra. Em $3x + 25 = 61$, por exemplo, a resolução aritmética demanda subtrair 25 e dividir o resultado por 3; a forma algébrica $3x + 25$ envolve a multiplicação de 3 e a adição de 25, ou seja, numa equação raciocinamos de forma contrária ao raciocínio aritmético.

A ilustração a seguir (Fig. 05)[18], retirada de uma das coleções por nós analisada, mostra tanto a forma de resolução aritmética quanto a algébrica desta

[18] Figura 04 - C1: p.175

equação por meio da escrita, permitindo-nos visualizar mais de uma apresentação de cada uma delas, vindo ao encontro da observação colocada anteriormente.

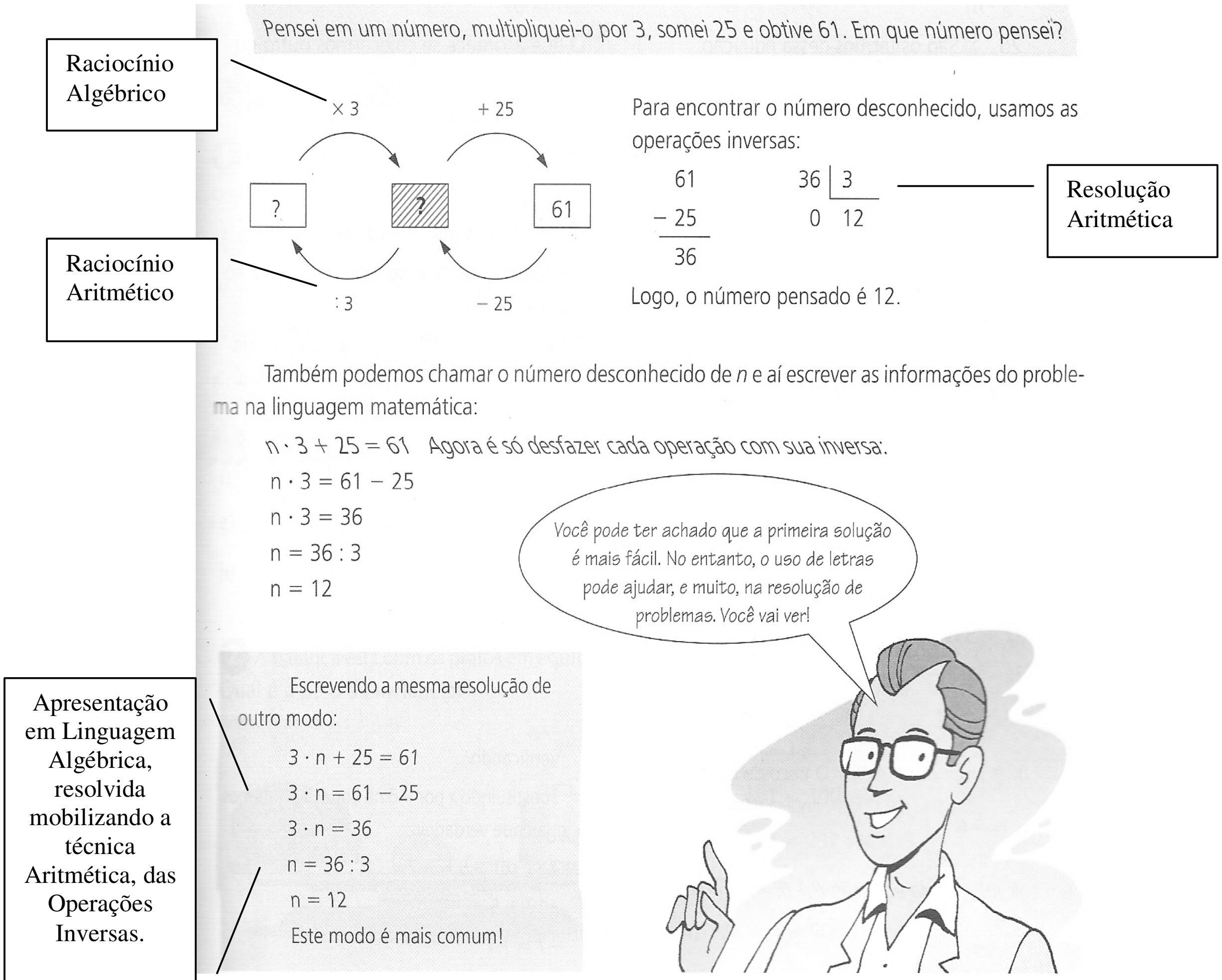


Figura 05 - Resolução Aritmética e Algébrica de uma equação.

- O Raciocínio Algébrico, parte do valor desconhecido, efetuando as operações mencionadas no enunciado, chegando ao valor conhecido. Este raciocínio permite compor a equação que representa o enunciado.
- O Raciocínio Aritmético, parte do valor conhecido, desfaz as operações realizadas para encontrar o valor solicitado. Este raciocínio permite encontrar a raiz de uma equação do tipo ax + bx = c, ou ax = b, ou ainda x + c = b. Esse raciocínio pode ser feito por quem não conhece a Álgebra, diferentemente do raciocínio algébrico.

As tabelas 03 e 04, a seguir, contém respectivamente as técnicas principais a as técnicas auxiliares identificadas na análise dos livros didáticos.

Tabela 03 – Lista das técnicas principais

Técnica	Descrição
τ_1	Aritmética (das operações inversas).
τ_2	Algébrica (a faz a analogia com a balança em equilíbrio).
τ_3	Transposição (retórica de τ_2, que envolve o raciocínio “muda de membro, troca o sinal).

Tabela 04 – Lista das técnicas auxiliares

Técnica	Descrição
τ_4	Isolar a variável no 1º membro.
τ_5	Montar a equação.
τ_6	Substituir na variável um valor numérico.
τ_7	Utilizar números, letras e símbolos matemáticos para decodificar uma sentença dada em Linguagem Natural e/ou Ostensivo Gráfico.
τ_8	Utilizar palavras para traduzir uma sentença dada em Linguagem Algébrica ou Linguagem Matemática.
τ_9	Aplicar a propriedade distributiva da multiplicação.
τ_{10}	Observar os termos de uma seqüência, procurando encontrar uma regularidade para generaliza-la.
τ_{11}	Substituir na variável valores numéricos até que se consiga tornar uma sentença verdadeira.
τ_{12}	Substituir um valor numérico na equação para verificar se este torna a sentença verdadeira.
τ_{13}	Reduzir os termos semelhantes.
τ_{14}	Usar frações equivalentes para escrever os termos da equação num mesmo denominador.
τ_{15}	Aplicar a fórmula da área de uma figura plana para obter uma expressão algébrica.
τ_{16}	Aplicar o conceito de perímetro para obter uma expressão algébrica.
τ_{17}	Utilizar conceitos geométricos relacionados a ângulos.

Observações:

Comentamos somente a técnica auxiliar τ_{17}, pois acreditamos que as demais se explicam pela própria redação, não demandando maiores justificativas.

τ_{17}- Utilizar conceitos geométricos relacionados a ângulos – Esta técnica refere-se a conceitos tais como a Soma dos Ângulos Internos de um polígono qualquer, Ângulos Opostos pelo Vértice, Postulado das Paralelas, Ângulos complementares, suplementares e replementares. Decidimos aglutinar todos estes conceitos em uma única técnica por figurar em uma quantidade bastante reduzida de exercícios, por se tratar de um assunto de extrema importância, achamos conveniente contemplá-los em nossa análise, ao invés de ignorá-los.

3.3 Organização matemática da parte curso das coleções

Neste momento olhamos, na parte curso, os exercícios resolvidos, os comentários e as eventuais atividades incluídas nesta parte, associando os tipos de tarefas e as técnicas mobilizadas para solucioná-las. Algumas questões foram dispensadas por demandarem apenas observação e uma resposta subjetiva, ou por fugirem, de algum modo, inteira ou parcialmente de nosso foco de pesquisa. Colocaremos abaixo um exemplo de uma das questões que não consideramos em nossas análises, para melhor compreensão do leitor de nossos argumentos (Fig. 06)[19].

Invente uma expressão algébrica que simplificada seja igual a 2x.

Há várias respostas. Por exemplo: $8x + 3x - 9x$; $\frac{4x + 4}{2} - 2$; $5x - x + 2(3x - 5) - 8x + 10$; etc.

Figura 06 – Exemplo de uma questão dispensada

Uma tarefa pode mobilizar mais de uma técnica para ser concluída, por este motivo, o número de tipos de tarefas dificilmente coincide com o número de técnicas. Cada item de um exercício foi contabilizado separadamente, no que cerne aos tipos de tarefas e técnicas, mesmo porque, em alguns casos alguns itens demandam técnicas a mais em relação aos outros do mesmo exercício proposto.

Apresentamos a seguir parte de uma das tabelas que utilizamos para ordenar e associar os tipos tarefas e as respectivas técnicas mobilizadas nas atividades presentes nos manuais analisados, visando exemplificar o trabalho realizado, com o intuito de esclarecer a procedência dos dados ora apresentados, bem como explicar cada uma das colunas destas tabelas que são apresentadas na íntegra nos anexos desta pesquisa.

- Na primeira coluna (**Página**) indicamos a página do exercício analisado;
- Na segunda coluna (**Exercício**) colocamos a identificação do exercício, por exemplo, número, letra;
- Na terceira coluna (**Tipo de tarefa (P)**) apresentamos o tipo de tarefa principal, ou seja, o tipo de tarefa (T) que refere-se efetivamente com resolução de equações do 1º grau;
- Na quarta coluna (**Técnica(s)**) colocamos as técnicas (τ) mobilizadas para cumprir o tipo de tarefa em questão;

[19] Figura 06 C2: p.206

- Na quinta coluna (**Tipo de tarefa (S)**) apontamos o tipo de tarefa secundária presente no exercício proposto;
- Na sexta coluna (**Técnica(s)**) indicamos as técnicas mobilizadas para cumprir o tipo de tarefa secundária.
- Na sétima coluna (**Observações**) colocamos algumas observações quando necessárias.

Tabela 05: Extrato-exemplo das tabelas presentes nos anexos.

Página	**Exercício**	**Tipo de tarefa (P)**	**Técnica(s)**	**Tipo de tarefa (S)**	**Técnica(s)**	**Observações**
179	-	-	-	-	-	"Algumas operações com letras"
		T_6	τ_{13}			
		T_{10}	τ_9			
180	1	T_4	τ_{13}, τ_1	T_7	τ_6	
	2	T_4	τ_{13}, τ_9,τ_1	T_8	τ_7	

Cabe observar que na coluna denominada **Exercício existe** alguns campos em branco, isso significa que dentro de um comentário o autor propõe uma situação que resolve e não a identifica neste caso a consideramos e a pontuamos, mas não atribuímos um nome ou número a ela.

A tabela 05 nos possibilita obter uma visão privilegiada dos dados para compor outra tabela, onde se podem verificar quantas vezes certa tarefa demandou a mobilização de uma determinada técnica, com o intuito de explicitar quais as técnicas privilegiadas pelo autor. Nessa tabela, colocamos somente os tipos de tarefas e técnicas contempladas no manual ora analisado, e, nesse caso, temos:

Tabela 06 – Exemplo de tabela

	T_4	T_6	T_7	T_8	T_{10}	Total
τ_1	2	-	-	-	-	2
τ_6	-	-	1	-	-	1
τ_7	-	-	-	1	-	1
τ_9	1	-	-	-	1	2
τ_{13}	2	1	-	-	-	3

Analisando as tabelas 05 e 06, concluímos que, em relação aos tipos de tarefas:

- ✓ Do subgrupo principal, são propostas somente tarefas pertencentes ao tipo T_4, logo este tipo representa 100% das proposições.

- ✓ Do subgrupo de tipos de tarefas secundárias, são propostas tarefas pertencentes aos tipos T_6 , T_7 , T_8 e T_{10}, representando, cada uma, o percentual de 25% das proposições.

Em relação às técnicas (τ):

- ✓ Do subgrupo principal (de τ_1 a τ_3), a técnica aritmética, τ_1, foi a única técnica mobilizada, representando 100%.
- ✓ Do subgrupo auxiliar (de τ_4 a τ_{17}), τ_6, τ_7 τ_9 e τ_{13} foram mobilizadas, representando respectivamente os percentuais de 14,28%, 14,28% e 28,56% e 42,84% com estas técnicas.

Assim sendo, com base nesse extrato consideraríamos privilegiado o tipo de tarefas T_4 e a técnica τ_{13}, porém lembramos que esse é somente um exemplo que escolhemos apresentar para ilustrar a forma como procedemos em nossa análise.

3.3.1 Análise dos manuais

3.3.1.1 C1 – 6ª série (7º ano do Ensino Fundamental) – parte curso – Capítulo 09

Os dados apresentados nas tabelas a seguir, foram tabulados a partir da tabela apresentada no Anexo 01.

Tabela 07: Relação de tipos de tarefas e técnicas principais – C1– parte curso.

	T_1	T_2	T_3	T_4	T_5	T_6	T_7	T_8	T_9	T_{10}	T_{11}	TOTAL	%
τ_1	2	2	5	3	-	-	-	-	-	-	-	12	63,12
τ_2	-	-	6	2	-	-	-	-	-	-	-	8	36,82

Tabela 08: Relação de tipos de tarefas e técnicas auxiliares– C1– parte curso.

	T_1	T_2	T_3	T_4	T_5	T_6	T_7	T_8	T_9	T_{10}	T_{11}	TOTAL	%
τ_6	-	-	-	-	-	-	8	-	-	-	-	8	18,56
τ_7	-	-	-	-	-	-	-	7	1	-	-	8	18,56
τ_9	-	-	-	1	-	-	-	-	-	3	-	4	9,28
τ_{10}	-	-	-	-	2	-	-	-	-	-	-	2	4,64
τ_{12}	-	-	-	-	-	-		-	-	-	4	4	9,28
τ_{13}	2	1	6	4	-	1	-	-	-	1	-	15	34,8
τ_{14}	-	-	2	-	-	-	-	-	-	-	-	2	4,64

Tabela 09: Relação de tipos de tarefas, número de vezes que foram propostas e porcentagem – C1– parte curso.

Tipo de Tarefa	T_1	T_2	T_3	T_4	T_5	T_6	T_7	T_8	T_9	T_{10}	T_{11}
Nº de vezes	2	2	6	4	2	1	8	7	1	3	4

%	14,28	14,28	42,84	28,56	7,7	3,85	30,8	29,95	3,85	11,55	15,4

Na tabela 09 dividimos os tipos de tarefas em dois grupos: de T_1 a T_4, representando o grupo principal, somando um total de cem por cento; de T_5 a T_{11} o grupo auxiliar, também somando cem por cento.

Observamos que o autor contempla, nesta parte do capítulo, os tipos de tarefas T_3, e T_4, ambas referentes a equações do tipo $ax + bx + cx = d$ e $P(x) = Q(x)$, porém dadas respectivamente em Linguagem Algébrica e Linguagem Natural ou ostensivos gráficos, o que demonstra a escolha por tratar com mais ênfase equações mais complexas em seus exercícios.

Relativamente ao tipo de tarefas auxiliares, as mais abordadas são T_7, encontrar o valor numérico de uma expressão algébrica, dado o valor para a incógnita; T_8, transcrever uma sentença dada em Linguagem Natural ou Ostensivo Gráfico para Linguagem Algébrica e ainda T_{11}, verificar se certo valor é raiz de uma equação, que estão ligadas a procedimentos que podem ser mobilizados no trabalho com equações.do 1º Grau.

Quanto às técnicas principais, percebemos uma recorrência considerável de τ_1, que possibilita contemplar a passagem da Aritmética para a Álgebra, e a existência do trabalho em torno da τ_2, permitindo elevar o grau de dificuldades das equações propostas. Não contempla a terceira técnica que também consideramos como principal a da Transposição, τ_3, o que pode representar certa cautela na apresentação das técnicas, visto que esta última demanda um bom entendimento das outras duas para que seja utilizada de modo consciente.

Em relação às técnicas auxiliares, privilegia a técnica τ_6, Substituir na variável um valor numérico, a τ_7, utilizar números, letras e símbolos matemáticos, para decodificar uma sentença dada em Linguagem Natural e/ou Ostensivo Gráfico, de modelagem de equações, e τ_{13}, sendo dada uma ênfase maior a esta última, que trata da redução de termos semelhantes de uma equação ou expressão algébrica.

Isso nos mostra que o autor privilegia a ação de substituir valores nas incógnitas tanto em expressões algébricas, como em equações, como no caso de verificar se o valor encontrado na resolução da equação representa a raiz desta, bem como na transição entre as linguagens algébrica, natural e gráfica. Enfatiza principalmente a simplificação das sentenças, com a redução dos termos semelhantes, tornando possível encontrar a raiz, ou o valor solicitado no enunciado da atividade, seja ele relativo a equações ou expressões algébricas.

3.3.1.2-C2:–6ª série (7º ano do Ensino Fundamental)–parte curso - Capítulo 07

Os dados apresentados na tabela a seguir, foram tabulados a partir da tabela apresentada no Anexo 02.

Tabela 10: Relação de tipos de tarefas e técnicas principais – C2– parte curso.

	T_1	T_2	T_3	T_4	T_6	T_7	T_8	T_{11}	total	%
τ_1	6	3	-	-	-	-	-	-	9	60,03
τ_2	-	-	3	1	-	-	-	-	4	26,68
τ_3	-	-	2	-	-	-	-	-	2	13,34

Tabela 11: Relação de tipos de tarefas e técnicas auxiliares– C2– parte curso.

