

**PROJETO ÓTIMO DE REDES DE
DISTRIBUIÇÃO DE ÁGUA VIA
ALGORITMOS GENÉTICOS MULTIOBJETIVOS**

Ganem Jean Tebcharani

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Tecnologias Ambientais da Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Saneamento Ambiental e Recursos Hídricos.

ORIENTADOR: Prof. Dr. Robert Schiaveto de Souza

Campo Grande
2007

Dedicatória

A minha esposa Michelle, que tanto amo, exemplo de luta, perseverança e companheirismo. Advogada, mulher de muita inteligência, cuja vida é testemunho de que qualquer obstáculo pode ser superado com a fé em Deus.

AGRADECIMENTOS

A Deus, o criador do universo, pela força, coragem, discernimento, sabedoria, emprego, saúde, família e por todas as graças que têm me concedido por todo o meu existir.

A minha família, pelo apoio, esforço e compreensão; em especial a minha mãe Basílica Beatriz Zarate Gonzáles pela paciência e pelas orações e ao meu pai, Jean Sleiman Tebcharani, trabalhador, exemplo de honestidade, humildade e sabedoria. Que sempre trabalhou arduamente pela saúde, alimentação, educação e evolução dos filhos e da sua esposa, minha querida mãe.

Ao meu irmão, Gustavo Humberto Cañete, homem inteligente e vencedor, pelos seus ensinamentos e conselhos.

A minha avó Carmen pelas incansáveis orações.

Ao professor e Orientador Robert Schiaveto de Souza, exemplo de profissional, pela motivação, pela orientação objetiva, pelo comprometimento e desprendimento.

Ao professor Peter Batista Cheung pela paciência, ensinamentos, apoio e incentivo.

A Universidade Federal de Mato Grosso do Sul e seus docentes, em especial do curso da Engenharia Civil e do Programa de Pós-Graduação em Tecnologia Ambientais, que muito mais que professores, são uma grande família.

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS	iii
LISTA DE TABELAS	v
LISTAS DE SIGLAS E SÍMBOLOS	vi
RESUMO	ix
ABSTRACT	x
1. INTRODUÇÃO	1
2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	4
2.1 Análise de Redes	4
2.1.1 Métodos de Ajuste Simples	6
2.1.2 Métodos de Ajuste Simultâneo	8
2.2. Confiabilidade	12
2.3 Projeto Ótimo de Redes de Distribuição de Água	17
2.4 Algoritmos Genéticos	30
2.5. Algoritmos Genéticos Multiobjetivos	37
3. OBJETIVOS	42
4. METODOLOGIA	43
4.1. Análise de Redes	43
4.2. Confiabilidade	49
4.3. Algoritmos Genéticos	51
4.3.1. População	52
4.3.2. Aptidão	53
4.3.3. Seleção	54
4.3.4. Recombinação	56

4.3.5. Mutação	57
4.3.6. Gerações Subseqüentes	57
4.3.7. Funções com Restrições nos Algoritmos Genéticos	57
4.3.8 Estrutura Básica dos Algoritmos Genéticos	59
4.4. Algoritmos Genéticos MultiObjetivos	60
4.4.1. Otimização MultiObjetivo	61
4.5 Redes Exemplo	82
5. RESULTADOS E DISCUSSÕES.....	86
5.1 Rede exemplo 1.....	86
5.2 Rede exemplo 2.....	99
6. CONCLUSÕES.....	106
7. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	109

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 2.1 – Modelo de Otimização LPG de ALPEROVITS e SHAMIR (1977).....	21
FIGURA 2.2 – Modelo de Otimização de MORGAN e GOULTER (1985)	23
FIGURA 2.3 – Modelo de Otimização de FUJIWARA E KHANG (1990).....	25
FIGURA 4.1 – Interpretação Gráfica do método de Newton Raphson.	44
FIGURA 4.2 – Roda da Roleta do Algoritmo Genético (MURPHY e SIMPSON, 1992).....	54
FIGURA 4.3 – Recombinação do Algoritmo Genético (MURPHY e SIMPSON, 1992).....	56
FIGURA 4.4 – Estrutura do Algoritmo Genético.....	59
FIGURA 4.5 – Espaço variável de decisão (ZITZLER, 1999).	63
FIGURA 4.6 – Espaço função objetivo (ZITZLER, 1999).....	64
FIGURA 4.7 – Ilustração dos conjuntos Pareto ótimo global e local, considerando um problema de minimização (ZITZLER, 1999).....	66
FIGURA 4.8 – Esquema Geral de um procedimento multiobjetivo (DEB, 2001).....	67
FIGURA 4.9 – Soluções referente ao problema (4.48).....	68
FIGURA 4.10 – Procedimento geral do MOGA.	70
FIGURA 4.11 – Classificação realizada pelo MOGA no problema exemplo (4.48).	71
FIGURA 4.12 – Compartilhamento e nicho (adaptado de HORN e NAFPLIOTIS, 1993)	73
FIGURA 4.13 – Procedimento geral do SPEA	78
FIGURA 4.14 – Ilustração do algoritmo de cluster.....	80
FIGURA 4.15 – Rede exemplo 1 (ALPEROVITS e SHAMIR, 1977)	83
FIGURA 4.16 – Rede exemplo 2 (TODINI, 2000).....	84
FIGURA 5.1 – Curva de Pareto para um espaço de dois objetivos (TODINI, 2000). – rede exemplo 1	87
FIGURA 5.2 – Curva de Pareto para um espaço de dois objetivos, considerando 3 algoritmos MOGA, com dados de entrada diferentes, para a rede exemplo 1	90

FIGURA 5.3 – Curva de Pareto para a rede exemplo 1, obtida por SPEA.....	92
FIGURA 5.4 – Curvas de Pareto para a rede exemplo 1, obtida por SPEA e por três algoritmos MOGA	92
FIGURA 5.5 – Curva de Pareto para a rede exemplo 2, obtida por SPEA.....	105

LISTA DE TABELAS

TABELA 4.1 – Soluções geradas aleatoriamente para o problema (4.48).	68
TABELA 4.2 –Demanda e cota dos nós do problema exemplo 1	83
TABELA 4.3 –Custo de diferentes Classes de diâmetros do problema exemplo 1	84
TABELA 4.4 – Demananda e cota dos nós da rede exemplo 2.	85
TABELA 5.1 – Soluções da rede exemplo 1 por diferentes métodos, obtidas por diversos pesquisadores.....	86
TABELA 5.2 – Solução ótima e soluções alternativas de TODINI (2000) para a rede exemplo 1	87
TABELA 5.3 – Soluções de três algoritmos MOGA para a rede exemplo 1, variando-se o tamanho da população (POP), operadores genéticos (Pm e Pr) e o número máximo de iterações	89
TABELA 5.4 – Resultados das soluções obtidas através do SPEA para a rede exemplo 1. ...	93
TABELA 5.5 – Soluções obtidas através do SPEA para a rede exemplo 1	94
TABELA 5.6 – Comparação dos resultados de ótimo com resultados de outros pesquisadores – Rede Exemplo 1	97
TABELA 5.7 – Comparação dos resultados obtidos através do MOGA com os resultados de TODINI (2000), para a rede exemplo 1	98
TABELA 5.8 – Vazão e perda de carga nos trechos (rede exemplo 1).	99
TABELA 5.9 – Comparação dos resultados obtidos através do SPEA com os resultados de TODINI (2000), para a rede exemplo 2	100
TABELA 5.10 – Resultados das soluções obtidas através do SPEA para a rede exemplo 2	101
TABELA 5.11 – Soluções obtidas através do SPEA para a rede exemplo 2.....	102

LISTAS DE SIGLAS E SIMBOLOS

A	matriz incidência dos nós interiores
a	coeficiente de multiplicação da vazão
AG's	algoritmos genéticos
AG	algoritmo genético
C	clusters
C_0 e C_1	constantes de resistência do tubo
d	derivada, resistência ao movimento ou distância
D	diâmetro ou matriz diagonal
eq	equação
f	função
F	função
GER	número máximo de gerações
g	restrição
h	energia
hr	vetor de energia dos reservatórios
H	perda de carga
I_r	índice <i>resilience</i>
K	custo fictício ou constante de perda de carga
L	comprimento da tubulação
MOGA	<i>Multiobjective Genetic Algorithms</i>
NSGA	<i>Nondominated Sorting Genetic Algorithm</i>
NPGA	<i>Niched Pareto Genetic Algorithm</i>
máx	máximo
N	tamanho da população

N_{iter}	número de iterações
n	quantidade ou número de solução
nc	nicho
p	probabilidade ou função penalidade
P	potência ou probabilidade
P_t	população inicial
P_0	conjunto inicial de população
$\overline{P_0}$	conjunto externo vazio
P_t	população externa
pop	população
POP	população
$\overline{POP}$	dimensão máxima da população
q	vazão
Q	demanda ou consumo
r	variável penalidade ou rank
Sh	função de compartilhamento
SND	soluções não dominadas
$SPEA$	<i>Strength Pareto Evolutionary Algorithm</i>
tam	tamanho
$u.m.$	unidade monetária
x	incógnita
X	espaço decisão
Y	espaço objetivo
α	expoente
β	expoente

γ	peso específico da água, fator multiplicador de penalidade dinâmica ou coeficiente
∂	derivada parcial
φ	expoente

Sobrescritos e subscritos

c	recombinação
disp	disponível
k	indexador
i	indexador, nó ou tubulação
int	interior
iter	iterações
j	indexador, nó ou tubulação
m	tubulação ou mutação
min	mínimo
max	máximo
n	nó
p	indexador
r	reservatório ou recombinação
req	requerido
t	transposta
tot	total

RESUMO

TEBCHARANI, G. J (2007). “*Projeto Ótimo de redes de distribuição de água via algoritmos genéticos multiobjetivos*”. Campo Grande, 2007. 117 p. Dissertação (Mestrado). – Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, Brasil.

Com o crescimento e desenvolvimento urbano, o projeto otimizado de rede de distribuição de água se faz cada vez mais necessário, tendo em vista a limitação de recursos financeiros. Nos últimos anos têm sido considerado como segundo objetivo a maximização da confiabilidade além da minimização de custos. A confiabilidade de redes de distribuição de água é a avaliação da qualidade de serviço de abastecimento, a capacidade de atendimento às vazões e pressões requeridas, ou seja, é a quantificação da habilidade da rede em satisfazer demandas em todas as localizações, com pressões aceitáveis. A relação de custo e confiabilidade é antagônica, pois ao minimizar custos, ocorre a diminuição de diâmetros, prejudicando assim a confiabilidade da rede. E, ao maximizar a confiabilidade isoladamente, a rede ficaria com custo elevado. Sendo assim, o projeto ótimo de uma rede seria uma solução ótima harmônica entre os dois objetivos. O presente trabalho representa um esforço no sentido de implementar algoritmos genéticos multiojetivos para a otimização de redes de distribuição de água, considerando como objetivos a minimização de custos e a maximização da confiabilidade. Um algoritmo genético (AG) é um método de busca baseado em mecanismos da genética natural. O AG tem suas raízes no processo biológico de sobrevivência e adaptação. O resultado é um eficiente algoritmo com a flexibilidade para procurar complexos espaços como o espaço solução de redes malhadas. Com o objetivo de testar a eficácia do modelo proposto no presente trabalho, a técnica é aplicada em duas redes exemplo, utilizadas diversos pesquisadores.

Palavras Chave: *Algoritmos Genéticos, Redes de Distribuição de Água, Otimização Multiobjetivo.*

ABSTRACT

TEBCHARANI, G. J (2007). “*Optimal Project of Water Distribution Networks by Multiobjective Genetic Algorithms*”. Campo Grande, 2007. 117 p. Dissertation of Master's degree –Federal University of Mato Grosso do Sul, Brazil.

With the growth and urban development, the optimized project of water distribution networks become more and more necessary, tends in view the limitation of financial resources. In the last years have been considering as second objective the reliability maximization of the reliability besides the minimization of costs. The reliability of water distribution networks is the evaluation of the quality of service of provisioning, the service capacity to the flows and pressures requested, in other words, it is the quantification of the ability of the network in satisfying demands in all of the locations, with acceptable pressures. The cost and reliability relationship is antagonistic, because when minimizing costs, happens the decrease of diameters, harming like this the reliability of the network. And, when maximizing the reliability separately, the network would be with high cost. Being like this, the optimal project of a network would be a harmonic optimal solution among two objectives. The present work represents an effort in the sense of implementing multiobjective genetic algorithms for the optimization water distribution networks, considering as objectives the minimization of costs and maximization of reliability. The genetic algorithm (GA) it is a search method based on mechanisms of the natural genetics. The simple concept of GA has their roots in the biological process of survival and adaptation. The result is an efficient algorithm with the flexibility to seek complex spaces as the space solution of looped networks. With the objective of testing the effectiveness of the proposed model in the present work, the technique is applied in two networks example, used by TODINI (2000) and other researchers.

1. INTRODUÇÃO

Nas últimas décadas, com o crescimento e desenvolvimento urbano, o projeto otimizado de redes de distribuição de água tem sido cada vez mais necessário para a preservação desse recurso hídrico tão vital que é a água. Adiciona-se a esse fato a necessidade de minimização de alocação de recursos financeiros, devido a sua escassez principalmente em países subdesenvolvidos e em desenvolvimento, de forma a proporcionar uma possibilidade de disponibilidade para a preservação de outros recursos naturais, pois vivemos numa época de intensa degradação do meio ambiente.

Em períodos anteriores, o objetivo de um projeto de redes de distribuição de água era apenas de fornecer água aos consumidores. Nas últimas décadas, além de fornecer água aos consumidores em condições satisfatórias, pesquisadores têm concentrado esforços em diminuir custos da rede, que muitas vezes podem representar cifras de milhões de reais. Com o advento da informática, proporcionando grandes capacidades de processamento de dados, os estudos têm tido grandes avanços através de desenvolvimento de modelos computacionais cada vez mais eficientes.

Alguns pesquisadores realizaram comparações de seus resultados com projetos originais de redes de distribuição de água executados por empresas de abastecimento de cidades brasileiras, alcançando uma redução de até 45,6 % do custo do projeto, demonstrando assim a importância em termos financeiros, de preservação dos recursos naturais e de qualidade do abastecimento, do projeto otimizado de redes de distribuição de água.

Nos últimos anos, além do dimensionamento otimizado, o fornecimento de água em condições adequadas em termos de qualidade, vazão e pressão tem sido o foco de muitos pesquisadores.

O projeto ótimo de redes de distribuição de água proporciona uma diminuição de diâmetros, tornando o sistema ineficiente para responder à falhas de componentes da rede (bombas, válvulas, etc.), a quebras e a demandas inesperadas, que poderão ocorrer com o passar do tempo e/ou por fatores de natureza diversa. Sendo assim, a rede seria incapaz de fornecer água aos consumidores com pressão aceitável, quando não experimentarem a interrupção do serviço.

A capacidade de a rede responder a falhas tanto hidráulicas como mecânicas é denominada de confiabilidade da rede. Desta maneira, pesquisadores, além da minimização

de custos, têm considerado como um segundo objetivo, num projeto ótimo de redes de distribuição de água, a maximização da confiabilidade. A relação de custo e confiabilidade é antagônica, pois ao minimizar custos, ocorre a diminuição de diâmetros, prejudicando assim a confiabilidade da rede. E, ao maximizar a confiabilidade isoladamente, a rede ficaria com custo elevado. Sendo assim, o projeto ótimo de uma rede seria uma solução ótima harmônica entre os dois objetivos.

O uso de redes malhadas é uma das formas de aumentar a confiabilidade de redes de distribuição de água, pois proporcionam um caminho alternativo para o fluxo no caso de ocorrência de falhas e/ou reparos na rede.

A otimização multiobjetivo de redes de distribuição de água tem tido grande avanço com o advento dos computadores, que proporcionaram a utilização de métodos de busca estocásticas, que não dependem de derivadas de equações, isto é, não sendo restrito à espaços de soluções contínuos.

Um algoritmo genético (AG) é um método de busca baseado em mecanismos da genética natural. Os AGs diferem das idéias tradicionais de técnicas existentes de otimização. O simples conceito do AG tem suas raízes no processo biológico de sobrevivência e adaptação. O resultado é um eficiente algoritmo com a flexibilidade para procurar complexos espaços como o espaço solução de redes malhadas.

Os AGs são métodos de busca estocástica que imitam matematicamente os mecanismos da evolução natural das espécies, compreendendo processos da genética das populações e da sobrevivência e adaptação dos indivíduos.

O AG seleciona, combina e manipula soluções possíveis para a rede de distribuição na busca do mínimo custo da mesma maneira que a natureza permite sobrevivência, reprodução e a combinação de cromossomos na busca da melhor adaptação. Porém, como nos últimos anos, tem sido considerado como um segundo objetivo a maximização da confiabilidade, além da minimização de custos. Pequenas modificações na estrutura dos Algoritmos Genéticos foram realizadas de modo a promover a busca de soluções ótimas para os dois objetivos, este algoritmo denomina-se algoritmo genético multiobjetivo.

Neste trabalho são investigados dois dos principais métodos evolucionários de otimização multiobjetivo presente na literatura, o SEPA (*Streight Pareto Evolutionary Algorithms*) e o MOGA (*Multiobjective Genetic Algorithms*), na tentativa de encontrar a solução ótima para redes de distribuição de água.

Com o objetivo de testar a eficácia do modelo proposto no presente trabalho, a técnica é aplicada em duas redes exemplo, utilizadas por outros pesquisadores, para comparação de resultados.

2. REVISÃO BIBILOGRÁFICA

2.1. Análise de Redes

Um sistema de distribuição de água é o conjunto de tubulações, acessórios, reservatórios, bombas, etc., que tem a finalidade de atender, dentro de condições sanitárias, de vazão e pressão convenientes, a cada um dos diversos pontos de consumo de uma cidade.

SOUZA (1994) define um sistema de distribuição de água ou uma rede hidráulica, como qualquer arranjo de tubos para o propósito de transportar água ao consumidor. Esse sistema é considerado como uma coleção de vários tipos de componentes que são interligados em uma pré-determinada maneira. A rede hidráulica é composta de um número qualquer de nós e trechos dispostos de acordo com a configuração desejada. Fontes ou reservatórios podem ser introduzidos em qualquer nó e cada trecho pode incluir bombas, turbinas, válvulas e outros elementos hidráulicos onde a relação energia-vazão é conhecida.

As variáveis a serem determinadas na fase de projeto de uma rede de distribuição de água são as cargas hidráulicas e consumos dos nós e as vazões e diâmetros dos trechos. Cada elemento hidráulico é associado a uma lei física que descreve o seu comportamento. Nas tubulações, o escoamento se dá sob pressão, sendo uniforme em cada trecho. Para fins de projeto, o escoamento pode ser considerado permanente e incompressível (LOPES, 2002).

SHAMIR e HOWARD (1968) enunciaram que uma rede hidráulica é considerada resolvida quando as energias e os consumos em todos os nós e as vazões em todos os trechos são conhecidos.

A análise em regime permanente de sistemas de distribuição de água é um problema de grande importância na engenharia. As equações hidráulicas, que descrevem o comportamento do sistema, são equações algébricas não lineares e que não podem ser resolvidas algebricamente (SOUZA, 1994).

A solução deste problema é obtida quando para uma determinada configuração de rede (onde são considerados os diâmetros da tubulação, os reservatórios de abastecimento e demais elementos hidráulicos) e de demanda, as seguintes condições hidráulicas são satisfeitas:

- a soma algébrica das vazões em qualquer nó deve ser zero;
- o valor da energia piezométrica em um nó deve ser a mesma para todos os tubos conectados a este nó;
- a relação de perda de carga e vazão deve ser satisfeita para cada elemento da rede.
- a soma algébrica das perdas de carga (partindo e chegando ao mesmo nó) em qualquer circuito fechado dentro do sistema (malhas ou anéis) é igual a zero.

A análise hidráulica de rede está baseada na utilização da equação da continuidade, que estabelece, na condição de equilíbrio, ser nula a soma algébrica das vazões em cada nó da rede, e na aplicação de uma equação de resistência aos vários trechos. Como objetivo, deve-se determinar as vazões nos trechos e as cotas piezométricas nos nós, a partir de conhecimento da vazão de distribuição para o sistema. Normalmente, as cargas cinéticas e as perdas de carga localizadas não negligenciadas no cálculo da rede.

Dois tipos de problemas podem ser analisados:

- a) Problema de verificação, que consistem em determinar as vazões nos trechos e as cotas piezométricas nos nós, para uma rede de diâmetros e comprimentos conhecidos. Este problema é determinado e tem solução única.
- b) Problema de determinação dos diâmetros, vazões nos trechos e cotas piezométricas nos nós, com condicionamentos nas velocidades e pressões. Este problema admite várias soluções, podendo, porém procurar-se a solução de mínimo custo.

De acordo com SHAMIR (1973, *apud* LOPES, 2002) e WALSKI et al (1990, *apud* LOPES, 2002), as equações utilizadas no cálculo de redes podem ser referentes a nós, anéis e trechos de rede. As equações nodais são oriundas da aplicação da lei de conservação de massa aos nós da rede. As equações de anéis e de trechos descrevem a conservação da energia ao longo dos trechos dos anéis fechados e caminhos de trechos sucessivos, respectivamente. Basicamente, existem três formulações matemáticas que resolvem o problema a partir da aplicação dessas leis. Tendo em vista que as vazões nos trechos (Q_{ij})

podem ser equacionadas em função da diferença de pressão entre os nós de montante e de jusante ($H_i - H_j$), as incógnitas do sistema de equações podem ser as vazões nos trechos (método das vazões) ou as cargas nos nós (método nodal). A terceira formulação estabelece como incógnita uma parcela de vazão DQ a ser somada ou subtraída de vazões pré-fixadas nos trechos e devidamente equilibradas em termos do balanço de massa, de modo a obedecer a lei da conservação da energia. A aplicação dessas formulações conduz a sistemas de equações que podem ser resolvidos pelos métodos de linearização de equações, Newton-Raphson e de Hardy-Cross. VIEIRA (1980) procedeu a uma comparação entre essas formulações e concluiu que a melhor seria a formulação nodal (cargas como variáveis) resolvida pelo método de Newton-Raphson.

O método Hardy-Cross destaca-se dentre os métodos de aproximações sucessivas para o cálculo de redes malhadas, por possibilitar o desenvolvimento manual dos cálculos, em sistemas simples, além de ser um método provido de significado físico, que facilita a análise dos resultados intermediários obtidos.

Vários modelos matemáticos têm sido desenvolvidos para a análise de sistemas de distribuição de água. Esses modelos podem ser classificados em dois grupos principais (SOUZA, 1994):

- Métodos de ajuste simples;
- Métodos de ajuste simultâneo.

2.1.1. Métodos de Ajuste Simples

Um dos primeiros métodos de ajuste simples foi desenvolvido com base na analogia entre um circuito elétrico e um sistema de distribuição de água. As principais analogias são:

<u>Redes</u>	<u>Circuito elétrico</u>
- diferença de energia	- diferença de potencial
- fator de atrito	- resistência
- vazão	- corrente
- reservatório	- fonte

A característica linear entre a voltagem de um resistor comum é muito diferente da característica não linear da perda de carga e vazão. Segundo SOUZA (1994) este

inconveniente foi contornado através da aplicação de um fator de correção no caso de circuito simples e no desenvolvimento de um resistor especial não linear. Este método demonstrou ser conveniente para estudar o comportamento da rede com os recursos e tecnologias disponíveis na época.

O método mais antigo para a solução de redes e ainda o mais comumente utilizado é o método de Hardy-Cross. A técnica de relaxação proposta em 1936 por Hardy-Cross (SOUZA, 1994) é um processo iterativo que envolve a aplicação sucessiva de correções ótimas para as vazões em cada linha de circuito fechado ou para as energias em cada nó. Neste método uma distribuição de vazão inicial é estimada, satisfazendo a equação da continuidade do nó, sendo repetidamente corrigida pela correção de Hardy-Cross até as equações de circuito serem satisfeitas dentro de um certo limite. Um método análogo, também proposto por Hardy-Cross, estima a distribuição inicial de energia que é repetidamente corrigida pela correção de Hardy-Cross.

Este método, apesar de representar um grande aperfeiçoamento comparado ao método incontrolável de tentativas e erros, consome tempo excessivo de processamento para grandes redes. Outro problema encontrado nestas redes de maior porte, é a convergência lenta ou nenhuma convergência. Desde a década de 50 com o advento dos computadores, vários pesquisadores desenvolveram técnicas e ofereceram sugestões para aperfeiçoar a convergência. Em alguns casos, no entanto, não é possível encontrar a convergência e em outros se encontra uma aparente convergência, mas a solução ainda tem erros consideráveis (SOUZA 1994).

Similar ao método de Hardy-Cross, foi proposto em 1944 por O'Connor o método do comprimento equivalente (SOUZA, 1994). Este método baseia-se num balanço das resistências dos tubos ou dos comprimentos equivalentes em cada circuito da rede. O método do comprimento equivalente permite a determinação dos diâmetros econômicos por um processo de relaxação através de um fator de correção. Conseqüentemente este método é útil particularmente no projeto de redes novas e também para projeto de reforço em redes existentes indicando os diâmetros necessários a serem adicionados.

Finalmente, entre os métodos de ajustes simples temos o método da proporcionalidade das vazões que foi descrito em 1960 por McPherson (SOUZA, 1994), no qual condições de pressão em um sistema de distribuição de água podem ser obtidas facilmente. A perda de carga sobre um largo intervalo de demanda de vazões do sistema e

taxa de armazenamento podem ser calculados diretamente em apenas duas ou três análises completas da rede. Este método permite a obtenção direta das perdas de carga nos tubos, mas é um método aproximado e geralmente válido para áreas predominantemente residenciais.

2.1.2. Métodos de Ajuste Simultâneo

No método Hardy-Cross e nos descritos anteriormente, os ajustes são calculados independentemente e problemas de convergência são freqüentemente encontrados. Procedimentos para calcular simultaneamente os ajustes de correção da variável desconhecida tem aperfeiçoado muito a convergência e forma uma base para aplicações mais gerais, onde bombas, válvulas, reservatórios e outros componentes hidráulicos estão presentes na rede (SOUZA, 1994).

Nos métodos de ajuste simultâneo a formulação pode ser expressa em função das vazões, ou em função das energias, ou ainda em termos de fatores de correção das equações dos circuitos. Nenhuma restrição na geometria da rede é requerida e componentes hidráulicos podem ser incluídos em qualquer parte da rede. Cada um desses métodos requer cálculos iterativos onde a solução é aperfeiçoada até que um critério de convergência especificado seja satisfeito. Se um critério de convergência específico for definido, as soluções normalmente serão essencialmente idênticas para todos os métodos embora necessite diferentes números de iterações e esforço computacional (SOUZA, 1994).

2.1.2.1. MÉTODO NEWTON-RAPHSON

A partir de 1963 o método iterativo Newton-Raphson foi usado para resolver problemas de sistemas de distribuição de água. Desde então projetistas e pesquisadores tem preferido este método.

A técnica de Newton-Raphson baseia-se em achar um novo conjunto de aperfeiçoamentos ou correções para os valores das incógnitas em cada iteração. Os aperfeiçoamentos são calculados do termo de primeira ordem de uma expansão de Taylor sobre o argumento atual da solução

Segundo SHAMIR e HOWARD (1968) os primeiros trabalhos aplicando a técnica de Newton-Raphson foram desenvolvidos por diversos pesquisadores como Warga, Martin e Peters, Shamir, Lemieux e Smith, Giudice e Pitchai. A existência de única solução para as energias nos nós sob regime permanente em uma rede foi demonstrada por Warga em

1954 e ele verificou que a técnica de Newton-Raphson converge rapidamente quando estimativas iniciais são razoáveis. Isso é devido a característica de convergência quadrática na vizinhança da solução. O método pode não convergir para estimativas grosseiras (SOUZA, 1994).

O problema de existência e unicidade é mais complexo quando elementos hidráulicos como bombas são incluídos na rede. Estudos de redes tinham como objetivo principal até então resolver as incógnitas de energia e vazão, mas pouco havia sido feito para resolver outras incógnitas ou ainda a inclusão de componentes hidráulicos, tais como bombas, válvulas, etc.

SHAMIR e HOWARD (1968) apresentaram um trabalho que explorava as combinações de incógnitas que podem ser energias e demandas nos nós ou resistências nos elementos. O método incorporava ainda bombas, válvulas e outros elementos. A existência de unicidade de solução das redes não foi considerada para os casos quando as incógnitas incluem demandas nos nós e resistências nos elementos. A convergência do esquema iterativo não pôde ser garantida quando qualquer das funções dos elementos na rede não tenha derivada contínua

Estabelecer um critério de convergência do método de Newton-Raphson para todos os casos, parece ser impossível. O método converge para a solução rapidamente se um bom conjunto de valores iniciais for adotado para os valores desconhecidos.

EPP e FOWLER (1970) desenvolveram um programa eficiente para a solução de redes (cálculo de vazões e energias) usando o método de ajustes simultâneos de vazões. Eles incluíram um método automático para a estimativa das vazões iniciais que assegurasse convergência e introduziram um algoritmo para numeração automática dos circuitos com o objetivo de produzir uma matriz simétrica e diagonal mínima com conseqüente redução de memória necessária.

LEMIEUX (1972) desenvolveu um programa eficiente para resolução de redes usando o método de ajustes simultâneos das energias. A dificuldade de convergência do método de Newton-Raphson foi superada pela modificação do método assegurando convergência independentemente da suposição inicial e reduzindo o número de iterações. O método de Newton modificado usa os fatores de correção levando em conta o tamanho do passo ótimo para minimização da função em cada direção. Uma combinação do método de

Newton modificado e um algoritmo especial de eliminação gaussiana para matrizes banda simétrica permitiram o desenvolvimento de um eficiente programa para o cálculo de redes.

Para reduzir o tempo durante o processo iterativo, LAM e WOLLA (1972) propuseram uma técnica onde o sistema de equações é formulado de tal forma que o número de avaliações ou operações necessárias a cada iteração é reduzido.

CHANDRASHEKAR e STEWART (1975) exploraram o conceito de esparsidade da matriz Jacobiana em um novo método. A esparsidade pode ser definida como a relação entre o número de elementos iguais a zero e o número total de elementos da matriz Jacobiana. A formulação proposta é baseada na teoria dos grafos.

DODGE, HOELLEIN e TETMAJER (1978) escreveram um programa usando o método de ajustes simultâneos das energias e a técnica de Newton-Raphson para a análise de grandes redes com bombas, reservatórios, válvulas de retenção, válvulas redutoras de pressão e outros elementos hidráulicos. Foram empregados algoritmos de reordenação dos nós e de matriz esparsa para diminuir a quantidade de cálculos e reduzir a memória requerida.

2.1.2.2. MÉTODO DA TEORIA LINEAR

O método da teoria linear está baseado na linearização das equações básicas não lineares da hidráulica em termos de uma aproximação inicial, e pode ser formulado para o cálculo simultâneo das vazões nas canalizações ou das energias nos nós. O cálculo simultâneo das vazões foi proposto por Muir em 1967 e também apresentado por WOOD E CHARLES (1972). O cálculo simultâneo das energias foi proposto por Marlon, Hardison, Jacobson e Biggs em 1968 (SOUZA, 1994).

Como o número de tubos em uma rede é maior que o número de nós ou circuitos, a teoria linear para o cálculo simultâneo de vazões resolve um sistema com mais equações e conseqüentemente requer uma memória computacional maior. Por outro lado converge significativamente em um menor número de iterações em relação a outros métodos e não requer inicialização. Esse método é mais recomendado para problemas em que as vazões externas são conhecidas.

A convergência oscila quando o valor da iteração está próximo da solução, mas o método é conveniente para o processo iterativo inicial.

No cálculo simultâneo das energias a vazão em cada tubo pode ser expressa em termos da energia nos nós. Esse método requer poucas equações em relação ao cálculo simultâneo de vazões. Quando todas as demandas são conhecidas e a energia em nenhum nó é conhecida, é necessário fixar uma energia em um nó (geralmente num ponto mais distante da rede). Este método é mais recomendado para problemas em que são conhecidas as energias nos reservatórios.

Estimativas iniciais de vazões são sugeridas por WOOD e CHARLES (1972). Eles afirmam que a convergência da solução é grandemente afetada pela precisão da estimativa inicial e estimativa grosseiras podem levar a uma situação onde a solução não converge. Para a técnica proposta não é necessário estimar vazões. Em vez disso, razoáveis valores de vazões iniciais podem ser facilmente calculados. Eles observaram que no processo iterativo os resultados tendem a oscilar quando se aproximam da solução e que a convergência pode ser melhorada quando a média das vazões de duas iterações sucessivas são usadas.

O método da teoria linear, numa comparação com o método de Newton-Raphson mostrou-se ligeiramente superior. A observação dos pesquisadores analisando vários tamanhos de rede indicou que o método da teoria linear obtém soluções em um número bastante constante de iterações, enquanto que o número de iterações pelo método de Newton-Raphson aumenta para grandes redes.

Com o propósito de acelerar a convergência do processo iterativo do método linear, RIGHETTO (1977) propôs uma linearização da relação perda de carga-vazão menos restritiva e expressa na seguinte forma:

$$q = C_0 H + C_1 \quad (2.1)$$

onde q é a vazão, H é a perda de carga e C_0 e C_1 são constantes de resistência do tubo determinadas em função das características geométricas e do material da rede.

ISAACS e MILLS (1980) desenvolveram um novo algoritmo para cálculo simultâneo das energias. O método requer estimativas iniciais dos valores absolutos das vazões em cada tubo. Esse valor pode ser o mesmo para todos os tubos. Valores de 0.001 m³/s a 1.000 m³/s foram usados e não tiveram efeitos significativos na solução. Alternativamente valores iniciais baseados na mesma velocidade em cada tubo podem ser usados. Uma

velocidade de 1.0 m/s é sugerida, já que redes são geralmente projetadas para velocidades próximo desse valor.

NIELSEN (1989) propôs uma nova formulação para resolver problemas de redes pelos métodos lineares e não lineares baseados na teoria dos grafos. O método proposto é uma generalização e um aperfeiçoamento dos métodos apresentados por LAM e WOLLA (1972) e CHANDRASHEKAR e STEWART (1975). NIELSEN (1989) argumentou que a escolha do modelo para resolver as equações não lineares de redes é essencial para o comportamento do processo iterativo e mostrou que é melhor formular as equações em termos das vazões do que em termos das energias. O comportamento de alguns métodos iterativos foi comparado e foi sugerido um modelo onde os métodos da teoria linear e Newton-Raphson são combinados. Observa-se que tal hibridização está implícita na operacionalização da equação (2.1) proposta por RIGHETTO (1977) adotando C_1 nulo para a primeira iteração.

A suposição de uma condição não verdadeira poderá levar a resultados incorretos. Um modelo transitório baseado no método das características para redes sujeita a pressões negativas e à variação de demanda foi desenvolvido por RIGHETTO (1994). O modelo permite a calibração dos coeficientes de atrito das tubulações e operação de sistemas contendo estações elevatórias, reservatórios de ponta, válvulas e *booster*. O modelo transitório foi comparado com o método de ajuste simultâneo das energias e demonstrou ser mais eficiente tanto em relação à versatilidade e aplicação do método quanto ao tempo de processamento para a obtenção da solução permanente.