	T_1	T_2	T_3	T_4	T_6	T_7	T_8	T_{11}	TOTAL	%
τ_5	1	-	-	-	-	-	-	-	1	2,13
τ_6	-	-	2	-	-	10	-	-	10	21,3
τ_7	1	1	1	-	-	-	-	-	3	6,39
τ_9	-	-	-	-	-	-	-	6	6	12,78
τ_{11}	-	1	-	-	-	-	-	-	1	2,13
τ_{12}	-	-	-	-	-		-	2	2	4,26
τ_{13}	-	-	3	1	6	10	-	-	20	42,6
τ_{14}	-	-	-	-	1	-	-	-	1	2,13
τ_{16}	-	-	-	-	-	-	2	-	2	4,26
τ_{17}	-	-	-	-	-	-	1	-	1	2,13

Tabela 12: Relação de tipos de tarefas, número de vezes que foram propostas e porcentagem – C2– parte curso.

Tipos de Tarefa	T_1	T_2	T_3	T_4	T_6	T_7	T_8	T_{10}	T_{11}
Nº de vezes	6	4	4	1	6	10	3	6	2
%	40,02	26,68	26,68	6,67	22,2	37	11,1	22,2	7,4

O autor privilegia o tipo de tarefa T_1 que se refere à resolução de equações dos tipos $ax + b = c$, $ax = c$ e $x + b = c$, o que favorece a mobilização da técnica τ_1, que é a técnica Aritmética (Operações Inversas), indicando que contribui com a passagem da Aritmética para a Álgebra. Trabalha também a técnica τ_2. A técnica da transposição τ_3 é contemplada, porém em uma quantidade bem pequena de exercícios resolvidos comparativamente às técnicas τ_1 e τ_2.

É dada bastante importância ao trabalho com expressões algébricas, apresentando-as antes das equações, privilegiando os tipos de tarefas T_6, T_7 e T_{10} descritas respectivamente como: encontrar a equação ou expressão equivalente a outra dada, encontrar o valor numérico de uma expressão algébrica, dado um valor para a incógnita; desenvolver expressões algébricas.

Quanto às técnicas auxiliares, mobiliza com mais freqüência τ_6, substituir a variável por um valor numérico, e τ_{13}, Reduzir os termos semelhantes, que podem tranquilamente ser mobilizadas para realizar as operações efetuadas com expressões algébricas, não necessariamente na resolução de equações.

Essas informações indicam que o autor interessa-se por fortalecer os procedimentos que são aplicáveis em expressões algébricas, visto que dedica boa parte do capítulo ao estudo, à transcrição da Linguagem Natural para a algébrica, e à manipulação destas expressões. No trabalho com as equações contempla as três técnicas principais, e propõe, com bastante recorrência, exercícios que propiciam a mobilização da técnica τ_{13}, reduzir os termos semelhantes. Isso mostra que a introdução da Álgebra é feita enfatizando consideravelmente os movimentos aditivos e multiplicativos possíveis de serem realizados entre os monômios, sem deixar de lado o trabalho com as equações do 1º grau.

3.3.1.3-C3: – 6ª série (7º ano do Ensino Fundamental) – parte curso-Capítulo 09

Os dados apresentados na tabela a seguir, foram tabulados a partir da tabela apresentada no Anexo 03.

Tabela 13: Relação de tipos de tarefas e técnicas principais– C3 – parte curso.

	T_1	T_2	T_3	T_4	T_6	T_7	T_8	T_9	T_{10}	T_{11}	TOTAL	%
τ_2	1	1	1	-	8	-	-	-	-	-	11	100

Tabela 14: Relação de tipos de tarefas e técnicas auxiliares– C3 – parte curso.

	T_1	T_2	T_3	T_4	T_6	T_7	T_8	T_9	T_{10}	T_{11}	TOTAL	%
τ_6	-	-	-	-	-	1	-	-	-	-	1	7,14
τ_7	-	1	-	-	-	-	2	-	-	-	3	21,42
τ_8	-	-	-	-	-	-	-	1	-	-	1	7,14

τ_9	-	-	-	-	-	-	-	-	1	1	1	7,14
τ_{10}	-	-	-	2	-	-	-	-	-	-	2	14,28
τ_{12}	-	-	-	-	-		-	-	-	2	2	14,28
τ_{13}	-	1	-	-	1	1	1	-	-	-	4	28,56

Tabela 15: Relação de tipos de tarefas, número de vezes que foram propostas e porcentagem – C3 – parte curso.

Tipo de Tarefa	**T_1**	**T_2**	**T_3**	**T_5**	**T_6**	**T_7**	**T_8**	**T_9**	**T_{10}**	**T_{11}**
Nº de vezes	1	1	1	2	9	1	3	1	1	2
%	33,33	33,33	33,33	10,52	47,34	5,26	15,78	5,26	5,26	10,52

O autor propõe atividades contendo os tipos de tarefas T_1, T_2 eT_3, que referem-se à resolução de equações dadas, tanto em Linguagem Natural ou Ostensivos Gráficos, como em linguagem algébrica, porém não as resolve, apenas as modeliza e encontra equações equivalentes. A tarefa $T_{4,}$ que também refere-se à resolução de equações, e trata de equações dadas em Linguagem Natural, que após transcritas para a Linguagem Algébrica, assumem uma das formas ax + bx + cx =d ou P(x) = Q(x), não é contemplada nesta parte do capítulo.

Apresenta ainda o tipo de tarefa T_8, que consiste em transcrever uma sentença dada em Linguagem Natural ou Ostensivo Gráfico para a Linguagem Algébrica, trabalhando a transição entre as linguagens algébrica, natural e gráfica.

Quanto às técnicas principais, apresenta somente τ_2, que faz analogia com a balança em equilíbrio, não contemplando τ_1, nem τ_3, ou seja, não trabalha a técnica Aritmética, que permitiria contemplar a passagem da Aritmética para a Álgebra, nem a técnica da Transposição, que pode ser apresentada após a apropriação efetiva da τ_2.

Propõe a mobilização das técnicas τ_7, encontrar o valor numérico de uma expressão algébrica, dado um valor para a incógnita, e τ_{10} observar os termos de uma seqüência, procurando encontrar uma regularidade para generalizá-la, preferindo trabalhar com a manipulação de expressões algébricas.

Trabalha também $\tau_{12,}$ substituir um valor numérico na equação para verificar se este torna a sentença verdadeira, evitando propor a resolução de equações, não abrindo mão de trabalhar com equações, na verificação de suas raízes; e τ_{13} reduzir termos semelhantes, demonstrando a escolha por trabalhar mais no campo das expressões algébricas, das operações envolvendo este objeto do saber matemático e das simplificações de expressões e das equações.

Em suma, o autor escolhe trabalhar a introdução da Álgebra permeando as operações, as transcrições e as manipulações possíveis de serem realizadas no estudo das expressões algébricas. Em se tratando das equações do 1º grau, as ações giram em torno da substituição de valores dados para verificar se representam a solução destas, a redução de termos semelhantes visando obter equações equivalentes a outras dadas, e a transcrição da Linguagem Natural para a Linguagem Algébrica. Também opta por propor diversos exercícios não-convencionais, aparentemente com o intuito de oportunizar o desenvolvimento do raciocínio algébrico por meio de abstrações e diálogos que acompanham tais situações.

3.4 Organização matemática da parte exercício das coleções

Olhamos agora os exercícios propostos, fazendo a associação entre os tipos de tarefas e técnicas correspondentes a cada situação. Também dispensamos aqui os casos que não envolvem de maneira efetiva o cálculo ou o raciocínio algébrico, conforme havíamos observado anteriormente.

3.4.1-C1: 6ª série (7º ano do Ensino Fundamental) – parte exercício– Capítulo 09

Os dados apresentados na tabela a seguir, foram tabulados a partir da tabela apresentada no Anexo 04.

Tabela 16: Relação de tipos de tarefas e técnicas principais – C1 – parte exercício.

	T_1	T_2	T_3	T_4	T_6	T_7	T_8	T_{11}	TOTAL	%
τ_1	52	21	45	37	-	-	-	-	155	74,52
τ_2	-	-	32	21	-	-	-	-	53	25,48

Tabela 17: Relação de tipos de tarefas e técnicas auxiliares – C1 – parte exercício.

	T_1	T_2	T_3	T_4	T_6	T_7	T_8	T_{11}	TOTAL	%
τ_5	-	1	1	1	-	-	-	-	3	1,41
τ_6	-	-	-	-	-	1	-	-	1	0,47
τ_7	-	7	4	30	-	-	10	-	51	23,97
τ_8								1		0,47
τ_9	-	-	12	4	1	-	-	-	17	7,99
τ_{11}	1	-	-	-	-	-	-	-	1	0,47
τ_{12}	-	-	-	-	-		-	12	12	5,64
τ_{13}	2	4	53	32	5	-	-	-	96	45,12
τ_{14}	-	1	20	7	-	-	-	-	28	13,16

τ_{15}	-	1	-	-	-	-	-	-	1	0,47
τ_{16}	-	-	1	1	-	-	-	-	2	0,94

Tabela 18: Relação de tipos de tarefas, número de vezes que foram propostas e porcentagem – C1 – parte exercício.

Tipos de Tarefas	T_1	T_2	T_3	T_4	T_6	T_7	T_8	T_9	T_{11}
Nº de vezes	52	21	54	40	5	2	10	1	12
%	31,2	12,6	32,4	24	16,65	6,67	33,3	3,33	39,96

Dentre os tipos de tarefas principais, percebemos que o autor explora, na maior parte dos exercícios propostos, quase que equitativamente aqueles que fornecem a equação em Linguagem Algébrica, sendo eles: T_1 que se refere a equações do tipo $ax + b = c$, $ax = c$ ou $x + c = d$ e T_3 do tipo $ax + bx + cx = d$ ou $P(x) = Q(x)$. Isto indica que escolhe trabalhar as técnicas apresentadas diretamente, visando fixar os procedimentos matemáticos sugeridos na parte curso. Contudo não deixa de explorar situações-problema, mas as propõe, em sua maioria, envolvendo equações mais complexas, o que se confirma ao percebermos que depois de T_1 e T_3, tarefas do tipo T_4, são as mais aplicadas. Cabe ressaltar que não estamos vendo situações-problema conforme a Teoria das Situações Didáticas, mas como problemas de modelagem.

O tipo de tarefa T_2 é contemplado em uma proporção reduzida em relação aos outros três tipos de tarefas principais, isso aponta que, em alguns casos, propõe tarefas envolvendo equações mais simples, passíveis de serem resolvidas inclusive mentalmente, nestes casos o autor pretende, aparentemente, levar o aluno a interpretar o enunciado, para então proceder à resolução do exercício.

Os tipos de tarefa T_8, transcrever uma sentença dada em Linguagem Natural ou Ostensivo Gráfico para Linguagem Algébrica assim como o T_{11}, verificar se certo valor é raiz de uma equação, continuam sendo tratadas com mais ênfase em relação aos outros tipos de tarefas presentes em nossa lista.

No tocante às técnicas, o autor mantém a ênfase dada primeiramente a τ_1 seguida por τ_2, com uma pequena variação na taxa percentual de cada uma delas. O motivo pelo qual enfatiza com mais intensidade τ_1, deve-se ao fato de o autor sugerir que sempre que se chegue a uma equação em que a variável figure somente no primeiro membro, seja mobilizada esta técnica. A técnica da transposição, τ_3, não é contemplada nesta parte do capítulo, demonstrando que o autor deixa para trabalhá-la em um outro momento, talvez em um outro volume de sua coleção, embora o ensino tente estabelece-la pelo fato de ser mais direta, econômica, e também pelo fato de ter um domínio de validade mais abrangente, ou seja, por resolver qualquer tipo de equação do 1º grau.

Continua privilegiando a técnica τ_7 "Utilizar números, letras e símbolos matemáticos para decodificar uma sentença dada em Linguagem Natural e/ou Ostensivo Gráfico", e τ_{13}, sendo dada também na parte exercício, uma ênfase maior a esta última, que se trata de "Reduzir os termos semelhantes" de uma equação ou expressão algébrica. Contempla τ_{14} "Usar frações equivalentes para escrever os termos da equação num mesmo denominador", trabalhando também com números racionais, aumentando assim o grau de dificuldade de suas atividades.

Isso nos mostra que o autor mantém a escolha feita na parte curso de enfatizar a simplificação das sentenças, com a redução dos termos semelhantes, transitar entre as linguagens algébrica, natural e gráfica, de modo a estabelecer relações entre elas. Além disso, aumenta o nível de dificuldade dos exercícios incluindo coeficientes e termos racionais.

Nesse manual são propostas, inicialmente, atividades a serem resolvidas mobilizando a técnica Aritmética, na continuidade, atividades que demandam a mobilização da técnica Algébrica, não chegando a apresentar a técnica da transposição. Podemos falar então que esse manual propõe uma evolução de praxeologias, que representamos simbolicamente do seguinte modo: $(T, \tau_1) \rightarrow (T, \tau_2)$. Esta evolução não acontece de maneira equilibrada no que diz respeito ao número de atividades que contemplam cada uma destas organizações, visto que é notório o privilégio à praxeologia (T, τ_1). Essa escolha oportuniza a passagem da Aritmética para a Álgebra, e favorece a compreensão da transição do raciocínio aritmético para o algébrico na resolução das situações propostas.

3.4.2-C2:– 6ª série (7º ano do Ensino Fundamental) – parte exercício – Capítulo 07

Os dados apresentados na tabela a seguir, foram tabulados a partir da tabela apresentada no Anexo 05.

Tabela 19: Relação de tipos de tarefas e técnicas principais – C2– parte exercício.

	T_1	T_2	T_3	T_4	T_5	T_7	T_8	T_9	T_{10}	T_{11}	TOTAL	%
$\tau 1$	15	2	4	8	-	-	-	-	-	-	29	40,89
$\tau 2$	1	1	3	24	-	-	-	-	-	-	29	40,89
$\tau 3$	-	2	1	10	-	-	-	-	-	-	13	18,33

Tabela 20: Relação de tipos de tarefas e técnicas auxiliares – C2– parte exercício.

	T_1	T_2	T_3	T_4	T_5	T_7	T_8	T_9	T_{10}	T_{11}	TOTAL	%
τ_5	-	-	-	16	-	-	2	-	-	-	18	7,74
τ_6	-	-	-	-	-	12	-	-	-	-	12	5,16
τ_7	-	3	-	19	-	-	42	-	-	-	64	27,52
τ_8	-	-	-	-	-	-	-	1	-	-	1	0,43
τ_9	-	1	3	16	-	-	-	-	4	-	24	10,32
τ_{10}	-	-	-	-	4	-	-	-	-	-	4	1,72
τ_{11}	3	-	2	1	-	-	-	-	-	2	8	3,44
τ_{12}	-	-	-	-	-	-	-	-	-	2	2	0,86
τ_{13}	1	-	7	41	-	-	2	-	12	-	63	27,09
τ_{14}	1	1	2	10	-	-	-	-	4	-	18	7,74
τ_{15}	-	-	-	1	-	-	-	-	-	-	1	0,43
τ_{16}	-	-	-	6	-	-	2	-	-	-	8	3,44
τ_{17}	-	-	-	10	-	-	-	-	-	-	10	4,3

Tabela 21: Relação de tipos de tarefas, número de vezes que foram propostas e porcentagem - C2– parte exercício.

Tipos de Tarefas	T_1	T_2	T_3	T_4	T_5	T_7	T_8	T_9	T_{10}	T_{11}
Nº de vezes	19	5	10	42	4	11	40	1	12	4
%	24,89	6,55	13,1	55,02	5,56	15,29	55,6	1,39	16,68	5,56

O autor trabalha com mais ênfase o tipo de tarefa T_4, que refere-se a equações do tipo ax + bx + cx = d e P(x) = Q (x), dadas em Linguagem Natural e/ou Ostensivos Gráficos, o que indica que escolhe propor com bastante freqüência a resolução de problemas que demandam dentre outras ações, transitar entre a Linguagem Natural e a Linguagem Algébrica, favorecendo o desenvolvimento da capacidade de interpretação de textos matemáticos. Em seguida, observamos a proposição de tarefas do tipo T_1 que são referentes a equações do tipo ax + b = c, ax = c ou x + c = d e T_3 do tipo ax + bx +cx = d ou P(x) = Q(x); contemplando situações em que as técnicas apresentadas são aplicadas diretamente, visando fixar os procedimentos matemáticos sugeridos na parte curso. O tipo de tarefa T_2 é contemplada em algumas situações demonstrando que o autor opta por tratar, neste momento, as equações mais complexas diretamente, solicitando a modelagem em uma pequena parte dos exercícios propostos.

Continua propondo atividades que manipulam e operam com expressões algébricas, que demandam a transcrição de sentenças da Linguagem Natural para a algébrica, bem como o desenvolvimento de expressões algébricas e sentenças, que certamente demandarão a técnica τ_{9}, que consiste em aplicar a propriedade distributiva da multiplicação, e a técnica τ_{13} "Reduzir termos semelhantes", com o intuito de simplificar a expressão ou sentença, deixando-a na forma irredutível.

Embora o autor trabalhe e proponha sistematicamente diversas situações de resolução de equações, mobilizando as técnicas τ_1 e τ_2 e algumas que pelo desenvolvimento dos exemplos sugerem a mobilização de τ_3, sem que explicite tal sugestão, também dá bastante importância ao trabalho com expressões algébricas, sendo τ_{13} a mais mobilizada dentre as técnicas auxiliares.