2.2. Confiabilidade

A confiabilidade de redes de distribuição de água é a avaliação da qualidade de serviço de abastecimento, a capacidade de atendimento às vazões e pressões requeridas, ou seja, é a quantificação da habilidade da rede de distribuição de água em satisfazer demandas em todas as localizações, com pressões aceitáveis. E, está também relacionada com a possibilidade de ocorrência de falhas no sistema.

XU e GOULTER (1999) conceituaram confiabilidade como a habilidade de o sistema promover o adequado fornecimento de água em condições normais e anormais.

Para que um sistema seja confiável, MORGAN e GOULTER (1985) postulam que cada nó deve estar conectado no mínimo a dois trechos. GOULTER e COALS (1986,

apud FUJIWARA e DE SILVA, 1990) usaram como medida de confiabilidade, a probabilidade complementar do isolamento de um nó, que corresponde à probabilidade de falha simultânea de todos os trechos conectados a esse nó (LOPES, 2002).

GOULTER e BOUCHART (1990, *apud* LOPES, 2002) apresentaram propostas da utilização de restrições relacionadas a probabilidades de atendimento satisfatório das demandas.

Segundo FARMANI et al (2005), a confiabilidade de redes de distribuição de água está normalmente associada com a probabilidade que um sistema opera como esperado sobre um especificado tempo.

WALSKI (1987) apontou que a mensuração da confiabilidade deve refletir o modo no quais os usuários da água são afetados, como o número de usuários com restrições ou nenhum serviço e o tamanho da duração do tempo no qual a condição ocorre.

A otimização de redes tende reduzir custos pela redução ou eliminação de diâmetro de algumas canalizações, tornando o sistema com capacidade ineficiente para responder a quebras de canalizações ou demandas que excedem valores de projeto sem violar níveis de desempenho requeridos.

Devido à incerteza na previsão de demanda e estimação de custo, promover um adequado serviço com confiabilidade e fator de segurança tornou-se uma das principais miras no projeto multiobjetivo de sistema de distribuição de água. No entanto, devido à complexidade e diversidade da definição de confiabilidade, nenhuma definição única leva a confiabilidade de redes de distribuição de água em conta (XU e GOULTER 1999).

Dois tipos de estudos podem ser conduzidos para incluir confiabilidade no projeto de redes de distribuição de água. O primeiro são mensurações baseadas em substituições (modelo determinístico) e o segundo envolve análise estocástica de incerteza (modelo probabilístico). O modelo probabilístico tem sido considerado recentemente por alguns pesquisadores (XU e GOULTER, 1999; TOLSON et al., 2004; BABAYAN et al. 2005). O modelo determinístico tem sido estudado por um grande número de pesquisadores no passado (TUNG, 1985; WAGNER et al., 1988; GOULTER, 1992; TANYIMBOH e TEMPLEMAN, 1993). TUNG (1985) definiu confiabilidade de rede como a probabilidade que a vazão pode alcançar todos os nós de demandas da rede. WAGNER et al (1988) definiu uma mensuração similar da confiabilidade, como sendo a probabilidade que o nó de demanda está conectado a uma fonte (conectividade) ou que todos os nós de demanda estão conectados

a uma fonte (alcançabilidade). GOULTER (1992) e TANYIMBOH e TEMPLEMAN (1993) implementaram o conceito de entropia como um medidor de confiabilidade em redes de distribuição de água. A idéia básica atrás desse método foi em obter a distribuição de vazões em uma rede que garanta a maior uniformidade entre os caminhos de abastecimento para todos os nós, portanto minimizando o déficit no caso de uma quebra de canalização.

A maioria dos mensuramentos dados na literatura requer um largo tempo computacional, o qual se torna proibitivo quando incorporado com uma técnica de busca, como os algoritmos genéticos. Isto pode ser superado pelo uso de simplificados medidores de confiabilidade (DANDY e ENGELHARDT, 2006). Outra dificuldade de incluir confiabilidade em um projeto ou operação de uma rede de distribuição de água está no fato de não existir definição ou mensuração universalmente aceitável.

Alguns fatores que podem afetar a confiabilidade são os eventos de natureza aleatória, como quedas de energia, variação inesperada de demanda, quebras, falhas de componentes e obstruções, que reduzem a capacidade de transporte da rede. Podendo assim ocasionar até a falta de abastecimento ao consumidor.

Existem dois casos onde consumidores podem experimentar interrupções no abastecimento, afetando assim a confiabilidade. Primeiro, quando ocorre quebra em uma canalização, esta é isolada por meio de fechamento de válvulas apropriadas para permitir a realização do devido reparo. Esses consumidores, cujo serviço está localizado entre essas válvulas, perdem o abastecimento. O segundo caso ocorre quando as pressões de abastecimento são reduzidas abaixo de níveis aceitáveis para alguns consumidores, isso ocorre devido às ocorrências de outros tipos de falhas no sistema, e fatores de natureza aleatória, como quedas de energia, variação inesperada de demanda, falhas de componentes e obstruções, que reduzem a capacidade de transporte da rede. O primeiro caso se refere a uma interrupção local enquanto que o segundo a uma interrupção global. DANDY e ENGELHARDT (2006) consideraram ambos os casos para quantificar o número de interrupções a consumidores.

Segundo FARMANI et al (2005), a confiabilidade de sistemas de distribuição pode ser estudada por considerar dois tipos de falhas: Falha mecânica e falha hidráulica. A falha mecânica normalmente refere-se a falhas dos componentes do sistema, como um rompimento de canalização ou bombas que fiquem fora de serviço. Este tipo de falha foi estudado amplamente no passado, e um grande número de modelos tem sido desenvolvido

para esses tipos de medidores de confiabilidade. No entanto, a questão ainda remanescente é qual o melhor mensurador para este tipo de confiabilidade e qual o nível de confiabilidade é aceitável. A falha hidráulica, por outro lado, refere-se a incertezas, como a demanda nodal, rugosidade de canalizações, níveis de reservatórios e tanques.

A confiabilidade de uma rede pode ser acrescida na prática através do projeto de redes malhadas, que proporcionam um caminho alternativo para o fluxo no caso de ocorrência de falhas e/ou reparos na rede.

Segundo LOPES (2002), os aspectos de confiabilidade têm sido inseridos no problema de otimização de redes de distribuição na forma de restrições. GOULTER E COALS (1986, *apud* FUJIWARA e DE SILVA, 1990) introduziram uma restrição adicional no modelo de ALPEROVITS e SHAMIR (1977) limitando o número de falhas por ano em cada trecho. SU *et al* (1987, *apud* FUJIWARA e DE SILVA, 1990) propuseram um método iterativo composto de um modelo de programação não linear, um modelo de análise hidráulica e um modelo de avaliação da confiabilidade.

KANSAL *et al* (1995, *apud* LOPES, 2002) ressaltaram que a análise da confiabilidade em países em desenvolvimento deve privilegiar os aspectos de conectividade dos consumidores e garantia de fornecimento de água, ainda que em condições insatisfatórias, em detrimento da qualidade do serviço em termos de pressões. Em seu trabalho, propuseram um índice de conectividade global da rede, que pode ser calculado sem avaliações nodais.

XU E GOULTER (1999) apresentaram uma nova abordagem capaz de aliar incertezas nas demandas nodais e capacidades hidráulicas dos trechos, assim como os efeitos de falhas mecânicas dos componentes, na otimização baseada na confiabilidade da rede. As falhas são associadas a pressões insuficientes e a confiabilidade é definida como a probabilidade da demanda nodal ser atendida sob uma pressão maior ou igual a um valor mínimo para uma configuração fixa da rede sob demandas e rugosidades aleatórias. A determinação da confiabilidade é feita a partir de uma função de desempenho do sistema, em termos das variáveis aleatórias, que define uma superfície de falha. As aplicações mostraram que quanto maior a variabilidade dos parâmetros, maior é o nível de redundância requerido para atingir a confiabilidade desejada e maior o custo. Por fim, algumas variáveis consideradas independentes estatisticamente, como a demanda, na verdade são dependentes.

Redes de distribuição de água são freqüentemente projetadas para fornecer água a cada nó, satisfazendo a demanda em termos de vazão e energia. No entanto, no caso de

mudança de demanda ou falha de canalização, a vazão mudará e a rede original será transformada em uma nova, com maior perda de energia interna. O que se pode tornar impossível o abastecimento à taxa de vazão desejada e a uma mínima pressão aceitável. Provendo mais potência (energia por unidade de tempo) que aquela requerida em cada nó pode ser uma das alternativas para se evitar esse problema. Isso adicionará suficiente excesso de potência para ser dissipada internamente em caso de falhas. Esse excesso tem sido usado por TODINI (2000) para caracterizar a elasticidade (*resilience*) para redes malhadas; embora isso não envolva considerações estatísticas de falhas, o aumento de energia tenderia promover a confiabilidade de rede (FARMANI et al., 2005).

O trabalho de FARMANI et al (2005), estabeleceu o problema abordado como uma otimização multiobjetivo sob múltiplas condições de carregamento, utilizando como objetivos a maximização do índice introduzido por TODINI (2000) e a minimização de custo de reabilitação de rede de distribuição de água. O índice, que pode variar de 0 a 1, é utilizado para aperfeiçoar o desempenho da rede de distribuição de água sob condições de falhas através de mais energia do que o requerido em cada nó. Aumentando assim, a confiabilidade hidráulica e a disponibilidade de água durante falhas de canalizações. Segundo os pesquisadores, projetar um sistema de distribuição de água sob múltiplas condições de carregamentos automaticamente introduzirá um nível de robustez para a rede. Em seu trabalho, para avaliar a qualidade das soluções na frente de Pareto em resposta à falha de canalizações, para cada configuração fixada a possibilidade de simples falha para cada canalização é considerada em turno. O efeito de cada falha de canalização da rede de distribuição de água foi estudado pelo isolamento da canalização e pela simulação da rede durante 24 h, com o registro do tempo, no qual a primeira deficiência de pressão ocorre. Deficiências ocorrendo após 24h foram ignoradas, por considerar 24h o tempo suficiente para efetuar o reparo. Através da avaliação das soluções, FARMANI et al (2005) observou que duas das oito soluções tiveram um alto número de falhas na pressão, apesar de possuir relativamente alto índice *resilience* (confiabilidade) e custo, demonstrando assim dificuldades em identificar alguma tendência clara. Uma detalhada inspeção nas soluções da rede de distribuição de água na frente de Pareto mostrou que embora cada nó de demanda esteja conectado pelo menos a duas canalizações, não existe suficiente excesso de energia em cada nó de demanda para satisfazer a demanda quando da falha de canalizações. Sendo assim o índice *resilience* sozinho não dá uma representação adequada da robustez da rede de distribuição de água quando falhas de canalizações são consideradas. Por isso, FARMANI et

al. (2005), introduziram um terceiro objetivo, maximizando o mínimo excesso de energia em qualquer nó. Para as novas soluções, os pesquisadores identificaram uma tendência clara, com uma solução de baixo índice *resilience* e custo, com um alto número de falhas na pressão, e outra solução com alto índice *resilience* e custo, com baixo número de falhas na pressão. No entanto os pesquisadores observaram uma inconsistência no índice *resilience*, em uma das soluções da frente de Pareto verificou-se que nas primeiras horas de simulação da rede de distribuição de água o número de falhas era pequeno, enquanto que no final no período (24h) o número de falhas teve um salto relativamente alto. Porém, segundo FARMANI et al (2005), pelo fato de apresentar um número pequeno de falhas nos períodos iniciais, a solução torna-se ainda aceitável.

2.3. Projeto Ótimo de Redes de Distribuição de Água

Um sistema de distribuição de água é composto por uma rede de tubulações, podendo conter bombas, válvulas e reservatórios; que através de uma fonte distribuem uma conhecida demanda aos consumidores. Devido à complexa interação entre seus componentes, identificar mudanças que melhorem o projeto pode ser difícil mesmo para redes de médio porte. Por este motivo, ao longo do tempo, diversos métodos de simplificação foram sugeridos para reduzir a complexidade do problema original. E, o problema da otimização do dimensionamento de redes de distribuição foi alvo de inúmeras pesquisas nas últimas três décadas.

Em sua forma mais simples, o problema de otimização de projetos de distribuição de água por gravidade é formulado da seguinte maneira: Para um dado *layout* de tubos e uma demanda específica nos nós, busca-se uma combinação de diâmetros de tubos que resulte num custo mínimo, e que atenda às seguintes restrições: a continuidade da vazão deve ser mantida em todos os nós e junções da rede;

- A perda de carga em cada tubo é uma função conhecida e dependem da vazão no tubo, seu diâmetro, comprimento e propriedades hidráulicas;
- A perda de carga total em um anel é igual a zero ou a perda de carga ao longo do caminho entre dois reservatórios deve ser igual à diferença de altitudes;
- Limitações de pressões mínimas e máximas devem ser satisfeitas;

- Restrições de diâmetros máximos e mínimos podem ser aplicadas a certos tubos da rede;

Outra restrição pode ser ainda a existência de trechos existentes de tubulações, com diâmetros definidos. Nos problemas de otimização podem ser incluídos também os dimensionamentos ou seleção de válvulas, bombas e reservatórios.

O escoamento é considerado permanente ao longo da rede, podendo, porém, ser considerada mais de uma situação de demanda. Os engenheiros durante a elaboração do projeto de uma rede nova ou de uma ampliação de rede existente devem ainda garantir que a solução definida atenda adequadamente as variações de demanda nas diversas situações de carregamento, tais como atendimento da vazão máxima de projeto, vazão diária média e períodos de vazão mínima.

Os modelos de otimização de redes de distribuição de água com menor custo, considerando uma única configuração de demanda, obtiveram resultados impraticáveis, como os resultados de GOULTER (1987), no qual sugere que o projeto de mínimo custo é uma rede ramificada ao invés de sistemas malhados, a menos que a solução seja restringida de modo a forçar a formação de anéis (DEB, 1976; WALSKI et al., 1987). Segundo QUINDRY et al (1981), restrições para a formação de anéis na rede, como as de diâmetro mínimo, fazem com que a solução ótima seja uma rede ramificada fechada por tubulações de diâmetro mínimo.

Se a rede é projetada com baixas energias e com tubulações subdimensionadas, vazões e pressões requeridas não serão satisfeitas durante certos picos de demandas ou sob vários cenários de falhas (SHERALI e SMITH, 1997), podendo ocorrer até falta de atendimento a consumidores. Sendo assim há uma relação oposta entre a confiabilidade e o custo da rede, isto é, ao minimizar o custo, a confiabilidade da rede é prejudicada. Na prática a rede malhada é essencial para operacionalização dos atuais sistemas de distribuição, uma vez que eles fornecem um caminho alternativo para o abastecimento quando da ocorrência de falhas ou reparos na rede, além de evitar a ocorrência de “pontas mortas” onde não se consegue garantir a qualidade da água de abastecimento (SAVIC e WALTERS, 1997).

A presença de elementos discretos como diâmetros comerciais, válvulas e bombas, devido às suas descrições matemáticas, aumentam a complexidade do projeto ótimo de redes de distribuição de água. O número de combinações possíveis de diâmetros que irão compor uma rede é elevado, pois, considerando a existência de cinco diâmetros existentes

comercialmente e uma rede com N trechos, temos 5^N combinações possíveis. Essa dificuldade tem sido superada pelos modelos de otimização através da substituição dos diâmetros encontrados por dois segmentos de diâmetros comerciais, preservando as características hidráulicas do trecho. Porém tal solução pode ser insatisfatória em termos construtivos.

Os modelos desenvolvidos até a década de 90, apresentam dificuldades relacionadas ao tamanho da rede, presença de elementos discretos, como diâmetros comerciais, bombas e válvulas, número de cenários de demanda, etc. Ou melhor, segundo LANSEY e MAYS (1989), em redes de muitos trechos os modelos mostram-se incapazes de realizar a otimização.

Limitações computacionais não permitem a análise de diversas configurações de demanda, pois um novo conjunto de restrições ao problema é imposto a cada cenário. A extrapolação do limite computacional e a complexidade do problema podem ainda ser aumentadas com a inclusão de válvulas e bombas.

O custo da rede é uma função multimodal, o que dificulta a utilização de métodos convencionais de otimização por busca direcional. Na literatura, métodos que permitem uma melhora posterior da função objetivo uma vez que uma solução ótima local é obtida tiveram suas primeiras aplicações na década de noventa. O primeiro modelo de otimização global foi desenvolvido por EIGER et al (1994), com base em uma complexa formulação matemática (LOPES, 2002).

Segundo WALSKI (1995), existem pelo menos quatro tipos diferentes de problemas no dimensionamento de redes de tubulações. A escolha entre planejamento geral, projeto preliminar, plano de subdivisão e de reabilitação resulta em características e simplificações distintas, exigindo diferentes abordagens dos modelos de otimização. A consideração dos aspectos reais das tomadas de decisão, de acordo com cada problema, pode ser um fator decisivo para o uso efetivo dos modelos desenvolvidos.

SHAMIR (1974, *apud* LOPES, 2002) apresenta uma detalhada revisão dos trabalhos anteriores a 1974, que se concentraram no problema do dimensionamento, colocando diâmetros como variáveis de decisão e a soma dos custos de implantação e operação como função objetivo. Normalmente, é considerado o estado permanente representando apenas as configurações típicas de demanda. Os modelos de otimização são baseados em técnicas de gradientes, busca aleatória de diâmetros com penalidades nas restrições, gradientes aproximados da função objetivo para a sua avaliação em pontos

próximos, processo iterativo aplicado a redes ramificadas, programação separável, conceitos de diâmetro equivalente e superfície de pressão e índices de desempenho de alternativas discretas.

O primeiro modelo para determinação dos diâmetros de uma rede malhada a um custo mínimo, desenvolvido por programação linear (PL), foi apresentado por LAI e SCHAAKE (1969, *apud* QUINDRY *et al.*, 1981), que formularam o problema em dois passos: uma transformação de variáveis para a linearização das restrições e uma aproximação linear da função objetivo, que representa o custo em função da variável transformada. Nessa formulação, as pressões nos nós devem ser conhecidas.

LAI e SCHAAKE (1969) desenvolveram uma programada formulação linear para o uso no planejamento da principal adição na rede de abastecimento da cidade de Nova York. Suas aproximações requerem uma especificada energia em todos os nós do sistema antes da programação linear ser formulada. A solução da programação linear provém um sistema de custo menor que satisfaz as requeridas demandas usando as energias dos nós que foram fixadas previamente. A extensão desta técnica básica é possível para modelo de múltiplas demandas e para a inclusão de custos de bombeamento na função objetivo. Como as dimensões de canalizações são tratadas como variáveis contínuas, a solução matemática pode especificar dimensões que não são disponíveis. Tais canalizações, no entanto, podem ser substituídas na rede atual por duas em série (de diâmetros comerciais), uma maior e uma menor, preservando as características hidráulicas do trecho. Porém, no estágio de planejamento inicial de um sistema de distribuição, essa substituição não é requerida, já que o tipo de informação necessária e a localização de certas instalações como estações de bombeamento e reservatórios podem ser obtidas sem o conhecimento da exata dimensão de todas as canalizações do sistema.

Um modelo baseado no método de programação não linear (GRG2 – *Generalized Reduced Gradient*) foi proposto por SHAMIR (1974), para otimização do dimensionamento e operação de redes malhadas. No cálculo da rede, a cada interação, são consideradas fixas as variáveis de decisão, e os gradientes da função objetivos são encontrados. As variáveis de decisão, no caso de dimensionamento podem ser diâmetros dos trechos e/ou capacidade de bombas e no caso de operação podem ser pressões, consumos, posições de válvulas e bombas; são alteradas na direção do mínimo custo com base nos gradientes. E, finaliza-se a busca quando, o número de iterações atinge um limite ou quando um mínimo local é encontrado. Desta forma a solução pode estar muito distante do ótimo

global. Segundo LOPES (2002), esse método é limitado quanto à quantidade de variáveis que pode abordar.

DEB (1976) mostra que através da derivada da função objetivo em relação à vazão ($\partial F/\partial Q=0$), tem-se o custo máximo, e sendo assim, no limite de $\partial F/\partial Q$ tendendo ao infinito tem-se o custo mínimo com uma configuração ramificada da rede. Para maximizar a equação da derivada, foram aplicados sucessivos fatores de correções de vazões e os diâmetros foram considerados variáveis contínuas.

ALPEROVITS e SHAMIR (1977) apresentam o primeiro método que incorpora o cálculo da rede no procedimento de otimização, reduzindo a complexidade da natureza não linear original do problema. A solução foi obtida através da decomposição hierárquica do problema de otimização. O método (*Linear Programming Gradient* – LPG) utiliza a Programação Linear, juntamente com uma busca por gradiente. As variáveis de decisão são diâmetros comerciais. Neste método, a distribuição de vazões é inicialmente fixada e alterada a cada interação, de modo a minimizar a função objetivo (custo da rede). A alteração da vazão é proporcional ao gradiente do custo, calculado com base nas variáveis duais da restrição do balanço de energia nos anéis. A busca é finalizada, quando nenhuma melhora ocorre na função objetivo. A figura 2.1 ilustra o processo.

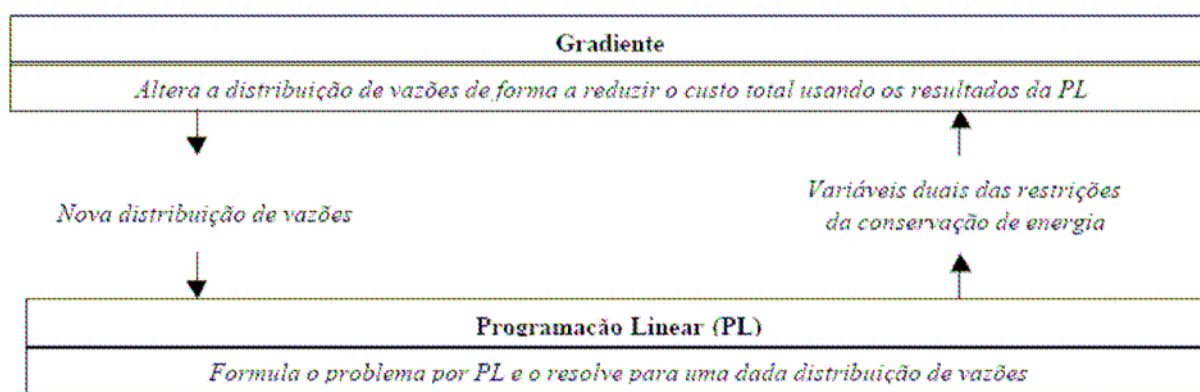


Figura 2.1 – Modelo de otimização LPG de ALPEROVITS e SHAMIR (1977).

O método LPG foi desenvolvido para uma rede de distribuição de água operando por gravidade e estendido para uma rede real, contendo bombas, válvulas e reservatórios, operando sob múltiplos carregamentos.

Esse método tem uma vantagem adicional por não requer nenhuma substituição por variáveis contínuas de diâmetro de canalizações, a solução pode facilmente ser limitada para diâmetros comercialmente disponíveis. Também se mostrou aplicável para sistemas reais complexos e tem como uma de suas principais características trabalhar com diversas situações de carregamento simultaneamente. As decisões operacionais foram incluídas explicitamente na fase de projeto, tendo como resultado uma solução hidraulicamente viável para cada carregamento. A cada iteração, o conjunto solução se aproximava da solução ótima, por este motivo uma solução otimizada é obtida, mesmo que o procedimento seja interrompido prematuramente.

Segundo LOPES (2002), o método foi implementado por VIEIRA (1980), obtendo-se bons resultados em relação ao método heurístico convencional baseado na análise hidráulica. Por outro lado, são apontadas dificuldades computacionais na aplicação a redes de grande porte, observadas por LANSEY e MAYS (1989) e QUINDRY et al (1981), e a obtenção de diferentes soluções com a alteração dos valores iniciais de vazão e escolha do caminho ao longo da rede para a definição das restrições de perda de carga máxima, reportada por GOULTER et al (1986).

Segundo SHERALI e SMITH (1997), QUINDRY et al (1979) mostrou que ALPEROVITS e SHAMIR (1977) perderam certos termos em suas expressões de gradiente. Porém, a inclusão desses termos tornou o procedimento ineficaz para uma larga escala de problemas. Depois, QUINDRY et al (1981), FUJIWARA et al (1987), KESSLER e SHAMIR (1989), e FUJIWARA e KHANG (1990) propuseram derivações alternativas da programação linear baseadas em expressões gradientes com outros algoritmos para aperfeiçoar a eficiência computacional.

QUINDRY et al (1981), ao invés da vazão, com um método gradiente que incorporaram à formulação de LAI e SCHAAKE (1969), alteram a carga nos nós a cada interação, fazendo a solução da PL levar a uma redução custo da rede (função objetivo). Aplicaram o método à expansão da rede da cidade de Nova York e obtiveram uma redução do custo obtido por LAI e SCHAAKE (1969).

FUJIWARA et al (1987) apresentaram aprimoramentos para o modelo LPG, incorporando um método de busca que aumenta a velocidade de convergência e um método de determinação do tamanho dos passos que acelera a busca na etapa de gradiente. Como

resultados, menores custos foram obtidos para os problemas de ALPEROVITS e SHAMIR (1977).

MORGAN e GOULTER (1985, *apud* LOPES, 2002) propuseram um método, para projeto ou expansão de redes malhadas que utiliza um algoritmo baseado em uma formulação linear para o ajuste dos diâmetros com base na sua importância, de acordo com pesos determinados, para atingir os requisitos de pressão ao custo mínimo. As vazões e as pressões são anteriormente determinadas para um dado layout e configuração de demanda através do cálculo da rede por Hardy-Cross aplicado ao método DQ. Devido ao uso da análise hidráulica, não é necessária a restrição de balanço de energia nos anéis. No ajuste dos diâmetros, se a modificação leva a uma redução do custo, o trecho é eliminado, senão é mantido. O trecho de menor diâmetro e peso é suprimido. Com o novo *layout*, em termos de comprimento e diâmetro, novas pressões e vazões são obtidas através do cálculo da rede por Hardy-Cross, estas serão utilizadas para a determinação de novos pesos dos trechos. O processo finaliza-se quando a solução ótima local é atingida, isto é, quando não houver mais trechos a serem modificados e os pesos são maiores do que um valor especificado. A aplicação ao problema da rede de Nova York resultou em um custo menor do que os reportados anteriormente, apesar do método não dimensionar componentes da rede que não sejam as tabulações (LANSEY e MAYS, 1989). A figura 2.2 ilustra o processo.

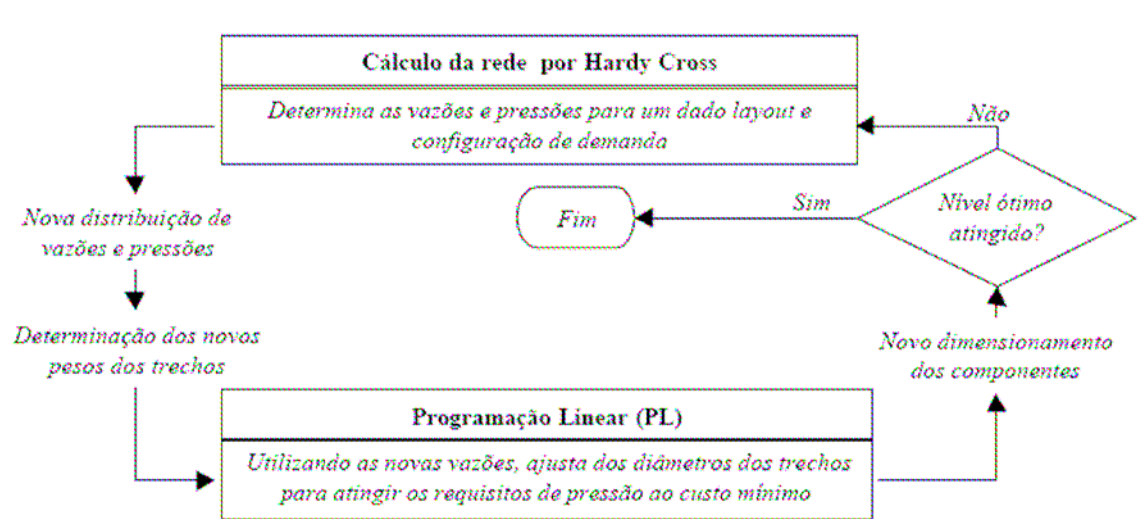


Figura 2.2 – Modelo de Otimização de MORGAN e GOULTER (1985).

WALSKI et al (1987, *apud* LOPES, 2002) comparam quatro modelos de otimização desenvolvidos à época, por meio da aplicação a um problema de uma rede de *layout* conhecido. Foram aplicados, uma técnica de enumeração de diâmetros alternativos; uma combinação de um modelo de busca por gradiente para identificar a distribuição ótima de pressões e um modelo de PL para selecionar os diâmetros para cada distribuição de pressão; o método de MORGAN e GOULTER (1985); e um método de busca. Como resultados, os custos finais ficaram bastante próximos, apesar das soluções se mostrarem completamente diferentes.

As seguintes conclusões podem ser citadas:

- Há a necessidade da incorporação de múltiplos cenários e simulações estendidas;
- Dimensionamento e locação dos reservatórios afetam a solução;
- Aspectos de desempenho e confiabilidade devem ser incorporados;
- A simulação sob diversos cenários de demanda leva à formação de anéis na rede;
- Aspectos mais realistas dos sistemas devem ser incorporados para maior praticidade.

LANSEY E MAYS (1989), propuseram um método de otimização não linear (GRG2), combinado com um modelo de análise hidráulica da rede, denominado método nodal. O modelo proposto pode dimensionar sistemas complexos com vários componentes e condições de demanda, porém não atinge o ótimo global.

WALSKI et al (1990) apresentaram um procedimento de enumeração completa, calculando a rede para todas as combinações possíveis de diâmetros disponíveis comercialmente, obtendo-se assim o ótimo global. Este método torna-se ineficiente para redes com muitos trechos.

FUJIWARA e KHANG (1990) desenvolveram um modelo que busca a solução ótima, decompondo o problema em duas fases (figura 2.3). Com as vazões fixadas na primeira fase, são determinadas as perdas de cargas ótimas globais, logo com base nos gradientes da função objetivo, as vazões são alteradas de modo a obter novas perdas de carga. Na segunda fase, com as perdas de cargas fixadas, obtêm-se vazões ótimas globais, que havendo uma melhora na função objetivo são utilizadas novamente na primeira fase, iniciando-se assim

novamente o processo da primeira fase. O processo termina quando não são encontradas melhoras na função objetivo, na segunda fase. Este método não garante que a solução final é ótima global, mas permite a movimentação de um ótimo local para outro. O modelo, aplicado à rede de Hanoi, obteve melhores resultados do que os reportados anteriormente.

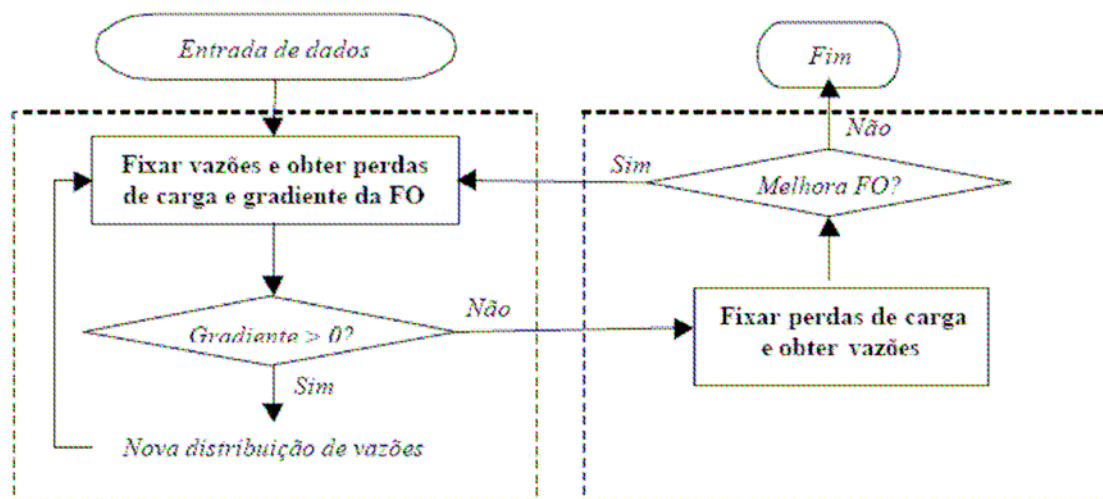


Figura 2.3 – Modelo de Otimização de FUJIWARA e KHANG (1990).

Ainda que o problema da otimização de redes ramificadas esteja resolvido, o método de solução definitivo que garanta o ótimo global para o caso de redes malhadas não existe ainda (MARTINEZ et al., 1995 *apud* MONTESINOS et al., 1999). Alguns autores, após diversas pesquisas, chegam a afirmar que com as ferramentas de otimização existentes, não é possível resolver o problema geral do projeto ótimo com toda a sua complexidade (EIGER et al., 1994).

Um primeiro método de otimização global de dimensionamento de mínimo custo foi proposto por EIGER et al (1994) usando um programa linear embutido com algoritmos *branch-and-bound*. SHERALI e SMITH (1997) apresentaram outra otimização global modo *branch-and-bound* que emprega uma técnica reformularização-linearização para construir um programa linear ajustado para o dado problema.

SHERALI et al (1996), desenvolveram um modelo otimizado de custo e confiabilidade com recomendações de substituições, junto com um projeto de dimensionamento das seções da rede.

SHERALI et al (1998) apresentam um trabalho de otimização global para o problema de projeto de rede de distribuição de água que satisfaz especificadas demandas de vazão em pressões estáticas requeridas. Eles transformaram a não linearidade do problema em um espaço de novas variáveis de projeto, baseados no trabalho de EIGER et al (1994). Essas estratégias são embutidas em um algoritmo *branch-and-bound*, reduzindo a distância do ótimo, induzindo um processo de convergência para uma solução factível que fica com qualquer pré-estabelecida tolerância de precisão do ótimo global. De forma a ilustrar e comparar resultados, dois testes simples da literatura foram utilizados, sendo que para o maior problema (rede de HANOI) apresentaram, segundo os pesquisadores, uma aperfeiçoada solução sobre as previamente reportadas na literatura. Enquanto que para o menor problema, uma rede de dois circuitos apresentados por ALPEROVITS e SHAMIR (1977), os resultados de EIGER et al (1994) apresentaram-se melhores. No entanto, segundo SHERALI et al (1998), a solução de EIGER et al (1994) contém algumas pequenas violações na conservação da vazão. E, para o mesmo problema obtiveram solução melhor do que apresentado por LOGANATHAN et al (1995), e solução muito próxima a SHERALI e SMITH (1997).

Segundo LOPES (2002), mais recentemente, FORMIGA E GOMES (1999a, 1999b) aplicaram o método GRG2, de uma forma menos elaborada que SHAMIR (1973, 1974), em um procedimento de otimização em duas fases. Na primeira etapa, o custo a ser minimizado é uma função não linear dos diâmetros de cada trecho, que são as variáveis de decisão. As restrições provêm da conservação de energia nos anéis, continuidade nos nós e limites de velocidade pressão e diâmetros. A segunda etapa visa transformar os diâmetros obtidos em valores comerciais. Para isso, cada trecho é dividido em dois segmentos de diâmetros comerciais adjacentes aos calculados na primeira etapa, cujos comprimentos são as variáveis de decisão. Uma aplicação é feita à rede de distribuição do bairro do Bessa em João Pessoa/PB, com resultados satisfatórios.