Quanto à evolução das praxeologias presentes no manual, referentes às técnicas principais, são propostas atividades a serem resolvidas mobilizando a técnica Aritmética, na continuidade, atividades que demandam a mobilização da técnica Algébrica, e, chegando à técnica da transposição (τ_3) no final do capítulo, dando a ela pouca ênfase relativamente às outras duas mencionadas. Simbolicamente temos: a seguinte evolução de praxeologias $(T, \tau_1) \rightarrow (T, \tau_2) \rightarrow (T, \tau_3)$. Esta evolução permanece equilibrada quantitativamente entre as praxeologias (T, τ_1) e (T, τ_2), diferentemente da praxeologia (T, τ_3), pois essa última aparece timidamente em relação às anteriores. Isso significa que o autor opta por fortalecer os procedimentos que antecedem à técnica τ_3, talvez pelo fato de que a servirão de base para o entendimento da técnica da transposição, que provavelmente será retomada nos volumes subseqüentes da coleção.

3.4.3-C3:– 6ª série (7º ano do Ensino Fundamental) – parte exercício– Capítulo 09

Os dados apresentados na tabela a seguir, foram tabulados a partir da tabela apresentada no Anexo 06.

Tabela 22: Relação de tipos de tarefas e técnicas principais – C3– parte exercício.

	T_1	T_2	T_3	T_4	T_5	T_6	T_7	T_8	T_9	T_{10}	T_{11}	TOTAL	%
τ_2	4	3	1	-	-	18	-	-	-	-	-	26	63,44
τ_3	-	9	-	6	-	-	-	-	-	-	-	15	36,6

Tabela 23: Relação de tipos de tarefas e técnicas auxiliares– C3– parte exercício.

	T_1	T_2	T_3	T_4	T_5	T_6	T_7	T_8	T_9	T_{10}	T_{11}	TOTAL	%
τ_4	-	-	-	-	-	-	5	-	-	-	-	5	8,5
τ_6	-	-	-	-	-	-	4	-	-	-	-	4	6,8
τ_7	-	-	-	-	-	-	-	29	-	-	-	29	49,3
τ_8	-	-	-	-	1	-	-	-	9	-	-	10	17
τ_9	-	-	-	2	-	-	-	-	-	-	-	2	3,4
τ_{10}	-	-	-	-	-	2	-	-	-	-	-	2	3,4
τ_{13}	-	1	-	6	-	-	-	-	-	-	-	7	11,9

Tabela 24: Relação de tipos de tarefas, número de vezes que foram propostas e porcentagem – C3– parte exercício.

Tipos de Tarefas	T_1	T_2	T_3	T_4	T_5	T_6	T_7	T_8	T_9
Nº de vezes	4	12	1	6	2	18	9	29	9
%	17,4	52,2	4,35	26,1	2,98	26,82	13,41	43,21	13,41

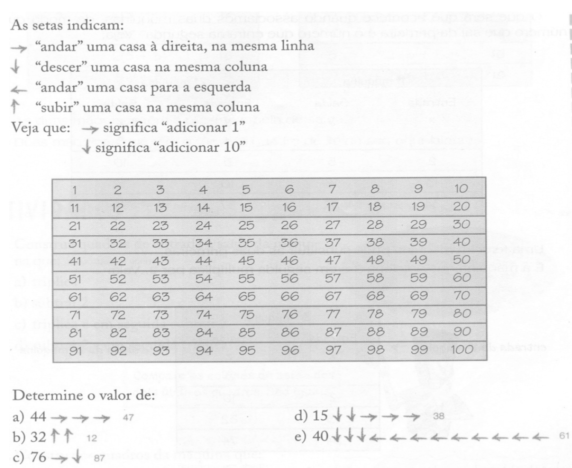
O autor privilegia o tipo de tarefa T_2 referente à resolução de equações dadas em Linguagem Natural que após modeladas assumem uma das formas: $ax + bx = c$, $ax = c$, $x + c = b$, porém não as resolve, apenas as modeliza e encontra equações equivalentes. O tipo de tarefa T_4, também relacionado à resolução de equações dadas em Linguagem Natural, do tipo $ax + bx + cx = d$ e $P(x) = Q\ (x)$, é proposta com a mesma intenção, ou seja, trabalhar equações equivalentes. Os tipos de tarefas T_1 e T_3 são contempladas, em algumas situações, com o mesmo intuito, de encontrar equações equivalentes, ou de substituir valores numéricos dados nas variáveis, para verificar se estes satisfazem à equação proposta. Isso nos leva a inferir que o autor opta por oportunizar o desenvolvimento do raciocínio algébrico, mas não se preocupa em sistematizar os procedimentos que levam à resolução de equações propriamente dita.

Trata com ênfase maior o tipo de tarefa T_6, que visa encontrar equações ou expressões equivalentes a outra dada. Contempla também a tarefa T_8, que consiste em transcrever uma sentença dada em Linguagem Natural ou Ostensivo Gráfico para a Linguagem Algébrica, trabalhando a transição entre as linguagens algébrica, natural e gráfica.

Quanto às técnicas, enfatiza sobremaneira τ_2, que faz a analogia com a balança em equilíbrio, não contempla a técnica τ_1, Aritmética, que permitiria contemplar a passagem da Aritmética para a Álgebra. A técnica $\tau_{3,}$ Transposição, é apresentada no final do capítulo, demonstrando precocidade em utilizá-la, visto que o autor não adentra no campo da resolução de equações.

Privilegia, dentre as técnicas auxiliares, $\tau_{7,}$ encontrar o valor numérico de uma expressão algébrica, dado um valor para a incógnita. Escolhe trabalhar com expressões algébricas, as operações envolvendo estas expressões e situações que demandam suas modelizações.

A coleção não propõe como já havíamos observado exercícios que solicitem efetivamente a resolução de equações, mas solicita, em algumas situações-problema, que se encontre o valor desconhecido, deixando somente no manual do professor a resolução esperada, o que nos permite inferir que espera que seja utilizada a técnica da transposição (τ_3), visto que não apresenta sistematicamente a técnica Aritmética (τ_1). Enfatiza atividades que propõem encontrar equações equivalentes a outras dadas, decodificações da Linguagem Natural para a Linguagem Algébrica, bem como o contrário, sendo que τ_2 e τ_3 aparecem na maioria das vezes para auxiliar nestas proposições. No manual aparecem também atividades não convencionais tais como a colocada a seguir (Fig.07)[20]:


As setas indicam:
→ "andar" uma casa à direita, na mesma linha
↓ "descer" uma casa na mesma coluna
← "andar" uma casa para a esquerda
↑ "subir" uma casa na mesma coluna
Veja que: → significa "adicionar 1"
↓ significa "adicionar 10"

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Determine o valor de:
a) 44 → → → 47
b) 32 ↑ ↑ 12
c) 76 → ↓ 87
d) 15 ↓ ↓ → → → 38
e) 40 ↓ ↓ ↓ ← ← ← ← ← ← ← ← ← 61

Figura 07– Atividade que não envolve resolução de equações

[20] Figura 07 C3: p.181

A atividade anterior foi uma das que dispensamos em nossas análises por não estar relacionada com a resolução de equações do 1º grau.

Em relação às técnicas principais, propõe atividades a serem resolvidas, logo de início, mobilizando a técnica Algébrica, τ_2, que faz a analogia com a balança em equilíbrio, a qual dedica maior parte do capítulo. No final do capítulo, coloca atividades que demandam aparentemente a mobilização da técnica da transposição, levando-se em consideração as resoluções fornecidas pelo autor no manual do professor em exercícios resolvidos colocados como exemplos. Essa situação pode ser simbolizada da seguinte forma: $(T, \tau_2) \rightarrow (T, \tau_3)$. Esta evolução não é equilibrada, visto que há uma dedicação quase que exclusiva à praxeologia (T, τ_2). Verificamos, em uma apresentação por meio da resolução de um exemplo, sem comentários nem explicações, a presença da praxeologia (T, τ_3). Quanto à praxeologia (T, τ_1), o autor chega a mencionar o termo Operações inversas, e faz alguns comentários do que seria este procedimento, propondo algumas situações que demandam raciocinar acerca deste termo, porém não a contempla explicitamente, o que significa que não trabalha explicitamente a passagem da Aritmética para a Álgebra.

Isto demonstra a escolha de entrar diretamente no trabalho da técnica algébrica τ_2, sem ressaltar os aspectos da transição entre a Aritmética e a Álgebra presente na maioria das coleções analisadas. Talvez isso ocorra com o intuito de exercitar a praxeologia (T, τ_2), em atividades que permeiam os procedimentos adotados na resolução de equações, sem resolvê-las sistematicamente, o que não demanda o entendimento de tal transição, mas a percepção de como funciona a técnica τ_2, que é privilegiada no capítulo.

3.4.4 Síntese da organização matemática

Percebemos na coleção C_1 uma evolução não equilibrada das praxeologias, que simbolizamos $(T, \tau_1) \rightarrow (T, \tau_2)$, visto que há um privilégio da praxeologia que envolve a técnica das Operações Inversas, τ_1. De fato, a técnica τ_1 é investida mesmo quando a técnica τ_2 está sendo trabalhada, aparentemente com o intuito de estabelecer uma característica para que τ_1 seja mobilizada, ou seja, sempre que encontrar uma equação em que a variável figurar apenas no primeiro membro, aplique os procedimentos referentes a τ_1. Isso ocorre mesmo nos casos em que a variável esteja presente em ambos os membros da equação, o autor sugere que se mobilize inicialmente a técnica τ_2, mas assim que a variável estiver presente somente no primeiro membro, conclui a resolução mobilizando τ_1.

Na coleção $C_{2,}$ a evolução das praxeologias ocorre do seguinte modo: (T, τ_1)→ (T, τ_2)→ (T, τ_3). Esta evolução permanece equilibrada somente entre as duas primeiras praxeologias, visto que há um investimento equiparado na quantidade de atividades abordadas tanto na parte curso, com exemplos, comentários, como na parte exercício, nos exercícios propostos aos alunos. A praxeologia que envolve a técnica da transposição τ_3 aparece timidamente, nas páginas finais do capítulo, aparentemente com a intenção apenas de apresentá-la, pois não se percebe o trabalho com a técnica, mas somente uma apresentação visual desta, por meio da escrita.

Em relação à coleção C_3 a praxeologia que envolve a técnica τ_2 representa o carro chefe do capítulo, a evolução ocorre do seguinte modo: (T, τ_2)→ (T, τ_3). A transição entre as praxeologias é bastante sutil e ocorre nas últimas páginas do capítulo, visto que o investimento na praxeologia (T, τ_3) é bem pequeno, sendo percebido somente na análise do manual do professor, por meio dos comentários e das resoluções dos exercícios dispostos somente no exemplar do mestre.

As coleções C_1 e C_2 contemplam o estudo da praxeologia (T, τ_1), porém a primeira coleção privilegia o trabalho que envolve a técnica τ_1, enquanto que a segunda apresenta um trabalho estruturado em torno desta técnica, mas dedica-se na mesma proporção ao estudo da paraxeologia (T, τ_2). A coleção C_3 não contempla o trabalho com a praxeologia (T, τ_1), e dedica-se sobremaneira ao trabalho com situações que sugere por meio da resolução dos exemplos a mobilização de τ_2. Quanto ao estudo da praxeologia (T, τ_3), que é contemplado pelas coleções C_2 e C_3, acontece, de certo modo, superficial, pois a técnica é apenas apresentada, mas não é trabalhada efetivamente, nem sistematizada, figurando, aparentemente como o início de um estudo que deverá ser aprofundado posteriormente.

3.5 Organização didática do capítulo referente a equações do 1º grau

Nesse item analisamos os capítulos referentes a equações do 1º grau presentes nos livros didáticos do 7º ano focando a atenção nas escolhas dos autores diante da apresentação e condução desse assunto. Esse estudo marca os momentos didáticos, ou momentos de estudo presentes no capítulo em que é introduzida formalmente a Álgebra no Ensino Fundamental.

Estes momentos são reconhecidos de acordo com o encontro com as praxeologias (T, τ) presentes nos manuais no decorrer do capítulo. Com o intuito de facilitar a leitura e a compreensão do texto de nossa análise, relembramos, inicialmente, os momentos didáticos e suas descrições de maneira sucinta:

Tabela 25: Momentos Didáticos

Momento didático	Descrição
1º momento	1º encontro com a organização matemática em estudo.
2º momento	Exploração do tipo de tarefa e elaboração de uma técnica.
3º momento	Constituição do ambiente tecnológico/teórico relativo à técnica.
4º momento	Trabalho da técnica, que visa melhorá-la.
5º momento	Institucionalização, que consiste em ver o que fica e o que é dispensado na organização.
6º momento	Avaliação

Na análise a seguir, tentamos identificar esses momentos.

3.5.1-C1: Novo Praticando Matemática –6ª série, Capítulo 09.

O autor introduz o capítulo com uma seqüência em Ostensivo na forma gráfica, por meio de um exercício resolvido; logo após descreve esta seqüência em Linguagem Natural, e, em seguida, mostra sua generalização em Linguagem Natural e em Linguagem Matemática.

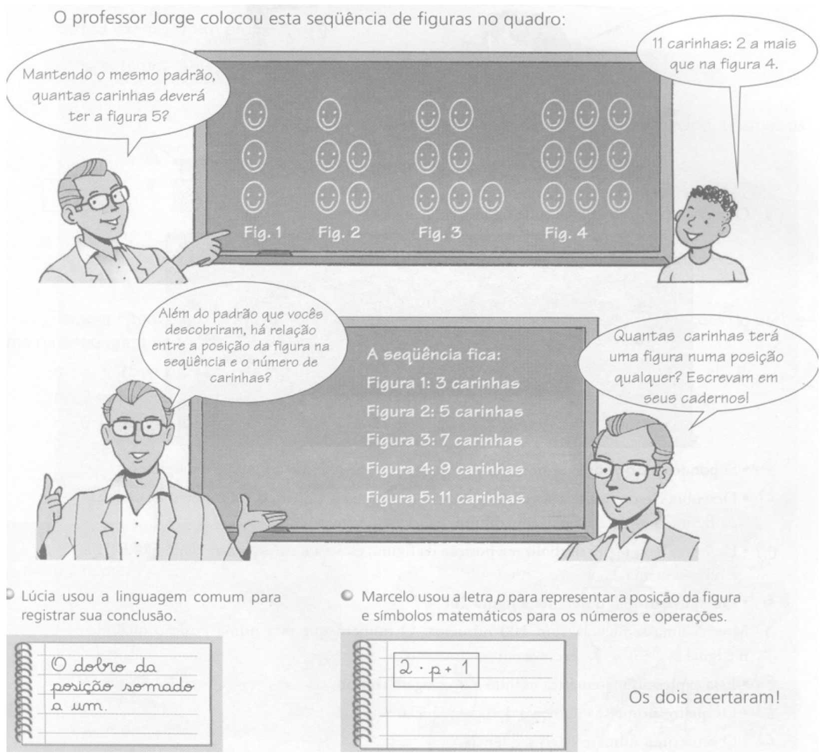


Figura 08[21] – Seqüência e generalização

Dessa maneira, entendemos que este livro demonstra, na introdução do capítulo, certa consonância com as orientações dos PCNs (1997), que propõem a realização do trabalho com seqüências e padrões e suas generalizações, bem como a apresentação de mais de uma forma de representação, sendo uma delas por meio de ilustrações gráficas e a outra em Linguagem Natural.

Na introdução das equações do 1º grau, o autor opta por fazê-lo por meio de um exercício resolvido, caracterizando o 1º momento com a técnica das operações inversas (τ_1), colocando informações que se confundem com o 5º momento relativo à técnica em questão, pois parece pretender institucionalizar a técnica no momento de sua apresentação ao leitor.

Logo em seguida, observa-se a apresentação de comentários e de outros dois exercícios resolvidos que caracterizam o 2º momento referente à resolução de equações por meio da técnica das operações inversas (τ_1).

Embora no terceiro tópico, *Algumas operações com letras*, o manual apresente a técnica da redução dos termos semelhantes, que demanda um raciocínio algébrico, quando se efetua cálculos envolvendo termos com incógnitas, como 2x +

[21] Figura 08 – C_1, p.173

3x = 5x, continua mobilizando a técnica τ_1, caracterizando o 4º momento com esta última.

No tópico, *Balança em equilíbrio e equações*, o autor utiliza figuras de balanças de dois pratos com objetos colocados nos pratos, de modo que a balança esteja em equilíbrio, para ilustrar, e até mesmo para propor exercícios. Apresenta alguns exemplos em que o aluno poderá observar as várias situações que será confrontado com τ_2, figurando o 1º momento com esta técnica. Desses exemplos destacamos o segundo, que colocamos a seguir (Figura 09)[22]:

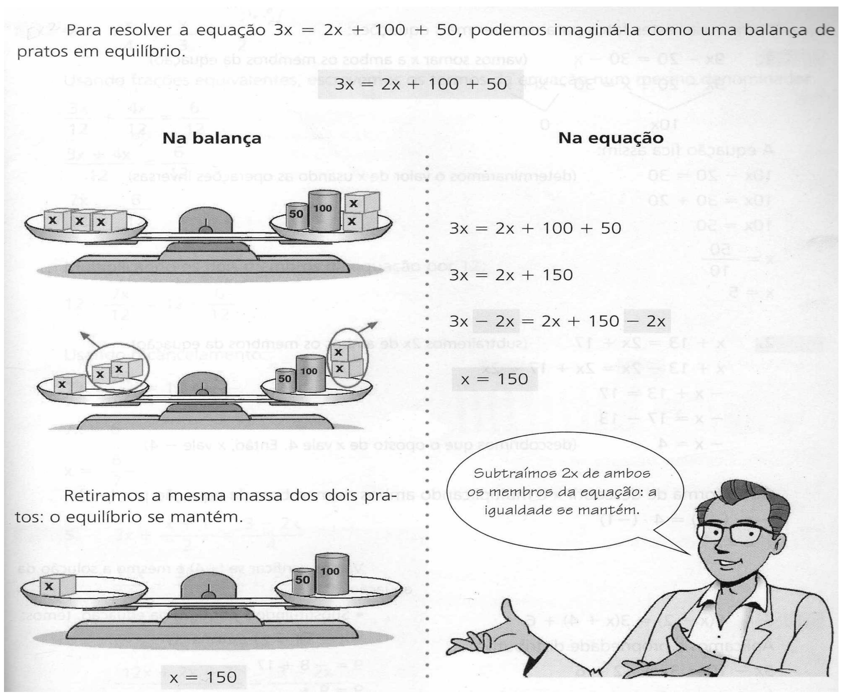


Figura 09 – Ilustração da balança X Resolução algébrica

Nesse exemplo, o autor traça um paralelo entre a ilustração da balança e a notação algébrica em cada passo dado na resolução da equação proposta, de modo que a balança permaneça em equilíbrio, e a igualdade da notação algébrica também, utilizando-se tanto da idéia de movimentos aditivos, como multiplicativos e conclui com comentários que caracterizam o 2º momento com τ_2, pois descreve o que se pode realizar em uma equação ao mobilizar esta técnica.

O autor segue com cinco exercícios resolvidos, caracterizando o 4º momento sobre a resolução de equações mobilizando a τ_2, cujas resoluções sugerem

[22] Figura 09 - C_1, p.183.

que o aluno utilize a técnica algébrica (τ_2) enquanto a incógnita figurar nos dois membros da equação, à partir do momento em que a incógnita estiver presente somente no primeiro membro, conclui a resolução utilizando a técnica que chamamos de operações inversas (τ_1).

Vamos usar estes fatos para resolver mais equações:

1. $9x - 20 = 30 - x$ (vamos somar x a ambos os membros da equação)

$9x - 20 + x = 30 - x + x$

$10x$ $\quad$ 0

A equação fica assim:

$10x - 20 = 30$ (determinaremos o valor de x usando as operações inversas)

$10x = 30 + 20$

$10x = 50$

$x = \frac{50}{10}$

$x = 5$

Figura 10[23] – Técnicas agregadas

Isso revela a intenção do autor de sugerir a utilização de uma espécie de roteiro na resolução dos exercícios, pois sempre que a variável figura em ambos os membros da equação, o autor sugere a utilização da técnica algébrica (da analogia com a balança) até que se consiga uma equação do tipo ax + b = c, na continuidade propõe a mobilização da técnica aritmética (Operações Inversas), a menos que ao aplicar a técnica algébrica (que faz a analogia com a balança em equilíbrio) se obtenha diretamente a raiz da equação.

Apresenta posteriormente o tópico *Aplicando o que aprendemos na resolução de problemas* em que desenvolve dois exemplos. No primeiro, observamos que utiliza a técnica Algébrica, pois descreve ao lado os procedimentos cabíveis entre parênteses, mas não apresenta na escrita os procedimentos inerentes a esta técnica, dando a impressão ao leitor que mobilizou a técnica da Transposição, que se baseia no discurso: passa para o outro lado, muda o sinal, denominada τ_3 em nossa pesquisa. Entretanto, não consideramos aqui como sendo o primeiro encontro com a técnica da transposição, pois o discurso presente no comentário confirma que a técnica trabalhada pelo autor nessa ocasião é a técnica algébrica (τ_2).

No exemplo seguinte, volta a utilizar e apresentar por meio de ostensivos a técnica algébrica (τ_2), contemplando novamente o 4º momento com esta técnica.

[23] Figura 10 – C_1, p.184

Podemos perceber que o autor privilegia, no início do capítulo, a resolução de equações, mas as resolve aritmeticamente, sem o auxílio de uma técnica especificamente algébrica.

As equações apresentadas inicialmente são passíveis de serem resolvidas inclusive mentalmente, assim sendo, o autor parece contemplar em sua obra a passagem da Aritmética para a Álgebra, pois além de apresentar exemplos de equações resolvidas utilizando a linguagem algébrica e técnicas aritméticas, seus primeiros exercícios e exemplos são passíveis de serem resolvidos até mesmo por indivíduos que não dominam as técnicas algébricas, através de operações e raciocínios aritméticos.

No decorrer do capítulo aumenta o grau de dificuldade das atividades levando, de certo modo, o aluno a incorporar gradativamente as técnicas algébricas, sempre exemplificadas em exercícios resolvidos, com o intuito de prepará-los para a resolução das atividades posteriores. O autor propõe exercícios aparentemente de acordo com os exemplos que fornece, assim, parece pretender treinar o aluno para a execução eficaz de certas tarefas utilizando-se basicamente das mesmas técnicas.

Percebemos que o autor trabalha essencialmente, na parte curso deste capítulo, as técnicas τ_1 e τ_2 denominadas em nossa pesquisa respectivamente como Aritmética (das Operações Inversas) e Algébrica (que faz a analogia com a balança em equilíbrio). Observamos que o autor contempla o 1º, 2º e 4º momentos com as técnicas τ_1 e τ_2. O que significa que, a nosso ver, constitui o ambiente teórico/tecnológico por meio das caixas de diálogos e comentários contemplando assim o 5º momento com as técnicas supracitadas.

3.5.2 - C2: Tudo é Matemática –6ª série, Capítulo 07

O autor apresenta, na *Introdução* do capítulo, um exercício que resolve de vários modos: por tentativa e erro, aritmeticamente e por meio de uma equação, que desenvolve com o auxílio da técnica Operações Inversas (τ_1), apresentando a equação resolvida sem maiores explicações. Observa, nesta ocasião, que esta última forma usou uma letra para representar o número procurado e uma sentença que é chamada de equação. Ilustraremos esta apresentação a seguir (Fig. 11)[24]:

[24] Figura 11 – C2: p.198

Introdução

Em um reservatório havia 50 litros de água quando foi aberta uma torneira que despeja 20 litros de água por minuto.

Após um minuto haverá no reservatório 70 ℓ de água (50 + 20).

Após dois minutos, 90 ℓ (50 + 2 · 20).

Após três minutos, 110 ℓ (50 + 3 · 20).

Procure agora resolver o seguinte problema: após quantos minutos o reservatório conterá 290 ℓ de água?

Agora compare sua resolução com as três resoluções seguintes:

1ª

10 min → 50 + 10 · 20 = 250 ℓ

11 min → 50 + 11 · 20 = 270 ℓ

12 min → 50 + 12 · 20 = 290 ℓ

2ª

$$\begin{array}{r} 290 \\ -\ 50 \\ \hline 240 \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 240 & 20 \\ \cline{2-2} 040 & 12\text{ min} \\ 00 & \end{array}$$

3ª

Número de minutos: x

50 + x · 20 = 290

x · 20 = 290 – 50

x · 20 = 240

x = 240 : 20

x = 12

O reservatório conterá 290 ℓ de água após 12 min.

Trocando idéias

Com um colega, procure entender como foi feita cada uma das resoluções acima

A terceira forma de resolução desse problema usou uma letra (**x**) para representar o número procurado e uma sentença, que é chamada de *equação* (50 + x · 20 = 290). O uso de equações facilita a resolução de muitas situações-problema. Por isso, neste capítulo, vamos desenvolver as primeiras noções de equação e sua utilização na resolução de problemas.

Figura 11 – Várias resoluções de uma situação proposta

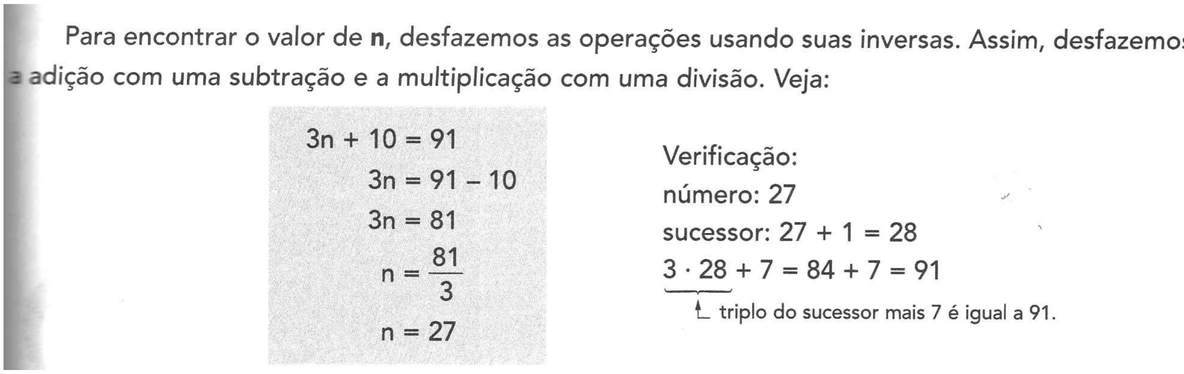
Após esse exemplo, propõe exercícios para encontrar o valor numérico de uma expressão algébrica, e outra situação semelhante à inicial, que será resolvida pelo aluno seguindo o exemplo dado.

O autor dedica os quatro tópicos subseqüentes ao trabalho com expressões algébricas, sendo que no tópico *Letras em lugar de números*, aborda, por meio de um exercício resolvido, a utilização de "máquinas" de transformação de números. Segue com o tópico *Expressões algébricas*, onde mostra, usando exemplos, tais expressões, e observa que as sentenças encontradas nos exercícios anteriores recebem o nome dado ao tópico, possibilitando ao leitor a identificação das referidas expressões. Em uma atividade que nomeia como *Outras expressões algébricas* explora conceitos como o de perímetro, de medida do complemento de um ângulo, e também a aplicação da fórmula da área do quadrado, realizando e propondo diversas atividades que envolvem conceitos e conteúdos da Geometria. Continua com o tópico *Expressões algébricas equivalentes*, em que explora a propriedade distributiva, fator comum, e a redução de termos semelhantes. Exemplifica operações que podem ser realizadas com expressões numéricas e também com expressões algébricas, e por meio de exercícios resolvidos. No tópico *Valor numérico de uma expressão algébrica*, coloca situações que demandam substituir a incógnita por valores numéricos, explorando a aplicação de fórmulas, a execução de cálculo mental e a utilização de tabelas na resolução de exercícios.

Introduz as Equações do 1º Grau, com o tópico, *Usando letras para encontrar números desconhecidos* onde faz uma apresentação informal de equações, propondo situações a serem transcritas da Linguagem Natural para a Linguagem Matemática. Logo em seguida coloca duas equações, dadas em Linguagem Natural, e utiliza uma espécie de diálogo para chegar à sua decodificação em Linguagem Matemática, bem como à sua resolução mobilizando a técnica aritmética das Operações Inversas, contemplando o 1º momento com a resolução de equações por intermédio de τ_1.

Com a intenção de nomear as partes de uma equação, apresenta o tópico *Equação e incógnita*, onde faz também o reconhecimento da incógnita; observa algumas sentenças que não são equações, mas a justificativa sobre uma sentença representar ou não uma equação, é deixada para que o aluno leia e interprete em um pequeno texto introdutório no tópico em questão.

Na próxima parte, *Resolução de equações*, demonstra várias formas de fazê-lo por meio de exercícios resolvidos, sendo elas a resolução por cálculo mental, por tentativa e erro, com o auxílio de diagramas, com o uso de Operações Inversas (τ_1) caracterizando o 2º momento com esta técnica. Embora todas estas possibilidades de resolução de equações sejam colocadas à disposição do educando, o autor dá uma ênfase maior na utilização da técnica das Operações Inversas, propondo mais situações para que o aluno resolva com o auxílio desta técnica, contemplando ainda 2º momento com resolução de equações do 1º grau mobilizando $\tau_{1,}$ e por intermédio de diálogos e observações, institucionaliza efetivamente esta técnica; constitui-se, assim, o 5º momento com a mesma.



Para encontrar o valor de **n**, desfazemos as operações usando suas inversas. Assim, desfazemos a adição com uma subtração e a multiplicação com uma divisão. Veja:

$$3n + 10 = 91$$
$$3n = 91 - 10$$
$$3n = 81$$
$$n = \frac{81}{3}$$
$$n = 27$$

Verificação:
número: 27
sucessor: 27 + 1 = 28
$\underbrace{3 \cdot 28}_{\text{triplo do sucessor mais 7 é igual a 91.}} + 7 = 84 + 7 = 91$

Figura 12[25] - Ilustração do 5º momento com a técnica aritmética τ_1.

Apresenta um pequeno roteiro para a resolução de problemas que propõe na seqüência dos exercícios figurando assim o 3º momento com a resolução de equações do 1º grau com o auxílio da técnica τ_1. Entendemos que o fato de se estabelecer algumas regras para resolver uma situação-problema, significa que o autor tem a intenção de compor o ambiente teórico/tecnológico em torno da técnica ora trabalhada.

Somente após explorar e exercitar as técnicas de resolução de equações da forma ax + b = c e ax + bx + cx = d, introduz, com o tópico *Explorando a idéia de equilíbrio e resolvendo equações*, o 1º momento com a técnica algébrica (τ_2), por meio de um exercício resolvido, traçando um paralelo em cada etapa entre o processo de resolução utilizando a ilustração da balança e a resolução algébrica. Apresenta também, a partir de então, equações da forma P(x) = Q(x), por exemplo, ax + b =cx + d, que necessitam desta última técnica (τ_2) para sua resolução, o que significa que está adentrando em um campo fora do domínio de validade da técnica aritmética (τ_1), ou seja, esta não é mais suficiente para resolver as situações que serão propostas a seguir. No decorrer do tópico, por meio de comentários, explicações e resolução de exemplos, contempla o 2º, o 3º, o 4º, e o 5º momento com a técnica τ_2. Colocamos a seguir a ilustração das caixas de diálogos por meio da qual o autor contempla o 5º momento com a técnica algébrica.

[25] Figura 12 – C_2, p.215

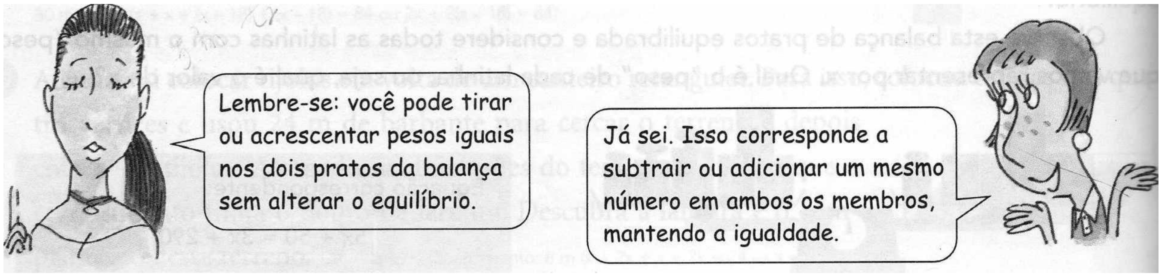


Figura 13[26] – Ilustração do 5º momento com a técnica algébrica τ_2.

Continua o capítulo com o tópico *Equações e Geometria* explorando várias situações que envolvem conceitos da Geometria sendo resolvidas por meio de equações, promovendo o 4º momento com a resolução de equações por meio de τ_1, e o mesmo momento com τ_2, aparentemente com o intuito de melhorar e fixar as referidas técnicas.

Finalmente, no tópico *Usar ou não equação?*, parece tentar fazer com que o aluno perceba a importância de utilizar este recurso na resolução de problemas. O autor resolve a mesma situação dada em Linguagem Natural, com e sem o uso de equações. Aproveita esta ocasião para promover o 1º momento com a técnica da transposição (τ_3), pois as técnicas τ_1 e τ_2 já foram trabalhadas e a resolução colocada pelo autor apresenta características próprias da técnica da transposição.

Embora o autor inicie o capítulo apresentando uma situação que pode ser resolvida de várias maneiras, inclusive utilizando uma equação, dedica parte considerável do capítulo a expressões algébricas, dando ênfase às transcrições da Linguagem Natural para a algébrica e vice versa. O autor trabalha também expressões equivalentes e a determinação do valor numérico de uma expressão algébrica, dado um valor para a incógnita, antes de entrar efetivamente no assunto principal do capítulo, as equações do 1º grau.

Quando introduz o assunto, no início do capítulo, apresenta diversas formas de resolução, principalmente com a utilização das operações inversas, que pode ser realizada inclusive mentalmente, o que parece indicar que também contempla a passagem da Aritmética para a Álgebra.

Posteriormente explora a técnica algébrica, quando estabelece uma analogia com a balança de dois pratos em equilíbrio, em diversos exercícios. Explora também conceitos da geometria, articulando esses com a resolução de equações, mostrando-se em consonância com as orientações dos programas educacionais como os PCNs.

[26] Figura 13 – C_2, p.218

Este manual, assim como o apresentado anteriormente, aprofunda-se no assunto até o ponto de propor atividades envolvendo equações relativamente complexas que seriam executáveis mobilizando a técnica algébrica (τ_2), ou de modo mais prático e econômico mobilizando a técnica da transposição (τ_3). Neste manual, em particular, nos atentamos para o fato de apresentar uma boa quantidade de formas de resolução de equações, como com o auxílio de diagramas, por tentativa e erro, dentre outras. Destacamos, também, a diversidade de atividades envolvendo os entes geométricos.

Na continuidade deste volume trabalha razões, proporções, regra de três simples, aplicação de fórmulas da área de figuras planas, volume de sólidos geométricos, sendo as equações mais complexas as trabalhadas no capítulo a elas destinadas.