Até meados da década de 80, grande parte das pesquisas baseava-se na aplicação de técnicas determinísticas de otimização (incluindo programação linear, programação dinâmica e programação não linear) ao projeto de redes de distribuição de água. Nesta época, porém, as técnicas estocásticas de otimização (tais como algoritmo genético e simulação de *annealing*) começaram a ser estudadas e aperfeiçoadas, demonstrando ter sua aplicação adequada a grandes problemas combinatórios.

Os algoritmos genéticos, desenvolvidos por John Holland e popularizados por GOLDBERG (1989) se mostraram bastante adequados à solução de problemas de otimização.

Projetistas de sistemas artificiais na engenharia verificaram em seus trabalhos a robustez, a eficiência e a flexibilidade de sistemas biológicos (GOLDBERG, 1989). Os AG's são particularmente eficientes na seleção de soluções discretas, por meio das técnicas de evolução (*cross over*), em que características de soluções diferentes são permutadas de modo a se obter novas soluções, e mutação, para alteração de uma solução individual. No caso de redes de distribuição de água, SAVIC e WALTERS (1997) e MONTESINOS et al (1999) apresentaram adaptações de algoritmos genéticos para a obtenção de soluções ótimas, a partir de um grupo inicial de soluções que são obtidos aleatoriamente.

Os AG's são teoricamente providos de busca válida e robusta nos espaços complexos. Estes algoritmos são computacionalmente simples, e, não limitam hipóteses restritivas no seu espaço de busca (GOLDBERG, 1989).

Um dos primeiros trabalhos aplicando o método à otimização de tubulações foi proposto pelo próprio GOLDBERG et al (1987). Em seu trabalho foram examinados os mecanismos, robustez e aplicações dos algoritmos genéticos em um problema na busca de alternativas operacionais de um conjunto de 40 bombas instaladas em uma tubulação em série. O procedimento de trabalho, que ao invés de trabalhar com os parâmetros, opera com a codificação do mesmo, comprovou a independência do método evitando enganos e tendências pré-existentes. O método não depende da continuidade do espaço de busca e trabalhando a partir de uma população de pontos demonstrou ter uma perspectiva mais global que muitos procedimentos de otimização da engenharia.

Outros pesquisadores, tais como HADJI e MURPHY em 1990, DUAN, MAYS e LANSEY em 1990 e SVED, SCHIMIK e SIMPSON em 1991, entre outros, consolidaram a aplicação dos algoritmos genéticos na otimização de redes de distribuição de água. SIMPSON, DANDY e MURPHY (1994) elaboraram um trabalho visando comparar esta técnica a outras de aplicação tradicional. Neste trabalho foi apresentada a metodologia para aplicação da técnica de algoritmo genético na otimização de rede de distribuição. Os valores de diâmetros comercialmente disponíveis para os tubos utilizados pelo algoritmo genético foram selecionados como seqüências binárias. Foram usados três operadores do algoritmo genético "*comprising reproduction*", recombinação, e mutação.

Desde MURPHY e SIMPSON (1994), os algoritmos genéticos têm sido aplicados extensivamente para otimizar redes de distribuição de água. A principal vantagem dos algoritmos genéticos são que eles usam uma população de soluções e identifica diferentes

soluções no qual o decisor pode fazer a sua escolha por meio de outros fatores externos que julgar conveniente levar em consideração. A principal desvantagem do método é o alto esforço computacional.

Os resultados obtidos a partir da técnica do algoritmo genético foram comparados com a de enumeração completa e programação não linear. A completa enumeração de soluções pode apenas ser usada em redes com poucos tubos. A otimização não linear é uma técnica efetiva quando aplicada a uma rede de pequena extensão, como no caso estudado, porém devem ser considerados os erros que a conversão da solução contínua para diâmetros discretos pode gerar. O método da programação não linear gera apenas uma solução. A técnica do algoritmo genético gera uma classe completa de alternativas de soluções próximas ao ponto ótimo. Uma dessas alternativas pode efetivamente ser superior à solução ótima, baseando-se em aspectos não quantitativos. Este é o maior benefício do método do algoritmo genético. A técnica do algoritmo genético em sua gênese e posteriormente em seu desenvolvimento pode proporcionar um aperfeiçoamento nesta busca para problemas práticos. Resultados apresentados no artigo mostraram que a técnica de algoritmo genético é muito efetiva na busca da mais próxima ou da melhor solução ótima para o caso da rede estudada (SIMPSON, DANDY e MURPHY, 1994).

A sistematização da aplicação do algoritmo genético à solução do problema de projeto de rede de distribuição de água de mínimo custo levou ao modelo computacional GANET, desenvolvido por SAVIC e WALTERS (1997). O algoritmo genético, quando comparado às técnicas convencionais de otimização, possui a vantagem de não necessitar que seja assumida a linearização ou o cálculo de derivadas parciais, além de evitar instabilidades numéricas associadas à inversão de matrizes. Sua aplicação à faixa de soluções é global, reduzindo o risco de assumir erroneamente um mínimo local como mínimo global e desvinculando dependência existente da solução o ponto inicial assumido no processo. No modelo proposto por SAVIC e WALTERS (1997), os algoritmos genéticos foram introduzidos em sua forma original, seguindo-se dos diferentes ajustes que se fizeram necessários para a sua efetiva aplicação à otimização de redes de distribuição de água. Para ilustrar a capacidade do GANET de eficientemente identificar projetos otimizados, três problemas publicados foram resolvidos. Isto levou a descoberta de inconsistências em previsões de desempenho de rede causada por diferentes interpretações da equação de escoamento em condutos forçados de Hazen-Williams, usada em estudos no passado. Além de ser bastante eficiente para otimização de redes de distribuição de água, GANET mostrou-

se também de fácil aplicação, requerendo praticamente as mesmas entradas de dados de modelos de simulação hidráulica. Os únicos dados de entrada adicionais necessários são alguns parâmetros próprios dos algoritmos genéticos, os quais foram adotados de acordo com valores recomendados na literatura. Dois exemplos, uma de projeto de uma nova rede de distribuição e outro de projeto de expansão de rede em paralelo ilustraram o potencial do GANET como uma ferramenta do planejamento e gerenciamento de redes de distribuição de água (SAVIC e WALTERS, 1997).

O maior inconveniente dos AG's é o tempo de processamento e o número de gerações necessárias para se obter a solução otimizada, por esse motivo foi desenvolvido por DANDY, SIMPSON e MURPHY (1996) um algoritmo genético aperfeiçoado. O novo AG usa uma variável de potencialização (*variable power scaling*) para adequação da função objetivo. O expoente introduzido na função objetivo tem sua magnitude ampliada a medida que o processamento do AG se desenvolve. Em adição a mutação "*bitewise*" mais comumente usado, um operador de mutação acessório é introduzido. Finalmente em substituição ao código binário é usado o "*gray code*" para representar o conjunto de variáveis de decisão que darão origem ao projeto de rede de distribuição de água (CHEUNG, 2003).

Outra modificação foi proposta por MONTESINOS, GARCIA-GUZMAN e AYUSO (1999), no trabalho foram propostas modificações no processo de mutação e seleção de um algoritmo genético simples. Em cada geração um número constante de soluções é eliminado e os selecionados são classificados para a recombinação, e à nova solução é permitido efetuar no máximo uma mutação. Estas modificações aceleraram em muito a conversão do algoritmo.

CUNHA e SOUZA (1999) apresentaram um modelo heurístico baseado na analogia com o processo de recozimento (*Simulated Annealing*), no qual o aumento da temperatura dá mobilidade às moléculas; após o esfriamento, as moléculas formam uma estrutura cristalina. No modelo, a temperatura é associada ao custo da rede, que é reduzido até se encontrar a situação de energia mínima correspondente ao estado cristalino. Regras heurísticas e probabilísticas são incorporadas para se determinar a taxa de resfriamento e critérios de parada, evitando ótimos locais. Aplicações aos problemas de ALPEROVITS e SHAMIR (1977) e à rede de Hanói conduziram a resultados semelhantes aos atingidos por algoritmos genéticos.

2.4. Algoritmos Genéticos

A complexidade inerente aos sistemas de abastecimento de água associada às suas propriedades não lineares tem limitado o uso de técnicas de otimização convencionais para analisar o desempenho global dos sistemas.

Uma solução ótima para o problema de projeto de redes hidráulicas é a combinação de diâmetros que fornece o custo mínimo para um conjunto de demandas projetadas satisfazendo simultaneamente às restrições de continuidade e energia. As vazões nas tubulações e pressões nos nós, correspondentes aos referidos diâmetros, são determinadas via análise hidráulica (CHEUNG, 2003).

Geralmente na otimização, os diâmetros das tubulações são representados por variáveis discretas (diâmetros comerciais) e, dessa forma, a busca da solução ótima por métodos convencionais é dificultada (CHEUNG, 2003).

Um algoritmo genético (AG) é um método de busca baseado em mecanismos da genética natural (HOLLAND, 1975; GOLDBERG, 1989). Os AGs diferem das idéias tradicionais de existentes técnicas de otimização. O simples conceito do AG tem suas raízes no processo biológico de sobrevivência e adaptação. O resultado é um eficiente algoritmo com a flexibilidade para procurar complexos espaços como o espaço solução de redes malhadas.

Os AGs são métodos de busca estocástica que imitam matematicamente os mecanismos da evolução natural das espécies, compreendendo processos da genética das populações e da sobrevivência e adaptação dos indivíduos (GEN e CHENG, 1997).

A otimização estocástica designa a família de técnicas de otimização na qual o espaço de busca é “vasculhado”, através da geração de candidatos à solução com o auxílio de um gerador de números pseudo-aleatório. Conforme o processamento progride, a distribuição de probabilidade pela qual um novo candidato à solução é gerado pode mudar, baseando-se nos resultados obtidos no início do processamento. Devido a esta natureza estocástica não há garantia que o ótimo global seja obtido utilizando-se AGs, porém a aplicação desta técnica em diversos tipos de problemas apresentou uma alta taxa de sucesso na obtenção de boas soluções.

O AG seleciona, combina e manipula soluções possíveis para a rede de distribuição na busca do mínimo custo da mesma maneira que a natureza permite sobrevivência, reprodução e a combinação de cromossomos na busca da melhor adaptação.

O AG somente requer informações sobre o valor da função objetivo da proposta rede, se move no espaço de busca por uma população de pontos. Esse modelo contrasta com muitas tradicionais técnicas de otimização, no qual se movem de ponto a ponto no espaço solução. AGs têm suas origens na evolução e adaptação de seres vivos. A sua natureza o tornam um robusto método de busca.

AGs tentam imitar a robustez dos sistemas naturais. A robustez e o simples mecanismo do AG tornam-no serem satisfatórios para uma larga gama de aplicações.

A teoria que deu origem aos AG's foi proposta por Holland em 1975 (GOLDBERG, 1989) e aperfeiçoada por GOLDBERG (1989) e outros pesquisadores na década de 80. A analogia com a natureza é estabelecida a partir da criação por computador de um conjunto de soluções ao qual se dá o nome de população. Cada indivíduo desta população é representado por um conjunto de valores que descreve completamente as variáveis da solução. Cada indivíduo desta população, intuitivamente denominado "cromossomo", constitui uma possível representação completa de solução para o problema. O cromossomo é um vetor, cujas características ou "genes" podem ser codificados através de representação binária (caracteres podem ser 0's ou 1's). Por exemplo, uma função cuja solução seja duas variáveis $x = (x_1, x_2)$, pode ser representada por um cromossomo binário de 8 bites: 1001 0011 (ou seja, quatro bites para cada parâmetro, $x_1 = 1001$, $x_2 = 0011$). Neste ponto deve se ressaltar que nem todos os programas evolucionários restringem a representação ao alfabeto binário, o que faz com que haja maior flexibilidade e aplicabilidade a uma grande variedade de problemas de tomada de decisões.

No AG, cada indivíduo da população inicial avaliado e os que representarem melhores valores satisfazendo a função objetivo serão então alterados e servirão de base para gerar uma nova população. Em resumo para obtenção dos "descendentes" de uma geração são aplicados a estes três tipos de operadores:

- eleição: que consiste na escolha dos cromossomos da população que serão selecionados para a reprodução e, na média, os cromossomos mais aptos produzem mais descendentes do que os menos aptos.

- recombinação: promove o intercâmbio de sub-partes de dois cromossomos, imitando de forma grosseira a recombinação que ocorre entre dois cromossomos biológicos.
- mutação: é um operador que aleatoriamente muda o valor do alelo em uma determinada posição do cromossomo.

A solução é avaliada e o cromossomo é acompanhado por uma medida correspondente de valor chamado sua aptidão. O AG sucessivamente analisa e regenera a coleção de soluções chamada “população”. Novas populações são criadas da velha usando os operadores do AG.

Diversos trabalhos (MURPHY e SIMPSON, 1992; SIMPSON, DANDY e MURPHY, 1994) foram propostos e são pioneiros na utilização dos algoritmos genéticos como ferramenta computacional para determinação do projeto ótimo, bem como de planos de reabilitação para sistemas hídricos em geral, mais especificamente os de abastecimento de água. Essas técnicas vêm se consolidando como técnicas adequadas e adaptáveis aos problemas em questão, devido à flexibilidade de incorporar problemas discretos, a ausência do uso de derivadas, a eficiência na exploração do espaço de busca, além das facilidades, na implementação e no tratamento de funções complexas e descontínuas (CHEUNG, 2003).

O AG se vale do processo de aprendizado coletivo entre indivíduos de uma população, sendo que cada um destes indivíduos representa uma solução possível dentro do espaço de busca de potenciais soluções. Estas soluções têm sua potencialização a partir do princípio teórico do paralelismo implícito, no qual soluções com alto grau de adequação recebem mais “descendentes” nas sucessivas gerações levando a uma população de melhores resultados (SAVIC e WALTERS, 1997).

A partir dos primeiros trabalhos de Holland e Goldberg, os AG's têm demonstrado claramente sua capacidade de atingir boas soluções otimizadas, em casos de funções multimodais, descontínua e não diferencial (SAVIC e WALTERS, 1997).

Segundo MURPHY e SIMPSON (1992), DEJONG (1975) demonstraram as amplas possibilidades da técnica do AG quando ele sujeita o AG para espaços de busca com uma variedade de características.

Desde a introdução de HOLLAND (1975), AGs têm sido aplicados para uma diversa gama de problemas de busca científica, de engenharia, econômica e também artística, incluindo:

- Otimização estrutural (GOLBERG e SAMTANI, 1986; SVED et al, 1991).
- Otimização de operação de oleodutos (GOLDBERG e KUO, 1987).
- Sistema de controle aeroespacial (KRISHNAKUMAR e GOLDBERG, 1990).
- Composição musical (HORNER e GOLBERG, 1991).

MURPHY e SIMPSON (1992) escolheram a rede utilizada por GESSLER (1985) para investigar a aplicação dos algoritmos genéticos em redes de distribuição de água. Os pesquisadores trabalharam com um conjunto de variáveis decisões codificadas. Um código binário foi escolhido para representar os tamanhos discretos de diâmetros, cada variável do vetor de decisão foi representada por três bits. A justificativa de utilização desse código foi fundamentada nos conceitos básicos dos AGs (teorema do esquema) que GOLDBERG (1989) afirma ser eficiente. Os pesquisadores também fizeram uma comparação com outros métodos de otimização, como métodos baseados em cálculos, de enumeração e aleatórios. Os métodos baseados em cálculos dependem da existência de derivadas. A maior parte de espaços de busca práticos incluindo configurações malhadas de redes de distribuição de água são descontínuos.

Segundo MURPHY e SIMPSON (1992), matematicamente, o problema de otimização de redes de distribuição de água torna-se a minimização de uma função objetivo, sujeita a um conjunto de restrições. A função objetivo pode depender de uma função custo discreta o qual pode ser difícil a aproximação matemática. As variáveis de decisão por si próprias são normalmente decisões discretas.

AGs não são limitados pela necessidade de um espaço solução no qual há a existência de derivadas e continuidade. AGs não requerem qualquer informação como o cálculo de derivadas para funcionar adequadamente. AGs somente necessitam do *string* e seu associado valor da função objetivo ou aptidão (MURPHY e SIMPSON, 1992).

Algoritmos de busca enumerativa inspeciona cada ponto no espaço, um por vez. Esquemas enumerativos têm sido considerados em muitas formas de programação dinâmica (GOLDBERG 1989). Porém, com aumento do tamanho do espaço solução, buscas enumerativas tornam-se ineficientes. Uma completa enumeração de aproximadamente 16.777 milhões de possibilidades do relativamente pequeno problema de Gessler não pode competir contra o algoritmo genético o qual pode encontrar o ótimo em menos de 10000 avaliações (MURPHY e SIMPSON, 1992). Na aplicação do problema de otimização da rede de Gessler a técnica do AG tem provado ser muito eficiente em encontrar o ótimo ou ótimo-próximo em relativamente poucas avaliações comparado com o tamanho total do espaço de busca.

AGs busca de uma população de pontos onde métodos convencionais como esquemas enumerativos e métodos baseados em cálculos se movem de um simples ponto no espaço solução para o próximo. Método baseados em cálculo frequentemente localizam picos dentre muitos no espaço, porque eles tendem em direção ao melhor ponto próximo ao presente ponto. O tamanho da população inicial usando algoritmos genéticos é determinado pelo tamanho do espaço de busca (GOLDBERG, 1985). A geração aleatória da população inicial conterá um diverso conjunto de pontos dentro do espaço solução.

Segundo CHEUNG (2003), devido ao aparecimento de técnicas de otimização não convencionais, os problemas de otimização de redes de distribuição de água para abastecimento começaram a ser revistos, sob a ótica da comparação com as técnicas já consolidadas na literatura. SIMPSON, DANDY e MURPHY (1994) compararam os algoritmos genéticos com a programação não-linear e a enumeração completa, para o problema proposto por GESSLER (1985). Na otimização não linear as variáveis de decisão foram consideradas contínuas, com a vantagem de consumir menos tempo computacional. Os autores reportaram que os resultados mantiveram-se próximos da solução global, mas não acurados, devido às variáveis serem contínuas. A técnica de enumeração completa consumiu 723 vezes mais tempo do que a otimização não linear. A aplicação de ambas as técnicas mencionadas anteriormente é inviável para sistemas de grande escala. Já os AGs mostram-se eficientes na busca da solução global, o tempo computacional gasto pelos AGs foi aproximadamente 7 vezes maior que a otimização não linear. Dificuldades foram encontradas na determinação do critério de parada. A maior vantagem apresentada por SIMPSON, DANDY e MURPHY (1994) foi que os AGs apresentaram bom desempenho para problemas de natureza discreta (CHEUNG, 2003).

A técnica AG pode ser usada para projetar uma nova rede de distribuição de água ou adições em uma rede existente. O uso de tamanho discretos de canalizações prevê uma vantagem sobre outras técnicas de otimização onde resultam variáveis contínuas de tamanhos de canalização. Os AGs podem ser dirigidos por qualquer número de restrições e condições. Para otimização de redes, dado um conjunto de vazões de demandas nos nós da rede, restrições de mínima e máxima energia de pressão devem ser satisfeita.

O AG produz um número de aceitáveis soluções que são próximas ao ótimo e ainda talvez bastante diferentes no projeto. O engenheiro pode usar o julgamento e experiência para avaliar a alternativa em termos de outros objetivos da engenharia.

A técnica AG não exclui soluções inactiváveis da busca. Uma boa escolha da função penalidade considera o grau pelo qual a restrição é violada e calcula um apropriado custo penalidade, o qual é adicionado à função custo. A função penalidade pode ser modificada de maneira de que considerações podem ser dadas para um número de soluções que são marginalmente inactiváveis. O engenheiro pode pesar a magnitude da violação da restrição e a poupança de custo.

Segundo CHEUNG (2003), funções penalidade são aproximações que auxiliam a obtenção de soluções ótimas dentro da região factível do espaço de busca. O custo penalidade é somado ao custo total. Com isso, soluções boas tendem a apresentar custo penalidade próximo de zero e soluções ruins tendem a manter custos penalidade elevados, provavelmente sendo descartadas pelos AGs durante o processo iterativo.

CHPLUNKAR et al (1985, *apud* MURPHY e SIMPSON, 1992) ilustrou a necessidade de um procedimento de otimização de redes de distribuição de água. O governo da Índia estimou que uma soma de \$ 2.000 milhões iria ser necessária para serem gastos em redes de distribuição durante 1981 a 1990.

Segundo CHEUNG (2003), diferentes valores para o expoente da função aptidão, código *Gray* e operador de mutação para código *Gray* são duas das três maneiras que DANDY, SIMPSON e MURPHY (1996) encontraram para melhorar os AGs simples em termos de desempenho e acurácia. O operador de mutação específico (para código *Gray*) muda o valor do gene selecionado utilizando os valores de seus genes adjacentes. Esse operador pode ser aplicado com facilidade para codificação binária, mas não pode ser aplicado com eficiência para codificação real. Na codificação real, os genes adjacentes a outro, escolhido para sofrer mutação, podem ter limites de variáveis de decisão diferentes. O

código *Gray* também considera dígitos binários (0 e 1), na representação de suas variáveis de decisão diferenciada da codificação convencional binária. O expoente na função aptidão é uma forma de parametrização dos valores dessa função. Por exemplo, geração aleatória de indivíduos muito semelhantes pode conduzir a valores de aptidão muito próximos, dificultando a diferenciação dos indivíduos mais aptos. A incorporação desse expoente na formulação aumentou a competitividade entre os indivíduos da população. Com baixo valor de expoente nas gerações iniciais, os AGs não detectam essas pequenas diferenças nos valores de aptidão, preservando dessa forma a diversidade da população na exploração global. Nas gerações posteriores, quando o valor o expoente torna-se maior, as diferenças no valor da aptidão das soluções são mais evidentes e os AGs passam a concentrar suas buscas em regiões mais promissoras do espaço de soluções. A mutação adotada nesse trabalho (DANDY, SIMPSON e MURPHY, 1996), destrói sutilmente as soluções, permitindo assim explorações locais do espaço de busca. O código *Gray* também foi considerado eficiente nas investigações realizadas. A principal desvantagem desse estudo foi o tempo computacional consumido, apesar de a solução encontrada ser superior à solução de mínimo custo apresentada por FUJIWARA e KHANG (1990).

Segundo CHEUNG (2003), o desenvolvimento de modelos computacionais eficientes para identificação de projetos ótimos de sistemas de distribuição de água, atendendo as restrições não lineares inerentes ao problema, tornou-se um grande desafio para pesquisadores dessa área. SAVIC e WALTERS (1997) integraram algoritmos genéticos a um modelo para análise de redes (ROSSMAN 1994) e aplicaram tal técnica em projetos de custo mínimo para algumas redes exemplo propostas na literatura. O simulador hidráulico utilizado serviu como avaliador das energias nos nós e vazões nos trechos, fornecendo assim subsídios para o cálculo do custo total da solução que incorporava também uma parcela de penalidade, como realizado por outros pesquisadores (MURPHY e SIMPSON, 1992; DANDY, SIMPSON e MURPHY, 1996). Além disso, SAVIC e WALTERS (1997) consideraram o fator multiplicador de penalidade dinâmica expresso pela equação abaixo:

$$\gamma = K \left(\frac{N_{iter}}{N_{max}} \right)^d \quad (2.2)$$

sendo K um custo fictício (igual ao custo penalidade); N_{iter} é o número de iterações; N_{max} é o número máximo de iterações e d é um parâmetro experimentalmente escolhido, geralmente igual a 0.8 (SAVIC e WALTERS, 1997).

Esse fator penalidade age diretamente no processo, não deixando que a melhor solução infactível seja superior a alguma solução factível da população. Três problemas exemplos da literatura foram estudados, dentre os quais um de expansão. Os resultados mostraram que os AGs são adequados e não requerem hipóteses simplificadoras (linearizações) em sua formulação. Sua principal desvantagem diz respeito ao esforço computacional requerido nas simulações (CHEUNG, 2003).

WALSKI (2001, *apud* CHEUNG, 2003) criticou alguns modelos de otimização desenvolvidos nos últimos anos para os projetos de recursos hídricos e argumentou sobre a simplicidade da função objetivo (minimização de custos) geralmente empregada, razão pela qual, segundo o autor, os resultados obtidos não atendem às necessidades reais. O autor afirma que os sistemas de distribuição reais apresentam muitos outros objetivos que devem ser considerados nos modelos de decisão, como por exemplo, os benefícios não mensuráveis, e discute formas de quantificação desses objetivos através das melhorias nos sistemas, analisando as modificações realizadas na rede em comparação com o sistema existente. Foram discutidas também as incertezas quanto às demandas futuras e a sua influência na minimização dos custos e na capacidade do sistema, pois, quando as demandas elevam-se devido aos fatores sociais, os benefícios também crescem e, quando se minimiza apenas os custos, uma grande parcela do benefício é reduzida. O autor elogia e aponta o trabalho de WALTERS et al (1999) como sendo uma das poucas publicações que trataram o problema dos sistemas de distribuição de água de forma multiobjetivo e propõe como desafio, que os problemas reais de redes hidráulicas sejam investigados visando mudar o paradigma de não somente utilizar a minimização de custos, mas também a maximização de benefícios gerados.

2.5. Algoritmos Genéticos Multiobjetivos

Pequenas modificações na estrutura dos AGs convencionais são realizadas, no estágio de avaliação, para que os algoritmos evolucionários multiobjetivo busquem ao invés de uma solução, um conjunto de soluções ótimas. Por exemplo, segundo os algoritmos genéticos convencionais os melhores indivíduos (valor de aptidão alto) têm alta probabilidade de pertencer ao conjunto solução na próxima geração, a solução ótima representa a combinação de variáveis (vetor de decisão) que tem o maior valor de aptidão, no caso de maximização, na última iteração (geração). Nos algoritmos genéticos multiobjetivo, primeiro, a população inicial é classificada segundo os conceitos de dominância, e dessa forma, obtêm-

se os vetores de decisão que são não dominados. Esses vetores são as melhores combinações da iteração corrente e têm alta probabilidade de se encontrarem na próxima iteração (geração). A solução final compreenderá todos os vetores de decisão não dominados da última iteração.

CHEUNG (2003) apresentou uma detalhada revisão dos mais importantes algoritmos evolucionários aplicados à otimização multiobjetivo presentes na literatura. As técnicas que serão descritas abaixo consideram o conceito Pareto. São baseadas nas proposições de GOLDBERG (1989), que sugeriu incorporar o conceito de dominância nos algoritmos genéticos.

FONSECA e FLEMING (1993, *apud* CHEUNG, 2003) foram os primeiros a introduzir técnicas de otimização multiobjetivo, utilizando o conceito de dominação (soluções não dominadas), em algoritmos genéticos. Esse algoritmo foi denominado MOGA (*MultiObjective Genetic Algorithms*) pelos autores. No MOGA, as soluções não dominadas e a diversidade da população são tratadas simultaneamente durante o processo iterativo.

A classificação da população baseada no conceito de dominância garante que todos os indivíduos não dominados tenham o mesmo valor de ordenação, mas não garante uniformidade de soluções na frente. De forma a evitar a tendência da população em dividir-se em pequenas subpopulações e convergirem individualmente para cada um dos objetivos considerados, algumas técnicas preventivas foram desenvolvidas. Essas técnicas possibilitam a representatividade das soluções não dominadas de maneira distribuída ao longo da superfície Pareto. Essas aplicações são denominadas técnicas de compartilhamento (*sharing fitness*) (CHEUNG, 2003).

HORN, NAFPLIOTIS e GOLDBERG (1994) propuseram uma combinação da seleção torneio com o conceito de dominância Pareto. Esta técnica toma dois indivíduos que estão competindo e um conjunto formado por indivíduos selecionados aleatoriamente da população. Se um dos indivíduos competidores é dominado por algum membro do conjunto comparação, e o outro não é, então esse último é escolhido como sendo vencedor do torneio. Se ambos os indivíduos são dominados (ou não dominados), o resultado do torneio é decidido pela técnica de compartilhamento: o competidor que obtiver menor número de indivíduos em seu nicho (definido pelo σ_{share}) é selecionado para reprodução. Esse algoritmo é reportado na literatura internacional como NPGA (*Niched Pareto Genetic Algorithm*). O nicho, na biologia, é definido por um grupo de indivíduos de mesma espécie com características comuns. Na otimização evolucionária faz-se uma analogia a esse processo. Vetores solução

com valores de aptidão altos (indivíduos fortes) podem produzir várias cópias de seus vetores na próxima geração, fazendo com que a população perca diversidade através da eliminação dos outros vetores solução pelo processo estocástico. Com isso, diz-se que toda população é aglomerada em um nicho de indivíduos ou converge para uma única solução (CHEUNG, 2003).

SRINIVAS e DEB (1995) desenvolveram uma aplicação baseada nos conceitos de otimização multiobjetivo sugeridas por GOLDBERG (1989). Esse algoritmo é denominado NSGA (*Nondominated Sorting Genetic Algorithm*). Nesse algoritmo o operador de seleção é aplicado em várias etapas. Em cada etapa, as soluções não dominadas constituem uma frente não dominada às quais, são atribuídos valores fictícios de aptidão a essas soluções pertencentes a cada frente. Esta avaliação fictícia é ajustada utilizando valores da técnica de compartilhamento (*Sharing Fitness*) nas frentes não dominadas. A classificação das soluções acontece por frentes, e para cada frente são calculados os respectivos compartilhamentos. Depois de atribuído o valor de aptidão fictício de cada solução pertencente a uma frente, passa-se para próxima frente não dominada e o processo se repete até que toda população seja classificada. Nos primeiros estudos de SRINIVAS e DEB (1995) foi desenvolvido um método de seleção combinado com operador de seleção estocástica convencional (CHEUNG, 2003).

Percebe-se, no algoritmo proposto por SRINIVAS e DEB (1995), que as soluções pertencentes à primeira frente não dominada recebem valores fictícios maiores do que as soluções que pertencem às frentes não dominadas posteriores. Com isso, a probabilidade desses indivíduos passarem para a próxima geração também é maior.

Autores como FONSECA e FLEMING (1993), HORN e NAFLOTIS (1993) e SRINIVAS e DEB (1995) contribuíram também na evolução das técnicas de compartilhamento. Essas técnicas tendem a manter diversidade da população, ao longo da superfície Pareto, e são baseadas no processo natural das espécies, onde indivíduos tendem a se aglomerar em pequenas comunidades denominados nichos. A partir das diferentes formas de compartilhamento e estabelecimento de nichos, as implementações dos AGs para problemas multiobjetivo apresentam diferentes aproximações, cujo objetivo principal é encontrar e manter uma amostra representativa de soluções da frente Pareto (CHEUNG, 2003).

Como reportado, a literatura conta com três implementações clássicas: FONSECA e FLEMING (1993), HORN e NAFLOTIS (1993) e SRINIVAS e DEB (1995).

Esses autores desenvolveram e testaram seus algoritmos evolucionários para vários problemas reais e provaram que os algoritmos evolucionários multiobjetivo baseados no conceito de dominância Pareto são confiáveis. Esses algoritmos apresentam duas características comuns nos seus operadores de evolução. A primeira característica refere-se à maneira de avaliar as soluções considerando o conceito de dominância. Já a segunda refere-se à forma com que esses algoritmos preservaram a diversidade das soluções na fronteira não dominada.

Apesar de essas implementações terem demonstrado eficiência na identificação de soluções ótimas Pareto para diversos problemas testes e de engenharia, autores como ZITZLER e THIELE (1998), KNOWLES e CORNE (2000) e DEB et al (2002) identificaram a necessidade de introduzir um operador de desempenho comprovado nos AGs convencionais. Particularmente, o interesse foi introduzir a sistemática do elitismo nos algoritmos evolucionários multiobjetivo, de forma a garantir propriedades de convergência.

ZITZLER e THIELE (1998) sugeriram um algoritmo evolucionário multiobjetivo elitista. Esse algoritmo é denominado SPEA (*Strength Pareto Evolutionary Algorithm*) e tem como característica fundamental a manutenção de uma população externa ao longo das iterações de forma a armazenar todas as soluções não dominadas encontradas desde a população inicial. Essa população participa de todas as operações evolutivas. Em cada iteração uma população combinada, entre as populações externa e corrente, é construída. Todas as soluções não dominadas da população combinada são avaliadas e recebem um valor de aptidão baseado no número de soluções que essas soluções dominam. Já as soluções dominadas recebem um valor de aptidão pior que o pior valor de aptidão das soluções classificadas como não dominadas. Esse procedimento garante que a busca seja direcionada para espaço das soluções não dominadas. Para manter a diversidade das soluções não dominadas é aplicada uma técnica de agrupamento (CHEUNG, 2003).

Com um procedimento simples de comparação de soluções não dominadas entres dois vetores solução, KNOWLES e CORNE (2000) propuseram um algoritmo evolucionário multiobjetivo elitista, denominado PAES (*Pareto-Archived Evolution Strategy*). Esse algoritmo utiliza a codificação binária ao invés da codificação real para criar um novo vetor solução (filho) através da mutação. O processo resume-se na seguinte análise, se o vetor solução filho domina o vetor solução pai, o filho é aceito como próximo pai e as iterações continuam. Por outro lado, se o pai domina o filho, o filho é descartado e uma nova mutação é realizada para gerar um novo vetor solução (filho). No entanto, se o vetor solução pai e o vetor solução filho não apresentam relação de dominância, a escolha é realizada comparando

os dois com uma lista de soluções boas armazenadas ao longo das gerações (CHEUNG, 2003).

O elitismo foi introduzido por DEJONG *apud* ZITZLER (1999) nos algoritmos evolucionários convencionais. Este operador sugere que as melhores soluções da população correntes sejam preservadas sem modificações e incorporadas na população posterior. Segundo o autor, esse operador evita a convergência prematura dos AEs.

Baseando-se no ordenamento elitista por não dominância e aperfeiçoando o algoritmo não elitista NSGA, DEB et al (2002) propuseram o algoritmo NSGA II (*Elitist Non-Dominated Sorting Genetic Algorithm*). O NSGA II trabalha com dois conjuntos simultâneos em cada iteração, denominados população pai e população filha. Na primeira iteração gera-se um conjunto inicial como nos AGs convencionais e ordena-se esse conjunto considerando os níveis de não dominância, por exemplo, soluções com nível 1 são as melhores soluções do conjunto, soluções com nível 2 correspondem ao segundo melhor grupo, e assim por diante. Cada solução recebe um valor de aptidão igual a seu nível de dominação (frentes). São aplicados então os operadores de seleção (torneio), recombinação e mutação, sucessivamente, para se obter a população filha. As duas populações têm a mesma dimensão. Após isso, ambas as populações são unidas em um único conjunto temporário (dimensão $2N$). Realiza-se um ordenamento por não dominância desse conjunto temporário de forma a identificar os novos níveis de dominação. Dado que apenas N soluções podem estar contidas no próximo conjunto, então as N piores soluções são descartadas, de acordo com um critério de seleção que considera uma técnica de compartilhamento para garantir a diversidade da próxima população (CHEUNG, 2003).

CHEUNG (2003), que realizou uma comparação dos quatro métodos evolucionários de otimização multiobjetivo (MOGA, NSGAN SPEA E O NSGA II), o SPEA, segundo o autor, apresentou melhor desempenho, seguido pelo NSGA, MOGA e NSGA II.

3. OBJETIVOS

O objetivo geral do presente trabalho é a implementação de algoritmos genéticos multiobjetivos que visem o projeto de redes de distribuição de água, considerando como objetivos a minimização de custos e maximização da confiabilidade de redes. E, de modo a testar a eficácia do modelo proposto, a comparação com resultados obtidos por outros pesquisadores.

4. METODOLOGIA

4.1. Análise de Redes

O modelo a ser utilizado no presente trabalho para a análise hidráulica, será o proposto por NIELSEN (1989), o mesmo utilizado no trabalho de dimensionamento otimizado de rede de distribuição de água, proposto por GAMEIRO (2003).

As equações hidráulicas básicas que descrevem o movimento em redes são equações algébricas não lineares que não podem ser resolvidas pelos métodos da álgebra linear. Muitos algoritmos têm sido propostos para resolver essas equações e essas técnicas são largamente usadas.

O método de análise de redes com ajuste simultâneo das energias é baseado na solução simultânea das equações básicas dos nós e requer uma linearização dessas equações em termos dos valores aproximados das energias. Esse procedimento tem um conjunto de n equações lineares, onde n é o número de nós. Essas equações são resolvidas como segue:

- estimativa inicial de valores de energia em cada nó.
- resolução das equações linearizadas simultaneamente para obter os aperfeiçoamentos das energias nos nós.
- repetição desse procedimento até os cálculos subseqüentes satisfazerem o critério de precisão.

O método iterativo de Newton-Raphson foi usado para resolver problemas de sistemas de distribuição de água. A técnica de Newton-Raphson baseia-se em achar um novo conjunto de aperfeiçoamentos ou correções para os valores das incógnitas em cada iteração. Os aperfeiçoamentos são calculados do termo de primeira ordem de uma expansão de Taylor sobre o argumento atual da solução. O método de Newton-Raphson está representado geometricamente na figura 4.1.

O valor de x^* é a solução procurada, tal que:

$$f(x)_{x=x^*} = f(x^*) = 0 \quad (4.1)$$

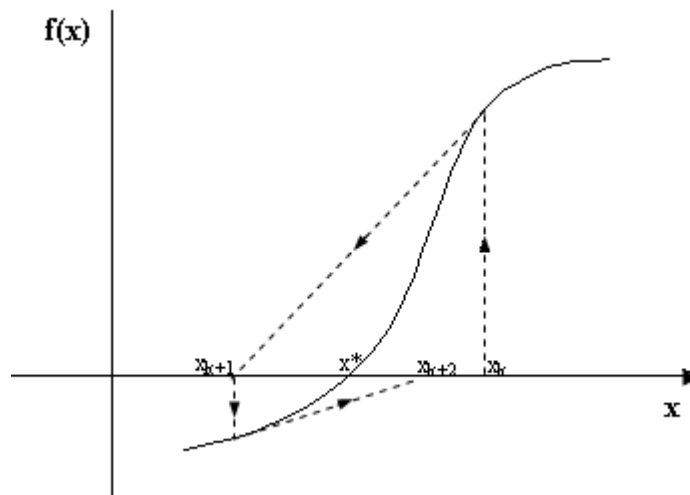


Figura 4.1 - Interpretação gráfica do método de Newton-Raphson.

Para a k -ésima iteração a aproximação para x^* é denotada por x_k . A iteração seguinte é dada por:

$$x_{k+1} = x_k + \Delta x_k = x_k - \frac{f(x_k)}{df(x_k)/dx} \quad (4.2)$$

onde $df(x_k)/dx$ é a derivada de $f(x)$ avaliada em x_k . A equação para o k -ésimo aperfeiçoamento Δx_k , pode ser escrita como:

$$f(x) + \frac{df}{dx} \Delta x = 0 \quad (4.3)$$

onde $f(x)$ e sua derivada são avaliadas usando o valor atual de x .

Quando há n equações para satisfazer $f_1(x_1, \dots, x_n) = 0$, ..., $f_n(x_1, \dots, x_n) = 0$ e n incógnitas $(x_1, \dots, x_n)$ para serem resolvidas, o conjunto de n aperfeiçoamentos $(\Delta x_1, \dots, \Delta x_n)$ é a solução do conjunto de n equações lineares simultâneas:

$$f_j(x_1, \dots, x_n) + \sum_{i=1}^n \frac{\partial f_j}{\partial x_i} \Delta x_i = 0 \quad j = 1, \dots, n \quad (4.4)$$

4.1.1. Formulação hidráulica

NIELSEN (1989) propôs uma formulação para resolver problemas de redes pelos métodos lineares e não lineares baseado na teoria dos grafos. A seguir são apresentados detalhes da formulação proposta.

Considere-se um movimento permanente de água ou gás em uma rede com m tubos, r reservatórios e n nós interiores. As grandezas conhecidas são:

- tubos: comprimento, diâmetro e material.
- vazões de projeto nos nós interiores $Q_1, \dots, Q_n$.
- energia nos reservatórios $h_{n+1}, \dots, h_{n+r}$.

As grandezas desconhecidas são:

- energia nos nós interiores $h_1, \dots, h_n$.
- vazões nas canalizações $q_1, \dots, q_m$.

sendo o tubo i conectado com os nós $J_{i,1}$ e $J_{i,2}$ ($J_{i,2} > J_{i,1}$). A vazão q_i é positiva quando a direção do movimento é do nó $J_{i,2}$ para o nó $J_{i,1}$.

A equação da continuidade é aplicada para cada nó interior:

$$\sum_{i=1}^m a_{ij} q_i = Q_j \quad j = 1, \dots, n \quad (4.5)$$

Onde $a_{ij} = 1$ quando j é um nó absorvente; $a_{ij} = -1$ quando j é um nó não absorvente e $a_{ij} = 0$ para outra situação.

As equações de perda de carga são aplicadas para cada circuito:

$$d_i q_i = H_i \quad i = 1, \dots, m \quad (4.6)$$

Onde $H_i = h_{j_{i2}} - h_{j_{i1}}$; $h_{j_{i1}}$ e $h_{j_{i2}}$ são as energias nos nós do tubo i ; m é o número de total de trechos e d_i é o coeficiente de resistência do tubo i .

A resistência ao movimento d_i pode ser expressa em termos de q_i ou H_i :

$$d_i = K_i |q_i|^{\alpha-1} \quad (4.7)$$

$$d_i = K_i^\beta |H_i|^{1-\beta} \quad (4.8)$$

Onde $\beta = 1/\alpha$; K_i é o coeficiente de resistência do tubo (dependendo do comprimento, diâmetro, material do tubo e fluido); α é o expoente compreendido no intervalo $1,8 \leq \alpha \leq 2,0$.

Para facilitar o desenvolvimento, formula-se o problema em termos de vetores e matrizes:

$$Q = [Q_1, \dots, Q_n]^t \quad (4.9)$$

$$h_r = [h_{n+1}, \dots, h_{n+r}]^t \quad (4.10)$$

$$x = \begin{bmatrix} q \\ h \end{bmatrix} \quad (4.11)$$

$$q = [q_1, \dots, q_m]^t \quad (4.12)$$

$$h = [h_1, \dots, h_n]^t \quad (4.13)$$

Onde t denota a transposta de um vetor.

Definindo a matriz A de ordem $m \times n$ composta pelos elementos a_{ij} dos nós interiores, a matriz A_r de ordem $m \times r$ composta pelos elementos a_{ij} dos nós com reservatórios, e a matriz $\bar{A}$ de ordem $m \times (n+r)$ composta pelas matrizes A e A_r . Da equação da conservação de energia:

$$H_i = -\sum_{j=1}^{n+r} a_{ij} h_j \quad (4.14)$$

Onde:

$$H = [H_1, \dots, H_m]^t \quad (4.15)$$

Da teoria dos grafos:

$$H = -Ah - A_r h_r \quad (4.16)$$

Da equação (4.6):

$$Dq + Ah = -A_r h_r \quad (4.17)$$

Onde:

$$D = \text{diag}[d_1, \dots, d_m] \quad (4.18)$$

$D = D(x)$ é expresso em termos de q ou em termos de H .

Da equação (4.5):

$$A^t q = Q \quad (4.19)$$

Finalmente o sistema de equações para determinação de x pode ser escrito:

$$\begin{bmatrix} D(x) & A \\ A^t & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q \\ h \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} A_r h_r \\ -Q \end{bmatrix} = 0 \quad (4.20)$$

Onde $D(x) = \text{diag}[d_1(x), \dots, d_m(x)]$.

A equação do movimento (4.17) é linear em q . Supondo H_i diferente de zero, ou seja, d_i diferente de zero, tal que D é não singular e multiplicando a equação (4.17) por $A^t D^{-1}$ e subtraindo isto da equação (4.19), a solução é dada por:

$$A^t D^{-1} Ah + A^t D^{-1} A_r h_r = -Q \quad (4.21)$$

Onde $D^{-1} = \text{diag}[1/d_1(h), \dots, 1/d_m(h)]$.

Esse sistema é não linear de n equações com incógnita h . Uma vez calculado h , q é facilmente encontrado da equação (4.6).

Quando a expressão (4.8) é usada, é fácil mostrar que o método da teoria linear e o de Newton-Raphson podem ser expressos numa forma comum:

$$h_{k+1} = h_k - \gamma [A^t D_k^{-1} A]^{-1} [Q + A^t D_k^{-1} (A h_k + A_r h_r)] \quad (4.22)$$

Onde $\gamma = 1$ para método da teoria linear e $\gamma = \alpha$ para Newton-Raphson.

4.1.2. Algoritmo - formulação em termos das energias

A formulação original proposta por NIELSEN (1989) é:

$$h_{k+1} = h_k - \gamma [A^t D_k^{-1} A]^{-1} [Q + A^t D_k^{-1} (A h_k + A_r h_r)] \quad (4.23)$$

Passando o vetor de energia atual h_k para o lado esquerdo da formulação obtém-se:

$$h_{k+1} - h_k = -\gamma [A^t D_k^{-1} A]^{-1} [Q + A^t D_k^{-1} (A h_k + A_r h_r)] = h_{k,k+1} \quad (4.24)$$

Rearranjando a matriz Jacobiana obtemos um sistema de equações lineares:

$$[A^t D_k^{-1} A] h_{k,k+1} = -\gamma [Q + A^t D_k^{-1} (A h_k + A_r h_r)] \quad (4.25)$$

O procedimento para a avaliação do vetor de energias h_{k+1} no processo iterativo é resumido abaixo:

a) Calcular a estimativa inicial do vetor de energias h_0 de tal forma a satisfazer as equações de energia $[A^t D_0'^{-1} A] h_0 = -[Q + A^t D_0'^{-1} (A_r h_r)]$ com $D_0'^{-1} = \text{diag}[K_1^{-1/\alpha}, \dots, K_m^{-1/\alpha}]$.

b) Calcular a matriz dos coeficientes e o vetor independente do sistema de equações lineares. Note que A^t, A, Q, A_r, h_r são dados do problema e que D_k^{-1} é função de h_k .

- c) Resolver o sistema de equações lineares simétrico (4.25), cuja solução é o vetor $h_{k,k+1}$.
- d) Calcular o vetor de energias $h_{k+1} = h_{k,k+1} + h_k$.
- e) Repetir os passos (b) a (d) do procedimento até a convergência do processo iterativo.

4.2. Confiabilidade

Para a mensuração da confiabilidade, será utilizado o modelo proposto por FARMANI et al (2005).

O trabalho de FARMANI et al (2005), estabeleceu o problema abordado como uma otimização multiobjetivo sob múltiplas condições de carregamento, utilizando como objetivos a maximização do índice introduzido por TODINI (2000). O índice, que pode variar de 0 a 1, é utilizado para aperfeiçoar o desempenho da rede de distribuição de água sob condições de falhas através de mais energia do que o requerido em cada nó. Aumentando assim, a confiabilidade hidráulica e a disponibilidade de água durante falhas de canalizações.

A quantia através do qual a mínima energia disponível ($h_{disp,i}$) excede a mínima energia requerida ($h_{req,i}$) no nó crítico no sistema sobre todas as condições de carregamentos pode ser considerado um indicador de benefício ou mínimo excedente de benefício de energia I_s , como segue:

$$I_s = \min(h_{disp,i} - h_{req,i}) \quad (4.26)$$

$i=1, \dots, n$ nós.

O benefício pode ser também mensurado em termos da vazão.

O conceito de *resilience* foi introduzido por TODINI (2000) para considerar o fato que redes de distribuição de água são projetadas como sistemas malhados para aumentar a confiabilidade hidráulica e a disponibilidade de água durante falhas de canalizações.

Redes de distribuição de água são freqüentemente projetadas para fornecer água a cada nó, satisfazendo a demanda em termos de vazão e energia. No entanto, no caso de

mudança de demanda ou falha de canalização, a vazão mudará e a rede original será transformada em uma nova, com maior perda de energia interna. O que se pode tornar impossível o abastecimento à taxa de vazão desejada e a uma mínima pressão aceitável. Provendo mais potência (potência por unidade de tempo) que aquela requerida em cada nó pode ser uma das alternativas para se evitar esse problema. Isso adicionará suficiente excesso de energia para ser dissipada internamente em caso de falhas. Esse excesso tem sido usado por TODINI (2000) para caracterizar a elasticidade (*resilience*) para redes malhadas; embora isso não envolva considerações estatísticas de falhas, o aumento de energia tenderia promover a confiabilidade de rede.

A dissipação de potência em canalizações (P_{int}) mais a potência distribuída ao usuário em termos de vazão (q_i) e energia disponível (h_{disp}) em cada nó (P_{ext}) é igual à potência total.

$$P_{tot} = P_{int} + P_{ext} \quad (4.27)$$

$$P_{ext} = \gamma \cdot \sum_{i=1}^{nnós} q_i \cdot h_{disp,i} \quad (4.28)$$

Onde γ é o peso específico da água.

A potência total disponível inclui a potência de entrada na rede bem como a potência introduzida por bombas (P_k)

$$P_{tot} = \gamma \cdot \sum_{j=1}^{nreservatórios} Q_j \cdot H_j + \sum_{k=1}^{nbombas} P_k \quad (4.29)$$

Onde Q_j e H_j são a descarga e a energia, respectivamente, em cada reservatório.

O índice *resilience* de uma rede malhada é definido como:

$$I_r = 1 - \left(\frac{P_{int}}{P_{max,int}} \right) \quad (4.30)$$

Onde P_{int} é a quantia de potência realmente dissipada na rede enquanto satisfaz a demanda total, e $P_{\text{max,int}}$ é a máxima potência que pode ser dissipada internamente enquanto satisfaz a demanda total.

$$P_{\text{int}} = P_{\text{tot}} - \gamma \cdot \sum_{i=1}^{\text{nnós}} q_i \cdot h_{\text{disp},i} \quad (4.31)$$

$$P_{\text{max,int}} = P_{\text{tot}} - \gamma \cdot \sum_{i=1}^{\text{nnós}} q_i \cdot h_{\text{req},i} \quad (4.32)$$

O índice *resilience* pode então ser escrito como

$$I_r = \frac{\sum_{i=1}^{\text{nnós}} q_i \cdot (h_{\text{disp},i} - h_{\text{req},i})}{\left(\sum_{j=1}^{\text{nreservatórios}} Q_j \cdot H_j + \sum_{k=1}^{\text{nbombas}} \frac{P_k}{\gamma} \right) - \sum_{i=1}^{\text{nnós}} q_i \cdot h_{\text{req},i}} \quad (4.33)$$

O objetivo é maximizar este índice, que pode variar de 0 a 1. Cada nó deve estar conectado no mínimo a duas canalizações.

4.3. Algoritmos Genéticos

Algoritmos Genéticos são métodos de busca estocástica que imitam matematicamente os mecanismos da evolução natural das espécies, compreendendo processos da genética das populações e da sobrevivência e adaptação dos indivíduos.

Os algoritmos genéticos diferem das técnicas de busca convencionais, pois iniciam o processo gerando um conjunto inicial de soluções possíveis aleatoriamente, denominadas como “população”. Cada indivíduo desta população, intuitivamente denominado “cromossomo”, constitui uma possível representação completa de solução para o problema. O cromossomo é um vetor, cujas características ou “genes” podem ser codificados através de representação binária ou real, dentre outras. Os cromossomos tendem a evoluir-se gradativamente através de sucessivas iterações, produzindo novas gerações de indivíduos mais aptos ou capazes em termos da função aptidão.

Durante cada geração, os cromossomos são avaliados através da função objetivo e/ou de aptidão, que permite sua classificação e ordenação enquanto solução. Uma nova geração é formada pelo processo de “seleção”. Os cromossomos com altos valores da função objetivo têm elevado probabilidade de serem preservados para a próxima geração. Após várias gerações o algoritmo converge para a sua solução ótima ou sub-ótima do problema.

Para se criar uma nova geração, novos cromossomos denominados “filhos ou descendentes” são produzidos pela combinação de dois indivíduos pais (cromossomos) da geração corrente, utilizando os operadores genéticos de “recombinação” e “mutação” (modificação eventual dos genes).

Apesar de seguirem uma estrutura geral, diversas são as possibilidades de implementação dos algoritmos genéticos em termos da sistemática de representação das soluções, dos operadores genéticos e dos parâmetros a serem adotados como as probabilidades de recombinação e mutação de indivíduos da população de soluções e o critério de convergência.

Na sequência serão apresentadas algumas definições acerca do algoritmo genético com representação dos cromossomos por meio de codificação binária, propostas por SIMPOSON et al (1992). Serão apresentados também alguns aspectos da representação real dos cromossomos.

4.3.1. População

Algumas técnicas tradicionais de otimização buscam o espaço solução movendo-se de ponto a ponto. Em contraste, AGs buscam a partir de uma coleção ou “população de pontos” (GOLDBERG, 1989). Eles movem-se de uma população para outra população no espaço solução. AGs sucessivamente geram e testam novas populações de cromossomos. Técnicas que se movem de ponto a ponto no espaço solução frequentemente escalam picos locais e perdem o ótimo global. Por comparação AGs escalam vários ao mesmo tempo. Isto é particularmente importante em espaços solução descontínuos e de muitos picos como a otimização de redes de distribuição de água.

O AGs iniciam-se pela geração da população inicial, que é aleatoriamente gerada, para um vetor de 24 bits, GOLDBERG (1985) sugere uma população de tamanho 51 (MURPHY e SIMPSON, 1992).

4.3.2. Aptidão

O custo penalidade pode ser escolhido como uma função de grau de violação das restrições. O custo total para a rede representado pelo cromossomo pode ser computado como a soma de custos de canalização e de penalidade. A aptidão do cromossomo é a função de custo total. Na otimização de redes de distribuição de água, o mínimo custo é buscado enquanto o AG quer maximizar a aptidão. Uma função então é usada para calcular a aptidão a partir do custo total:

$$\text{Aptidão} = 1/(\text{Custo Total}) \quad (4.34)$$

O AG avalia a aptidão para cada cromossomo da população. A nova população chamada “segunda geração” de cromossomos é gerada usando a informação da aptidão. AG usam operadores que usam uma chance de combinação, a filosofia do mais apto à sobrevivência e simplificados mecanismos da genética natural para mover à próxima população de cromossomos. O AG na sua forma simples consiste de três operadores, seleção, recombinação e mutação.

Diferentes valores para o expoente da função aptidão, foi das três maneiras que DANDY, SIMPSON e MURPHY (1996) encontraram para melhorar os AGs simples em termos de desempenho e acurácia. O expoente na função aptidão é uma forma de parametrização dos valores dessa função. Por exemplo, geração aleatória de indivíduos muito semelhantes pode conduzir a valores de aptidão muito próximos, dificultando a diferenciação dos indivíduos mais aptos. A função aptidão utilizada por esses pesquisadores (que será utilizada no presente trabalho) está representada na equação 4.35.

$$\phi = \left(\frac{1}{\sum_{j=1}^{NT} C_{Tj} + C_p} \right)^d \quad (4.35)$$

sendo ϕ a aptidão modificada (parametrizada); NT é o número de tubulações no sistema; C_{Tj} é o custo total para uma determinada solução; C_p é o custo penalidade e d é um expoente, considerado unitário para AGs simples. Segundo os pesquisadores, a incorporação desse expoente na formulação aumentou a competitividade entre os indivíduos da população. Com baixo valor de expoente nas gerações iniciais, os AGs não detectam essas pequenas diferenças nos valores de aptidão, preservando dessa forma a diversidade da população na exploração global. Nas gerações posteriores, quando o valor do expoente torna-se maior, as diferenças no valor da aptidão das soluções são mais evidentes e os AGs passam a concentrar suas buscas em regiões mais promissoras do espaço de soluções (CHEUNG, 2003).

4.3.3. Seleção

O primeiro operador do AG é chamado de seleção. Uma nova população é gerada baseada na aptidão dos cromossomos da velha população. A aptidão dos cromossomos da velha população por ser usadas para formar a roda da roleta (GOLDBERG, 1989) como mostrado na figura 4.2.

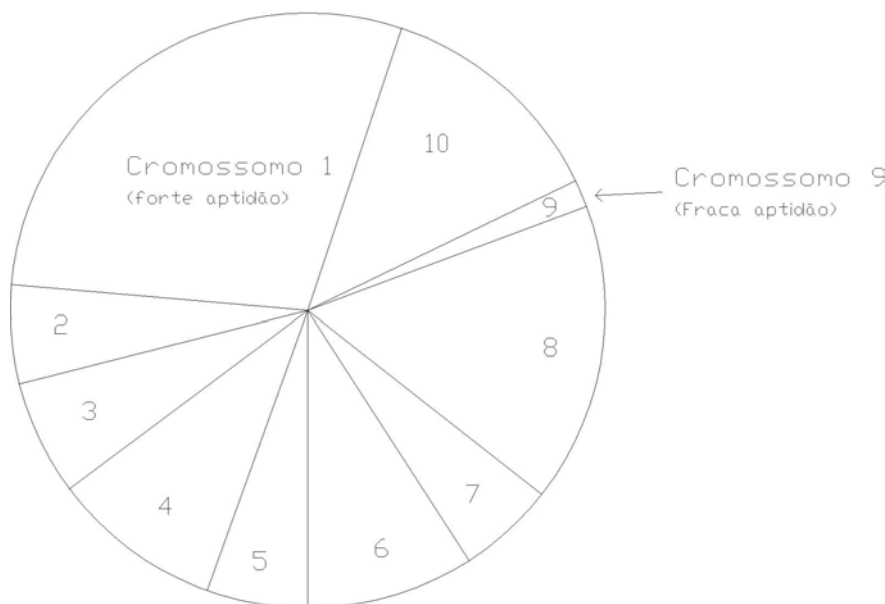


Figura 4.2 – Roda da Roleta do Algoritmo Genético (MURPHY e SIMPSON, 1992).

Um cromossomo é associado com um seguimento da roleta. O tamanho do segmento é uma função da aptidão do cromossomo. Cromossomos mais aptos têm segmentos mais extensos e consequentemente maiores probabilidade de seleção. A roleta da figura 4.2 tem 10 (dez) segmentos no qual corresponde a uma população de 10 (dez) cromossomos. O cromossomo 1 tem a maior aptidão (o menor custo comparado com os outros cromossomos da população) e consequentemente a maior probabilidade de seleção. O cromossomo 9 tem a menor aptidão (maior custo comparado com os outros cromossomos da população) e consequentemente a menor probabilidade de seleção.

Seleção é uma aplicação da filosofia da sobrevivência dos mais aptos de Charles Darwin. Os mais aptos e fortes cromossomos sobrevivem para continuar a ser parte da busca. Cromossomos menos aptos morrerão enquanto que alguns fracos cromossomos sobreviverão por acaso.

O método da roda roleta ou seleção proporcional tem como idéia básica determinar a probabilidade de seleção (probabilidade de sobrevivência) para cada cromossomo proporcionalmente ao seu valor de aptidão. Para cada cromossomo k como avaliação f_k , a probabilidade de seleção p_k pode ser calculada conforme a equação:

$$p_k = \frac{f_k}{\sum_{k=1}^{tam_pop} f_k} \quad (4.36)$$

Onde tam_pop é o tamanho da população; k é um indexador.

A probabilidade de seleção acumulada pode ser definida como:

$$q_i = \sum_{j=1}^i p_j \quad (4.37)$$

Onde i e j são indexadores que variam até o tamanho da população.

O processo de seleção é obtido iterando sobre o número da população. Em cada passo um cromossomo é obtido para a nova população.

4.3.4. Recombinação

Pares de cromossomos da população obtidas da aplicação do operador de seleção são selecionados para acasalamento. Os cromossomos acasalam usando um operador conhecido como recombinação. Recombinação é um mecanismo da genética no qual envolve a troca de segmentos correspondentes de um par de cromossomos, conforme a figura 4.3, no caso da codificação binária. A posição de um gene é selecionada aleatoriamente de forma que a recombinação pode proceder sobre aquela posição do gene pela quebra e reunião. A descendência (a' e b') substitui seus pais (a e b) na nova geração. No caso dos cromossomos representados por números reais, a troca ocorre de forma análoga. Uma porcentagem aleatória de troca é obtida para a geração de descendentes, como por exemplo, quando “a” acasala com “b” tem os seguintes descendentes: $a' = a.\alpha + b.(1-\alpha)$ e $b' = a.(1-\alpha) + b.\alpha$. Onde α é a porcentagem aleatória

Recombinação ocorre com uma especificada probabilidade no qual é um parâmetro do algoritmo genético que pode ser variado. Se a recombinação não ocorre os dois cromossomos selecionados simplesmente ficam na nova geração sem modificações. GOLDBERG (1987) mostrou que o algoritmo genético alcança maior sucesso com altas probabilidades de combinação como 0,7 a 0,9.

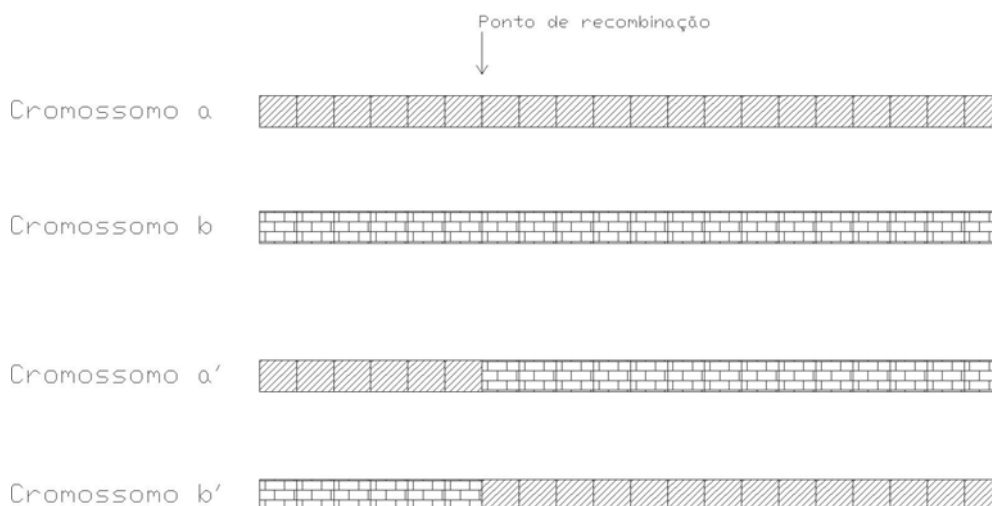


Figura 4.3 – Recombinação do Algoritmo Genético (MURPHY e SIMPSON, 1992).

4.3.5. *Mutação*

O terceiro operador do algoritmo genético é a mutação. É a alteração aleatória do gene. A mutação envolve seleção aleatória de um cromossomo e então seleciona aleatoriamente um gene e troca um “zero” para “um” ou um “um” para “zero”. No caso da representação dos cromossomos por meio de numeração real, a mutação altera um gene selecionado aleatoriamente, de uma população também selecionada aleatoriamente, para um valor aleatório, evidentemente dentro dos limites pré-estabelecidos. Em alguns testes realizados para implementação do algoritmo proposto neste trabalho, verificou-se a necessidade de ocorrer a alteração do valor atual para valores superiores ou inferiores no espaço solução, com chances iguais. Desta forma, a busca pelo ótimo não estará prejudicada quando o valor a ser alterado está muito próximo do ótimo e da fronteira da região factível. Se não houver chances iguais, ocorrerá maior probabilidade de se alterar o valor atual para a região de espaço solução com maior tamanho, isto é mais ficará distante do ótimo.

A mutação ocorre com baixa probabilidade. A probabilidade da mutação de 0,01 é sugerida por GOLDBERG (1987).

4.3.6. *Gerações Subseqüentes*

Depois de todos os pares de cromossomos terem sido submetidos aos operadores de recombinação e mutação, cria-se uma nova população a partir da velha. A nova geração então se torna a velha e o processo é repetido. Sob um numero de gerações o algoritmo genético aproxima-se da solução ótima e esperançosamente procura a solução ótima.

4.3.7. *Funções com Restrições nos Algoritmos Genéticos*

Um problema com restrições pode ser transformado em um problema sem restrições pela associação de uma função penalidade. Estas funções são incorporadas à função objetivo gerando uma única função a ser otimizada:

$$\text{Avaliação}(x) = f(x) + p(x)$$

Onde a avaliação (x) representa a função aptidão, x o vetor de variáveis, “f” representa a função objetivo e “p” a função penalidade. A função penalidade p(x) pode ser representada por:

$$p(x) = \begin{cases} 0 & \text{x é factível} \\ \sum_{i=1}^m r_i \cdot g_i^2(x) & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (4.38)$$

Onde r_i é a variável penalidade para a restrição i e $g_i(x)$ representam as m restrições do problema. Para cada restrição criam-se vários níveis de violação.

SAVIC e WALTERS (1997) consideraram o fator multiplicador de penalidade dinâmica expresso pela equação abaixo:

$$\gamma = K \left(\frac{N_{iter}}{N_{max}} \right)^d \quad (4.39)$$

sendo K um custo fictício (igual ao custo penalidade); N_{iter} é o número de iterações; N_{max} é o número máximo de iterações e d é um parâmetro experimentalmente escolhido, geralmente igual a 0.8 (SAVIC e WALTERS, 1997).

Esse fator penalidade age diretamente no processo, não deixando que a melhor solução infactível seja superior a alguma solução factível da população.

A eficácia desse fator multiplicador de penalidade, considerado por SAVIC e WALTERS (1997) será testada na implementação e testes do algoritmo genético no próximo capítulo.

4.3.8. Estrutura Básica dos Algoritmos Genéticos

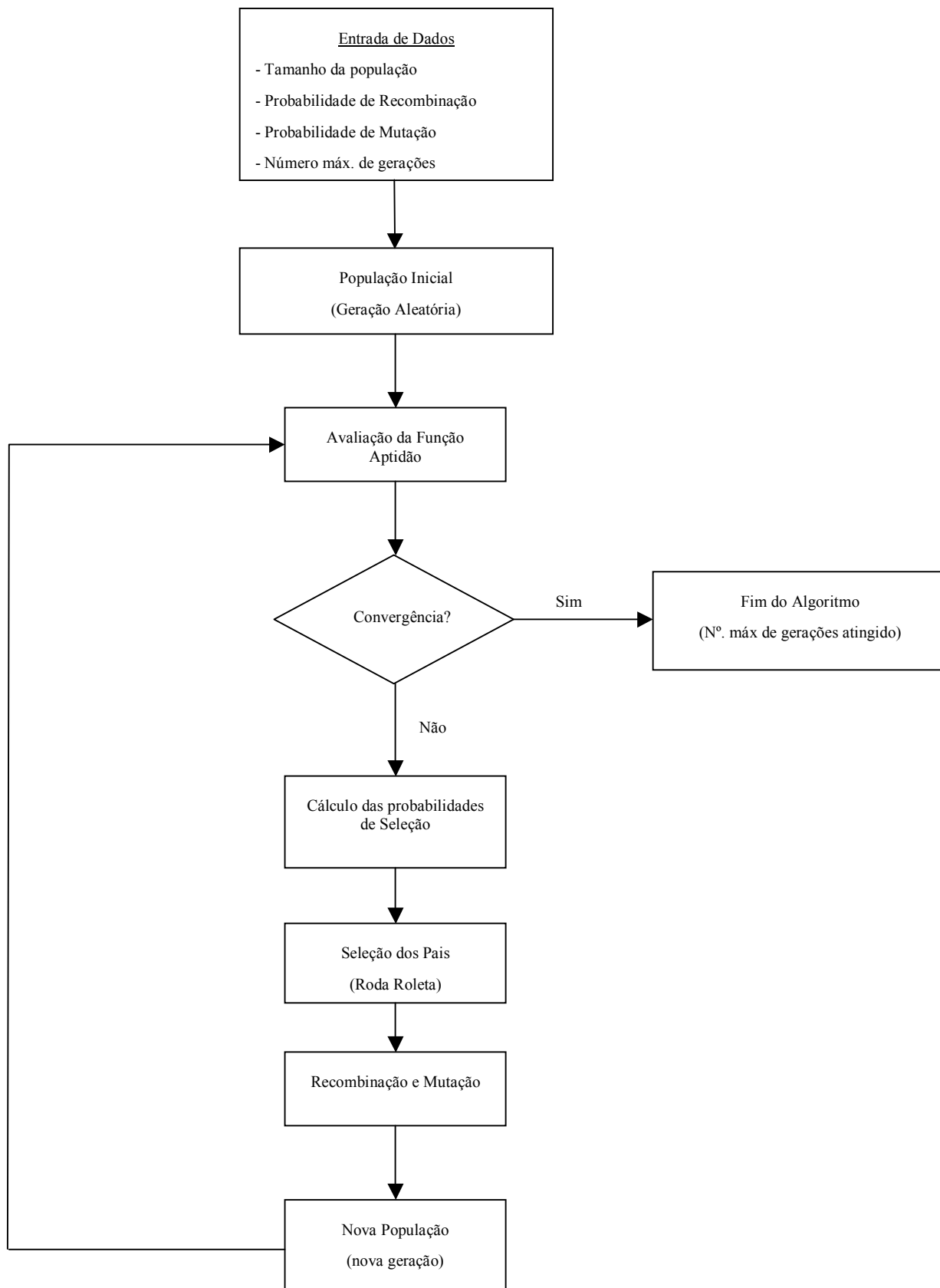


Figura 4.4 – Estrutura do Algoritmo Genético.

4.4. Algoritmos Genéticos MultiObjetivos

No presente trabalho, serão investigados dois dos principais métodos evolucionários de otimização multiobjetivo propostos por CHEUNG(2003). O MOGA (*MultiObjective Genetic Algorithms*), introduzido por FONSECA e FLEMING (1993), e o SPEA (*Strength Pareto Evolutionary Algorithm*), introduzido por ZITZLER e THIELE (1998).