Podemos observar neste manual, que as técnicas consideradas principais em nossa pesquisa, $\tau_{1,}$ τ_2 e τ_3 são trabalhadas no capítulo do seguinte modo: τ_1 com uma breve apresentação na introdução do capítulo, sendo retomada no tópico "Usando letras para encontrar números desconhecidos", continuando no tópico "Resolução de equações", sendo inclusive institucionalizada neste tópico, e abordada também no tópico *Equações e Geometria.* Quanto à τ_2, sua abordagem inicia na parte denominada *Explorando a idéia de equilíbrio e resolução de equações*, quando é apresentada, desenvolvida e também institucionalizada. E a técnica da transposição (τ_3), é somente apresentada e trabalhada de modo superficial, não chegando a ser institucionalizada.

Percebemos que o autor escolhe apresentar as equações do 1º grau, sua estrutura, bem como as nomenclaturas de suas partes para, posteriormente apresentar e trabalhar as técnicas principais. Realiza o estudo do tema contemplando o 1º, o 2º, o 3º, o 4º e o 5º momento com a técnica das Operações Inversas (τ_1), o 1º, o 2º, o 3º, 4º e 5º momento com a técnica Algébrica (τ_2), e o 1º momento com a técnica da Transposição (τ_3). Verificamos que, em relação às técnicas τ_1 e $\tau_{2,}$ este autor traça seu percurso didático perpassando o primeiro encontro com a organização na apresentação da técnica, o trabalho do tipo de tarefa e da elaboração da referida técnica por meio de exemplos, da constituição do ambiente tecnológico/teórico por meio de comentários e observações. O trabalho da técnica é realizado pela resolução de diversas situações que demandam sua mobilização, até o ponto de institucionalizá-la, mas assim como o autor da coleção C1, não avalia a técnica ora trabalhada.

3.5.3 - C3: Matemática hoje é feita assim –6ª série, capítulo 09

Nesta coleção o autor inicia o capítulo apresentando o tópico *A Matemática das balanças*. Nas primeiras páginas mostra ilustrações e peculiaridades inerentes à técnica Algébrica, figurando o 1º momento com esta técnica algébrica (τ_2), exemplificando o que acontece quando se retira ou adiciona objetos de mesma massa aos dois pratos da balança em equilíbrio, dentre outras situações mencionadas, e segue propondo atividades para que o aluno reflita acerca do que foi tratado nas páginas anteriores, como o exemplo que segue (Fig. 14)[27]:

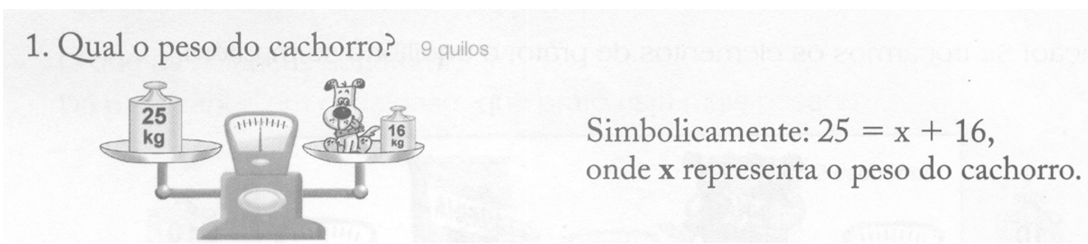


Figura 14 – Uma ilustração da balança

Na seqüência apresenta o tópico *Introdução ao estudo das equações*, mostra como reconhecer equações, as exemplifica e justifica quando uma sentença não é denominada desta forma. Mostra como identificar a incógnita, apresenta algumas interpretações em Linguagem Natural de sentenças dadas em Linguagem Matemática, e explora atividades com situações análogas.

Continua com *As equações e os problemas*, onde explora a decodificação de sentenças dadas em Linguagem Natural para a Linguagem Matemática, explora neste mesmo exercício a resolução da equação, resultante da transcrição supracitada, mobilizando a τ_2, figurando assim, o 1º momento com a resolução de equações por meio da τ_2. Em algumas observações em destaque, apresenta o que é a raiz de uma equação, o que significa resolvê-la, e aponta os membros desta. Segue com atividades que se resumem em efetuar operações em ambos os membros, encontrar

[27] Figura 14 – C3, p.166 – Lembramos que neste caso a nomenclatura correta seria massa e não peso como lemos na figura extraída do manual.

equações equivalentes a outra dada, decodificar sentenças dadas em Linguagem Natural para Linguagem Algébrica, caracterizando o 2º momento com a τ_2.

No tópico *As equações e os jogos de adivinha* são apresentados exemplos que têm como objetivo principal adivinhar o número pensado por uma pessoa. Esses exemplos constituem-se em uma série de comandos dados em Linguagem Natural, que levam à identificação do número pensado. Logo após a proposição dos comandos em Linguagem Natural, também são apresentados em Linguagem Matemática.

Nos textos colocados nas caixas de diálogos que acompanham a personagem, o autor expõe claramente a intenção de apresentar comandos que anulem os citados anteriormente, utilizando inclusive a expressão "operação inversa", mas não apresenta a resolução de nenhuma equação, de maneira estruturada, utilizando a técnica das Operações Inversas (τ_1). No entanto, propõe atividades do tipo "Qual é o número cuja metade menos 7 é igual a 33?, que seria executável mobilizando unicamente a técnica τ_1. Apresenta também atividades que demandam a criação de enunciados para equações dadas, dentre outras.

Posteriormente apresenta o tópico *Equações de roupa nova*, onde procura trabalhar atividades não-convencionais, que demandam o conhecimento aprofundado do algoritmo da adição, para que o aluno encontre algarismos substituídos por símbolos em certas contas dadas, cujas quais não contemplamos em nossas análises e que exemplificaremos a seguir (Fig. 15)[28]:

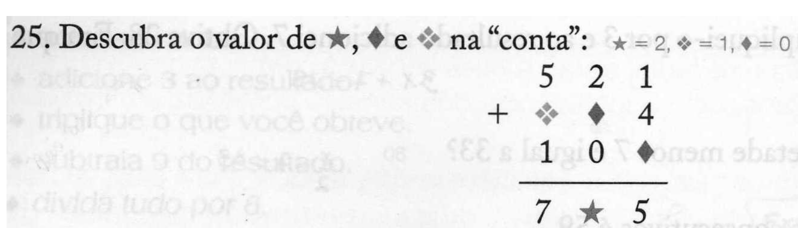


Figura 15 - Exercício não-convencional

Propõe também exercícios envolvendo máquinas, que utilizam tabelas e tratam a letra como variável, chegando a colocar a equação da forma y = x + 3, lembrando uma função, para que os alunos substituam valores em x e em y visando completar as células destacadas.

[28] Fig. 15- C3- p.178 – ex.25

Em seguida, trabalha o tópico denominado *Voltando ao assunto*, onde pede, em determinado exercício, que o aluno expresse simbolicamente as seqüências dadas numericamente, que utilizam letras, números e símbolos matemáticos para decodificar a seqüência numérica em questão. Logo após, em *Máquinas, tabelas, diagramas e equações*, retoma a utilização de máquinas e a construção de tabelas com células destinadas à entrada e saída, demonstrando que equações equivalentes possuem mesmo quadro de saída.

Aponta no tópico *O que pode e o que não pode na resolução de equações*, as operações possíveis de serem realizadas nas equações por meio de comentários e exemplos, mobilizando, na maioria das vezes a técnica Algébrica (τ_2), figurando o 5º momento com esta técnica. Segue o tópico *Equações do 1º grau*, onde mostra como reconhecê-la, bem como verificar se é do 1ºgrau (não justifica) e determinar sua incógnita, e continua com o tópico *Solução de uma equação do 1º grau*, fala de Conjunto Universo, e quando consideramos que uma equação tem ou não solução de acordo com o conjunto considerado, contemplando assim o 3º momento com a técnica algébrica (τ_2).

Pelo fato de iniciar o capítulo apresentando a técnica Algébrica (τ_2), e por não resolver nenhum exercício utilizando a técnica Aritmética, (τ_1), sistematicamente na resolução de equações, entendemos que essa coleção não contempla efetivamente τ_1. Mesmo sabendo que o capítulo traz explicações acerca do que é considerada uma operação inversa, esclarecendo o que caracteriza este procedimento, mas não o utiliza na resolução de equações do 1º grau.

Isso nos permite dizer que essa coleção não fornece meios que oportunizam privilegiar a passagem da Aritmética para a Álgebra, pois além de iniciá-lo com a técnica Algébrica (τ_2), não resolve nenhum exemplo traçando um paralelo entre a resolução puramente Aritmética, sem a utilização de equações, e a resolução com o auxílio de uma equação utilizando-se da técnica Aritmética, dentre outras ações que poderiam privilegiar esta passagem.

O fato de as opções deste autor, na estruturação da organização didática ser bem diferenciada das opções dos demais autores de livros didáticos, torna quase que obrigatória a utilização da coleção em todas as séries, para que sejam contempladas todas, ou boa parte do que está contido nos Parâmetros Curriculares Nacionais no tocante à Educação Matemática. A utilização de um manual pertencente a essa coleção, implica em trabalhar conceitos e conteúdos nesse ano, que podem figurar em exemplares de outros anos (antigas séries) comparando com as outras coleções, pois o autor afirma ter reestruturado os conteúdos do Ensino Fundamental, criando sua própria seqüência. Isso significa que, um conteúdo que figura no manual do 5º ano da coleção C_3, pode figurar no exemplar do 8º ano em outra coleção.

O estudo da organização didática desse manual nos permite observar que o autor escolhe apresentar o assunto Equações do 1º grau, contemplando o 1º momento com a resolução de uma equação mobilizando a τ_2, porém de forma indireta permeada por observações e diálogos, e sem a sistematização deste trabalho com a técnica em questão. Faz opção de trabalhar esta técnica perpassando o 1º, o 2º e o 3º momento didático para desenvolver exercícios que demandam encontrar equações equivalentes, e realizar ações inerentes a esta técnica, como efetuar a mesma operação em ambos os membros da equação, diferentemente dos demais manuais analisados, que mobilizam a τ_2 para resolver efetivamente as equações propostas. Ressaltamos o fato deste autor não contemplar, na parte curso, nenhuma das outras duas técnicas principais (Aritmética e Transposição).

3.5.4 Em síntese

A análise permite vislumbrar as escolhas dos autores no tocante à apresentação e condução do conteúdo. Embora estejamos analisando manuais disponibilizados em um mesmo país, podemos perceber que cada um toma posturas diferenciadas no campo educacional. Isso se deve ao fato de haver uma diretriz para estabelecer o que deve ser feito, porém há a liberdade de escolha por parte dos autores acerca de como, quando e a forma que deseja abordar os assuntos presentes no Ensino Fundamental.

Duas das coleções analisadas, C_1 e C_2, iniciam o capítulo apresentando seqüências a serem generalizadas, trabalhando em seguida expressões algébricas. Entretanto, na primeira a dedicação às expressões algébricas é bem menor que na segunda. Ambas contemplam cada qual ao seu tempo, a passagem da Aritmética para a Álgebra, o que não ocorre com a terceira coleção (C_3), que já inicia apresentando uma técnica especificamente algébrica. Ainda relacionada a esta última, não observamos a proposição de situações que explorem sistematicamente a resolução de equações, embora apresente e utilize as nomenclaturas características do assunto, tais como raiz da equação, membros da equação dentre outras.

A primeira coleção, C_1, assume um caráter mais tecnicista, pois apresenta a técnica e em seguida propõe várias tarefas a serem desenvolvidas pelos educandos. A segunda coleção, C_2, possui características mais próximas da maioria das coleções aprovadas pelo Guia do PNLD 2008: permeia a parte teórica com diálogos e diversifica as formas de propor os exercícios aos educandos, promovendo discussões e oportunizando o desenvolvimento do raciocínio, além do trabalho com a técnica ora apresentada. A terceira coleção, C_3, toma uma postura aparentemente construtivista, pois não trabalha o conteúdo da maneira convencional; as técnicas que apresenta são mobilizadas apenas para exercitar procedimentos que poderão ser aplicados na resolução de uma equação, mas não as resolve nem propõe a resolução efetiva no capítulo, apenas lança discussões em torno do desenvolvimento do assunto.

A coleção C_3 demonstra certa consonância com as orientações presentes nos PCNs, quando coloca que neste nível deve-se apresentar o assunto apenas para que o aluno o conheça, deixando para as séries posteriores a continuidade pertinente, enquanto que C_1 e C_2 parecem compartilhar da mesma importância dada ao conteúdo, bem como a imersão e o tratamento dado aos conceitos e técnicas desenvolvidas.

Após a análise da parte curso dos manuais, observamos que, em C_1 e C_2, o objetivo do capítulo é apresentar as técnicas, Aritmética (τ_1) e, Algébrica (τ_2). Na coleção C_3, o trabalho acontece em torno da técnica τ_2. A técnica da transposição (τ_3) é somente apresentada no final do capítulo dos manuais que a contemplam Além destas, outras técnicas são necessárias para que as três primeiras sejam colocadas em prática. Uma delas é a técnica "Aplicar a propriedade distributiva da multiplicação", que nomeamos $\tau_{9;}$ outra é a técnica "Reduzir termos semelhantes" que nomeamos τ_{13}. O exemplo que segue pede a mobilização dessas duas técnicas:

> <u>Enunciado</u>: Agora, pratique um pouco. Resolva estas equações em seu caderno aplicando as operações inversas. Nas que têm parênteses, use a propriedade distributiva para eliminá-los.

Aplicação da τ_9

$$
\begin{aligned}
3\,(x-3) + x + 2 &= 9 \\
3x - 9 + x + 2 &= 9 \\
4x - 7 &= 9 \\
4x &= 9 + 7 \\
4x &= 16 \\
x &= \frac{16}{4} \\
x &= 4
\end{aligned}
$$

Aplicação da τ_{13}

Deste ponto em diante, aplicação da τ_1

Por meio desse exemplo ilustramos que podem aparecer técnicas para a implementação da execução da tarefa, para que se possam mobilizar as técnicas principais.

3.6 Cruzamento dos dados obtidos na organização didática e na organização matemática dos manuais.

Realizaremos, inicialmente, o cruzamento das informações obtidas no estudo da organização didática e da organização matemática de cada manual, ou seja, ressaltaremos as diferenças e similitudes presentes, nas organizações, didática e matemática de cada coleção separadamente. Denominamos esta ação como cruzamento interno, visto que estamos tratando dados pertencentes a um mesmo manual. Posteriormente, realizaremos o cruzamento dos dados oriundos na análise das três coleções, que denominamos como cruzamento externo, isto é, confrontaremos os dados das três coleções analisadas, o que nos permitirá, efetivamente, responder às questões de pesquisa. Organização didática X organização matemática.

3.6.1-C1 Novo praticando Matemática

Percebe-se na organização didática como uma característica marcante a apresentação de exemplos, e, em seguida, a proposição de exercícios aos alunos a cada nova técnica trabalhada no capítulo. Em alguns exemplos são colocados comentários que aparentemente têm a função de justificar a técnica apresentada. A organização didática contempla os 1º, 2º e 4º momentos didáticos com a técnica da Aritmética, τ_1, e os mesmos momentos com a τ_2.

O manual traz de forma bem definida a subdivisão entre a parte curso e parte exercício, sendo a primeira destinada à teoria e exercícios resolvidos pelo autor, e a última, a parte dedicada à proposição de situações para que os alunos as resolvam. Os exercícios propostos mobilizam as mesmas técnicas e apresentam o mesmo nível de complexidade dos exemplos que são colocados na parte curso, delegando, aparentemente, ao aluno a função de associar o tipo de exercício que deve resolver e, de certa forma, seguir o modelo.

Em dois itens dos exercícios propostos na parte exercício, percebemos um esboço de tentativa de se contemplar o momento da Avaliação da técnica ora apresentada e utilizada, pois são colocados pouco antes de apresentar a próxima técnica, ou seja, na ocasião da transição entre uma técnica e outra, e não são factíveis com a técnica atual, mas demandaria a próxima técnica. Esta estratégia nos indica que o autor pretende chamar a atenção do aluno para a necessidade de apresentar outros procedimentos, aprofundar no conteúdo e mostrar que a técnica atual tem um domínio de validade, isto é, não resolve todas as situações que envolvem equações do 1º grau.

A evolução das praxeologias é administrada pelo autor tanto na parte curso quanto na parte exercício de modo a contemplar, dentre as técnicas principais τ_1, τ_2 e τ_3, somente as duas primeiras. Privilegia no capítulo a praxeologia (T, τ_1), sendo que na parte curso esta praxeologia representa um percentual de 63,12% e na parte exercício 74,52%, mantendo a escolha de investir sobremaneira no trabalho com a técnica aritmética (τ_1). Simbolicamente a evolução das praxeologias se dá do seguinte modo: (T, τ_1) $\rightarrow$ (T, τ_2), sendo que a praxeologia (T, τ_3) é deixada para ser abordada nos próximos volumes.

Nas questões abordadas no manual, o autor enfatiza a simplificação das sentenças, a redução dos termos semelhantes, a transcrição entre as linguagens matemática, natural e gráfica, de modo a criar a oportunidade de se estabelecer relações entre elas. Aumenta gradativamente o nível de dificuldade entre os exercícios agregando técnicas, de forma que se mobilize a técnica anterior sempre que se chegue a determinado ponto do exercício, estabelecendo um ponto de partida para cada técnica ou, ainda, firmando uma marca para mobilizar certa técnica. [29]

3.6.2-C2 Tudo é Matemática

A organização didática deste manual é construída pautada em Exemplos acompanhados de observações e comentários que fazem com que o aluno reflita e discuta acerca do desenvolvimento e da aplicação da técnica apresentada, bem como da proposição de exercícios aos alunos, que de certo modo acompanham as características dos exemplos fornecidos. São contemplados os 1º, 2º, 3º, 4º e 5º momentos didáticos com a técnica aritmética (τ_1), os mesmos momentos com a técnica algébrica (τ_2) e o 1º momento com a técnica da transposição (τ_3).