CHEUNG (2003), no seu trabalho de reabilitação de redes de distribuição de água para abastecimento via algoritmos genéticos multiobjetivo, realizou a comparação de quatro métodos evolucionários de otimização multiobjetivo (MOGA, NSGA, SPEA E NSGA II). Segundo o pesquisador, o SPEA apresentou melhor desempenho, seguido pelo NSGA, MOGA e NSGA II.

No MOGA, escolhido por apresentar maior facilidade de implementação, as soluções não dominadas e a diversidade da população são tratadas simultaneamente durante o processo iterativo. A classificação da população baseada no conceito de dominância garante que todos os indivíduos não dominados tenham o mesmo valor de ordenação, mas não garante uniformidade de soluções na frente. De forma a evitar a tendência da população em dividir-se em pequenas subpopulações e convergirem individualmente para cada um dos objetivos considerados, algumas técnicas preventivas foram desenvolvidas. Essas técnicas possibilitam a representatividade das soluções não dominadas de maneira distribuída ao longo da superfície Pareto. Essas aplicações são denominadas técnicas de compartilhamento (*fitness sharing*) (CHEUNG, 2003).

O SPEA, escolhido por apresentar melhor desempenho (segundo CHEUNG, 2003), tem como característica fundamental a manutenção de uma população externa ao longo das iterações de forma a armazenar todas as soluções não dominadas encontradas desde a população inicial. Essa população participa de todas as operações evolutivas. Em cada iteração uma população combinada, entre as populações externa e corrente, é construída. Todas as soluções não dominadas da população combinada são avaliadas e recebem um valor de aptidão baseado no número de soluções que essas soluções dominam. Já as soluções dominadas recebem um valor de aptidão pior que o pior valor de aptidão das soluções classificadas como não dominadas. Esse procedimento garante que a busca seja direcionada

para o espaço das soluções não dominadas. Para manter a diversidade das soluções não dominadas é aplicada uma técnica de agrupamento (CHEUNG, 2003).

4.4.1. Otimização Multiobjetivo

Antes da descrição e da demonstração dos dois algoritmos a serem utilizados (MOGA e SPEA), neste item são apresentados os conceitos e terminologias da otimização multiobjetivo apresentados por ZITZLER (1999, *apud* CHEUNG, 2003).

O problema pode então ser formulado, de maneira geral, segundo a definição (1).

Definição 1: (Problema de Otimização Multiobjetivo) *Um problema de otimização multiobjetivo inclui um conjunto de n parâmetros (variáveis de decisão), um conjunto de k funções objetivo e m restrições, funções das variáveis de decisão. O objetivo da otimização é:*

$$\begin{aligned} \text{Maximizar} \quad & y = f(x) = (f_1(x), f_2(x), \dots, f_k(x)) \\ \text{sujeito à} \quad & g(x) = (g_1(x), g_2(x), \dots, g_m(x)) \leq 0 \end{aligned} \quad (4.40)$$

$$\text{sendo} \quad x = (x_1, x_2, \dots, x_n) \in X$$

$$y = (y_1, y_2, \dots, y_k) \in Y$$

onde x é o vetor de decisão, y é o vetor objetivo, X é denotado como o espaço de decisão e Y é denominado espaço objetivo. As restrições $g(x) \leq 0$ determinam o conjunto de soluções factíveis. Uma solução x que não satisfaz todas essas restrições (m) e todos os limites de cada variável de decisão é denominada **solução infactível**. Por outro lado, se alguma solução x satisfaz todas as restrições e todos os limites de cada variável de decisão, é denominada **solução factível**. O conjunto de todas as soluções factíveis é denominado região factível ou Y

Definição 2: (Conjunto Factível) *O conjunto factível X_f é definido como o conjunto de vetores de decisão x que satisfazem às restrições $g(x)$:*

$$X_f = \{x \in X \mid g(x) \leq 0\} \quad (4.41)$$

A solução ótima global para um problema de objetivo único representa o valor mínimo ou máximo de determinada função atendendo todas as restrições. Entretanto, nos problemas multiobjetivo pode-se dizer que os ótimos globais são diferentes. O ideal seria que o valor ótimo de uma função (mínimo ou máximo) fosse ótimo para as outras funções também. Particularmente isso pode ocorrer, mas nem sempre acontece. Nos problemas de otimização multiobjetivo, geralmente, os objetivos são conflitantes, e consequentemente, uma solução que é ótima para uma dada função não é ótima para as outras funções. Portanto, os objetivos não podem ser otimizados simultaneamente, ao contrário, o que se pretende é buscar uma relação satisfatória, denominada também compensatória, compatibilizada ou de compromisso, entre as funções. Essa relação (*trade-off*) é contextualizada através da definição de otimalidade.

Na otimização de objetivo único, o conjunto factível é completamente ordenado de acordo com sua função objetivo (f). Por exemplo, para duas soluções a e b pertencentes ao conjunto X_f , o que pode ocorrer é $f(a) \geq f(b)$ ou $f(b) \geq f(a)$. A meta então é encontrar a solução que fornece um valor máximo ou mínimo de f . Entretanto, quando vários objetivos são envolvidos, a situação muda. Por exemplo, X_f é em geral não totalmente ordenado, mas parcialmente ordenado, ilustrado pela figura 4.5. Nessa ilustração considera-se que as funções f_1 e f_2 devam ser maximizadas. A solução representada pelo ponto B é melhor que a solução representada por C, porque B apresenta maior valor que C para f_1 e f_2 . Comparando C e D, C é melhor que D porque o valor de C para f_1 é maior e para f_2 as soluções empatam. Para expressar essa situação matematicamente, as relações $=$, $\geq$ e $>$ são estendidas aos vetores objetivo por analogia ao caso de otimização de um único objetivo.

Definição 3: Considerando dois vetores u e v ,

$$u = v \text{ se e somente se } \forall i \in \{1, 2, \dots, k\}: u_i = v_i$$

$$v \geq u \text{ se e somente se } \forall i \in \{1, 2, \dots, k\}: u_i \leq v_i \quad (4.42)$$

$$u > v \text{ se e somente se } u \geq v \wedge u \neq v$$

As relações $\leq$ e $<$ são definidas similarmente.

Utilizando a notação da Definição (3), pode-se garantir na ilustração (figura 4.5) que $B > C$, $C > D$ implica que $B > D$. Entretanto, quando B e E são comparados entre si, não se pode identificar qual solução é superior, desde que $B > E$ e $E > B$.

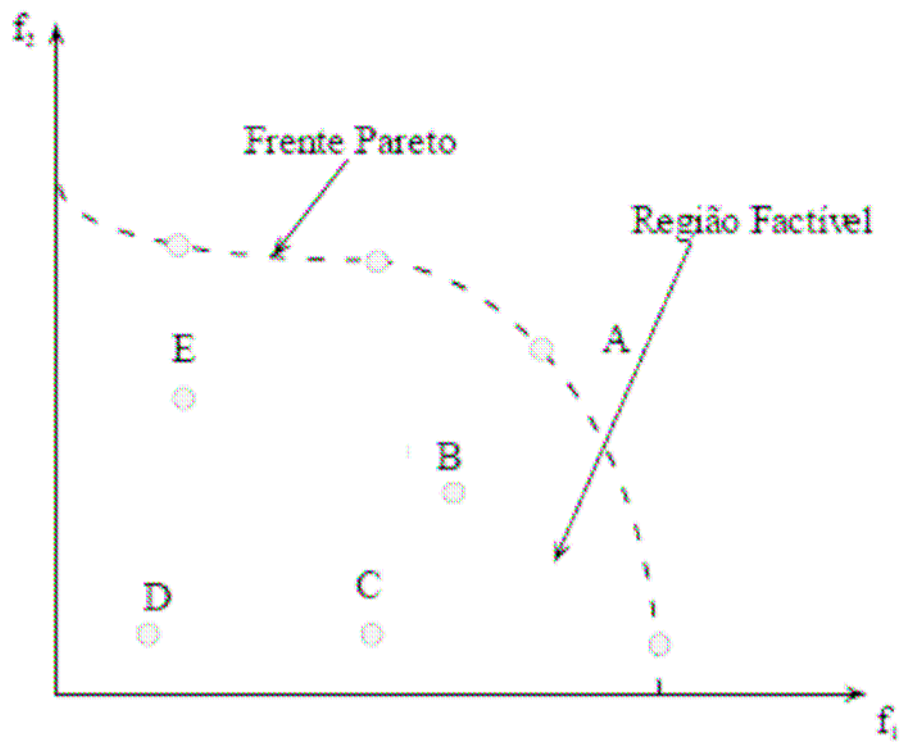


Figura 4.5 – Espaço variável de decisão (ZITZLER, 1999)

Embora a solução E tenha maior valor de f_2 do que a solução B, quando observada a função f_1 , a solução E tem menor valor que a solução B. Portanto, duas variáveis de decisão quaisquer a e b podem ter três possibilidades nos problemas multiobjetivo considerando o símbolo $\geq$ (em contraste aos problemas de objetivo único com duas soluções sendo comparadas): $f(a) \geq f(b)$, $f(b) \geq f(a)$, ou $f(a) \not\geq f(b) \wedge f(b) \not\geq f(a)$. Neste trabalho, essas terminologias são utilizadas para classificar e ordenar diferentes situações.

Definição 4: (Dominância Pareto) Considerando conjunto dois vetores de decisão a e b ,

$$\begin{array}{ll}
 a \succ b \text{ (a domina b)} & \text{se e somente se } f(a) > f(b) \\
 a \succeq b \text{ (a domina fracamente b)} & \text{se e somente se } f(a) \geq f(b) \\
 a \sim b \text{ (a é indiferente a b)} & \text{se e somente se } f(a) \not\geq f(b)
 \end{array} \quad (4.43)$$

As definições para os problemas de minimização ($\prec, \preceq, \sim$) são análogas.

Na figura 4.6 no retângulo referenciado com o texto "Domina", significa que o vetor solução B domina todo espaço objetivo que contem as soluções C e D. O outro retângulo referenciado com o texto "É dominado", significa que o vetor solução A domina o vetor solução B. Todas as outras soluções pertencentes ao espaço objetivo são indiferentes em relação ao vetor solução B.

Assim, pode-se introduzir o critério da otimalidade baseado no conceito de dominância Pareto. O vetor solução A (figura 4.5) é único dentre as outras soluções (C, D e E) não dominado por nenhum outro vetor no espaço objetivo. Tais soluções são denominadas Ótimas Pareto ou Não Inferiores (COHON, 1978).

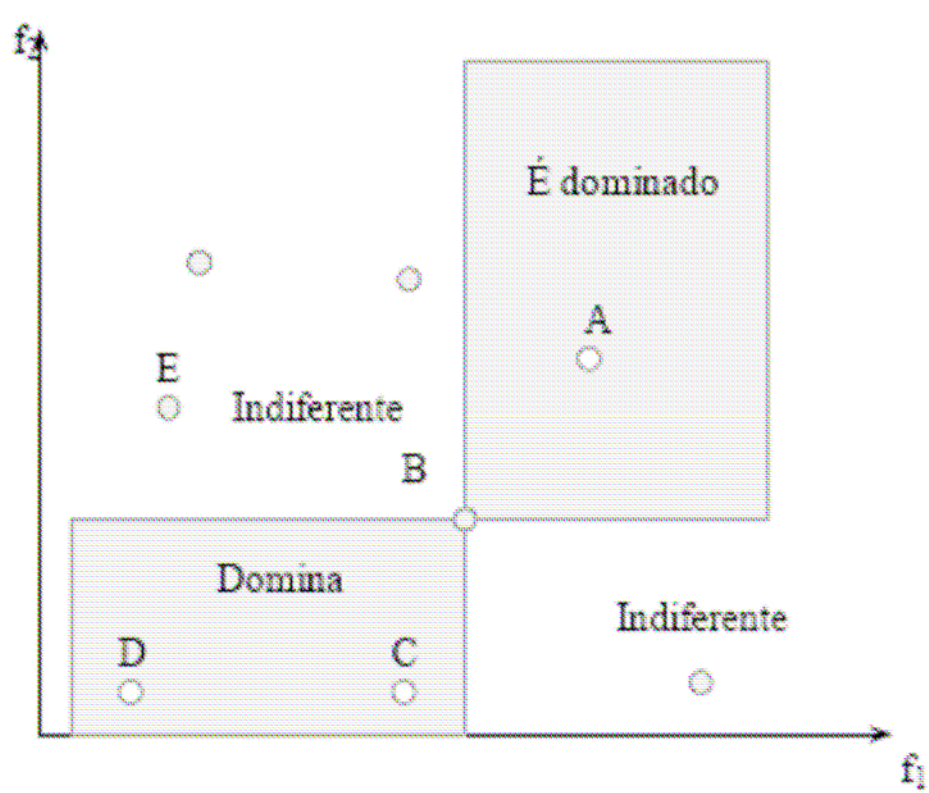


Figura 4.6 – Espaço função objetivo (ZITZLER, 1999).

Definição 5: (Otimalidade Pareto) Um vetor de decisão $x \in X_f$ é dito ser não dominado, ao considerar um conjunto $A \subseteq X_f$, se e somente se

$$\nexists a \in A: a \succ x \quad (4.44)$$

Se estiver claro qual conjunto A é mencionado, essa relação simplesmente é omitida. Além disso, x é dito ser ótimo Pareto se e somente se x é não dominado considerando X_f .

Na figura 4.5 todos os outros pontos pertencentes à linha pontilhada são soluções ótimas Pareto. Essas soluções são indiferentes umas das outras. Essa é a principal diferença dos problemas de otimização de objetivo único, não existe uma solução ótima, mas um conjunto de soluções compatibilizadas. Nenhuma dessas soluções pode ser dita melhor que as outras, a não ser que, alguma informação de preferência seja incluída. O conjunto de todas as soluções ótimas Pareto é denominado *conjunto Pareto ótimo*; os vetores (objetivo) correspondentes formam a *frente ou a superfície Pareto ótima*.

Definição 6: (Frentes e Conjuntos Não Dominados) Sendo $A \subseteq X_f$. A função $p(A)$ fornece o conjunto de vetores de decisão não dominado em A:

$$p(A) = \{ a \in A \mid a \text{ é não dominado em } A \} \quad (4.45)$$

O conjunto $p(A)$ é o conjunto não dominado em A, o conjunto correspondente de vetores objetivo $f(p(A))$ é a frente não dominada em A. Além disso, o conjunto $X_p = p(X_f)$ é denominado conjunto Pareto ótimo e o conjunto $Y_p = f(X_p)$ é denotado frente Pareto ótima.

O conjunto Pareto ótimo compreende as soluções de melhor compromisso. Entretanto, semelhante à otimização de objetivo único, na otimização multiobjetivo também existe os ótimos locais que constituem um conjunto não dominado dentro de uma certa vizinhança. Isso corresponde aos conceitos de conjunto ótimo local e global apresentado por DEB (1999).

Definição 7: Considerando um conjunto de vetores de decisão $A \subseteq X_f$.

O conjunto A é denotado como um conjunto ótimo Pareto se e somente se

$$\forall a \in A: \nexists x \in X_f: x \succ a \wedge \|x - a\| < \varepsilon \wedge \|f(x) - f(a)\| < \delta \quad (4.46)$$

sendo que $\|\cdot\|$ é uma métrica de distância correspondente e $\varepsilon > 0, \delta > 0$.

O conjunto A é denominado um conjunto Pareto ótimo global se e somente se

$$\forall a \in A: \nexists x \in X_f: x \succ a \quad (4.47)$$

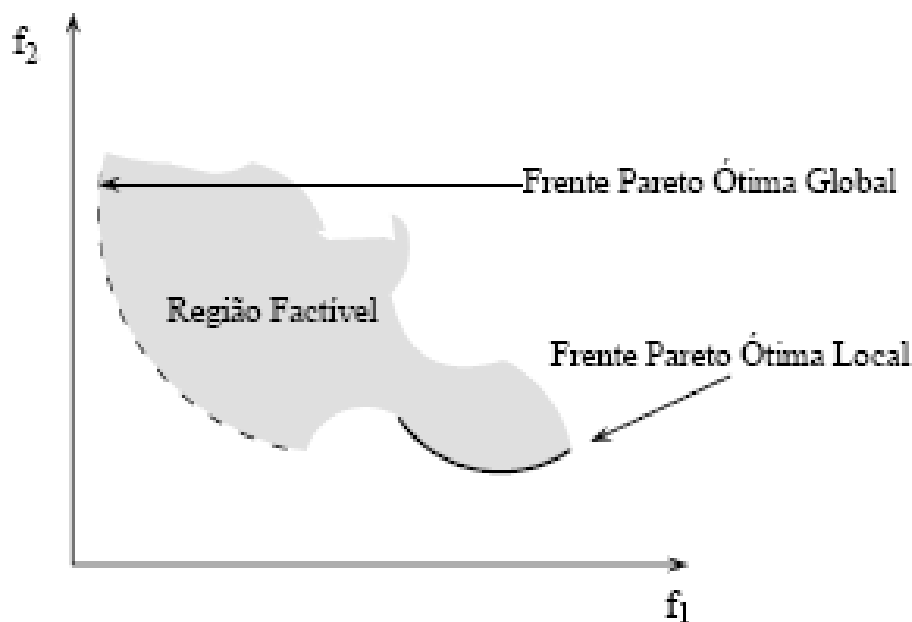


Figura 4.7 – Ilustração dos conjuntos Pareto ótimo global e local, considerando um problema de minimização (ZITZLER, 1999).

A diferença entre os ótimos global e local é ilustrada pela figura 4.7. A linha pontilhada constitui a frente Pareto ótima global enquanto a linha contínua uma frente Pareto ótima local. Pode-se notar que a um conjunto Pareto ótimo não necessariamente contém todas as soluções ótimas Pareto e que o conjunto ótimo global é um conjunto ótimo local.

DEB (2001) apresenta uma relação ideal para o procedimento multiobjetivo, o qual é dividido em duas etapas. A primeira etapa tem como objetivo gerar as soluções ótimas aplicando-se algum modelo de otimização e a segunda etapa refere-se à escolha dessas soluções. Existem modelos que também podem ser aplicados nessa segunda etapa, como forma de classificar as soluções seguindo uma ordem de preferência fornecida por decisores. De forma geral, a figura 4.8 apresenta tal procedimento.

Cada solução na frente Pareto corresponde a uma ordem específica de importância dos objetivos. Assim, se fatores de preferência entre os objetivos forem conhecidos para um problema específico, não há necessidade de seguir o princípio mostrado na figura 4.8 para um problema multiobjetivo.

Um método simples seria compor uma função através da soma dos pesos dos objetivos, onde um peso para um objetivo é proporcional ao fator de preferência garantido para um objetivo, em particular. O procedimento de escalonar um vetor objetivo em uma única função converte o problema multiobjetivo em um problema de objetivo único. Quando

uma função é composta dessa forma, a solução obtida, geralmente, representa uma solução aproximada de uma solução de compromisso particular.

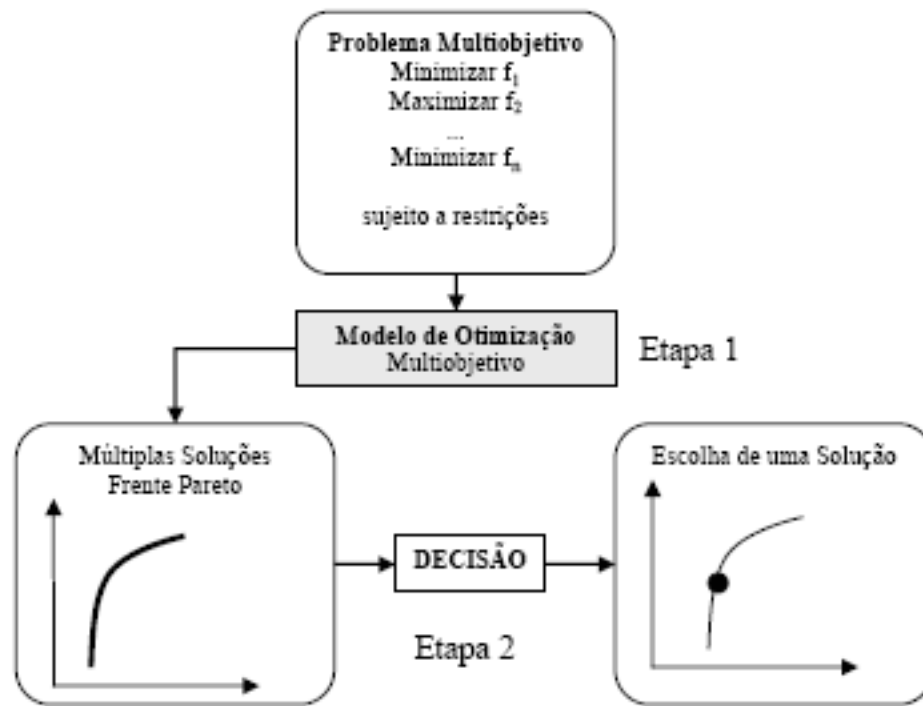


Figura 4.8 – Esquema geral de um procedimento multiobjetivo (DEB, 2001).

Finalmente, para a descrição e demonstração dos algoritmos MOGA e SPEA, um problema apresentado por DEB (2001) é reproduzido conforme a equação (4.48).

$$\begin{array}{ll}
 \text{Minimizar} & F1(x) = x_1 \\
 \text{Minimizar} & F2(x) = (1+x_2)/x_1
 \end{array} \tag{4.48}$$

$$\begin{array}{ll}
 \text{Sujeito à:} & 0,1[x_1[1 \\
 & 0[x_2[5
 \end{array}$$

Na tabela 4.1 são demonstradas as soluções geradas aleatoriamente para o problema da equação 4.48 e a figura 4.9 apresenta a plotagem dos pontos.

Tabela 4.1 – Soluções geradas aleatoriamente para o problema (4.48).

Solução	X_1	X_2	F_1	F_2
1	0,31	0,89	0,31	6,10
2	0,43	1,92	0,43	6,79
3	0,22	0,56	0,22	7,09
4	0,59	3,63	0,59	7,85
5	0,66	1,41	0,66	3,65
6	0,83	2,51	0,83	4,23

Fonte: DEB (2001).

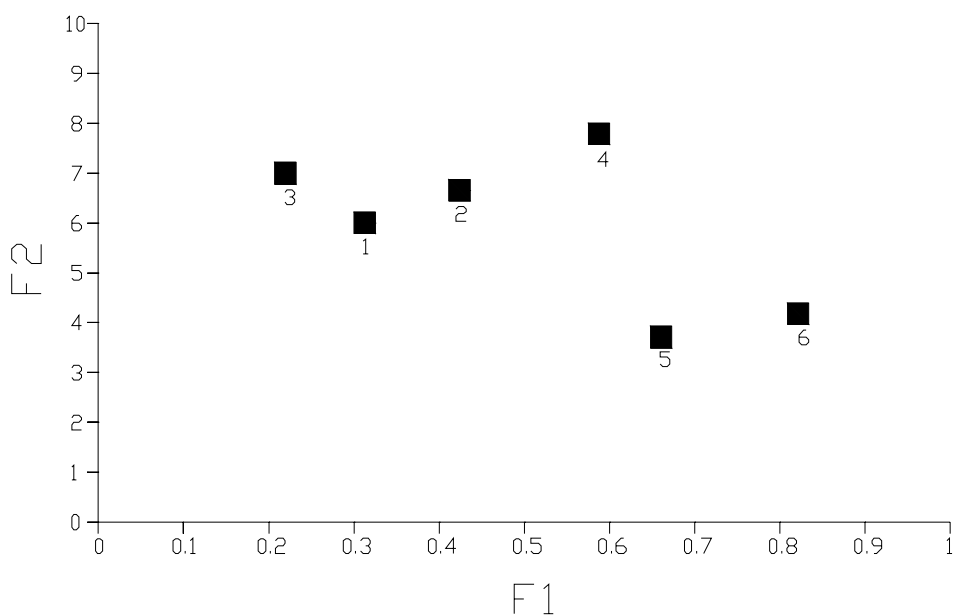


Figura 4.9 – Soluções referentes ao problema (4.48).

4.4.1.1. MOGA

O MOGA (*Multiobjective Genetic Algorithm*) é referenciado na literatura como sendo a primeira técnica de otimização multiobjetivo que considera simultaneamente o conceito de dominância e a diversidade das soluções não dominadas. Esse algoritmo foi proposto por FONSECA e FLEMING (1993) e difere-se dos algoritmos genéticos convencionais (AGs) na maneira com que a avaliação é conduzida, pois a cada iteração o

algoritmo deve buscar não uma solução mas um conjunto de soluções não dominadas. Os operadores de variação (recombinação e mutação) são aplicados de forma idêntica aos AGs convencionais. A figura 4.10 ilustra o procedimento iterativo geral do MOGA (CHEUNG, 2003).

Classificação das soluções

A cada vetor solução pertencente ao conjunto corrente (população), na otimização de objetivo único, é associado um valor (aptidão) que representa seu desempenho. Esse valor, em muitos casos, é o próprio valor da função objetivo. Com isso, o melhor indivíduo recebe o maior valor de aptidão e possivelmente pertencerá ao conjunto referente à próxima iteração.

Como a otimização multiobjetivo trabalha com soluções ótimas Pareto a cada iteração, não é possível identificar um único vetor solução melhor desse conjunto. Os melhores valores de aptidão são dados ao conjunto de soluções não dominadas da iteração corrente, que são melhores em relação aos outros vetores solução. Considerando tais aspectos, GOLDBERG (1989) propôs que a função aptidão para o conjunto de soluções não dominadas deveria basear-se em um procedimento de ordenação (*rank*).

FONSECA e FLEMING (1993) propuseram um operador de classificação (*rank*) para o MOGA, similar às sugestões de GOLDBERG (1989). O *rank* é baseado no número de soluções que dominam determinada solução i , dada pela equação (4.49).

$$r_i = 1 + n_i \quad (4.49)$$

sendo que r representa o *rank* da solução i e n representa o número de soluções que dominam a solução i .

Considerando o problema exemplo (equação 4.48), pode-se mostrar (figura 4.11) a classificação que o MOGA realiza utilizando equação (4.49). Se na figura 4.9 os números representam as soluções, na figura 4.11 são apresentados os *ranks* dessas soluções (observe que nem sempre a ordenação garante o uso de todos os possíveis valores, 1-6).

Essas informações são necessárias durante processo de avaliação das soluções.

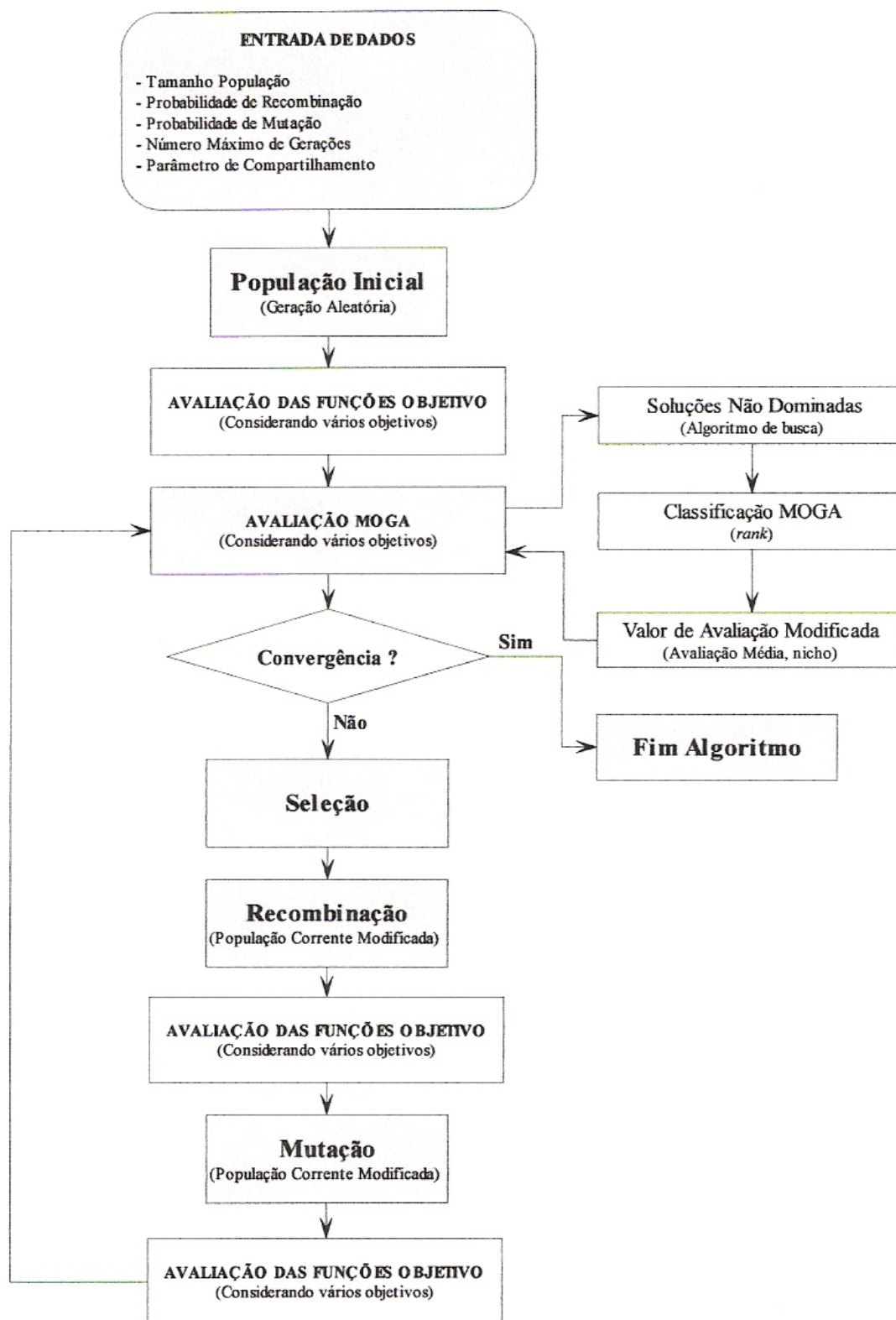


Figura 4.10 – Procedimento geral do MOGA.

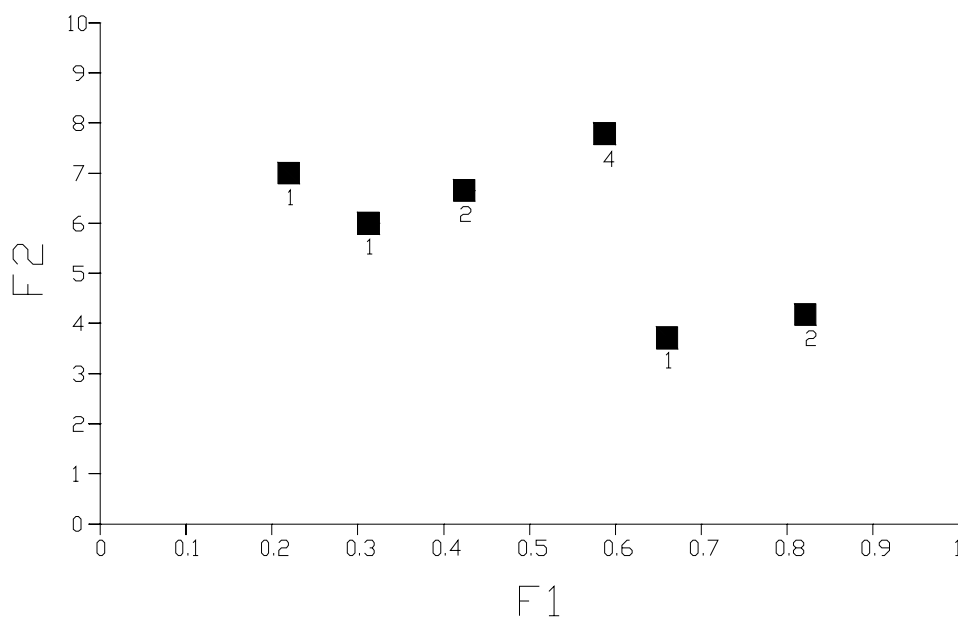


Figura 4.11 – Classificação realizada pelo MOGA no problema exemplo (4.48).

Diversidade da população

Algoritmos evolucionários são métodos de otimização que partem inicialmente de diversos vetores solução simultaneamente, ou seja, trabalham com várias soluções (população) a cada iteração (geração). Isso faz com que esses métodos contemplem características de busca global. Esse conjunto de soluções possui informações distintas referentes à solução ótima global. Entretanto, tais informações estão distribuídas entre os vetores pertencentes a esse conjunto. Essa distribuição de informações, entre os vetores solução, é denominada diversidade da população.

Manter a diversidade da população durante todo processo iterativo é a principal dificuldade dos AEs. Isso se deve ao fato de que vetores "fortes" (alto valor de aptidão) podem estar presentes na população e podem dominar o processo de otimização. A dominação que esses vetores solução impõem no processo só acontece porque a seleção dos melhores indivíduos da população está relacionada ao valor de aptidão. Como esses indivíduos (fortes) têm elevado valores de aptidão, há uma tendência dos mesmos produzirem diversas cópias para a próxima geração, fazendo com que informações sobre o ótimo sejam perdidas e, conseqüentemente, provocar uma convergência prematura (ótimos locais) do algoritmo.

Segundo ZITZLER (1999) existem três fatores que fazem com que a população perca diversidade: pressão de seleção, perturbação na seleção e operadores de variação. A pressão de seleção é definida como sendo o fator que determina o número de cópias de vetores solução na próxima geração. Por exemplo, uma alta pressão de seleção indica que muitas cópias da melhor solução estarão presentes na próxima geração, fazendo com que a população perca diversidade e que o algoritmo recaia em ótimos locais. A perturbação de seleção está relacionada aos diferentes métodos de seleção existentes e às diferentes formas de tais métodos trabalharem. Já os operadores de variação fazem com que a população perca diversidade devido os efeitos destrutivos que tais operadores (recombinação e mutação) podem causar nas soluções.

Em se tratando do problema multiobjetivo, semelhante à otimização de objetivo único, os AEMO também têm dificuldades de evolução em decorrência da perda de diversidade da população. Entretanto, nesse caso (otimização multiobjetivo) o algoritmo pode convergir não para um ponto local, mas sim para um conjunto de pontos locais (figura 4.7), não identificando dessa forma a frente Pareto.

GOLDBERG e RICHARDSON (1987) propuseram uma técnica para manter múltiplas soluções na população em cada geração. Esta técnica é denominada função de compartilhamento cujo objetivo é distribuir proporcionalmente na população diferentes soluções contendo informações do espaço de busca. Para isso, o valor da função de aptidão é dividido pela dimensão do nicho associado a essa solução, obtendo dessa forma a função partilhada. A dimensão do nicho é uma estimativa da quão densa é a região do espaço à qual essa solução pertence, em outras palavras, a dimensão do nicho representa o número de elementos candidatos a representante desse local na superfície da função.

A figura 4.12 ilustra essas definições e a equação (4.50) apresenta a formulação matemática.

$$Sh(d) = \begin{cases} 1-(d/\sigma)^\alpha & \text{se } d \leq \sigma \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (4.50)$$

O parâmetro d é conhecido como sendo a distância normalizada (equação 4.51) entre duas soluções (i e j) na população com mesma ordem; α é um expoente que caracteriza a função e o parâmetro σ é denominado parâmetro de compartilhamento das soluções.

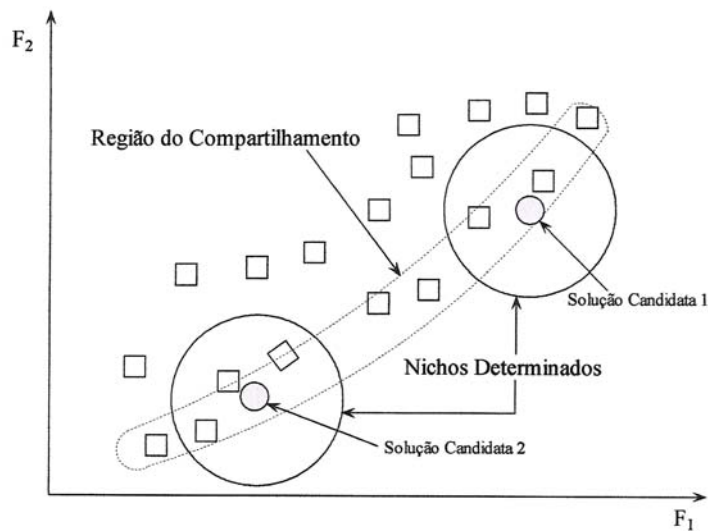


Figura 4.12 – Compartilhamento e nicho (adaptado de HORN e NAFPLIOTIS, 1993).

Existem valores na literatura para os parâmetros α e σ . SIRINIVAS e DEB (1995) propõem, $\sigma = 0,5$ e $\alpha = 1$.

$$d_{ij} = \sqrt{\sum_{k=1}^M \left(\frac{f_k^{(i)} - f_k^{(j)}}{f_k^{\max} - f_k^{\min}} \right)^2} \quad (4.51)$$

sendo que $f_k^{\max}$ e $f_k^{\min}$ são os valores máximo e mínimo das funções objetivo. Para uma solução i , d_{ij} calculada para cada solução j (incluindo i), sendo que, i e j possuem mesma ordem; M são os objetivos considerados e f_k são os valores das funções objetivo correspondentes a cada solução. Considerando, $\alpha = 1$ na equação (4.50), calcula-se o nicho conforme a equação (4.52).

$$nc_i = \sum_{j=1}^{u(r_i)} Sh(d_{ij}) \quad (4.52)$$

Sendo $u(r_i)$ é o número de soluções com ordem (r_i) e j são as soluções que estão contidas na mesma ordem de i .

Etapas do procedimento iterativo do MOGA

Diversas são as possibilidades de implementação dos algoritmos evolucionários multiobjetivo em termos da sistemática de obtenção da frente Pareto ótima,

dos operadores genéticos e dos parâmetros adotados, das técnicas de distribuição de soluções nas frentes não dominadas, das probabilidades de recombinação e mutação e do critério de convergência. Nesta seção segue a descrição e implementação do algoritmo MOGA de acordo com fluxograma apresentado na figura 4.10.

Dados de Entrada

- Dimensão da população: POP.
- Probabilidade de recombinação: P_r
- Probabilidade de mutação: P_m
- Parâmetro de compartilhamento (4.49): σ
- Número máximo de gerações: GER

Etapa 1 – População inicial

Geração da população inicial aleatória P_t considerando o parâmetro de entrada POP.

Etapa 2 – Avaliação das funções objetivo

Cada vetor solução pertencente à população inicial P_t é avaliado de acordo com as funções objetivo consideradas. Esta etapa é denominada avaliação das funções de avaliação ou aptidão.

Etapa 3 – Avaliação MOGA

Para cada vetor solução i pertencente ao conjunto P_t é calculado o número de soluções que dominam (n) esse vetor.

O próximo passo é classificar as soluções (r_i) conforme equação (4.49).

Após ter determinado o *rank* de cada vetor pertencente à população P_t , calcula-se a função avaliação média para todos os vetores solução POP através da equação (4.53):

$$F_i = n_{população} - \left(\sum_{k=1}^{r_i-1} u(k) \right) - 0,5 \cdot (u(r_i) - 1) \quad (4.53)$$

Sendo que $u(k)$ representa o conjunto de vetores solução de *rank* k . Por exemplo, $u(1)$ refere-se ao número de vetores solução com *rank* 1.

Após calcular a avaliação média é necessário dimensionar o nicho (4.52) para cada solução i de mesmo rank e assim calcular a avaliação compartilhada conforme equação (4.54). A avaliação compartilhada (F'_i) é uma das formas de garantir diversidade na população.

$$F'_i = \frac{F_i}{nc_i} \quad (4.54)$$

Finalmente, como forma de preservar a escala da avaliação média, a avaliação compartilhada (avaliação modificada) é recalculada conforme equação (4.55):

$$F'_i = \frac{F_i u(r_i)}{\sum_{k=1} F'_k} \cdot F'_i \quad (4.55)$$

Etapa 5 – Convergência

Nessa etapa o algoritmo verificará seu critério de convergência. Em geral, adota-se o número máximo de iterações (GER) para essa verificação. Se tal critério for satisfeito o algoritmo segue para a etapa 10 e o processo é finalizado, caso contrário, o algoritmo segue para a etapa 6 (procedimento de variação).

Etapa 6 – Seleção

Utilizando os valores de aptidão modificados (F'_i), mecanismos de compartilhamento e nichos, calculados para cada vetor da população, nessa etapa acontece a seleção das soluções candidatas que irão compor a próxima população. No MOGA a técnica de seleção utilizada é a mesma dos Algoritmos Genéticos Simples.

Etapa 7 – Recombinação

Nessa etapa os AEMO se assemelham aos AEs. A recombinação é também denominado operador de variação. É nessa etapa que o algoritmo evolui sua busca, analogamente essa etapa pode ser comparada ao processo de mudanças de direções e coordenadas realizadas pelos algoritmos convencionais de busca. Esse operador é aplicado como na estrutura geral dos AGs convencionais (figura 4.4).

Etapa 8 – Mutação

O operador de mutação também faz parte do processo de variação e é responsável pela introdução de diversidade na população, que muitas vezes é perdida ao longo das iterações, em outras palavras pode-se dizer que esse operador é responsável pela introdução de material genético na população. Em geral, esse operador é aplicado como na estrutura dos AGs convencionais (figura 4.4).

Etapa 9 – Nova População

Uma nova população é formada devido à aplicação dos operadores de recombinação e mutação. Assim é necessária que uma nova avaliação seja realizada para cada vetor solução pertencente a essa nova população, retornando o processo a etapa 2 (dois).

Etapa 10 – Resultados

Nessa etapa o algoritmo apresenta as soluções ótimas Pareto.

4.4.1.2. SPEA

O SPEA (*Strength Pareto Evolutionary Algorithm*) foi proposto por ZITZLER e THIELE (1998) com objetivo de introduzir o elitismo nos algoritmos evolucionários multiobjetivo. As melhores soluções (soluções não dominadas) de cada iteração, denominadas elite, são armazenadas em um conjunto externo (temporário). Em cada iteração do algoritmo, as soluções externas são comparadas com as soluções pertencentes ao conjunto corrente de forma que as melhores soluções são preservadas (CHEUNG, 2003).

Existem várias similaridades entre o SPEA e os outros algoritmos evolucionários multiobjetivo (SCHAFER, 1984; FONSECA e FLEMING, 1993; HORN e NAFPLIOTIS, 1993; SRINIVAS e DEB, 1995). Dentre as principais pode-se citar a garantia de vetores solução representantes da frente não dominada entre as soluções consideradas e a utilização do conceito de dominância Pareto para atribuir valores de aptidão baseados nesse conceito. Entretanto, o SPEA difere dos demais métodos em relação alguns aspectos: atribuição do valor aptidão de um vetor solução é determinado entre os conjuntos externo e corrente, e não entre vetores pertencentes à mesma população, todos os vetores solução no

conjunto externo participam da seleção e a utilização de um novo método de manutenção da diversidade da população.

Etapas do procedimento iterativo do SPEA

Nesta seção descreve-se a implementação do algoritmo SPEA de acordo com fluxograma apresentado na figura 4.13. Em geral, pode-se dizer que o SPEA cria um conjunto inicial aleatório P_0 de dimensão POP e um conjunto externo vazio $\overline{P}_0$ com uma dimensão máxima $\overline{POP}$. Na iteração t , as soluções não dominadas da população P_t são copiadas para a população externa $\overline{P}_t$. Com isso, acontece a união entre as soluções não dominadas (população elite) da iteração corrente e da iteração prévia, e em seguida, identificam-se e excluem-se as soluções dominadas desse conjunto unificado. O que permanece nesse conjunto externo são as melhores soluções elite encontradas durante o processo iterativo. Entretanto, à medida que o processo evolui, em alguns problemas, o número de soluções contidas nesse conjunto é considerado elevado.

Como forma de restringir o aumento exagerado de soluções não dominadas no conjunto externo, uma dimensão ($\overline{POP}$) é fixada. Assim, quando a dimensão da população externa é menor que $\overline{POP}$, toda a população elite é encontrada no conjunto. No entanto, quando a dimensão excede $\overline{POP}$, nem toda população elite pode estar na população externa. Dessa forma, os autores (ZITZLER e THIELE, 1998) do SPEA propuseram uma técnica para reduzir as soluções da população externa denominada. Essa técnica é denominada na literatura internacional como *clustering algorithm*, aqui denominado algoritmo de agrupamento (*cluster*).

Dados de Entrada

- Dimensão da população: POP
- Probabilidade de recombinação: P_r
- Probabilidade de mutação: P_m
- Dimensão da população externa: $\overline{POP}$
- Número máximo de gerações: GER

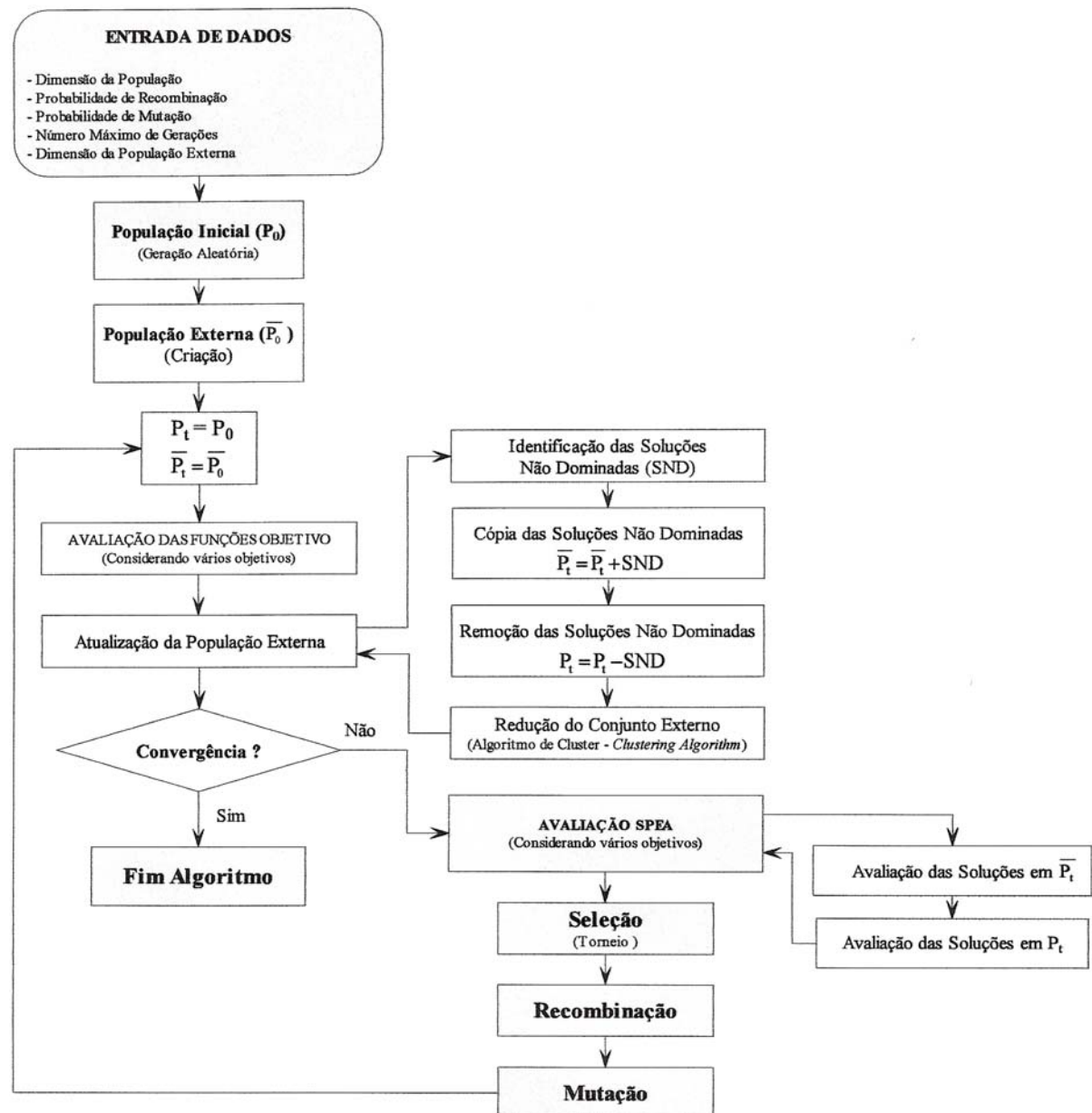


Figura 4.13 – Procedimento geral do SPEA.

Etapa 1 – População inicial

Geração da população inicial aleatória P_t considerando o parâmetro de entrada POP.

Etapa 2 – População externa

Criação da população externa $\bar{P}_t$, vazia de dimensão $\overline{POP}$ (parâmetro de entrada).

Etapa 3 – Avaliação das funções objetivo

Cada vetor solução pertencente à população inicial P_t é avaliado de acordo com as funções objetivo consideradas. Esta etapa é denominada avaliação das funções de avaliação ou aptidão considerando objetivos múltiplos.

Etapa 4 – Atualização da população externa

Identificação das soluções não dominadas da população P_t

Cópia das soluções não dominadas encontradas em P_t para a população $\overline{P}_t$.

Remoção das soluções não dominadas de P_t .

Adequação do conjunto externo, conforme dimensão da população externa $\overline{POP}$, através do algoritmo de *cluster*. Esse algoritmo reduz a dimensão da população externa corrente ($\overline{POP}$ corrente) para a dimensão limite ($\overline{POP}$), fornecida nos dados de entrada (sendo $\overline{POP}$ corrente $>$ $\overline{POP}$). Assume-se inicialmente que cada solução i ($i \in \overline{P}_t$) pertence a um *cluster* individual, portanto, existem $\overline{POP}$ corrente *clusters*. Por exemplo, se o conjunto externo possui 20 soluções, inicialmente para o algoritmo de corte, considera-se a existência de 20 *clusters*. Assim, as distâncias entre pares de *clusters* são calculadas. Em geral, a distância (d_{kp}) entre dois *clusters* (C_k e C_p) é definida como sendo a distância euclidiana de todos pares de soluções ($i \in C_k$ e $j \in C_p$) ou matematicamente conforme equação (4.56):

$$d_{kp} = \frac{1}{|C_k| \cdot |C_p|} \cdot \sum_{i \in C_k, j \in C_p} d_{i,j} \quad (4.56)$$

Sendo que a distância $d(i,j)$ pode ser calculada no espaço de variáveis de decisão ou no espaço objetivo. No SPEA, os autores preferiram trabalhar no espaço objetivo. Uma vez que todas as distâncias de *clusters* são calculadas, os dois *clusters* com distância mínima são combinados para formarem um *cluster* maior. Assim, as distâncias de *cluster* são recalculadas para todos os pares de *clusters*, para posteriormente dois *clusters* serem unidos novamente. O processo continua até que o número de *clusters* na população externa é reduzido à dimensão desejada $\overline{POP}$. Consequentemente, em cada *cluster*, a solução de distância mínima média das outras soluções no *cluster* é retida e as outras são excluídas. A figura 4.14 ilustra o procedimento geral do algoritmo de *cluster*.

Etapa 5 – Convergência

Nessa etapa o algoritmo verificará seu critério de convergência. Em geral, adota-se o número máximo de iterações para essa verificação. Se tal critério for satisfeito o algoritmo segue para a etapa 11 e o processo é finalizado, caso contrário, o algoritmo segue para a etapa 6.

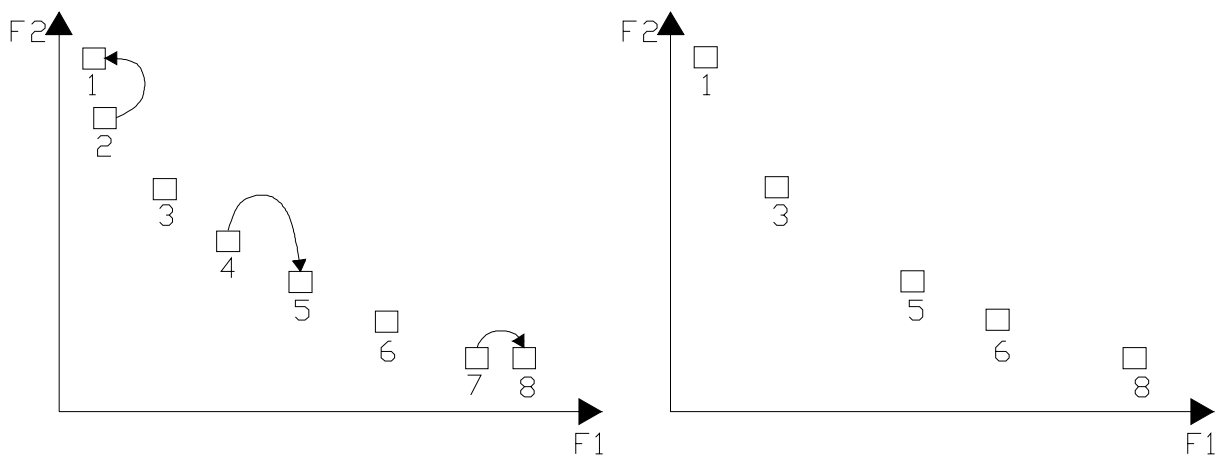


Figura 4.14 – Ilustração do algoritmo de cluster.

Etapa 6 – Avaliação SPEA

O módulo de avaliação tem objetivo de atribuir valores de aptidão às soluções como forma de preparar para ao operador seleção. No SPEA, esse procedimento é realizado sob duas etapas. Primeiro todos os vetores solução i pertencentes à população externa ($\bar{P}_t$) são classificados e recebem um valor de aptidão S_i denominado na literatura internacional como *strength*. Esse valor de aptidão, para um dado vetor de solução i , é proporcional ao número de soluções dominadas pela solução i na população corrente. Matematicamente, esse valor é definido pela equação (4.57).

$$S_i = \frac{n_i}{n_{população} + 1} \quad (4.57)$$

Sendo que n representa o número de vetores pertencentes à população corrente que uma solução i domina. Após todos os valores de S_i terem sido calculados, atribui-se a F_i tais valores.

Posteriormente, calcula-se os valores de aptidão (F_j) de todas as soluções j pertencentes à população corrente (P_t). Esse valor de aptidão é calculado (equação 4.58) como sendo a soma de todos os valores de aptidão S_i das soluções externas i que dominam vetores j da população corrente.

$$F_j = 1 + \sum_{i \in \overline{P}_t, i \leq j} S(i) \quad (4.58)$$

O valor 1 presente na equação (4.58) garante que soluções de $\overline{P}_t$ tenham valores de aptidão melhor que soluções de P_t (note que o valor de aptidão deve ser minimizado, isto é, menores valores de aptidão correspondem a altas probabilidades de cópias (reprodução), na próxima população).

Etapa 7 – Seleção

Nessa etapa o SPEA se difere do MOGA. Pois, a técnica de seleção utilizada no SPEA é a seleção por torneio. Após todas as soluções, pertencentes aos conjuntos externo e corrente, terem recebido seus respectivos valores de aptidão (F), os conjuntos P_t e $\overline{P}_t$ são unidos para ser aplicado o operador de seleção.

A seleção por torneio no SPEA é desenvolvida da seguinte forma: cria-se um conjunto temporário (P_{temp}) de dimensão $n_{população}$; seleciona-se aleatoriamente duas soluções (i e j) pertencentes a conjunto unificado ($P_t \cup \overline{P}_t$); se $F(i) < F(j)$ então i é incluso em P_{temp} caso contrário j é incluso em P_{temp} (note que a melhor solução é a que apresenta menor valor de aptidão F).

Etapa 8 – Recombinação

Nessa etapa o SPEA se assemelham aos AEs simples. A recombinação é denominada operador de variação. Esse operador é aplicado como na estrutura geral dos AGs convencionais (figura 4.4).

Etapa 9 – Mutação

O operador de mutação também faz parte do processo de variação e é responsável pela introdução de diversidade na população, que muitas vezes é perdida ao longo das iterações, em outras palavras pode-se dizer que esse operador é responsável pela introdução de material genético na população. Em geral, esse operador é aplicado como na estrutura dos AGs convencionais (figura 4.4).

Etapa 10 – Nova População

Uma nova população é formada devido à aplicação dos operadores de recombinação e mutação. Assim é necessário que uma nova avaliação seja realizada para cada vetor solução pertencente a essa nova população, portanto volta-se a etapa 3.

Etapa 11 – Resultados

Nessa etapa o algoritmo apresenta as soluções ótimas Pareto.

4.5. Redes Exemplo

Com o objetivo de testar a eficácia do modelo proposto no presente trabalho, a técnica será aplicada em 2 redes exemplo. A primeira (figura 4.15) foi inicialmente apresentada por ALPEROVITS e SHAMIR (1977) e utilizada posteriormente por diversos pesquisadores, que procederam a sua otimização em termos de mínimo custo por diferentes métodos, GOULTER et. al (1986), KESSLER e SHAMIR (1989), EIGER et. al.(1994) e SAVIC e WALTERS (1997).

TODINI (2000), utilizou a mesma rede como exemplo para otimização multiobjetivo, com maximização da confiabilidade e minimização de custo como objetivos, os mesmos considerados no presente trabalho. Devido a este fato, os resultados de TODINI (2000) são ideais para uma comparação.

De forma também a comprovar a eficácia dos Algoritmos Genéticos simples, implementados no presente trabalho, considerando apenas a minimização de custo como objetivo, comparações foram realizadas com os resultados dos outros pesquisadores que utilizaram a rede de ALPEROVITS e SHAMIR (1977).

A demanda dos nós e as cotas são dadas na Tabela 4.2, o custo de diferentes classes de diâmetros em termos de unidade de custo (unidade monetária –U.M.) são dadas na Tabela 4.3; os comprimentos de todas as canalizações são de 1000m. O coeficiente de ficção de Hazen-Williams é 130.

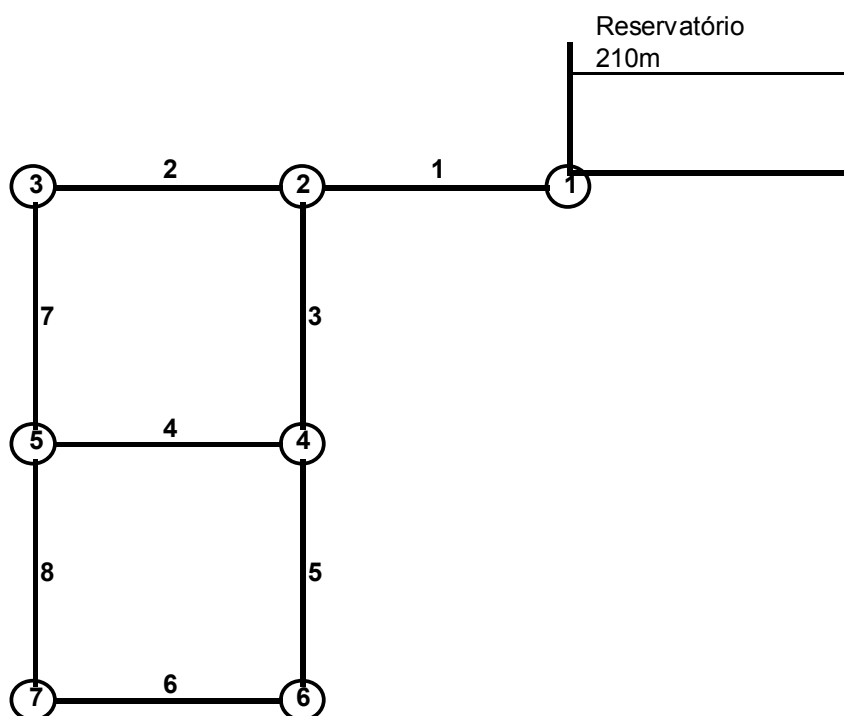


Figura 4.15 – Rede exemplo 1 (ALPEROVITS e SHAMIR, 1977).

Tabela 4.2 – Demanda e cota dos nós do problema exemplo 1.

<i>Nós</i>	<i>Cota (m)</i>	<i>Demanda (m³/h)</i>
1	210	-1120,00
2	150	100,00
3	160	100,00
4	155	120,00
5	150	270,00
6	165	330,00
7	160	200,00

Fonte: TODINI (2000).

Tabela 4.3 – Custo de diferentes classes de diâmetros do problema exemplo 1.

<i>Diâmetros (Pol.)</i>	Custo Unitário (U.M)
1	2
2	5
3	8
4	11
6	16
8	23
10	32
12	50
14	60
16	90
18	130
20	170
22	300
24	550

Fonte: TODINI (2000).

A segunda rede exemplo foi apresentada por TODINI (2000), representada esquematicamente na figura 4.17. Para esta rede o pesquisador também considerou 2 (dois) objetivos, minimização de custo e maximização da confiabilidade. Os seus resultados também serão comparados, no próximo capítulo.

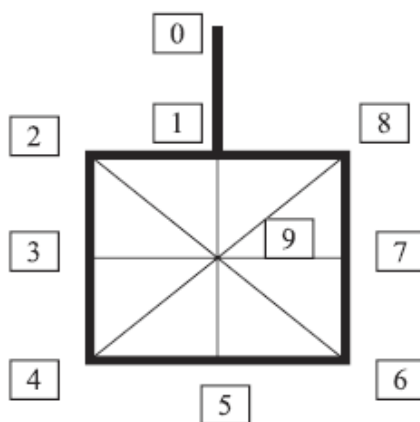


Figura 4.16 – Rede exemplo 2 (TODINI, 2000).

As energias e as demandas dos nós são fornecidas na Tabela 4.4.

Os comprimentos dos trechos são os seguintes:

Trecho 0-1: 2000m;

Trechos do contorno: 1000m ;

Trechos internos que se conectam ao nó 9: 1210m

Tabela 4.4 – Demanda e cota dos nós da Rede Exemplo 2.

<i>Nós</i>	<i>Energia (m)</i>	Demanda (m ³ /h)
0	200	-180,00
1	197	20,00
2	193	20,00
3	192	20,00
4	191	20,00
5	191	20,00
6	191	20,00
7	192	20,00
8	193	20,00
9	189	20,00

Fonte: TODINI (2000).

5. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Neste Capítulo são demonstrados e comparados com o dos outros pesquisadores os resultados provenientes da execução de dois Algoritmos Multiobjetivos, o MOGA e o SPEA, executados por meio de programação própria. A linguagem utilizada foi a do MATLAB versão 6.5 e o computador foi um com processador Athlon 3000 + 1.8 GHz com 512 MB de memória RAM.

5.1. Rede exemplo 1

Na Tabela 5.1 são apresentados os resultados obtidos por alguns pesquisadores para a rede de ALPEROVITS e SHAMIR (1977).

Na Tabela 5.2 são apresentados os resultados obtidos por TODINI (2000), que serão comparados com os resultados do presente trabalho.

Na figura 5.1 é apresentada a curva de Pareto obtida por TODINI (2000) para a rede exemplo 1.

TABELA 5.1 –Soluções da rede exemplo 1 por diferentes métodos, obtidas por diversos pesquisadores.

Trecho Nº	Alperovits e Shamir (1977)		Goulter et al (1986)		Kessler e Shamir (1989)		Eiger et al (1994)		Savic e Walters (1997) AG1		Savic e Walters (1997) AG2	
	(1)		(2)		(3)		(4)		(5)		(6)	
	L (m)	D (pol)	L (m)	D (pol)	L (m)	D (pol)	L (m)	D (pol)	L (m)	D (pol)	L (m)	D (pol)
1	256,00	20	383,00	20	1000,00	18	1000,00	18	1000,00	18	1000,00	18
	744,00	18	617,00	18								
2	996,38	8	1000,00	10	66,00	12	238,02	12	1000,00	10	1000,00	10
	3,62	6			934,00	10	761,98	10				
3	1000,00	18	1000,00	16	1000,00	16	1000,00	16	1000,00	16	1000,00	16
4	319,38	8	687,00	6	713,00	3	1000,00	1	1000,00	4	1000,00	1
	680,62	6	313,00	4	287,00	2						
5	1000,00	16	1000,00	16	836,00	16	628,86	16	1000,00	16	1000,00	14
					164,00	14	371,14	14				
6	784,94	12	98,00	12	107,00	12	989,05	10	1000,00	10	1000,00	10
	215,06	10	902,00	10	891,00	10	10,95	8				
7	1000,00	6	492,00	10	819,00	10	921,86	10	1000,00	10	1000,00	10
			508,00	8	181,00	8	78,14	8				
8	990,93	6	20,00	2	920,00	3	1000,00	1	1000,00	1	1000,00	1
	9,07	4	980,00	1	80,00	2						
CUSTO (u.m)	497.525,00		435.015,00		417.500,00		402.352,00		419.000,00		420.000,00	

Tabela 5.2 – Solução ótima e soluções alternativas de TODINI (2000) para a rede exemplo 1.

<i>Canalização n.</i>	<i>Ótimo Custo</i>	<i>Solução A</i>	<i>Solução B</i>	<i>Solução C</i>	Solução D
1	18	18	20	20	20
2	10	16	14	14	14
3	16	14	14	14	14
4	4	6	6	8	6
5	16	14	14	14	14
6	10	1	1	1	1
7	10	14	14	14	14
8	1	10	10	10	12
Índice Res.	0,22	0,41	0,47	0,48	0,48
Excesso de Energia.	0,50	1,08	1,90	2,84	3,44
Custo (U.M)	$0,419 \times 10^6$	$0,450 \times 10^6$	$0,460 \times 10^6$	$0,467 \times 10^6$	$0,478 \times 10^6$

Fonte: TODINI (2000).

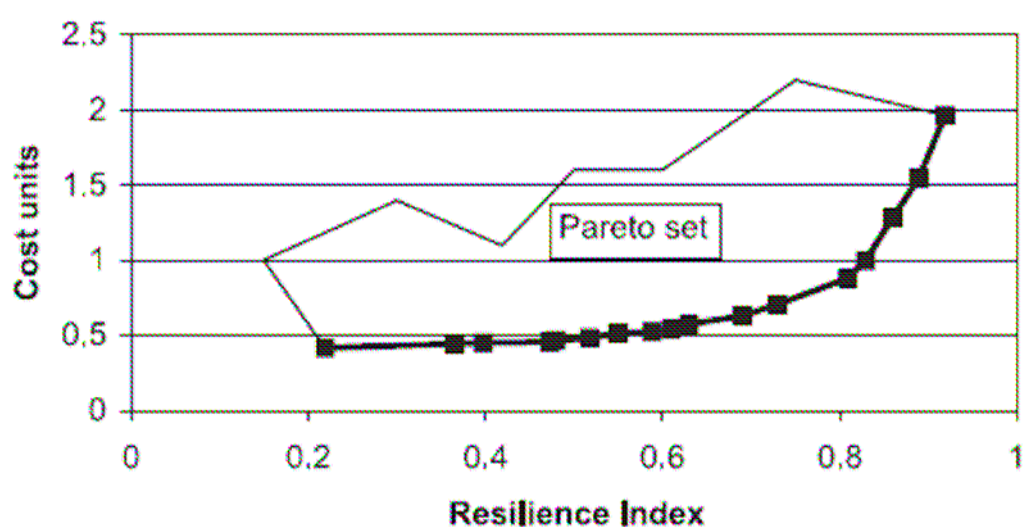


Figura 5.1 – Curva de Pareto para um espaço de dois objetivos (TODINI, 2000) – rede exemplo 1.

Para a rede exemplo 1, os métodos MOGA e SPEA foram repetidos diversas vezes para testes e aprimoramentos das programações dos algoritmos. Os resultados apresentados são de três 3 execuções do MOGA variando-se os dados de entrada e, de 1 execução apenas do SPEA, devido ao fato de que este necessitou muito maior esforço computacional, chegando a atingir 25 horas ou mais de processamento.

Para aplicação do MOGA variou-se a quantidade de iterações e o tamanho da população. Os operadores genéticos de probabilidade de mutação e recombinação foram respectivamente 1% e 90%, tanto para o MOGA quanto para o SPEA, conforme sugerido por GOLDBERG (1987).

Os dados de entrada para cada repetição do procedimento MOGA foram os seguintes:

MOGA 1:

- Probabilidade de Recombinação (P_r): 90%
- Probabilidade de Mutação (P_m): 1%
- Tamanho da População (POP) : 100
- Número Máximo de Iterações (N_{iter}): 1000

MOGA 2:

- Probabilidade de Recombinação (P_r): 90%
- Probabilidade de Mutação (P_m): 1%
- Tamanho da População (POP): 500
- Número Máximo de Iterações (N_{iter}): 2000

MOGA 3:

- Probabilidade de Recombinação (P_r): 90%
- Probabilidade de Mutação (P_m): 1%
- Tamanho da População (POP): 200

- Número Máximo de Iterações (N_{iter}): 1000

Nas Tabela 5.3 são apresentados os resultados, de cada solução, para cada algoritmo MOGA, com diversos níveis de confiabilidade (Índice *Resilience*).

Tabela 5.3 – Soluções de três algoritmos MOGA para a rede exemplo 1, variando-se o tamanho da população (POP) e número máximo de iterações.