A parte curso e a parte exercício são apresentadas sem uma separação definida, de modo que o autor intercala exercícios resolvidos, teorias e conceitos, com situações propostas para que os alunos as resolvam. Sempre que aprofunda o nível de dificuldade, apresentando uma nova técnica, o autor resolve alguns itens de um exercício, deixando os demais a cargo do aluno. Cabe ressaltar que o manual traz vários textos informativos que suscitam o diálogo e a socialização dos resultados obtidos.

Boa parte do capítulo é dedicada ao trabalho com expressões algébricas, antes de adentrar efetivamente em equações do 1º grau. Não foram encontradas tentativas de proceder à avaliação das técnicas trabalhadas.

A evolução das praxeologias é administrada na parte curso contemplando as três técnicas principais; privilegia o trabalho da praxeologia (T, τ_1) que representa um percentual de 60,03%, dividindo-se o restante do percentual entre (T, τ_2) e (T, τ_3) que representam 26,68% e 13,34%, respectivamente. Já na parte exercício também contempla as três técnicas principais, mas desta vez enfatiza igualmente as praxeologias (T, τ_1) e (T, τ_2) que representam um percentual de 40,89% das abordagens cada uma delas, enquanto que a praxeologia (T, τ_3) representa 18,33%. Simbolicamente, a evolução das praxeologias neste manual pode ser representada do seguinte modo: (T, τ_1) → (T, τ_2) → (T, τ_3).

[29] Ver exercício colocado na figura 08, p.72

O autor não mantém na parte exercício, a escolha por privilegiar a praxeologia que mobiliza a técnica aritmética, τ_1, pois dedica, na parte curso, destinada à teoria e aos comentários, uma atenção especial ao trabalho com a técnica aritmética, τ_1, que possibilita contemplar a passagem da Aritmética para a Álgebra, o que demonstra a preocupação do autor com esta transição. Na parte exercício equipara a dedicação ao trabalho com as praxeologias (T, τ_1) e (T, τ_2). A praxeologia (T, τ_3) é somente apresentada tanto na parte curso como na parte exercício, não variando sua postura em relação a esta praxeologia.

Em relação à abordagem e proposição das atividades, autor trata com mais freqüência questões que envolvem a redução dos termos semelhantes de uma expressão ou equação, e a determinação de expressões e/ou equações equivalentes. Também propõe diversas situações que envolvem conceitos e conteúdos geométricos, o que mostra a preocupação em demonstrar que estes dois campos do saber matemático podem ser explorados em conjunto de maneira natural.

3.6.3-C3 Matemática hoje é feita assim

A organização didática deste manual é construída pelo autor, pautada em diversos textos que procuram levar o aluno a estabelecer uma linha de raciocínio que poderá levá-lo à compreensão da técnica em questão, e de exercícios que não demandam a resolução de equações de forma sistematizada. Diferente dos demais autores contempla, na parte curso, somente a técnica algébrica τ_2 perpassando os 1º, o 2º e 3º momentos didáticos com esta técnica.

São apresentadas separadamente a parte curso e a parte exercício, porém alguns exercícios trazem a resolução de um ou mais itens, para que os demais sejam resolvidos pelo educando. Os comentários colocados nas caixas de diálogos são apresentados como falas de personagens, dialogando com o educando. Tanto os exercícios propostos, como aqueles resolvidos como exemplos não são relacionados efetivamente à resolução de equações, mas na maioria das vezes constituem-se em ações como substituir valores nas incógnitas, reduzir termos semelhantes e encontrar expressões e/ou equações equivalentes a outras dadas. O autor propõe também diversas situações que não envolvem Álgebra, que foram descartadas no momento de nossas análises[30].

A administração da evolução das praxeologias neste manual se dá contemplando, as praxeologias (T, τ_2) e (T, τ_3), sendo que privilegia a primeira, que representa um percentual de 100% na parte curso e de 63,44% na parte exercício, enquanto que a praxeologia que envolve certo tipo de tarefa mobilizando a técnica da transposição é contemplada somente na parte exercício, e representa um percentual de 37,66%. Simbolicamente podemos escrever a evolução das praxeologias do manual do seguinte modo: $(T, \tau_2) \rightarrow (T, \tau_3)$.

O autor enfatiza, nas questões abordadas no manual, a simplificação das sentenças, a substituição de valores numéricos nas incógnitas, a redução dos termos semelhantes, a transcrição entre as linguagens matemática, natural e gráfica.

3.7 Cruzamento dos dados obtidos nas três coleções.

Embora os autores de duas das três coleções analisadas, C_1 e C_2, construam as respectivas Organizações Didáticas de maneira diferenciada, com características marcantes e igualmente diferenciadas, estas Organizações levam a um objetivo comum, visto que conduzem o estudo do tema Equações do 1º Grau ressaltando o trabalho com as expressões algébricas e resolução de equações, bem como a determinação de expressões e equações equivalentes, a redução dos termos semelhantes, substituição de valores numéricos no lugar da incógnita. Ao contrário de C_3, que também dedica-se ao trabalho com expressões algébricas, determinação de expressões e equações equivalentes, redução dos termos semelhantes, substituição de valores numéricos no lugar da incógnita, mas opta por não trabalhar a resolução de equações; mesmo assim contempla o trabalho com as técnicas τ_2 e τ_3, trazendo ao conhecimento do educando procedimentos para manipular os entes algébricos como as expressões e equações.

Entendemos que a introdução da Álgebra, que ocorre no atual 7º ano do Ensino Fundamental, tem como uma de suas finalidades, preparar o educando para compreender que existem meios mais econômicos e igualmente eficazes para resolver certos tipos de situações além dos procedimentos aritméticos. Percebemos

[30] Ver Exemplo Fig.05 – p.54 deste capítulo

isso claramente nos manuais que contemplam a praxeologia (T,τ_1), pois ela permite contemplar a passagem da Aritmética para a Álgebra de maneira acessível ao aluno.

Vale ressaltar que embora a coleção C_3 não contemple a praxeologia (T,τ_1), nem a Passagem da Aritmética para a Álgebra, não ignora sua existência, visto que comenta, aponta características de τ_1 e chega a propor atividades que conduzem o aluno a raciocinar e apontar qual seria a operação inversa a uma outra apresentada, com o intuito de anular o que foi feito, porém sem resolver equações do 1º grau usando essa técnica.

Este momento introdutório da Álgebra também tem a função de apresentar técnicas que envolvem raciocínios exclusivamente algébricos para desenvolver e chegar à resposta procurada, contemplando a praxeologia (T,τ_2), bem como preparar o educando para compreender e adentrar, posteriormente, no campo algébrico, quando se deparar com a necessidade de trabalhar em situações que mobilizem a praxeologia (T, τ_3).

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Com o objetivo geral de caracterizar a introdução formal da Álgebra nos livros didáticos brasileiros do Ensino Fundamental, decidimos utilizar a teoria antropológica do didático (CHEVALLARD, 1998) para estudar as organizações matemática e didática presentes no capítulo introdutório da Álgebra desses livros.

Nos estudos realizados verificamos que todos os tipos de tarefas principais, que se referem à resolução de equações, figuram de certo modo, nas três coleções analisadas, ou seja, mesmo que o enunciado não proponha a resolução da equação, elas aparecem com outros objetivos como encontrar expressões equivalentes, verificar se certo valor torna verdadeira ou não a sentença dada, dentre outros.

Na coleção C1, Novo praticando Matemática, o autor se utiliza de todos os tipos de tarefas nas proposições de seus exercícios, porém prefere as do tipo tratado em T_3, resolver equações do tipo $\begin{cases} ax+bx+cx=d \\ P(x)=Q(x) \end{cases}$ dadas em Linguagem Algébrica, pois privilegia a aplicação e o desenvolvimento das técnicas. Já na coleção C2, Tudo é Matemática, o autor prefere trabalhar com T_4, resolver equações do tipo $\begin{cases} ax+bx+cx=d \\ P(x)=Q(x) \end{cases}$ dadas em Linguagem Natural e/ou Ostensivo Gráfico, pois além de demandar modelar a equação, trata de equações mais complexas, que exigem mais entendimento e raciocínio para resolver. Finalmente, na coleção C3, Matemática hoje é feita assim, a preferência é por T_2, resolver equações do tipo $\begin{cases} ax+b=c \\ ax=c \\ x+c=b \end{cases}$ dadas em Linguagem Natural e/ou Ostensivo Gráfico, que demanda transcrever para a linguagem algébrica equações dadas em linguagem natural e/ou ostensivos gráficos, e solicita que se encontre equações equivalentes, e também que se aplique a técnica τ_2, que faz a analogia com a balança em equilíbrio, efetuando a mesma operação em ambos os membros.

Dentre os tipos de tarefas secundárias, de T_5 a T_{11}, o tipo T_6, encontrar uma equação ou expressão equivalente a outra dada, é tratado com mais ênfase pela coleção C3, visto que esta coleção opta por trabalhar mais com equivalência entre expressões algébricas e equivalências entre equações. A mesma tarefa não é contemplada na coleção C1, é contemplada, mas não é privilegiada em C2, no capítulo destinado às equações do 1º grau.

O tipo de tarefa T_7, encontrar o valor numérico de uma expressão algébrica, dado um valor para a incógnita, é privilegiado em relação aos demais somente em C2, pois esta coleção trabalha bastante com expressões algébricas antes de apresentar efetivamente as equações e suas resoluções. Este tipo de tarefa não é privilegiado em C1, nem em C3, na contagem geral do capítulo.

O tipo de tarefa T_8, transcrever uma sentença dada em Linguagem Natural ou Ostensivo Gráfico para Linguagem Algébrica, é trabalhado com bastante ênfase nas três coleções, o que demonstra que a transcrição da Linguagem Natural para a Linguagem Algébrica é muito valorizada pela Educação algébrica.

Outros dois tipos de tarefas são privilegiados por apenas uma das coleções, T_{10}, desenvolver expressões algébricas, pela coleção C2, que trabalha bastante com o desenvolvimento de expressões algébricas, e T_{11}, verificar se certo valor é raiz de uma equação, pela coleção C1, que além de propor diversos exercícios de resolução de equação, valoriza a verificação da veracidade do valor encontrado.

Em relação às técnicas, no subgrupo das técnicas que consideramos principais, as coleções C1 e C2 privilegiam as técnicas τ_1, aritmética (das operações inversas), e τ_2, algébrica (que faz a analogia com a balança em equilíbrio), contemplando a passagem da Aritmética para a Álgebra, não somente por privilegiar estas duas técnicas, mas pela organização didática que propõem. A coleção C_3 privilegia basicamente a técnica τ_2, restringindo a maioria de suas atividades ao trabalho com equações e expressões algébricas equivalentes. A técnica τ_3, da transposição (retórica de $\tau 2$, que envolve o raciocínio "muda de membro, troca o sinal), é contemplada nas coleções C_2 e C_3, superficialmente, isto é, sem que haja um trabalho estruturado sobre ela.

No que cerne às técnicas auxiliares, τ_7, utilizar números, letras e símbolos matemáticos para decodificar uma sentença dada em Linguagem Natural e/ou Ostensivo Gráfico, de modelagem, e τ_{13}, reduzir os termos semelhantes, que trabalha a redução de termos semelhantes são contempladas com ênfase pelas três coleções. A técnica τ_8, utilizar palavras para traduzir uma sentença dada em Linguagem Algébrica ou Linguagem Matemática, é contemplada somente na coleção C3, pois as outras propõem o caminho inverso, ou seja, a passagem da Linguagem Natural para a algébrica.

Deparamos-nos em nossas análises com três Praxeologias Matemáticas ou Organizações Matemáticas diferentes, três Organizações Didáticas também diferentes, mas que pretendem levar ao mesmo ponto do conhecimento algébrico que é o trabalho envolvendo a praxeologia (T, τ_3). De fato, mesmo que esta não seja contemplada no manual, estão presentes ações que permitem ao aluno chegar ao entendimento da possibilidade de se descartar alguns passos da resolução de uma situação mobilizando τ_2, garantindo ainda o sucesso na resolução que se propõe. Isto quer dizer que, mesmo que não seja contemplada (T, τ_3), o trabalho conduz à preparação para utilizá-la posteriormente, visto que mesmo os manuais que a contemplam, o fazem de maneira bem sutil, o que nos permite inferir que deixam para se aprofundarem nesta técnica nos anos subseqüentes.

Verificamos que os autores trabalham o capítulo destinado ao estudo das Equações do 1º Grau, cada qual com suas peculiaridades no tocante à abordagem e à condução do assunto. Diferem inclusive no número de situações propostas, no grau de complexidade que chegam a contemplar nas atividades, na quantidade de técnicas mobilizadas em cada tarefa proposta, dentre outras diferenças encontradas nos manuais.

No entanto, todas as coleções analisadas contemplam a praxeologia (T, τ_2), o que significa que a técnica que faz a analogia com a balança em equilíbrio e as equações é considerada importante para a compreensão dos procedimentos passíveis de serem mobilizados para resolver as equações do primeiro grau. Este fato também nos parece relevante na coleção C_3–Matemática hoje é feita assim – que opta por não utilizar a técnica em questão na resolução sistematizada das equações, mas para encontrar equações semelhantes a outras dadas.

Percebemos ainda que a praxeologia (T, τ_1) recebe um cuidado especial em duas coleções, $C_{1,}$ Novo praticando Matemática, e $C_{2,}$ sugerem na resolução de diversos exercícios referentes à resolução de equações do 1º grau, talvez pelo fato de esta praxeologia permitir contemplar a passagem da Aritmética para a Álgebra. A coleção $C_{3,}$ não solicita que se resolvam efetivamente equações, faz menções que remetem aos procedimentos relacionados à técnica τ_1 das operações inversas, mas não a apresenta como uma técnica, não a mobiliza na resolução dos exemplos, o que significa que não contempla a praxeologia (T, τ_1).

Quanto à praxeologia (T, τ_3), mesmo aparecendo timidamente em duas das coleções analisadas, no final do capítulo, apenas visualmente e sem maiores justificativas e sistematizações, é igualmente importante, visto que é o ponto onde se deseja chegar no final do Ensino Fundamental, pelo fato de ser mais econômica e de seu domínio de validade exceder ao das demais técnicas referentes à resolução de equações, τ_1 e τ_2. Embora C_1 não contemple a praxeologia (T, τ_3), o trabalho bem estruturado em torno de (T, τ_2) favorece posteriormente o entendimento da técnica τ_3 da transposição.

Sobre τ_3, percebemos que está associada ao discurso "muda de membro troca o sinal", mas pode ser considerada conseqüência de τ_2, a técnica que denominamos algébrica, pelo fato de sua visualização, depois de mobilizada, apresentar algumas passagens comuns à técnica algébrica. Resumidamente podemos considerar que τ_3 é τ_2 suprimindo as passagens em que se aplica a mesma operação em ambos os membros da equação. Isso significa que qualquer que seja a evolução das praxeologias presentes nos manuais, seja ela equilibrada ou não, o objetivo parece ser a compreensão e a apropriação da praxeologia (T, τ_2) com o intuito de preparar o educando para compreender, futuramente, a praxeologia (T, τ_3), mais econômica e eficaz para ser mobilizada em situações oportunas no decorrer do processo de ensino e aprendizagem, tanto no campo da Álgebra como nas disciplinas que utilizam as equações do primeiro grau como ferramentas.

Percebemos nas coleções C_1 e C_2, o investimento nas técnicas principais τ_1 e τ_2, ligado à resolução de problemas. A coleção C_3 dedica-se ao trabalho com a técnica τ_2 na maior parte do capítulo, mas a apresentação desta técnica se dá por meio de um texto explicativo. Talvez isso ocorra em função da escolha do autor, de não propor a resolução de equações de modo sistematizado no capítulo.

Verificamos nas coleções C_1 e C_2 que as Equações do 1º grau, são colocadas em partes diferentes no capítulo, na primeira coleção ocorre no início, na segunda coleção, mais próximo do meio do capítulo, em decorrência da dedicação ao trabalho com expressões algébricas diferir em proporção em cada uma delas. Percebemos que a apresentação das equações nestas coleções está ligada à resolução de problemas, e o trabalho no decorrer do capítulo é realizado exclusivamente por meio da resolução de equações. Estas duas coleções se assemelham a outras, presentes no Guia do PNLD 2008. O mesmo não ocorre com a coleção C_3 que apresenta um trabalho totalmente diferenciado das demais coleções disponibilizadas pelo guia supracitado.

De fato, a coleção C_3, difere das demais analisadas em diversos aspectos, em particular na composição da organização matemática e na constituição da organização didática. Embora contemple as praxeologias (T, τ_2) e (T, τ_3), as técnicas τ_2 e τ_3 são mobilizadas com o intuito de encontrar equações equivalentes a outras dadas, não na resolução de equações como nos outros manuais.

Assim sendo, pelo fato de C_3 tomar uma postura diferenciada das demais coleções presentes no Guia do PNLD 2008, que a nosso ver representa sozinha a categoria F deste guia, por propiciar com a proposição dos conteúdos a discussão em seu entorno, e deixar a sistematização destes, a critério do professor, achamos oportuno analisa-la ressaltando suas características com o intuito de apresentá-la como exemplo de proposta não-convencional.