Solução	MOGA 1		MOGA 2		MOGA 3	
	Pr = 90% Pm = 1% POP = 100 $N_{iter} = 1000$		Pr = 90% Pm = 1% POP = 500 $N_{iter} = 2000$		Pr = 90% Pm = 1% POP = 200 $N_{iter} = 1000$	
	Custo (U.M)	Índice Resilience	Custo (U.M)	Índice Resilience	Custo (U.M)	Índice Resilience
1	408000	0,0580	392000	0,0080965	411000	0,085561
2	426000	0,1093	402000	0,04672	425000	0,21802
3	438000	0,1268	419000	0,058813	441000	0,26609
4	456000	0,1574	426000	0,071649	459000	0,29026
5	488000	0,4450	432000	0,12218	465000	0,33859
6	506000	0,4963	442000	0,27328	465000	0,35011
7	518000	0,5138	444000	0,25493	495000	0,37098
8	536000	0,5444	453000	0,36408	499000	0,38825
9	868000	0,5609	456000	0,36615	505000	0,47068
10	886000	0,6122	459000	0,36939	539000	0,50079
11	898000	0,6298	460000	0,37427	549000	0,50285
12	916000	0,6604	468000	0,37884	557000	0,52493
13	1107000	0,6757	474000	0,38241	567000	0,527
14	1125000	0,6829	477000	0,38628	575000	0,56957
15	1487000	0,7916	484000	0,38702	607000	0,57925
16			486000	0,40194	627000	0,60296
17			489000	0,43292	647000	0,6168
18			501000	0,45102	655000	0,61929
19			502000	0,47064	665000	0,64124
20			513000	0,47115	695000	0,65183
21			515000	0,50971	725000	0,65991
22			545000	0,51375	735000	0,66497
23			576000	0,5374	775000	0,68487
24			581000	0,55471	815000	0,68896
25			599000	0,56952	935000	0,70085
26			617000	0,58782	1007000	0,7189
27			799000	0,5917	1007000	0,7189
28			822000	0,61103	1035000	0,73523
29			824000	0,62909	1045000	0,75718
30			834000	0,68446	1067000	0,75927
31			875000	0,69771	1075000	0,75998
32			876000	0,69864	1085000	0,78367
33			946000	0,71241	1115000	0,78833
34			975000	0,72254	1195000	0,8049
35			1026000	0,72382	1285000	0,81373
36			1096000	0,73283	1315000	0,81679

	MOGA 1		MOGA 2		MOGA 3	
	Pr = 90%		Pr = 90%		Pr = 90%	
	Pm = 1%		Pm = 1%		Pm = 1%	
	POP = 100		POP = 500		POP = 200	
	N _{iter} = 1000		N _{iter} = 2000		N _{iter} = 1000	
37			1159000	0,76174		
38			1195000	0,78294		
39			1254000	0,79431		
40			1259000	0,79582		
41			1277000	0,80901		
42			1294000	0,80938		
43			1325000	0,82092		
44			1326000	0,82835		
45			1326000	0,82547		
46			1354000	0,83854		
47			1406000	0,83976		
48			1436000	0,84256		
49			1440000	0,84922		
50			1516000	0,85291		

Na figura 5.2 são apresentadas as curvas de Pareto dos três algoritmos MOGA, para a rede exemplo 1.

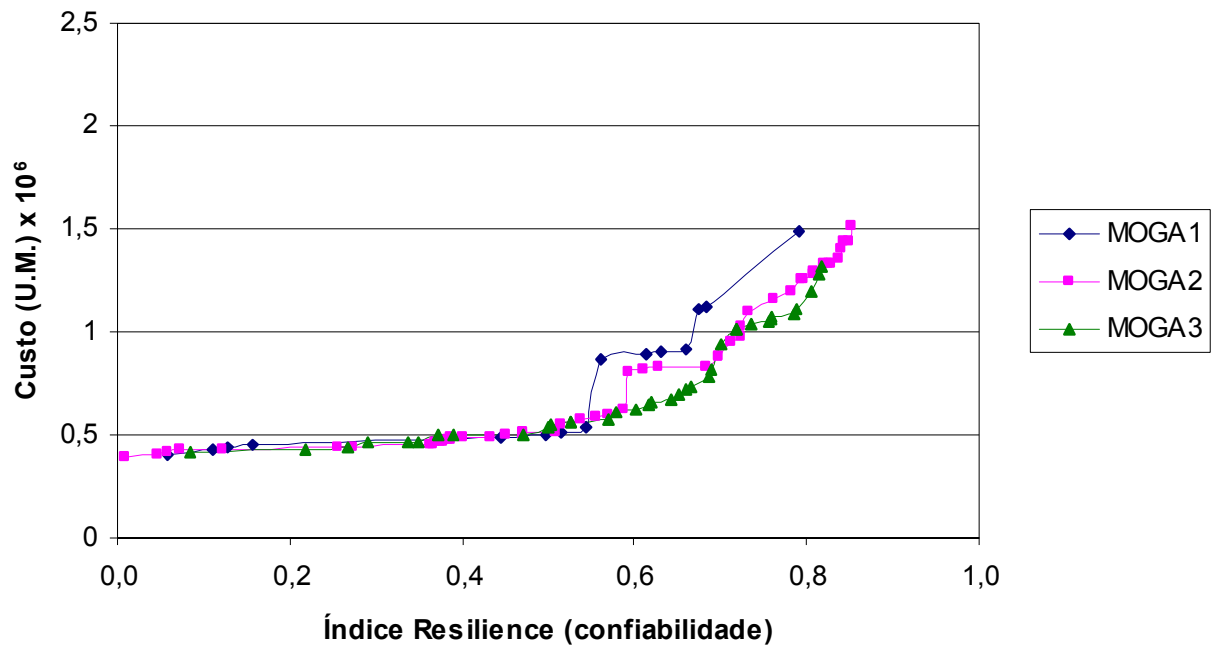


Figura 5.2 – Curva de Pareto para um espaço de dois objetivos, considerando 3 algoritmos MOGA, com dados de entrada diferentes, para a rede exemplo 1.

Os dados de entrada padrão para o SPEA foram os seguintes:

- Probabilidade de Recombinação (Pr): 90%
- Probabilidade de Mutação (Pm): 10%
- Tamanho da População Corrente (POP): 250
- Tamanho da População Externa ($\overline{POP}$): 150
- Número Máximo de Iterações (N_{iter}): 2500

Comparando-se os dois métodos verificamos que o SPEA apresentou maior número e melhores soluções do que o MOGA.

Na figura 5.3 é apresentada a curva de Pareto para a rede exemplo 1 obtida pelo SPEA.

Observando a tabela 5.4 pode-se constatar que o melhor resultado considerando apenas um objetivo, o de custo de mínimo (ótimo custo), é $0,369 \times 10^6$ U.M (unidade monetária), ou seja, o menor resultado até então encontrado comparado com os dos pesquisadores citados na Tabela 5.6, onde é feita uma comparação dos resultados, inclusive com os obtidos por TODINI (2000).

TODINI (2000) também considerou no seu trabalho como objetivos a minimização de custos e a maximização da confiabilidade que é representado pelo Índice *Resilience*, podendo variar de 0 a 1, o mesmo utilizado no presente trabalho. Para efeito de comparação, também foram considerados vários níveis de confiabilidade.

Observando-se a tabela 5.7 pode-se concluir que a solução de ótimo custo, com menor índice de confiabilidade encontrado, obtido no presente trabalho é menor do que de TODINI (2000), porém ao se considerar diferentes níveis de confiabilidade, os resultados encontrados são semelhantes aos de TODINI (2000).

Na figura 5.4 apresenta-se uma sobreposição da Curva de Pareto obtida pelo SPEA com as Curvas obtidas pelo MOGA (figura 5.2)

Na tabela 5.5 são mostradas as soluções obtidas através do SPEA para a rede exemplo 1.

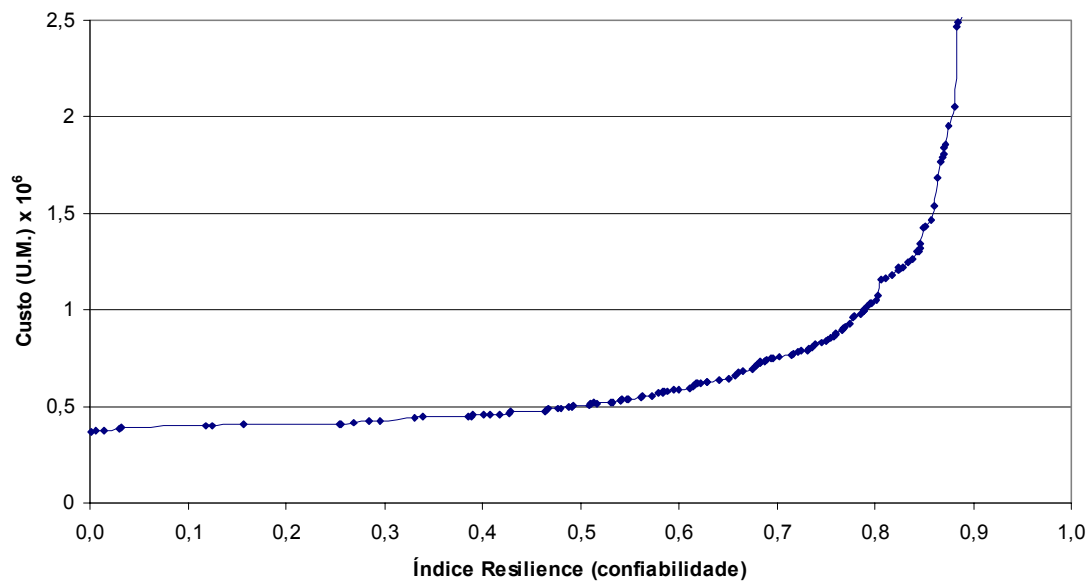


Figura 5.3 – Curva de Pareto para a rede exemplo 1, obtida por SPEA.

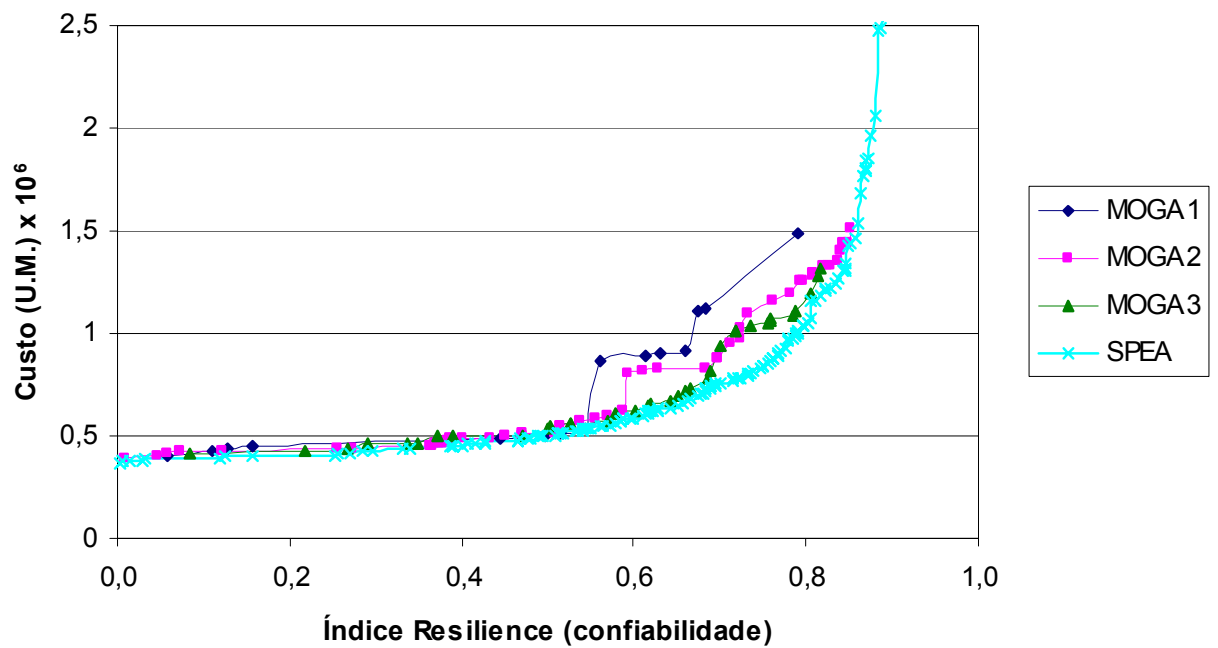


Figura 5.4 – Curva de Pareto para a rede exemplo 1, obtida por SPEA e por 3 algoritmos MOGA.

Tabela 5.4 - Resultados das soluções obtidas através do SPEA para a rede exemplo 1.

Soluções	Custo (U.M.)	Índice Resilience	Soluções	Custo (U.M.)	Índice Resilience	Soluções	Custo (U.M.)	Índice Resilience
1	369000	0,0017	48	568000	0,5833	95	906000	0,7681
2	372000	0,0068	49	578000	0,5840	96	916000	0,7698
3	375000	0,0141	50	581000	0,5863	97	932000	0,7748
4	380000	0,0298	51	582000	0,5883	98	962000	0,7779
5	393000	0,0327	52	584000	0,5947	99	972000	0,7797
6	395000	0,1182	53	590000	0,5999	100	980000	0,7856
7	398000	0,1248	54	594000	0,6106	101	992000	0,7886
8	405000	0,1568	55	606000	0,6146	102	996000	0,7891
9	406000	0,2542	56	611000	0,6156	103	998000	0,7896
10	409000	0,2567	57	617000	0,6175	104	1014000	0,7920
11	415000	0,2691	58	618000	0,6199	105	1032000	0,7951
12	423000	0,2855	59	620000	0,6226	106	1036000	0,7966
13	427000	0,2952	60	627000	0,6288	107	1054000	0,8023
14	436000	0,3318	61	630000	0,6290	108	1072000	0,8038
15	445000	0,3396	62	635000	0,6418	109	1155000	0,8060
16	446000	0,3863	63	642000	0,6510	110	1164000	0,8114
17	449000	0,3888	64	662000	0,6582	111	1182000	0,8175
18	452000	0,3903	65	676000	0,6615	112	1208000	0,8237
19	455000	0,4012	66	683000	0,6650	113	1222000	0,8239
20	458000	0,4075	67	692000	0,6745	114	1224000	0,8295
21	460000	0,4169	68	706000	0,6778	115	1248000	0,8339
22	467000	0,4273	69	713000	0,6796	116	1264000	0,8383
23	475000	0,4285	70	722000	0,6826	117	1304000	0,8428
24	476000	0,4639	71	727000	0,6826	118	1306000	0,8454
25	479000	0,4652	72	733000	0,6838	119	1322000	0,8466
26	485000	0,4671	73	736000	0,6877	120	1344000	0,8472
27	488000	0,4764	74	742000	0,6892	121	1424000	0,8501
28	490000	0,4794	75	744000	0,6900	122	1434000	0,8507
29	494000	0,4887	76	750000	0,6958	123	1464000	0,8575
30	497000	0,4916	77	753000	0,6941	124	1538000	0,8616
31	503000	0,4934	78	757000	0,7019	125	1684000	0,8640
32	506000	0,5087	79	765000	0,7150	126	1764000	0,8675
33	509000	0,5104	80	776000	0,7161	127	1788000	0,8688
34	512000	0,5103	81	785000	0,7210	128	1804000	0,8701
35	515000	0,5165	82	786000	0,7241	129	1838000	0,8704
36	518000	0,5138	83	792000	0,7314	130	1854000	0,8722
37	520000	0,5308	84	801000	0,7332	131	1958000	0,8757
38	524000	0,5336	85	806000	0,7357	132	2056000	0,8815
39	527000	0,5411	86	822000	0,7393	133	2470000	0,8831
40	533000	0,5403	87	834000	0,7458	134	2492000	0,8853
41	534000	0,5425	88	836000	0,7510	135	2526000	0,8898
42	536000	0,5473	89	846000	0,7512	136	2696000	0,8913
43	541000	0,5495	90	852000	0,7557	137	3900000	0,8936
44	545000	0,5620	91	866000	0,7585			
45	551000	0,5630	92	874000	0,7607			
46	554000	0,5721	93	882000	0,7608			
47	566000	0,5794	94	892000	0,7665			

Tabela 5.5 - Soluções obtidas através do SPEA para a rede exemplo 1.

Soluções	Diâmetros (pol.)							
	Trecho 1	Trecho 2	Trecho 3	Trecho 4	Trecho 5	Trecho 6	Trecho 7	Trecho 8
1	16	14	14	1	14	2	14	10
2	16	14	14	1	14	3	14	10
3	16	14	14	1	14	4	14	10
4	16	14	14	1	14	6	14	10
5	16	14	14	1	14	4	14	12
6	18	8	16	14	12	1	3	10
7	18	8	16	14	12	1	4	10
8	18	8	16	14	14	1	3	10
9	18	14	14	1	14	1	14	10
10	18	14	14	1	14	2	14	10
11	18	14	14	1	14	4	14	10
12	18	14	14	2	14	6	14	10
13	18	14	14	1	14	8	14	10
14	18	16	14	1	14	1	14	10
15	18	16	14	1	14	4	14	10
16	20	14	14	1	14	1	14	10
17	20	14	14	1	14	2	14	10
18	20	14	14	2	14	2	14	10
19	20	14	14	1	14	4	14	10
20	20	14	14	1	14	8	14	8
21	20	14	14	1	14	6	14	10
22	20	14	14	1	14	8	14	10
23	20	14	16	1	14	10	12	4
24	20	16	14	1	14	1	14	10
25	20	16	14	1	14	2	14	10
26	20	16	14	3	14	2	14	10
27	20	14	16	1	14	8	14	8
28	20	16	14	1	14	6	14	10
29	20	16	14	1	14	1	14	12
30	20	14	16	1	14	10	14	8
31	20	14	16	3	14	10	14	8
32	20	16	14	1	14	1	16	10
33	20	14	16	10	14	2	14	10
34	20	16	16	1	14	3	14	10
35	20	16	16	1	14	4	14	10
36	20	16	16	3	14	3	14	10
37	20	16	16	1	14	6	14	10
38	20	16	14	1	14	1	16	12
39	20	16	16	1	14	8	14	10
40	20	16	16	8	14	3	14	10
41	20	16	16	6	14	6	14	10
42	20	16	16	10	14	1	14	10
43	20	16	16	6	14	2	14	12
44	20	16	16	8	14	1	14	12
45	20	16	16	8	14	3	14	12
46	20	16	16	10	14	1	14	12
47	20	16	16	1	16	10	14	10
48	20	16	16	6	14	1	16	12
49	20	14	18	10	14	6	14	12

Soluções	Diâmetros (pol.)							
	Trecho 1	Trecho 2	Trecho 3	Trecho 4	Trecho 5	Trecho 6	Trecho 7	Trecho 8
50	20	14	18	6	16	10	14	8
51	20	16	18	10	14	3	14	10
52	20	16	16	10	14	1	16	12
53	20	16	18	1	16	10	14	6
54	20	18	16	1	14	1	16	12
55	20	16	18	1	16	10	14	10
56	20	16	18	6	16	10	14	8
57	20	14	20	14	14	2	14	10
58	20	16	18	8	16	10	14	8
59	20	16	18	6	16	10	14	10
60	20	16	18	8	16	10	14	10
61	20	16	18	10	14	3	16	12
62	20	14	20	14	14	2	14	12
63	20	14	20	14	14	1	14	14
64	20	14	20	14	16	1	14	12
65	20	16	20	10	16	10	14	10
66	20	14	20	14	16	8	14	12
67	20	16	20	14	16	1	14	12
68	20	16	20	14	16	6	14	12
69	20	16	20	14	16	8	14	12
70	20	16	20	14	16	1	16	12
71	22	16	18	1	16	10	14	8
72	22	16	18	3	16	10	14	8
73	22	16	18	1	16	10	14	10
74	22	16	18	3	16	10	14	10
75	22	14	20	14	14	1	14	10
76	22	16	18	6	16	10	14	10
77	22	14	20	14	14	4	14	10
78	22	16	18	8	16	10	14	10
79	22	14	20	14	14	2	14	12
80	22	14	20	14	14	6	14	12
81	22	16	20	12	14	2	14	12
82	22	14	20	14	14	6	14	14
83	22	14	20	14	16	1	14	12
84	22	14	20	14	16	4	14	12
85	22	14	20	14	16	6	14	12
86	22	16	20	14	14	1	16	12
87	22	16	20	14	16	10	14	10
88	22	16	20	14	16	6	14	12
89	22	16	20	10	18	10	14	10
90	22	16	20	14	16	1	16	12
91	22	16	20	14	16	6	16	12
92	22	16	20	14	18	10	14	10
93	22	16	20	14	16	10	16	12
94	22	16	20	14	18	10	14	12
95	22	16	20	14	18	6	16	12
96	22	18	20	14	18	6	14	12
97	22	18	20	14	18	10	14	12
98	22	18	20	10	20	12	14	12
99	22	20	20	14	18	10	14	12

Soluções	Diâmetros (pol.)							
	Trecho 1	Trecho 2	Trecho 3	Trecho 4	Trecho 5	Trecho 6	Trecho 7	Trecho 8
100	22	18	20	6	20	10	18	10
101	22	18	20	10	20	12	16	12
102	22	20	20	10	20	10	16	10
103	22	18	20	6	20	10	18	12
104	22	18	20	10	20	12	18	10
105	22	18	20	10	20	12	18	12
106	22	20	20	10	20	10	18	10
107	22	20	20	10	20	10	18	12
108	22	20	20	10	20	12	18	12
109	24	18	20	14	18	8	14	10
110	24	18	20	14	18	10	14	10
111	24	18	20	14	18	10	14	12
112	24	20	20	10	18	6	16	12
113	24	18	20	3	18	10	20	10
114	24	20	20	10	18	10	16	12
115	24	20	20	6	20	12	16	10
116	24	20	20	10	18	10	18	12
117	24	20	20	10	20	12	18	10
118	24	20	20	6	20	12	18	12
119	24	20	20	10	20	12	18	12
120	24	20	20	10	20	12	20	10
121	24	20	20	10	20	18	20	10
122	24	22	20	10	20	10	18	12
123	24	20	20	10	20	10	20	20
124	24	20	22	6	20	18	20	10
125	24	20	22	10	20	18	22	10
126	24	20	24	10	20	18	18	10
127	24	20	24	6	20	18	20	10
128	24	20	24	10	20	18	20	10
129	24	22	24	6	20	10	20	12
130	24	22	24	10	20	10	20	12
131	24	22	24	6	20	10	20	20
132	24	20	24	18	20	6	22	20
133	24	22	24	24	20	12	18	20
134	24	22	24	24	20	10	20	20
135	24	24	24	18	22	6	22	18
136	24	24	24	18	22	6	22	22
137	24	24	24	24	22	24	24	22

Na tabela 5.6 é apresentada uma comparação com os resultados de ótimo custo obtidos por outros pesquisadores.

Tabela 5.6 – Comparação dos resultados de ótimo com resultados de outros pesquisadores – Rede Exemplo 1

Trecho Nº.	Alperovits e Shamir (1977)		Goulter et al (1986)		Kessler e Shamir (1989)		Eiger et al (1994)		Savic e Walters (1997) AG1		Savic e Walters (1997) AG2		Todini (2000)		Techarani (2007)	
	L (m)	D (pol)	L (m)	D (pol)	L (m)	D (pol)	L (m)	D (pol)	L (m)	D (pol)	L (m)	D (pol)	L (m)	D (pol)	L (m)	D (pol)
1	256,00	20	383,00	20	1000,00	18	1000,00	18	1000,00	18	1000,00	18	1000,00	18	1000,00	16
	744,00	18	617,00	18												
2	996,38	8	1000,00	10	66,00	12	238,02	12	1000,00	10	1000,00	10	1000,00	10	1000,00	14
	3,62	6			934,00	10	761,98	10								
3	1000,00	18	1000,00	16	1000,00	16	1000,00	16	1000,00	16	1000,00	16	1000,00	16	1000,00	14
4	319,38	8	687,00	6	713,00	3	1000,00	1	1000,00	4	1000,00	1	1000,00	4	1000,00	1
	6800,62	6	313,00	4	287,00	2										
5	1000,00	16	1000,00	16	836,00	16	628,86	16	1000,00	16	1000,00	14	1000,00	16	1000,00	14
					164,00	14	371,14	14								
6	784,94	12	98,00	12	107,00	12	989,05	10	1000,00	10	1000,00	10	1000,00	10	1000,00	2
	215,06	10	902,00	10	891,00	10	10,95	8								
7	1000,00	6	492,00	10	819,00	10	921,86	10	1000,00	10	1000,00	10	1000,00	10	1000,00	14
			508,00	8	181,00	8	78,14	8								
8	990,93	6	20,00	2	920,00	3	1000,00	1	1000,00	1	1000,00	1	1000,00	1	1000,00	10
	9,07	4	980,00	1	80,00	2										
CUSTO (U.M)	479.525,00		435.015,00		417.500,00		402.352,00		419.000,00		420.000,00		419.000,00		369.000,00	

Tabela 5.7 – Comparação dos resultados obtidos através do MOGA com os resultados de TODINI (2000), para a rede exemplo 1.

	TODINI (2000)	TEBCHARANI (2007)	TODINI (2000)	TEBCHARANI (2007)	TODINI (2000)	TEBCHARANI (2007)	TODINI (2000)	TEBCHARANI (2007)
Canalização n.	Ótimo Custo	Ótimo Custo	Solução A	Solução A	Solução B	Solução B	Solução C	Solução C
1	18	16	18	20	20	20	20	20
2	10	14	16	14	14	16	14	16
3	16	14	14	14	14	14	14	14
4	4	1	6	1	6	3	8	1
5	16	14	14	14	14	14	14	14
6	10	2	1	8	1	2	1	6
7	10	14	14	14	14	14	14	14
8	1	10	10	8	10	10	10	10
Índice Res.	0,22	0,0081	0,41	0,41	0,47	0,47	0,48	0,48
Custo (U.M)	0,419x10 ⁶	0,392x10⁶	0,450x10 ⁶	0,458x10⁶	0,460x10 ⁶	0,485x10⁶	0,467x10 ⁶	0,490x10⁶

Fazendo-se análises hidráulicas das soluções obtidas em termos de diâmetros pelos diversos pesquisadores citados na tabela 5.6, conclui-se que embora nos últimos anos as soluções tenham tido melhoras significativas em termos de custo ótimo, os pesquisadores utilizaram restrições para a pressão nos nós diferentes, ou seja, em alguns casos menores do que a pressão mínima admissível acima no nível do solo utilizada por ALPEROVITS e SHAMIR (1977), que utilizaram o valor de 30 m. Sendo assim, fica difícil determinar qual solução é a melhor de fato. No entanto, pode-se concluir que as técnicas apresentadas nos

últimos anos constituem contribuições significativas por abordarem a otimização multiobjetivo como o trabalho elaborado por TODINI (2000) e o modelo proposto no presente trabalho, por serem capazes de utilizar variáveis discretas como os diâmetros comerciais, etc.

Na tabela 5.8 são apresentadas as soluções hidráulicas para a rede exemplo 1, considerando os diâmetros apresentados na tabela 5.7.

TABELA 5.8 – Vazão e perda de carga nos trechos (rede exemplo 1).

Trecho	Vazão e Perda de Carga nos Trechos							
	Solução de		Solução A		Solução B		Solução C	
	ótimo custo		h(m)		h(m)		h(m)	
	H (m)	q (m ³ /s)	H (m)	q (m ³ /s)	H (m)	q (m ³ /s)	H (m)	q (m ³ /s)
1	12,091	0,3111	4,078	0,3111	4,079	0,3111	4,078	0,3111
2	6,542	0,1571	4,856	0,1337	3,354	0,1556	3,062	0,1481
3	4,369	0,1263	5,986	0,1497	4,465	0,1278	4,958	0,1352
4	6,738	0,0002	3,052	0,0001	3,356	0,0019	3,052	0,0001
5	2,470	0,0928	3,752	0,1163	2,458	0,0925	2,933	0,1018
6	9,012	0,0011	3,234	0,0246	5,682	0,0009	2,576	0,0102
7	4,564	0,1293	3,155	0,1059	4,467	0,1278	3,994	0,1203
8	4,744	0,0544	4,961	0,0310	4,784	0,0547	3,390	0,0454

5.2. Rede exemplo 2

Considerando, que o algoritmo SPEA apresentou melhores resultados do que o MOGA na rede exemplo 1, que o SPEA exige muito mais esforço computacional e que a rede exemplo 2 é maior que a rede exemplo 1, ou seja, depende maior tempo de processamento. Sendo assim, optou-se por somente executar o algoritmo SPEA para a obtenção de resultados da rede exemplo 2.

Na Tabela 5.9 são comparados o projeto clássico da rede, a solução proposta por TODINI (2000) e algumas soluções obtidas pelo algoritmo genético multiobjetivo SPEA proposto no presente trabalho.

Tabela 5.9 – Comparação dos resultados obtidos através do SPEA com os resultados de TODINI (2000), para a rede exemplo 2.

	TODINI (2000)		TEBCHRANI (2007)		
Trecho	Projeto Clássico	Solução melhorada	Solução de ótimo custo	Solução A	Solução B
0-1	16	18	14	14	18
1-2	12	14	8	8	10
2-3	12	10	6	6	8
3-4	12	8	3	1	1
4-5	12	1	10	10	10
5-6	12	1	1	1	4
6-7	12	8	6	6	6
7-8	12	10	6	6	6
8-1	12	14	8	8	8
1-9	3	10	6	10	14
2-9	3	1	2	2	2
3-9	3	1	1	1	1
4-9	3	1	3	3	10
5-9	3	8	6	6	1
6-9	3	1	6	6	6
7-9	3	1	1	1	1
8-9	3	1	1	1	1
In. Res.	0,20	0,52	0,25	0,55	0,86
Custo (U.M)	0,657x10 ⁶	0,565x10 ⁶	0,337x10 ⁶	0,350x10 ⁶	0,561x10 ⁶

Observando tabela 5.9, verifica-se que os resultados propostos no presente trabalho são melhores do que os de TODINI (2000). Para efeito de comparação, considerando um Índice *Resilience* próximo ao considerado por TODINI (2000) (I.R.=0,52), verificamos que com Índice igual a 0,55 obtivemos um custo de $0,350 \times 10^6$. Isto é, obtivemos uma solução de maior confiabilidade e menor custo.

Representou-se também na Tabela 5.9, a solução B, de custo aproximado à de TODINI (2000), porém com Índice *Resilience* bem maior.

Na Tabela 5.10 representa-se todos os resultados, em termos de custo e Índice *Resilience*, das soluções encontradas para a rede exemplo 2.

Tabela 5.10 – Resultados das soluções obtidas através do SPEA para a rede exemplo 2.

Solução	Custo	Índice <i>Resilience</i>	Solução	Custo	Índice <i>Resilience</i>	Solução	Custo	Índice <i>Resilience</i>	Solução	Custo	Índice <i>Resilience</i>
1	337070	0,2502	32	465410	0,7947	63	677970	0,9080	94	1072270	0,9554
2	345540	0,2830	33	471410	0,7973	64	680440	0,9158	95	1089180	0,9557
3	349530	0,3511	34	472410	0,8040	65	686440	0,9172	96	1097680	0,9563
4	350430	0,5505	35	481140	0,8073	66	697380	0,9181	97	1110400	0,9576
5	356430	0,5605	36	481410	0,8087	67	703380	0,9191	98	1142270	0,9579
6	359430	0,5665	37	487410	0,8087	68	708440	0,9223	99	1167410	0,9587
7	362530	0,6234	38	494400	0,8222	69	712410	0,9220	100	1190400	0,9615
8	367900	0,6248	39	495400	0,8312	70	719400	0,9242	101	1259300	0,9637
9	371530	0,6391	40	510400	0,8336	71	725400	0,9253	102	1267770	0,9640
10	378530	0,6490	41	518400	0,8346	72	726440	0,9274	103	1278830	0,9646
11	381530	0,6493	42	520440	0,8413	73	734910	0,9280	104	1295770	0,9646
12	387530	0,6524	43	522400	0,8413	74	737820	0,9282	105	1328440	0,9666
13	392780	0,6628	44	531400	0,8434	75	743380	0,9288	106	1365770	0,9669
14	394300	0,6771	45	537380	0,8435	76	744740	0,9337	107	1387830	0,9683
15	396410	0,6775	46	551410	0,8464	77	754270	0,9346	108	1404770	0,9683
16	402410	0,6809	47	552400	0,8481	78	772350	0,9346	109	1437440	0,9694
17	405410	0,6916	48	556740	0,8527	79	777400	0,9368	110	1683260	0,9695
18	411410	0,6942	49	561410	0,8578	80	790740	0,9387	111	1767770	0,9723
19	412410	0,7010	50	567410	0,8579	81	820400	0,9416	112	1795770	0,9728
20	419400	0,7046	51	574400	0,8713	82	850400	0,9435	113	1804440	0,9745
21	425400	0,7049	52	584440	0,8792	83	899380	0,9441	114	1828440	0,9748
22	428400	0,7188	53	587400	0,8825	84	900400	0,9455	115	1845380	0,9749
23	431530	0,7422	54	600440	0,8904	85	930400	0,9474	116	1889360	0,9763
24	438530	0,7520	55	617400	0,8929	86	935100	0,9477	117	1954480	0,9775
25	447530	0,7538	56	632410	0,8965	87	999300	0,9496	118	2003100	0,9784
26	453530	0,7552	57	635410	0,8985	88	1016240	0,9496	119	2607410	0,9793
27	455470	0,7560	58	636740	0,9019	89	1022740	0,9501	120	2621120	0,9799
28	457900	0,7646	59	654910	0,9025	90	1027300	0,9516	121	3130850	0,9802
29	461520	0,7666	60	660820	0,9046	91	1044270	0,9520	122	3630440	0,9811
30	461530	0,7683	61	661400	0,9061	92	1050740	0,9528	123	4059050	0,9824
31	461780	0,7801	62	671970	0,9066	93	1052740	0,9537	124	4323770	0,9824

Na Tabela 5.11 são apresentadas todas as soluções encontradas para a rede exemplo 2.

Tabela 5.11 - Soluções obtidas através do SPEA para a rede exemplo 2

Soluções	Diâmetros (pol.)																
	Trecho 0-1	Trecho 1-2	Trecho 2-3	Trecho 3-4	Trecho 4-5	Trecho 5-6	Trecho 6-7	Trecho 7-8	Trecho 8-1	Trecho 1-9	Trecho 2-9	Trecho 3-9	Trecho 4-9	Trecho 5-9	Trecho 6-9	Trecho 7-9	Trecho 8-9
1	14	8	6	3	10	1	6	.	8	6	2	1	3	6	6	1	1
2	14	8	6	3	10	1	6	6	8	6	2	1	3	8	6	1	1
3	14	8	6	2	2	10	1	1	10	8	1	1	6	8	1	8	1
4	14	8	6	1	10	1	6	6	8	10	2	1	3	6	6	1	1
5	14	8	6	3	10	1	6	6	8	10	2	1	3	6	6	1	1
6	14	10	6	1	10	1	6	6	8	10	2	1	3	6	6	1	1
7	14	8	6	1	10	1	6	6	8	10	2	1	10	1	6	1	1
8	14	10	6	1	10	1	6	6	8	10	2	1	3	8	6	1	1
9	14	10	6	1	10	1	6	6	8	10	2	1	10	1	6	1	1
10	14	10	8	1	10	1	6	6	8	10	2	1	10	1	6	1	1
11	14	10	8	1	10	2	6	6	8	10	2	1	10	1	6	1	1
12	14	10	8	3	10	2	6	6	8	10	2	1	10	1	6	1	1
13	14	8	6	1	10	1	6	6	8	14	2	1	3	8	6	1	1
14	14	8	6	2	2	10	1	1	10	14	1	1	6	8	1	8	1
15	14	8	6	1	10	1	6	6	8	14	2	1	10	1	6	1	1
16	14	8	6	3	10	1	6	6	8	14	2	1	10	1	6	1	1
17	14	10	6	1	10	1	6	6	8	14	2	1	10	1	6	1	1
18	14	10	6	1	10	3	6	6	8	14	2	1	10	1	6	1	1
19	14	10	8	1	10	1	6	6	8	14	2	1	10	1	6	1	1
20	14	8	6	1	10	1	6	6	8	14	2	1	10	2	10	1	1
21	14	8	6	1	10	3	6	6	8	14	2	1	10	2	10	1	1
22	14	10	6	1	10	1	6	6	8	14	2	1	10	2	10	1	1
23	16	10	6	1	10	1	6	6	8	10	2	1	10	1	6	1	1
24	16	10	8	1	10	1	6	6	8	10	2	1	10	1	6	1	1
25	16	10	8	1	10	4	6	6	8	10	2	1	10	1	6	1	1
26	16	10	10	1	10	3	6	6	8	10	2	1	10	1	6	1	1
27	16	10	8	1	10	1	6	6	8	10	2	1	10	6	6	1	1
28	16	10	10	6	10	1	6	6	8	10	2	1	3	8	6	1	1
29	16	10	8	1	10	1	6	6	8	10	2	1	10	2	10	1	1
30	16	10	10	6	10	1	6	6	8	10	2	1	10	1	6	1	1
31	16	10	6	1	10	1	6	6	8	14	2	1	3	8	6	1	1
32	16	10	6	1	10	1	6	6	8	14	2	1	10	1	6	1	1
33	16	10	6	1	10	3	6	6	8	14	2	1	10	1	6	1	1
34	16	10	8	1	10	1	6	6	8	14	2	1	10	1	6	1	1
35	16	10	6	1	10	1	6	6	8	14	2	1	3	8	10	1	1
36	16	10	8	1	10	4	6	6	8	14	2	1	10	1	6	1	1
37	16	10	10	1	10	3	6	6	8	14	2	1	10	1	6	1	1
38	16	10	6	1	10	3	6	6	8	14	2	1	10	2	10	1	1
39	16	10	8	1	10	1	6	6	8	14	2	1	10	2	10	1	1
40	16	10	10	1	10	3	6	6	8	14	2	1	10	2	10	1	1
41	16	10	10	6	10	1	6	6	8	14	2	1	10	2	10	1	1
42	16	10	10	2	2	10	1	1	10	14	1	1	8	12	1	8	1

Soluções	Diâmetros (pol.)																
	Trecho 0-1	Trecho 1-2	Trecho 2-3	Trecho 3-4	Trecho 4-5	Trecho 5-6	Trecho 6-7	Trecho 7-8	Trecho 8-1	Trecho 1-9	Trecho 2-9	Trecho 3-9	Trecho 4-9	Trecho 5-9	Trecho 6-9	Trecho 7-9	Trecho 8-9
43	16	10	8	1	10	1	6	6	12	14	2	1	10	2	10	1	1
44	16	10	10	1	10	1	6	6	12	14	2	1	10	2	10	1	1
45	16	10	10	2	2	10	1	1	10	14	1	1	8	12	1	8	6
46	18	10	6	1	10	3	6	6	8	14	2	1	10	1	6	1	1
47	16	12	10	1	10	2	6	6	12	14	2	1	10	2	10	1	1
48	16	10	10	2	2	10	1	1	10	16	1	1	8	12	1	8	1
49	18	10	8	1	10	4	6	6	8	14	2	1	10	1	6	1	1
50	18	10	10	1	10	3	6	6	8	14	2	1	10	1	6	1	1
51	18	10	6	1	10	3	6	6	8	14	2	1	10	2	10	1	1
52	18	10	6	2	2	10	1	1	10	14	1	1	8	12	1	8	1
53	18	10	10	1	10	2	6	6	8	14	2	1	10	2	10	1	1
54	18	10	10	2	2	10	1	1	10	14	1	1	8	12	1	8	1
55	18	10	10	1	10	3	6	6	12	14	2	1	10	2	10	1	1
56	18	10	8	1	10	4	6	14	12	14	2	1	10	1	6	1	1
57	18	10	10	1	10	2	6	14	12	14	2	1	10	1	6	1	1
58	18	10	10	2	2	10	1	1	10	16	1	1	8	12	1	8	1
59	18	14	10	8	2	10	1	1	10	14	1	1	6	12	1	8	6
60	18	10	10	1	10	2	6	14	12	14	2	1	10	8	6	1	1
61	20	10	8	1	10	3	6	6	8	14	2	1	10	2	10	1	1
62	20	10	10	2	2	10	1	1	10	14	1	1	6	12	1	8	1
63	20	10	10	2	2	10	1	3	10	14	1	1	6	12	1	8	1
64	20	10	10	2	2	10	1	1	10	14	1	1	8	12	1	8	1
65	20	10	10	2	2	10	1	3	10	14	1	1	8	12	1	8	1
66	20	10	10	2	2	10	1	1	10	14	1	1	8	12	1	8	6
67	20	10	10	2	2	10	1	3	10	14	1	1	8	12	1	8	6
68	20	14	10	2	2	10	1	1	10	14	1	1	8	12	1	8	1
69	20	10	8	1	10	4	6	14	12	14	2	1	10	1	6	1	1
70	20	14	10	1	10	1	6	6	12	14	2	1	10	2	10	1	1
71	20	14	10	3	10	1	6	6	12	14	2	1	10	2	10	1	1
72	20	14	10	8	2	10	1	1	10	14	1	1	8	12	1	8	1
73	20	14	10	8	2	10	1	1	10	14	1	1	6	12	1	8	6
74	20	10	8	1	10	4	6	14	12	14	2	1	10	8	6	1	1
75	20	14	10	8	2	10	1	1	10	14	1	1	8	12	1	8	6
76	20	14	10	2	2	10	1	1	10	16	1	1	8	12	1	8	1
77	20	14	10	8	2	10	1	1	10	16	1	1	6	12	1	8	1
78	20	14	10	3	10	4	6	14	12	14	2	1	10	6	6	1	1
79	20	14	10	6	10	1	6	14	12	14	2	1	10	2	10	1	1
80	20	14	14	8	2	10	1	1	10	16	1	1	8	12	1	8	1
81	20	14	12	10	10	4	6	14	12	14	2	1	10	2	10	1	1
82	20	16	12	10	10	4	6	14	12	14	2	1	10	2	10	1	1
83	20	14	14	8	2	10	1	10	18	14	1	1	8	12	1	8	6
84	20	14	12	10	10	4	6	14	18	14	2	1	10	2	10	1	1
85	20	16	12	10	10	4	6	14	18	14	2	1	10	2	10	1	1
86	20	16	12	10	10	4	6	14	12	18	2	1	10	2	10	1	1
87	20	14	10	8	2	10	16	18	18	14	1	1	8	6	1	8	1
88	20	14	10	8	2	10	16	18	18	14	1	1	8	6	1	8	6
89	22	14	10	8	2	10	1	1	10	16	1	1	8	12	1	8	1

Soluções	Diâmetros (pol.)																
	Trecho 0-1	Trecho 1-2	Trecho 2-3	Trecho 3-4	Trecho 4-5	Trecho 5-6	Trecho 6-7	Trecho 7-8	Trecho 8-1	Trecho 1-9	Trecho 2-9	Trecho 3-9	Trecho 4-9	Trecho 5-9	Trecho 6-9	Trecho 7-9	Trecho 8-9
90	20	14	14	8	2	10	16	18	18	14	1	1	8	6	1	8	1
91	22	14	10	8	2	10	1	10	10	16	1	1	6	12	1	8	1
92	22	14	14	8	2	10	1	1	10	16	1	1	8	12	1	8	1
93	22	14	10	8	2	10	1	10	10	16	1	1	8	12	1	8	1
94	22	14	14	8	2	10	1	10	10	16	1	1	6	12	1	8	1
95	22	16	10	6	10	1	6	14	12	14	2	1	10	8	10	1	1
96	22	14	14	8	2	10	1	10	10	16	1	1	8	12	1	8	6
97	22	16	12	10	10	4	6	14	12	14	2	1	10	2	10	1	1
98	22	18	14	8	2	10	1	10	10	16	1	1	6	12	1	8	1
99	22	16	12	10	10	4	6	14	18	14	2	1	10	1	6	1	1
100	22	16	12	10	10	4	6	14	18	14	2	1	10	2	10	1	1
101	22	14	10	8	2	10	16	18	18	14	1	1	8	6	1	8	1
102	22	14	10	8	2	10	16	18	18	14	1	1	8	8	1	8	1
103	22	14	14	8	2	10	16	18	18	14	1	1	6	6	1	8	1
104	22	14	14	8	2	10	16	18	18	14	1	1	6	6	1	8	6
105	22	14	14	8	2	10	16	18	18	14	1	1	8	12	1	8	1
106	22	18	14	8	2	10	16	18	18	14	1	1	6	6	1	8	6
107	22	18	16	10	2	10	16	18	18	14	1	1	6	6	1	8	6
108	22	18	16	10	2	10	16	18	18	14	1	1	6	6	1	8	6
109	22	18	16	10	2	10	16	18	18	14	1	1	8	12	1	8	1
110	24	18	10	1	1	6	10	14	14	14	6	1	14	10	1	10	1
111	24	14	10	8	2	10	16	18	18	14	1	1	8	8	1	8	1
112	24	14	14	8	2	10	16	18	18	14	1	1	6	6	1	8	6
113	24	14	14	8	2	3	16	18	18	14	1	1	8	12	1	8	1
114	24	14	14	8	2	10	16	18	18	14	1	1	8	12	1	8	1
115	24	14	14	8	2	10	16	18	18	14	1	1	8	12	1	8	6
116	24	20	20	14	10	4	6	14	18	14	2	1	3	2	10	1	1
117	24	14	14	8	2	3	16	18	18	20	6	1	8	12	1	8	1
118	24	20	20	14	10	4	6	14	18	18	2	1	10	2	10	1	1
119	24	22	24	18	14	4	12	20	16	14	2	1	10	1	6	1	1
120	24	22	20	20	18	10	16	3	12	18	16	3	16	14	16	1	1
121	24	18	16	16	6	18	24	24	18	18	10	3	12	1	12	4	1
122	24	24	22	24	24	10	16	18	18	14	1	1	8	12	1	8	1
123	24	18	16	16	6	18	24	24	24	24	10	3	12	1	12	4	1
124	24	24	22	24	24	10	16	18	18	22	18	18	14	16	1	8	1

Na figura 5.5 é apresentada a curva de Pareto obtida por SPEA para a rede exemplo 2.

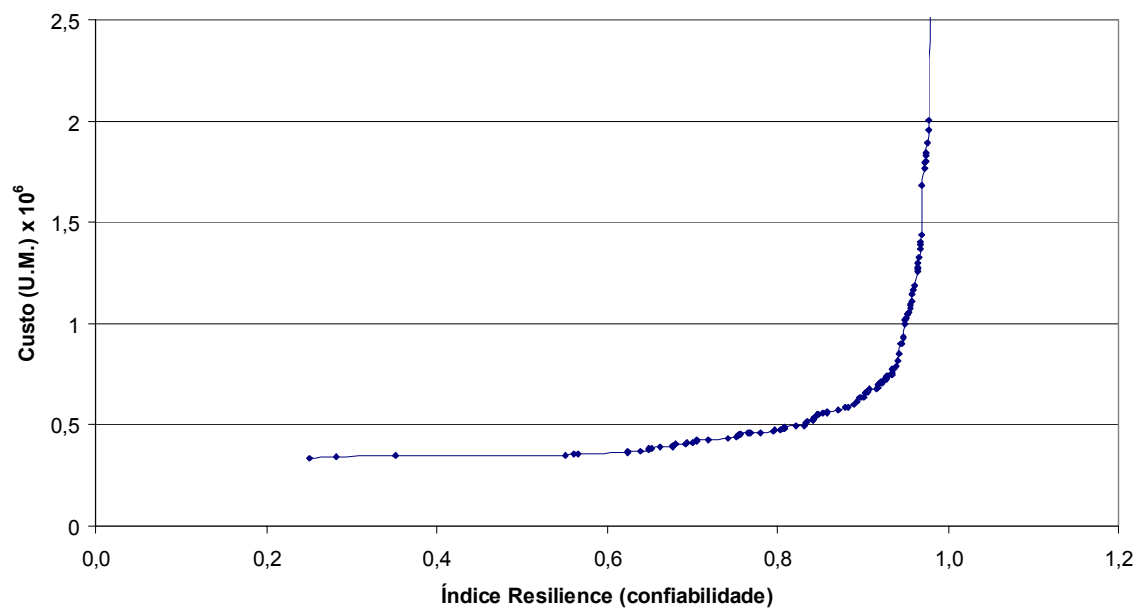


Figura 5.5 – Curva de Pareto para a rede exemplo 2, obtida por SPEA.

6. CONCLUSÕES

Com o crescimento e desenvolvimento urbano, o projeto otimizado de rede de distribuição de água se faz cada vez mais necessário, tendo em vista a limitação de recursos financeiros.

Nos últimos anos pesquisadores tem concentrado esforços também na maximização da confiabilidade de redes de distribuição de água. A confiabilidade de redes de distribuição de água é a avaliação da qualidade de serviço de abastecimento, a capacidade de atendimento às vazões e pressões requeridas, ou seja, é a quantificação da habilidade da rede em satisfazer demandas em todas as localizações, com pressões aceitáveis.

A relação de custo e confiabilidade é antagônica, pois ao minimizar custos, ocorre a diminuição de diâmetros, prejudicando assim a confiabilidade da rede. O objetivo geral então dos pesquisadores, tem sido encontrar soluções ótimas, isto é, com boas confiabilidades e bons custos, deixando assim ao decisor final a escolha da solução mais viável, considerando diversos outros fatores externos.

O presente trabalho representou um esforço no sentido de se implementar algoritmos genéticos multiojetivos para a otimização de redes de distribuição de água, considerando como objetivos a minimização de custos e a maximização da confiabilidade.

Foram considerados dois algoritmos genéticos multiobjetivos, o MOGA e o SPEA. Os modelos foram aplicados a duas redes exemplos utilizadas por TODINI (2000), sendo que 1 rede fora utilizada também por outros pesquisadores.

O SPEA apresentou-se mais eficiente do que o MOGA no sentido de apresentar melhores, maior número e diversidade de soluções. A desvantagem do SPEA está na sua implementação que é mais dificultosa e no grande esforço computacional exigido.

Os resultados obtidos no presente trabalho foram comparados com os de TODINI (2000) e com dos outros pesquisadores. A comparação com os resultados de TODINI (2000), foi ideal, pois o pesquisador também considerou a otimização multibjetivo de minimização de custos e maximização de confiabilidade e, no presente trabalho também utilizou o mesmo procedimento de mensuração da confiabilidade.

O resultado de mínimo custo obtido no presente trabalhado para a rede exemplo que fora utilizada por TODINI (2000) e por outros pesquisadores, foi o menor até então, comparado com os dos pesquisadores citados na revisão bibliográfica. O custo ótimo

para a rede exemplo 1 foi de 369.000,00 unidades monetárias (U.M.), enquanto que o melhor até então foi de 419.000,00 (U.M.), obtido por SAVIC E WALTERS (1997) e TODINI (2000). Representando assim uma redução de 11,93% dos custos. No entanto, cabe salientar que alguns pesquisadores citados no presente trabalho, utilizaram restrições para a pressão nos nós diferentes, ou seja, menores do que a pressão mínima admissível acima no nível do solo utilizada por ALPEROVITS e SHAMIR (1977). Tal conclusão é obtida ao se fazer análises hidráulicas das soluções apresentadas.

Apesar dos resultados de custo ótimo do presente trabalho terem sido os menores até então, ao se considerar diversos níveis de confiabilidade, os resultados encontrados para a rede exemplo 1 apresentaram-se semelhantes aos de TODINI (2000).

Os métodos propostos no presente trabalho, os algoritmos genéticos multiobjetivos MOGA e o SPEA, principalmente este último que se apresentou mais eficiente, exigiu muito esforço computacional representado pelo tempo de processamento que as vezes alcançava em torno de 24 horas. Cabe ressaltar que, foram utilizadas programações próprias para os algoritmos genéticos multiobjetivos. Sendo assim, conclui-se que se faz necessária uma intervenção na programação dos algoritmos desenvolvidos para o presente trabalho, principalmente o SEPA, de modo a otimizá-los; para que assim se possa ter um menor tempo de processamento e consequentemente buscar soluções melhores.

Embora os resultados obtidos por TODINI (2000) para a rede exemplo 1 terem sido semelhantes aos resultados obtidos no presente trabalho, para a rede exemplo 2, que possui uma maior número de trechos e de nós, os resultados encontrados apresentaram-se notadamente melhores do que os de TODINI (2000). Demonstrado assim a eficiência do algoritmo multiobjetivo SPEA, e que caso seja feita uma intervenção no programa do algoritmo, de modo a otimiza-lo, reduzindo-se o tempo de processamento, isto é, possibilitando-se maior número de iterações, o mesmo pode atingir resultados ainda melhores para as redes exemplo 1 e 2.

Diante dos resultados, conclui-se ser interessante o uso de programação própria, pois se têm maior liberdade para a manipulação dos algoritmos, no sentido de torná-los mais eficientes, e também maior facilidade de se implementar outras técnicas e modificações sugeridas pelos diversos pesquisadores citados na literatura.

Finalmente, embora não considerando neste trabalho, podem ser desenvolvidos estudos considerando a otimização, em termos de confiabilidade e custo, de sistemas de redes de distribuição de água, com válvulas, bombas, reservatórios e/ou outras singularidades.

7. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALPEROVITS, E.; SHAMIR, U (1977). "Design of optimal water distribution systems." *Water Resources Research*, 13(6), 885-900.

BABAYAN, A. V.; KAPELAN, Z.; SAVIC, D. A.; WALTERS, G. A (2005). "Least-cost design of water distribution networks under demand uncertainty." *Journal of Water Resource Planning and Management*, (in press)

CHANCRASHEKAR, M.; STEWART, K.H (1975). "Sparsity oriented analysis of large pipe networks." *Journal of the Hydraulic Division*, Vol. 101, nº HY4, p. 341-355.

CHEUNG, P. B (2003). "Rehabilitation analysis of the water distribution networks by multiobjective genetic algorithms." São Carlos, 2004. 268p. Thesis (Doctorate) – São Carlos School of Engineering, University of São Paulo, São Carlos.

CHIPLUNKAR, A. V.; MEHNDIRATTA, S. L.; KHANNA, P (1985). "Looped Water Distribution System Optimization for Single Loading." *Journal Environmental Engineering*, ASCE, 112(2), 264-279.

COHON, J. L (1978). *Multiobjective Programming and Planning*. San Diego, Academic, USA.

CUNHA, M. C.; SOUZA, J (1999). "Water distribution network design optimization: simulated annealing approach." *Journal of Water Resources Planning and Management*, 125(4), p.215-221.

DANDY, G. C.; ENGELHARDT, M. O (2006). "Multi-Objective Trade-Offs between Cost and Reliability in the Replacement of Water Mains". *Journal of Water Resources Planning and Management*, Vol.132, nº.2, p. 79-88.

DANDY, G.C.; SIMPSON, A.R.; MURPHY, L.J (1996) – "An improved genetic algorithm for pipe network optimization." *Water Resources Research*, Vol. 32, nº 2, p. 449-458.

DEB, A. K (1976). "Optimization of water distribution network systems." *Journal of the Environmental Engineering Division*, 102(4), p. 837-851.

DEB, K (1999). "Evolutionary Algorithms for Multi-Criterion Optimization in Engineering Design." In: Miettinen K.; Neittaanmäki, P.; Mäkelä, M. M. and Périaux, J (Eds), *Evolutionary Algorithms in Engineering and Computer Science*, pp. 135-161. Chicester, UK: Wiley.

DEB, K (2001). "Multi-Objective Using Evolutionary Algorithms." John Wiley & Sons, Ltd.

DEB, K.; PRATAP, A.; AGARWAL, S.; MEYARIVAN, T (2002). "A Fast and Elitist Multiobjective Genetic Algorithm: NSGA-II." *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*. Vol. 6, nº. 2, p. 182-197.

DEJONG, K. A (1975). "Analysis of the Behavior of a Class of Genetic Adaptive Systems", dissertation presented to the University of Michigan, at Ann Arbor, Mich., in partial fulfillment of the requirements for the degree of Doctor of Philosophy.

DODGE, E.R.; HOELLEIN, H.R.; TETMAJER, L (1978). "The analysis of large complex water networks with small computer systems." *Journal American Water Works Association*, p.366-370.

EIGER, G., U.; SHAMIR; BEN-TAL (1994). "Optimal design of water distribution networks", *Water Resources*, 30(9), p. 2637-2646.

EPP, R.; FOWLER, A.G (1970) "Efficient code for steady-state flows in networks." *Journal of the Hydraulic Division*, Vol. 96, nº HY1, p. 43-56.

FARMANI, R.; WALTERS, G. A.; SAVIC, D. A (2005). "Trade-off between Total Cost and Reliability for Anytown Water Distribution Network". *Journal of Water Resources Planning and Management*, Vol.131, nº.3, p-161-171.

FONSECA, C.M.; FLEMING, P. J (1993). "Genetic Algorithms for Multiobjective Optimization: Formulation, Discussion and Generalization". *Proceedings of the Fifth International Conference, San Mateo*.

FORMIGA, K. T. M. E GOMES, H. P (1999a). “Otimização de redes malhadas abastecidas com múltiplos reservatórios.” XIII Simpósio Brasileiro de Recursos Hídricos, Belo Horizonte, MG.

FORMIGA, K. T. M. E GOMES, H. P (1999b). “Otimização de redes hidráulicas em sistemas de abastecimento urbano de água.” XIII Simpósio Brasileiro de Recursos Hídricos, Belo Horizonte, MG.

FUJIWARA, O.; DE SILVA, A. U (1990). “Algorithm for reliability-based optimal design of water networks.” *Journal of Environmental Engineering*, 116(3), p. 575-587.

FUJIWARA, O.; JENCHAIMAHAKOON, B.; EDIRISINGHE, N. C. P (1987). “A modified linear programming gradient method for optimal design of looped water distribution networks.” *Water Resources Research*, 23(6), p. 977-982.

FUJIWARA, O.; KHANG, D. B (1990). “A two-phase decomposition method for optimal design of looped water distribution networks.” *Water Resources Research*, 26(4), p. 539-549.

GAMEIRO, R.C.P.G (2003). “Dimensionamento otimizado de redes de distribuição de água com a utilização de algoritmos genéticos.” Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, Brasil, Campo Grande – MS, 60p.

GEN, M.; CHENG, R (1997). *Genetic Algorithms and Engineering Design*. New York, John Wiley & Sons, INC.

GESSLER, J (1985). “Pipe network optimization by enumeration”. *Proceedings Computer Applications for Water Resources*, ASCE, New York, N.Y., p.572-581

GOLDBERG, D. E (1985). “Optimal Population Size for Binary –coded Genetic Algorithms.” *The Clearinghouse for Genetic Algorithms*, Report nº.85001, Tuscaloosa, University of Alabama, 14pp.

GOLDBERG, D (1989). “Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning.” Addison-Wesley, Reading, MA..

GOLDBERG, D.; KUO, C.H (1987). “Genetic algorithms in pipeline optimization.” *Journal of Computing in Civil Engineering*, Vol.1, nº 2.

GOLBERG, D. E.; SAMTANI, M. P (1986). “Engineering Optimization via Genetic Algorithms.” *Proceedings of the Ninth Conference on Electronic Computation*, ASCE, New York, N. Y., 471-482.

GOLDBERG, D.E.; RICHARDSON, J (1987). "Genetic Algorithms with Sharing for Multimodal Function Optimization." In. *Proceedings of the Second International Conference on Genetic Algorithms and Their Applications*, p. 41-49.

GOULTER, I. C (1992). "Assessing the reliability of water distribution networks using entropy based measures of network redundancy." *Entropy and energy dissipation in water resources*, V. P. Singh and M. Florentino, eds., Kluwer, Dordrecht, The Netherlands, pp. 217–238.

GOULTER, R.; BOUCHART, F (1990). "Reliability-constrained pipe network model." *Journal of Hydraulic Engineering*, 116(2), p.211-229.

GOULTER, I. C.; COALS, A. C (1986). "Quantitative approaches of reliability assessment in pipe networks." *Journal of Transportation Engineering*, 112(3), p. 287-301.

GOULTER, I. C.; LUSSIER, B. M.; MORGAN, D. R (1986). "Implications of head loss path choice in the optimization of water distribution networks." *Water Resources Research*, 22(5), p. 819-822.

HORN, J.; NAFPLIOTIS, N. (1993). Multiobjective Optimization using the Niche Pareto Genetic Algorithm. IlliGAL Report n. 93005.

HOLLAND, J. H (1975). *Adaptation in Natural and Artificial Systems*. University of Michigan Press, Ann Arbor.

HORN, J.; NAFPLIOTIS, N.; GOLDBERG, D (1994). "A Niche Pareto Genetic Algorithm for Multi-objective Optimization." In: *Proceedings of the First IEEE Conference on Evolutionary Computation*, p. 82-87.

HORNER, A.; GOLDBERG, D. E (1991). "Genetic Algorithms and Computer-Assisted Music Composition." *Proceedings of the Fourth International Conference on Genetic Algorithms*, University of California, San Diego, p. 437-441.

ISAACS, L.T.; MILLS, K. G (1980). "Linear theory methods for pipe network analysis." *Journal of the Hydraulic Division*, V. 106, n. HY12, p. 1191-1201.

KANSAL, M. L.; KUMAR, A; SHARMA, P. B (1995). "Reliability analysis of water-distribution systems under uncertainty." *Reliability Engineering and System Safety*, 50, p. 51-

59.

KESSLER, A.; SHAMIR, U (1989). "Analysis of the linear programming gradient method for optimal design of water supply networks." *Water Resources Research*, 25(7), p. 1469- 1480.

KNOWLES, J. D.; CORNE, D. W (2000). "Approximating the Non-Dominated Front using the Pareto Archived Evolution Strategy". *Evolutionary Computation Journal*, Vol. 8, nº. 2, p. 149-172.

KRISHNAKUMAR, K.; GOLDBERG, D.E (1990). "Control System Optimization using Genetic Algorithms." *Proc., AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference*, Portland, Oregon, AIAA Paper #90-3488, 31pp.

LAI; SCHAAKE, J. C (1969). "Linear Programming and Dynamic Programming Applications in Water Distribution Network Design." Report 116, Massachusetts Institute of Technology, Department of Civil Engineering, Cambridge, E.U.A.

LAM, C.F.; WOLLA, M.L (1972). "Computer analysis of water distribution systems." Part 1 – Formulation of equations. *Journal of the Hydraulic Division*, Vol. 98, n. HY2, p. 335-344.

LANSEY, K.; MAYS, L (1985) "A methodology for optimal network design", in *Computer Applications in Water Resources*, edited by H. C. Torno, pp. 732-738, Am. Soc. Of Civ. Eng., Reston, Va.

LANSEY, K. E.; MAYS, L. W (1989). "Optimization model for water distribution system design." *Journal of Hydraulic Engineering*, 115(10), p. 1401-1418.

LEMIEUX, P.F (1972). "Efficient algorithm for distribution networks." *Journal of the Hydraulic Division*, Vol. 98, nº HY11, p. 1911-1920.

LOGANATHAN, G. V.; GREENE, J. J.; AHN, T. J (1995). "Design heuristic for globally minimum cost water-distribution systems." *Journal of Water Resources Planning and Management*, 121(2), p. 182-192.

LOPES, A. V (2002). "Otimização do Dimensionamento e Análise de Confiabilidade de Redes de Distribuição de Água." Dissertação de Mestrado, Publicação PTARH.DM – 050A/2002, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 148p.

- MARTINEZ, F.; PÉREZ, R.; IZQUIERDO, J (1995). "Optimal design and reliability in water distribution systems." In: Cambra, E. e Vela, A (eds) *Improvement of Efficiency and Reliability in Water Distribution Systems* (em espanhol). Universidad Menedez Pelayo, Valencia, Espanha, p. 393-424.
- MONTESINOS, P.; GARCIA-GUZMAN, A.; AYUSO, J. L (1999). "Water distribution network optimization using a modified genetic algorithm." *Water Resources Research*, 35(11), p. 3467-3473.
- MORGAN, D. R.; GOULTER, I. C (1985). "Optimal urban water distribution design." *Water Resources Research*, 21(5), p. 642-652.
- MURPHY, L. J.; SIMPSON A. R (1992). Research Report N°93. Department of Civil Engineering, The University of Adelaide.
- NIELSEN, H.B (1989). "Methods for analyzing pipe networks." *Journal of the Hydraulic Engineering*, Vol. 115, nº. 2, p. 139-157.
- PORTO, R.M (1999). Hidráulica Básica. São Carlos, EESC-USP.1999
- QUINDRY, G. E.; BRILL, E. D.; LIEBMAN, J. C (1981). "Optimization of looped water distribution systems." *Journal of the Environmental Engineering Division*, 107(4), p. 665-679.
- RIGHETTO, A.M (1977). "Desenvolvimento de modelos de simulação para o desenvolvimento de redes de distribuição de água." São Carlos, SHS-EESC. Tese de Doutorado – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade Federal de São Carlos.
- RIGHETTO, A.M (1994) "Cálculo hidráulico de rede de distribuição de água a partir de condições transitórias: adequação e estudo de casos." São Carlos, SHS-EESC. Tese de Livre Docência – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade Federal de São Carlos.
- ROSSMAN, L. A (1994). "EPANET users manual." U.S. Environmental Protection Agency, Cincinnati, Ohio.
- SAVIC, D. A.; WALTERS, G. A (1997) "Genetic algorithm for least-cost design of water

distribution networks.” *Journal of Water Resources Planning and Management*, Vol. 123, nº 2, p. 67-77.

SCHAFFER, J. D (1984). “Some Experiments in Machine Learning using Vector Evaluated Genetic Algorithms” (TCGA file number 00314). PhD dissertation, Vanderbilt University, Nashville, TN.

SHAMIR, U (1973). “Water Distribution Systems Analysis.” IBM Thomas J. Watson Research Center Yorktown Heights, New York, E.U.A.

SHAMIR, U (1974). “Optimal design and operation of water distribution systems.” *Water Resources Research*, 10(1), p. 27-36.

SHAMIR, U.; HOWARD, C.D.D (1968). “Water distribution system analysis.” *Journal of the hydraulic division*, Vol.94, nº HY1, p. 219-234.

SHERALI, H. D.; SMITH, E.P.; KIM, S (1996) “A pipe reliability and cost model for an integrated approach toward designing water distribution systems”, in *Global Optimization in Engineering Design, Nonconvex Optim. Appl.*, vol. 9, edited by I. E. Grossman, pp. 333-354, Kluwer Acad., Norwell, Mass.

SHERALI, H. D.; SMITH, E. P (1997). “A global optimization approach to a water distribution network design problem.” *Journal of Global Optimization*, 11, p. 107-132.

SHERALI, H. D.; TOTLANI, R.; LOGANATHAN, G. V (1998). “Enhanced lower bounds for the global optimization of water distribution networks.” *Water Resources Research*, 34(7), p. 1831-1841.

SIMPSON; ANGUS R.; DANDY; GRAEME C.; MURPHY; LAURENCE J., (1994) “Genetic algorithms compared to other techniques for pipe optimization.” *Journal of Water Resources Planning and Management*, Vol.120, nº 4, p. 423-444.

SOUZA, R.S (1994) – “Aspectos computacionais da análise de redes de distribuição de água com componentes hidráulicos em regime permanente.” Dissertação de Mestrado, EESC/USP. 1994

SRINIVAS, N.; DEB, K (1995). "Multiobjective Optimization using Nondominated Sorting in Genetic Algorithms." *Evolutionary Computation*, Massachusetts Institute of Technology, Vol. 2. nº. 3, p. 221-248.

SU, Y. C.; MAYS, L. W., DUAN, N.; LANSEY, K. E (1987). "Reliability based optimization model for water distribution systems" *Journal of Hydraulic Engineering*, 113(12), p. 1539-1556

SVED, G.; SCHMID, L. J., SIMPSON, A. R (1991). "Minimum Weight Structures Designed by Genetic Algorithms." In *Computational Mechanics*, Vol. 1, Cheung, Y. K. et al (Editors), A. A. Balkema, Rotterdam, p. 317-322.

TANYIMBOH, T. T., AND TEMPLEMAN, A. B (1993). "Optimum design of flexible water distribution networks." *Civ. Eng. Syst.*, 10(3), p. 243–258.

TODINI, E (2000). "Looped Water Distribution Networks Design using a Resilience Index based Heuristic Approach". *Urban Water*. p. 115-122.

TOLSON, B. A., MAIER, H. R., SIMPSON, A. R., AND LENCE, B. J (2004). "Genetic algorithms for reliability-based optimization of water distribution systems." *Journal of Water Resources Planning and Management*, 130(1), p. 63–72.

TUNG, Y. K (1985). "Evaluation of water distribution network reliability." *Hydraulics and hydrology in the small computer age*, W. R. Waldrop, ed., ASCE, New York, pp. 359–364.

VIEIRA, A. M (1980). "Métodos Iterativos de Análise Hidráulica e Dimensionamento Ótimo por Programação Linear de Redes de Distribuição de Água." *Dissertação de Mestrado*, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Faculdade de Engenharia, Rio de Janeiro, RJ, 226p

WAGNER, J. M., SHAMIR, U., AND MARKS, D. H (1988). "Water distribution reliability: Analytical methods." *Journal of Water Resources Planning and Management*, 114(3), p. 253–275.

WALTERS, G.A.; HALHAL, D.; SAVIC, D.A.; OUAZAR, D (1999). "Improved Design of Anytown Distribution Network using Structured Messy Genetic Algorithms." *Urban Water*, Vol. 1, p. 23-38.

WALSKI, T.M (1987). "Discussion of multi-objective optimization of water distribution networks." *Civ. Eng. Syst.*, 4(1), 215-217

WALSKI, T. M (1995). "Optimization and pipe sizing decisions." *Journal of Water*

Resources Planning and Management, 121(4), 340-343.

WALSKI, T.M (2001). "The Wrong Paradigm, Why Water Distribution Optimization Doesn't Work." *Journal of Water Resources Planning and Management* (Editorial), v. 123, nº. 3, p. 203-205.

WALSKI, T. M.; BRILL, E. D.; GESSLER, J.; GOULTER, I. C.; JEPPSON, R. M.; LANSEY, K.; LEE, H.; LIEBMAN, J. C.; MAYS, L.; MORGAN, D. R.; ORMSBEE, L (1987). "Battle of the network models: epilogue." *Journal of Water Resources Planning and Management*, 113(2), p. 191-203.

WALSKI, T. M.; GESSLER, J.; SJOSTROM, J. W (1990). "Water Distribution Systems: Simulation and Sizing." Lewis Publishers, INC., Michigan, E.U.A., 321p.

WOOD, D.J.; CHARLES, C.O.A (1972). "Hydraulic network analysis using linear theory." *Journal of the Hydraulics Division*, Vol.98, nº HY7, p.1157-1170.

XU, C.; GOULTER, I. C (1999). "Probabilistic model for water distribution reliability." *Journal of Water Resources Planning and Management*, 124(4), p. 218-228.

XU, C. E GOULTER, I. C (1999). "Reliability-based optimal design of water distribution networks." *Journal of Water Resources Planning and Management*, 125(6), p. 352-361.

ZITZLER, E (1999). "Evolutionary Algorithms for Multiobjective Optimization: Methods and Applications." Ph. D. Thesis. Swiss Federal Institute of Technology Zurich.

ZITZLER, E.; THIELE, L (1998). "An Evolutionary Algorithm for Multiobjective Optimization: The Strength Pareto Approach." Technical Report, 43, Zürich. Switzerland: Computer Engineering and Networks Laboratory (TIK), Swiss Federal Institute of Technology.