Por este motivo, consideramos apenas as coleções que apresentam aspectos comuns a outras disponibilizadas no Guia do PNLD 2008 para apontar características gerais e predominantes na caracterização da Álgebra. Dentre as características ressaltamos a escolha por trabalhar resolução de equações e apresentar as Equações do 1º grau por meio de situações-problema; o trabalho do capítulo destinado às equações, no tocante ao nível de dificuldade alcançado nos exemplos e exercícios propostos, é realizado em diversas situações com os tipos de tarefas T_2 e T_4, isso significa que a imersão no conteúdo acontece de forma padronizada na educação algébrica.

Esses estudos e as considerações supracitados nos auxiliaram na busca pela identificação de causas das dificuldades no campo da Álgebra, no momento de sua introdução.

Talvez uma dessas causas se deva ao fato de o capítulo que introduz um assunto complexo como a Álgebra, trazer uma gama de informações, carregadas de abstrações e procedimentos novos, que devem ser investidos em situações que adotam uma linguagem nova. Ou seja, em um mesmo capítulo é contemplada a passagem da Aritmética para a Álgebra, são trabalhadas situações passíveis de serem resolvidas por meio da τ_1, em seguida situações em que essa técnica não é mais suficiente, sendo apresentada τ_2, quando as equações chegam a um nível mais complexo. Não existe um tempo para que essas técnicas sejam trabalhadas de modo satisfatório, para que o aluno realmente se aproprie delas ao trabalhá-las. Cabe ressaltar que esta introdução ocorre, de modo geral, abruptamente, sem a preparação do raciocínio abstrato para receber tais conhecimentos.

Acreditamos que a leitura deste trabalho possa suscitar algumas dúvidas nos leitores, assim como em nós, tais como: será que as técnicas não estudadas em determinado momento são trabalhadas posteriormente pelo autor, em outro livro da coleção? Por exemplo, será que todos os autores chegam a trabalhar efetivamente a técnica da transposição τ_3? Certamente dentre as questões que essa investigação suscita, essa é uma das que nos interessaria olhar. Entretanto, ela se situa entre uma gama de assuntos que podem ser tratados na continuidade destes estudos, visto que, nessa pesquisa de mestrado nossa questão central era investigar somente o início formal do estudo da Álgebra.

Esperamos que essa pesquisa possa contribuir com estudos e investigações relacionados à aprendizagem da Álgebra, como por exemplo, na organização de uma engenharia didática para a aprendizagem da resolução de equação do 1º grau.

ANEXOS

ANEXO 01: ORGANIZAÇÃO MATEMÁTICA – PARTE CURSO – C1

PÁGINA	EXERCÍCIO	TAREFA	TÉCNICA(S)	TAREFA	TÉCNICA(S)	OBSERVAÇÕES
173	**-**	**-**	**-**	**-**	**-**	**Letras e padrões**
	1	T_5	τ_{10}			
174	**-**	**-**	**-**	**-**	**-**	**Letras e números desconhecidos**
	Exemplo	T_7	τ_6			
	1	T_7	τ_6			
	2 e 3	*	*	*	*	**Não envolvem equações**
	4.1	T_7	τ_6			
	4.2	T_5	τ_{10}			
	4.3	T_8	τ_7			
	4.4	T_7	τ_6			
	5.1	T_9	τ_7			
	5.2	T_7	τ_6			
	5.3	T_7	τ_6			
		T_2	τ_1, τ_{13}	T_8	τ_7	T_{11} τ_{12}
176	**Exemplo**	T_1	τ_1, τ_{13}	T_{11}	τ_{12}	**Nesta página mostra como verificar se o valor encontrado é realmente a solução da equação**
177	**Exemplo**	T_1	τ_1, τ_{13}	t_{11}	τ_{12}	
179	**-**	**-**	**-**	**-**	**-**	**Algumas operações com letras**
		T_6	τ_{13}			
		T_{10}	τ_9, τ_{13}	T_8	τ_7	
180	**1**	T_4	τ_{13}, τ_1	T_7	τ_6	
	2	T_4	τ_{13}, τ_1,τ_9	T_8	τ_7	
182	**-**	**-**	**-**	**-**	**-**	**Balanças em equilíbrio**
	Ex. 1	T_2	τ_1	T_8	τ_7	
183	**Ex. 2**	T_3	τ_2, τ_{13}			
184	**1**	T_3	τ_2, τ_1, τ_{13}			
	2	T_3	τ_2, τ_1, τ_{13}	T_{11}	τ_{12}	
	3	T_3	τ_2, τ_1, τ_{13}	T_{10}	τ_9	
	4	T_3	τ_{14}, τ_{13}, τ_2, τ_1			**Cita: “usando o cancelamento”, considero uma técnica?**
	5	T_3	τ_{14}, τ_{13}, τ_2, τ_1	T_{10}	τ_9	
187	**-**	**-**	**-**	**-**	**-**	**Aplicando o que aprendemos na resolução de problemas**
	1	T_4	τ_{13}, τ_2, τ_1	T_8	τ_7	
		T_4	τ_{13}, τ_2	T_8	τ_7	

ANEXO 02: ORGANIZAÇÃO MATEMÁTICA – PARTE CURSO – C2

PÁGINA	EXERCÍCIO	TAREFA	TÉCNICA(S)	TAREFA	TÉCNICA(S)	OBSERVAÇÕES
198	-	-	-	-	-	Introdução
	introdução	T_2	τ_1			
	1 a	T_7	τ_6, τ_{13}			
	1 b	T_7	τ_6, τ_{13}			
	1 c	T_1	τ_1			
199	2 a	T_7	τ_6, τ_{13}			Letras em lugar de números
	2 b	T_7	τ_6, τ_{13}			
	2 c	T_7	τ_6, τ_{13}			
	3 a	T_7	τ_6, τ_{13}			
	3 b	T_7	τ_6, τ_{13}			
	3 c	T_7	τ_6, τ_{13}			
	3 d	T_1	τ_1			
201	-	-	-	-	-	Expressões algébricas
203	12 a)	T_8	τ_{16}	T_6	τ_{13}	
	12 b)	T_8	τ_{16}	T_6	τ_{13}	
	12 c)	T_8	τ_{17}			
	14.1	T_6	τ_{13}	T_{10}	τ_9	
	14.2	T_6	τ_{13}, τ_9			
	14.3	T_6	τ_{13}, τ_9			
205	15 ex.	T_6	τ_{14}, τ_{13}			
207	-	-	-	-	-	Valornuméricodeumaexpressão algébrica
	23	T_7	τ_6, τ_{13}			
208	26	T_7	τ_6, τ_{13}			Fórmula ºc, ºf
209	-	-	-	-	-	Procura-se um elemento desconhecido
	27					Charadas diversas
210	28	T_1	τ_1			Aritmeticamente
211	-	-	-	-	-	Usando letras para encontrar números desconhecidos
		T_2	τ_1			
	-	-	-	-	-	Equação e incógnita
212	-	-	-	-	-	Resolução de equações
		T1	τ1			
213	-	-	-	-	-	Resolvendo equações por tentativa e erro
	Exemplo	T_2	τ_7, τ_{11}			
214	-	-	-	-	-	Resolução de equações com o uso de diagramas (aritmeticamente)
	Exemplo	T_1	τ_1			
214	-	-	-	-	-	Resolução de equações com o uso das operações inversas
215	1º ex.	T_2	τ_1	T_{10}	τ_9	T_{11} τ_{12}
	2º ex.	T_1	τ_1, τ_{12}	T_{10}	τ_9	
217	-	-	-	-	-	Explorando a idéia de equilíbrio e a resolução de equações
		T_4	τ_7, τ_2, τ_{13}			
219	50 ex.	T_3	τ_2, τ_{13}			
220	54 ex.	T_3	τ_2	T_{10}	τ_9	

PÁGINA	EXERCÍCIO	TAREFA	TÉCNICA(S)	TAREFA	TÉCNICA(S)	OBSERVAÇÕES
222	-	-	-	-	-	Equações e geometria
	/	/	/	/	/	Não traz exemplos, nem comentários.
224	-	-	-	-	-	Usar ou não equação?
	a)	T_3	$\tau_2, \tau_3, \tau_{13}$	T_{11}	τ_{12}	Resolve usando porcentagem e equação
	b)	T_3	$\tau_3, \tau_7, \tau_{13}$	T_{10}	τ_9	

ANEXO 03: ORGANIZAÇÃO MATEMÁTICA – PARTE CURSO – C3

PÁGINA	EXERCÍCIO	TAREFA	TÉCNICA(S)	TAREFA	TÉCNICA(S)	OBSERVAÇÕES
164 -166	-	-	-	-	-	A matemática das balanças
168	-	-	-	-	-	Introdução ao estudo das equações
	Exemplo	T_8	τ_7			
169	Quadro	T_9	τ_8			
170	-	-	-	-	-	As equações e os problemas
	Exemplo	T_2	$\tau_7, \tau_2, \tau_{13}$	T_{11}	τ_{12}	
172 - 173	Exemplo (8)	T_6	τ_2	T_{11}	τ_{12}	$\tau 2$ para encontrar equações equivalentes
175	comandos	T_8	τ_7			As equações e os jogos de adivinha – neste momento Fala das operações inversas
176	Exemplo	T_8	τ_7, τ_{13}	T_{10}	τ_9	
177		-	-	-	-	Equações de roupa nova
180		T_5	τ_{10}			
182	máquinas	T_5	τ_{10}-	-	-	Máquinas, tabelas, diagramas e equações
183	tabelas	T_7	τ_6, τ_{13}			Explora "máquinas" e equações equivalentes
184		-	-	-	-	O que pode e o que não pode na resolução de equações – fala de "isolar a incógnita"
	Exemplo 1-3 (3)	T_3	τ_2			
	4 e 5 (2)	T_1	τ_2			
	7	T_6	τ_{13}			
185	-	-	-	-	-	Equações do 1º grau (identifica equações)
	-	-	-	-	-	Solução de uma equação do 1º grau (fala sobre o conjunto universo)

ANEXO 04: ORGANIZAÇÃO MATEMÁTICA – PARTE EXERCÍCIO – C1

PÁGINA	EXERCÍCIO	TAREFA	TÉCNICA(S)	TAREFA	TÉCNICA(S)	OBSERVAÇÕES
177	1	*	*	*	*	Reconhecer equações dentre algumas sentenças
	2 (1)	T_2	τ_1			
	3 (3)	T_2	τ_1	T_8	τ_7	
	4 (8)	T_1	τ_1			
178	5	*	*	*	*	Trata-se de uma pergunta relacionada à ilustração
	6 (6)	T_1	τ_1			c = ax + b – para inverter a equação
	7	T_2	τ_1			ax = c
	8 (2)	T_2	τ_1, τ_7			ax = c
	9 (4)	T_1	τ_1			ax = c
	10	T_2	τ_1			
	11 (4)	T_1	τ_1			
	11 (2)	T_1	τ_1, τ_{13}			
	12 (2)	T_2	τ_1			
	13 (4)	T_1	τ_1			ax = c, com a $\in Z$
179	14 (2)	T_1	τ_1			$\frac{ax+b}{c} = d$
	15 (4)	T_1	τ_1			$\frac{ax+b}{c} = d$
	16	T_2	τ_1			ax = c, com a $\in Z$
	17 (6)	T_1	τ_1			
	Quadro verde	T_6	τ_9, τ_{13}			
	Quadro verde (4)	T_6	τ_{13}			
180	Quadro verde (2)	T_8	τ_7			ax +b = c LN $\Rightarrow$ LA
	(1)	T_9	τ_8			Linguagem Algébrica $\Rightarrow$Linguagem Natural
181	18	T_4	τ_1, τ_{13}			
	19 (5)	T_3	τ_{13}, τ_1			
	19 (1)	T_3	τ_2, τ_{13}			Ainda não foi apresentada a técnica da balança.
	20	T_4	τ_7, τ_{13}, τ_1, τ_9			
	21 (4)	T_3	τ_{13}, τ_1, τ_9			
	21 (1)	T_3	τ_{13}, τ_2, τ_1, τ_9			Ainda não foi apresentada a técnica da balança.
	22	T_2	τ_1			
	23 a)	T_4	τ_2, τ_1			
	23 b)	T_8	τ_7			
	24)a	T_4	τ_2, τ_1			
	24 b)	T_8	τ_7			
	25 (8)	T_3	τ_2, τ_{13}			
	26 (4)	T_3	τ_{13}, τ_2, τ_1, τ_9			
	27	T_4	τ_{14}, τ_{13}, τ_2, τ_1, τ_7			

PÁGINA	EXERCÍCIO	TAREFA	TÉCNICA(S)	TAREFA	TÉCNICA(S)	OBSERVAÇÕES
	28 (4)	T_3	$\tau_{14}, \tau_{13}, \tau_2, \tau_1$			
	29 (6)	T_3	$\tau_{14}, \tau_{13}, \tau_2, \tau 1$			
	30	T_4	$\tau_{14}, \tau_{13}, \tau_1, \tau_7$			
189	31	T_4	τ_2, τ_1, τ_7			
	32	T_2	$\tau_1, \tau_{13}, \tau_7$			
	33	T_4	$\tau_{13}, \tau_2, \tau_1, \tau_7$			
	34 (1)	T_3	$\tau_1, \tau_{16}, \tau_5$			
	34 (1)	T_2	$\tau_1, \tau_{15}, \tau_5$			
	35 (2)	T_2	τ_7, τ_1			
	35 (1)	T_2	$\tau_7, \tau_{14}, \tau_{13}, \tau_1$			
	36	T_2	$\tau_1, \tau_{13}, \tau_7$			
	37	T_3	$\tau_1, \tau_{13}, \tau_7$			
	38	T_3	$\tau_1, \tau_{13}, \tau_7$			
	39	T_3	$\tau_1, \tau_{13}, \tau_7$			
	40	T_3	$\tau_1, \tau_{13}, \tau_7$			
190	41	T_4	$\tau_{14}, \tau_{13}, \tau_2, \tau_1, \tau_7$			
	42	T_4	$\tau_1, \tau_{13}, \tau_7$			
	43	T_4	$\tau_2, \tau_1, \tau_{13}, \tau_7$	t_{10}	τ_9	
	44	T_4	$\tau_2, \tau_{13}, \tau_1, \tau_7$			
	45	T_4	$\tau_2, \tau_{13}, \tau_1, \tau_7$			
	1 (9)	T_1	τ_1			
	2 (4)	T_{11}	τ_{12}			
	3 (3)	T_3	$\tau_2, \tau_1, \tau_{13}$			
	3 (3)	T_3	$\tau_{13}, \tau_2, \tau_1, \tau_9$			
	4 (7)	T_3	$\tau_{14}, \tau_{13}, \tau_1$			
	4 (1)	T_3	$\tau_{14}, \tau_{13}, \tau_2, \tau_1$			
	5	T_4	$\tau_{16}, \tau_{13}, \tau_1$			
	6	T_4	$\tau_2, \tau_1, \tau_{13}, \tau_7$			
	7	T_4	$\tau_2, \tau_{13}, \tau_1, \tau_7$			
	8	T_4	τ_2, τ_1, τ_7			
	9	T_4	$\tau_{13}, \tau_1, \tau_7$			
	10	T_4	$\tau_{13}, \tau_1, \tau_7$			
	11	T_4	$\tau_{13}, \tau_1, \tau_7$			
	12	T_2	$\tau_{13}, \tau_1, \tau_7$			
	13	T_2	τ_1, τ_7			
192	14	T_4	$\tau_{14}, \tau_{13}, \tau_1, \tau_7$			
	15	T_4	$\tau_{13}, \tau_1, \tau_7$			
	16	T_4	$\tau_{13}, \tau_2, \tau_1, \tau_9$			
	17	T_4	$\tau_2, \tau_{13}, \tau_1, \tau_7$			
	18	T_4	$\tau_2, \tau_{13}, \tau_1, \tau_7$			
	19	T_4	$\tau_{14}, \tau_{13}, \tau_1, \tau_7$			
	20	T_4	$\tau_2, \tau_1, \tau_{13}, \tau_7$			
192	1 a)	*	*	*	*	Para saber mais
	1 b)	T_1	τ_1			
193	2	T_4	$\tau_7, \tau_{13}, \tau_1, \tau_9$			
	3	*	*	*	*	Descobrir a laranja estragada
	1	*	*	*	*	Desafios- 1) Pb mal formulado
	2	T_4	τ_7, τ_2, τ_1			
	3	T_4	$\tau_{14}, \tau_{13}, \tau_1, \tau_7$			
194	1 (4)	T_{11}	τ_{12}			Auto avaliação.
	2 (4)	T_{11}	τ_{12}			

PÁGINA	EXERCÍCIO	TAREFA	TÉCNICA(S)	TAREFA	TÉCNICA(S)	OBSERVAÇÕES
	3	T_4	τ_2			
	4	T_1	τ_{11}			
	5	T_1	τ_1	T7	τ_6	
	6	T_4	τ_{13}, τ_1, τ_7			
	7	T_4	τ_7, τ_{13}, τ_1			
	8	T_4	τ_7, τ_{13}, τ_1			
195	9	T_4	τ_7, τ_{13}, τ_1			
	10	T_8	τ_7			
	11	T_8	τ_7			
	12	T_8	τ_7			
	13	T_4	τ_7, τ_2, τ_{13}, τ_1			
	14	T_2	τ_1			
196	15	T_4	τ_7, τ_2, $\tau_1$3, τ_1			Enunciado confuso
	16	T_4	τ_7, τ_2, τ_{13}, τ_1			
	17	T_4 OG	τ_2, τ_{13}, τ_1,τ_5			
	18	T_3	τ_{14}, τ_{13}, τ_2, τ_1			
	19	T_3	τ_{14}, τ_{13}, τ_1			
	20	T_4	τ_{14}, τ_{13}, τ_1			

ANEXO 05: ORGANIZAÇÃO MATEMÁTICA – PARTE EXERCÍCIO – C2

PÁGINA	EXERCÍCIO	TAREFA	TÉCNICA(S)	TAREFA	TÉCNICA(S)	OBSERVAÇÕES
200	4 (6)	T_8	τ_7			
	5 (4)	T_5	τ_{10}			
	6 (20)	T_8	τ_7			
	7		*	*	*	
201	8	*	*	*	*	
202	9 (5)	T_8	τ_7			
	10 (5)	T_7	τ_6			
203	11 (6)	T_8	τ_7			
204	13 (4)	T_{10}	τ_{13}			
	14 (4)	T_{10}	τ_9, τ_{13}			
205	15 (4)	T_{10}	τ_{14}, τ_{13}			
	16 (2)	T_8	τ_{16}, τ_5, τ_{13}			
206	17	*	*	*	*	Pares de equações Equivalentes
	18	*	*	*	*	Inventar expressões Algébricas
	19	*	*	*	*	Quantas unidades o perímetro E > q
	20	T_7	τ_6			a,b e c não envolvem Álgebra
207	21	T_9	τ_8	T_7	τ_6	
	22	T_8	τ_7			
208	24 (3)	T_7	τ_6			
	24 (1)	T_{11}	τ_{11}			
	25	T_7	τ_6			
212	29	*	*	*	*	Reconhecer equações e incógnitas
	30 (10)	T_1	τ_1			
213	31 (3)	T_1	τ_{11}			
	31 (1)	T_3	τ_{11}			
	32	T_3	τ_{11}			
214	Desafio	T_{11}	τ_{12}			
215	35 (2)	T_1	τ_1			
	35 (2)	T_3	τ_{13}, τ_1, τ_9			
	35 (1)	T_3	τ_{13}, τ_1, τ_{14}			
	36 (2)	T_1	τ_1			
	36 (1)	T_1	τ_{14}, τ_{13}, τ_1			
	36 (1)	T_3	τ_{13}, τ_1			
	37	*	*	*	*	Inventar equação e dar para um colega resolver
	38	T_2	τ_{14}, τ_1, τ_9, τ_7			
216	39	T_4	τ_{13}, τ_1, τ_7			
	40	T_2	τ_1, τ_7			
	41	T_4	τ_{13}, τ_1, τ_7			
	42	T_4	τ_{13}, τ_1, τ_9, τ_7			
	43	T_4	τ_{13}, τ_1, τ_{15}, τ_5			
	44	T_4	τ_{13}, τ_1, τ_{16}, τ_5			
	45	T_4	τ_{11}, τ_1, τ_{16}, τ_5			
217	46	T_4	τ_{13}, τ_1, τ_9			
	47	T_4	τ_{13}, τ_1, τ_9			
	48	*	*	*	*	Inventar problema
219	49 (1)	T_1	τ_2			

PÁGINA	EXERCÍCIO	TAREFA	TÉCNICA(S)	TAREFA	TÉCNICA(S)	OBSERVAÇÕES
	49 (1)	T_3	τ_2			
	52 (2)	T_3	τ_2, τ_{13}			
	53	T_4	τ_2, τ_{13}, τ_9, τ			
220	54	T_4	τ_2, τ_{13}, τ_9			
	55	T_4	τ_2, τ_{13}, τ_7, τ_9			
	56	*	*	*	*	Inventar equação
	57	T_{11}	τ_{12}			
	58	T_4	τ_2, τ_{14}, τ_{13}, τ_7			
221	59	T_4	τ_{13}, τ_2, τ_7			
	60	T_4	τ_2, τ_{13}, τ_9, τ_7			
	61	T_4	τ_{13}, τ_2, τ_{16}, τ_5			
	62	T_4	τ_2, τ_{13}, τ_7, τ_5			
	63	T_4	τ_{13}, τ_2, τ_7, τ_5			
222	64	T_4	τ_{13}, τ_2, τ_9, τ_7			
	desafio	T_2	τ_2, τ_7			
	65	T_4	τ_{14}, τ_{13}, τ_2, τ_7			
	66	T_4	τ_2, τ_{13}, τ_7			Usar a relação de Euler
	67	T_4	τ_2, τ_{13}, τ_7			
	68	T_4	τ_{16}, τ_{13}, $\tau_{2,}$ τ_7			
223	69	T_4	τ_{16}, τ_{14}, τ_{13}, τ_2	T_7	τ_6	Após encontrado o valor de x, aplicar $\tau 4$ para encontrar as dimensões do retângulo e aplicar a fórmula da área.
	70	T_4	τ_{17}, τ_{14}, τ_{13}, τ_2	T_7	τ_6	
	71 a	T_4	τ_{17}, τ_{13}, τ_2, τ_5			
	b	T_4	τ_{17}, τ_{13}, τ_{14}, τ_2, τ_5			
	c	T_4	τ_{17}, τ_{13}, τ_2, τ_9			
	d	T_4	τ_{17}, τ_{13}, τ_2, τ_9			
	e	T_4	τ_{17}, τ_{13}, τ_{14}, τ_2, τ_5			
	f	T_4	τ_{17}, τ_{13}, τ_2, τ_5			
	72	T_4	τ_{13}, τ_2, τ_7, τ_9			
	desafio	T_4	τ_{16}, τ_{14}, τ_{13}, τ_2, τ_5			
225	73	T_2	τ_3			
	74	T_4	τ_{13}, τ_3, τ_9			
	75	T_4	τ_{13}, τ_3, τ_{17}, τ_5			
	76	T_4	τ_{13}, τ_3, τ_9, τ_7			
	77	T_8	τ_7			
	78 a)	*	*	*	*	Resolução Aritmética, ainda não equacionou o problema.
	b)	T_8	τ_7			
	c)	T_2	τ_3			
226	79 a)	*	*	*	*	
	b)	T_8	τ_7			Identificar dentre as expressões a que representa o problema proposto.
	c)	T_4	τ_{13}, τ_3, τ_9			
	80 a)	T_4	τ_3, τ_{13}			

PÁGINA	EXERCÍCIO	TAREFA	TÉCNICA(S)	TAREFA	TÉCNICA(S)	OBSERVAÇÕES
	b)	T_4	τ_3, τ_{13}			
	81	T_4	τ_{17}, τ_{13}, τ_3, τ_5			
	82	T_4	τ_{13}, τ_3, τ_9, τ_7			
227	83	T_4	τ_{14}, τ_{13}, τ_3, τ_7			
	84	T_4	τ_{13}, τ_{17}, τ_3, τ_9			
	85	*	*	*	*	Redação
	1	*	*	*	*	Não envolve Álgebra
	2	T_8	τ_7			
	3	*	*			Não envolve Álgebra
	4	T_{11}	τ_{11}			
	5	*	*	*	*	Não envolve Álgebra
	6	*	*	*	*	Não envolve Álgebra
	7	*	*	*	*	Não envolve Álgebra
	8	*	*	*	*	Não envolve Álgebra
	9	T_3	τ_{14}, τ_{13}, τ_3, τ_9			
	10	*	*	*	*	Não envolve Álgebra

ANEXO 06: ORGANIZAÇÃO MATEMÁTICA – PARTE EXERCÍCIO – C3

PÁGINA	EXERCÍCIO	TAREFA	TÉCNICA(S)	TAREFA	TÉCNICA(S)	OBSERVAÇÕES
166	1	T_1	τ_2			
	2	T_1	τ_2			
	3	T_1	τ_2			
	4	T_1	τ_2			
	5	T_3	τ_2			
167	6	*	*	*	*	
	7	*	*	*	*	Não envolve Álgebra
	8	*	*	*	*	Nãoenvolve Álgebra
	9	*	*	*	*	Não envolve Álgebra
170	10 (8)	T_8	τ_7			
	11 (5)	T_9	τ_8			
	12	*	*	*	*	Não envolve Álgebra
174	13 (5)	T_6	τ_2			
	14 (5)	T_6	τ_2			
	15 (5)	T_6	τ_2			
	16 (6)	T_8	τ_7			
177	17	T_2	τ_2			
	18	T_2	τ_2			
	19	T_2	τ_{13}, τ_2			
	20	T_4	τ_{13}, τ_3			
	21	*	*	*	*	Não envolve Álgebra
	22	*	*	*	*	Não envolve Álgebra
	23 a)	T_2	τ_3			
	23 b)	T_4	τ_3, τ_{13}			
	23 (2)	T_4	$\tau_{13}, \tau_3, \tau_9$			
	24	*	*	*	*	Não envolve Álgebra
	25	*	*	*	*	Não envolve Álgebra
	26	*	*	*	*	Não envolve Álgebra
	27	*	*	*	*	Não envolve Álgebra
	28	*	*	*	*	Não envolve Álgebra
	28 (2)	T_2	τ_3			
	29 (4)	T_7	τ_6	T_2	τ_3	
	30 (7)	T_8	τ_7			
	31	T_2	τ_3			
180	32	T_2	τ_3			
	33	*	*	*	*	Não envolve Álgebra
	34	*	*	*	*	Não envolve Álgebra
	35	T_5	τ_{10}, τ_8			Pede para escrever em Linguagem Natural
181	36	T_5	τ_{10}			
	37	*	*	*	*	Atividades das setinhas
	38	*	*	*	*	Atividades das setinhas
183	39 (4)	T_8	τ_7	T_7	τ_4	
	40	T_8	τ_7	T_7	τ_4	
186	1 (3)	T_8	τ_7			
	2 (4)	T_9	τ_8			
	3	*	*	*	*	Identificar equações
	4	T_6	τ_2			Usa $\tau 2$ para encontrar equações equivalentes
	5	T_6	τ_2			Usa $\tau 2$ para encontrar equações equivalentes

PÁGINA	EXERCÍCIO	TAREFA	TÉCNICA(S)	TAREFA	TÉCNICA(S)	OBSERVAÇÕES
	6	T_6	τ_2			**Usa τ2 para encontrar equações equivalentes**
	7	T_4	τ_{13}, τ_3			
	8	T_4	τ_{13}, τ_3			
	9	*	*	*	*	**Não envolve Álgebra**
	10	*	*	*	*	**Não envolve Álgebra**

REFERÊNCIAS

ANDRINI, Álvaro, VASCONCELLOS, Maria José**. Novo praticando Matemática.** São Paulo: Editora do Brasil, 2002.

ASSUDE, T. ***De l'écologie et de l'économie d'un systéme didactique: une étude de cas. 1996, Recherche en Didactique des Mathématiques,*** 16/1, 47-72.

BIGODE, Antônio José Lopes. **Matemática hoje é feita assim**. São Paulo: FTD, 2000.

BITTAR, Marilena. **A escolha do software educacional e a proposta pedagógica do professor: Estudo de alguns exemplos da Matemática**. [2004]. Mimeografado.

BITTAR, Marilena, FREITAS, José Luíz Magalhães de. **Fundamentos e metodologia de Matemática para os ciclos iniciais do ensino fundamental**. Campo Grande: Ed. UFMS, 2004.

BOSCH, Mariana Casabó. ***Un punto de vista antropológico: La evolución de los "instrumentos de representación" em la actividad Matemática***. 2000. Disponível em: <http://www.ugr.es/local/seiem/IV_Simposio.htm>. Acesso em: 24 set. 07.

BOSCH, Mariana, CHEVALLARD, Yves.***La sensibilité de l'activité mathématique aux ostensifs. Objet d'étude et problématique***. 1999, ***Recherches en Didactique des Mathématiques*****,** 19/1, 77-123.

BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto/ Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros Curriculares Nacionais**. Brasília: MEC/SEF, 1997.**

______. Ministério da Educação e do Desporto (MEC). Programa Nacional do Livro Didático (PNLD)**. Guia Nacional de Livros Didáticos: Matemática de 6º ao 9º anos. Brasília, 2008.**

BROUSSEAU, G. ***Théorie des situations didactiques*****.** Grenoble: Pensée Sauvage, 1998.

CASTRO-FILHO, J.A., DE MACÊDO, L. N., FREIRE, R. S. & LEITE, M.A. **Cartas Interativas: Desenvolvendo o pensamento algébrico mediado por um software educativo**. XXI Workshop de Informática na Escola (WIE). Anais do XXV Congresso da Sociedade Brasileira de Computação. São Leopoldo, RS, 2005.

CASTRO-FILHO, J. A. FREIRE, R. S. & CABRAL, B. S. **Estratégias e erros utilizados na resolução de problemas algébricos.** Anais do VII Encontro Nacional deEducação Matemática – ENEM, Recife, 2004.

CASTRO-FILHO, J. A. FREIRE, R. S. & PASCHOAL, I. V. A**. Balança Interativa: um software para o ensino da Álgebra.** Anais do XVI Encontro de Pesquisa Educacional do Norte Nordeste – EPENN, Aracaju, 2003.

CHANDLER e EDWARDS, apud GRAVINA, Maria Alice e SANTAROSA, Lucia Maria. **A aprendizagem da Matemática em ambientes informatizados.** IV Congresso RIBIE, Brasília 1988.

CHAACHOUA, Hamid, ***L'analyse des manuels dans l'approche anthropologique***,2007. Transparência.

CHEVALLARD, Yves. ***Le passage de l'arithmétique à l'algèbre dans l'enseignement des mathématiques au collège***. Première partie. *Petit x* n°5, IREM de Grenoble, pp.51-94, 1985.

______. ***Le passage de l'arithmétique à l'algèbre dans l'enseignement des mathématiques au collège***. Deuxième partie. *Petit x* n° 19, IREM de Grenoble, pp.43-75, 1989.

______. ***Le passage de l'arithmétique à l'algèbre dans l'enseignement des mathématiques au collège***. Troisième partie. *Petit x* n° 30, IREM de Grenoble, pp.5-38, 1990.

______. ***Analyse des pratiques enseignantes et didactique des mathematiques: L'approche anthropologique***. Actes de l'U.E. de la Rochelle, 1998.

______. ***Organiser l'étude 1. Structures et Fonctions, in Dorier, J – L. Et al (eds) Actes de la 1 lième Ecole d'été de didactique des mathématiques*** – corps –21–30 Août 2001, Grenoble : La Pensée Sauvage, pp 3–22.

CHEVALLARD, Yves, BOSCH, Mariana, GASCÓN, Josep. **Estudar matemáticas: o elo perdido entre o ensino e a aprendizagem**. Tradução: Daisy Vaz de Moraes, Porto Alegre: Artmed Editora, 2001.

COULANGE, Lalina. ***Évolution du passage arithmétique – Algèbre dans les manuels et les programmes du 20ème siècle – Contraintes et espaces de liberté pour le professeur***. *Petit x* n° 57, IREM de Grenoble, pp.65-78, 2001.

CRUZ, Eliana da Silva. **A noção de variável em Livros Didáticos do Ensino Fundamental: Um estudo sob a ótica da Organização Praxeológica**. Dissertação de Mestrado, Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2005.

DANTE, Luíz Roberto, **Tudo é Matemática**: livro do professor. São Paulo: Ática, 2002.

DA ROCHA FALCÃO, J. T. **A álgebra como ferramenta de representação e resolução de problemas**. Em Schillieman, A.D, Carraher, D.W., Spinillo, A.G., Meira, L.L, & Da Rocha Falcão, J.T. (orgs.). Estudos em Psicologia da Educação Matemática. Recife: Ed. Universitária da UFPE, 1993.

LINS, Rômulo C.; GIMENEZ, Joaquim. **Perspectivas em Aritmética e Álgebra para o Século XXI**. Campinas, SP: Papirus, 1997.

MENEZES, Anna Paula Avelar Brito. **Contrato Didático e Transposição Didática: inter-relações entre os Fenômenos Didáticosna iniciação à Álgebra na 6ª série do Ensino Fundamental**. Tese de Doutorado, Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2006.

PAIS, L.C., BITTAR, M., FREITAS, J.L., **Fatoração de expressões algébricas em livros didáticos das séries finais do ensino fundamental**, [2007]. Mimeografado.

PINTO, A.H. **As concepções de Álgebra e Educação algébrica dos professores de Matemática**. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal do Espírito Santo, Espírito Santo, 1999.

PINTO, G.A.T. **A atribuição de significado em atividades pré-algébricas por crianças do segundo ano do primeiro ciclo do ensino fundamental**. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2001

PRESSIAT, A., COMBIER, G. et GUILLAUME, J.C. ***Passage de l'aritmétique à l'algèbre ou dodélisation algébrique. Les debuts de l'algèbre au collège***, INRP, 1996.

Quoc, Nguyen Ai. ***Les apports d'une analyse didactique comparative de la résolution dês équations du second degree dans l'enseignement secondaire au Viêt-Nam et en France***. Thèse, Université Joseph-Fourier , Grenoble, 2006.

RIBEIRO, Alessandro J. **Analisando o desempenho de Alunos do Ensino Fundamental em álgebra, com base em dados do SARESP**. Dissertação de Mestrado. Pontificia Universidade Católica de São Paulo, 2001.

SFARD, A. (1991), ***On the dual nature of mathematical conceptions: Reflections on processes and objects as different sides of the same coin***, Educational Studies in Mathematics, Vol. 22, p. 1-36.

SANTOS, Leila Muniz. **Concepções do professor de Matemática sobre o ensino de Álgebra**. Dissertação de Mestrado. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, 2005.

USISKIN, Zalman. **Concepções sobre a Álgebra da Escola Média e Utilizações das Variáveis**. In: COXFORD, Arthur F. e SHULTE, Albert P. (Org.). As Idéias da Álgebra. São Paulo: Atual, 1995, p.9-22.